# <u>ΥCΠΕΧИ ΦИЗИЧЕСКИХ НАУК</u>

#### ОБЗОРЫ АКТУАЛЬНЫХ ПРОБЛЕМ

# Лёгкие скалярные мезоны в фотон-фотонных столкновениях

Н.Н. Ачасов, Г.Н. Шестаков

Лёгкие скалярные мезоны, открытые более сорока лет назад, с самого начала стали камнем преткновения для наивной кварк-антикварковой модели. В настоящее время нетривиальная природа этих состояний уже практически никем не отрицается. Важный вклад в понимание природы лёгких скалярных мезонов внесла физика фотон-фотонных столкновений, которая недавно вступила в эру сверхвысокой статистики. В обзоре представлены результаты, касающиеся механизмов двухфотонного рождения лёгких скалярных мезонов, основанные на анализе современных экспериментальных данных.

PACS numbers: 12.39.-x, 13.40.-f, 13.60.Le, 13.75.Lb

DOI: 10.3367/UFNr.0181.201108b.0827

# Содержание

- 1. Введение (827).
- Особое место лёгких скалярных мезонов в мире адронов. Свидетельства их четырёхкварковой структуры (829).
- Лёгкие скалярные мезоны в свете фотон-фотонных столкновений (830).

3.1. История исследований. З.2. Современные экспериментальные результаты. З.3. Динамика реакций γγ → ππ: борновские вклады и угловые распределения. З.4. Механизмы рождения скалярных резонансов.

- Анализ высокостатистических данных Belle по реакциям γγ → π<sup>+</sup>π<sup>-</sup> и γγ → π<sup>0</sup>π<sup>0</sup>. Проявления σ(600)- и f<sub>0</sub>(980)-резонан-сов (836).
- 5. Рождение резонанса  $a_0(980)$  в реакции  $\gamma \gamma \rightarrow \pi^0 \eta$  (845).
- 6. Предварительные итоги (849).
- 7. Будущие исследования (849).

7.1. Резонансы  $f_0(980)$  и  $a_0(980)$  вблизи порогов реакций  $\gamma\gamma \to K^+K^-$  и  $\gamma\gamma \to K^0\bar{K}^0$ . 7.2. Резонансы  $\sigma(600)$ ,  $f_0(980)$  и  $a_0(980)$  в  $\gamma\gamma^*$ -столкновениях. 7.3. Поиски распадов  $J/\psi \to \omega f_0(980)$  и  $J/\psi \to \rho a_0$ . 7.4. Неупругость  $\pi\pi$ -рассеяния и  $f_0(980)-a_0(980)$ -смешивание.

8. Приложения (851).

 $\Pi 1. \gamma \gamma \rightarrow \pi \pi. \Pi 2. \gamma \gamma \rightarrow \pi^0 \eta. \Pi 3. \gamma \gamma \rightarrow K \overline{K}.$ Список литературы (854).

#### 1. Введение

Адронные скалярные каналы в области энергий  $\leq 1 \ \Gamma$ эВ стали камнем преткновения для квантовой хромодинамики (КХД), так как ни теория возмущений, ни правила

Н.Н. Ачасов, Г.Н. Шестаков. Институт математики

им. С.Л. Соболева СО РАН,

просп. Акад. Коптюга 4, 630090 Новосибирск, Российская Федерация E-mail: achasov@math.nsc.ru, shestako@math.nsc.ru

Статья поступила 15 сентября 2010 г., после доработки 19 октября 2010 г.

сумм в этих каналах не работают<sup>1</sup>. В то же время вопрос о природе лёгких скалярных мезонов  $\sigma(600)$ ,  $\kappa(800)$ ,  $a_0(980)$  и  $f_0(980)$  [10, 11] является главным для понимания механизма реализации киральной симметрии, возникающей в результате конфайнмента, и, следовательно, для понимания самого конфайнмента.

Поиски лёгких  $\sigma$ - и к-мезонов начались ещё в 1960-е годы, и тогда же предварительная информация о них появилась в обзорах Particle Data Group (PDG) (см., например, [12–14]). Теоретической основой для поиска скалярных мезонов была линейная  $\sigma$ -модель (LSM) [15– 17], которая учитывает спонтанное нарушение киральной симметрии и содержит псевдоскалярные мезоны в качестве голдстоуновских бозонов. Удивительным образом оказалось, что эта модель может быть одной из эффективных реализаций КХД при низких энергиях. В конце 1960-х-начале 1970-х годов [13, 18, 19] были открыты узкие скалярные резонансы<sup>2</sup> — изовекторный  $a_0(980)$  и изоскалярный  $f_0(980)$ .

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> В этой области энергий в скалярных каналах, в отличие от векторных, нет уединённых резонансов, т.е. резонансов, которые не сопровождаются большим, неотделимым от резонанса фоном. В частности, в случае уединённых резонансов  $a_0(980)$  и  $f_0(980)$  резонансые пики в распадах  $\phi \rightarrow \gamma a_0(980) \rightarrow \gamma \pi \eta$  и  $\phi \rightarrow \gamma f_0(980) \rightarrow \gamma \pi \pi$  не наблюдались бы вообще, так как дифференциальные вероятности этих распадов в области мягких фотонов уменьшаются пропорционально кубу энергии фотона, в силу калибровочной инвариантности [1-5] (см. раздел 2). Принципиальная роль кирального фона в "судьбе"  $\sigma(600)$ -резонанса была продемонстрирована в линейной  $\sigma$ -модели [6-9]. Приближение уединённых резонансов в случае лёгких скалярных мезонов можно использовать лишь в качестве академического упражнения.

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> В 1977 г. Јаffе заметил, что в модели МІТ-мешка, феноменологически учитывающей конфайнмент, существует нонет лёгких четырёхкварковых скалярных состояний [20]. Он также предположил, что  $a_0(980)$  и  $f_0(980)$  могли бы быть такими состояниями с символическими кварковыми структурами вида  $a_0^+(980) = u d s \bar{s}$ ,  $a_0^0(980) = (u \bar{u} - d \bar{d}) s \bar{s} / \sqrt{2}$ ,  $a_0^-(980) = d \bar{u} s \bar{s}$  и  $f_0(980) = (u \bar{u} + d \bar{d}) s \bar{s} / \sqrt{2}$ . С тех пор резонансы  $a_0(980)$  и  $f_0(980)$  стали настоящими "баловнями" спектроскопии лёгких кварков.

Н.Н. АЧАСОВ, Г.Н. ШЕСТАКОВ

Что касается  $\sigma$ - и к-мезонов, то продолжительные безуспешные попытки убедительно доказать их существование вызвали всеобщее разочарование и информация о них исчезла из обзоров PDG. Одним из главных соображений против существования этих состояний было то, что S-волновые сдвиги фаз рассеяния как  $\pi\pi$ , так и  $K\pi$  не проходят через угол 90° в предполагаемых массах резонансов. Тем не менее экспериментальные и теоретические исследования реакций, в которых могли бы проявляться  $\sigma$ - и к-состояния, продолжались.

Положение полностью изменилось, когда было показано, что в S-волновой амплитуде  $\pi\pi$ -рассеяния с изоспином I = 0 в линейной  $\sigma$ -модели имеется отрицательная фаза фона [6], скрывающая  $\sigma$ -мезон, в результате чего фаза  $\pi\pi$ -рассеяния не проходит через 90° при предполагаемой массе резонанса. Стало ясно, что экранирование (фоном) широких легчайших скалярных резонансов является совершенно естественным в киральной динамике. Эта идея была подхвачена, и она инициировала новую волну теоретических и экспериментальных поисков  $\sigma$ - и к-мезонов (см., например, [21–28]). В результате начиная с 1996 г. лёгкий  $\sigma$ -резонанс, а с 2004 г. и лёгкий к-резонанс вновь появились в обзорах физики частиц [29, 30].

К настоящему времени о лёгких скалярах накоплен впечатляющий массив данных [10, 11, 31, 32]. Нетривиальная природа этих состояний практически уже никем не отрицается. В частности, существуют многочисленные свидетельства в пользу их четырёхкварковой структуры, которые широко обсуждаются в литературе [1, 4, 31–84]. Эти свидетельства представлены в разделах 2–6.

Одним из таких свидетельств является подавление рождения  $a_0(980)$ - и  $f_0(980)$ -резонансов в реакциях  $\gamma\gamma \to \pi^0\eta$  и  $\gamma\gamma \to \pi\pi$  соответственно, предсказанное [85, 86] в 1982 г. и подтвердившееся на опыте [10, 11]. Вопрос о механизмах рождения резонансов  $\sigma(600)$ ,  $f_0(980)$  и  $a_0(980)$  в  $\gamma\gamma$ -столкновениях тесно связан с вопросом об их кварковой структуре. Именно поэтому исследования двухфотонных процессов являются важной частью физики скалярных мезонов.

Следует отметить, что реакции образования адронов в фотон-фотонных столкновениях измеряются на ускорителях со встречными электрон-позитронными пучками, т.е. информация о переходах үү — адроны извлекается из данных о процессах  $e^+e^- \rightarrow (e^+e^-, adponent)$ (рис. 1). Наибольшую статистику получают методом "non tag", в котором регистрируются лишь адроны, а рассеянные электроны не регистрируются. В этом случае основной вклад в сечение  $e^+e^- \to (e^+e^-, a\partial poho)$  вносят фотоны с очень малыми виртуальностями, что позволяет извлечь данные о рождении адронов в столкновениях почти реальных фотонов. Большинство данных об эксклюзивных каналах үү — *адроны* получено именно этим методом. Если регистрировать рассеянные электроны (что ведёт к потере статистики), то можно дополнительно исследовать зависимость сечений рождения адронов в  $\gamma \gamma^*(Q^2)$ -столкновениях от виртуальности<sup>3</sup>  $Q^2$ ; здесь  $\gamma$  — реальный, а  $\gamma^*(Q^2)$  — виртуальный фотон с виртуальностью  $Q^2 = (p_1 - p_1')^2$ .

Совсем недавно в экспериментальных исследованиях процессов  $\gamma\gamma \to \pi\pi$  и  $\gamma\gamma \to \pi^0\eta$  произошёл качественный



**Рис. 1.** Процесс образования адронов в фотон-фотонных столкновениях на ускорителях со встречными электрон-позитронными пучками;  $p_1, p'_1$  и  $p_2, p'_2$  — 4-импульсы электронов и позитронов.

скачок [89–93], подтвердивший теоретические ожидания, основанные на четырёхкварковой природе лёгких скалярных мезонов [85, 86]. Коллаборация Belle получила новые данные по сечениям реакций  $\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-$  [90, 91],  $\gamma\gamma \rightarrow \pi^0\pi^0$  [92] и  $\gamma\gamma \rightarrow \pi^0\eta$  [93], в несколько сотен раз превосходящие по статистике все предыдущие опыты, и впервые обнаружила в каналах  $\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-$  и  $\gamma\gamma \rightarrow \pi^0\pi^0$ чёткие сигналы от f<sub>0</sub>(980)-резонанса. Предшествующие указания на рождение f<sub>0</sub>(980) в  $\gamma\gamma$ -столкновениях [94– 100] были весьма неопределёнными.

В данном обзоре представлены (см. разделы 3–5) результаты исследования механизмов реакций  $\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-$ ,  $\gamma\gamma \rightarrow \pi^0\pi^0$  и  $\gamma\gamma \rightarrow \pi^0\eta$ , основанные на анализе данных Belle [89–93] и наших предыдущих исследованиях физики скалярных мезонов в  $\gamma\gamma$ -столкновениях [9, 48, 85, 86, 101–110]. Мы также обсуждаем (иногда критически) анализы, выполненные другими авторами.

Проведён совместный анализ высокостатистических данных Belle по сечениям реакций  $\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-$  и  $\gamma\gamma \rightarrow \pi^0\pi^0$  и выяснены главные динамические механизмы этих процессов в области энергий до 1,5 ГэВ. Проанализированы также высокостатистические данные Belle по сечению реакции  $\gamma\gamma \rightarrow \pi^0\eta$ . Показано, что распады легчайших скалярных резонансов  $\sigma(600) \rightarrow \gamma\gamma$ ,  $f_0(980) \rightarrow \gamma\gamma$  и  $a_0(980) \rightarrow \gamma\gamma$  обусловлены главным образом механизмами перерассеяний,

$$\begin{split} &\sigma \to \pi^+\pi^- \to \gamma\gamma\,, \\ &f_0(980) \to (K^+K^- + \pi^+\pi^-) \to \gamma\gamma\,, \\ &a_0(980) \to (K\bar{K} + \pi^0\eta + \pi^0\eta') \to \gamma\gamma\,, \end{split}$$

т.е. являются четырёхкварковыми переходами, в отличие от двухфотонных распадов классических тензорных *P*-волновых qq̄-мезонов a<sub>2</sub>(1320), f<sub>2</sub>(1270) и f<sub>2</sub>'(1525), которые происходят в основном вследствие прямого двухкваркового перехода qq̄  $\rightarrow \gamma\gamma$ . Что касается прямых констант связи резонансов  $\sigma(600)$ , f<sub>0</sub>(980) и a<sub>0</sub>(980) с  $\gamma\gamma$ -системой, то они оказываются малыми. Для двухфотонных ширин, усреднённых по резонансным массовым распределениям, получены следующие оценки:  $\langle \Gamma_{f_0 \rightarrow \gamma\gamma} \rangle_{\pi\pi} \approx 0,19$  кэВ,  $\langle \Gamma_{a_0 \rightarrow \gamma\gamma} \rangle_{\pi\eta} \approx 0,4$  кэВ и  $\langle \Gamma_{\sigma \rightarrow \gamma\gamma} \rangle_{\pi\pi} \approx 0,45$  кэВ.

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> Подробные формулы для экспериментальных исследований реакций  $e^+e^- \rightarrow (e^+e^-, a \partial poho)$  можно найти в обзорах [87, 88].

В разделе 7 обращается внимание на дополнительные возможности исследования свойств  $a_0(980)$ - и  $f_0(980)$ резонансов, связанные с реакциями  $\gamma\gamma \rightarrow K^+K^-$  и  $\gamma\gamma \rightarrow K^0\bar{K}^0$ , которые пока недостаточно изучены экспериментально, а также на многообещающие исследования резонансов  $\sigma(600)$ ,  $f_0(980)$  и  $a_0(980)$  в  $\gamma\gamma^*(Q^2)$ столкновениях.

# 2. Особое место лёгких скалярных мезонов в мире адронов. Свидетельства их четырёхкварковой структуры

Уже беглый взгляд на обзоры PDG даёт намёк на  $q^2\bar{q}^2$ структуру нонета лёгких скалярных мезонов<sup>4</sup>  $\sigma(600)$ ,  $\kappa(800)$ ,  $a_0(980)$  и  $f_0(980)$ .

Действительно, этот нонет оказывается "опрокинутым" [49]:

$$a_0^- a_0^0/f_0 a_0^+$$
  
 $\{\kappa\} \{\kappa\} ,$  (1)  
 $\sigma$ 

по сравнению с классическим *P*-волновым  $q\bar{q}$ -нонетом тензорных мезонов  $a_2(1320)$ ,  $f_2(1270)$ ,  $K_2^*(1420)$  и  $f_2'(1525)$ :

$$\begin{array}{cccc} & f_2' & & \\ & \{K_2^*\} & \{K_2^*\} & , & (2) \\ a_2^- & a_2^0/f_2 & a_2^+ & & \end{array}$$

а также по сравнению с классическим S-волновым qq̄нонетом векторных мезонов<sup>5</sup>  $\rho(770)$ ,  $\omega(782)$ , K\*(892) и  $\phi(1020)$ . В наивной кварковой модели такой скалярный нонет нельзя истолковать как *P*-волновой нонет qq̄мезонов. Но он может быть легко интерпретирован как  $q^2q^2$ -нонет, в котором  $\sigma(600)$  не содержит странных кварков, к(800) содержит один s-кварк, а  $a_0(980)$  и  $f_0(980)$  содержат ss̄-пару.

Обнаруженные более 40 лет назад мезоны  $f_0(980)$  и  $a_0(980)$  с самого начала стали проблемой для наивной qq-модели<sup>6</sup>. Действительно, с одной стороны, почти точное вырождение масс изовекторного  $a_0(980)$ -состояния и изоскалярного  $f_0(980)$ -состояния, казалось бы, допускает существование кварковой структуры  $a_0^+(980) = u\bar{d}$ ,  $a_0^0(980) = (u\bar{u} - d\bar{d})/\sqrt{2}$ ,  $a_0^-(980) = d\bar{u}$  и  $f_0(980) = (u\bar{u} + d\bar{d})/\sqrt{2}$ , подобной структуре векторных мезонов  $\rho$  и  $\omega$  или тензорных  $a_2(1320)$ - и  $f_2(1270)$ -мезонов, но, с другой стороны, сильная связь  $f_0(980)$  с K $\bar{K}$  говорит о присутствии значительной s $\bar{s}$ -компоненты в волновой функции  $f_0(980)$ .

В начале 1980-х годов в серии работ [34, 123, 132-136] было продемонстрировано, что данные о резонансах  $f_0(980)$  и  $a_0(980)$  можно интерпретировать в пользу  $q^2 \bar{q}^2$ -модели, т.е. объяснить их, предполагая у  $f_0(980)$ - и а<sub>0</sub>(980)-состояний наличие суперразрёшенных по правилу Okubo-Zweig-Iizuka (OZI) связей с парами псевдоскалярных мезонов и используя для соответствующих констант связи соотношения, предсказываемые  $q^2 \bar{q}^2$ моделью. В частности, в указанных работах были получены и подробно исследованы формулы для пропагаторов скалярных резонансов с учётом поправок на конечную ширину в случае сильной связи с двухчастичными каналами распада. В дальнейшем эти формулы применялись при обработках данных ряда экспериментов по рождению f<sub>0</sub>(980) и a<sub>0</sub>(980) (см., например, [90-92, 137-151]. Не так давно было показано, что в области обычно используемых значений констант связи упомянутые пропагаторы скалярных резонансов удовлетворяют представлению Челлена – Лемана [152].

В конце 1980-х годов было показано, что изучение радиационных распадов  $\phi \rightarrow \gamma a_0(980) \rightarrow \gamma \pi^0 \eta$  и  $\phi \rightarrow \gamma f_0(980) \rightarrow \gamma \pi \pi$  может пролить свет на проблему  $a_0(980)$ - и  $f_0(980)$ -мезонов [1]. В течение десяти лет до появления первых экспериментальных публикаций в 1998 г. этот вопрос был рассмотрен с различных точек зрения [153–165].

Теперь эти распады изучены не только теоретически, но и экспериментально с помощью детекторов SND (Spherical Neutral Detector) [137–140] и CMD-2 (Calorimetric Magnetic Detector) [141, 142] в Институте ядерной физики в Новосибирске и детектора KLOE (K LOng Experiment) на ф-фабрике во Фраскати (Италия) [143, 144, 146–148, 151, 166–168].

Экспериментальные данные вызвали появление ряда теоретических исследований [2-5, 40, 169-172], в которых были получены доводы в пользу четырёхкварковой природы f<sub>0</sub>(980)- и a<sub>0</sub>(980)-состояний. Отметим одно из ясных качественных свидетельств в пользу этого. Изовекторный резонанс а<sub>0</sub>(980) рождается в радиационном распаде ф-мезона так же интенсивно, как и изоскалярный мезон η'(958), состоящий приблизительно на 66 % из вклада sī, отвечающего за распад  $\phi \approx$  $\approx s\bar{s} \rightarrow \gamma s\bar{s} \rightarrow \gamma \eta'(958)$ . В случае двухкварковой модели,  $a_0^0(980) = (u\bar{u} - dd)/\sqrt{2}$ , распад  $\phi \approx s\bar{s} \rightarrow \gamma a_0(980)$  был бы подавлен по правилу OZI. Таким образом, эксперимент, по-видимому, указывает на присутствие ss-пары в волновой функции изовекторного состояния  $a_0(980)$ , т.е. на его четырёхкварковую природу.

При обосновании экспериментальных исследований [1] для радиационных распадов была предложена модель каонной петли  $\phi \to K^+K^- \to \gamma a_0(980) \to \gamma \pi^0 \eta$  и  $\phi \to K^+K^- \to \gamma f_0(980) \to \gamma \pi \pi$  (рис. 2). Эта модель, используемая при обработках данных, "ратифицирована" экспериментом [137–144, 146–148, 151, 166–168, 173– 175] (рис. 3). Главным достоинством этой модели является заложенное в ней новое нетривиальное пороговое явление (рис. 4). Действительно, чтобы описать

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup> Отметим, что LSM не противоречит не-qq-природе лёгких скалярных мезонов, так как квантовые поля могут содержать различные виртуальные частицы в различных областях виртуальности.

<sup>&</sup>lt;sup>5</sup> На диаграммах (1) и (2) масса и третья компонента изотопического спина состояний возрастают снизу вверх и слева направо соответственно.

<sup>&</sup>lt;sup>6</sup> Отметим здесь ряд важных экспериментов 1970-х годов, в которых исследовались  $f_0(980)$ - и  $a_0(980)$ -резонансы [111-116], а также несколько теоретических анализов свойств скалярных мезонов, относящихся к этому периоду [20, 117–122]. В работе [122] было теоретически обнаружено красивое пороговое явление —  $f_0(980) - a_0(980)$ -смешивание, нарушающее изотопическую инвариантность (см. также [123]). Не так давно интерес к  $f_0(980) - a_0(980)$ -смешиванию возобновился: появились как новые предложения по его поиску (см. [124–127] и приведённые там ссылки), так и первые указания на его проявление в распаде  $f_1(1285) \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$ , который был измерен с помощью детектора VES в Институте физики высоких энергий (Протвино) [128–130], и в распадах  $J/\psi \rightarrow \phi f_0(980) \rightarrow \phi \phi a_0(980) \rightarrow \phi \eta \pi$  и  $\chi_{c1} \rightarrow \pi^0 a_0(980) \rightarrow \pi^0 f_0(980) \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$ , которые исследуются на установке BES III в Китае [131].



**Рис. 2.**  $K^+K^-$ -петлевой механизм радиационных распадов  $\phi(1020) \rightarrow \gamma(a_0(980)/f_0(980)).$ 



**Рис. 3.** Результаты подгонки данных КLOE по  $\pi^0\eta$ - и  $\pi^0\pi^0$ -спектрам масс в распадах (а)  $\phi \to \gamma \pi^0 \eta$  [143] и (б)  $\phi \to \gamma \pi^0 \pi^0$  [144]. (Подробности см. в [169–172].)

экспериментальные массовые распределения

$$\frac{\mathrm{dBR}(\phi \to \gamma R \to \gamma ab; m)}{\mathrm{d}m} \sim |g(m)|^2 \omega(m) \,,$$

функция  $|g(m)|^2$  должна быть плавной при  $m \le 0.99$  ГэВ. (Здесь *т* — инвариантная масса *аb*-состояния,  $R = a_0(980), f_0(980), ab = \pi^0 \eta, \pi^0 \pi^0, функция <math>g(m)$  описывает вершину перехода  $\phi \to \gamma[a_0(m)/f_0(m)]$ .) Но калибровочная инвариантность требует, чтобы g(m) была пропорциональна энергии фотона ω(m). Прекращение возрастания функции  $[\omega(m)]^3$  в массовых распределениях при  $\omega(990 \text{ M} \ni \text{B}) = 29 \text{ M} \ni \text{B}$  является ключевым моментом. Как видно из рис. 4, модель К+К--петли решает эту проблему элегантным способом [2-5, 39, 40]. По сути, это означает, что a<sub>0</sub>(980)- и f<sub>0</sub>(980)-резонансы видны в радиационных распадах ф(1020)-мезона благодаря К+К--промежуточному состоянию. Таким образом, механизм рождения  $a_0(980)$  и  $f_0(980)$  в радиационных распадах  $\phi(1020)$  является установленным, по крайней мере на физическом уровне строгости.



**Рис. 4.** Новое пороговое явление в распаде  $\phi \to K^+K^- \to \gamma R$ . Сплошной кривой показана универсальная в  $K^+K^-$ -петлевой модели функция  $|g(m)|^2 = |g_R(m)/g_{RK^+K^-}|^2$ . Штриховая и пунктирная кривые отвечают вкладам мнимой и действительной частей g(m) соответственно.

Как действительная, так и мнимая части амплитуды  $\phi \rightarrow \gamma R$  обусловлены К<sup>+</sup>К<sup>-</sup>-промежуточным состоянием. Мнимая часть обусловлена действительным К<sup>+</sup>К<sup>-</sup>-промежуточным состоянием, а действительная виртуальным компактным К+К--промежуточным состоянием, т.е. здесь мы имеем дело с четырёхкварковым переходом [4, 5, 39, 40]. Нужно ли говорить, что радиационные четырёхкварковые переходы могут происходить как между двумя qq-состояниями, так и между  $q\bar{q}$ - и  $q^2\bar{q}^2$ -состояниями, но их интенсивности сильно зависят от типа перехода. Радиационный четырёхкварковый переход между двумя qq-состояниями требует рождения и уничтожения дополнительной qq-пары, т.е. такой переход является запрещённым согласно правилу OZI, в то время как радиационный четырёхкварковый переход между qq- и q<sup>2</sup>q<sup>2</sup>-состояниями требует только рождения дополнительной qq-пары, т.е. согласно правилу OZI является разрешённым. Рассмотрение этой проблемы с точки зрения разложения при больших N<sub>c</sub> [4, 5] подтверждает подавление радиационного четырёхкваркового перехода между двумя да-состояниями, по сравнению с радиационным четырёхкварковым переходом между  $q\bar{q}$ - и  $q^2\bar{q}^2$ -состояниями. Таким образом, и интенсивность, и механизм рождения a<sub>0</sub>(980)- и f<sub>0</sub>(980)состояний в радиационных распадах ф(1020)-мезона указывают на их четырёхкварковую природу.

Отметим также интригующее, свидетельствующее в пользу  $q^2\bar{q}^2$ -структуры  $a_0(980)$ - и  $f_0(980)$ -состояний и против их *P*-волновой  $q\bar{q}$ -структуры, отсутствие распадов  $J/\psi \rightarrow \gamma f_0(980)$ ,  $J/\psi \rightarrow a_0(980)\rho$ ,  $J/\psi \rightarrow f_0(980)\omega$  на фоне достаточно интенсивных распадов  $J/\psi \rightarrow \gamma f_2(1270)$  (или даже  $J/\psi \rightarrow \gamma f_2'(1525)$ ),  $J/\psi \rightarrow a_2(1320)\rho$ ,  $J/\psi \rightarrow f_2(1270)\omega$  с участием соответствующих классических *P*-волновых тензорных  $q\bar{q}$ -резонансов [36–38, 41].

# 3. Лёгкие скалярные мезоны в свете фотон-фотонных столкновений

#### 3.1. История исследований

Экспериментальные исследования лёгких скалярных мезонов в реакциях  $\gamma\gamma \to \pi^+\pi^-$ ,  $\gamma\gamma \to \pi^0\pi^0$  и  $\gamma\gamma \to \pi^0\eta$  на

Эксперименты	Заключения
Crystal Ball	Нет существенного сигнала от $f_0(980)$
CELLO	Намёк на f <sub>0</sub> (980)
JADE	Нет указаний на f <sub>0</sub> (980)
TASSO	Хорошая подгонка данных с PDG-параметрами
	для f <sub>2</sub> (1270) включает f <sub>0</sub> (980) (3 <i>σ</i> -эффект)
MARK II	Нет существенного сигнала от $f_0(980)$

**Таблица 1.** Первые заключения о рождении  $f_0(980)$  в  $\gamma\gamma \to \pi\pi$  (см. обзоры [176–178])

**Таблица 2.** Первые данные о ширине распада  $f_0(980) \rightarrow \gamma\gamma$  (см. обзоры [88, 176, 177, 179, 180, 184])

Эксперименты	${arGamma}_{ m f_0  o \gamma\gamma},$ кэ ${f B}$
TASSO	$(1,3\pm0,4\pm0,6)/B({ m f}_0 o\pi^+\pi^-)$
Crystal Ball	$< 0.8/B({ m f}_0  o \pi\pi)~(95~\%~{ m CL})$
JADE	< 0,8 (95 % CL)
Kolanoski (1988) [184]	$0,27\pm0,12$ (среднее значение)

ускорителях со встречными  $e^+e^-$ -пучками начались в 1980-е годы и продолжаются до сих пор. В первое десятилетие в них приняли участие рекордно большое число групп: DM1, DM1/2, PLUTO, TASSO, CELLO, JADE, Crystal Ball, MARK II, DELCO и TPC/2 $\gamma$ . Две из них, Crystal Ball и JADE, могли исследовать каналы  $\pi^0\pi^0$ и  $\pi^0\eta$ , остальные (а также JADE) — канал  $\pi^+\pi^-$ . Подробно познакомиться с вкладом этого интересного периода в физику скалярных мезонов можно по работам [48, 85, 86, 88, 101, 102, 176–197].

Самые первые результаты, касающиеся рождения  $f_0(980)$ -резонанса, собраны в табл. 1 и 2.

Естественно, что первые заключения носили качественный характер, а данные о ширине распада  $f_0(980) \rightarrow \gamma \gamma$  имели большие ошибки или представляли собой ограничения сверху. Отметим, в качестве ориентира, что результаты опытов TASSO и Crystal Ball, приведённые в табл. 2, основывались на интегральных светимостях, равных 9,24 и 21 пб<sup>-1</sup> соответственно.

Что касается  $a_0(980)$ -резонанса, то он наблюдался в реакции  $\gamma\gamma \rightarrow \pi^0\eta$  всего в трёх экспериментах. Группа Crystal Ball [189], накопив за два года интеграл светимости в 110 пб<sup>-1</sup> и отобрав при этом 336 событий, отвечающих реакции  $\gamma\gamma \rightarrow \pi^0\eta$  в области  $a_0(980)$ - и  $a_2(1320)$ -резонансов (рис. 5), опубликовала в 1986 г. следующий результат:

$$\Gamma_{a_0 \to \gamma \gamma} B(a_0 \to \pi^0 \eta) = (0.19 \pm 0.07^{+0.10}_{-0.07})$$
 кэВ,

где  $\Gamma_{a_0 \to \gamma\gamma}$  — ширина распада  $a_0(980) \to \gamma\gamma$ ,  $B(a_0 \to \pi^0 \eta)$  — относительная доля, или вероятность, распада  $a_0(980) \to \pi^0 \eta$ . Измеренное произведение  $\Gamma_{a_0 \to \gamma\gamma} B(a_0 \to \pi^0 \eta)$  характеризует интенсивность рождения  $a_0(980)$ -резонанса в канале  $\gamma\gamma \to a_0(980) \to \pi^0 \eta$ . (Предысторию этого результата см. в [179, 185, 186].) В 1990 г. к нему добавился результат, полученный группой JADE [96] (см. также [184]),  $\Gamma_{a_0 \to \gamma\gamma} B(a_0 \to \pi^0 \eta) =$   $= (0,28 \pm 0,04 \pm 0,10)$  кэВ, основанный на интегральной светимости 149 пб<sup>-1</sup> и 291 событии  $\gamma\gamma \to \pi^0 \eta$ . Данные Сгуstal Ball и JADE о распаде  $a_0(980) \to \gamma\gamma$  вызвали большой интерес (см., например, [102, 182–184, 187, 192, 195, 196, 198, 199]). Естественно, что в дальнейшем стала ощущаться потребность в статистически более обеспеченных данных. Однако до недавнего времени соответ-



**Рис. 5.** Сечение реакции  $\gamma\gamma \to \pi^0\eta$  как функция  $\sqrt{s}$  в области  $|\cos \theta| \leq 0.9; \sqrt{s}$  — инвариантная масса  $\pi^0\eta$ -системы,  $\theta$  — полярный угол вылета  $\pi^0$ -мезона в системе центра масс  $\gamma\gamma$ . (Данные Crystal Ball [189].)

ствующие опыты по реакции  $\gamma\gamma \rightarrow \pi^0\eta$  не проводились. Среднее значение для  $\Gamma_{a_0 \rightarrow \gamma\gamma} B(a_0 \rightarrow \pi^0\eta) = (0.24^{+0.8}_{-0.7})$  кэВ, найденное по результатам двух первых экспериментов, указывалось в обзорах PDG 18 лет подряд [10, 196]. Только в 2009 г. на В-фабрике в КЕК с помощью детектора Belle был проведён третий опыт по реакции  $\gamma\gamma \rightarrow \pi^0\eta$  [93] со статистикой, на три порядка превосходящей статистику опытов Crystal Ball и JADE. На этих данных Belle и их анализе мы подробно остановимся в разделе 5. Здесь лишь укажем полученную авторами эксперимента [93] оценку

$$\Gamma_{a_0 \to \gamma \gamma} B(a_0 \to \pi^0 \eta) = (0.128^{+0.003+0.502}_{-0.002-0.043})$$
 кэВ

и среднее значение

$$\langle \Gamma_{\mathrm{a}_0 
ightarrow \gamma \gamma} B(\mathrm{a}_0 
ightarrow \pi^0 \eta) 
angle = (0.21^{+0.8}_{-0.4})$$
 кэВ

из последнего обзора PDG [11].

Группа JADE одновременно с сечением  $\gamma\gamma \rightarrow \pi^0\eta$ измерила также сечение реакции  $\gamma \gamma \to \pi^0 \pi^0$  [96] и, имея в области  $f_0(980)$  (60 ± 8) событий (для сравнения, в области  $f_2(1270)$  имелось (2177 ± 47) событий), получила для ширины распада  $f_0 \rightarrow \gamma \gamma$  следующую оценку:  $\Gamma_{f_0 \rightarrow \gamma \gamma} = (0.42 \pm 0.06^{+0.08}_{-0.18})$  кэВ (что соответствует  $\Gamma_{f_0 \rightarrow \gamma \gamma} < 0.6$  кэВ с 95 % CL). Кроме того, в 1990 г. группа MARK II в эксперименте по реакции  $\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-$  с интегральной светимостью 209 пб<sup>-1</sup> [95] и группа Crystal Ball в 1990–1992 гг. в экспериментах по реакции  $\gamma\gamma \to \pi^0\pi^0$  с интегральными светимостями 97 пб<sup>-1</sup> [94] и 255 пб<sup>-1</sup> [98, 200] также получили близкие результаты для  $\Gamma_{f_0 \to \gamma\gamma}$ . Эти данные приведены в табл. 3, а рис. 6 иллюстрирует наблюдавшиеся MARK II и Crystal Ball проявления  $f_0(980)$ - и  $f_2(1270)$ -резонансов в сечениях реакций  $\gamma\gamma \rightarrow \pi\pi$ . Хотя статистическая значимость f<sub>0</sub>(980)-сигнала в сечениях и разрешения по инвариантной массе ππ оставляли желать лучшего, существование "плеча" в области f<sub>0</sub>(980)-резонанса в үү-столкновениях можно было считать установленным (см. рис. 6).

Эксперименты 1980-х – начала 1990-х годов показали, что двухфотонные ширины скалярных  $f_0(980)$ - и  $a_0(980)$ резонансов малы по сравнению с двухфотонными ширинами тензорных резонансов  $f_2(1270)$  и  $a_2(1320)$ , для которых были найдены значения  $\Gamma_{f_2 \rightarrow \gamma\gamma} \approx 2,6-3$  кэВ



было предсказано, что в случае четырёхкварковой структуры a<sub>0</sub>(980)- и f<sub>0</sub>(980)-мезонов интенсивности их рождения в фотон-фотонных столкновениях должны быть подавлены на порядок величины, по сравнению с таковыми в случае их двухкварковой структуры. В четырёхкварковой модели получена оценка [85, 86]

Как уже отмечалось, в начале 1980-х годов [85, 86]

$$\Gamma_{a_0 \to \gamma\gamma} \sim \Gamma_{f_0 \to \gamma\gamma} \sim 0.27 \text{ kbB},$$
(3)

которую поддержал эксперимент. Что касается qqмодели, то она предсказывала для состояний с  $J^{PC} = 0^{++}$  и 2<sup>++</sup>, принадлежащих одному *P*-волновому семейству,

$$\frac{\Gamma_{0^{++} \to \gamma\gamma}}{\Gamma_{2^{++} \to \gamma\gamma}} = \frac{15}{4} \times \text{поправки} \approx 1,3-5,5 \tag{4}$$

(см., например, [36, 94, 102, 187, 192, 195, 198, 199, 203-211]). Коэффициент 15/4 получен в нерелятивистской кварковой модели, согласно которой

$$\begin{split} \Gamma_{0^{++} \to \gamma\gamma} &= \frac{256}{3} \, \frac{\alpha^2 |R'(0)|^2}{M^4} \,, \\ \Gamma_{2^{++} \to \gamma\gamma} &= \frac{1024}{45} \, \frac{\alpha^2 |R'(0)|^2}{M^4} \,, \end{split}$$

где R'(0) — производная радиальной волновой функции *P*-волнового состояния с массой *M* в нуле.  $\Gamma_{2^{++} \to \gamma \gamma}$ отличается от  $\Gamma_{0^{++} \to \gamma \gamma}$  на произведение квадрата спинорбитального коэффициента Клебша-Гордана (1/2) и величины  $\sin^4 \vartheta$ , усреднённой по телесному углу (8/15) (подробности вывода см. в работе [205]). Отсюда следовало ожидать  $\varGamma_{f_0 \to \gamma\gamma} \geqslant 3{,}4$ кэ В <br/>и $\varGamma_{a_0 \to \gamma\gamma} \geqslant 1{,}3$ кэ В.

Остановимся также на предсказаниях молекулярной модели, в которой a<sub>0</sub>(980)- и f<sub>0</sub>(980)-мезоны являются связанными состояниями КК-системы [212, 213]. Как и в  $q^2 \bar{q}^2$ -модели, в молекулярной модели объясняется вырождение состояний по массе, их сильная связь с КК-каналом и нет проблем с малыми величинами отношений  $B[J/\psi \rightarrow a_0(980)\rho]/B[J/\psi \rightarrow a_2(1320)\rho]$ и  $B[J/\psi \to f_0(980)\omega]/B[J/\psi \to f_2(1270)\omega]$  (подробности см. в [36, 38]). Однако предсказания этой модели для двухфотонных ширин [187, 198],

$$\Gamma_{a_0(K\bar{K})\to\gamma\gamma} = \Gamma_{f_0(K\bar{K})\to\gamma\gamma} \approx 0.6 \text{ k} \Im B, \qquad (5)$$

в пределах двух стандартных отклонений противоречат экспериментальным данным из табл. 3. Кроме того, адронные ширины КК-молекул должны быть меньше (строго говоря, много меньше) энергии связи  $\epsilon \approx$  $\approx 10$  МэВ. Однако современные данные [11] противоречат этому:  $\Gamma_{a_0} \sim (50 - 100)$  МэВ и  $\Gamma_{f_0} \sim (40 - 100)$  МэВ. Модель КК-молекул предсказывает также [157, 162]  $B[\phi \to \gamma a_0(980)] pprox B[\phi \to \gamma f_0(980)] \sim 10^{-5},$  что противоречит опыту [11]. Кроме того, недавно [214, 215] было показано, что модель каонной петли, получившая подтверждение в эксперименте, описывает рождение компактного состояния, а не рыхлой молекулы. Наконец, эксперименты по рождению a<sub>0</sub>(980)- и f<sub>0</sub>(980)-мезонов в реакциях  $\pi^- p \to \pi^0 \eta n$  и  $\pi^- p \to \pi^0 \pi^0 n ~[216\!-\!220]$  в широкой области квадрата переданного 4-импульса, 0 < -t < 1 ГэВ<sup>2</sup>, показывают, что эти состояния являются компактными, например, как двухкварковые

**Таблица 3.** Данные 1990–1992 гг. о ширине распада  $f_0(980) \rightarrow \gamma \gamma$ (см. текст)

Эксперименты

Crystal Ball (1990)

MARK II (1990)

JADE (1990)

Karch (1991)

Bienlein (1992)

 $\Gamma_{f_0 \to \gamma \gamma},$  кэВ

 $0,\!31\pm0,\!14\pm0,\!09$ 

 $0,\!29\pm0,\!07\pm0,\!12$ 

 $0,20 \pm 0,07 \pm 0,04$ 

 $0,\!42\pm0,\!06^{+0,08}_{-0,18}$ 

 $0.25 \pm 0.10$ 

	$\leq 0.31 (90 \% \text{ CL})$	
		•
[94-97] (см. также [10, 11]) п	и $\Gamma_{\mathrm{a_2}  ightarrow \gamma \gamma} pprox 1$ кэВ [96, 1	189] (см.
также [10, 11]). Этот факт	свидетельствовал в	пользу
четырёхкварковой природы	í f <sub>0</sub> (980)- и a <sub>0</sub> (980)-со	стояний
[94, 96, 182-184, 187, 189, 19	2, 195, 196, 199, 201, 2	202].



350



**Рис. 7.** (а) Высокостатистические данные Belle по сечению реакции  $\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-$  при  $|\cos\theta| \le 0.6$  [91]. На рисунке б выделена область  $f_0(980)$ -пика. Показаны только статистические ошибки; их относительные величины составляют приблизительно 0.5-1.5 %. Шаг по  $\sqrt{s}$  равен 5 МэВ (экспериментальное разрешение по инвариантной массе  $\approx 2$  МэВ).

мезоны р,  $\omega$ ,  $a_2(1320)$ ,  $f_2(1270)$  и др., а не рыхлыми K $\bar{K}$ молекулярными состояниями с формфакторами, обусловленными волновыми функциями. Эти эксперименты не оставляют шансов модели K $\bar{K}$ -молекул<sup>7</sup>. Что касается четырёхкварковых состояний, то они являются такими же компактными, как и двухкварковые. (Дополнительный аргумент против молекулярной модели для  $a_0(980)$ резонанса указан в разделе 5.)

Particle Data Group стала приводить информацию о средней величине  $\Gamma_{f_0 \to \gamma \gamma}$  в своих обзорах начиная с 1992 г. Отметим, что с 1992 г. по 2006 г. новых экспериментальных данных о  $\Gamma_{f_0 \to \gamma \gamma}$  не появлялось, но среднее значение  $\Gamma_{f_0 \to \gamma\gamma}$ , приводимое PDG, в этот период заметно эволюционировало. Если исходить из данных, представленных в табл. 3, то среднее текущее значение  $\Gamma_{f_0 \to \gamma\gamma}$  равнялось бы (0,26 ± 0,08) кэВ. В 1992 г. РDG [196], комбинируя результат JADE (1990 г.) [96] (см. табл. 3) с величиной  $\Gamma_{\rm f_0 \to \gamma\gamma} = (0,63 \pm 0,14)$  кэВ, которая была найдена [208] Морганом и Пеннингтоном (1990 г.) в результате теоретического анализа данных MARK II (1990 г.) [95] и Crystal Ball (1990 г.) [94], получила среднее значение  $\Gamma_{f_0 \to \gamma \gamma} =$  $= (0,56 \pm 0,11)$  кэВ. В 1999 г. Боглионэ и Пеннингтон [222] провели новый теоретический анализ ситуации и получили  $\Gamma_{f_0 \to \gamma\gamma} = (0, 28^{+0.09}_{-0.13})$  кэВ, т.е. примерно в два раза меньшую величину (см. также [223]). Particle Data Group отметила, что результат Боглионэ и Пеннингтона (1999 г.) заменяет прежний результат Моргана и Пеннингтона (1990 г.), но оставила их оба в комбинации с результатом JADE (1990 г.) для определения среднего значения ширины распада  $f_0 \rightarrow \gamma \gamma$ . Таким образом в обзоре PDG 2000 г. появилось значение  $\Gamma_{f_0 \to \gamma\gamma} = (0, 39^{+0,10}_{-0,13})$  кэВ [224].

В 2003 г. были доложены предварительные данные Belle по реакции  $\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-$  с беспрецедентно высокой статистикой, содержащие чёткий сигнал от f<sub>0</sub>(980)-резонанса [89], а в 2005 г. появился первый отклик на них [105]. Стало ясно, что  $\Gamma_{f_0 \rightarrow \gamma\gamma}$  не будет большой. В 2006 г. PDG исключила из своей выборки результат Моргана и Пеннингтона ( $\Gamma_{f_0 \to \gamma\gamma} = (0,63 \pm 0,14)$  кэВ) и, основываясь только на данных JADE (1990 г.) и результате Боглионэ и Пеннингтона (1999 г.), получила новый ориентир:  $\Gamma_{f_0 \to \gamma\gamma} = (0,31^{+0,08}_{-0,11})$  кэВ [225]. О том, что произошло далее со средним значением  $\Gamma_{f_0 \to \gamma\gamma}$  и что может с ним ещё произойти, мы расскажем в разделах 3.2, 3.4.

#### 3.2. Современные экспериментальные результаты

В 2007 г. коллаборация Belle представила данные по сечению реакции  $\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-$  в области инвариантной массы  $\pi^+\pi^-$ ,  $\sqrt{s}$ , от 0,8 до 1,5 ГэВ, основанные на интегральной светимости в 85,9 фб<sup>-1</sup> [90, 91]. Эти данные приведены на рис. 7. Благодаря огромной статистике и хорошему энергетическому разрешению в опыте Belle впервые был обнаружен чёткий сигнал от f<sub>0</sub>(980)резонанса. Величина сигнала оказалась небольшой, что находится в хорошем качественном согласии с предсказанием четырёхкварковой модели [85, 86]. Видимая высота f<sub>0</sub>(980)-пика составила всего около 15 нб над плавным фоном порядка 100 нб, а его видимая (эффективная) ширина оказалась равной примерно 30–35 МэВ (см. рис. 7).

Затем коллаборация Belle представила основанные на интегральной светимости в 95 фб<sup>-1</sup> данные по сечению реакции  $\gamma\gamma \rightarrow \pi^0\pi^0$ , относящиеся в основном к интервалу энергии в системе центра масс,  $\sqrt{s}$ , от 0,6 до 1,6 ГэВ [92] (см. также [226–228]). Здесь также впервые был обнаружен отчётливый пик, соответствующий  $f_0(980)$ -резонансу. Отметим, что фоновые условия для проявления  $f_0(980)$  в канале  $\gamma\gamma \rightarrow \pi^0\pi^0$  являются более благоприятными, чем в  $\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-$ .

Общую картину данных по сечениям  $\pi^+\pi^-$ - и  $\pi^0\pi^0$ рождения в  $\gamma\gamma$ -столкновениях в области  $\sqrt{s}$  от  $\pi\pi$ -порога до 1,5 ГэВ, сложившуюся после опытов Belle, иллюстрирует рис. 8. Его следует сравнить с рис. 6, который иллюстрирует предшествующее положение дел.

Современные сведения о  $\Gamma_{f_0 \to \gamma\gamma}$  представлены в табл. 4. Коллаборация Belle определила значения  $\Gamma_{f_0 \to \gamma\gamma}$  (см. табл. 4) в результате подгонок массовых распределений (рис. 76 и 86), в которых учитывались вклады  $f_0(980)$ -и  $f_2(1270)$ -резонансов, а также плавные нерезонансные фоновые вклады. Последние играют важную роль в подгонках, но из-за модельных неопределённостей

<sup>&</sup>lt;sup>7</sup> Недавно в [221] было рассмотрено К $\bar{K}$ -образование неизвестной природы с релятивистским средним квадратом евклидового импульса  $\langle k^2 \rangle \approx 2 \ \Gamma 3B^2$ , которое было названо "К $\bar{K}$ -молекулой". Такое свободное использование термина молекула может ввести в заблуждение читателей, рассматривающих молекулы как протяжённые нерелятивистские, слабо связанные системы.



**Prc. 8.** (a) Данные Mark II [94] и CELLO [97] при  $\sqrt{s} \le 0.85$  ГэВ и данные Belle [91] при  $0.8 \le \sqrt{s} \le 1.5$  ГэВ по сечению реакции  $\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-$ . (б) Данные Crystal Ball [95] при  $\sqrt{s} < 0.8$  ГэВ и Belle [92] при  $0.8 \le \sqrt{s} \le 1.5$  ГэВ по сечению реакции  $\gamma\gamma \rightarrow \pi^0\pi^0$ . На рисунке а при  $\sqrt{s} > 0.85$  ГэВ и ha puc. б при  $\sqrt{s} > 0.8$  ГэВ показаны только данные Belle, для того чтобы яснее были видны обнаруженные малые сигналы от f<sub>0</sub>(980)резонанса. Теоретические кривые на рис. а показывают сечения процесса  $\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-$  (при | cos  $\theta$ |  $\le 0.6$ ) — полное интегральное сечение  $\sigma^{\text{Born}} = \sigma_0^{\text{Born}} + \sigma_2^{\text{Born}}$  и интегральные сечения  $\sigma_{\lambda}^{\text{Born}}$  со спиральностью  $\lambda = 0$  и 2, — соответствующие борновскому механизму элементарного однопионного обмена.

Таблица 4.	Современные данные о ширине	распада f <sub>0</sub> (980)	$) \rightarrow \gamma \gamma$
------------	-----------------------------	------------------------------	-------------------------------

Эксперименты	${\varGamma}_{\mathrm{f}_{0} ightarrow\gamma\gamma},$ кэ $\mathrm{B}$
$\gamma \gamma \rightarrow \pi^+ \pi^-$ , Belle (2007 г.) [90] $\gamma \gamma \rightarrow \pi^0 \pi^0$ , Belle (2008 г.) [92]	$\begin{array}{c} 0,\!205^{+0,095+0,147}_{-0,083-0,117} \\ 0,\!286\pm0,\!017^{+0,211}_{-0,070} \end{array}$
PDG [10, 11], среднее значение	$0,\!29^{+0,07}_{-0,06}$

являются одновременно и источниками больших ошибок в  $\Gamma_{f_0 \to \gamma\gamma}$  (см. подробности в [90–92]).

#### 3.3. Динамика реакций γγ → ππ: борновские вклады и угловые распределения

Для того чтобы объяснить величины наблюдаемых на опыте сечений, на рис. 8а в качестве ориентира приведены кривые, соответствующие чисто борновскому сечению процесса  $\gamma \gamma \rightarrow \pi^+ \pi^-$ ,  $\sigma^{\text{Born}} = \sigma_0^{\text{Born}} + \sigma_2^{\text{Born}}$ , и составляющим его сечениям  $\sigma_{1}^{\text{Born}}$ , отвечающим абсолютной величине разности спиральностей начальных фотонов  $\lambda = 0$  и 2. Эти сечения обусловлены механизмом элементарного заряженного однопионного обмена (рис. 9). В силу теоремы  $Лoy^8$  и киральной симметрии<sup>9</sup>, борновские вклады должны доминировать в околопороговой области реакции  $\gamma \gamma \to \pi^+ \pi^-$ . Как видно из рис. 8а, это ожидание не противоречит полученным вблизи порога данным, имеющим, правда, пока весьма большие ошибки. Кроме того, во всей резонансной области, включая область  $f_2(1270)$ , борновские вклады можно рассматривать в качестве разумной аппроксимации фоновых (нерезонансных) вкладов в амплитуды  $\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-$ . Борновские электромагнитные вклады служат также основой для построения амплитуд, включающих в себя сильные взаимодействия в конечном



**Рис. 9.** Борновские диаграммы процесса  $\gamma \gamma \rightarrow \pi^+ \pi^-$ .

состоянии (см., например, [9, 105, 181, 190, 193, 194, 232-239]).

Борновские вклады обладают следующими особенностями. Во-первых,  $\sigma^{\text{Born}}$  имеет максимум при  $\sqrt{s} \approx 0,3$  ГэВ, в котором  $\sigma^{\text{Born}} \approx \sigma_0^{\text{Born}}$ , однако  $\sigma_0^{\text{Born}}$  с возрастанием  $\sqrt{s}$  быстро "вымирает", так что при  $\sqrt{s} > 0,5$  ГэВ в  $\sigma^{\text{Born}}$  уже полностью доминирует вклад  $\sigma_2^{\text{Born}}$  (рис. 8а). Во-вторых, хотя  $\sigma_2^{\text{Born}}$  приблизительно на 80 % определяется амплитудой *D*-волны, интерференция с ней вкладов высших парциальных волн в дифференциальном сечении  $d\sigma^{\text{Born}}(\gamma\gamma \to \pi^+\pi^-)/d|\cos\theta|$  является значительной (рис. 10). Интерференция, деструктивная в первой половине экспериментально доступного интервала  $|\cos\theta| \leq 0,6$  и конструктивная во второй, выполаживает распределение по  $|\cos\theta|$  в этом интервале, причём выполаживание увеличивается с возрастанием  $\sqrt{s}$  (рис. 10а).

Так как первый резонанс с  $I^{G}(J^{PC}) = 0^{+}(4^{++})$  имеет массу около 2 ГэВ [10, 11], то, казалось бы, при  $\sqrt{s} \leq 1,5$  ГэВ должны доминировать вклады только *S*- и *D*-волн и дифференциальное сечение процесса  $\gamma\gamma \rightarrow \pi^{+}\pi^{-}$  можно представить в виде [91]

$$\frac{\mathrm{d}\sigma(\gamma\gamma \to \pi^+\pi^-)}{\mathrm{d}\Omega} = |S + D_0 Y_2^0|^2 + |D_2 Y_2^2|^2, \qquad (6)$$

где *S*, *D*<sub>0</sub> и *D*<sub>2</sub> — амплитуды *S*-волны и *D*<sub> $\lambda$ </sub>-волн со спиральностью  $\lambda = 0$  и 2,  $Y_J^m$  — обычные сферические гармоники<sup>10</sup>. Однако приведённое выше обсуждение

<sup>&</sup>lt;sup>8</sup> Согласно теореме Лоу [229–231] борновские вклады дают точную физическую амплитуду кроссинг-реакции  $\gamma \pi^{\pm} \rightarrow \gamma \pi^{\pm}$  вблизи её порога.

<sup>&</sup>lt;sup>9</sup> Киральная симметрия обеспечивает малость ππ-взаимодействия при низких энергиях.

<sup>&</sup>lt;sup>10</sup> Выражение (6) соответствует имевшей место во всех упомянутых экспериментах ситуации "untagged", при которой зависимость от азимутального угла вылета пиона  $\varphi$  не измеряется.



**Рис. 10.** Борновское дифференциальное сечение  $\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-$  и его компоненты для различных значений  $\sqrt{s}$ . Вертикальными прямыми  $|\cos \theta| = 0.6$  отмечена верхняя граница области, доступной для измерений.



**Рис. 11.** Данные Belle по угловым распределениям для γγ → π<sup>0</sup>π<sup>0</sup> [92]. Сплошными кривыми представлена их аппроксимация. Вертикальными прямыми |соs θ| = 0,8 отмечена верхняя граница области, доступной для измерений.

показывает, что плавный фон в сечении  $\gamma\gamma \to \pi^+\pi^-$ , благодаря механизму однопионного обмена, содержит высшие парциальные волны, но при этом может имитировать в области  $|\cos \theta| \leq 0.6$  большой *S*-волновой вклад.

В канале  $\gamma \gamma \to \pi^0 \pi^0$  вклад однопионного обмена отсутствует и представление сечения этой реакции при  $\sqrt{s} \leq 1,5$  ГэВ в виде аналогичном (6),

$$\frac{\mathrm{d}\sigma(\gamma\gamma \to \pi^0 \pi^0)}{\mathrm{d}\Omega} = |\tilde{S} + \tilde{D}_0 Y_2^0|^2 + |\tilde{D}_2 Y_2^2|^2, \qquad (7)$$

где  $\tilde{S}$ ,  $\tilde{D}_0$  и  $\tilde{D}_2$  — соответствующие амплитуды S-волны и  $D_{\lambda}$ -волн со спиральностью  $\lambda = 0$  и 2, является хорошим приближением. Однако парциально-волновой анализ событий  $\gamma\gamma \to \pi^0\pi^0$  на основе выражения (7) не лишён трудностей. Дело в том, что между сферическими гармониками существует соотношение  $\sqrt{6} |Y_2^2| = \sqrt{5} Y_0^0 - Y_2^0$ , которое не позволяет разделить парциальные волны, если имеются данные только о дифференциальном сечении [91, 92, 96]. Используя это соотношение, вклад амплитуды со спиральностью 2 всегда можно представить в виде комбинации вкладов амплитуд со спиральностью 0. Поэтому для их разделения необходимы дополнительные предположения, например о доминантности рождения f<sub>2</sub>(1270)-резонанса в волне с  $\lambda = 2$  [209, 240–242]. Наблюдаемые угловые распределения

хорошо согласуются с этим ожиданием, что обычно и служит руководством для их соответствующей интерпретации.

Формально сечение  $d\sigma(\gamma\gamma \to \pi^0\pi^0)/d\Omega$  в (7) является полиномом второй степени по  $z = \cos^2 \theta$ , который может быть выражен через свои корни<sup>11</sup>  $z_1$  и  $z_1^*$ ,

$$\frac{\mathrm{d}\sigma(\gamma\gamma \to \pi^0\pi^0)}{\mathrm{d}\Omega} = C(z-z_1)(z-z_1^*)\,,\tag{8}$$

где C — действительная константа. Таким образом из подгонки данных по дифференциальному сечению можно определить только три независимых параметра: C, Re  $z_1$  — и с точностью до знака Im  $z_1$ , а не четыре:  $|\tilde{S}|$ ,  $|\tilde{D}_0|$ ,  $|\tilde{D}_2|$  и соз  $\delta$ , как хотелось бы (здесь  $\delta$  — относительная фаза амплитуд  $\tilde{S}$  и  $\tilde{D}_0$ ).

На рисунке 11 приведены данные Belle по угловым распределениям в  $\gamma\gamma \rightarrow \pi^0\pi^0$  при трёх значениях  $\sqrt{s}$ . Все они очень хорошо описываются простым двухпараметрическим выражением  $|a|^2 + |b Y_2^2|^2$  [107]. Поэтому фактически можно считать, что сечение  $\gamma\gamma \rightarrow \pi^0\pi^0$  при  $\sqrt{s} < 1,5$  ГэВ насыщается вкладами только  $\tilde{S}$ - и  $\tilde{D}_2$ -парциальных волн.

<sup>&</sup>lt;sup>11</sup> Такая процедура, как известно, лежит в основе метода нахождения всех возможных решений при проведении парциально-волнового анализа (см. в связи с этим [120, 218–220, 243–245]).

#### 3.4. Механизмы рождения скалярных резонансов

Предчувствие новых данных с детектора Belle и их появление вызвали прилив теоретических работ, в которых различными методами исследуется динамика рождения резонансов  $f_0(980)$ ,  $\sigma(600)$  и  $a_0(980)$  в процессах  $\gamma\gamma \rightarrow \pi\pi$  и  $\gamma\gamma \rightarrow \pi^0\eta$  и обсуждается природа этих состояний [9, 45, 46, 65, 73, 77, 78, 105–109, 211, 239, 246–258].

Основное физическое утверждение, которое можно сделать на основе проведённого анализа механизмов рождения лёгких скаляров в үү-столкновениях, состоит, кратко, в следующем [45].

Классические *P*-волновые тензорные qq̄-мезоны  $f_2(1270)$ ,  $a_2(1320)$  и  $f_2'(1525)$  рождаются в  $\gamma\gamma$ -столкновениях в основном за счёт прямых переходов  $\gamma\gamma \rightarrow q\bar{q}$ , в то время как лёгкие скалярные мезоны  $\sigma(600)$ ,  $f_0(980)$  и  $a_0(980)$  рождаются главным образом в результате перерассяний  $\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^- \rightarrow \sigma$ ,  $\gamma\gamma \rightarrow K^+K^- \rightarrow f_0$ ,  $\gamma\gamma \rightarrow (K^+K^-, \pi^0\eta) \rightarrow a_0$  и т.п., т.е. благодаря четырёхкварковым переходам. Прямые переходы  $\gamma\gamma \rightarrow \sigma$ ,  $\gamma\gamma \rightarrow f_0$  и  $\gamma\gamma \rightarrow a_0$  сильно подавлены, в согласии с четырёхкварковой моделью.

Это утверждение привносит новый плодотворный взгляд на динамику реакций  $\gamma\gamma \rightarrow \pi\pi$  и  $\gamma\gamma \rightarrow \pi^0\eta$  при низких энергиях. Обсудим его более подробно.

Напомним сначала простейшие представления о взаимодействиях С-чётных мезонов с фотонами, основывающиеся на кварковой модели [11, 88, 183, 184]. Связь  $\gamma\gamma$ -системы с классическими qq̄-состояниями, к которым относятся легчайшие прсевдоскалярные ( $J^{PC} = 0^{-+}$ ) и тензорные ( $2^{++}$ ) мезоны, пропорциональна четвёртой степени зарядов составляющих их кварков.

В действительности только вероятность рождения  $\pi^0$ -мезона в  $\gamma\gamma$ -столкновениях (или ширина распада  $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$ ) рассчитывается чисто из первых принципов [259–262].  $\Gamma_{\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma}$  полностью определяется аксиальной аномалией Адлера – Белла – Джакива, и здесь теория — КХД — прекрасно согласуется с экспериментом [263, 264]. Соотношения между ширинами распадов  $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$ ,  $\eta \rightarrow \gamma\gamma$  и  $\eta' \rightarrow \gamma\gamma$  получаются в  $q\bar{q}$ -модели с учётом эффектов смешивания и нарушения SU(3)-симметрии [183, 262, 265].

Что касается тензорных мезонов, то в случае идеального смешивания, т.е. если  $f_2 = (u\bar{u} + d\bar{d})/\sqrt{2}$  и  $f_2' = s\bar{s}$ , кварковая модель предсказывает следующие отношения для квадратов констант связи:

$$g_{f_2\gamma\gamma}^2: g_{a_2\gamma\gamma}^2: g_{f_2\gamma\gamma}^2 = 25:9:2.$$
 (9)

Хотя абсолютные значения ширин двухфотонных распадов лёгких тензорных мезонов не могут быть получены из первых принципов [88, 183, 192, 203, 206, 266-268], как в случае псевдоскаляров, предсказание qq-модели (9) лежит в основе реально используемых соотношений между ширинами распадов  $f_2(1270) \rightarrow \gamma\gamma$ ,  $a_2(1320) \rightarrow \gamma\gamma$ и  $f'_{2}(1525) \rightarrow \gamma \gamma$ , в которых учитываются отклонения от идеального смешивания и эффекты нарушения SU(3)-симметрии [11, 88, 183, 191, 269, 270]. Грубо говоря, ситуация для лёгких тензорных мезонов в целом следует предсказанию qq-модели (9). Между прочим, это означает, что вклады в  $g_{f_2\gamma\gamma}^2$ ,  $g_{a_2\gamma\gamma}^2$  и  $g_{f_2'\gamma\gamma}^2$ , учитывающие конечность ширин распадов резонансов f<sub>2</sub>(1270), a<sub>2</sub>(1320) и f<sub>2</sub>'(1525), т.е. вклады перерассеяний типа  $f_2(1270) \rightarrow \pi^+\pi^- \rightarrow \gamma\gamma$  и т.п., малы по сравнению с вкладами прямых аннигиляционных переходов  $q\bar{q}(2^{++}) \rightarrow \gamma\gamma$ .

Наблюдаемая малость двухфотонных ширин скалярных а<sub>0</sub>(980)- и f<sub>0</sub>(980)-мезонов, по сравнению с двухфотонными ширинами тензорных мезонов, и, следовательно, невыполнение предсказываемого qq-моделью соотношения (4) между ширинами прямых переходов  $0^{++}$  и  $2^{++} \rightarrow \gamma \gamma$ , говорит в пользу того, что  $a_0(980)$  и f<sub>0</sub>(980) не являются связанными состояниями кварка и антикварка. Если qq-компонента отсутствует в волновых функциях лёгких скаляров, а в их q<sup>2</sup>q<sup>2</sup>-компоненте практически нет пар белых, нейтральных, векторных мезонов (что действительно так, например, в MIT-bagмодели [85, 86]), то распады  $\sigma(600) \rightarrow \gamma\gamma$ ,  $f_0(980) \rightarrow \gamma\gamma$  и a<sub>0</sub>(980) → γγ должны представлять собой четырёхкварковые переходы, обусловленные механизмами перерассеяний  $\sigma(600) \rightarrow \pi^+\pi^- \rightarrow \gamma\gamma, f_0(980) \rightarrow K^+K^- \rightarrow \gamma\gamma,$  $a_0(980) 
ightarrow (K^+K^-, \pi^0\eta) 
ightarrow \gamma\gamma$ . Первое указание на такой сценарий было получено ещё в 1988 г. из анализа данных Crystal Ball [189] по рождению а<sub>0</sub>(980)-резонанса в реакции  $\gamma\gamma \rightarrow \pi^0\eta$  [102] (см. также обсуждение механизмов реакций  $\gamma \gamma \rightarrow K\bar{K}$  [103, 104]). Через 15 лет появились предварительные высокостатистические данные Belle [89] о f<sub>0</sub>(980)-резонансе в реакции  $\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-$ , что подтолкнуло нас к выяснению той роли, которую могут играть, теперь уже в рождении  $f_0(980)$ , механизмы перерассеяний, в частности механизм  $\gamma\gamma \rightarrow K^+K^- \rightarrow$  $\rightarrow$  f<sub>0</sub>(980)  $\rightarrow \pi^+\pi^-$ . В результате было показано [105], что именно этот механизм является очень важным, если не определяющим, так как он задаёт совершенно естественный и разумный масштаб проявления f<sub>0</sub>(980)-резонанса в сечениях  $\gamma \gamma \rightarrow \pi^+ \pi^-$  и  $\gamma \gamma \rightarrow \pi^0 \pi^0$ .

Затем в рамках SU(2)<sub>L</sub> × SU(2)<sub>R</sub> для линейной  $\sigma$ -модели было показано, что, по крайней мере в области энергий (виртуальностей)  $\sigma$ -резонанса, поле  $\sigma$  описывается своей четырёхкварковой компонентой и что распад  $\sigma(600)$ -мезона в  $\gamma\gamma$  является четырёхкварковым переходом,  $\sigma(600) \rightarrow \pi^+\pi^- \rightarrow \gamma\gamma$  [9]. При этом было подчёркнуто, что вклад  $\sigma$ -мезона в амплитудах  $\gamma\gamma \rightarrow \pi\pi$ экранируется благодаря его сильной деструктивной интерференции с фоновыми вкладами<sup>12</sup>, как и в амплитудах  $\pi\pi \rightarrow \pi\pi$ . То есть за счёт механизма перерассеяния  $\sigma$ -мезон рождается в  $\gamma\gamma$ -столкновениях всегда в сопровождении большого кирального фона:  $\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^- \rightarrow$  $\rightarrow (\sigma + \phi o h) \rightarrow \pi\pi$ . В результате сечение  $\gamma\gamma \rightarrow \pi^0\pi^0$  в области  $\sigma$ -резонанса оказывается малым,  $\approx (5-10)$  нб (рис. 86, см. подробности в разделе 4).

Отмеченные выше соображения о динамике рождения резонансов  $\sigma(600)$ ,  $f_0(980)$  и  $f_2(1270)$  получили дальнейшее развитие при совместном анализе [106, 107] окончательных высокостатистических данных Belle по реакциям  $\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-$  и  $\gamma\gamma \rightarrow \pi^0\pi^0$ , к обсуждению которого мы и переходим.

# 4. Анализ высокостатистических данных Belle по реакциям $\gamma\gamma \to \pi^+\pi^-$ и $\gamma\gamma \to \pi^0\pi^0$ . Проявления $\sigma$ (600)- и f<sub>0</sub>(980)-резонансов

В интересующей нас области  $\sqrt{s} < 1,5$  ГэВ в борновских сечениях  $\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^- \sigma_0^{\text{Вогл}}$  и  $\sigma_2^{\text{Вогл}}$  главными являются вклады S- и  $D_2$ -парциальных волн соответственно. Поскольку  $\pi\pi$ -взаимодействие при  $\sqrt{s} < 1,5$  ГэВ велико

 $<sup>^{12}</sup>$  Как отмечалось во введении, наличие большого фона, экранирующего σ-резонанс в  $\pi\pi\to\pi\pi$ , является следствием киральной симметрии.

только в *S*- и *D*-волнах, то именно эти борновские вклады в  $\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-$  существенно модифицируются сильным взаимодействием в конечном состоянии<sup>13</sup>. Кроме того, по крайней мере в области f<sub>0</sub>(980)-резонанса, важную роль в  $\gamma\gamma \rightarrow \pi\pi$  играет вклад неупругого перерассеяния  $\gamma\gamma \rightarrow K^+K^- \rightarrow \pi\pi$  (впервые на этот процесс было обращено внимание в работах [85, 86]).

Итак, для анализа данных мы воспользуемся моделью для спиральных,  $M_{\lambda}$ , и парциальных,  $M_{\lambda J}$ , амплитуд  $\gamma\gamma \rightarrow \pi\pi$ , в которой учитываются электромагнитные борновские вклады, соответствующие заряженным  $\pi$ - и К-обменам, модифицированным в *S*- и *D*<sub>2</sub>-волнах сильными взаимодействиями в конечном состоянии, а также вклады, обусловленные прямыми взаимодействиями резонансов с фотонами (см. также [9, 102–107, 164, 181, 247, 249, 253]),

$$M_{0}(\gamma\gamma \to \pi^{+}\pi^{-}; s, \theta) = M_{0}^{\text{Born}\,\pi^{+}}(s, \theta) + \\ + \tilde{I}_{\pi^{+}\pi^{-}}^{\pi^{+}}(s) T_{\pi^{+}\pi^{-}\to\pi^{+}\pi^{-}}(s) + \\ + \tilde{I}_{K^{+}K^{-}}^{K^{+}}(s) T_{K^{+}K^{-}\to\pi^{+}\pi^{-}}(s) + M_{\text{res}}^{\text{direct}}(s) , \qquad (10)$$

$$M_{2}(\gamma\gamma \to \pi^{+}\pi^{-}; s, \theta) = M_{2}^{\operatorname{Born}\pi^{+}}(s, \theta) + + 80\pi d_{20}^{2}(\theta) M_{\gamma\gamma \to f_{2}(1270) \to \pi^{+}\pi^{-}}(s) , \qquad (11)$$

$$\begin{split} M_{0}(\gamma\gamma \to \pi^{0}\pi^{0}; s, \theta) &= M_{00}(\gamma\gamma \to \pi^{0}\pi^{0}; s) = \\ &= \tilde{I}_{\pi^{+}\pi^{-}}^{\pi^{+}}(s) \ T_{\pi^{+}\pi^{-} \to \pi^{0}\pi^{0}}(s) + \\ &+ \tilde{I}_{K^{+}K^{-}}^{K^{+}}(s) \ T_{K^{+}K^{-} \to \pi^{0}\pi^{0}}(s) + M_{\text{res}}^{\text{direct}}(s) \,, \end{split}$$
(12)

$$M_{2}(\gamma\gamma \to \pi^{0}\pi^{0}; s, \theta) = 5d_{20}^{2}(\theta)M_{22}(\gamma\gamma \to \pi^{0}\pi^{0}; s) =$$
  
=  $80\pi d_{20}^{2}(\theta)M_{\gamma\gamma \to f_{2}(1270) \to \pi^{0}\pi^{0}}(s)$ , (13)

где  $d_{20}^2(\theta) = (\sqrt{6}/4) \sin^2 \theta$ . Наглядные графические представления для выписанных амплитуд приведены на рис. 9, 12–14. Первые слагаемые в правых частях выражений (10) и (11) — это борновские спиральные амплитуды  $\gamma\gamma \to \pi^+\pi^-$ , соответствующие механизму элементарного однопионного обмена (см. рис. 9). Их явный вид приведён в приложении П1. Слагаемые в (10) и (12), в которые входят *S*-волновые амплитуды адрон-



**Рис. 12.** Диаграммы, соответствующие спиральным амплитудам (10) и (11) для реакции  $\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-$ .



**Рис. 13.** Диаграммы, соответствующие спиральным амплитудам (12) и (13) для реакции  $\gamma\gamma \to \pi^0 \pi^0$ .



**Рис. 14.** Борновские диаграммы процесса  $\gamma \gamma \rightarrow K^+K^-$ .

ных реакций,

$$\begin{split} T_{\pi^+\pi^- \to \pi^+\pi^-}(s) &= \frac{2T_0^0(s) + T_0^2(s)}{3} , \\ T_{\pi^+\pi^- \to \pi^0\pi^0}(s) &= \frac{2[T_0^0(s) - T_0^2(s)]}{3} , \\ T_{\mathbf{K}^+\mathbf{K}^- \to \pi^+\pi^-}(s) &= T_{\mathbf{K}^+\mathbf{K}^- \to \pi^0\pi^0}(s) , \end{split}$$

учитывают сильные взаимодействия в конечном состоянии. Выражения (10) и (12) подразумевают, что амплитуды  $T_{\pi^+\pi^-\to\pi\pi}(s)$  и  $T_{K^+K^-\to\pi\pi}(s)$  в петлях перерассеяний  $\gamma\gamma \to \pi^+\pi^- \to \pi\pi$  и  $\gamma\gamma \to K^+K^- \to \pi\pi$  (см. рис. 12 и 13) лежат на массовой поверхности. При этом функции  $\tilde{I}_{\pi^+\pi^-}^{\pi^+\pi^-}(s)$  и  $\tilde{I}_{K^+K^-}^{K^+}(s)$  представляют собой амплитуды треугольных петлевых диаграмм, описывающие переходы  $\gamma\gamma \to \pi^+\pi^- \to (скалярное состояние с массой, равной <math>\sqrt{s}$ ) и  $\gamma\gamma \to K^+K^- \to (скалярное состояние с массой, равной <math>\sqrt{s}$ ) и  $\gamma\gamma \to K^+K^- \to (скалярное состояние с массой, равной <math>\sqrt{s}$ ), в которых  $\pi^+\pi^-$ - и  $K^+K^-$ -пары порождаются электромагнитными борновскими источниками (см.

 $<sup>^{13}</sup>$  На опыте надёжно установлено, что в сечениях <br/>  $\pi\pi$ -рассеяния в области  $\sqrt{s} < 1,5$  ГэВ в каналах с изоспином I = 0 и 2 доминируют вклады S- и D-волн (см., например, данные [112, 113, 115, 120, 217, 218, 220, 270, 271]). Парциальные амплитуды  $\pi\pi$ -рассеяния  $T_I^I(s) =$  $= \{\eta_J^I(s) \exp [2i\delta_J^I(s)] - 1\} / [2i\rho_{\pi^+}(s)] c J = 0, 2 \text{ и } I = 0 \text{ (здесь } \delta_J^I(s) \text{ и } \eta_J^I(s)$  – фаза и неупругость *J*-волнового *пп*-рассеяния в канале с изоспином I,  $\rho_{\pi^+}(s) = (1 - 4m_{\pi^+}^2/s)^{1/2})$  достигают в этой области при определённых значениях  $\sqrt{s}$  своих унитарных пределов и демонстрируют как плавную зависимость от энергии, так и резкие резонансные колебания. В амплитуде  $T_2^0(s)$  доминирует вклад резонанса  $f_2(1270)$ , а амплитуда  $T_0^0(s)$  содержит вклады от  $\sigma(600)$  и  $f_0(980)$ . В области  $\pi\pi$ порога вклад  $\sigma(600)$  сильно компенсируется киральным фоном, что обеспечивает наблюдаемую малость длины ππ-рассеяния а<sub>0</sub><sup>0</sup> и наличие адлеровского нуля в  $T_0^0(s)$  при  $s \approx m_\pi^2/2$  [6, 9, 171, 172]. В области энергий 0,85-0,9 ГэВ  $|T_0^0(s)|$  достигает унитарного предела, а перед самым K $\bar{K}$ -порогом, на месте  $f_0(980)$ , в  $|T_0^0(s)|$  имеется узкий и глубокий (практически до нуля) провал, обусловленный деструктивной интерференцией вклада f<sub>0</sub>(980)-резонанса с большим плавным фоном. Установлено также, что  $\pi\pi$ -рассеяние в канале с I = 0 в очень хорошем приближении является упругим, вплоть до порога К $\bar{\mathbf{K}}$ -канала. Сразу выше К $\bar{\mathbf{K}}$ -порога неупругость  $\eta_0^0(s)$  обнаруживает резкий скачок, обязанный своим появлением рождению сильно связанного с K $\bar{K}$  резонанса  $f_0(980)$ .



**Рис. 15.** (а, б) Теоретические кривые, соответствующие простейшей модели, учитывающей только борновские вклады  $\gamma \gamma \rightarrow \pi^+\pi^-$  и  $\gamma \gamma \rightarrow K^+K^-$  от  $\pi$ - и K-обменов, модифицированные в S-волне сильными взаимодействиями в конечном состоянии. (в) Описание данных Belle в области f<sub>0</sub>(980)-резонанса. (г) Фрагмент рис. в.

рис. 9 и 14). Их явный вид приведён в приложениях П1 и П3. Амплитуда  $M_{\rm res}^{\rm direct}(s)$  в (10) и (12), обусловленная прямыми константами связи  $\sigma(600)$  и f<sub>0</sub>(980) с фотонами, и амплитуды рождения f<sub>2</sub>(1270) в (11) и (13),  $M_{\gamma\gamma\to f_2(1270)\to\pi^+\pi^-}(s) = M_{\gamma\gamma\to f_2(1270)\to\pi^0\pi^0}(s)$ , будут подробно описаны ниже.

Продемонстрируем на примере амплитуд *S*-волн  $M_{00}(\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-; s)$  и  $M_{00}(\gamma\gamma \rightarrow \pi^0\pi^0; s)$ , что в рассматриваемой модели выполняются требования условия унитарности или теоремы Ватсона о взаимодействии в конечном состоянии [273]. Для этого прежде всего заметим, что так как вклад неупругих  $4\pi$ -и  $6\pi$ -каналов в  $\pi\pi$ -рассеянии при  $\sqrt{s} < 1$  ГэВ мал [112–114], то во всей области  $2m_{\pi} \leq \sqrt{s} \leq 2m_{\rm K}$ 

$$T_{\pi^+\pi^- \to \mathbf{K}^+\mathbf{K}^-}(s) = \exp\left(\mathrm{i}\delta_0^0(s)\right) \left| T_{\pi^+\pi^- \to \mathbf{K}^+\mathbf{K}^-}(s) \right|,$$
  
$$M_{\mathrm{res}}^{\mathrm{direct}}(s) = \pm \exp\left(\mathrm{i}\delta_0^0(s)\right) \left| M_{\mathrm{res}}^{\mathrm{direct}}(s) \right|$$

[9, 105, 106, 171, 172]. Учитывая также, что  ${\rm Im}\, \tilde{I}^{\pi^+}_{\pi^+\pi^-}(s)==\rho_{\pi^+}(s)M^{\rm Born\,\pi^+}_{00}(s),$  получим

$$\begin{split} M_{00}(\gamma\gamma \to \pi^{+}\pi^{-}; s) &= M_{00}^{\mathrm{Born}\,\pi^{+}}(s) + \\ &+ \tilde{I}_{\pi^{+}\pi^{-}}^{\pi^{+}}(s) T_{\pi^{+}\pi^{-} \to \pi^{+}\pi^{-}}(s) + \\ &+ \tilde{I}_{K^{+}K^{-}}^{K^{+}}(s) T_{K^{+}K^{-} \to \pi^{+}\pi^{-}}(s) + M_{\mathrm{res}}^{\mathrm{direct}}(s) , \end{split}$$
(14a)

при 
$$2m_{\pi} \leqslant \sqrt{s} \leqslant 2m_{\mathrm{K}}$$

$$M_{00}(\gamma\gamma \to \pi^{+}\pi^{-}; s) = \frac{2}{3} \exp\left(i\delta_{0}^{0}(s)\right)A(s) + \frac{1}{3}\exp\left(i\delta_{0}^{2}(s)\right)B(s); \qquad (146)$$

$$M_{00}(\gamma\gamma \to \pi^{0}\pi^{0}; s) = \tilde{I}_{\pi^{+}\pi^{-}}^{\pi^{+}}(s)T_{\pi^{+}\pi^{-}\to\pi^{0}\pi^{0}}(s) + \\ + \tilde{I}_{K^{+}K^{-}}^{K^{+}}(s)T_{K^{+}K^{-}\to\pi^{0}\pi^{0}}(s) + M_{\text{res}}^{\text{direct}}(s),$$
(15a)

при  $2m_{\pi} \leq \sqrt{s} \leq 2m_{\mathrm{K}}$ 

1

$$M_{00}(\gamma\gamma \to \pi^{0}\pi^{0}; s) =$$
  
=  $\frac{2}{3} \exp(i\delta_{0}^{0}(s))A(s) - \frac{2}{3} \exp(i\delta_{0}^{2}(s))B(s),$  (156)

где A(s) и B(s) — действительные функции,

$$\begin{split} A(s) &= M_{00}^{\text{Born}\,\pi^+}(s)\cos\delta_0^0(s) + \frac{1}{\rho_{\pi^+}(s)}\operatorname{Re}\left[\tilde{I}_{\pi^+\pi^-}^{\pi^+}(s)\right]\sin\delta_0^0(s) + \\ &+ \frac{3}{2}\,\tilde{I}_{\mathrm{K^+K^-}}^{\mathrm{K^+}}(s) \left|T_{\mathrm{K^+K^-}\to\pi^+\pi^-}(s)\right| \pm \frac{3}{2}\left|M_{\mathrm{res}}^{\mathrm{direct}}(s)\right|, \\ B(s) &= M_{00}^{\mathrm{Born}\,\pi^+}(s)\cos\delta_0^2(s) + \frac{1}{\rho_{\pi^+}(s)}\operatorname{Re}\left[\tilde{I}_{\pi^+\pi^-}^{\pi^+}(s)\right]\sin\delta_0^2(s). \end{split}$$

Выражения (14) и (15) показывают, что в согласии с теоремой Ватсона фазы S-волновых амплитуд  $\gamma\gamma \to \pi\pi$ 





**Рис. 16.** Структура сигнала  $f_0(980)$  в  $\sigma_0$ . (а) Штриховой, пунктирной и сплошной кривыми показаны вклады перерассеяний  $\gamma\gamma \rightarrow K^+K^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ ,  $\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^- \rightarrow \pi^+\pi^-$  и их суммарный вклад соответственно. (б) Штриховая кривая идентична сплошной кривой на рис. а; пунктирной и штрихпунктирной кривыми показаны сечения  $\sigma_0^{\text{Born}}$  и  $\sigma_0^{\text{Born}}$  соответственно ( $\sigma_0^{\text{Born}} < \sigma_0^{\text{Born}}$  из-за деструктивной интерференции между *S*-волной и высшими парциальными волнами), сплошной кривой показан результирующий сигнал от  $f_0(980)$  в  $\sigma_0$ .

с I = 0 и 2 в упругой области (в данной ситуации ниже К $\bar{K}$ -порога) совпадают с фазами  $\pi\pi$ -рассеяния  $\delta_0^0(s)$  и  $\delta_0^2(s)$  соответственно.

Для сечений  $\gamma\gamma \to \pi\pi$  мы используем следующие обозначения и нормировки:

$$\sigma(\gamma\gamma \to \pi^+\pi^+; \, |\cos\theta| \leqslant 0.6) \equiv \sigma = \sigma_0 + \sigma_2 \,, \tag{16}$$

$$\sigma(\gamma\gamma \to \pi^0 \pi^0; \, |\cos\theta| \le 0.8) \equiv \tilde{\sigma} = \tilde{\sigma}_0 + \tilde{\sigma}_2, \tag{17}$$

$$\sigma_{\lambda} = \frac{\rho_{\pi^+}(s)}{64\pi s} \int_{-0.6}^{0.6} \left| M_{\lambda}(\gamma\gamma \to \pi^+\pi^-; s, \theta) \right|^2 \mathrm{d}\cos\theta \,, \qquad (18)$$

$$\tilde{\sigma}_{\lambda} = \frac{\rho_{\pi^+}(s)}{128\pi s} \int_{-0,8}^{0,8} \left| M_{\lambda}(\gamma\gamma \to \pi^0 \pi^0; \, s, \theta) \right|^2 \mathrm{d}\cos\theta \,. \tag{19}$$

В дальнейшем соответствующие парциальные сечения будут обозначаться  $\sigma_{\lambda J}$  и  $\tilde{\sigma}_{\lambda J}$ .

Прежде чем перейти к общей подгонке данных с помощью представленной модели, полезно кратко остановиться на несколько упрощённой схеме их описания.

Так, на рис. 15а, взятом из работы [106], приведены теоретические кривые для сечения  $\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^ \sigma =$  $= \sigma_0 + \sigma_2^{\text{Born}}$  и его компонент  $\sigma_0$  и  $\sigma_2^{\text{Born}}$ , отвечающие самому простому варианту описанной выше модели, в котором в  $\sigma_0$  учитываются S-волновые борновские амплитуды  $\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-$  и  $\gamma\gamma \rightarrow K^+K^-$  от  $\pi$ - и K-обменов, модифицированные сильными взаимодействиями заряженных пионов и каонов в конечном состоянии, а все высшие парциальные волны  $\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-$  с  $\lambda = 0$  и 2 берутся в борновском приближении [105, 106]. Эта модификация приводит к появлению в  $\sigma_0$  сигнала от f<sub>0</sub>(980)-резонанса, величина и форма которого удивительно хорошо согласуются с данными Belle (рис. 15а). Из сравнения соответствующих кривых на рис. 8а и 15а следует, что при  $\sqrt{s} > 0,5$  ГэВ S-волновой вклад в  $\sigma(\gamma\gamma \to \pi^+\pi^-; |\cos\theta| \le 0.6)$  мал. Главным, недостающим пока элементом, требующимся для описания данных Belle по  $\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-$  во всей области  $\sqrt{s}$ , от 0,8 до 1,5 ГэВ, очевидно, является вклад f<sub>2</sub>(1270)-резонанса. Если ограничиться описанием данных только в окрестности f<sub>0</sub>(980)-резонанса, то большой некогерентный фон под ним, обусловленный вкладом  $\sigma_2$ , можно чисто феноменологически аппроксимировать полиномом по

 $\sqrt{s}$ . Результат такой подгонки иллюстрируют рис. 15в, г [106].

Естественно, что учёт в *S*-волновых борновских амплитудах реакций  $\gamma\gamma \to \pi^+\pi^-$  и  $\gamma\gamma \to K^+K^-$  взаимодействий в конечном состоянии приводит к предсказанию для амплитуды *S*-волны реакции  $\gamma\gamma \to \pi^0\pi^0$  [9, 105– 107]. На рисунке 15б с данными Crystal Ball и Belle сравнивается рассчитанное намеченным выше способом сечение  $\gamma\gamma \to \pi^0\pi^0$ . (Отметим, что шаг по  $\sqrt{s}$  для данных Crystal Ball и Belle здесь составляет 50 и 20 МэВ соответственно.) Согласие с данными при  $\sqrt{s} \le 0,8$  ГэВ, т.е. в области  $\sigma(600)$ -резонанса, следует признать весьма хорошим, так как никаких подгоночных параметров при построении  $\tilde{\sigma}_0$  не использовалось. Ясно также, что при  $\sqrt{s} > 0,8$  ГэВ в канале  $\gamma\gamma \to \pi^0\pi^0$ , как и в  $\gamma\gamma \to \pi^+\pi^-$ , начинается область ответственности резонанса f<sub>2</sub>(1270).

Таким образом, уже на этом этапе описания данных становится ясным следующее: во-первых, роль прямых констант связи  $\sigma(600)$  и  $f_0(980)$  с  $\gamma\gamma$ , если их включить в подгонки, будет ничтожной в согласии с предсказанием [85, 86]; во-вторых, распады  $\sigma(600) \rightarrow \gamma\gamma$  и  $f_0(980) \rightarrow \gamma\gamma$  в соответствии с формулами (10) и (12), фактически описываются треугольными петлевыми диаграммами перерассеяний, *резонанс*  $\rightarrow (\pi^+\pi^-, K^+K^-) \rightarrow \gamma\gamma$ , и, следовательно, представляют собой четырехкварковые переходы [9, 105–107].

Интересной и важной особенностью сигнала от  $f_0(980)$  в  $\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-$  является его сложная "внутренняя" структура (рис. 16). В формировании этого сигнала безусловно определяющую роль играет амплитуда перерассеяния:  $\gamma\gamma \rightarrow K^+K^- \rightarrow \pi\pi$ , которая задаёт естественный масштаб сечения рождения  $f_0(980)$  в  $\gamma\gamma$ -столкновениях [105]<sup>14</sup>. Благодаря ей  $f_0(980)$ -пик из  $T_{K^+K^- \rightarrow \pi\pi}(s)$  переносится в амплитуды  $\gamma\gamma \rightarrow \pi\pi$ . Во вкладе перерассея-

$$(\gamma\gamma \rightarrow K^{+}K^{-} \rightarrow f_{0}(980) \rightarrow \pi^{+}\pi^{-}; |\cos\theta| \leqslant 0.6)$$

$$pprox 0,6 imes 0,62 lpha^2 R_{
m f_0}/m_{
m f_0}^2 pprox 8$$
нб $imes R_{
m f_0}$ ,

где 
$$\alpha = 1/137$$
,  $m_{f_0}$  — масса  $f_0(980)$ .

<sup>&</sup>lt;sup>14</sup> Максимум  $\sigma(\gamma\gamma \to K^+K^- \to f_0(980) \to \pi^+\pi^-)$  контролируется произведением отношения квадратов констант связи  $R_{f_0} = g_{f_0K^+K^-}^2 / g_{f_0\pi^+\pi^-}^2$ и значения  $|\tilde{I}_{K^+K^-}^{K^+}(4m_{K^+}^2)|^2$ . Оценка даёт



**Рис. 17.** Сплошной кривой показана зависимость  $|\tilde{I}_{K+K-}^{K+}(s)|^2$  от  $\sqrt{s}$  (см. приложение ПЗ); штриховой и пунктирной кривыми показаны вклады выше  $K^+K^-$ -порога действительной и мнимой частей  $\tilde{I}_{K+K-}^{K+}(s)$  соответственно.

ния  $\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^- \rightarrow \pi^+\pi^-$  резонанс  $f_0(980)$  проявляется в виде провала. На результирующую форму сигнала  $f_0(980)$  существенное влияние оказывает интерференция резонансной амплитуды  $\gamma\gamma \rightarrow K^+K^- \rightarrow \pi^+\pi^-$  с амплитудой  $\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^- \rightarrow \pi^+\pi^-$  (рис. 16а)<sup>15</sup>, а также с *S*-волновым борновским вкладом и борновскими вкладами высших парциальных волн с  $\lambda = 0$  (рис. 166).

Ещё один весьма примечательный факт состоит в том, что сама амплитуда рождения  $f_0(980), \gamma \gamma \rightarrow$  $\rightarrow K^+K^- \rightarrow f_0(980)$ , в механизме неупругого перерассеяния  $\gamma\gamma \to K^+ K^- \to \pi\pi$  резко изменяется в области  $f_0(980)$ -пика [105, 106] (так же, как и амплитуда  $\gamma\gamma \to K^+K^- \to a_0(980)$  в области  $a_0(980))$  (см. раздел 5). В сечении её вклад пропорционален  $|\tilde{I}_{K^+K^-}^{K^+}(s)|^2$  (см. (10) и (12)). Функция  $|\tilde{I}_{K^+K^-}^{K^+}(s)|^2$  изображена на рис. 17. Видно, что сразу ниже  $K^+K^-$ -порога, т.е. непосредственно в области  $f_0(980)$ -резонанса, она резко убывает<sup>16</sup>. Такое поведение амплитуды двухфотонного рождения f<sub>0</sub>(980) сильно подавляет левое крыло f<sub>0</sub>(980)-пика, определяемого резонансной амплитудой  $T_{K^+K^- \to \pi\pi}(s)$ . Поэтому ширину распада  $f_0(980) \rightarrow \gamma \gamma$  нельзя аппроксимировать в области  $m_{\mathrm{f}_0} - \Gamma_{\mathrm{f}_0}/2 \leqslant \sqrt{s} \leqslant$ константой даже  $\leq m_{\rm f_0} + \Gamma_{\rm f_0}/2$  [105].

В связи с приведёнными выше замечаниями мы хотели бы подчеркнуть следующее. Реальная ситуация такова, что фактически любые упрощённые формы аппроксимации  $f_0(980)$ -сигнала, наблюдаемого в сечениях  $\gamma\gamma \to \pi^+\pi^-$  и  $\gamma\gamma \to \pi^0\pi^0$ , будут давать лишь весьма условную информацию о механизме двухфотонного рождения  $f_0(980)$ -состояния и значениях его параметров.

Замечательно, что уже имеющиеся представления о динамике амплитуд сильных взаимодействий  $T_{\pi\pi\to\pi\pi}(s)$  (или  $T_0^0(s)$  и  $T_0^2(s)$ ) и  $T_{K^+K^-\to\pi\pi}(s)$  позволяют существенно продвинуться в понимании тех сигналов, которые посылают нам данные по реакциям  $\gamma\gamma \to \pi\pi$  о лёгких скалярных мезонах. При подгонках этих данных мы

используем модель для амплитуд  $T_0^0(s)$  и  $T_{\mathbf{K}^+\mathbf{K}^-\to\pi\pi}(s)$ , сформулированную в работе [171]. Эта модель была применена для совместного анализа данных по  $\pi^0\pi^0$ спектру масс в распаде  $\phi \rightarrow \pi^0 \pi^0 \gamma$ ,  $\pi \pi$ -рассеянию при  $2m_{\pi} < \sqrt{s} < 1.6$  ГэВ и реакции  $\pi\pi \to K\bar{K}$  [171, 172]. В основу использованной в ней параметризации положена идея о том, что в амплитуде  $T_0^0(s)$  необходимо учитывать вклад от смешивающихся  $\sigma(600)$ - и f<sub>0</sub>(980)-резонансов и вклад фона (имеющего вследствие киральной симметрии большую отрицательную фазу), который экранирует (скрывает) σ(600)-резонанс (см. дополнительно [6, 9, 45, 46]). Формулы (10) и (12) переносят эффект кирального экранирования σ(600)-резонанса из ππ-рассеяния в амплитуды  $\gamma\gamma \rightarrow \pi\pi$ . Этот эффект демонстрируется на рис. 18а с помощью фаз  $\pi\pi$ -рассеяния  $\delta_{res}(s)$ ,  $\delta_{B}^{\pi\pi}(s)$  и  $\delta_{0}^{0}(s)$ (см. формулы (20) – (22) и (24)) и на рис. 18б, в с помощью соответствующих сечений реакций  $\pi\pi \to \pi\pi$  и  $\gamma\gamma \to \pi^0\pi^0$ . Если бы такое экранирование отсутствовало, то, как уже отмечалось выше и как видно из рис. 18в, сечение  $\gamma\gamma \to \pi^0\pi^0$  составляло бы вблизи порога не 5–10 нб, а около 100 нб, благодаря  $\pi^+\pi^-$ -петлевому механизму распада  $\sigma(600) \rightarrow \gamma \gamma$  [9]. Ширина распада, отвечающая этому механизму,  $\Gamma_{\sigma \to \pi^+\pi^- \to \gamma\gamma}(s)$ , приведена на рис. 18г (см. также формулу (64) в приложении П1).

Следуя работе [171], запишем

$$T_0^0(s) = T_B^{\pi\pi}(s) + \exp\left(2i\delta_B^{\pi\pi}(s)\right) T_{res}^{\pi\pi}(s),$$
(20)

$$T_{\rm B}^{\pi\pi}(s) = \frac{\exp\left(2i\delta_{\rm B}^{\pi\pi}(s)\right) - 1}{2i\rho_{\pi^+}(s)},$$
(21)

$$T_{\rm res}^{\pi\pi}(s) = \frac{\eta_0^0(s) \exp\left(2i\delta_{\rm res}(s)\right) - 1}{2i\rho_{\pi^+}(s)} \,, \tag{22}$$

$$T_{\mathbf{K}^{+}\mathbf{K}^{-}\to\pi^{+}\pi^{-}}(s) = \exp\left[i\left(\delta_{\mathbf{B}}^{\pi\pi}(s) + \delta_{\mathbf{B}}^{\mathbf{K}\bar{\mathbf{K}}}(s)\right)\right]T_{\mathrm{res}}^{\mathbf{K}\bar{\mathbf{K}}\to\pi\pi}(s), \quad (23)$$

где  $\delta_{\rm B}^{\pi\pi}(s)$  и  $\delta_{\rm B}^{{\rm K}{\rm \bar K}}(s)$  — фазы упругого *S*-волнового фона в  $\pi\pi$ - и K K-каналах с I = 0; фаза  $\pi\pi$ -рассеяния

$$\delta_0^0(s) = \delta_{\mathbf{B}}^{\pi\pi}(s) + \delta_{\mathrm{res}}(s) \,. \tag{24}$$

Амплитуды  $\sigma(600) - f_0(980)$ -резонансного комплекса в (10), (12), (20), (22) и (23) имеют вид [171]

$$T_{\rm res}^{\pi\pi}(s) = 3 \, \frac{g_{\sigma\pi^+\pi^-} \varDelta_{f_0}(s) + g_{f_0\pi^+\pi^-} \varDelta_{\sigma}(s)}{32\pi [D_{\sigma}(s)D_{f_0}(s) - \Pi_{f_0\sigma}^2(s)]} \,, \tag{25}$$

$$T_{\rm res}^{K\bar{K}\to\pi\pi}(s) = \frac{g_{\sigma K^+K^-} \varDelta_{f_0}(s) + g_{f_0}K^+K^- \varDelta_{\sigma}(s)}{16\pi [D_{\sigma}(s)D_{f_0}(s) - \Pi_{f_0}^2\sigma(s)]},$$
 (26)

$$M_{\rm res}^{\rm direct}(s) = s \exp\left(i\delta_{\rm B}^{\pi\pi}(s)\right) \frac{g_{\sigma\gamma\gamma}^{(0)} \varDelta_{\rm f_0}(s) + g_{\rm f_0\gamma\gamma}^{(0)} \varDelta_{\sigma}(s)}{D_{\sigma}(s) D_{\rm f_0}(s) - \Pi_{\rm f_0\sigma}^2(s)}, \quad (27)$$

где

$$\begin{split} & \varDelta_{\mathbf{f}_0}(s) = D_{\mathbf{f}_0}(s) g_{\sigma\pi^+\pi^-} + \Pi_{\mathbf{f}_0\sigma}(s) g_{\mathbf{f}_0\pi^+\pi^-} , \\ & \varDelta_{\sigma}(s) = D_{\sigma}(s) g_{\mathbf{f}_0\pi^+\pi^-} + \Pi_{\mathbf{f}_0\sigma}(s) g_{\sigma\pi^+\pi^-} , \end{split}$$

 $g_{\sigma\gamma\gamma}^{(0)}$  и  $g_{f_0\gamma\gamma}^{(0)}$  — прямые константы связи  $\sigma$ - и  $f_0$ -резонансов с фотонами соответственно. Здесь для фаз  $\delta_{\rm B}^{\pi\pi}(s)$  и  $\delta_{\rm B}^{\rm KK}(s)$ , пропагаторов  $\sigma(600)$ - и  $f_0(980)$ -резонансов  $1/D_{\sigma}(s)$  и  $1/D_{f_0}(s)$  и матричного элемента поляризационного оператора  $\Pi_{f_0\sigma}(s)$  мы используем выражения, представленные в [171] (см. также приложения  $\Pi 1 - \Pi 3$ ). Масса  $m_{f_0}$  является свободным параметром, а значения других параметров в сильных амплитудах (массы  $m_{\sigma}$ , констант связи  $g_{\sigma\pi^+\pi^-}$ ,  $g_{f_0K^+K^-}$  и т.д.) соответствуют варианту 1 из

<sup>&</sup>lt;sup>15</sup> Отметим, что относительный знак этих амплитуд — от него зависит характер интерференции — надёжно определён [105, 106].

<sup>&</sup>lt;sup>16</sup> Функция  $|\tilde{I}_{K^+K^-}^{K^+}(s)|^2$  уменьшается относительно своего максимума при  $\sqrt{s} = 2m_{K^+} \approx 0.9873$  ГэВ в 1,66, 2,23, 2,75, 3,27 и 6,33 раза при  $\sqrt{s} = 0.98, 0.97, 0.96, 0.95$  и 0,9 ГэВ соответственно.



**Рис. 18.** Иллюстрация эффекта кирального экранирования  $\sigma(600)$ -резонанса в реакциях  $\pi\pi \to \pi\pi$  и  $\gamma\gamma \to \pi^0\pi^0$ . Из работы [9], посвящённой легчайшему скаляру в  $SU(2)_L \times SU(2)_R$ -линейной  $\sigma$ -модели.

табл. 1 в этой же работе<sup>17</sup>. В амплитуде  $\pi\pi$ -рассеяния с J = 0 и I = 2 мы полагаем  $\eta_0^2(s) = 1$  при всех рассматриваемых значениях  $\sqrt{s}$  и берём  $\delta_0^2(s)$  из [274].

Амплитуды рождения резонанса  $f_2(1270)$  в формулах (11) и (13) имеют следующий вид:

$$M_{\gamma\gamma \to f_{2}(1270) \to \pi^{+}\pi^{-}}(s) = M_{\gamma\gamma \to f_{2}(1270) \to \pi^{0}\pi^{0}}(s) = = \frac{\sqrt{s} G_{2}(s) \sqrt{(2/3)\Gamma_{f_{2} \to \pi\pi}(s)/\rho_{\pi^{+}}(s)}}{m_{f_{2}}^{2} - s - i\sqrt{s}\Gamma_{f_{2}}^{\text{tot}}(s)}.$$
(28)

Главный вклад в  $\Gamma_{f_2}^{tot}(s) = \Gamma_{f_2 \to \pi\pi}(s) + \Gamma_{f_2 \to K\bar{K}}(s) + \Gamma_{f_2 \to 4\pi}(s)$  даёт парциальная ширина распада  $f_2(1270) \to \pi\pi$ 

$$\Gamma_{f_{2} \to \pi\pi}(s) = \Gamma_{f_{2}}^{\text{tot}}(m_{f_{2}}^{2}) B(f_{2} \to \pi\pi) \times \times \frac{m_{f_{2}}^{2}}{s} \frac{q_{\pi^{+}}^{5}(s)}{q_{\pi^{+}}^{5}(m_{f_{2}}^{2})} \frac{D_{2}(q_{\pi^{+}}(m_{f_{2}}^{2})r_{f_{2}})}{D_{2}(q_{\pi^{+}}(s)r_{f_{2}})},$$
(29)

4 УФН, т. 181, № 8

где  $B(f_2 \to \pi\pi) = 0.848$  [10],  $q_{\pi^+}(s) = \sqrt{s} \rho_{\pi^+}(s)/2$ ,  $D_2(x) = 9 + 3x^2 + x^4$ ,  $r_{f_2}$  — радиус взаимодействия. Небольшие вклады от  $\Gamma_{f_2 \to K\bar{K}}(s)$  и  $\Gamma_{f_2 \to 4\pi}(s)$  здесь те же, что и в [106]. Параметр  $r_{f_2}$  [90, 92, 94, 95, 97, 106, 107], который контролирует форму крыльев  $f_2(1270)$ -резонанса, является важным при подгонке данных с малыми ошиб-ками.

Амплитуда  $G_2(s)$  в (28) описывает связь  $f_2(1270)$ резонанса с фотонами:

$$G_{2}(s) = \sqrt{\Gamma_{f_{2} \to \gamma\gamma}^{(0)}(s)} + i \frac{M_{22}^{\text{Born}\,\pi^{+}}(s)}{16\pi} \sqrt{\frac{2}{3}\,\rho_{\pi^{+}}(s)\Gamma_{f_{2} \to \pi\pi}(s)}$$
(30)

Явный вид амплитуды  $M_{22}^{\text{Born}\,\pi^+}(s)$  приведён в приложении П1 (см. формулу (53)). По определению, ширина распада f<sub>2</sub>(1270)  $\rightarrow \gamma\gamma$ 

$$\Gamma_{f_2 \to \gamma\gamma}(s) = \left| G_2(s) \right|^2 \tag{31}$$

И

$$\Gamma_{f_2 \to \gamma\gamma}^{(0)}(s) = \frac{m_{f_2}}{\sqrt{s}} \Gamma_{f_2 \to \gamma\gamma}^{(0)}(m_{f_2}^2) \frac{s^2}{m_{f_2}^4}$$
(32)

(множитель  $s^2$  здесь, а также множитель s в (27) обусловлены требованием калибровочной инвариантно-

<sup>&</sup>lt;sup>17</sup> Устранив опечатку в знаке константы  $C \equiv C_{f_0\sigma}$  [171], мы используем  $C_{f_0\sigma} = -0.047 \ \Gamma \ni B^2$ . Отметим, что наши принципиальные выводы (о незначительности прямого перехода  $\gamma\gamma \rightarrow \Lambda \ddot{e} \epsilon \kappa u \ddot{u} \epsilon \kappa a \Lambda a \rho$ и доминирующей роли четырёхкваркового перехода  $\gamma\gamma \rightarrow (\pi^+\pi^-, K^+K^-) \rightarrow \Lambda \ddot{e} \epsilon \kappa u \ddot{u} \epsilon \kappa a \Lambda a \rho)$  не зависят от конкретных вариантов подгонок, представленных в [171, 172].



**Рис. 19.** Сечения реакций  $\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-$  и  $\gamma\gamma \rightarrow \pi^0\pi^0$ . Для данных Belle [91, 92] показаны только их статистические ошибки. Кривые на рис. а описаны в тексте и на рисунке. Кривые на рис. б — результат подгонки данных по реакции  $\gamma\gamma \rightarrow \pi^0\pi^0$ .

сти). Второе слагаемое в  $G_2(s)$  отвечает переходу  $f_2(1270) \rightarrow \pi^+\pi^- \rightarrow \gamma\gamma$  с реальными пионами в промежуточном состоянии (т.е. оно соответствует мнимой части амплитуды  $f_2(1270) \rightarrow \pi^+\pi^- \rightarrow \gamma\gamma$ ) и обеспечивает выполнение требования теоремы Ватсона для амплитуды  $\gamma\gamma \rightarrow \pi\pi$  с  $\lambda = J = 2$  и I = 0 в области ниже первого неупругого порога. В  $\Gamma_{{\rm f}_2 
ightarrow \gamma \gamma}(m_{{\rm f}_2}^2)$  это слагаемое вносит, как показывают оценки, довольно малый вклад — менее 6%. (Что касается реальной части амплитуды  $f_2(1270) \rightarrow \pi^+\pi^- \rightarrow \gamma\gamma$ , то по различным оценкам её абсолютная величина значительно меньше, чем величина амплитуды прямого перехода.) Простейшая аппроксимация (32) для  $\Gamma_{f_2 \to \gamma\gamma}^{(0)}(s)$  — главного вклада в ширину распада  $f_2(1270) \to \gamma\gamma$  — вполне адекватна текущему состоянию как теории, так и феноменологии описания данных. Эффективный параметр  $\Gamma_{f_2 \to \gamma \gamma}^{(0)}(m_{f_2}^2) =$  $=(1/5)[g_{f_2\gamma\gamma}^2/(16\pi)]m_{f_2}^3$  в (32) аккумулирует наше незнание абсолютных величин амплитуд, ответственных за распад  $f_2(1270) \to \gamma \gamma$ . Вместе с тем по причинам, которые уже обсуждались в разделе 3, является общепринятым, что в распаде f<sub>2</sub>(1270) — үү доминирует прямой кварк-антикварковый переход  $q\bar{q}\to\gamma\gamma$  и его амплитуда характеризуется константой  $g_{f_2\gamma\gamma}$ . Как было показано в [9, 102, 105 – 110] и как это постепенно выясняется здесь, ситуация для случая лёгких скалярных мезонов — обратная.

Теперь всё готово к обсуждению общей обработки данных по сечениям  $\gamma\gamma \to \pi^+\pi^-$  и  $\gamma\gamma \to \pi^0\pi^0$ , которая была проведена в [106, 107] по горячим следам экспериментов Belle.

Рассмотрим сначала подгонку только сечения реакции  $\gamma\gamma \rightarrow \pi^0\pi^0$  (рис. 196), которое, как отмечалось выше и как это очевидно из сравнения рис. 19а и б, является более "чистым", чем сечение  $\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-$ , в смысле фоновых вкладов под f<sub>0</sub>(980)- и f<sub>2</sub>(1270)-резонансами. Сплошная кривая на рис. 19б, хорошо описывающая эти данные, отвечает следующим значениям параметров модели<sup>18</sup>:  $m_{f_2} = 1,269$  ГэВ,  $\Gamma_{f_2}^{tot}(m_{f_2}^2) = 0,182$  ГэВ,  $r_{f_2} = 8,2$  ГэВ<sup>-1</sup>,  $\Gamma_{f_2 \to \gamma\gamma}(m_{f_2}) = 3,62$  кэВ ( $\Gamma_{f_2 \to \gamma\gamma}(m_{f_2}) = 3,43$  кэВ),  $m_{f_0} = 0,969$  ГэВ,  $g_{\sigma\gamma\gamma}^{(0)} = 0,536$  ГэВ<sup>-1</sup> и  $g_{f_0\gamma\gamma}^{(0)} = 0,652$  ГэВ<sup>-1</sup>. Подгонка указывает, в согласии с предсказанием [85, 86], на малость прямых констант связи<sup>19</sup>  $g_{\sigma\gamma\gamma}^{(0)}$  и  $g_{f_0\gamma\gamma}^{(0)}$ :

$$\Gamma^{(0)}_{\sigma \to \gamma \gamma}(m_{\sigma}^2) = \frac{|m_{\sigma}^2 g^{(0)}_{\sigma \gamma \gamma}|^2}{16 \pi m_{\sigma}} = 0,012$$
 кэВ

И

$$\Gamma_{f_0 \to \gamma\gamma}^{(0)}(m_{f_0}^2) = \frac{|m_{f_0}^2 g_{f_0\gamma\gamma}^{(0)}|^2}{16\pi m_{f_0}} = 0,008 \text{ кэB}.$$

Это, в свою очередь, подчёркивает доминантность  $\pi^+\pi^-$ и K<sup>+</sup>K<sup>-</sup>-петлевых механизмов связи  $\sigma(600)$  и f<sub>0</sub>(980) с фотонами. Действительно, согласно оценкам, ширина распада  $\sigma(600) \rightarrow \pi^+\pi^- \rightarrow \gamma\gamma$ , обусловленная  $\pi^+\pi^-$ -петлевым механизмом составляет  $\approx (1-1,75)$  кэВ в области 0,4 <  $\sqrt{s}$  < 0,5 ГэВ [9] (рис. 18г), а средняя по резонансному массовому распределению ширина распада f<sub>0</sub>(980)  $\rightarrow$  K<sup>+</sup>K<sup>-</sup>  $\rightarrow \gamma\gamma$ , обусловленная K<sup>+</sup>K<sup>-</sup>-петлевым механизмом, составляет  $\approx (0,15-0,2)$  кэВ [105].

Однако такая подгонка сечения  $\gamma\gamma \to \pi^0 \pi^0$  приводит к противоречию с данными по  $\gamma\gamma \to \pi^+\pi^-$  (см. сплошную кривую для  $\sigma = \sigma_0 + \sigma_2$  на рис. 19а). Это связано с большим борновским вкладом в  $\sigma_2$  и сильной конструктивной (деструктивной) интерференцией с ним вклада  $f_2(1270)$ -резонанса при  $\sqrt{s} < m_{f_2}$  ( $\sqrt{s} > m_{f_2}$ ), чего нет в  $\gamma\gamma \to \pi^0\pi^0$ . На резкое обострение проблемы совместного описания сечений  $\gamma\gamma \to \pi^+\pi^-$  и  $\gamma\gamma \to \pi^0\pi^0$  в связи с появлением новых данных Belle было обращено внимание в работе [106] и там же было предложено её решение. Ситуацию можно существенно исправить, умножая борновские амплитуды  $\gamma\gamma \to \pi^+\pi^-$ , отвечающие элемен-

<sup>&</sup>lt;sup>18</sup> Вследствие высокой статистической точности данных Belle, формально рассчитанные ошибки для принципиально важных параметров модели ничтожны. В подобных ситуациях модельная зависимость значений подгоночных параметров является главным источником их неопределённости.

<sup>&</sup>lt;sup>19</sup> Малые значения указанных констант связи "ухватываются" при подгонке благодаря интерференции амплитуды  $M_{\rm direct}^{\rm direct}(s)$  (см. (10), (12) и (27)) с вкладами доминирующих механизмов перерассеяния. Понятно, что в данной ситуации важны не собственно значения  $g_{0\gamma\gamma}^{(0)}$  и  $g_{l_0\gamma\gamma}^{(0)}$ , а факт их относительной малости, состоящий о том, что ширины прямых распадов  $\Gamma_{\sigma \to \gamma\gamma}^{(0)}(m_{\sigma}^2)$  и  $\Gamma_{l_0\to \gamma\gamma}^{(0)}(m_{l_0}^2) \ll 0.1$  кэВ.



**Рис. 20.** Совместное описание данных по сечениям реакций  $\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-$  (а) и  $\gamma\gamma \rightarrow \pi^0\pi^0$  (б). Затушёванные полосы соответствуют данным Belle [91, 92] с учётом их статистических и систематических ошибок (ошибки складывались квадратично). Описание кривых дано в тексте и на рисунке;  $\sigma_2^{\text{Born}}(x_1)$  — борновское сечение  $\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-$  с учётом формфактора.

тарному однопионному обмену, на общий подавляющий формфактор<sup>20</sup>  $G_{\pi^+}(t, u)$  (где t и u — мандельштамовские переменные для реакции  $\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-$ ). Чтобы показать это, мы используем в качестве примера выражение для  $G_{\pi^+}(t, u)$ , предложенное в [191],

$$G_{\pi^+}(t,u) = \frac{1}{s} \left[ \frac{m_{\pi^+}^2 - t}{1 - (u - m_{\pi^+}^2)/x_1^2} + \frac{m_{\pi^+}^2 - u}{1 - (t - m_{\pi^+}^2)/x_1^2} \right], \quad (33)$$

где *x*<sub>1</sub> — свободный параметр. Указанный анзац вполне приемлем в физической области реакции  $\gamma \gamma \rightarrow \pi^+ \pi^-$ . Отметим, что введение формфактора путём замены амплитуд элементарного  $\pi$ -обмена  $M_{j}^{\text{Born}\,\pi^{+}}(s,\theta)$  амплитудой  $M_{i}^{\text{Born}\,\pi^{+}}(s,\theta;x_{1}) = G_{\pi^{+}}(t,u)M_{i}^{\text{Born}\,\pi^{+}}(s,\theta)$  не нарушает калибровочной инвариантности древесного приближения [191]. Делая в (33) замену  $m_{\pi^+} \rightarrow m_{K^+}, x_1 \rightarrow x_2,$ мы получим также формфактор  $G_{\mathbf{K}^+}(t,u)$  для борновских амплитуд үүightarrow K $^+$ K $^-$ . Сплошные кривые для  $\sigma=$  $= \sigma_0 + \sigma_2$  и  $\tilde{\sigma} = \tilde{\sigma}_0 + \tilde{\sigma}_2$  на рис. 20а и б демонстрируют совместную подгонку данных по сечению  $\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-$  в области 0,85 <  $\sqrt{s}$  < 1,5 ГэВ и по сечению  $\gamma\gamma \rightarrow \pi^0\pi^0$  в области  $2m_{\pi} < \sqrt{s} < 1,5$  ГэВ с учётом формфакторов, модифицирующих точечные борновские вклады. Полученное описание является более чем удовлетворительным, но только с учётом полных, т.е. статистических и систематических, ошибок данных Belle, которые показаны на рис. 20 затушёванными полосами. Мы считаем такую обработку вполне оправданной. Статистические ошибки двух измерений Belle настолько малы, что получить формально приемлемое значение  $\chi^2$  при совместной подгонке  $\pi^+\pi^-$ - и  $\pi^0\pi^0$ -данных в широкой области  $\sqrt{s}$  без учёта систематических погрешностей

4\*

практически невозможно<sup>21</sup>. Кривые на рис. 20 соответствуют следующим значениям параметров:  $m_{f_2} = 1,272$  ГэВ,  $\Gamma_{f_2}^{tot}(m_{f_2}^2) = 0,196$  ГэВ,  $r_{f_2} = 8,2$  ГэВ<sup>-1</sup>,  $\Gamma_{f_2 \to \gamma\gamma}(m_{f_2}) = 3,83$  кэВ ( $\Gamma_{f_2 \to \gamma\gamma}^{(0)}(m_{f_2}) = 3,76$  кэВ),  $m_{f_0} = 0,969$  ГэВ,  $g_{\sigma\gamma\gamma}^{(0)} = -0,049$  ГэВ<sup>-1</sup> ( $\Gamma_{\sigma\to\gamma\gamma}^{(0)}(m_{\sigma}^2)$  ничтожно мала),  $g_{f_0\gamma\gamma}^{(0)} = 0,718$  ГэВ<sup>-1</sup> ( $\Gamma_{f_0\to\gamma\gamma}^{(0)}(m_{f_0}^2) \approx 0,01$  кэВ),  $x_1 = 0,9$  ГэВ и  $x_2 = 1,75$  ГэВ. Из сравнения рис. 196 и 206 ясно, что влияние формфакторов на сечение  $\gamma\gamma \to \pi^0\pi^0$  оказывается слабым, в отличие от влияния на сечение  $\gamma\gamma \to \pi^+\pi^-$  (ср. рис. 19а и 20а), в котором наиболее существенным образом модифицируется вклад  $\sigma_2$ . Подчеркнём, что все наши выводы о механизмах двухфотонных распадов (рождений) резонансов  $\sigma(600)$  и  $f_0(980)$  остаются в силе<sup>22</sup>.

Итак, физика двухфотонных распадов лёгких скалярных мезонов приобретает более ясные очертания. Механизм распадов лёгких скалярных мезонов на  $\gamma\gamma$  не похож на механизм распадов классических тензорных qq̄-мезонов, представляющий собой прямую аннигиляцию qq̄  $\rightarrow \gamma\gamma$ . Распады лёгких скаляров на  $\gamma\gamma$ , которые являются подавленными, по сравнению с распадами тензорных мезонов, обусловлены механизмами перерассеяний, т.е. четырёхкварковыми переходами  $\sigma(600) \rightarrow \pi^+\pi^- \rightarrow \gamma\gamma$ , f<sub>0</sub>(980)  $\rightarrow K^+K^- \rightarrow \gamma\gamma$ ,

<sup>&</sup>lt;sup>20</sup> Подобная модификация точечных борновских вкладов является совершенно естественной, и в своё время она обсуждалась в литературе в связи с данными по реакции  $\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-$  [95, 97, 191, 193, 194], а также данными по реакциям  $\gamma\gamma \rightarrow K^+K^-$  и  $\gamma\gamma \rightarrow K^0\bar{K}^0$  вблизи порога [103, 104]. Однако практически однозначно на необходимость модификации борновского сектора модели для  $\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-$  указывает именно проблема совместного описания новых данных Belle по реакциям  $\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-$  и  $\gamma\gamma \rightarrow \pi^0\pi^0$  [106, 107].

<sup>&</sup>lt;sup>21</sup> Наличие значительных систематических погрешностей, источники которых подробно описаны в работах коллаборации Belle [90–92], не обесценивает роль высокой статистики данных, так как только благодаря ей удалось разрешить небольшие локальные эффекты, связанные с проявлением  $f_0(980)$ -резонанса.

<sup>&</sup>lt;sup>22</sup> Отметим, что элементарные  $\omega$ - и  $a_2(1320)$ -обмены в амплитудах  $\gamma\gamma \to \pi^0\pi^0$  и  $\gamma\gamma \to \pi^+\pi^-$  соответственно, дающие вклады в сечения (главным образом, *S*-волновые вклады), которые стремительно увеличиваются с возрастанием энергии, и становятся сравнимыми с вкладом резонанса  $f_2(1270)$  уже в его области, не наблюдаются на опыте. Этот факт был объяснён в [103] на примере реакции  $\gamma\gamma \to \pi^0\eta$  (подробности см. в разделе 5). Соответствующая реджезакция элементарных обменов с высшими спинами очень сильно уменьшает опасные вклады. Кроме того, в амплитудах с  $\lambda = 0$  между элементарными  $\omega$ - и  $h_1(1170)$ - обменами в  $\gamma\gamma \to \pi^0\pi^0$  и  $a_2(1320)$ - и  $a_1(1260)$ -обменами в  $\gamma\gamma \to \pi^+\pi^-$  имеют место частичные сокращения. Вклад р-обмена в  $\gamma\gamma \to \pi\pi$  является малым (так как  $g_{p\pi\gamma}^2 \approx g_{0\pi\gamma}^2/9$ ) и дополнительно сокращается с вкладом  $b_1(1235)$ -обмена.

 $a_0(980) \rightarrow K^+K^- \rightarrow \gamma\gamma$  и т.п. Такая картина согласуется с данными, свидетельствуя в пользу q<sup>2</sup>q<sup>2</sup>-природы лёгких скалярных мезонов. Здесь важно отметить, что в случае скалярных мезонов желание исчерпывающе охарактеризовать их связь с фотонами, по аналогии с тензорными мезонами, значениями констант  $\Gamma_{0^{++}\rightarrow\gamma\gamma}(m_{0^{++}}^2)$  невозможно реализовать по целому ряду причин.

Прежде всего, ясно, что когда мы имеем дело не с уединёнными резонансами, а с резонансами, сопровождающимися существенным фоном, и когда ширины их двухфотонных распадов резко изменяются на ширине резонансных пиков из-за близости порогов неупругих каналов, то говорить о двухфотонной ширине в точке резонанса не имеет особого смысла.

В связи с этим интересно рассмотреть *S*-волновое сечение  $\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-$ , обусловленное только резонансными вкладами, т.е.

$$\begin{aligned} \sigma_{\rm res}(\gamma\gamma \to \pi^{+}\pi^{-};s) &= \\ &= \frac{\rho_{\pi^{+}}(s)}{32\pi s} \left| \tilde{I}_{\pi^{+}\pi^{-}}^{\pi^{+}}(s;x_{1}) \exp\left(2i\delta_{\rm B}^{\pi\pi}(s)\right) T_{\rm res}^{\pi\pi}(s) + \right. \\ &\left. + \tilde{I}_{\rm K^{+}K^{-}}^{\rm K^{+}}(s;x_{2}) T_{\rm K^{+}K^{-}\to\pi^{+}\pi^{-}}(s) + M_{\rm res}^{\rm direct}(s) \right|^{2} \end{aligned}$$
(34)

(см. (10) и (25)–(27)), где  $\tilde{I}_{\pi^+\pi^-}^{\pi^+}(s;x_1)$  и  $\tilde{I}_{K^+K^-}^{K^+}(s;x_2)$  построенные с учётом формфакторов аналоги функций  $\tilde{I}_{\pi^+\pi^-}^{\pi^+}(s)$  и  $\tilde{I}_{K^+K^-}^{K^+}(s)$  (см. приложения П1 и П3). На рисунке 21 показана зависимость от энергии сечения  $\sigma_{\rm res}(\gamma\gamma \to \pi^+\pi^-;s)$ , умноженного на фактор  $3s/(8\pi^2)$ . В области энергий 1 ГэВ в этой комбинации присутствует ярко выраженный пик от  $f_0(980)$ -резонанса, обусловленный главным образом вкладом неупругого перерассеяния  $\gamma\gamma \to K^+K^- \to \pi^+\pi^-$ . Следуя [102, 105, 107], определим ширину распада  $f_0(980) \to \gamma\gamma$ , усреднённую по резонансному массовому распределению в  $\pi\pi$ -канале:

$$\langle \Gamma_{f_0 \to \gamma\gamma} \rangle_{\pi\pi} = \int_{0,8}^{1,1} \Gamma_{3B} \frac{3s}{8\pi^2} \sigma_{\rm res}(\gamma\gamma \to \pi^+\pi^-;s) \,\mathrm{d}\sqrt{s} \,. \tag{35}$$

Эта величина является адекватной рабочей характеристикой связи  $f_0(980)$  с  $\gamma\gamma$ . Для представленной совместной подгонки  $\langle \Gamma_{f_0 \to \gamma\gamma} \rangle_{\pi\pi} \approx 0,19$  кэВ [107]. Принимая во внимание, что область  $2m_{\pi} < \sqrt{s} < 0,8$  ГэВ является областью ответственности широкого  $\sigma(600)$ -резонанса, по аналогии с (35) получаем  $\langle \Gamma_{\sigma \to \gamma\gamma} \rangle_{\pi\pi} \approx 0,45$  кэВ [107]. Отметим, что касп вблизи  $\pi\pi$ -порога в выражении  $[3s/(8\pi^2)]\sigma_{\rm res}(\gamma\gamma \to \pi^+\pi^-;s)$  (см. рис. 21) представляет собой проявление поправок на конечную ширину в пропагаторе скалярного резонанса. В приложении П1 приведено простое пояснение этого утверждения.

В полной *S*-волновой амплитуде  $\gamma\gamma \rightarrow \pi\pi$  такое пороговое усиление отсутствует благодаря экранированию резонансного вклада в амплитуде  $T_0^0(s)$  вкладом кирального фона (см., например, рис. 20б).

Приведённые примеры позволяют ясно почувствовать нетривиальность получения информации о двухфотонных распадах  $\sigma(600)$ - и  $f_0(980)$ -резонансов. Например, определить  $\Gamma_{\sigma \to \gamma\gamma}(m_{\sigma}^2)$  прямо из данных при всём желании нельзя, так как сечение в  $\sigma$ -области формируется и резонансом, и компенсирующим его фоном. Для их разделения требуется конкретная динамическая модель для всей амплитуды. Простой формулы Брейта – Вигнера здесь недостаточно.

Что касается  $f_0(980)$ -резонанса, то экспериментаторы уже стали учитывать при обработке данных два из трёх

**Рис. 21.** Сплошной кривой показано подынтегральное выражение в формуле (35), соответствующее совместной подгонке данных по реакциям  $\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-$  и  $\gamma\gamma \rightarrow \pi^0\pi^0$ , представленной на рис. 20. Пунктирной и штриховой кривыми показаны вклады от резонансного упругого перерассеяния  $\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^- \rightarrow \pi^+\pi^-$  и резонансного неупругого перерассеяния  $\gamma\gamma \rightarrow K^+K^- \rightarrow \pi^+\pi^-$  соответственно.

важных обстоятельств [90-92] (см. также [10, 11]), на которые было обращено внимание в работе [105]. Вопервых, в пропагаторе f<sub>0</sub>(980)-резонанса учитываются обусловленные связью f<sub>0</sub>(980) с КК-каналом поправки на конечную ширину, которые существенно влияют на форму  $f_0(980)$ -пика в  $\pi\pi$ -канале. Во-вторых, учитывается, хотя и в самой простой форме, интерференция  $f_0(980)$ резонанса с фоном. Однако для самой амплитуды распада  $f_0(980) \rightarrow \gamma \gamma$  никакой модели не строилось она просто полагалась равной константе [90-92]. Действуя таким способом, коллаборация Belle извлекла в результате подгонок значения  $\Gamma_{f_0 \to \gamma\gamma}(m_{f_0}^2)$ , приведённые в табл. 4. Эти значения нельзя воспринимать слишком буквально. Прежде всего, их нельзя использовать для определения константы связи  $g_{f_0\gamma\gamma}$  в эффективном лагранжиане взаимодействия, т.е. константы прямого перехода  $f_0(980) \rightarrow \gamma \gamma$ , так как такая константа является малой и не определяет распад  $f_0(980) \rightarrow \gamma \gamma$ , как было показано выше. До тех пор пока не конкретизирована модель для амплитуды распада  $f_0(980) \rightarrow \gamma \gamma$ , смысл получаемых с помощью упрощённой параметризации значений  $\Gamma_{f_0 \to \gamma \gamma}(m_{f_0}^2)$  будет весьма неопределённым<sup>23</sup>. В принципе, значения  $\Gamma_{f_0 \to \gamma \gamma}(m_{f_0}^2)$ , указанные в табл. 4, можно воспринимать как предварительные оценки  $\langle \Gamma_{f_0 \to \gamma \gamma} \rangle$ , т.е. ширины распада  $f_0(980) \to \gamma \gamma$ , усреднённой по адронному массовому распределению [102, 105, 107].

В рамках дисперсионного подхода для характеристики связи резонансов  $\sigma(600)$  и  $f_0(980)$  с фотонами обычно вводят так называемые полюсные двухфотонные ширины  $\Gamma_{R \to \gamma\gamma}(pole), R = \sigma, f_0$  (см., например, [194, 208, 222, 239, 247]). Эти ширины определяются через модули вычетов в комплексных полюсах амплитуд  $\gamma\gamma \to \pi\pi$  и  $\pi\pi \to \pi\pi$ , построенных теоретически. Основываясь на проведённом анализе [9], отметим следующее. Вычеты для указанных амплитуд являются существенно комплексными, и они не могут использоваться в качестве



 $<sup>^{23}</sup>$  Высказанные замечания справедливы также для случая  $\sigma(600)$ -резонанса.



**Рис. 22.** Данные Belle [93] и Crystal Ball [189] для сечения  $\gamma\gamma \rightarrow \pi^0\eta$ . Затушёванная полоса показывает величину систематической ошибки данных Belle; их средняя статистическая ошибка составляет приблизительно ±0,4 нб. Сплошной, штриховой и пунктирной кривыми показаны соответственно полное сечение, сечение со спиральностью 0 и *S*-волновое сечение  $\gamma\gamma \rightarrow \pi^0\eta$  (при  $|\cos \theta| \le 0.8$ ), отвечающие элементарным р- и  $\omega$ -обменам.

каких-либо констант связи в эрмитовом эффективном лагранжиане. Поскольку эти вычеты относятся к амплитудам в целом, то они, естественно, являются величинами, "одетыми" фоном. Как показывает наш анализ в рамках  $SU(2)_L \times SU(2)_R$  линейной  $\sigma$ -модели [9], фон существенным образом влияет на величины и фазы вычетов. Таким образом, ориентация на величины типа  $\Gamma_{R \to \gamma\gamma}(pole)$ , получаемые в дисперсионном подходе, практически не помогает раскрыть механизм, управляющий двухфотонными распадами скалярных мезонов, и пролить свет на природу лёгких скаляров.

## 5. Рождение резонанса $a_0(980)$ в реакции $\gamma\gamma \rightarrow \pi^0\eta$

Наши выводы о важной роли  $K^+K^-$ -петлевого механизма в двухфотонном рождении  $a_0(980)$  и о его возможной четырёхкварковой природе, сделанные в конце 1980-х – начале 1990-х годов [48, 102, 103], были основаны на анализе результатов первых опытов Crystal Ball [189] (см. рис. 5) и JADE [96] по реакции  $\gamma\gamma \rightarrow \pi^0\eta$ . К сожалению, большие статистические ошибки этих данных и весьма грубый шаг по инвариантной массе  $\pi^0\eta$ -системы (равный 40 МэВ в эксперименте Crystal Ball и 60 МэВ в эксперименте JADE) оставили много неопределённостей.

Как отмечалось в разделе 3.1, в 2009 г. на В-фабрике КЕКВ коллаборация Belle получила новые данные по реакции  $\gamma\gamma \rightarrow \pi^0\eta$  [93]. Набранная в этом эксперименте статистика на три порядка больше, чем в предыдущих экспериментах Crystal Ball (336 событий) и JADE (291 событие).

На опыте выяснилась характерная особенность сечения  $\gamma\gamma \rightarrow \pi^0\eta$  (рис. 22): оно оказалось не малым в области, лежащей между областями  $a_0(980)$ - и  $a_2(1320)$ -резонансов<sup>24</sup>, что безусловно свидетельствует о присутствии дополнительных вкладов. Причём эти вклады должны быть когерентными с резонансными вкладами,

так как в амплитуде  $\gamma\gamma \to \pi^0\eta$  при инвариантной массе  $\pi^0\eta$ -системы  $\sqrt{s} < 1,4$  ГэВ доминируют только две низшие парциальные волны S и D<sub>2</sub> [93]. В работе [93] была проведена феноменологическая подгонка данных по  $\gamma\gamma \rightarrow \pi^0\eta$  с учётом интерференции резонансных и фоновых вкладов. Оказалось, что для описания S-волны необходим, наряду с вкладами от резонанса а<sub>0</sub>(980) и возможного тяжёлого a<sub>0</sub>(Y)-резонанса, плавный фон, амплитуда которого является сравнимой по величине с амплитудой а<sub>0</sub>(980)-резонанса в максимуме и имеет большую мнимую часть [93]. В результате фон приводит практически к возрастанию сечения в четыре раза в области а<sub>0</sub>(980)-пика и к заполнению провала между а<sub>0</sub>(980)- и а<sub>2</sub>(1320)-резонансами. Происхождение столь значительного фона в S-волне неизвестно. Между тем мнимая часть фоновой амплитуды обусловлена вкладами реальных промежуточных состояний,  $\pi\eta$ ,  $K\bar{K}$ ,  $\pi\eta'$ , и она, естественно, требует динамической расшифровки.

В [109, 110] мы показали, что наблюдаемая в экспериментах картина является результатом сложения многих динамических факторов. Для анализа данных мы существенно развили модель, обсуждавшуюся ранее в [102, 103, 108]. В основе этой модели лежит представление об  $a_0(980)$ -резонансе как о возможном кандидате в четырёхкварковые состояния. В пользу этого уже был получен ряд весомых указаний [1, 4, 34, 36, 45, 48, 85, 86, 133, 169]. Найденное нами решение для амплитуды  $\gamma\gamma \rightarrow \pi^0\eta$  согласуется с ожиданиями киральной теории для длины πη-рассеяния, с сильной связью a<sub>0</sub>(980) с каналами  $\pi\eta$ , KK и  $\pi\eta'$  и с ключевой ролью механизмов перерассеяний  $a_0(980) \rightarrow (K\bar{K} + \pi^0\eta + \pi^0\eta') \rightarrow \gamma\gamma$  в распаде  $a_0(980) \rightarrow \gamma \gamma$ . Такая картина свидетельствует в пользу  $q^2 \bar{q}^2$ -природы  $a_0(980)$  и согласуется со свойствами его партнёров,  $\sigma_0(600)$  и  $f_0(980)$ , в частности с теми (описанными выше) свойствами, которые они проявляют в реакциях γγ → ππ. В [109, 110] была также выяснена важная роль векторных обменов в формировании нерезонансного фона в  $\gamma\gamma \to \pi^0\eta$  и получена предварительная информация о реакции  $\pi^0\eta \to \pi^0\eta$ .

Для анализа данных Belle были построены спиральные,  $M_{\lambda}$ , и соответствующие им парциальные,  $M_{\lambda J}$ , амплитуды  $\gamma \gamma \rightarrow \pi^0 \eta$ , в которых учитывались электромагнитные борновские вклады от р-,  $\omega$ -, K\*- и K-обменов, модифицированные формфакторами и сильными упругими и неупругими взаимодействиями в конечном состоянии в каналах  $\pi^0 \eta$ ,  $\pi^0 \eta'$ , K<sup>+</sup>K<sup>-</sup> и K<sup>0</sup>K<sup>0</sup>, а также вклады, обусловленные прямым взаимодействием резонансов с фотонами:

$$\begin{split} M_{0}(\gamma\gamma \to \pi^{0}\eta; s, \theta) &= M_{0}^{\operatorname{Born} V}(\gamma\gamma \to \pi^{0}\eta; s, \theta) + \\ &+ \tilde{I}_{\pi^{0}\eta}^{V}(s) T_{\pi^{0}\eta \to \pi^{0}\eta}(s) + \tilde{I}_{\pi^{0}\eta'}^{V}(s) T_{\pi^{0}\eta' \to \pi^{0}\eta}(s) + \\ &+ (\tilde{I}_{K^{+}K^{-}}^{K^{*+}}(s) - \tilde{I}_{K^{0}\bar{K}^{0}}^{K^{*0}}(s) + \tilde{I}_{K^{+}K^{-}}^{K^{+}}(s; x_{2})) \times \\ &\times T_{K^{+}K^{-} \to \pi^{0}\eta}(s) + \tilde{M}_{\mathrm{res}}^{\mathrm{direct}}(s), \end{split}$$
(36)  
$$\begin{split} M_{2}(\gamma\gamma \to \pi^{0}\eta; s, \theta) &= M_{2}^{\operatorname{Born} V}(\gamma\gamma \to \pi^{0}\eta; s, \theta) + \end{split}$$

$$+80\pi d_{20}^{2}(\theta)M_{\gamma\gamma\to a_{2}(1320)\to\pi^{0}\eta}(s), \qquad (37)$$

 $\theta$  — угол вылета  $\pi^0$  (или  $\eta$ ) в системе центра масс  $\gamma\gamma$ . Диаграммы, соответствующие амплитудам (36), (37), показаны на рис. 23 и 24.

Первые слагаемые в правых частях выражений (36) и (37) представляют собой действительные борновские спиральные амплитуды, обусловленные суммой равных

<sup>&</sup>lt;sup>24</sup> Данные JADE [96] по  $\gamma\gamma \to \pi^0\eta$  являются ненормированными, поэтому они не приведены на рис. 22.



**Рис. 23.** Диаграммы, соответствующие спиральным амплитудам (36) и (37) для реакции  $\gamma\gamma \rightarrow \pi^0\eta$ .



**Рис. 24.** Диаграммы борновских  $\rho$ -,  $\omega$ -,  $K^*$ - и K-обменов для  $\gamma\gamma \rightarrow \pi^0\eta, \gamma\gamma \rightarrow \pi^0\eta'$  и  $\gamma\gamma \rightarrow K\bar{K}$ .

по величине вкладов от ρ- и ω-обменов:

$$M_0^{\text{Born V}}(\gamma\gamma \to \pi^0\eta; s, \theta) =$$
  
=  $2g_{\omega\pi\gamma}g_{\omega\eta\gamma}\frac{s}{4}\left[\frac{tG_{\omega}(s,t)}{t-m_{\omega}^2} + \frac{uG_{\omega}(s,u)}{u-m_{\omega}^2}\right],$  (38)

$$M_2^{\text{Born V}}(\gamma \gamma \to \pi^0 \eta; s, \theta) =$$
  
=  $2g_{\omega \pi \gamma}g_{\omega \eta \gamma} \frac{m_{\pi}^2 m_{\eta}^2 - tu}{4} \left[ \frac{G_{\omega}(s, t)}{t - m_{\omega}^2} + \frac{G_{\omega}(s, u)}{u - m_{\omega}^2} \right], \quad (39)$ 

где

$$\begin{split} g_{\omega\eta\gamma} &= \frac{1}{3} g_{\omega\pi\gamma} \sin\left(\theta_{\rm i} - \theta_{\rm P}\right), \\ g_{\omega\pi\gamma}^2 &= 12\pi \Gamma_{\omega\to\pi\gamma} \left[\frac{m_{\omega}^2 - m_{\pi}^2}{2m_{\omega}}\right]^{-3} \approx 0,519 \; \Gamma \Im B^{-2} \; [10, \; 11] \,, \end{split}$$

 $\theta_{i} = 35,3^{\circ}$  — угол "идеального" смешивания,  $\theta_{P}$  — угол смешивания в псевдоскалярном нонете, t и u — переменные Мандельштама для  $\gamma\gamma \to \pi^{0}\eta$ ,  $G_{\omega}(s, t)$  и  $G_{\omega}(s, u)$  — t- и u-канальные формфакторы; для элементарных р- и  $\omega$ -обменов  $G_{\omega}(s, t) = G_{\omega}(s, u) = 1$ . В соответствующих борновских амплитудах для  $\gamma\gamma \to \pi^{0}\eta'$   $g_{\omega\eta'\gamma} = (1/3)g_{\omega\pi\gamma}\cos(\theta_{i} - \theta_{P})$ , а для  $\gamma\gamma \to K\bar{K}$  с  $K^{*}$ -обменом  $g_{K^{**}K^{+}\gamma}^{2} \approx 0,064$  Гэ $B^{-2}$  и  $g_{K^{*0}K^{0}\gamma}^{2} \approx 0,151$  Гэ $B^{-2}$  [10, 11].

Отметим, что в интересующей нас неасимптотической области энергий о затравочных борновских источниках реакции  $\gamma\gamma \rightarrow \pi^0\eta$ , отвечающих обменам с квантовыми числами мезонов  $\rho$  и  $\omega$  (а также b<sub>1</sub>(1235) и h<sub>1</sub>(1170)), известно очень мало. Определённо можно лишь сказать, что элементарные  $\rho$ - и  $\omega$ -обмены, вклады которых в сечение  $\gamma\gamma \to \pi^0\eta$  (главным образом, в *S*волну) стремительно увеличиваются с возрастанием энергии (см. рис. 22), не наблюдаются на опыте<sup>25</sup>. Этот факт был объяснён в [103] реджезацией элементарных обменов, подавляющей опасные вклады уже в области энергий 1–1,5 ГэВ. Поэтому мы используем формфакторы реджевского типа,  $G_{\omega}(s,t) = \exp\left[(t-m_{\omega}^2)b_{\omega}(s)\right]$ ,  $G_{\omega}(s,u) = \exp\left[(u-m_{\omega}^2)b_{\omega}(s)\right]$ , где

$$b_{\omega}(s) = b_{\omega}^0 + \frac{\alpha_{\omega}'}{4} \ln\left[1 + \left(\frac{s}{s_0}\right)^4\right],$$

 $b^{\,0}_{\omega}=0, \alpha'_{\omega}=0,8$ Гэ<br/>В $^{-2}$ и $s_0=1$ Гэ В $^2$  (и аналогично для К\*-обмена).

Что касается  $b_1(1235)$ - и  $h_1(1170)$ -обменов, то их амплитуды имеют вид, аналогичный (38) и (39), за исключением общего знака в амплитуде со спиральностью 0. Оценки показывают, что амплитуды аксиально-векторных обменов по крайней мере в пять раз меньше соответствующих амплитуд векторных обменов, поэтому их вкладами мы пренебрегаем<sup>26</sup>.

Слагаемые в (36), пропорциональные *S*-волновым адронным амплитудам  $T_{\pi^0\eta\to\pi^0\eta}(s)$ ,  $T_{\pi^0\eta'\to\pi^0\eta}(s)$  и  $T_{K^+K^-\to\pi^0\eta}(s)$ , обусловлены механизмами перерассеяний. В этих амплитудах мы учитываем вклад смешивающихся резонанса  $a_0(980)$  и тяжёлого резонанса  $a_0(Y)$  (обозначаемых для краткости  $a_0$  и  $a'_0$  соответственно) и фоновые вклады:

$$T_{\pi^{0}\eta\to\pi^{0}\eta}(s) = T_{0}^{1}(s) = \frac{\eta_{0}^{1}(s)\exp\left(2i\delta_{0}^{1}(s)\right) - 1}{2i\rho_{\pi\eta}(s)} = T_{\pi\eta}^{\mathrm{bg}}(s) + \exp\left(2i\delta_{\pi\eta}^{\mathrm{bg}}(s)\right)T_{\pi^{0}\eta\to\pi^{0}\eta}^{\mathrm{res}}(s),$$
(40)

$$T_{\pi^0\eta'\to\pi^0\eta}(s) = T^{\text{res}}_{\pi^0\eta'\to\pi^0\eta}(s) \exp\left[i\left(\delta^{\text{bg}}_{\pi\eta'}(s) + \delta^{\text{bg}}_{\pi\eta}(s)\right)\right], \quad (41)$$

$$T_{\mathbf{K}^{+}\mathbf{K}^{-}\to\pi^{0}\eta}(s) = T_{\mathbf{K}^{+}\mathbf{K}^{-}\to\pi^{0}\eta}^{\mathrm{res}}(s) \exp\left[\mathrm{i}\left(\delta_{\mathbf{K}\bar{\mathbf{K}}}^{\mathrm{bg}}(s) + \delta_{\pi\eta}^{\mathrm{bg}}(s)\right)\right],$$
(42)

где

$$\begin{split} T^{\rm bg}_{\pi\eta}(s) &= \frac{\exp\left(2\mathrm{i}\delta^{\rm bg}_{\pi\eta}(s)\right) - 1}{2\mathrm{i}\rho_{\pi\eta}(s)} \,, \\ T^{\rm res}_{\pi^0\eta\to\pi^0\eta}(s) &= \frac{\eta^1_0(s)\exp\left(2\mathrm{i}\delta^{\rm res}_{\pi\eta}(s)\right) - 1}{2\mathrm{i}\rho_{\pi\eta}(s)} \,, \\ \delta^{\,1}_0(s) &= \delta^{\,\rm bg}_{\pi\eta}(s) + \delta^{\rm res}_{\pi\eta}(s) \,, \quad \rho_{ab}(s) = \frac{\sqrt{s - m^{(+)\,2}_{ab}}\sqrt{s - m^{(-)\,2}_{ab}}}{s} \end{split}$$

 $m_{ab}^{(\pm)} = m_b \pm m_a, ab = \pi\eta, K^+K^-, K^0\bar{K}^0, \pi\eta'; \delta_{\pi\eta}^{bg}(s), \delta_{\pi\eta'}^{bg}(s)$  и  $\delta_{K\bar{K}}^{bg}(s)$  — фазы упругих фоновых вкладов в каналах  $\pi\eta, \pi\eta'$  и  $K\bar{K}$  с изоспином I = 1 соответственно (см. приложение П2).

<sup>&</sup>lt;sup>25</sup> Эти вклады слабо чувствительны к обычно обсуждаемым значениям  $\theta_{\rm P}$  [11]. Ориентировочные кривые на рис. 22 соответствуют  $\theta_{\rm P} = -22^{\circ}$ .

<sup>&</sup>lt;sup>26</sup> В реакции  $\gamma\gamma \to \pi^0 \eta$  обмены с высшими спинами являются поправкой на фоне вклада К-обмена, которая требуется для описания данных, как будет показано ниже. Что касается реакций  $\gamma\gamma \to \pi\pi$ , то на фоне суммарного вклада от  $\pi$ - и К-обменов поправки от обменов с высшими спинами оказываются существенно меньшими и на данном этапе "ухватить" их мы не в состоянии.

Амплитуды  $a_0 - a'_0$ -резонансного комплекса в (40)-(42) имеют вид аналогичный (25), (26) [109, 110, 171, 275]:

$$T_{ab\to\pi^{0}\eta}^{\rm res}(s) = \frac{g_{a_{0}ab} \varDelta_{a_{0}'}(s) + g_{a_{0}'ab} \varDelta_{a_{0}}(s)}{16\pi \left[ D_{a_{0}}(s) \mathbf{D}_{a_{0}'}(s) - \Pi_{a_{0}a_{0}'}^{2}(s) \right]},$$
(43)

здесь

$$\begin{split} & \varDelta_{\mathbf{a}_{0}'}(s) = D_{\mathbf{a}_{0}'}(s)g_{\mathbf{a}_{0}\pi^{0}\eta} + \Pi_{\mathbf{a}_{0}\mathbf{a}_{0}'}(s)g_{\mathbf{a}_{0}'\pi^{0}\eta} , \\ & \varDelta_{\mathbf{a}_{0}}(s) = D_{\mathbf{a}_{0}}(s)g_{\mathbf{a}_{0}'\pi^{0}\eta} + \Pi_{\mathbf{a}_{0}\mathbf{a}_{0}'}(s)g_{\mathbf{a}_{0}\pi^{0}\eta} , \end{split}$$

 $g_{a_0ab}$  и  $g_{a_0'ab}$  — константы связи, пропагатор для  $a_0$ -резонанса (и аналогично для  $a_0'$ )

$$\frac{1}{D_{a_0}(s)} = \frac{1}{m_{a_0}^2 - s + \sum_{ab} \left[ \operatorname{Re} \Pi_{a_0}^{ab}(m_{a_0}^2) - \Pi_{a_0}^{ab}(s) \right]},$$

где Re  $\Pi_{a_0}^{ab}(s)$  определяется однократно вычтенным дисперсионным интегралом от Im  $\Pi_{a_0}^{ab}(s) = \sqrt{s} \Gamma_{a_0 \to ab}(s) =$  $= g_{a_0ab}^2 \rho_{ab}(s)/(16\pi),$ 

$$\Pi_{\mathbf{a}_0\mathbf{a}_0'}(s) = C_{\mathbf{a}_0\mathbf{a}_0'} + \sum_{ab} \frac{g_{\mathbf{a}_0'ab}}{g_{\mathbf{a}_0ab}} \Pi_{\mathbf{a}_0}^{ab}(s)$$

 $C_{a_0a'_0}$  — параметр смешивания резонансов (явный вид поляризационных операторов  $\Pi^{ab}_{a_0}(s)$  [108, 132, 169, 170] см. в приложении П2). Амплитуда

$$\tilde{M}_{\text{res}}^{\text{direct}}(s) = s \, \frac{g_{a_0\gamma\gamma}^{(0)} \varDelta_{a_0'}(s) + g_{a_0'\gamma\gamma}^{(0)} \varDelta_{a_0}(s)}{D_{a_0}(s) D_{a_0'}(s) - \Pi_{a_0a_0'}^2(s)} \exp\left(\mathrm{i}\delta_{\pi\eta}^{\text{bg}}(s)\right) \tag{44}$$

в формуле (36) описывает переход  $\gamma\gamma \to \pi^0\eta$ , обусловленный прямыми константами связи  $a_0$ - и  $a'_0$ -резонансов с фотонами  $g^{(0)}_{a_0\gamma\gamma}$  и  $g^{(0)}_{a'_0\gamma\gamma}$ , множитель *s* обусловлен калибровочной инвариантностью.

Выражение (36) подразумевает, что амплитуды  $T_{ab\to\pi^0\eta}(s)$  в петлях перерассеяний  $\gamma\gamma \to ab \to \pi^0\eta$  (см. рис. 23) лежат на массовой поверхности. При этом функции  $\tilde{I}_{\pi^0\eta}^V(s)$ ,  $\tilde{I}_{\pi^0\eta'}^V(s)$ ,  $\tilde{I}_{K\bar{K}}^{K*}(s)$  и уже введённая ранее  $\tilde{I}_{K^+K^-}^{K+}(s;x_2)$  представляют собой амплитуды треугольных петлевых диаграмм, описывающие переходы  $\gamma\gamma \to ab \to (cka.nsphoe\ cocmosnue\ c\ maccox,\ paвной = \sqrt{s})$ , в которых мезонные пары  $\pi^0\eta$ ,  $\pi^0\eta'$  и K $\bar{K}$  порождаются электромагнитными борновскими источниками (см. рис. 24) (соответствующие формулы даны в приложениях П2 и П3. Построенная амплитуда  $M_0(\gamma\gamma \to \pi^0\eta; s, \theta)$  удовлетворяет теореме Ватсона в упругой области.

Для амплитуды рождения  $a_2(1320)$  в (37) мы используем параметризацию, аналогичную (28) и (29):

$$M_{\gamma\gamma \to a_2(1320) \to \pi^0 \eta}(s) = \frac{\sqrt{s\Gamma_{a_2 \to \gamma\gamma}(s)\Gamma_{a_2}^{\text{tot}}(s) B(a_2 \to \pi\eta)/\rho_{\pi\eta}(s)}}{m_{a_2}^2 - s - i\sqrt{s}\Gamma_{a_2}^{\text{tot}}(s)}, \qquad (45)$$

где

$$\Gamma_{a_2}^{\text{tot}}(s) = \Gamma_{a_2}^{\text{tot}} \frac{m_{a_2}^2}{s} \frac{q_{\pi\eta}^5(s)}{q_{\pi\eta}^5(m_{a_2}^2)} \frac{D_2(q_{\pi\eta}(m_{a_2}^2)r_{a_2})}{D_2(q_{\pi\eta}(s)r_{a_2})} , \qquad (46)$$

 $q_{\pi\eta}(s) = \sqrt{s} \rho_{\pi\eta}(s)/2, D_2(x) = 9 + 3x^2 + x^4, r_{a_2}$  — радиус взаимодействия,  $\Gamma_{a_2 \to \gamma\gamma}(s) = (\sqrt{s}/m_{a_2})^3 \Gamma_{a_2 \to \gamma\gamma}$ . Напомним, что ширины распадов  $f_2(1270) \to \gamma\gamma$  и  $a_2(1320) \to \gamma\gamma$ хорошо удовлетворяют соотношению  $\Gamma_{f_2 \to \gamma\gamma}/\Gamma_{a_2 \to \gamma\gamma} =$ = 25/9 [10, 11, 197], справедливому в наивной qq-модели для прямых переходов qq  $\to \gamma\gamma$ .



**Рис. 25.** Подгонка данных Belle по сечению реакции  $\gamma\gamma \rightarrow \pi^0\eta$ . Результирующая сплошная кривая соответствует сплошной кривой *l* на рис. 26а или 266, взвешенной с гауссовым разрешением по массе  $\sigma = 10$  МэВ. Затушёванная полоса показывает величину систематической ошибки данных.

Результаты нашей подгонки данных Belle по сечению реакции  $\gamma\gamma \rightarrow \pi^0\eta$  представлены на рис. 25 и 26. Соответствующие значения параметров модели указаны в приложении П2. Хорошее согласие с данными опытов (см. рис. 25) позволяет сделать достаточно определённые выводы об основных динамических составляющих механизма реакции  $\gamma\gamma \rightarrow \pi^0\eta$ , вклады которых подробно иллюстрируют рис. 26а и б.

Начнём с вклада неупругого перерассеяния үү ->  $\rightarrow K^+K^- \rightarrow \pi^0\eta$ , в котором промежуточная  $K^+K^-$ -пара рождается в результате заряженного однокаонного обмена (рис. 24б). Этот механизм, как и в случае рождения  $f_0(980)$  в реакциях  $\gamma\gamma \to \pi\pi$  [106, 107], задаёт естественный масштаб для сечения рождения а<sub>0</sub>(980) в  $\gamma\gamma \rightarrow \pi^0\eta$ , а также приводит к сужению  $a_0(980)$ -пика в этом канале [102, 108]. Сечение  $\sigma(\gamma\gamma \rightarrow K^+K^- \rightarrow$  $\rightarrow a_0(980) \rightarrow \pi^0 \eta$ ) в максимуме контролируется произведением отношения квадратов констант связи  $R_{a_0} = g_{a_0K^+K^-}^2/g_{a_0\pi\eta}^2$  и значения  $|\tilde{I}_{K^+K^-}^{K^+}(4m_{K^+}^2;x_2)|^2$ . Оценка этого сечения даёт (здесь мы пренебрегаем влиянием тяжёлого  $a_0'$ -резонанса)  $\sigma(\gamma\gamma \to K^+K^- \to a_0(980) \to \pi^0\eta;$  $|\cos \theta| \le 0.8$   $\approx 0.8 \times 1.4 \alpha^2 R_{a_0} / m_{a_0}^2 \approx 24$  [H6]  $\times R_{a_0}$ . Сужение  $a_0(980)$ -пика в сечении  $\sigma(\gamma\gamma \rightarrow K^+K^- \rightarrow a_0(980) \rightarrow \pi^0\eta)$ происходит вследствие резкого уменьшения функции  $|\tilde{I}_{K^+K^-}^{K^+}(s;x_2)|^2$  ниже K+K<sup>-</sup>-порога [102, 108]. Вклад перерассеяния  $\gamma\gamma \to K^+K^- \to \pi^0\eta$  в сечение  $\gamma\gamma \to \pi^0\eta$  показан сплошной кривой 3 на рис. 26а. К\*-обмен ещё слегка сужает а<sub>0</sub>(980)-пик (см. штриховую кривую под сплошной кривой 3 на рис. 26а).

Ясно, что одного механизма перерассеяния  $\gamma\gamma \rightarrow K\bar{K} \rightarrow \pi^0\eta$  недостаточно для того, чтобы описать данные в области  $a_0(980)$ -резонанса. Добавление к нему борновского вклада от р- и  $\omega$ -обменов, модифицированного *S*-волновым перерассеянием  $\gamma\gamma \rightarrow (\pi^0\eta + \pi^0\eta') \rightarrow \pi^0\eta$  и амплитуды  $\tilde{M}_{\rm res}^{\rm direct}(s)$ , обусловленной прямыми переходами  $a_0$  и  $a'_0$  в фотоны, позволяет получить наблюдаемую величину сечения. При этом сами по себе вклады этих двух механизмов в области  $a_0(980)$  невелики (см. сплошную кривую 4 на рис. 266 для второго), но



**Рис. 26.** Подгонка данных Belle. (а) Полное сечение  $\gamma\gamma \rightarrow \pi^0\eta$  (сплошная кривая 1), его части со спиральностями 0 (сплошная кривая 2) и 2 (пунктирная кривая), вклад перерассеяния  $\gamma\gamma \rightarrow K^+K^- \rightarrow \pi^0\eta$ с промежуточной К+К--парой, рождённой в результате борновского К-обмена (сплошная кривая 3), вклад перерассеяния  $\gamma\gamma \rightarrow K\bar{K} \rightarrow \pi^0\eta$  с промежуточными  $K\bar{K}$ -парами, рождёнными в результате борновских К- и К\*-обменов (штриховая кривая), вклад амплитуды борновских р- и  $\omega$ -обменов с  $\lambda = 0$  (штрихпунктирная кривая) и совместный вклад этой амплитулы и S-волнового перерассеяния  $\gamma\gamma \rightarrow (\pi^0\eta + \pi^0\eta') \rightarrow \pi^0\eta$  (сплошная кривая 4). (б) Сплошные кривые 1 и 2 — те же, что на рис. а, штрихпунктирная кривая отвечает вкладу амплитуды  $\tilde{M}_{\text{res}}^{\text{direct}}(s)$ , обусловленной прямыми переходами а<sub>0</sub> и а<sub>0</sub>' в фотоны, пунктирная кривая показывает полный вклад от a<sub>0</sub> – a<sub>0</sub>-резонансного комплекса, штриховая кривая отвечает сечению со спиральностью 0 без вклада амплитуды прямого перехода  $\tilde{M}_{\rm res}^{\rm direct}(s)$ .

их когерентное сложение с вкладом неупругого перерассеяния  $\gamma\gamma \rightarrow K\bar{K} \rightarrow \pi^0\eta$  (см. диаграммы для амплитуды с  $\lambda = 0$  на рис. 23) приводит к значительному усилению  $a_0(980)$ -резонанса (см. сплошную кривую 2 на рис. 26а). Напомним, что до  $K^+K^-$ -порога все *S*-волновые вклады в амплитуде  $\gamma\gamma \rightarrow \pi^0\eta$ , в согласии с теоремой Ватсона, имеют одинаковую фазу.

Отметим, что в качестве побочного результата мы извлекли из подгонки данных по  $\gamma\gamma \to \pi^0\eta$  предварительную информацию об *S*-волновой амплитуде реакции  $\pi^0\eta \to \pi^0\eta$ , имеющую важное значение для физики псевдоскалярных мезонов. Все характеристики, получен-

ные для этой амплитуды, представлены на рис. 27. Здесь стоит отметить важную роль фоновой упругой амплитуды  $\pi^0\eta$ -рассеяния  $T^{bg}_{\pi\eta}(s)$  (см. (40)). Во-первых, выбор отрицательной фазы фона  $\delta^{bg}_{\pi\eta}(s)$  (рис. 27б) в  $T^{bg}_{\pi\eta}(s)$  позволяет согласовать длину  $\pi\eta$ -рассеяния в рассматриваемой модели с оценками, основанными на алгебре токов [276, 277] и киральной теории возмущений [278, 279], согласно которым  $a_0^1 \approx 0,005-0,01$  (в единицах  $m_{\pi}^{-1}$ ). В  $a_0^1$  имеет место компенсация резонансного вклада ( $\approx 0,3$ ) вкладом фона. Во-вторых, значительная отрицательная величина  $\delta^{hg}_{\pi\eta}(s)$  в области энергий около 1 ГэВ обеспечивает резонансноподобное поведение сечения, показанного сплошной кривой 4 на рис. 26а.

Обратимся к рис. 26б и обсудим вклад тяжёлого (возможно, существующего [11]) резонанса а<sub>0</sub> с массой  $m_{a_0} \approx 1,4$  ГэВ. В сечении, которое отвечает амплитуде  $\tilde{M}_{\text{res}}^{\text{direct}}(s)$  (штрихпунктирная кривая), имеется отчётливое усиление в области энергий около 1,4 ГэВ. В сечении, которое отвечает полному вкладу резонансов (пунктирная кривая), т.е. совместному вкладу от амплитуды  $\tilde{M}_{\rm res}^{\rm direct}(s)$  и амплитуд перерассеяний, пропорциональных амплитудам резонансных переходов  $ab \to \pi^0 \eta$  ( $ab = \pi \eta$ ,  $K^+K^-$ ,  $K^0\bar{K}^0$ ,  $\pi\eta'$ ), это усиление превращается в плечо. Наконец, в полном сечении  $\sigma_0$  (сплошная кривая 2), включающем в себя дополнительно борновский вклад  $\gamma\gamma \to \pi^0\eta$  и перерассеяние  $\gamma\gamma \to \pi^0\eta \to \pi^0\eta,$  обусловленное фоновой упругой амплитудой  $\pi^0\eta \to \pi^0\eta$ , признаки резонанса в области энергий около 1,4 ГэВ отсутствуют. Таким образом, мы имеем дело с сильной деструктивной интерференцией между различными вкладами, скрывающей  $a'_0$ -резонанс в сечении  $\gamma\gamma \rightarrow \pi^0\eta$ . Тем не менее во многом благодаря а<sub>0</sub>, удаётся смоделировать требуемый данными Belle [93] значительный плавный S-волновой фон под а<sub>2</sub>(1320) и между а<sub>0</sub>(980)- и а<sub>2</sub>(1320)-резонансами. Отметим также, что для массы а<sub>0</sub> из-за имеющих место сокращений допустим широкий интервал значений, 1,28-1,42 ГэВ (подробности см. в [109])<sup>27</sup>.

Рассмотрим теперь сечение  $\gamma\gamma \to \pi^0\eta$ , обусловленное только резонансными вкладами, и по аналогии с (35) определим ширину распада  $a_0(980) \to \gamma\gamma$ , усреднённую по резонансному массовому распределению в  $\pi\eta$ -канале [102, 108],

$$\langle \Gamma_{\mathbf{a}_0 \to \gamma \gamma} \rangle_{\pi \eta} = \int_{0,9 \ \Gamma \to \mathbf{B}}^{1,1 \ \Gamma \to \mathbf{B}} \frac{s}{4\pi^2} \ \sigma_{\mathrm{res}}(\gamma \gamma \to \pi^0 \eta; s) \, \mathrm{d}\sqrt{s} \,, \qquad (47)$$

где интеграл берётся по области ответственности  $a_0(980)$ . Учитывая в  $\sigma_{res}$  вклад всех перерассеяний и прямых

<sup>&</sup>lt;sup>27</sup> Напомним, что в разделе 4 нам не потребовалось введения тяжёлого скалярного изоскалярного резонанса для теоретического описания процессов  $\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-$  и  $\gamma\gamma \rightarrow \pi^0\pi^0$ , так же как и группе Belle [91, 92] для феноменологической обработки экспериментальных данных. В принципе, этим резонансом мог бы быть f<sub>0</sub>(1370) [11]. Вообще говоря, ситуация с тяжёлыми скалярными резонансами с массами  $\gtrsim 1,3$  ГэВ давно и сильно запутана. Например, авторы обзора [75] сомневаются в самом существовании такого состояния, как f<sub>0</sub>(1370) (в связи с этим см. также [280, 281]). Возможно, что желание видеть скалярные резонансы с массами 1,3–1,4 ГэВ в качестве партнёров хорошо установленных состояний b<sub>1</sub>(1235), h<sub>1</sub>(1170), a<sub>1</sub>(1260), f<sub>1</sub>(1285), a<sub>2</sub>(1320) и f<sub>2</sub>(1270) из низшего *P*-волнового qq̄-мультиплета не реализуется наивным образом. Так или иначе этот вопрос остаётся открытым и требует дальнейших экспериментальных и теоретических исследований.





**Рис. 27.** *S*-волновая амплитуда  $\pi^0 \eta \to \pi^0 \eta$ . (a)  $|T_0^1(s)|$ , неупругость  $\eta_0^1(s)$ ; (б) фазовые сдвиги  $(a_0^1 = 0.0098)$ .

переходов в үү, получаем

$$\langle \Gamma_{a_0 \to (K\bar{K} + \pi\eta + \pi\eta' + direct) \to \gamma\gamma} \rangle_{\pi\eta} \approx 0.4 \text{ kgB}.$$

С учётом только перерассеяний

 $\langle \Gamma_{a_0 \to (K\bar{K} + \pi\eta + \pi\eta') \to \gamma\gamma} \rangle_{\pi\eta} \approx 0.23 \text{ KB},$ 

а с учётом только прямых переходов

 $\langle \Gamma_{a_0 \to \gamma \gamma}^{\text{direct}} \rangle_{\pi \eta} \approx 0.028 \text{ k} \Rightarrow B.$ 

Проведённый анализ позволяет сделать вывод о доминантности механизмов перерассеяний  $a_0(980) \rightarrow (K\bar{K} + \pi^0\eta + \pi^0\eta') \rightarrow \gamma\gamma$ , т.е. четырёхкварковых переходов, в распаде  $a_0(980) \rightarrow \gamma\gamma$ . Такая картина свидетельствует в пользу  $q^2\bar{q}^2$ -природы  $a_0(980)$  и согласуется со свойствами его партнёров —  $\sigma_0(600)$ - и  $f_0(980)$ -резонансов. Что касается предсказания идеальной  $q\bar{q}$ -модели для ширин двухфотонных распадов  $f_0(980)$  и  $a_0(980)$ ,  $\Gamma_{f_0 \rightarrow \gamma\gamma}/\Gamma_{a_0 \rightarrow \gamma\gamma} = 25/9$ , то оно исключено экспериментом<sup>28</sup>.

#### 6. Предварительные итоги

Результаты теоретического анализа экспериментальных достижений в области сравнительно низких энергий (до 1 ГэВ) можно сформулировать следующим образом.

1. Наивное рассмотрение спектра масс лёгких скалярных мезонов  $\sigma(600)$ ,  $\kappa(800)$ ,  $a_0(980)$  и  $f_0(980)$  указывает на их четырёхкварковую,  $q^2\bar{q}^2$ , структуру. 2. Как интенсивности, так и механизмы рождения резонансов  $a_0(980)$  и  $f_0(980)$  в радиационных распадах  $\phi(1020)$ -мезона, четырёхкварковые переходы  $\phi(1020) \rightarrow K^+K^- \rightarrow \gamma[a_0(980)/f_0(980)]$ , указывают на их  $q^2\bar{q}^2$ -природу.

3. Интенсивности и механизмы двухфотонного рождения лёгких скаляров, четырёхкварковые переходы  $\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^- \rightarrow \sigma(600), \gamma\gamma \rightarrow \pi^0\eta \rightarrow a_0(980)$  и  $\gamma\gamma \rightarrow K^+K^- \rightarrow f_0(980)/a_0(980)$ , также указывают на их  $q^2\bar{q}^2$ -природу.

4. Кроме того, отсутствие распадов  $J/\psi \rightarrow \gamma f_0(980)$ ,  $\rho a_0(980)$ ,  $\omega f_0(980)$  при наличии интенсивных распадов  $J/\psi \rightarrow \gamma f_2(1270)$ ,  $\gamma f'_2(1525)$ ,  $\rho a_2(1320)$ ,  $\omega f_2(1270)$  свидетельствует против *P*-волновой двухкварковой,  $q\bar{q}$ , структуры резонансов  $a_0(980)$  и  $f_0(980)$ .

5. Отметим также, что  $a_0(980)$ - и  $f_0(980)$ -мезоны выглядят "чужаками" в компании хорошо установленных мезонов  $b_1(1235)$ ,  $h_1(1170)$ ,  $a_1(1260)$ ,  $f_1(1285)$ ,  $a_2(1320)$  и  $f_2(1270)$ , являющихся членами низшего *P*-волнового qq̄-мультиплета.

#### 7. Будущие исследования

# 7.1. Резонансы f\_0(980) и a\_0(980) вблизи порогов реакций $\gamma\gamma \to K^+K^-$ и $\gamma\gamma \to K^0\bar{K}^0$

Коллаборация Belle исследовала реакции  $\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-$ ,  $\gamma\gamma \rightarrow \pi^0\pi^0$  и  $\gamma\gamma \rightarrow \pi^0\eta$  на высоком уровне статистики<sup>29</sup>. В июле 2010 г. появились также данные Belle по реакции  $\gamma\gamma \rightarrow \eta\eta$  [285]. В сечении  $\gamma\gamma \rightarrow \eta\eta$  при  $\sqrt{s} > 1,2$  ГэВ доминируют вклады тензорных резонансов f<sub>2</sub>(1270), a<sub>2</sub>(1320) и f'<sub>2</sub>(1525). Но в области порога  $2m_{\eta} =$ = 1,0957 ГэВ <  $\sqrt{s} < 1,2$  ГэВ имеется заметный S-волно-

<sup>&</sup>lt;sup>28</sup> Как отмечалось в [108], для модели нерелятивистских К $\bar{K}$ -молекул нет оснований, так как импульсы в каонных петлях, описывающих распады  $\phi \to K^+K^- \to \gamma(f_0/a_0) \, u \, f_0/a_0 \to K^+K^- \to \gamma\gamma$ , велики [45, 214, 215]. Наш анализ даёт дополнительный аргумент против молекулярной модели. Дело в том, что  $a_0(980)$ -резонанс сильно связан с каналами K $\bar{K}$  и  $\pi\eta$ , которые являются равноправными, согласно  $q^2\bar{q}^2$ -модели. Построить слабо связанную K $\bar{K} + \pi\eta$ -молекулу нам представляется невозможным. Кроме того, в молекулярной модели ширины двухфотонных распадов скалярных резонансов рассчитываются в точке резонанса [282, 283], но этого недостаточно для описания реакций  $\gamma\gamma \to \pi^+\pi^-$ ,  $\gamma\gamma \to \pi^0\pi^0$  и  $\gamma\gamma \to \pi^0\eta$ . Попыток описания данных об этих процессах в рамках молекулярной модели пока не предпринималось, поэтому полученные в ней результаты носят академический характер.

<sup>&</sup>lt;sup>29</sup> Отметим, что на обновлённой ф-фабрике DAФNE во Фраскати с помощью детектора KLOE-2 планируется измерить с высокой точностью сечение реакции  $\gamma\gamma \to \pi^+\pi^-$  в околопороговой области  $\sqrt{s}$ , от 0,28 до 0,45 ГэВ [175, 284], для которой пока имеются только данные MARK II [95] с очень большими ошибками (рис. 6а). Планируются также измерения интегральных и дифференциальных сечений реакций  $\gamma\gamma \to \pi^+\pi^-$  и  $\gamma\gamma \to \pi^0\pi^0$  в области  $\sqrt{s}$  от 0,45 до 1,1 ГэВ [175, 284], которые пополнят информацию предыдущих экспериментов о рождении  $\sigma(600)$  и  $f_0(980)$ . В частности, в области  $\sigma(600)$ -резонанса в сечении  $\gamma\gamma \to \pi^0\pi^0$  (рис. 6б) планируется уменьшить статистические ошибки до 2 %.



**Рис. 28.** Массовые распределения для реакций (а)  $\gamma\gamma \rightarrow K^+K^-$  и (б)  $\gamma\gamma \rightarrow K_S^0K_S^0$ , полученные ARGUS [269] и L3 [291] соответственно. (в) Иллюстрация масштаба сечения  $K\bar{K}$ -рождения в  $\gamma\gamma$ -столкновениях. Экспериментальные точки соответствуют сумме парциальных сечений  $\gamma\gamma \rightarrow K^+K^-$ -рождения с  $\lambda J = [22, 02, 00]$  (ARGUS [269]). Верхние штриховая, штрихпунктирная и сплошная кривые соответствуют борновским сечениям  $\gamma\gamma \rightarrow K^+K^-$  для элементарного однокаонного обмена с  $\lambda J = 00$ ,  $\lambda J = [00, 22]$  и полному сечению (вклад с  $\lambda J = 02$  пренебрежимо мал). Нижние штриховая, штрихпунктирная и сплошная кривые показывают те же сечения, модифицированные формфактором (см. раздел 4 и приложение П3). Пунктирной кривой показана наша оценка для *S*-волнового сечения  $\gamma\gamma \rightarrow K^+K^-$ .

вой вклад  $\approx (1,5 \pm 0,15 \pm 0,7)$  нб, который указывает на наличие подпорогового резонанса, сильно связанного с  $\eta\eta$ -каналом. В  $q^2\bar{q}^2$ -модели таким является резонанс  $f_0(980)$ . К сожалению,  $\gamma\gamma \rightarrow \eta\eta$  — не лучшая реакция для его изучения, поскольку в ней виден только конец хвоста этого резонанса.

В области энергий 1 ГэВ не хватает также высокостатистической информации о процессах  $\gamma\gamma \rightarrow K^+K^-$  и  $\gamma\gamma \rightarrow K^0\bar{K}^0$ . Ожидается, что в этих процессах резонансы  $a_0(980)$  и  $f_0(980)$  проявляют свою четырёхкварковую структуру весьма своеобразно [103, 104].

Как показывает опыт [100, 190, 269, 286-292], сечения реакций  $\gamma\gamma \to K^+K^-$  и  $\gamma\gamma \to K^0_S K^0_S$  в области энергий  $1 < \sqrt{s} < 1,7$  ГэВ фактически насыщаются вкладами классических тензорных резонансов  $f_2(1270)$ ,  $a_2(1320)$  и f<sub>2</sub>(1525) (рис. 28), рождающихся в спиральных состояниях с  $\lambda = 2$ . В согласии с q $\bar{q}$ -моделью [293] в  $\gamma\gamma \to K^+K^$ наблюдается конструктивная интерференция, а в  $\gamma\gamma \to K^0 \bar{K}^0$  — деструктивная интерференция между вкладами f<sub>2</sub>(1270)- и a<sub>2</sub>(1320)-резонансов. Отметим, что область вблизи КК-порогов,  $2m_{\rm K} < \sqrt{s} < 1,1$  ГэВ, чувствительная к S-волновым вкладам, осталась в этих реакциях почти неизученной. Так, в эксперименте ARGUS [269] (рис. 28а) эффективность регистрации  ${
m K^+K^-}$ -событий при  $2m_{{
m K^+}} < \sqrt{s} < 1,1$  ГэВ была близка к нулю, а суммарная статистика экспериментов L3 [291] (рис. 28б) и CLEO [100] по реакции  $\gamma\gamma \rightarrow K_S^0 K_S^0$  при  $2m_{K^0} < \sqrt{s} < 1,1$  ГэВ составила менее 60 событий.

Отсутствие заметного нерезонансного фона в сечении  $\gamma\gamma \rightarrow K^+K^-$  на первый взгляд представляется весьма удивительным, так как в этом канале обязан присутствовать борновский вклад, обусловленный механизмом заряженного однокаонного обмена, сравнимый по величине с вкладами тензорных резонансов (рис. 28в). Как показано на рис. 28в, в борновском сечении при  $\sqrt{s} < 1,5$  ГэВ доминирует вклад *S*-волны. Поэтому в K+K<sup>-</sup>-канале под пиками тензорных мезонов можно было бы ожидать большого некогерентного фона. Однако учёт резонансного взаимодействия между K<sup>+</sup>- и K<sup>-</sup>-мезонами в конечном состоянии приводит к компенсации значительной части этого фона [103, 104].

Напомним кратко, как именно возникает компенсация. Борновская S-волновая амплитуда  $\gamma \gamma \to K^+ K^-$ , благодаря вкладу амплитуды перерассеяния  $\gamma\gamma\to K^+K^-\to K^+K^-$  с реальными каонами в промежуточном состоянии, приобретает множитель

$$\xi(s) = 1 + i\rho_{K^+}(s)T_{K^+K^- \to K^+K^-}(s)$$

Вблизи К<sup>+</sup>К<sup>-</sup>-порога в амплитуде  $T_{K^+K^-\to K^+K^-}(s)$  доминируют вклады  $a_0(980)$ - и  $f_0(980)$ -резонансов. В случае их сильной связи с К $\bar{K}$ -каналами, который естественным образом реализуется в четырёхкварковой схеме, амплитуда  $T_{K^+K^-\to K^+K^-}(s)$  обладает значительной мнимой частью. В результате сразу выше К<sup>+</sup>К<sup>-</sup>-порога фактор  $|\xi(s)|^2$  оказывается заметно меньшим единицы и поэтому затравочный *S*-волновой борновский вклад компенсируется в широкой области  $\sqrt{s}$ . Пунктирной кривой на рис. 28в показана полученная нами оценка для *S*-волнового сечения  $\gamma\gamma \to K^+K^-$  (детали см. в приложении ПЗ), которая хорошо согласуется с оценками, полученными ранее в [103, 104].

Таким образом, в сечении реакции  $\gamma\gamma \rightarrow K^+K^-$  при  $2m_{K^+} < \sqrt{s} < 1,1$  ГэВ можно надеяться обнаружить скалярные вклады на уровне 5–10 нб. Что касается реакции  $\gamma\gamma \rightarrow K^0\bar{K}^0$ , то в её амплитуде нет борновского вклада, а вклад  $a_0(980)$ -резонанса имеет другой знак, чем в канале  $\gamma\gamma \rightarrow K^+K^-$ . В результате в  $\gamma\gamma \rightarrow K^0\bar{K}^0$  вклады *S*-волновых амплитуд перерассеяния с изоспином I = 0 и 1 практически взаимно уничтожаются и соответствующее сечение следует ожидать на уровне  $\lesssim 1$  нб.

#### 7.2. Резонансы σ(600), f<sub>0</sub>(980) и a<sub>0</sub>(980) в γγ\*-столкновениях

Перспективными являются исследования лёгких скаляров в  $\gamma\gamma^*(Q^2)$ -столкновениях. Если резонансы  $\sigma(600)$ ,  $f_0(980)$  и  $a_0(980)$  представляют собой четырёхкварковые состояния, то их вклады в сечения реакций  $\gamma\gamma^*(Q^2) \rightarrow \pi^0\pi^0$  и  $\gamma\gamma^*(Q^2) \rightarrow \pi^0\eta$  должны убывать с возрастанием  $Q^2$  быстрее, чем вклады классических тензорных qq-мезонов  $f_2(1270)$  и  $a_2(1320)$ . Подобное поведение вклада резонансного экзотического  $q^2q^2$ -состояния с  $I^G(J^{PC}) = 2^+(2^{++})$  [48, 85, 86] в сечениях реакций  $\gamma\gamma^* \rightarrow \rho^0\rho^0$  и  $\gamma\gamma^* \rightarrow \rho^+\rho^-$  недавно было обнаружено коллаборацией L3 [294–297].

851

**7.3.** Поиски распадов  $J/\psi \rightarrow \omega f_0(980)$  и  $J/\psi \rightarrow \rho a_0(980)$ Эти распады важны для выяснения природы  $f_0(980)$ - и  $a_0(980)$ -резонансов [36, 38, 41]. Распад  $J/\psi \rightarrow \rho a_0(980)$  до сих пор не обнаружен,  $B(J/\psi \rightarrow \rho a_0(980)) < 4.4 \times 10^{-4}$ [36]. Что касается информации о  $B(J/\psi \rightarrow \omega f_0(980)) = (1.4 \pm 0.5) \times 10^{-4}$  [11], то её правильнее было бы заменить подходящим верхним пределом [38, 41].

#### 7.4. Неупругость ππ-рассеяния и f<sub>0</sub>(980) – a<sub>0</sub>(980)-смешивание

К настоящему времени в экспериментальных исследованиях различных реакций с участием  $f_0(980)$ - и  $a_0(980)$ мезонов безусловно достигнут существенный прогресс. Тем не менее оказывается, что практически одинаково хорошее описание данных можно получить для заметно разных наборов значений констант взаимодействия  $g_{f_0K^+K^-}$ ,  $g_{f_0\pi^+\pi^-}$  и т.д. (см., например, [34, 132, 136, 171, 172]). Конечно, весьма желательно было бы зафиксировать их значения. В отношении констант  $g_{f_0K^+K^-}$  и  $g_{f_0\pi^+\pi^-}$ этому могли бы реально помочь точные данные по неупругости  $\pi\pi$ -рассеяния вблизи K $\bar{K}$ -порога, которые фактически не обновлялись с 1975 г. [112–115]. Весьма вероятно, что в необработанном виде их имеет коллаборация VES, проводившая опыты в Институте физики высоких энергий (Протвино) по реакции  $\pi^-p \to \pi^+\pi^-$  n.

Кроме того, произведение констант  $g_{a_0K^+K^-}g_{f_0K^+K^-}$  может быть зафиксировано по данным об  $f_0(980)$   $a_0(980)$ -смешивании, которые ожидаются с установки BES III [131].

Эксклюзивную информацию о  $g_{a_0K^+K^-}g_{f_0K^+K^-}$  могли бы дать исследования скачка в спиновой асимметрии реакции  $\pi^-p \rightarrow f_0(980)n \rightarrow a_0(980)n \rightarrow \pi^0\eta n$  [124], обусловленного  $f_0(980) - a_0(980)$ -смешиванием.

Работа частично поддержана грантом РФФИ № 10-02-00016.

### 8. Приложения

#### **Π1.** $\gamma\gamma \rightarrow \pi\pi$

В этом приложении приведены явные выражения для борновских спиральных амплитуд, отвечающих механизму заряженного однопионного обмена, и для треугольных петлевых интегралов  $\tilde{I}_{\pi^+\pi^-}^{\pi^+}(s)$  и  $\tilde{I}_{\pi^+\pi^-}^{\pi^+}(s;x_1)$ , использованных в разделе 4. Кроме того, приведено несколько полезных вспомогательных формул для случая уединённого скалярного резонанса.

Борновские спиральные амплитуды для элементарного однопионного обмена в реакции  $\gamma\gamma \to \pi^+\pi^-$  имеют вид

$$M_0^{\text{Born}\,\pi^+}(s,\theta) = \frac{4m_{\pi^+}^2}{s} \frac{8\pi\alpha}{1 - \rho_{\pi^+}^2(s)\cos^2\theta} \,, \tag{48}$$

$$M_2^{\text{Born}\,\pi^+}(s,\theta) = \frac{8\pi\alpha\rho_{\pi^+}^2(s)\sin^2\theta}{1-\rho_{\pi^+}^2(s)\cos^2\theta}\,,\tag{49}$$

где  $\rho_{\pi^+}(s) = (1 - 4m_{\pi^+}^2/s)^{1/2}$ . Амплитуды (48), (49) раскладываются по парциальным волнам:

$$M_{\lambda}^{\operatorname{Born}\pi^{+}}(s,\theta) = \sum_{J \geqslant \lambda} (2J+1) M_{\lambda J}^{\operatorname{Born}\pi^{+}}(s) d_{\lambda 0}^{J}(\theta), \qquad (50)$$

здесь  $d_{\lambda 0}^{J}(\theta)$  — обычные *d*-функции (см., например, [10, 11]). Три низшие парциальные волны имеют вид:

$$M_{00}^{\text{Born}\,\pi^+}(s) = 4\pi\alpha \, \frac{1-\rho_{\pi^+}^2(s)}{\rho_{\pi^+}(s)} \ln \frac{1+\rho_{\pi^+}(s)}{1-\rho_{\pi^+}(s)} \,, \tag{51}$$

$$M_{02}^{\text{Born}\,\pi^{+}}(s) = 4\pi\alpha \, \frac{1 - \rho_{\pi^{+}}^{2}(s)}{\rho_{\pi^{+}}^{2}(s)} \left[ \frac{3 - \rho_{\pi^{+}}^{2}(s)}{2\rho_{\pi^{+}}(s)} \ln \frac{1 + \rho_{\pi^{+}}(s)}{1 - \rho_{\pi^{+}}(s)} - 3 \right]$$
(52)

$$M_{22}^{\text{Born}\,\pi^{+}}(s) = 4\pi\alpha \sqrt{\frac{3}{2}} \left[ \frac{\left(1 - \rho_{\pi^{+}}^{2}(s)\right)^{2}}{2\rho_{\pi^{+}}^{3}(s)} \ln \frac{1 + \rho_{\pi^{+}}(s)}{1 - \rho_{\pi^{+}}(s)} - \frac{1}{\rho_{\pi^{+}}^{2}(s)} + \frac{5}{3} \right].$$
(53)

Амплитуда треугольной петлевой диаграммы, описывающая переход  $\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^- \rightarrow (скалярное состояние с массой, равной \sqrt{s}),$ 

$$\tilde{I}_{\pi^+\pi^-}^{\pi^+}(s) = \frac{s}{\pi} \int_{4m_{\pi^+}^2}^{\infty} \frac{\rho_{\pi^+}(s') M_{00}^{\text{Born}\,\pi^+}(s')}{s'(s'-s-i\varepsilon)} \, \mathrm{d}s'.$$
(54)

То, что  $\tilde{I}_{\pi^+\pi^-}^{\pi^+}(s) \propto s$  при  $s \to 0$ , является следствием калибровочной инвариантности. При  $0 < s < 4m_{\pi^+}^2$ 

$$\tilde{I}_{\pi^+\pi^-}^{\pi^+}(s) = 8\alpha \left(\frac{m_{\pi^+}^2}{s} \left[\pi - 2\arctan\left|\rho_{\pi^+}(s)\right|\right]^2 - 1\right), \quad (55)$$

при  $s \ge 4m_{\pi^+}^2$ 

$$\tilde{f}_{\pi^+\pi^-}^{\pi^+}(s) = 8\alpha \left\{ \frac{m_{\pi^+}^2}{s} \left[ \pi + i \ln \frac{1 + \rho_{\pi^+}(s)}{1 - \rho_{\pi^+}(s)} \right]^2 - 1 \right\}.$$
 (56)

Формфактор (33)

$$G_{\pi^+}(t,u) = \frac{1}{s} \left[ \frac{m_{\pi^+}^2 - t}{1 - (u - m_{\pi^+}^2)/x_1^2} + \frac{m_{\pi^+}^2 - u}{1 - (t - m_{\pi^+}^2)/x_1^2} \right]$$

(здесь  $t = m_{\pi^+}^2 - s[1 - \rho_{\pi^+}(s)\cos\theta]/2$  и  $u = m_{\pi^+}^2 - s[1 + \rho_{\pi^+}(s)\cos\theta]/2)$  модифицирует борновские парциальные амплитуды. Введём обозначения

$$M_{0J}^{\text{Born}\,\pi^+}(s) = \frac{1 - \rho_{\pi^+}^2(s)}{\rho_{\pi^+}(s)} F_{0J}^{\text{Born}\,\pi^+}(\rho_{\pi^+}(s)) , \qquad (57)$$

$$M_{2J}^{\text{Born}\,\pi^+}(s) = \rho_{\pi^+}(s) F_{2J}^{\text{Born}\,\pi^+}(\rho_{\pi^+}(s)) \,.$$
(58)

Тогда соответствующие амплитуды с учётом формфактора можно представить в виде

$$M_{0J}^{\text{Born}\,\pi^{+}}(s;x_{1}) = \frac{1 - \rho_{\pi^{+}}^{2}(s)}{\rho_{\pi^{+}}(s)} \times \left[F_{0J}^{\text{Born}\,\pi^{+}}(\rho_{\pi^{+}}(s)) - F_{0J}^{\text{Born}\,\pi^{+}}(\rho_{\pi^{+}}(s;x_{1}))\right],$$
(59)

$$M_{2J}^{\text{Born}\,\pi^{+}}(s;x_{1}) = \rho_{\pi^{+}}(s) \times \\ \times \left[ F_{2J}^{\text{Born}\,\pi^{+}}(\rho_{\pi^{+}}(s)) - F_{2J}^{\text{Born}\,\pi^{+}}(\rho_{\pi^{+}}(s;x_{1})) \right], \tag{60}$$

где

$$\rho_{\pi^+}(s;x_1) = \frac{\rho_{\pi^+}(s)}{1 + 2x_1^2/s} \,. \tag{61}$$

Функция  $\tilde{I}^{\pi^+}_{\pi^+\pi^-}(s)$  (см. (54)–(56)) заменяется с учётом формфактора функцией

$$\tilde{I}_{\pi^+\pi^-}^{\pi^+}(s;x_1) = \frac{s}{\pi} \int_{4m_{\pi^+}^2}^{\infty} \frac{\rho_{\pi^+}(s')M_{00}^{\text{Born}\,\pi^+}(s';x_1)}{s'(s'-s-i\varepsilon)} \,\,\mathrm{d}s'\,,\qquad(62)$$

и здесь необходимо уже численное интегрирование.

Для того чтобы облегчить понимание структуры и нормировок достаточно сложных выражений, используемых при обработке данных, мы приведём формулы для сечения рождения  $\sigma$ -резонанса и его двухфотонной ширины распада, обусловленных механизмом перерассеяния,  $\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^- \rightarrow \sigma \rightarrow \pi^+\pi^-$ , для воображаемого случая уединённого  $\sigma$ , связанного только с  $\pi\pi$ -каналом.

Соответствующее резонансное сечение имеет хорошо знакомый вид:

$$\sigma_{\rm res}(\gamma\gamma \to \pi^+\pi^-; s) = = \frac{8\pi}{s} \frac{\sqrt{s} \,\Gamma_{\sigma \to \pi^+\pi^- \to \gamma\gamma}(s) \,\sqrt{s} \,\Gamma_{\sigma \to \pi^+\pi^-}(s)}{\left|D_{\sigma}(s)\right|^2} \,, \tag{63}$$

где

$$\Gamma_{\sigma \to \pi^+ \pi^- \to \gamma \gamma}(s) = \frac{1}{16\pi \sqrt{s}} \left| M_{\sigma \to \pi^+ \pi^- \to \gamma \gamma}(s) \right|^2 = = \left| \frac{1}{16\pi} \tilde{I}^{\pi^+}_{\pi^+ \pi^-}(s) \right|^2 \frac{g^2_{\sigma \pi^+ \pi^-}}{16\pi \sqrt{s}} .$$
(64)

Если  $\sigma$  дополнительно обладает прямой связью с  $\gamma\gamma$ , которая описывается амплитудой  $sg^{(0)}_{\sigma\gamma\gamma}$ , то ширину  $\Gamma_{\sigma\to\pi^+\pi^-\to\gamma\gamma}(s)$  в (63) следует заменить величиной

$$\Gamma_{\sigma \to \gamma \gamma}(s) = \frac{1}{16\pi \sqrt{s}} \left| M_{\sigma \to \gamma \gamma}(s) \right|^2, \tag{65}$$

где

$$M_{\sigma \to \gamma\gamma}(s) = M_{\sigma \to \pi^+\pi^- \to \gamma\gamma}(s) + sg^{(0)}_{\sigma\gamma\gamma}.$$
 (66)

Пропагатор  $\sigma$ -резонанса с массой  $m_{\sigma}$  в (63) имеет вид

$$\frac{1}{D_{\sigma}(s)} = \frac{1}{m_{\sigma}^2 - s + \operatorname{Re} \Pi_{\sigma}^{\pi\pi}(m_{\sigma}^2) - \Pi_{\sigma}^{\pi\pi}(s)},$$
(67)

где  $\Pi_{\sigma}^{\pi\pi}(s)$  — поляризационный оператор  $\sigma$ , соответствующий вкладу  $\pi^{+}\pi^{-}$ - и  $\pi^{0}\pi^{0}$ -промежуточных состояний. При  $s \ge 4m_{\pi^{+}}^{2}$  (=  $4m_{\pi^{0}}^{2}$ )

$$\Pi_{\sigma}^{\pi\pi}(s) = \frac{3}{2} \frac{g_{\sigma\pi^{+}\pi^{-}}^{2}}{16\pi} \rho_{\pi^{+}}(s) \left[ i - \frac{1}{\pi} \ln \frac{1 + \rho_{\pi^{+}}(s)}{1 - \rho_{\pi^{+}}(s)} \right].$$
(68)

Если  $0 < s < 4m_{\pi^+}^2,$  то  $ho_{\pi^+}(s) 
ightarrow {
m i} |
ho_{\pi^+}(s)|$  и

$$\Pi_{\sigma}^{\pi\pi}(s) = -\frac{3}{2} \frac{g_{\sigma\pi^{+}\pi^{-}}^{2}}{16\pi} \left| \rho_{\pi^{+}}(s) \right| \left[ 1 - \frac{2}{\pi} \arctan \left| \rho_{\pi^{+}}(s) \right| \right].$$
(69)

Ширина распада  $\sigma \rightarrow \pi \pi$ 

$$\Gamma_{\sigma \to \pi\pi}(s) = \frac{1}{\sqrt{s}} \operatorname{Im} \Pi_{\sigma}^{\pi\pi}(s) = \frac{3}{2} \frac{g_{\sigma\pi^+\pi^-}^2}{16\pi} \frac{\rho_{\pi^+}(s)}{\sqrt{s}} .$$
(70)

Величина Re  $[\Pi_{\sigma}^{\pi\pi}(m_{\sigma}^{2}) - \Pi_{\sigma}^{\pi\pi}(s)]$  в знаменателе правой части (67) представляет собой поправку на конечную ширину распада резонанса. На рисунке 29 сплошной и штриховой кривыми показаны действительная и мнимая части обратного пропагатора  $D_{\sigma}(s)$  (взятые со знаком минус) для случая резонанса с массой  $m_{\sigma} =$ = 0,6 ГэВ и шириной  $\Gamma_{\sigma} = \Gamma_{\sigma \to \pi\pi}(m_{\sigma}^{2}) = 0,45$  ГэВ. Как видно из рисунка, при большой ширине (константе связи) Re  $[D_{\sigma}(s)]$  при  $s = 4m_{\pi^{+}}^{2}$  за счёт поправки на конечную ширину может оказаться близкой к нулю. В ре-



Рис. 29. Демонстрация роли поправки на конечную ширину в пропагаторе уединённого σ-резонанса. (Кривые описаны в тексте.)

зультате в амплитудах, пропорциональных  $|1/D_{\sigma}(s)|$ , появляется пороговый касп<sup>30</sup>. Для сравнения на рис. 29 для тех же значений  $m_{\sigma}$  и  $\Gamma_{\sigma}$  пунктирной и штрихпунктирной кривыми показаны действительная и мнимая части обратного пропагатора  $D_{\sigma}(s) = m_{\sigma}^2 - s - -im_{\sigma}\Gamma_{\sigma}[(s - 4m_{\pi^+}^2)/(m_{\sigma}^2 - 4m_{\pi^+}^2)]^{1/2}$  (взятые со знаком минус), в котором поправка на конечную ширину отсутствует [118].

### **Π2.** $\gamma\gamma \rightarrow \pi^0\eta$

Поляризационные операторы  $a_0$ -резонанса  $\Pi_{a_0}^{ab}(s)$  $(ab = \pi\eta, K^+K^-, K^0\bar{K}^0, \pi\eta')$ , введённые в разделе 5 (см. абзац с формулами (43) и (44)), имеют следующий вид: при  $s \ge m_{ab}^{(+)\,2}$  (где  $m_{ab}^{(\pm)} = m_b \pm m_a, m_b \ge m_a$ )

$$\Pi_{a_{0}}^{ab}(s) = \frac{g_{a_{0} \to ab}^{2}}{16\pi} \left[ \frac{m_{ab}^{(+)}m_{ab}^{(-)}}{\pi s} \ln \frac{m_{a}}{m_{b}} + \rho_{ab}(s) \left( i - \frac{1}{\pi} \ln \frac{\sqrt{s - m_{ab}^{(-)\,2}} + \sqrt{s - m_{ab}^{(+)\,2}}}{\sqrt{s - m_{ab}^{(-)\,2}} - \sqrt{s - m_{ab}^{(+)\,2}}} \right) \right], \quad (71)$$

где

$$\rho_{ab}(s) = \frac{\sqrt{s - m_{ab}^{(+)2}} \sqrt{s - m_{ab}^{(-)2}}}{s} \,,$$

при 
$$m_{ab}^{(-)\,2} < s < m_{ab}^{(+)\,2}$$

$$\Pi_{a_0}^{ab}(s) = \frac{g_{a_0 \to ab}^2}{16\pi} \left[ \frac{m_{ab}^{(+)} m_{ab}^{(-)}}{\pi s} \ln \frac{m_a}{m_b} - \rho_{ab}(s) \left( 1 - \frac{2}{\pi} \arctan \frac{\sqrt{m_{ab}^{(+)\,2} - s}}{\sqrt{s - m_{ab}^{(-)\,2}}} \right) \right],$$
(72)

<sup>&</sup>lt;sup>30</sup> Ссылки на работы, в которых исследовались поправки на конечную ширину и аналитические свойства пропагаторов для реальных резонансов f<sub>0</sub>(980), a<sub>0</sub>(980) и  $\sigma(600)$ , были указаны в разделе 2. В связи с реакциями  $\gamma\gamma \rightarrow \pi^0\eta$  и  $\gamma\gamma \rightarrow \pi\pi$  эти поправки обсуждались также в [102, 105].

где

$$\rho_{ab}(s) = \frac{\sqrt{m_{ab}^{(+)\,2} - s} \sqrt{s - m_{ab}^{(-)\,2}}}{s}$$

и при  $s \leqslant m_{ab}^{(-)2}$ 

$$\Pi_{a_0}^{ab}(s) = \frac{g_{a_0 \to ab}^2}{16\pi} \left[ \frac{m_{ab}^{(+)} m_{ab}^{(-)}}{\pi s} \ln \frac{m_a}{m_b} - \rho_{ab}(s) \frac{1}{\pi} \ln \frac{\sqrt{m_{ab}^{(+)\,2} - s} + \sqrt{m_{ab}^{(-)\,2} - s}}{\sqrt{m_{ab}^{(+)\,2} - s} - \sqrt{m_{ab}^{(-)\,2} - s}} \right],\tag{73}$$

где

$$\rho_{ab}(s) = \frac{\sqrt{m_{ab}^{(+)\,2} - s} \sqrt{m_{ab}^{(-)\,2} - s}}{s} \,.$$

Треугольный петлевой интеграл в (36)

$$\tilde{I}_{\pi\eta}^{V}(s) = \frac{s}{\pi} \int_{(m_{\pi}+m_{\eta})^{2}}^{\infty} \frac{\rho_{\pi\eta}(s') M_{00}^{Born\,V}(\gamma\gamma \to \pi^{0}\eta; s')}{s'(s'-s-i\varepsilon)} \, \mathrm{d}s' \,, \quad (74)$$

борновская S-волновая амплитуда

$$M_{00}^{\text{Born V}}(\gamma\gamma \to \pi^{0}\eta; s) =$$
  
=  $\frac{1}{2} \int_{-1}^{1} M_{0}^{\text{Born V}}(\gamma\gamma \to \pi^{0}\eta; s, \theta) \,\mathrm{d}\cos\theta$ , (75)

а  $M_0^{\text{Born V}}(\gamma \gamma \to \pi^0 \eta; s, \theta)$  определена в (38). Входящие в (36) функции  $\tilde{I}_{\pi^0 \eta'}^V(s)$  и  $\tilde{I}_{K\bar{K}}^{K^*}(s)$  вычисляются аналогичным образом, а функция  $\tilde{I}_{K^+K^-}^{K^+}(s; x_2)$  вычисляется по формуле (92) приложения ПЗ.

Для фоновых сдвигов фаз мы использовали простейшие параметризации, вполне удовлетворительные в физической области реакции  $\gamma\gamma \rightarrow \pi^0\eta$ :

$$\exp\left(\mathrm{i}\delta_{ab}^{\mathrm{bg}}(s)\right) = \left(\frac{1 + \mathrm{i}F_{ab}(s)}{1 - \mathrm{i}F_{ab}(s)}\right)^{1/2},\tag{76}$$

$$F_{\pi\eta}(s) = \frac{\sqrt{1 - m_{\pi\eta}^{(+)\,2}/s \left[c_0 + c_1(s - m_{\pi\eta}^{(+)\,2})\right]}}{1 + c_2(s - m_{\pi\eta}^{(+)\,2})^2} , \qquad (77)$$

$$F_{K\bar{K}}(s) = \frac{f_{K\bar{K}}\sqrt{s}\left(\rho_{K^+K^-}(s) + \rho_{K^0\bar{K}^0}(s)\right)}{2},$$
(78)

$$F_{\pi\eta'}(s) = f_{\pi\eta'} \sqrt{s - m_{\pi\eta'}^{(+)\,2}} \,. \tag{79}$$

Кривым на рис. 25-27 соответствуют следующие значения параметров модели:

$$\begin{split} &(m_{a_0},g_{a_0\pi\eta},g_{a_0K^+K^-},g_{a_0\pi\eta'})=(0,9845,4,23,3,79,-2,13)\ \Gamma \ni \mathrm{B}\,;\\ &(m_{a_0'},g_{a_0'\pi\eta},g_{a_0'K^+K^-},g_{a_0'\pi\eta'})=(1,4,3,3,0,28,2,91)\ \Gamma \ni \mathrm{B}\,;\\ &(g_{a_0\gamma\gamma},g_{a_0\gamma\gamma})=(1,77,-11,5)\times 10^{-3}\ \Gamma \ni \mathrm{B}^{-1};\\ &C_{a_0a_0'}=0,06\ \Gamma \ni \mathrm{B}^2, \quad c_0=-0603\,,\\ &c_1=-6,48\ \Gamma \ni \mathrm{B}^{-2}, \quad c_2=0,121\ \Gamma \ni \mathrm{B}^{-4};\\ &(f_{K\bar{K}},f_{\pi\eta'})=(-0,37,0,28)\ \Gamma \ni \mathrm{B}^{-1};\\ &(m_{a_2},\Gamma_{a_2}^{\mathrm{tot}})=(1,322,0,116)\ \Gamma \ni \mathrm{B};\\ &\Gamma_{a_2\to\gamma\gamma}^{(0)}=1,053\ \mathrm{K}\ni \mathrm{B}\,, \quad r_{a_2}=1,9\ \Gamma \ni \mathrm{B}^{-1}, \quad \theta_{\mathrm{P}}=-24^\circ\,.\\ &(\mathrm{Подробности\ см.\ B}\ [109].) \end{split}$$

### Π3. $γγ \rightarrow K\bar{K}$

Борновские амплитуды реакции  $\gamma\gamma \to K^+K^-$ , обусловленные элементарным К-обменом,  $M_{\lambda}^{\text{Born K}^+}(s,\theta)$  и  $M_{\lambda J}^{\text{Born K}^+}(s)$ , получаются из соответствующих борновских амплитуд  $\gamma\gamma \to \pi^+\pi^ M_{\lambda}^{\text{Born }\pi^+}(s,\theta)$  и  $M_{\lambda J}^{\text{Born }\pi^+}(s)$  заменой в формулах (48), (49) и (51)–(53)  $m_{\pi^+} \to m_{K^+}$  и  $\rho_{\pi^+}(s) \to \rho_{K^+}(s) = (1 - 4m_{K^+}^2/s)^{1/2}$  и имеют следующий вид:

$$M_0^{\text{Born}\,K^+}(s,\theta) = \frac{4m_{K^+}^2}{s} \frac{8\pi\alpha}{1 - \rho_{K^+}^2(s)\cos^2\theta} , \qquad (80)$$

$$M_2^{\text{Born } \mathbf{K}^+}(s,\theta) = \frac{8\pi\alpha\rho_{\mathbf{K}^+}^2(s)\sin^2\theta}{1-\rho_{\mathbf{K}^+}^2(s)\cos^2\theta},$$
(81)

$$M_{00}^{\text{Born}\,\mathrm{K}^{+}}(s) = 4\pi\alpha \, \frac{1 - \rho_{\mathrm{K}^{+}}^{2}(s)}{\rho_{\mathrm{K}^{+}}(s)} \ln \frac{1 + \rho_{\mathrm{K}^{+}}(s)}{1 - \rho_{\mathrm{K}^{+}}(s)} \,, \tag{82}$$

$$M_{02}^{\text{Born K}^{+}}(s) = 4\pi\alpha \frac{1 - \rho_{\text{K}^{+}}^{2}(s)}{\rho_{\text{K}^{+}}^{2}(s)} \left[ \frac{3 - \rho_{\text{K}^{+}}^{2}(s)}{2\rho_{\text{K}^{+}}(s)} \ln \frac{1 + \rho_{\text{K}^{+}}(s)}{1 - \rho_{\text{K}^{+}}(s)} - 3 \right]$$
(83)

$$M_{22}^{\text{Born K}^{+}}(s) = 4\pi\alpha\sqrt{\frac{3}{2}} \left[ \frac{\left(1 - \rho_{\text{K}^{+}}^{2}(s)\right)^{2}}{2\rho_{\text{K}^{+}}^{3}(s)} \ln \frac{1 + \rho_{\text{K}^{+}}(s)}{1 - \rho_{\text{K}^{+}}(s)} - \frac{1}{\rho_{\text{K}^{+}}^{2}(s)} + \frac{5}{3} \right].$$
(84)

Функция  $\tilde{I}_{K^+K^-}^{K^+}(s)$  получается из  $\tilde{I}_{\pi^+\pi^-}^{\pi^+}(s)$  заменой в выражениях (55) и (56)  $m_{\pi^+} \to m_{K^+}$  и  $\rho_{\pi^+}(s) \to \rho_{K^+}(s)$ ; таким образом, при  $0 < s < 4m_{K^+}^2$ 

$$\tilde{I}_{K^{+}K^{-}}^{K^{+}}(s) = 8\alpha \left\{ \frac{m_{K^{+}}^{2}}{s} \left[ \pi - 2 \arctan \left| \rho_{K^{+}}(s) \right| \right]^{2} - 1 \right\}$$
(85)

и при *s* ≥ 4*m*<sub>K</sub><sup>2</sup>

$$\tilde{I}_{\mathbf{K}^{+}\mathbf{K}^{-}}^{\mathbf{K}^{+}}(s) = 8\alpha \left\{ \frac{m_{\mathbf{K}^{+}}^{2}}{s} \left[ \pi + \mathrm{i} \ln \frac{1 + \rho_{\mathbf{K}^{+}}(s)}{1 - \rho_{\mathbf{K}^{+}}(s)} \right]^{2} - 1 \right\}.$$
 (86)

С учётом формфактора

$$G_{\mathbf{K}^{+}}(t,u) = \frac{1}{s} \left[ \frac{m_{\mathbf{K}^{+}}^{2} - t}{1 - (u - m_{\mathbf{K}^{+}}^{2})/x_{2}^{2}} + \frac{m_{\mathbf{K}^{+}}^{2} - u}{1 - (t - m_{\mathbf{K}^{+}}^{2})/x_{2}^{2}} \right] (87)$$

(здесь  $t = m_{K^+}^2 - s[1 - \rho_{K^+}(s)\cos\theta]/2$  и  $u = m_{K^+}^2 - s[1 + +\rho_{K^+}(s)\cos\theta]/2)$  парциальные амплитуды  $M_{\lambda J}^{\text{Born K}^+}(s)$ заменяются амплитудами  $M_{\lambda J}^{\text{Born K}^+}(s; x_2)$ . Подставляя в формулы (57)–(60)  $\rho_{K^+}(s)$  вместо  $\rho_{\pi^+}(s)$  и  $\rho_{K^+}(s; x_2) = -\rho_{K^+}(s)/(1 + 2x_2^2/s)$  вместо  $\rho_{\pi^+}(s; x_1)$ , получаем

$$M_{0J}^{\text{Born } \mathbf{K}^{+}}(s) = \frac{1 - \rho_{\mathbf{K}^{+}}^{2}(s)}{\rho_{\mathbf{K}^{+}}(s)} F_{0J}^{\text{Born } \mathbf{K}^{+}}(\rho_{\mathbf{K}^{+}}(s)), \qquad (88)$$

$$M_{2J}^{\text{Born}\,\mathbf{K}^{+}}(s) = \rho_{\mathbf{K}^{+}}(s)F_{2J}^{\text{Born}\,\mathbf{K}^{+}}\left(\rho_{\mathbf{K}^{+}}(s)\right),\tag{89}$$

$$M_{0J}^{\text{Born K}^{+}}(s; x_{2}) = \frac{1 - \rho_{\text{K}^{+}}^{2}(s)}{\rho_{\text{K}^{+}}(s)} \left[ F_{0J}^{\text{Born K}^{+}}(\rho_{\text{K}^{+}}(s)) - F_{0J}^{\text{Born K}^{+}}(\rho_{\text{K}^{+}}(s; x_{2})) \right],$$
(90)

$$M_{2J}^{\text{Born K}^{+}}(s; x_{2}) = \rho_{\text{K}^{+}}(s) \Big[ F_{2J}^{\text{Born K}^{+}} \big( \rho_{\text{K}^{+}}(s) \big) - F_{2J}^{\text{Born K}^{+}} \big( \rho_{\text{K}^{+}}(s; x_{2}) \big) \Big].$$
(91)

Соответственно с учётом формфактора  $\tilde{I}^{K^+}_{K^+K^-}(s)$  заменяется функцией

$$\tilde{I}_{\mathbf{K}^{+}\mathbf{K}^{-}}^{\mathbf{K}^{+}}(s;x_{2}) = \frac{s}{\pi} \int_{4m_{\mathbf{K}^{+}}}^{\infty} \frac{\rho_{\mathbf{K}^{+}}(s')M_{00}^{\mathrm{Born}\,\mathbf{K}^{+}}(s';x_{2})}{s'(s'-s-\mathrm{i}\varepsilon)} \,\,\mathrm{d}s'.$$
 (92)

Отметим, что если известную явно функцию  $|\tilde{I}_{K^+K^-}^{K^+}(s)|^2$ (см. (85), (86) и рис. 17), отвечающую элементарному однокаонному обмену, умножить на коэффициент 0,68, то результат в области 0,8 <  $\sqrt{s}$  < 1,2 ГэВ с точностью лучшей, чем 3%, совпадёт с результатом численного расчёта функции  $|\tilde{I}_{K^+K^-}^{K^+}(s;x_2)|^2$ , учитывающей формфактор, при найденном из подгонки значении  $x_2 = 1,75$  ГэВ.

*S*-волновые амплитуды реакций  $\gamma \gamma \to K^+K^-$  и  $\gamma \gamma \to K^0 \bar{K}^0$ , которые мы использовали для оценок в области  $K\bar{K}$ -порогов, имеют вид

$$M_{00}(\gamma\gamma \to \mathbf{K}^{+}\mathbf{K}^{-};s) = M_{00}^{\mathrm{Born}\,\mathbf{K}^{+}}(s;x_{2}) + \\ + \tilde{I}_{\pi^{+}\pi^{-}}^{\pi^{+}}(s;x_{1})T_{\pi^{+}\pi^{-}\to\mathbf{K}^{+}\mathbf{K}^{-}}(s) + \tilde{I}_{\mathbf{K}^{+}\mathbf{K}^{-}}^{\mathbf{K}^{+}}(s;x_{2}) \times \\ \times T_{\mathbf{K}^{+}\mathbf{K}^{-}\to\mathbf{K}^{+}\mathbf{K}^{-}}(s) + M_{\mathrm{res};+}^{\mathrm{direct}}(s) , \qquad (93)$$

$$\begin{split} M_{00}(\gamma\gamma \to \mathbf{K}^{0}\bar{\mathbf{K}}^{0};s) &= \tilde{I}_{\pi^{+}\pi^{-}}^{\pi^{+}}(s;x_{1}) \ T_{\pi^{+}\pi^{-}\to\mathbf{K}^{0}\bar{\mathbf{K}}^{0}}(s) + \\ &+ \tilde{I}_{\mathbf{K}^{+}\mathbf{K}^{-}}^{\mathbf{K}^{+}}(s;x_{2}) \ T_{\mathbf{K}^{+}\mathbf{K}^{-}\to\mathbf{K}^{0}\bar{\mathbf{K}}^{0}}(s) + M_{\mathrm{res};-}^{\mathrm{direct}}(s) \,. \end{split}$$
(94)

Им соответствуют сечения

$$\sigma_{00}(\gamma\gamma \to K^{+}K^{-}) = \frac{\rho_{K^{+}}(s)}{32\pi s} \left| M_{00}(\gamma\gamma \to K^{+}K^{-};s) \right|^{2}, (95)$$

$$\sigma_{00}(\gamma\gamma \to K_{\rm S}^{0}K_{\rm S}^{0}) = \frac{\rho_{K^{0}}(s)}{64\pi s} \left| M_{00}(\gamma\gamma \to K^{0}\bar{K}^{0};s) \right|^{2}.$$
 (96)

Амплитуды реакций  $\pi\pi \to K\bar{K}$ ,  $T_{\pi^+\pi^-\to K^+K^-}(s) = T_{\pi^+\pi^-\to K^0\bar{K}^0}(s) = T_{K^+K^-\to\pi^+\pi^-}(s)$ , определяются формулами (23), (26). Амплитуды реакций  $K^+K^-\to K^+K^-$  и  $K^+K^-\to K^0\bar{K}^0$  имеют вид

$$T_{\mathbf{K}^+\mathbf{K}^-\to\mathbf{K}^+\mathbf{K}^-}(s) = \frac{t_0^0(s) + t_0^1(s)}{2}, \qquad (97)$$

$$T_{\mathbf{K}^{+}\mathbf{K}^{-}\to\mathbf{K}^{0}\bar{\mathbf{K}}^{0}}(s) = \frac{t_{0}^{0}(s) - t_{0}^{1}(s)}{2}, \qquad (98)$$

где  $t_0^I(s)$  — *S*-волновые амплитуды реакции  $K\bar{K} \rightarrow K\bar{K}$  с изоспином I = 0 и 1,

$$t_0^0(s) = \frac{\exp\left(2i\delta_{\rm B}^{K\bar{\rm K}}(s)\right) - 1}{2i\rho_{\rm K^+}(s)} + \exp\left(2i\delta_{\rm B}^{K\bar{\rm K}}(s)\right)T_{\rm res;0}^{K\bar{\rm K}}(s), \quad (99)$$

$$t_0^{1}(s) = \frac{\exp\left(2i\delta_{K\bar{K}}^{bg}(s)\right) - 1}{2i\rho_{K^+}(s)} + \exp\left(2i\delta_{K\bar{K}}^{bg}(s)\right)T_{res;1}^{K\bar{K}}(s), (100)$$

где  $\delta^{K\bar{K}}_{B}(s)$  и  $\delta^{bg}_{K\bar{K}}(s)$  — фазы в каналах с I=0 и 1 соответственно,

$$T_{\text{res;0}}^{K\bar{K}}(s) = \frac{g_{\sigma K^+ K^-} \bar{\mathcal{A}}_{f_0}^0(s) + g_{f_0 K^+ K^-} \bar{\mathcal{A}}_{\sigma}^0(s)}{8\pi \left[ D_{\sigma}(s) D_{f_0}(s) - \Pi_{f_0 \sigma}^2(s) \right]},$$
(101)

$$T_{\text{res; 1}}^{K\bar{K}}(s) = \frac{g_{a_0K^+K^-}\bar{\mathcal{A}}_{a_0'}^1(s) + g_{a_0'K^+K^-}\bar{\mathcal{A}}_{a_0}^1(s)}{8\pi \left[ D_{a_0}(s) D_{a_0'}(s) - \Pi_{a_0a_0'}^2(s) \right]},$$
(102)

где

$$\bar{\mathcal{A}}_{f_0}^0(s) = D_{f_0}(s)g_{\sigma K^+K^-} + \Pi_{f_0\sigma}(s)g_{f_0K^+K^-},$$

$$\bar{\varDelta}^{0}_{\sigma}(s) = D_{\sigma}(s)g_{f_{0}K^{+}K^{-}} + \Pi_{f_{0}\sigma}(s)g_{\sigma K^{+}K^{-}},$$

Амплитуды прямых переходов резонансов в фотоны

$$M_{\text{res};\pm}^{\text{direct}}(s) = s \exp\left(\mathrm{i}\delta_{\mathrm{B}}^{\mathrm{K}\bar{\mathrm{K}}}(s)\right) \frac{g_{\sigma\gamma\gamma}\bar{A}_{f_{0}}^{0}(s) + g_{f_{0}\gamma\gamma}^{(0)}\bar{A}_{\sigma}^{0}(s)}{D_{\sigma}(s)D_{f_{0}}(s) - \Pi_{f_{0}\sigma}^{2}(s)} \pm \\ \pm s \exp\left(\mathrm{i}\delta_{\mathrm{K}\bar{\mathrm{K}}}^{\mathrm{bg}}(s)\right) \frac{g_{a_{0}\gamma\gamma}^{(0)}\bar{A}_{a_{0}}^{1}(s) + g_{a_{0}\gamma\gamma}^{(0)}\bar{A}_{a_{0}}^{1}(s)}{D_{a_{0}}(s)D_{a_{0}'}(s) - \Pi_{a_{0}a_{0}'}^{2}(s)} \,.$$
(103)

### Список литературы

- 1. Achasov N N, Ivanchenko V N Nucl. Phys. B 315 465 (1989)
- 2. Achasov N N, Gubin V V Phys. Rev. D 63 094007 (2001)
- Achasov N N, Gubin V V *AΦ* 65 1566 (2002) [*Phys. Atom. Nucl.* 65 1528 (2002)]
- 4. Achasov N N Nucl. Phys. A 728 425 (2003)
- 5. Achasov N N AP 67 1552 (2004) [Phys. Atom. Nucl. 67 1529 (2004)]
- 6. Achasov N N, Shestakov G N Phys. Rev. D 49 5779 (1994)
- Ачасов H H, Шестаков Г H ЯΦ 56 (9) 206 (1993) [Achasov N N, Shestakov G N Phys. Atom. Nucl. 56 1270 (1993)]
- 8. Achasov N N, Shestakov G N Int. J. Mod. Phys. A 9 3669 (1994)
- 9. Achasov N N, Shestakov G N Phys. Rev. Lett. 99 072001 (2007)
- 10. Amsler C et al. (Particle Data Group) Phys. Lett. B 667 1 (2008)
- 11. Nakamura K et al. (Particle Data Group) J. Phys. G Nucl. Part. Phys. **37** 075021 (2010)
- 12. Rosenfeld A H et al. (Particle Data Group) *Rev. Mod. Phys.* **37** 633 (1965)
- 13. Rosenfeld A H et al. (Particle Data Group) *Rev. Mod. Phys.* **39** 1 (1967)
- Barash-Schmidt N et al. (Particle Data Group) *Rev. Mod. Phys.* 41 109 (1969)
- 15. Gell-Mann M, Levy M Nuovo Cimento 16 705 (1960)
- 16. Gell-Mann M Physics 1 63 (1964)
- 17. Lévy M Nuovo Cimento A 52 23 (1967)
- Rittenberg A et al. (Particle Data Group) *Rev. Mod. Phys.* 43 S1 (1971)
- 19. Lasinski T A et al. (Particle Data Group) *Rev. Mod. Phys.* **45** S1 (1973)
- 20. Jaffe R L Phys. Rev. D 15 267, 281 (1977)
- 21. Sannino F, Schechter J Phys. Rev. D 52 96 (1995)
- 22. Törnqvist N A Z. Phys. C 68 647 (1995)
- 23. Ishida S et al. Prog. Theor. Phys. 95 745 (1996)
- 24. Harada M, Sannino F, Schechter J Phys. Rev. D 54 1991 (1996)
- 25. Ishida S AIP Conf. Proc. 432 705 (1998)
- 26. Black D et al. *Phys. Rev. D* **58** 054012 (1998)
- 27. Black D et al. Phys. Rev. D 59 074026 (1999)
- Ishida M, in Proc. of the Possible Existence of σ-Meson and Its Implication to Hadron Physics (KEK Proc., 2000-4, Eds S Ishida et al.) (Tsukuba: KEK, 2000); Soryushiron Kenkyu 102 (5) E58 (2001); hep-ph/0012325
- 29. Barnett R M et al. (Particle Data Group) Phys. Rev. D 54 1 (1996)
- 30. Eidelman S et al. (Particle Data Group) Phys. Lett. B 592 1 (2004)
- 31. Spanier S, Törnqvist N A, Amsler C Phys. Lett. B 667 594 (2008)
- 32. Amsler C et al. "Note on scalar mesons" J. Phys. G Nucl. Part. Phys. 37 075021 (2010)
- 33. Montanet L Rep. Prog. Phys. 46 337 (1983)
- Ачасов Н Н, Девянин С А, Шестаков Г Н УФН 142 361 (1984) [Achasov N N, Devyanin S A, Shestakov G N Sov. Phys. Usp. 27 161 (1984)]
- 35. Achasov N N Nucl. Phys. B Proc. Suppl. 21 189 (1991)
- Αчасов Η Η *УΦΗ* 168 1257 (1998) [Achasov N N Phys. Usp. 41 1149 (1998)]
- 37. Achasov N N Nucl. Phys. A 675 279 (2000)
- 38. Achasov N N AP 65 573 (2002) [Phys. Atom. Nucl. 65 546 (2002)]
- 39. Achasov N N AIP Conf. Proc. 619 112 (2002)
- 40. Achasov N N, in Proc. of the Intern. Symp. on Hadron Spectroscopy, Chiral Symmetry and Relativistic Description of Bound Systems

(KEK Proc., 2003-7, Eds S Ishida et al.) (Tsukuba: KEK, 2003) p. 151

- Achasov N N, in Proc. of the KEK Workshop on Hadron Spectroscopy and Chiral Particle Search in J/Ψ Decay Data at BES (KEK Proc., 2003-10, Eds K Takamatsu et al.) (Tsukuba: KEK) p. 66
- Achasov N N, in Proc. of the 13th Intern. Seminar on High Energy Physics: QUARKS'2004, Pushkinskie Gory, Russia, May 24-30, 2004 (Eds D G Levkov, V A Matveev, V A Rubakov) (Moscow: INR RAS, 2004) p. 110
- Achasov N N Phys. Part. Nucl. 36 (Suppl. 2) 146 (2005); in Proc. of the Intern. Bogolyubov Conf. "Problems of Theoretical and Mathematical Physics" (Eds V G Kadyshevsky, A N Sissakian)
- Achasov N N, in Proc. of the 14th Intern. Seminar on High Energy Physics: QUARKS'2006, St. Petersburg, Russia, 19–25 May, 2006 Vol. 1 (Eds S V Demidov et al.) (Moscow: INR RAS, 2007) p. 29
- Achasov N N, in Proc. of the 15th Intern. Seminar on High Energy Physics: QUARKS'2008, Sergiev Posad, Russia, 23–29 May, 2008 Vol. 1 (Eds V A Duk, V A Matveev, V A Rubakov) (Moscow: INR RAS, 2010) p. 3; arXiv:0810.2601
- 46. Achasov N N Nucl. Phys. B Proc. Suppl. 186 283 (2009)
- 47. Achasov N N *ЭЧАЯ* **41** 1663 (2010) [*Phys. Part. Nucl.* **41** 891 (2010)]; arXiv:1001.3468
- Αчасов Η Η, Шестаков Γ Η *УΦΗ* 161 (6) 53 (1991) [Achasov N N, Shestakov G N Sov. Phys. Usp. 34 471 (1991)]
- Achasov N N, Shestakov G N, in Proc. of the Intern. Workshop on e<sup>+</sup>e<sup>-</sup> Collisions from φ to ψ (Eds G V Fedotovich, S I Redin) (Novosibirsk: BINP, 2000) p. 294
- 50. Delbourgo R, Scadron M D Int. J. Mod. Phys. A 13 657 (1998)
- 51. Godfrey S, Napolitano J Rev. Mod. Phys. 71 1411 (1999)
- 52. Tuan S F AIP Conf. Proc. 619 495 (2002)
- Tuan S F, in Proc. of the Intern. Symp. on Hadron Spectroscopy, Chiral Symmetry and Relativistic Description of Bound Systems (KEK Proc., 2003-7, Eds S Ishida et al.) (Tsukuba: KEK, 2003) p. 319
- 54. Close F E, Törnqvist N A J. Phys. G Nucl. Part. Phys. 28 R249 (2002)
- 55. Alford M, Jaffe R L AIP Conf. Proc. 688 208 (2003)
- 56. Jaffe R, Wilczek F Phys. Rev. Lett. 91 232003 (2003)
- 57. Amsler C, Törnqvist N A Phys. Rep. 389 61 (2004)
- 58. Maiani L et al. Phys. Rev. Lett. 93 212002 (2004)
- 59. Jaffe R L Phys. Rep. 409 1 (2005)
- 60. Jaffe R L Prog. Theor. Phys. Suppl. 168 127 (2007)
- 61. Kalashnikova Yu S et al. Eur. Phys. J. A 24 437 (2005)
- 62. Caprini I, Colangelo G, Leutwyler H Phys. Rev. Lett. 96 132001 (2006)
- 63. Bugg D V Eur. Phys. J. C 47 57 (2006)
- Achasov N N, Kiselev A V, Shestakov G N Nucl. Phys. B Proc. Suppl. 162 127 (2006)
- Achasov N N, Kiselev A V, Shestakov G N Nucl. Phys. B Proc. Suppl. 181-182 169 (2008)
- 66. Achasov N N, Shestakov G N Chinese Phys. C 34 807 (2010)
- Achasov N N, Shestakov G N, in the 16th Intern. Seminar on High Energy Physics: QUARKS-2010, Kolomna, Russia, June 2010
- 68. Fariborz A H, Jora R, Schechter J Phys. Rev. D 76 014011 (2007)
- 69. Fariborz A H, Jora R, Schechter J Phys. Rev. D 77 094004 (2008)
- Fariborz A H, Jora R, Schechter J Nucl. Phys. B Proc. Suppl. 186 298 (2009)
- 71. Fariborz A H, Jora R, Schechter J Phys. Rev. D 79 074014 (2009)
- 72. Narison S Phys. Rev. D 73 114024 (2006)
- Narison S Nucl. Phys. B Proc. Suppl. 186 306 (2009); arXiv:0811.0563
- 74. Törnqvist N A Acta Phys. Polon. B 38 2831 (2007)
- 75. Klempt E, Zaitsev A Phys. Rep. 454 1 (2007)
- 76. Maiani L, Polosa A D, Riquer V Phys. Lett. B 651 129 (2007)
- 77. Pennington M Prog. Theor. Phys. Suppl. (168) 143 (2007)
- Pennington M R, in Proc. of the 11th Intern. Conf. on Meson-Nucleon Physics and the Structure of the Nucleon, Julich, Germany, 2007, p. 106
- van Beveren E, Rupp G, in Proc. of 11th Intern. Conf. on Meson-Nucleon Physics and the Structure of the Nucleon, September 10-14, 2007, Germany (Eds H Machner, S Krewald) (Menlo Park, CA: SLAC, 2007) p. 130
- 80. Bystritsky Yu M et al. Phys. Rev. D 77 054008 (2008)

- 81. Leutwyler H, in AIP Conf. Proc. 1030 46 (2008)
- 82. 't Hooft G et al. Phys. Lett. B 662 424 (2008)
- 83. Ivashyn S A, Korchin A Y Eur. Phys. J. C 54 89 (2008)
- 84. Ebert D, Faustov R N, Galkin V O Eur. Phys. J. C 60 273 (2009)
- Achasov N N, Devyanin S A, Shestakov G N Phys. Lett. B 108 134 (1982)
- 86. Achasov N N, Devyanin S A, Shestakov G N Z. Phys. C 16 55 (1982)
- 87. Budnev V M et al. Phys. Rep. 15 181 (1975)
- 88. Kolanoski H *Two-Photon Physics at*  $e^+e^-$  *Storage Rings* (Berlin: Springer-Verlag, 1984)
- Mori T et al. (Belle), in Proc. of the Intern. Symp. on Hadron Spectroscopy, Chiral Symmetry and Relativistic Description of Bound Systems (KEK Proc., 2003-7, Eds S Ishida et al.) (Tsukuba: KEK, 2003) p. 159
- 90. Mori T et al. (Belle Collab.) Phys. Rev. D 75 051101(R) (2007)
- 91. Mori T et al. (Belle Collab.) J. Phys. Soc. Jpn. 76 074102 (2007)
- 92. Uehara S et al. (Belle Collab.) Phys. Rev. D 78 052004 (2008)
- 93. Uehara S et al. (Belle Collab.) Phys. Rev. D 80 032001 (2009)
- 94. Marsiske H et al. (Crystal Ball Collab.) Phys. Rev. D 41 3324 (1990)
- 95. Boyer J et al. (MARK II Collab.) Phys. Rev. D 42 1350 (1990)
- 96. Oest T et al. (JADE Collab.) Z. Phys. C 47 343 (1990)
- 97. Behrend H-J et al. (CELLO Collab.) Z. Phys. C 56 381 (1992)
- Bienlein J K, in Proc. of the 9th Intern. Workshop on Photon-Photon Collisions, La Jolla, CA, USA, 22-26 March 1992 (Eds D O Caldwell, H P Paar) (Singapore: World Scientific, 1992) p. 241
   Barate R et al. (ALEPH Collab.) Phys. Lett. B 472 189 (2000)
- 100. Braccini S *Acta Phys. Polon. B* **31** 2143 (2000)
- 100. Bracenn 5 Acta 1 hys. 1 olon. B 51 2145 (2000)
- 101. Achasov N N, Devyanin S A, Shestakov G N Z. Phys. C 27 99 (1985)
- 102. Achasov N N, Shestakov G N Z. Phys. C 41 309 (1988)
- 103. Ачасов Н Н, Шестаков Г Н ЯФ 55 2999 (1992) [Achasov N N, Shestakov G N Sov. J. Nucl. Phys. 55 1677 (1992)]
- 104. Achasov N N, Shestakov G N Mod. Phys. Lett. A 9 1351 (1994)
- 105. Achasov N N, Shestakov G N Phys. Rev. D 72 013006 (2005)
- 106. Achasov N N, Shestakov G N Phys. Rev. D 77 074020 (2008)
- 107. Ачасов Н Н, Шестаков Г Н *Письма в ЖЭТФ* **88** 345 (2008) [Achasov N N, Shestakov G N *JETP Lett.* **88** 295 (2008)]
- 108. Ачасов Н Н, Шестаков Г Н *Письма в ЖЭТФ* **90** 355 (2009) [Achasov N N, Shestakov G N *JETP Lett.* **90** 313 (2009)]
- 109. Achasov N N, Shestakov G N Phys. Rev. D 81 094029 (2010)
- 110. Ачасов Н Н, Шестаков Г Н *Письма в ЖЭТФ* **92** 3 (2010) [Achasov N N, Shestakov G N *JETP Lett.* **92** 1 (2010)]
- 111. Flatté S M et al. Phys. Lett. B 38 232 (1972)
- 112. Protopopescu S D et al. Phys. Rev. D 7 1279 (1973)
- 113. Hyams B et al. Nucl. Phys. B 64 134 (1973)
- 114. Grayer G et al. Nucl. Phys. B 75 189 (1974)
- 115. Hyams B et al. Nucl. Phys. B 100 205 (1975)
- 116. Gay J et al. Phys. Lett. B 63 220 (1976)
- 117. Morgan D Phys. Lett. B 51 71 (1974)
- 118. Flatté S M Phys. Lett. B 63 224, 228 (1976)
- 119. Martin A D, Ozmutlu E N, Squires E J Nucl. Phys. B 121 514 (1977)
- Petersen J L "The ππ interaction", Yellow CERN Preprint 77-04 (Geneva: CERN, 1977)
- 121. Estabrooks P Phys. Rev. D 19 2678 (1979)
- Achasov N N, Devyanin S A, Shestakov G N Phys. Lett. B 88 367 (1979)
- Ачасов Н Н, Девянин С А, Шестаков Г Н ЯФ 33 1337 (1981) [Achasov N N, Devyanin S A, Shestakov G N Sov. J. Nucl. Phys. 33 715 (1981)]
- 124. Achasov N N, Shestakov G N Phys. Rev. Lett. 92 182001 (2004)
- 125. Achasov N N, Shestakov G N Phys. Rev. D 70 074015 (2004)
- 126. Wu J-J, Zhao Q, Zou B S Phys. Rev. D 75 114012 (2007)
- 127. Wu J-J, Zou B S Phys. Rev. D 78 074017 (2008)
- Dorofeev V et al., in Proc. of the 12th Intern. Conf. on Hadron Spectroscopy, Frascati, Italy, 8–13 October 2007 (Frascati Physics Series, Vol. 46, Eds L Benussi et al.) (Frascati, Italy: INFN, 2007); arXiv:0712.2512
- 129. Dorofeev V et al. Eur. Phys. J. A 38 149 (2008)
- 130. Nikolaenko V et al. Int. J. Mod. Phys. A 24 295 (2009)
- 131. Harris F, arXiv:1008.3569

- Ачасов Н Н, Девянин С А, Шестаков Г Н ЯФ 32 1098 (1980) [Achasov N N, Devyanin S A, Shestakov G N Sov. J. Nucl. Phys. 32 566 (1980)]
- 133. Achasov N N, Devyanin S A, Shestakov G N Phys. Lett. B 96 168 (1980)
- 134. Achasov N N, Devyanin S A, Shestakov G N Phys. Lett. B 102 196 (1981)
- Achasov N N, Devyanin S A, Shestakov G N "On four-quark nature of scalar S\*(980) and δ(980) resonances", Preprint TP-121 (Novosibirsk: Institute for Mathematics, 1981)
- 136. Achasov N N, Devyanin S A, Shestakov G N Z. Phys. C 22 53 (1984)
- 137. Achasov M N et al. (SND Collab.) Phys. Lett. B 438 441 (1998)
- 138. Achasov M N et al. (SND Collab.) Phys. Lett. B 440 442 (1998)
- 139. Achasov M N et al. (SND Collab.) Phys. Lett. B 479 53 (2000)
- 140. Achasov M N et al. (SND Collab.) Phys. Lett. B 485 349 (2000)
- 141. Akhmetshin R R et al. (CMD-2 Collab.) Phys. Lett. B 462 371 (1999)
- 142. Akhmetshin R R et al. (CMD-2 Collab.) Phys. Lett. B 462 380 (1999)
- 143. Aloisio A et al. (KLOE Collab.) Phys. Lett. B 536 209 (2002)
- 144. Aloisio A et al. (KLOE Collab.) Phys. Lett. B 537 21 (2002)
- 145. Dubrovin M AIP Conf. Proc. 688 231 (2003)
- 146. Ambrosino F et al. (KLOE Collab.) Phys. Lett. B 634 148 (2006)
- 147. Ambrosino F et al. (KLOE Collab.) Eur. Phys. J. C 49 473 (2007)
- Ambrosino F et al. (KLOE Collab.), in 23rd Intern. Symp. on Lepton-Photon Interactions at High Energy, Daegu, Korea, 2007; arXiv: 0707.4609
- 149. Bonvicini G et al. (CLEO Collab.) Phys. Rev. D 76 012001 (2007)
- 150. Cavoto G, in *Proc. of the 5th Flavor Physics and CP Violation Conf., Bled, Slovenia, 2007*, p. 22; arXiv:0707.1242
- 151. Bossi F et al. (KLOE Collab.) *Riv. Nuovo Cimento* **031** 531 (2008); arXiv:0811.1929
- 152. Achasov N N, Kiselev A V Phys. Rev. D 70 111901(R) (2004)
- 153. Bramon A, Grau A, Pancheri G Phys. Lett. B 289 97 (1992)
- 154. Close F E, Isgur N, Kumano S Nucl. Phys. B 389 513 (1993)
- 155. Lucio J L M, Napsuciale M Phys. Lett. B 331 418 (1994)
- 156. Achasov N N, in *The Second DAΦNE Physics Handbook* Vol. 2 (Eds L Maiani, G Pancheri, N Paver) (Frascati: INFN, 1995) p. 671
- 157. Achasov N N, Gubin V V, Solodov E P Phys. Rev. D 55 2672 (1997)
- Ачасов Н Н, Губин В В, Солодов Е П ЯФ 60 1279 (1997) [Achasov N N, Gubin V V, Solodov E P Phys. Atom. Nucl. 60 1152 (1997)]
- 159. Achasov N N, Gubin V V, Shevchenko V I Phys. Rev. D 56 203 (1997)
- Achasov N N, Gubin V V, Shevchenko V I Int. J. Mod. Phys. A 12 5019 (1997)
- 161. Ачасов Н Н, Губин В В, Шевченко В И ЯФ 60 89 (1997) [Achasov N N, Gubin V V, Shevchenko V I Phys. Atom. Nucl. 60 81 (1997)]
- 162. Achasov N N, Gubin V V Phys. Rev. D 56 4084 (1997)
- 163. Ачасов Н Н, Губин В В ЯФ 61 274 (1998) [Achasov N N, Gubin V V Phys. Atom. Nucl. 61 224 (1998)]
- 164. Achasov N N, Gubin V V Phys. Rev. D 57 1987 (1998)
- 165. Асачов Н Н, Губин В В ЯФ **61** 1473 (1998) [Achasov N N, Gubin V V *Phys. Atom. Nucl.* **61** 1367 (1998)]
- 166. Ambrosino F et al. (KLOE Collab.) Phys. Lett. B 679 10 (2009)
- 167. Ambrosino F et al. (KLOE Collab.) Phys. Lett. B 681 5 (2009)
- Bini C (and KLOE Collab.), in 34th Intern. Conf. on High Energy Physics: ICHEP 2008, July 29-August 5, 2008, Philadelphia, Pennsylvania; arXiv:0809.5004
- 169. Achasov N N, Kiselev A V Phys. Rev. D 68 014006 (2003)
- Achasov N N, Kiselev A V *AΦ* 67 653 (2004) [*Phys. Atom. Nucl.* 67 633 (2004)]
- 171. Achasov N N, Kiselev A V Phys. Rev. D 73 054029 (2006)
- 172. Ачасов Н Н, Киселев А В ЯФ 70 2005 (2007) [Achasov N N, Kiselev A V Phys. Atom. Nucl. 70 1956 (2007)]
- 173. Di Micco B (and KLOE Collab.) Nucl. Phys. B Proc. Suppl. 181– 182 215 (2008)
- 174. Shekhovtsova O, Venanzoni G, Pancheri G Comput. Phys. Commun. 180 1206 (2009)
- 175. Amelino-Camelia G et al. Eur. Phys. J. C 68 619 (2010); arXiv:1003.3868

- 176. Field J H, in Proc. of the 4th Intern. Colloquium on Photon-Photon Interactions, Paris, France, 1981 (Ed. G W London) (Singapore: World Scientific, 1981) p. 447
- 177. Hilger E, in Proc. of the 4th Intern. Colloquium on Photon-Photon Interactions, Paris, France, 1981 (Ed. G W London) (Singapore: World Scientific, 1981) p. 149
- Wedemeyer R J, in Proc. of the 10th Intern. Symp. on Lepton and Photon Interactions at High Energies (Ed. W Pfeil) (Bonn: Physikalisches Institut, Univ. Bonn, 1981) p. 410
- 179. Edwards C et al. (Crystal Ball Collab.) Phys. Lett. B 110 82 (1982)
- 180. Olsson J E Lecture Notes Phys. 191 45 (1983)
- 181. Mennessier G Z. Phys. C 16 241 (1983)
- Kolanoski H, 1985, in Proc. of the 12th Intern. Symp. on Lepton and Photon Interactions at High Energies (Eds M Konuma, K Takahashi) (Kyoto: Kyoto Univ., Research Inst. Fund. Phys., 1986) p. 90
- 183. Kolanoski H, Zerwas P, in *High Energy Electron-Positron Physics* (Eds A Ali, P Söding) (Singapore: World Scientific, 1988) p. 695
- 184. Kolanoski H Nucl. Phys. B Proc. Suppl. 8 41 (1989)
- Cordier A, in Proc. of the 6th Intern. Workshop on Photon-Photon Collisions, Granlibakken, Lake Tahoe, Calif., September 10-13, 1984 (Ed. R L Lander) (Singapore: World Scientific, 1985) p. 122
- 186. Erne F C, in Proc. of the 6th Intern. Workshop on Photon-Photon Collisions, Granlibakken, Lake Tahoe, Calif., September 10–13, 1984 (Ed. R L Lander) (Singapore: World Scientific, 1985) p. 151
- 187. Barnes T Phys. Lett. B 165 434 (1985)
- 188. Kaloshin A E, Serebryakov V V Z. Phys. C 32 279 (1986)
- 189. Antreasyan D et al. Phys. Rev. D 33 1847 (1986)
- Johnson R P, Ph.D. Thesis (Stanford, Calif.: SLAC Stanford Univ., 1986); SLAC-Report-294 (Stanford, Calif.: SLAC Stanford Univ., 1986)
- 191. Poppe M Int. J. Mod. Phys. A 1 545 (1986)
- 192. Berger Ch, Wagner W Phys. Rep. C 146 1 (1987)
- 193. Morgan D, Pennington M R Phys. Lett. B 192 207 (1987)
- 194. Morgan D, Pennington M R Z. Phys. C 37 431 (1988)
- 195. Chanowitz M S, in Proc. of the 8th Intern. Workshop on Photon-Photon Collisions, April 24–28, 1988, Jerusalem, Israel (Ed. U Karshon) (Singapore: World Scientific, 1988) p. 205
- 196. Hikasa K et al. (Particle Data Group) Phys. Rev. D 45 S1 (1992)
- 197. Morgan D, Pennington M R, Whalley M R J. Phys. G Nucl. Part. Phys. 20 A1 (1994)
- 198. Barnes T, in Proc. of the 9th Intern. Workshop on Photon-Photon Collisions, La Jolla, Calif., March 22–26, 1992 (Eds D O Caldwell, H P Paar) (Singapore: World Scientific, 1992) pp. 263, 275
- 199. Kolanoski H, in Proc. of the 4th Intern. Conf. on Hadron Spectroscopy, Univ. of Maryland, College Park, 12–16 August 1991 (Eds S Oneda, D C Peaslee) (Singapore: World Scientific, 1992) p. 377
- 200. Karch K-H, in Proc. of the 26th Rencontre de Moriond: High Energy Hadronic Interactions, Les Arcs, France, 17–23 March 1991 (Ed. J Tran Thanh Van) (Gif-sur-Yvette: Editions Frontieres, 1991) p. 423
- Cahn R N, in Proc. of the 14th Intern. Symp. on Lepton and Photon Interactions at High Energies, August 7–12, 1989, Stanford, Calif. (Ed. M Riordan) (Singapore: World Scientific, 1990) p. 60
- 202. Feindt M, Harjes J Nucl. Phys. B Proc. Suppl. 21 61 (1991)
- 203. Berger S B, Feld B T Phys. Rev. D 8 3875 (1973)
- 204. Barbieri R, Gatto R, Kögerler R Phys. Lett. B 60 183 (1976)
- 205. Jackson J D, in Proc. of the SLAC Summer Institute on Particle Physics: Weak Interactions at High Energy and the Production of New Particles, Stanford, Calif., August 2–13, 1976 (SLAC Rep., No. 198, Ed. M C Zipf) (Stanford, Calif.: SLAC, 1976) p. 147
- 206. Budnev V M, Kaloshin A E Phys. Lett. B 86 351 (1979)
- 207. Bergström L, Hulth G, Snellman H Z. Phys. C 16 263 (1983)
- 208. Morgan D, Pennington M R Z. Phys. C 48 623 (1990)
- 209. Li Z P, Close F E, Barnes T Phys. Rev. D 43 2161 (1991)
- 210. Münz C R Nucl. Phys. A 609 364 (1996)
- 211. Pennington M R Mod. Phys. Lett. A 22 1439 (2007)
- 212. Weinstein J, Isgur N Phys. Rev. Lett. 48 659 (1982)
- 213. Weinstein J, Isgur N Phys. Rev. D 41 2236 (1990)
- 214. Achasov N N, Kiselev A V Phys. Rev. D 76 077501 (2007)
- 215. Achasov N N, Kiselev A V Phys. Rev. D 78 058502 (2008)
- 216. Dzierba A R, in Proc. of the Second Workshop on Physics and Detectors for DAΦNE'95 Vol. 4 (Frascati Physics Series, Eds R Baldini et al.) (Frascati: INFN, 1996) p. 99

- 217. Alde D et al. Z. Phys. C 66 375 (1995)
- 218. Alde D et al. Eur. Phys. J. A 3 361 (1998)
- Алди Д и др. ЯΦ 62 462 (1999) [Alde D et al. Phys. Atom. Nucl. 62 421 (1999)]
- 220. Gunter J et al. (E852 Collab.) Phys. Rev. D 64 072003 (2001)
- 221. Branz T, Gutsche T, Lyubovitskij V Eur. Phys. J. A 37 303 (2007)
- 222. Boglione M, Pennington M R Eur. Phys. J. C 9 11 (1999)
- 223. Pennington M R Nucl. Phys. B Proc. Suppl. 82 291 (2000)
- 224. Groom D E et al. (Particle Data Group) Eur. Phys. J. C 15 1 (2000)
- 225. Yao W-M et al. (Particle Data Group) J. Phys. G Nucl. Part. Phys. 33 1 (2006)
- 226. Abe K et al. (Belle Collab.), arXiv:0711.1926
- 227. Nakazawa N Nucl. Phys. B Proc. Suppl. 181-182 233 (2008)
- 228. Adachi I et al. (Belle Collab.), arXiv:0810.0334
- 229. Low F E Phys. Rev. 96 1428 (1954)
- 230. Gell-Mann M, Goldberger M L Phys. Rev. 96 1433 (1954)
- 231. Abarbanel H D I, Goldberger M L Phys. Rev. 165 1594 (1968)
- 232. Lyth D H J. Phys. G Nucl. Phys. 10 39 (1984)
- 233. Lyth D H J. Phys. G Nucl. Phys. 11 459 (1985)
- 234. Bijnens J, Cornet F Nucl. Phys. B 296 557 (1988)
- 235. Donoghue J F, Holstein B R, Lin Y C Phys. Rev. D 37 2423 (1988)
- 236. Donoghue J F, Holstein B R Phys. Rev. D 48 137 (1993)
- 237. Morgan D, Pennington M R Phys. Lett. B 272 134 (1991)
- 238. Oller J A, Oset E AIP Conf. Proc. 432 413 (1998)
- 239. Pennington M R Phys. Rev. Lett. 97 011601 (2006)
- 240. Krammer M, Krasemann H Phys. Lett. B 73 58 (1978)
- 241. Krammer M Phys. Lett. B 74 361 (1978)
- 242. Krasemann H, Vermaseren J A M Nucl. Phys. B 184 269 (1981)
- 243. Gersten A Nucl. Phys. B 12 537 (1969)
- 244. Barrelet E Nuovo Cimento A 8 331 (1972)
- 245. Садовский С А ЯФ 62 562 (1999) [Sadovsky S A Phys. Atom. Nucl. 62 519 (1999)]
- 246. Pennington M R Nucl. Phys. B Proc. Suppl. 181-182 251 (2008)
- 247. Pennington M R et al. Eur. Phys. J. C 56 1 (2008)
- 248. Mennessier G et al., arXiv:0707.4511
- 249. Mennessier G, Narison S, Ochs W Phys. Lett. B 665 205 (2008)
- 250. Mennessier G, Narison S, Ochs W Nucl. Phys. B Proc. Suppl. 181-182 238 (2008)
- 251. Mennessier G Nucl. Phys. B Proc. Suppl. 186 287 (2009); arXiv:0811.1589
- 252. Oller J A, Roca L, Schat C Phys. Lett. B 659 201 (2008)
- 253. Oller J A, Roca L Eur. Phys. J. A 37 15 (2008)
- 254. van Beveren E et al. Phys. Rev. D 79 098501 (2009)
- 255. Kalinovsky Yu L, Volkov M K, arXiv:0809.1795
- 256. Mao Y at al. Phys. Rev. D 79 116008 (2009)

- Mennessier G, Narison S, Wang X-G Phys. Lett. B 696 40 (2011); arXiv:1009.2773
- 258. Garsía-Martín R, Moussallam B Eur. Phys. J. C 70 155 (2010)
- 259. Adler S L Phys. Rev. 177 2426 (1969)
- 260. Bell J S, Jackiw R Nuovo Cimento A 60 47 (1969)
- 261. Bardeen W A, Fritzsch H, Gell-Mann M, in Proc. of the Meeting on Scale and Conformal Symmetry in Hadron Physics (Ed. R Gatto) (New York: Wiley, 1973) p. 139; hep-ph/0211388
- 262. Leutwyler H Nucl. Phys. B Proc. Suppl. 64 223 (1998)
- 263. Ioffe B L, Oganesian A G Phys. Lett. B 647 389 (2007)
- 264. Bernstein A M, arXiv:0707.4250
- 265. Feldmann T Int. J. Mod. Phys. A 15 159 (2000)
- 266. Babcock J, Rosner J L Phys. Rev. D 14 1286 (1976)
- 267. Rosner J L Phys. Rev. D 23 1127 (1981)
- 268. Berger Ch Lecture Notes Phys. 134 82 (1980)
- 269. Albrecht H et al. (ARGUS Collab.) Z. Phys. C 48 183 (1990)
- 270. Li D M, Yu H, Shen Q-X J. Phys. G Nucl. Part. Phys. 27 807 (2001)
- 271. Durusoy N B et al. Phys. Lett. B 45 517 (1973)
- 272. Hoogland W et al. Nucl. Phys. B 126 109 (1977)
- 273. Watson K M Phys. Rev. 88 1163 (1952)
- 274. Achasov N N, Shestakov G N Phys. Rev. D 67 114018 (2003)
- 275. Achasov N N, Shestakov G N Phys. Rev. D 58 054011 (1998)
- 276. Osborn H Nucl. Phys. B 15 501 (1970)
- 277. Petersen J L Phys. Rep. 2 155 (1971)
- 278. Bernard V, Kaiser N, Meissner U-G Phys. Rev. D 44 3698 (1991)
- 279. Black D, Fariborz A H, Schechter J Phys. Rev. D 61 074030 (2000)
- 280. Achasov N N, Shestakov G N Phys. Rev. D 53 3559 (1996)
- 281. Ochs W AIP Conf. Proc. 1257 252 (2010)
- 282. Kalashnikova Yu et al. Phys. Rev. C 73 45203 (2006)
- 283. Hanhart C et al. Phys. Rev. D 75 074015 (2007)
- 284. Czerwinski E (and KLOE-2 Collab.), arXiv:1009.0113
- 285. Uehara S et al. (and Belle Collab.), arXiv:1007.3779
- 286. Althoff M et al. (TASSO Collab.) Z. Phys. C 29 189 (1985)
- 287. Althoff M et al. (TASSO Collab.) Phys. Lett. B 121 216 (1983)
- 288. Berger Ch et al. (PLUTO Collab.) Z. Phys. C 37 329 (1988)
- 289. Behrend H J et al. (CELLO Collab.) Z. Phys. C 43 91 (1989)
- 290. Feindt M, Harjes J Nucl. Phys. B Proc. Suppl. 21 61 (1991)
- 291. Acciarri M et al. (L3 Collab.) Phys. Lett. B 501 173 (2001)
- 292. Abe K et al. (Belle Collab.) Eur. Phys. J. C 32 323 (2004)
- 293. Faiman D, Lipkin H J, Rubinstein H R Phys. Lett. B 59 269 (1975)
- 294. Achard P et al. (L3 Collab.) Phys. Lett. B 568 11 (2003)
- 295. Achard P et al. (L3 Collab.) Phys. Lett. B 597 26 (2004)
- 296. Achard P et al. (L3 Collab.) Phys. Lett. B 604 48 (2004)
- 297. Achard P et al. (L3 Collab.) Phys. Lett. B 615 19 (2005)

#### Light scalar mesons in photon-photon collisions

#### N.N. Achasov, G.N. Shestakov

S.L. Sobolev Institute of Mathematics, Siberian Branch of Russian Academy of Sciences, prosp. Akad. Koptyuga 4, 630090 Novosibirsk, Russian Federation E-mail: achasov@math.nsc.ru, shestako@math.nsc.ru

Discovered more than forty years ago and from the very start a stumbling block for the naive quark–antiquark model, today it is virtually universally believed that light scalar mesons are nontrivial in nature. A major contribution to understanding the nature of light scalar mesons has come from the physics of photon–photon collisions, a field which has recently entered the era of high-precision statistics. In this paper, conclusions from current experimental data concerning the mechanisms of two-photon creation of light scalar mesons are reviewed.

PACS numbers: 12.39.-x, 13.40.-f, 13.60.Le, 13.75.Lb

Bibliography - 297 references

Uspekhi Fizicheskikh Nauk 181 (8) 827-857 (2011)

DOI: 10.3367/UFNr.0181.201108b.0827

Received 15 September 2010, revised 19 October 2010

Physics – Uspekhi 54 (8) (2011)