# <u>ΥCΠΕΧИ ΦИЗИЧЕСКИХ НАУК</u>

# ОБЗОРЫ АКТУАЛЬНЫХ ПРОБЛЕМ

# Спин-волновая акустика антиферромагнитных структур как магнитоакустических метаматериалов

Ю.В. Гуляев, С.В. Тарасенко, В.Г. Шавров

Дан обзор результатов исследования условий, при которых ограниченные низкотемпературные антиферромагнетики (и композитные структуры на их основе) могут рассматриваться как особый класс акустических магнитных метаматериалов (магнитоакустические метаматериалы); вследствие динамического магнитоупругого взаимодействия в них возникает целый ряд акустических аналогов поляритонных эффектов, интенсивно исследуемых в настоящее время в немагнитных акустических метаматериалах. Показано, что эластостатический подход к анализу магнитоупругой динамики ограниченных скомпенсированных магнетиков является эффективным инструментом поиска новых типов резонансных акустических аномалий, часть из которых характерна для физики магнитостатических спиновых волн (поверхностные и объёмные эластостатические спиновые волны, неоднородные спин-спиновые резонансы с их участием и т.д.).

PACS numbers: 42.25.Bs, 43.20. + g, 43.35. + d, 43.35. Rw, 43.40. + s, 75.50. Ee, 75.70. - i DOI: 10.3367/UFNr.0181.201106b.0595

# Содержание

- 1. Введение (595).
- 2. Энергия, уравнения движения и граничные условия (597).

2.1. Модели пространственно однородных магнитной (двухподрешёточный обменно-коллинеарный антиферромагнетик) и немагнитной сред. 2.2. Варианты граничных условий. 2.3. Модели одномерных скомпенсированных антиферромагнитных структур. Приближение эффективной среды.

 Эластостатические магноны — особый класс безобменных спиновых волн (601).

3.1. Безобменные объёмные эластостатические спиновые волны s- и р-типа. 3.2 Механизмы формирования анизотропных объёмных эластостатических спиновых волн. 3.3. Эластообменная спиновая динамика ограниченных скомпенсированных антиферромагнетиков. 3.4. Связь спектра объёмных эластообменных спиновых волн со спектром объёмных магнитоупругих волн в пластине скомпенсированного антиферромагнетика.

 Сдвиговые поверхностные акустические волны (ПАВ) на границе раздела магнитной и немагнитной сред, не исчезающие в эластостатическом пределе (611).

**Ю.В. Гуляев, В.Г. Шавров.** Институт радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН,

ул. Моховая 11, корп. 7, 125009 Москва, Российская Федерация Тел. (495) 629-35-91, (495) 629-35-06 E-mail: gulyaev@cplire.ru, shavrov@cplire.ru **С.В. Тарасенко.** Донецкий физико-технический институт им. А.А. Галкина НАН Украины, ул. Р. Люксембург 72, 83114 Донецк, Украина Тел. (1038-062) 311-05-51. E-mail: s.v.tarasenko@mail.ru

Статья поступила 16 августа 2010 г., после доработки 25 ноября 2010 г. 4.1. Сдвиговая ПАВ в непьезомагнитном антиферромагнетике, обусловленная гибридизацией магнитоупругого и неоднородного обменного взаимодействий. 4.2. Сдвиговая ПАВ первого и второго типа в мелкослоистом одномерном магнитном фононном кристалле типа "антиферромагнетик – идеальный диамагнетик".

 Индуцированные динамическим магнитоупругим взаимодействием особенности рефракции объёмных упругих волн на границе раздела магнитной и немагнитной сред (615).

5.1. Возбуждение сдвиговых ПАВ с помощью акустических аналогов схем Отто и Кречмана. 5.2. Безотражательное прохождение объёмной сдвиговой упругой волны через ограниченный мелкослоистый одномерный магнитный фононный кристалл с немагнитным покрытием. 5.3. Отрицательная и аномальная акустическая рефракция в одномерном мелкослоистом фононном кристалле. 5.4. Проявление топологии поверхности волновых векторов нормальных магнитоупругих возбуждений в спектре ограниченного магнетика.

6. Заключение (622).

Список литературы (624).

# 1. Введение

В последнее время активно исследуются метаматериалы — композитные среды, динамические свойства которых в длинноволновом пределе оказываются качественно иными, чем у входящих в их состав резонансных структурных элементов [1-5]. При этом число подобных композитных структур, демонстрирующих уникальные электродинамические характеристики, постоянно расширяется. К таким структурам, в частности, относятся искусственные диэлектрики и искусственные магнетики [6-8], киральные и омега-среды [9, 10], фотонные кристаллы [11, 12], одно- и двухотрицательные среды (single

and double negative medium) [13–15] и т.д. Это, в свою очередь, стимулировало поиск акустических аналогов целого ряда принципиально новых электродинамических эффектов, которыми оказалась богата физика метаматериалов. Соответствующий класс композитных сред из акустически резонансных пространственно упорядоченных структурных элементов получил название акустических метаматериалов.

Многообещающие перспективы практического применения акустических метаматериалов [16] привели к тому, что анализ их волновых свойств превратился в одно из наиболее динамично развивающихся направлений современной физической акустики композитных сред. В частности, активно исследуются возможности применения акустических метаматериалов для создания высокоэффективных акустических изоляторов в определённых частотных диапазонах [17-20], реализации эффекта отрицательной акустической рефракции [21-24], фокусировки акустических пучков и акустической суперлинзы [25-31], маскирующих акустических покрытий [32-36] и т.д. Интенсивно ведутся также работы по созданию одно- и двухотрицательных акустических метаматериалов [37-39]. Однако, несмотря на множество публикаций, посвящённых указанным вопросам, подавляющее их большинство связано с изучением исключительно немагнитных структур [40-42].

Вместе с тем в последние годы большое внимание стало уделяться фотонным кристаллам с включением магнитных материалов, в частности магнитным фотонным кристаллам [43-45]. Поскольку подавляющее большинство магнитных фотонных кристаллов является акустически сплошными средами [43], то их можно также рассматривать как пример магнитных акустических метаматериалов (точнее говоря, магнитных фононных кристаллов (МФК)). Если основываться на магнитоакустике пространственно однородных магнетиков [46], то следует ожидать, что с помощью воздействия постоянного внешнего поля, изменения температуры или давления можно существенно изменять степень акустического контраста между магнитными и немагнитными составляющими такой композитной среды. Кроме того, становится возможным плавное изменение частоты акустических резонансов магнитных включений в немагнитной матрице.

Другой отличительной особенностью акустических свойств магнетиков является наличие в них дополнительных внутренних степеней свободы, связанных со спиновой подсистемой магнитного кристалла (спиновыми волнами). Особый интерес представляет реализация условий для магнитоакустического резонанса (МАР): кардинальной перестройки спектров упругих и спиновых волн магнетика, если их частоты и волновые векторы соответственно равны друг другу. В этом случае для волновых векторов  $k \gg k_{mph}$  ( $k_{mph}$  определяется из условия существования МАР:  $\omega_{\rm s}(k_{\rm mph}) = \omega_{\rm ph}(k_{\rm mph})$ , где  $\omega_{\rm s}(k)$  и  $\omega_{\rm ph}(k)$  — соответственно дисперсионные соотношения для спектра нормальных спиновых и упругих волн неограниченного магнетика без учёта магнитоупругого взаимодействия [47]) следует искать аналогии между спектром магнитоупругих возбуждений и спектром поляритонов.

Таким образом, диапазон длин волн с  $k \gg k_{mph}$  может представлять значительный интерес для создания новых акустических метаматериалов на основе магнитных структурных элементов с некоторым характерным размером  $d_*$  (которым может быть толщина плёнки или диаметр нити (частицы)). В случае  $k \approx 2\pi/d$  условие  $k \gg k_{mph}$  будет выполняться уже при  $d_* \gg d \gg a$ , где a — постоянная решётки.

К настоящему времени опубликован целый ряд монографий (в частности, [47-49]) и обзоров [46, 50-54], посвящённых анализу в рамках континуальной модели различных аспектов взаимодействия спиновой подсистемы магнитоупорядоченного кристалла и решётки. Так, особенности резонансного взаимодействия спиновых и акустических волн ( $k \approx k_{\rm mph}$ ) в неограниченных магнетиках рассмотрены в [47]. Специфика распространения мягких магнитозвуковых волн в бесконечных ферромагнитном (ФМ) или антиферромагнитном (АФМ) кристаллах в области магнитных фазовых переходов при  $k \ll k_{\rm mph}$  проанализирована в обзорах [46, 50, 51]. Вопросы резонансного взаимодействия магнитостатических волн и нормальных упругих волн в ферромагнитных пластинах (быстрые магнитоупругие волны) отражены в [52]. Особенностям нелинейной магнитоупругой динамики неограниченного антиферромагнетика в окрестности магнитных фазовых переходов при  $k \ll k_{mph}$  посвящён обзор [53]. Эффекты вращательной инвариантности и поверхностные акустические волны в ограниченных ферро- и антиферромагнетиках рассмотрены в [54].

Что касается особенностей взаимодействия в ограниченных негиротропных магнетиках объёмных спиновых и упругих волн с волновыми векторами  $k \gg k_{\rm mph}$ , то пока они практически не нашли отражения в обзорной литературе. Вместе с тем, если, следуя [55], описывать магнитоупругую динамику пространственно однородного магнетика в терминах эффективных упругих модулей, то именно в этом диапазоне волновых векторов возможно появление частотных интервалов, в которых отдельные эффективные упругие модули становятся отрицательными. Однако необходимо учесть, что магнитоупорядоченная среда характеризуется достаточно сильной собственной нелокальностью, связанной с неоднородным обменным взаимодействием. Это означает, что для выполнения неравенства  $k \gg k_{mph}$  требуется, чтобы уже в неограниченной магнитной среде фазовая скорость упругой волны была много больше скорости распространения нормальных спиновых колебаний. Кроме ферромагнетиков таким свойством обладают, как известно, низкотемпературные антиферромагнетики, для которых в соответствии с [53]  $T_{\rm N} < T_{\rm D}$ , где  $T_{\rm N}$ и T<sub>D</sub> — температуры Нееля и Дебая. Следует подчеркнуть, что, в отличие от спин-волновой динамики ФМ, спин-волновая динамика обменно-коллинеарных АФМ характеризуется одновременным обменным усилением эффектов, связанных с магнитоупругим взаимодействием, и обменным ослаблением роли магнитодипольного взаимодействия [46, 50, 53]. Кроме того, поскольку эффекты магнитодипольного взаимодействия в АФМкристаллах пропорциональны равновесной намагниченности, то их вклад может быть дополнительно уменьшен по сравнению с магнитоупругим, если в равновесном состоянии антиферромагнетика суммарная намагниченность его подрешёток равна нулю. Такая магнитная структура, согласно [56], отвечает скомпенсированному антиферромагнетику. Этому определению соответствуют не только пространственно однородные обменно-коллинеарные АФМ, в основном состоянии которых вектор ферромагнетизма равен нулю, но и композитные магнитные материалы на их основе. К числу скомпенсированных АФМ-структур могут быть также отнесены и одномерные МФК, составленные из идентичных ферромагнитных или ферримагнитных слоёв, при условии, что ориентации равновесных намагниченностей любых двух соседних слоёв взаимно противоположны.

В случае структур типа "магнетик – идеальный диамагнетик" фононный механизм межслоевого взаимодействия должен быть намного эффективнее магнитодипольного. Как правило, данные структуры исследуются с точки зрения условий сосуществования магнитной и сверхпроводящей фаз [57]. Кроме того, в последнее время фотонные кристаллы из сверхпроводящих и несверхпроводящих компонентов стали исследоваться в связи с освоением терагерцевого диапазона [58].

Выполнение неравенства  $k \ge k_{mph}$  означает, что для описания динамики упругой подсистемы магнетика во всех указанных выше структурах можно воспользоваться не полными уравнениями механики сплошной среды, а их эластостатическим пределом [59]. В результате, следуя аналогии со спектром магнитостатических возбуждений [60, 61], можно ожидать, что при  $k_{mph} d \le 1$  в ограниченном магнетике с характерным размером d будут одновременно действовать, помимо механизма неоднородного обменного взаимодействия, также два механизма косвенного спин-спинового взаимодействия: магнитодипольный и фононный. В фононном механизме косвенное спин-спиновое взаимодействие осуществляется через дальнодействующее поле квазистатических магнитоупругих деформаций.

Целью данного обзора является изложение результатов исследований акустических аналогов поляритонных эффектов, индуцированных динамическим магнитоупругим взаимодействием, на примере ограниченных скомпенсированных АФМ-структур, в частности легкоосных (ЛО) АФМ.

Обзор построен следующим образом. В разделе 2 приведены основные соотношения, позволяющие описывать в рамках континуальной модели магнитоупругую динамику ограниченных скомпенсированных антиферромагнетиков и слоистых структур на их основе (в частности, одномерных (1D) МФК).

В разделе 3 обсуждены результаты исследований магнитоупругой динамики пластин скомпенсированных АФМ в рамках эластостатического приближения, из которых следует, что в ряде случаев целесообразно говорить о существовании в подобных структурах особого класса безобменных распространяющихся спин-волновых возбуждений — эластостатических спиновых волн. Эти волны можно рассматривать как акустический аналог хорошо известных магнитостатических спиновых волн. Обсуждены также аномалии объёмной спинволновой динамики ограниченных магнетиков, индуцированные гибридизацией рассматриваемого механизма косвенного спин-спинового взаимодействия через дальнодействующее поле эластостатических магнитоупругих деформаций и неоднородного обменного взаимодействия.

В разделе 4 рассматриваются возможные механизмы локализации в эластостатическом приближении сдвиговых упругих волн вблизи внешней поверхности скомпенсированной антиферромагнитной структуры в случаях как механически свободной поверхности, так и акустически сплошной границы раздела антиферромагнитной и немагнитной сред.

Раздел 5 посвящён обсуждению возможных акустических аналогов схем Отто и Кречмана для возбуждения сдвиговых поверхностных акустических волн (ПАВ), рассмотренных в разделе 4; изложены также условия безотражательного прохождения сдвиговой упругой волны через ограниченный 1D МФК. В этом же разделе на основе анализа локальной геометрии поверхности волновых векторов (поверхности рефракции) обсуждаются вопросы взаимосвязи особенностей рефракции сдвиговой объёмной волны на границе раздела "скомпенсированный АФМ-немагнитный диэлектрик" и рассмотренных в разделах 3, 4 аномалий в объёмной и поверхностной магнитоупругой динамике ограниченного скомпенсированного АФМ.

В заключении (раздел 6) обсуждаются некоторые возможности применения полученных результатов, а также формулируется ряд задач по дальнейшему развитию исследований, представленных в обзоре.

# 2. Энергия, уравнения движения и граничные условия

Рассмотрим наиболее часто встречающиеся модели скомпенсированных антиферромагнитных структур: пространственно однородный двухподрешёточный обменноколинеарный антиферромагнетик, 1D MФК типа "ЛО АФМ – идеальный диамагнетик", одномерный МФК типа "ЛО ФМ – идеальный диамагнетик" с антиферромагнитным типом упорядочения соседних касательно намагниченных ферромагнитных слоёв, образующих элементарный период 1D МФК.

# 2.1. Модели пространственно однородных магнитной (двухподрешёточный обменно-коллинеарный антиферромагнетик) и немагнитной сред

В терминах векторов ферромагнетизма **m** и антиферромагнетизма **l** плотность энергии двухподрешёточной модели ромбического антиферромагнетика (среда 1) с изотропным упругим и магнитоупругим взаимодействием может быть представлена как [60, 62]

$$W = W_{\rm m} + W_{\rm me} + W_{\rm e} \,,$$
 (2.1)

где плотности магнитной  $(W_{\rm m})$ , магнитоупругой  $(W_{\rm me})$  и упругой  $(W_{\rm e})$  энергий имеют вид

$$W_{\rm m} = M_0^2 \left[ \frac{\delta}{2} \,\mathbf{m}^2 + \frac{\alpha}{2} (\nabla \mathbf{l})^2 + \frac{\beta_1}{2} \,l_z^2 + \frac{\beta_2}{2} \,l_y^2 - \mathbf{m} \mathbf{H}_{\rm m} \right], \ (2.2)$$

$$W_{\rm me} = M_0^2(bl_i l_k u_{ik}), \qquad (2.3)$$

$$W_{\rm e} = \frac{\lambda}{2} \, u_{ii}^2 + \mu u_{ik}^2 \,. \tag{2.4}$$

Здесь  $\delta$  и  $\alpha$  — константы однородного и неоднородного обмена,  $\beta_1$ ,  $\beta_2$  — константы анизотропии,  $\mathbf{H}_{\rm m}$  — магнитодипольное поле,  $u_{ik} = (\partial u_i/\partial x_k + \partial u_k/\partial x_i)/2$  — тензор деформации,  $\mathbf{u}$  — вектор упругих смещений,  $\lambda$ ,  $\mu$  — коэффициенты Ламэ, b — константа магнитоупругого взаимодействия,  $\mathbf{m} = (\mathbf{M}_1 + \mathbf{M}_2)/2M_0$ ,  $\mathbf{l} = (\mathbf{M}_1 - \mathbf{M}_2)/2M_0$ , где  $\mathbf{M}_1$ ,  $\mathbf{M}_2$  — намагниченности подрешёток,  $|\mathbf{M}_1| = |\mathbf{M}_2| = M_0$ . При записи (2.1)–(2.4) предполагалось, что

$$|\mathbf{m}| \ll |\mathbf{l}| \,. \tag{2.5}$$

В результате система динамических уравнений для данной феноменологической модели магнетика, помимо уравнений Ландау – Лифшица для векторов ферро- и антиферромагнетизма [60, 62]

$$\frac{1}{gM_0} \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial t} = \left[ \mathbf{m} \frac{\partial W}{\partial \mathbf{m}} \right] + \left[ \mathbf{l} \frac{\partial W}{\partial \mathbf{l}} \right],$$

$$\frac{1}{gM_0} \frac{\partial \mathbf{l}}{\partial t} = \left[ \mathbf{m} \frac{\partial W}{\partial \mathbf{l}} \right] + \left[ \mathbf{l} \frac{\partial W}{\partial \mathbf{m}} \right],$$
(2.6)

где *g* — магнитомеханическое отношение, должна включать в себя уравнения магнитостатики

$$\operatorname{div} \mathbf{B} = 0, \quad \operatorname{rot} \mathbf{H}_{\mathrm{m}} = 0 \tag{2.7}$$

и эластодинамики [59, 63]

$$\rho_1 \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 W}{\partial x_k \partial u_{ik}} , \qquad (2.8)$$

где **В** — вектор магнитной индукции,  $\rho$  — плотность среды (в данном случае среды 1).

Из (2.1)–(2.8) следует, что если одновременно выполняются условия  $\beta_1 < 0$ ,  $\beta_2 = 0$ , то в равновесном состоянии вектор l коллинеарен оси *z*, l || *z*. Тогда уравнения (2.6) и (2.8) в линейном приближении по амплитуде малых колебаний вектора антиферромагнетизма l ( $\tilde{I}$ ) и смещений решётки u ( $\tilde{u}$ ) могут быть представлены в виде

$$\begin{pmatrix} c_{\rm m}^2 \Delta - \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \omega_0^2 - \omega_{\rm me}^2 \end{pmatrix} \tilde{l}_x = \frac{c_{\rm m}^2}{\alpha} b l_0 \left( \frac{\partial \tilde{u}_z}{\partial x} + \frac{\partial \tilde{u}_x}{\partial z} \right), \\ \left( c_{\rm m}^2 \Delta - \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \omega_0^2 - \omega_{\rm me}^2 \right) \tilde{l}_y = \frac{c_{\rm m}^2}{\alpha} b l_0 \left( \frac{\partial \tilde{u}_z}{\partial y} + \frac{\partial \tilde{u}_y}{\partial z} \right),$$
(2.9)  
$$\rho_1 \frac{\partial^2 \tilde{u}_i}{\partial t^2} = \frac{\partial \sigma_{ik}}{\partial x_k}, \qquad \sigma_{ik} = \frac{\partial (W_{\rm e} + W_{\rm me})}{\partial u_{ik}},$$

где  $\omega_0^2 = g^2 M_0^2 \delta |\beta_1|$  — частота однородного антиферромагнитного резонанса,  $\omega_{me}^2 = g^2 M_0^2 b^2 \delta / \mu_1$  — магнитоупругая щель,  $c_m^2 = g^2 M_0^2 \delta \alpha$  — предельная скорость распространения спиновых волн в неограниченном магнетике [53],  $\sigma_{ik}$  — тензор упругих напряжений.

Будем искать решение системы уравнений (2.9) в виде плоских волн с частотой  $\omega$  и волновым вектором k. Из полученной системы уравнений, линейных относительно неизвестных амплитуд колебаний векторов l и ũ, используя первое и второе уравнения (2.9), исключим компоненты l, входящие в тензор упругих напряжений  $\sigma_{ik}$ . В результате получим, что без учёта магнитодипольного взаимодействия (в скомпенсированных антиферромагнетиках его влияние обменно ослаблено) спектр линейных магнитоакустических колебаний рассматриваемой модели неограниченного магнетика, так же как и спектр немагнитного кристалла, формально может быть описан уравнением вида

$$(\bar{c}_{ijkl}k_jk_k - \rho\omega^2\delta_{il})\tilde{u}_{0l} = 0, \qquad (2.10)$$

где  $\tilde{u}_{0j}$  — амплитуда малых колебаний вектора  $\tilde{\mathbf{u}}$ , поляризованных вдоль оси *j*.

Однако в магнитной среде часть упругих модулей  $\bar{c}_{ijkl}$  в (2.10), в отличие от таковых в немагнитной среде, вследствие динамического магнитоупругого взаимодействия является эффективной, поскольку может обладать как временной, так и пространственной (при  $c_m \neq 0$ ) дисперсией. В частности, для рассматриваемой модели антиферромагнетика ненулевые эффективные модули, входящие в (2.10), имеют вид

$$\bar{c}_{11} = \bar{c}_{22} = \bar{c}_{33} = \lambda_1 + 2\mu_1, 
\bar{c}_{12} = \bar{c}_{21} = \bar{c}_{23} = \bar{c}_{32} = \bar{c}_{13} = \bar{c}_{31} = \lambda_1, 
\bar{c}_{44} = \bar{c}_{55} = \mu_1 \frac{\omega_0^2 + c_m^2 \mathbf{k}^2 - \omega^2}{\omega_0^2 + \omega_{me}^2 + c_m^2 \mathbf{k}^2 - \omega^2}, \quad \bar{c}_{66} = \mu_1.$$
(2.11)

Без учёта магнитоупругого взаимодействия (для этого в (2.11) надо формально перейти к пределу  $\omega_{\rm me}^2 \to 0$ )

соотношения (2.10), (2.11) описывают спектр упругих волн неограниченной упруго-изотропной среды [59].

Сразу же отметим, что в данном случае следует воздержаться от проведения глубоких аналогий с задачей о дисперсионных свойствах экситонных поляритонов, рассматриваемой в кристаллооптике [64, 65]. Дело в том, что в обсуждаемых в данном обзоре обменноколлинеарных магнетиках проявление эффекта пространственной дисперсии в эффективных упругих модулях (2.11) (так же, как и в компонентах тензора магнитной проницаемости [47]) обусловлено неоднородным обменным взаимодействием. В результате роль добавочных для акустики или оптики волн в этом случае играют обменные спиновые волны, которые для указанного класса магнитных сред достаточно корректно описываются уравнениями Ландау – Лифшица. Данное обстоятельство кардинально меняет подход к анализу эффектов пространственной дисперсии в рассматриваемом классе магнетиков, по сравнению с развиваемым в теории экситонов [64, 65].

Из (2.10), (2.11) следует, что в рассматриваемом неограниченном легкоосном, упруго-изотропном двухподрешёточном антиферромагнетике ( $\mathbf{l} \| z$ ) факторизация спектра нормальных магнитоупругих волн (независимое распространение упругих волн, поляризованных в плоскости распространения и перпендикулярно ей) без учёта магнитодипольного взаимодействия возможна для следующих геометрий:  $\mathbf{u} \| \mathbf{l} \| z$  и  $\mathbf{k} \in xy$ ,  $\mathbf{u} \| y$  и  $\mathbf{k} \in xz$ или  $\mathbf{u} \| x$  и  $\mathbf{k} \in yz$ . В этих случаях спектр магнитоакустических волн рассматриваемого неограниченного ЛО АФМ при пренебрежении магнитодипольным взаимодействием с помощью введённых выше эффективных модулей упругости (2.11) может быть представлен в следующем виде [46, 50, 51]:

при  $\mathbf{k} \in xy$ 

$$(\rho\omega^{2} - \bar{c}_{11}k_{x}^{2} - \bar{c}_{66}k_{y}^{2})(\rho\omega^{2} - \bar{c}_{11}k_{y}^{2} - \bar{c}_{66}k_{x}^{2}) - (\bar{c}_{12} + \bar{c}_{66})^{2}k_{x}^{2}k_{y}^{2} = 0, \quad \mathbf{u} \in xy,$$

$$\rho\omega^{2} - \bar{c}_{44}(k_{x}^{2} + k_{y}^{2}) = 0, \quad \mathbf{u} ||z;$$
(2.12)

при  $\mathbf{k} \in xz$ 

$$(\rho\omega^{2} - \bar{c}_{11}k_{x}^{2} - \bar{c}_{44}k_{z}^{2})(\rho\omega^{2} - \bar{c}_{11}k_{z}^{2} - \bar{c}_{44}k_{x}^{2}) - (\bar{c}_{12} + \bar{c}_{44})^{2}k_{x}^{2}k_{z}^{2} = 0, \quad \mathbf{u} \in xz,$$

$$\rho\omega^{2} - \bar{c}_{66}k_{x}^{2} - \bar{c}_{44}k_{z}^{2} = 0, \quad \mathbf{u} \| y;$$
(2.13)

при  $\mathbf{k} \in yz$ 

$$(\rho\omega^{2} - \bar{c}_{11}k_{y}^{2} - \bar{c}_{44}k_{z}^{2})(\rho\omega^{2} - \bar{c}_{11}k_{z}^{2} - \bar{c}_{44}k_{y}^{2}) - (\bar{c}_{12} + \bar{c}_{44})^{2}k_{y}^{2}k_{z}^{2} = 0, \quad \mathbf{u} \in yz,$$

$$\rho\omega^{2} - \bar{c}_{66}k_{y}^{2} - \bar{c}_{44}k_{z}^{2} = 0, \quad \mathbf{u} \| x.$$
(2.14)

Проанализируем соотношения (2.11)–(2.14) для спектра магнитоакустических волн в длинноволновом и коротковолновом пределах. Как известно, в длинноволновом пределе ( $|\mathbf{k}| \rightarrow 0$ ) эффекты спиновой подсистемы в динамике упругих колебаний магнитоскомпенсированного негиротропного магнетика могут быть приближённо учтены, если в уравнениях Ландау–Лифшица в (2.9) формально перейти к статическому пределу ( $\partial \mathbf{m}/\partial t =$  $= \partial \mathbf{l}/\partial t \approx 0$  при  $\partial \mathbf{u}/\partial t \neq 0$ ). Далее можно исключить амплитуды спиновых колебаний из третьего уравнения в (2.9), пользуясь первым и вторым уравнениями этой системы. В результате спектр упругих волн в магнетике ("квазифононы") будет описываться с помощью уравнений эластодинамики при условии, что в них фигурируют эффективные упругие модули (2.11) с  $\omega = 0$  [46, 50, 51]:

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial \sigma_{ik}}{\partial x_k}, \quad \sigma_{ik} = \bar{c}_{ik} \left(\omega = 0\right) u_{ik}.$$
(2.15)

Если без учёта магнитоупругого взаимодействия предельная фазовая скорость распространения спиновых волн (c<sub>m</sub>) намного меньше фазовой скорости распространения упругих волн  $v_s$ , то из (2.9)–(2.14) следует, что в коротковолновой области спектра нормальных магнитоакустических волн  $(k \gg k_{\rm mph})$  эффекты упругой подсистемы в динамике спиновых колебаний могут быть учтены формальным переходом в (2.9) в уравнениях эластодинамики к статическому пределу  $(\partial \mathbf{u}/\partial t \approx 0$  при  $\partial \mathbf{m}/\partial t \neq 0$ ,  $\partial \mathbf{l}/\partial t \neq 0$ ). Далее можно исключить амплитуды спиновых колебаний из третьего уравнения в (2.9), используя первое и второе уравнения этой системы. Тогда спектр спин-волновых возбуждений в магнетике ("квазимагноны") будет описываться уравнениями эластостатики при условии, что в соотношениях для тензора напряжений фигурируют эффективные упругие модули (2.11) c  $\omega \neq 0$ :

$$\frac{\partial \sigma_{ik}}{\partial x_k} \approx 0, \qquad \sigma_{ik} = \bar{c}_{ik}(\omega) \, u_{ik} \,.$$
(2.16)

Аналогичный подход к анализу спектра низколежащих спин-волновых возбуждений реализуется, как известно, в электродинамике неограниченных магнетиков. В коротковолновом (кулоновском) пределе исследуют, вместо совместного решения уравнений Ландау – Лифшица и уравнений Максвелла, уравнения магнитостатики, при этом в материальных соотношениях компоненты тензора магнитной восприимчивости зависят от частоты (они рассчитываются отдельно из уравнений Ландау – Лифшица) [47].

#### 2.2. Варианты граничных условий

В рамках феноменологической теории наличие контакта двух сред учитывается введением соответствующих граничных условий, в данном случае упругих и магнитодипольных.

Акустически сплошную границу раздела сред, магнитной 1 и немагнитной 2, с нормалью к границе раздела сред **n** будем описывать с помощью соотношений

$$\sigma_{ik}^{1} n_{k}^{1} = \sigma_{ik}^{2} n_{k}^{2} \quad \text{при} \quad \xi = 0 \,, \tag{2.17}$$

$$u_{1i} = u_{2i}$$
 при  $\xi = 0$ , (2.18)

где  $\sigma_{ik}^{\alpha}$  — тензор упругих напряжений,  $\mathbf{u}_{\alpha}$  — вектор упругих смещений в среде  $\alpha$  ( $\alpha = 1, 2$ ),  $\xi$  — текущая координата вдоль нормали к границе раздела сред.

Механически свободная или жёстко закреплённая поверхность среды  $\alpha$  при  $\xi = 0$  с нормалью **n** определяется соответственно одним из следующих условий:

$$\sigma_{ik}^{\alpha} n_k = 0 \quad \text{при} \quad \xi = 0 \,, \tag{2.19}$$

$$\mathbf{u}_{\alpha} = 0 \qquad \text{при } \boldsymbol{\xi} = 0. \tag{2.20}$$

Если при  $\xi = 0$  имеет место граница скольжения сред 1 и 2, то в соответствии с [66]

$$(u_{1i} - u_{2i}) n_i = 0, \quad [\mathbf{s}_{\alpha} \mathbf{n}] = 0, \quad \xi = 0,$$
 (2.21)

$$s_{\alpha i} \equiv \sigma_{i k}^{\alpha} n_k \,, \quad \alpha = 1, 2 \,. \tag{2.22}$$

В магнитостатическом пределе электродинамические границы раздела сред 1 и 2 с нормалью к границе

раздела сред **n** будем описывать соотношениями [60]

$$B_{1i} = B_{2i}, \quad \varphi_1 = \varphi_2, \quad \xi = 0.$$
 (2.23)

Если среда 2 — идеальный диамагнетик, то

$$\mathbf{B}_1 \mathbf{n} = 0, \quad \xi = 0. \tag{2.24}$$

В тех случаях, когда одновременно учитываются и эффекты пространственной дисперсии (которые в рассматриваемой модели магнитоупругой среды обусловлены неоднородным обменным взаимодействием), необходимо также задать дополнительные (обменные) граничные условия. Для рассматриваемого класса магнитных сред обменные граничные условия, учитывающие, кроме того, эффекты одноосной поверхностной анизотропии с константой к на границе раздела "магнетик – немагнетик", могут быть представлены в виде [47, 60]

$$\frac{\partial \tilde{l}_i}{\partial \xi} + \kappa \tilde{l}_i = 0, \quad \xi = 0.$$
(2.25)

Если рассматриваемая магнитодипольно-активная упругая волна локализована в полуограниченной среде 1, занимающей нижнее полупространство, то, помимо реализации вышеперечисленных граничных условий, необходимо потребовать выполнения вдали от границы раздела следующих соотношений:

$$\varphi_1 \to 0, \quad \tilde{u}_{1i} \to 0, \quad \tilde{l}_i \to 0 \quad \text{при} \quad \xi \to -\infty.$$
 (2.26)

#### 2.3. Модели одномерных

#### скомпенсированных антиферромагнитных структур. Приближение эффективной среды

Как отмечалось во введении, магнитный фотонный кристалл во многих ситуациях может рассматриваться как частный случай акустического магнитного метаматериала, поскольку пространственно модулированными оказываются не только электродинамические, но и упругие свойства композитной магнитной среды. Иными словами, реальные акустически сплошные магнитные фотонные кристаллы представляют собой, по существу, магнитные фотон-фононные кристаллы.

В общем случае дисперсионные свойства собственно магнитной среды, входящей в состав композита, формируются не только за счёт магнитодипольного и магнитоупругого взаимодействий, но и вследствие эффекта пространственной дисперсии (для магнетика этот эффект обусловлен нелокальным обменным спин-спиновым взаимодействием [60]). В результате, анализ только линейной динамики магнитного фононного кристалла на основе метода *Т*-матрицы (см., например, [67]) с учётом всех трёх вышеперечисленных взаимодействий потребует чрезвычайно громоздких аналитических вычислений даже в случае одномерной двухкомпонентной (среды 1 и 2) акустической магнитной сверхрешётки.

Если магнитный фотонный кристалл содержит структуру вида "немагнитная среда – идеальный сверхпроводник" (лондоновская глубина проникновения  $\lambda_L = 0$ ), то магнитодипольный механизм межслоевого взаимодействия в такой структуре невозможен. При наличии акустического межслоевого контакта упругое межслоевое взаимодействие может определять спектр коллективных магнитоупругих возбуждений данной композитной магнитной среды. Таким образом, акустически сплошная сверхрешётка типа "магнетик – сверхпроводник" с толщиной сверхпроводящих слоёв более  $2\lambda_L$ , уже может рассматриваться как простейший пример одномерного магнитного фононного кристалла.

Некоторые акустические свойства подобных структур изучались в работах [68-70] на примере одномерной сверхрешётки типа "пьезомагнетик-идеальный сверхпроводник", для которой исследовали спектр сдвиговых нормальных объёмных колебаний, амплитудный и фазовый резонанс брэгговского типа для объёмной сдвиговой волны, проходящей через такую ограниченную сверхрешётку. Однако при расчётах не учитывалось магнитоупругое взаимодействие, которое, в отличие от пьезомагнитного [59], существует при произвольной симметрии магнитного кристалла. Аналитическое изучение резонансных свойств композитной структуры существенно упростится, если ограничиться длинноволновым пределом спектра упругих колебаний, т.е. если считать, что нормальная к границе раздела слоёв компонента волнового вектора  $k_{\alpha\parallel}$  в каждой из сред  $\alpha$  ( $\alpha = 1, 2$ ) удовлетворяет условию

$$k_{\alpha\parallel}d_{\alpha} \ll 1\,,\tag{2.27}$$

где *d*<sub>α</sub> — толщина слоя α-й среды, входящего в состав 1D МФК. В результате спектр коллективных возбуждений такого одномерного фотон-фононного кристалла может быть изучен с помощью метода эффективной среды [71, 72], поскольку в области частот ω и волновых чисел  $k_{\perp}$ , удовлетворяющих указанному выше неравенству, сверхрешётку можно рассматривать как некоторую гипотетическую пространственно однородную среду, характеризуемую с учётом межслоевых электродинамических, упругих и обменных граничных условий усреднёнными по периоду сверхрешётки  $D = d_1 + d_2$ величинами. Пусть  $A_{\alpha}$  — некоторая физическая величина, относящаяся к среде  $\alpha$ , а  $\langle A \rangle$  — её значение, усреднённое по периоду сверхрешётки D. В случае двухкомпонентной ( $\alpha = 1, 2$ ) мелкослоистой сверхрешётки  $\langle A \rangle \equiv (A_1 d_1 + A_2 d_2)/D.$ 

Рассмотрим двухкомпонентный 1D МФК типа "ЛО АФМ-идеальный сверхпроводник (диамагнетик)", считая, что ось сверхрешётки (нормаль к границе раздела слоёв **n**) и лёгкая магнитная ось направлены вдоль осей декартовых координат [73].

Требование акустической сплошности исследуемой сверхрешётки и идеальности ( $\lambda_L = 0$ ) диамагнитных свойств среды 2, входящей в её состав, приводит к следующим соотношениям на границе магнитного и немагнитного слоёв:

$$u_{1i} = u_{2i}, \qquad \xi = d_1 + ND, \quad \xi = ND, \qquad (2.28)$$

$$\sigma_{ik}^{1} n_{k}^{1} = \sigma_{ik}^{2} n_{k}^{2}, \quad \xi = d_{1} + ND, \quad \xi = ND, \quad (2.29)$$

$$\mathbf{B}_1 \mathbf{n} = 0, \qquad \xi = d_1 + ND, \quad \xi = ND.$$
 (2.30)

Здесь  $\xi$  — координата вдоль нормали к границе раздела слоёв (оси сверхрешётки) **n**, N = 0, 1, 2, ... В диапазоне частот и волновых чисел, для которых выполняется (2.27), последовательный учёт граничных условий (2.28)–(2.30) приводит к тому, что обсуждаемая мелкослоистая сверхрешётка может рассматриваться, согласно [71], как гипотетическая пространственно однородная среда. Её упругую динамику в этом случае можно описывать с помощью эффективных упругих модулей  $\bar{c}_{ik}$ , обладающих как пространственной, так и временно́й дисперсией. Для интересующего нас в данном разделе случая одномерного МФК типа "ЛО АФМ–идеальный сверхпроводник" при  $\mathbf{l} \| z$ ,  $|\mathbf{m}| = |\mathbf{H}| = 0$  возможны, с учётом цилиндрической симметрии рассматриваемой модели ЛО АФМ (см. также (2.9) - (2.11)), три основные конфигурации, допускающие распространение в неограниченном легкоосном (ось *z*) антиферромагнетике (а также в немагнитной упругой изотропной среде 2) сдвиговой упругой волны:

1) 
$$\mathbf{n} \| x, \mathbf{k}_{\perp} \| y, \mathbf{u} \| \mathbf{l} \| z;$$
  
2)  $\mathbf{n} \| x, \mathbf{k}_{\perp} \| \mathbf{l} \| z, \mathbf{u} \| y;$   
3)  $\mathbf{n} \| \mathbf{l} \| z, \mathbf{k}_{\perp} \| x, \mathbf{u} \| y.$   
(2.31)

Если  $\mu_1 = \mu_2 = \mu$  и  $\rho_1 = \rho_2 = \rho$ , то для всех этих относительных ориентаций векторов **n**, **k**<sub>⊥</sub>, **l** и **u** соответствующие эффективные модули, определяющие закон дисперсии распространяющейся в рассматриваемом мелкослоистом одномерном МФК нормальной магнитоупругой SH-волны, в безобменном приближении (в (2.11)  $c_m \rightarrow 0$ ) могут быть представлены в следующем виде [73]:

при 
$$\mathbf{n} \| x, \mathbf{k}_{\perp} \| y, \mathbf{u} \| \mathbf{l} \| z$$

$$\bar{c}_{55} \equiv \mu \, \frac{\omega_0^2 - \omega^2}{\omega_0^2 + \omega_{\rm me}^2 \, f_1 - \omega^2} \,, \qquad \bar{c}_{44} \equiv \mu \, \frac{\omega_0^2 + \omega_{\rm me}^2 \, f_2 - \omega^2}{\omega_0^2 + \omega_{\rm me}^2 - \omega^2} \,;$$
(2.32)

при **n**  $|| x, \mathbf{k}_{\perp} || \mathbf{l} || z, \mathbf{u} || y$ 

$$\bar{c}_{44} \equiv \mu \, \frac{\omega_0^2 + \omega_{\rm me}^2 \, f_2 - \omega^2}{\omega_0^2 + \omega_{\rm me}^2 - \omega^2} \,, \qquad \bar{c}_{66} = \mu \,; \tag{2.33}$$

при **n**  $\|\mathbf{l}\|_{z}$ ,  $\mathbf{k}_{\perp} \| x$ , **u**  $\| y$ 

$$\bar{c}_{44} \equiv \mu \, \frac{\omega_0^2 - \omega^2}{\omega_0^2 + \omega_{\rm me}^2 f_1 - \omega^2} \,, \quad \bar{c}_{66} = \mu \,.$$
 (2.34)

Здесь  $f_1 = d_1/D$ ,  $f_2 = d_2/D$ . В предельном случае отсутствия немагнитной среды 2 ( $f_2 = 0$ ) соотношения (2.32) – (2.34) совпадают с соответствующими соотношениями (2.9), (2.10) для пространственно однородного ЛО АФМ.

В результате, для всех этих магнитоакустических конфигураций закон дисперсии нормальной SH-волны в неограниченном мелкослоистом 1D МФК рассматриваемого типа при использовании (2.15) может быть представлен в виде

$$\omega^{2} = s_{t}^{2} (c_{\parallel} k_{\parallel}^{2} + c_{\perp} k_{\perp}^{2}), \qquad s_{t}^{2} \equiv \frac{\mu}{\rho}, \qquad (2.35)$$

где при  $\mathbf{k} \in xy$ ,  $\mathbf{n} \parallel x$ 

$$c_{\parallel} = \frac{\bar{c}_{55}}{\mu}, \quad c_{\perp} = \frac{\bar{c}_{44}}{\mu}, \quad k_{\parallel} = k_x, \quad k_{\perp} = k_y;$$

при  $\mathbf{k} \in xz$ ,  $\mathbf{n} \parallel x$ 

$$c_{\parallel} = \frac{\bar{c}_{66}}{\mu}, \quad c_{\perp} = \frac{\bar{c}_{44}}{\mu}, \quad k_{\parallel} = k_x, \quad k_{\perp} = k_z;$$

при  $\mathbf{k} \in xz$ ,  $\mathbf{n} \parallel z$ 

$$c_{\parallel} = rac{ar{c}_{44}}{\mu}\,, \qquad c_{\perp} = rac{ar{c}_{66}}{\mu}\,, \qquad k_{\parallel} = k_z\,, \qquad k_{\perp} = k_x\,.$$

Другим вариантом магнитоскомпенсированной, т.е. акустически негиротропной, структуры может быть 1D МФК типа "магнетик – идеальный сверхпроводник", составленный из касательно намагниченных эквивалентных ферро- или ферримагнитных слоёв с антиферромагнитным типом межслоевого упорядочения [74, 75]. В качестве примера магнитной среды, входящей в состав исследуемой сверхрешётки, рассмотрим одноподрешёточную модель легкоосного (лёгкая ось — ось *z*) ферромагнетика, считая его магнитоупругие и упругие свойства изотропными. В результате плотность энергии одноподрешёточной модели одноосного ферромагнитного кристалла *W* (среда 1) с учётом взаимодействия спиновой и упругой подсистем и при пренебрежении неоднородным обменным взаимодействием определяется следующим выражением:

$$W = -\frac{\beta}{2} M_z^2 - \mathbf{M} \mathbf{h}_{\rm m} + b M_i M_k u_{ik} + \lambda_1 u_{ii}^2 + \mu_1 u_{ik}^2 , \quad (2.36)$$

где  $\beta$  и b — соответственно константы легкоосной анизотропии и изотропного магнитоупругого взаимодействия,  $\lambda_1$  и  $\mu_1$  — коэффициенты Ламэ магнитной среды,  $u_{ik}$  — тензор упругих деформаций,  $\mathbf{h}_{m}$  — магнитодипольное поле. Динамические свойства рассматриваемой модели магнетика описываются системой уравнений, состоящей из основного уравнения механики сплошной среды, уравнений магнитостатики и уравнения Ландау – Лифшица:

$$\rho_1 \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 W}{\partial x_k \partial u_{ik}}, \qquad (2.37)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{h}_{m} = -4\pi \operatorname{div} \mathbf{M} \,, \quad \operatorname{rot} \mathbf{h}_{m} = 0 \,, \tag{2.38}$$

$$-\frac{1}{g}\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} = [\mathbf{M}\mathbf{h}_{\mathrm{m}}]. \tag{2.39}$$

Из (2.36)–(2.39) следует, что поскольку при  $\beta > 0$  в равновесном состоянии **M** || *z*, то в рассматриваемом неограниченном легкоосном одноподрешёточном ферромагнетике закон дисперсии нормальной SH-волны с **u** || **M** || *z* и **k**  $\in$  *xy* может быть представлен в виде

$$\omega^2 = s_t^2 \eta (k_x^2 + k_y^2), \qquad \eta = 1 - \frac{\omega_0 \omega_{\rm me}}{\varDelta}, \qquad \varDelta \equiv \omega_0^2 - \omega^2,$$
(2.40)

где  $\omega_0 = g\beta M_0 + gb^2 M_0^2/\mu_1$ ,  $\omega_{\rm me} = gb^2 M_0^2/\mu_1$ .

Отметим, что для данной геометрии распространения сдвиговой волны ЛО ФМ можно рассматривать как немагнитную, акустически гиротропную среду со следующими эффективными упругими модулями:

$$\bar{c}_{11} = \bar{c}_{22} = \bar{c}_{33} = \lambda_1 + 2\mu_1 ,$$

$$\bar{c}_{12} = \bar{c}_{21} = \bar{c}_{23} = \bar{c}_{32} = \bar{c}_{13} = \bar{c}_{31} = \lambda_1 , \quad \bar{c}_{44} = \bar{c}_{55} = \eta\mu_1 ,$$

$$\bar{c}_{45} = -\bar{c}_{54} = i\eta_* \mu_1, \quad \eta_* \equiv \frac{\omega_{me}\omega}{\Delta}, \quad \bar{c}_{66} = \mu_1.$$
 (2.41)

В результате, если по-прежнему  $\mu_1 = \mu_2 = \mu$ ,  $\rho_1 = \rho_2 = \rho$ , то в рамках метода эффективной среды при  $\mathbf{k} \in xy$ ,  $\mathbf{u} \parallel z$ ,  $\mathbf{n} \parallel x$  распространение упругой SH-волны в неограниченном скомпенсированном 1D МФК "легкоосный ферромагнетик – идеальный сверхпроводник" с антипараллельным упорядочением соседних идентичных, касательно намагниченных слоёв описывается (2.35), но со следующими эффективными упругими модулями:

$$c_{\parallel} = \frac{\bar{c}_{55}}{\mu} = \frac{\omega_2^2 - \omega^2}{\omega_1^2 - \omega^2} , \qquad c_{\perp} = \frac{\bar{c}_{44}}{\mu} = \frac{\omega_3^2 - \omega^2}{\omega_2^2 - \omega^2} .$$
(2.42)

Здесь  $\omega_1^2 \equiv \omega_0^2 - f_2 \omega_0 \omega_{\text{me}}, \quad \omega_2^2 \equiv \omega_0^2 - \omega_0 \omega_{\text{me}}, \quad \omega_3^2 \equiv \omega_0^2 - -\omega_{\text{me}} \omega_0 (1+f_1) + \omega_{\text{me}}^2 f_1.$ 

#### 3 УФН, т. 181, № 6

# 3. Эластостатические магноны — особый класс безобменных спиновых волн

#### 3.1. Безобменные объёмные

#### эластостатические спиновые волны s- и p-типа

При изучении спиновых волн в различных магнитоупорядоченных кристаллах основное внимание уделяется двум механизмам формирования спектра: обменному и магнитодипольному взаимодействиям (см., например, [60, 76, 77]). В предельных случаях преобладания одного из этих взаимодействий в магнетике говорят об обменных или магнитостатических спиновых волнах. Что касается ещё одного вида взаимодействий — магнитоупругого, то его влияние на характер спектра спиновых волн обычно рассматривается либо в области магнитоакустического резонанса [47, 52], либо при малых значениях волнового вектора k, при которых частота квазизвуковой ветви много меньше частоты квазиспиновой ветви  $\omega \gg s_t k_{\perp}$  (где  $s_t$  — скорость сдвиговой волны) [46, 50, 51, 53]. В последнем случае магнитоупругое взаимодействие приводит к появлению в спектре спиновых волн магнитоупругой щели, существование которой наиболее ярко проявляется при спин-переориентационных фазовых переходах. При этом поперечная квазизвуковая ветвь спектра определённой поляризации может поменять свой линейный характер на квадратичный в самой точке перехода и при  $|\mathbf{k}| \rightarrow 0$  (т.е. скорость поперечного квазизвука в теоретическом пределе будет уменьшаться до нуля при приближении к границе потери устойчивости данного магнитного состояния ).

Как говорилось во введении, нас будет интересовать другая часть спектра магнитоупругих волн, а именно область достаточно больших волновых векторов,  $k \ge k_{mph}$ , в которой частота квазиспиновой ветви

$$\omega^2 \ll s_t^2 \mathbf{k}^2 \,. \tag{3.1}$$

Эта часть спектра магнитоупругих (МУ) волн во многом аналогична спектру магнитостатических волн (МСВ) [60, 61, 76-78], только теперь роль электромагнитной подсистемы играет упругая подсистема кристалла. При описании интересующей нас области спектра МУ-волн вместо динамических уравнений теории упругости можно использовать уравнения эластостатики [59, 63], точно так же как при описании МСВ вместо общих уравнений Максвелла используются уравнения магнитостатики. Поэтому, по аналогии со случаем МСВ, рассматриваемые ветви спектра МУ-волн будем называть эластостатическими спиновыми волнами (ЭСВ). Для ЭСВ "быстрой" подсистемой является упругая подсистема (в отличие от этого для области малых волновых векторов "быстрой" подсистемой служит спиновая подсистема кристалла). При этом роль упругой подсистемы сводится к формированию косвенного, негейзенберговского, обменного взаимодействия между спинами через поле квазистатических фононов. Дальнодействующий характер этого взаимодействия, как мы убедимся ниже, приводит к квазинеаналитической зависимости частоты ЭСВ от компонент волнового вектора (термин "квазинеаналитическая зависимость" мы используем потому, что волновой вектор k может быть устремлён к нулю лишь формально, поскольку ЭСВ имеют место только при достаточно больших  $|\mathbf{k}|$ ), точно так же как дальнодействующий характер магнитостатического взаимодействия при  $|\mathbf{k}| \rightarrow 0$  приводит к неаналитическому закону дисперсии МСВ [79].

Естественно, в любом магнетике одновременно имеется как магнитоупругое, так и магнитодипольное взаимодействие. Однако в рассматриваемых в настоящем обзоре антиферромагнетиках магнитоупругое взаи-

можно пренебречь. Кроме того, ЭСВ наиболее ярко проявляются тогда, когда влияние обменного взаимодействия на спектр, несмотря на условие  $k \gg k_{mph}$ , ещё не подавляет другие вклады в закон дисперсии ЭСВ, для чего необходимо выполнение неравенства  $c_m \ll s_t$  (где  $c_m$  — характерная скорость спиновых волн), которое приводит к условию  $T_N < T_D$ , имеющему место во многих АФМ [53].

модействие обменно усилено, а магнитодипольное — обменно ослаблено, поэтому в первом приближении им

Условие  $k \gg k_{mph}$  является достаточно жёстким, однако для обычных ЭСВ в магнетиках конечных размеров оно может удовлетворяться ввиду наличия нормальной к поверхности образца составляющей волнового вектора. Последняя, вследствие размерного квантования, равняется  $\pi v/d$  (где d — толщина образца, v целое число) и при достаточно малых толщинах (и  $v \neq 0$ ) может превосходить  $k_{mph}$ .

Найдём необходимые условия, при выполнении которых последовательный учёт взаимодействия спиновой и упругой подсистем ограниченного магнетика приводит к возможности формирования нового класса распространяющихся безобменных спиновых колебаний, дисперсионные свойства и условия локализации которых полностью определяются магнитоупругими и упругими свойствами кристалла.

Начнём со случая упруго-изотропной модели двухподрешёточного тетрагонального антиферромагнетика с анизотропией типа лёгкая ось (ось z). В дальнейшем будем полагать, что внешнее магнитное поле равно нулю, а магнитный образец является бесконечной однородно намагниченной полосой шириной d. Если при этом поверхность кристалла при  $\xi = 0, d$  свободна от упругих напряжений, то соответствующее граничное условие может быть представлено в виде [63, 66]

$$\sigma_{ik}n_k = 0, \qquad \xi = 0, d. \tag{3.2}$$

Динамика исследуемого кристалла может быть описана с помощью системы уравнений, включающей в себя уравнения Ландау – Лифшица для векторов ферро- и антиферромагнетизма и уравнения эластостатики (2.16). В состоянии равновесия  $\mathbf{l} || z, |\mathbf{m} |= 0$ , таким образом, в неограниченном магнетике имеется цилиндрическая симметрия с осью вращения z. По-прежнему ограничимся только такими магнитоакустическими конфигурациями, которые для неограниченного магнетика допускают (без учёта магнитодипольного взаимодействия) независимое распространение упругих волн SH-типа (см. раздел 2). Будем также считать, что вектор нормали к поверхности пластины **n** совпадает с одной из осей декартовых координат.

Если сагиттальной плоскостью является плоскость *xz*, то из (2.13) следует, что при  $\mathbf{u} \parallel y$  для плоских волн с частотой  $\omega$  и волновым вектором  $\mathbf{k} \in xz$  спектр магнитоупругих колебаний в эластостатическом пределе (3.1) в неограниченном магнетике без учёта граничных условий (3.2) можно представить в виде

$$\bar{c}_{44}k_z^2 + \bar{c}_{66}k_x^2 \approx 0$$
,  $\bar{c}_{44} \equiv \mu \frac{\omega_0^2 - \omega^2}{\omega_0^2 + \omega_{me}^2 - \omega^2}$ ,  $\bar{c}_{66} = \mu$ .  
(3.3)



Рис. 1. Структура спектра изотропных объёмных ЭСВ в пластине ЛО АФМ (лёгкая ось — ось z): (a)  $\mathbf{l} \| z$ ,  $\mathbf{n} \| z$ , волны s-типа с  $\mathbf{k} \in xz$ ; (б)  $\mathbf{l} \| z$ ,  $\mathbf{n} \| x$ , волны s-типа с  $\mathbf{k} \in xz$ ; (в)  $\mathbf{l} \| z$ ,  $\mathbf{n} \| z$  или  $\mathbf{n} \| x$ , волны p-типа с  $\mathbf{k} \in xz$ . Кривые l-3 — моды спектра с номерами v = 1, 2, 3 соответственно.

Рассматривая частоту  $\omega$  и касательную к поверхности образца компоненту волнового вектора k как заданные внешние параметры, на основании (3.3) можно утверждать, что распространяющаяся в сагиттальной плоскости *xz* магнитоупругая волна с **u** || *y* является однопарциальной. В этом случае из решения уравнений эластостатики с помощью стандартной методики расчёта [63] следует, что в данной геометрии, в зависимости от ориентации нормали **n** к поверхности АФМ-пластины, в спектре распространяющихся вдоль антиферромагнитной пластины объёмных ЭСВ при **n** || *z* формируются только волны прямого типа ( $\mathbf{k}_{\perp} \partial \omega / \partial \mathbf{k}_{\perp} > 0$ ,  $k_{\perp}$  — волновое число) [80]:

$$\Omega_{\nu}^{2} = \omega_{0}^{2} + \omega_{\rm me}^{2} \frac{k_{\perp}^{2}}{k_{\perp}^{2} + (\pi\nu/d)^{2}}, \quad \nu = 1, 2, \dots,$$
(3.4)

тогда как при  $\mathbf{n} \parallel x, \mathbf{k} \in xz$  — только волны обратного типа ( $\mathbf{k}_{\perp} \partial \omega / \partial \mathbf{k}_{\perp} < 0$ ) [80]:

$$\Omega_{\nu}^{2} = \omega_{0}^{2} + \omega_{\text{me}}^{2} \frac{(\pi \nu/d)^{2}}{k_{\perp}^{2} + (\pi \nu/d)^{2}}, \quad \nu = 1, 2, \dots$$
(3.5)

В обоих случаях спектр рассматриваемых безобменных объёмных ЭСВ обладает как длинноволновой, так и коротковолновой точками сгущения, причём эти точки между собой не вырождены по частоте (рис. 1а, б). Кроме того, для любых значений  $k_{\perp}$  и номеров мод v и  $\rho$  ( $\rho > v$ ) в случае (3.4) выполнено соотношение  $\Omega_v > \Omega_\rho$ , тогда как в случае (3.5) — соотношение  $\Omega_v < \Omega_\rho$ .

Следует отметить, что физическим механизмом, ответственным за формирование подобного типа распространяющихся спин-волновых возбуждений, является, как показывает анализ, наличие в ограниченном магнетике косвенного спин-спинового взаимодействия через дальнодействующее поле квазистатических магнитоупругих деформаций, вектор смещения **u** которого поляризован по нормали к сагиттальной плоскости (в данном случае **u** || *y*).

Однако дисперсионные характеристики обсуждаемого класса безобменных спиновых волн лишь частично сходны с уже известными из физики магнитостатических колебаний, поскольку в случае ЭСВ косвенный спинспиновый обмен, в отличие от такового для МСВ, реализуется не через векторное поле (для МСВ магнитодипольное), а через тензорное поле упругих деформаций. В результате для заданной магнитоакустической конфигурации изменение направления поляризации поля эластостатических упругих смещений по отношению к плоскости распространения спиновых колебаний может качественно изменить дисперсионные свойства распространяющихся ЭСВ. Как пример рассмотрим в том же эластостатическом пределе (3.1) и для магнитоакустических конфигураций, отвечающих (3.4) или (3.5), дисперсионное соотношение для распространяющейся объёмной ЭСВ с  $\mathbf{k} \in xz$ , у которой вектор упругих смещений решётки и лежит в сагиттальной плоскости.

Поскольку из общей теории волновых процессов в слоистых средах известно, что спектр объёмных волн, неоднородных по толщине пластины, слабо чувствителен к характеру граничных условий, то для удобства и наглядности расчётов предположим, что на обеих сторонах рассматриваемой антиферромагнитной пластины толщиной d при **n**  $\| z$  выполняются граничные условия

$$\sigma_{ik}n_k = 0, \quad \mathbf{un} = 0, \quad z = 0, d,$$
 (3.6)

которые, с точки зрения физики, описывают границу скольжения между упругим и абсолютно жёстким телами [66, 81].

В неограниченном магнетике в эластостатическом пределе (3.1) спектр магнитоупругой волны с  $\mathbf{k} \in xz$  и  $\mathbf{u} \in xz$ , следуя (2.13), можно представить в виде

$$\begin{aligned} & (\bar{c}_{11}k_x^2 + \bar{c}_{44}k_z^2)(\bar{c}_{11}k_z^2 + \bar{c}_{44}k_x^2) - (\bar{c}_{12} + \bar{c}_{44})k_x^2k_z^2 \approx 0 \,, \\ & \bar{c}_{11} = \lambda + 2\mu \,, \qquad \bar{c}_{12} = \lambda \,, \\ & \bar{c}_{44} \equiv \mu \, \frac{\omega_0^2 - \omega^2}{\omega_0^2 + \omega_{\rm me}^2 - \omega^2} \,, \qquad \bar{c}_{66} = \mu \,. \end{aligned}$$

Если по-прежнему рассматривать частоту  $\omega$  и касательную к поверхности образца компоненту волнового вектора **k** как заданные внешние параметры, то на основании (3.7) можно утверждать, что в данном случае распространяющаяся в сагиттальной плоскости *xz* магнитоупругая волна с **u**  $\in$  *xz* является двупарциальной. В этом случае, решая уравнения эластостатики с помощью стандартной методики [63], можно показать, что как при **n** || *z*, так и при **n** || *x* удовлетворяющий условиям (3.1) и (3.6), (3.7) спектр распространяющихся безобменных объёмных ЭСВ принимает вид

$$\Omega_{\nu}^{2} \approx \omega_{0}^{2} + \omega_{\mathrm{me}}^{2} \left(1 - \frac{s_{\mathrm{t}}^{2}}{s_{\mathrm{l}}^{2}}\right) \frac{4\pi^{2}\nu^{2}d^{2}k_{\perp}^{2}}{\left(k_{\perp}^{2}d^{2} + \pi^{2}\nu^{2}\right)^{2}}, \quad \nu = 1, 2, \dots (3.8)$$

Здесь 
$$s_t \equiv \mu/\rho$$
,  $s_l \equiv (\lambda + 2\mu)/\rho$ .

Из (3.8) следует, что в данном случае длинно- и коротковолновая точки сгущения спектра рассматриваемых безобменных объёмных спиновых волн вырождены по частоте. В результате для любого заданного номера моды у спектра объёмных ЭСВ соответствующая дисперсионная кривая характеризуется наличием экстремума (максимума) (если **n** || [101], то — минимума) при  $k_{\perp} =$  $k_* \neq 0$ , так что при  $k_\perp < k_*$  соответствующая дисперсионная кривая относится к волне прямого типа, а при  $k_{\perp} > k_*$  — к волне обратного типа (рис. 1в). Кроме того, в отличие от (3.4), (3.5), теперь для любых номеров мод v и  $\rho$  ( $\rho > v$ ) всегда существует такое  $k_{\perp} \neq 0$ , при котором возможен кроссовер дисперсионных кривых, принадлежащих различным модам объёмных ЭСВ рассматриваемого типа (3.8):  $\Omega_v = \Omega_\rho$ . Если  $\mathbf{k} \in xz$ , то вид спектра распространяющихся объёмных ЭСВ (3.8) остаётся неизменным и при  $\mathbf{n} \parallel x$ .

Анализ показывает, что физическим механизмом, ответственным за формирование спин-волновых возбуждений подобного типа, является наличие в ограниченном магнетике косвенного спин-спинового взаимодействия через дальнодействующее поле квазистатических магнитоупругих деформаций, вектор смещения **u** которого лежит в сагиттальной плоскости.

Как видно из вышесказанного, дисперсионные свойства данного класса спин-волновых возбуждений существенно зависят от того, как по отношению к сагиттальной плоскости ориентирован вектор упругих смещений **u** поля квазистатических упругих деформаций, за счёт которого формируется данная ЭСВ. Если ограничиться рассмотрением только перечисленных выше геометрий, то, следуя аналогии со спектром поляритонных возбуждений [82], эластостатическую спиновую волну, в которой векторы **u**, **n** и **k** компланарны, далее будем называть ЭСВ р-типа (см., например, (3.8)), а ЭСВ, для которой одновременно выполнены условия  $\mathbf{u} \perp \mathbf{n} \ u \perp \mathbf{k}$ , — ЭСВ s-типа (см., например, (3.4), (3.5)).

Структура спектра объёмных безобменных ЭСВ s- и p-типа, распространяющихся вдоль рассматриваемой пластины антиферромагнетика, в случае сагиттальной плоскости *yz* и **u** || *x* или **u**  $\in$  *yz* при **n** || *z* или **n** || *y* совпадает с рассмотренной выше.

Таким образом, можно утверждать, что в отличие от свойств МСВ, дисперсионные свойства данного класса безобменных распространяющихся спиновых возбуждений определяются прежде всего упругими и магнитоупругими параметрами кристалла, а тип волны (прямой или обратный) определяется относительной ориентацией нормали **n** к поверхности плёнки, равновесного направления вектора антиферромагнетизма и волнового вектора в плоскости плёнки  $k_{\perp}$ .

Это означает, что в ограниченном магнетике косвенный спин-спиновый обмен через дальнодействующее поле квазистатических магнитоупругих деформаций является дополнительным (по отношению к магнитодипольному и неоднородному обменному взаимодействию) механизмом формирования дисперсии распространяющихся спин-волновых возбуждений.

Отметим, что для сагиттальной плоскости, содержащей нормаль к границе раздела сред **n**, условия (3.6) допускают одновременное распространение в пластинах ЛО АФМ в одном и том же диапазоне частот и волновых чисел объёмных ЭСВ как s-типа, так и p-типа. В результате становится возможным дополнительный эффект в спектре распространяющихся объёмных ЭСВ: формирование дополнительных, по сравнению с (3.8), точек кроссовера (рис. 2). Появление подобных точек



Рис. 2. Неоднородный спин-спиновый резонанс с участием изотропных объёмных ЭСВ s- и р-типа в пластине ЛО АФМ (лёгкая ось — z): (a)  $\mathbf{l} \| z, \mathbf{n} \| x, \mathbf{k} \in xz$ ; (б)  $\mathbf{l} \| z, \mathbf{n} \| z, \mathbf{k} \in xz$ .  $\mathbf{p}_{\rho}$  и s<sub>v</sub> обозначают дисперсионные кривые спектра объёмных ЭСВ р- или s-типа с номерами мод  $\rho$  и v.

кроссовера обусловлено возможностью одновременного распространения в этом случае с одинаковой частотой и волновым числом точек объёмных ЭСВ как s-типа, так и р-типа. Таким образом, если сагиттальной плоскостью является xz, то эти точки кроссовера определяются из условия равенства правых частей (3.4) и (3.8) при **n** || z (рис. 2б):

$$\frac{1}{k_{\perp}^2 d^2 + \pi^2 v^2} = \left(1 - \frac{s_t^2}{s_t^2}\right) \frac{4\pi^2 \rho^2}{\left(k_{\perp}^2 d^2 + \pi^2 \rho^2\right)^2}, \quad v, \rho = 1, 2, \dots$$
(3.9)

или из условия равенства правых частей (3.5) и (3.8) при **n** || *x* (рис. 2a):

$$\frac{v^2}{k_{\perp}^2 d^2 + \pi^2 v^2} = \left(1 - \frac{s_t^2}{s_1^2}\right) \frac{4k_{\perp}^2 d^2}{\left(k_{\perp}^2 d^2 + \pi^2 \rho^2\right)^2}, \quad v, \rho = 1, 2, \dots$$
(3.10)

Несложно убедиться в том, что рассмотренные выше типы распространяющихся безобменных объёмных ЭСВ возможны и в случае пластины кубического АФМ в фазе, для которой в равновесном состоянии  $\mathbf{l} \parallel [001] (|\mathbf{m}| = 0)$ .

До сих пор мы ограничивались случаем, в котором равновесный вектор антиферромагнетизма в тетрагональном АФМ коллинеарен высокосимметричному направлению и расположен в сагиттальной плоскости. Это позволяет, следуя аналогии с МСВ [61, 78], рассмотренные в данном разделе объёмные ЭСВ в дальнейшем считать объёмными изотропными эластостатическими спиновыми волнами.

При этом расчёт (3.2)–(3.10) существенно основывался на следующих предположениях: 1) равновесный вектор антиферромагнетизма коллинеарен высокосимметричному направлению и расположен в сагиттальной плоскости, 2) вектор I и нормаль к поверхности пластины п коллинеарны или ортогональны, 3) упругие и магнитоупругие свойства магнетика изотропны.

Рассмотрим теперь, как в условиях (3.1) отказ от любого из этих предположений изменит спектр безобменных объёмных ЭСВ s-типа, распространяющихся в пластине двухподрешёточного  $A\Phi M$ , по сравнению с (3.2) - (3.10).

#### 3.2. Механизмы формирования анизотропных объёмных эластостатических спиновых волн

Рассмотрим на примере безобменных объёмных ЭСВ s-типа влияние ромбической и магнитоупругой анизотропии магнитной среды.

3.2.1. Роль магнитной анизотропии. В работах [83-86] было показано, что если косвенный спин-спиновый обмен в тонкой магнитной плёнке осуществляется посредством магнитодипольного взаимодействия, то последовательный учёт кристаллографической магнитной анизотропии может приводить к формированию новых типов распространяющихся магнитных возбуждений — анизотропно-дипольных спиновых волн. Однако, вследствие обменного ослабления магнитодипольного взаимодействия, эффективность подобного механизма формирования безобменных спин-волновых возбуждений резко снижается в плёнках антиферромагнитных материалов. Вместе с тем в разделе 3.1 было показано, что если частота спиновых колебаний  $\omega$  и проекция их волнового вектора **k** на плоскость магнитной плёнки  $(k_{\perp})$ удовлетворяют эластостатическому критерию (3.1), то альтернативой магнитодипольному механизму формирования безобменных спиновых волн может быть обменно усиленный в антиферромагнетиках косвенный спин-спиновый обмен через дальнодействующее поле квазистатических магнитоупругих деформаций.

Определим необходимые условия, при выполнении которых влияние кристаллографической магнитной анизотропии на характер спин-спинового обмена через поле "эластостатических" фононов может приводить к формированию в ограниченных магнетиках нового класса распространяющихся безобменных объёмных спин-волновых возбуждений — анизотропных ЭСВ. В качестве примера рассмотрим двухподрешёточную модель (2.1) – (2.4) антиферромагнетика [60, 62], считая магнитоупругие и упругие свойства изотропными. Если  $\beta_{1,2} > 0$  (в равновесном состоянии  $\mathbf{I} \| x (|\mathbf{m}| = 0)$ ), причём

$$|\beta_2| \ll |\beta_1|, \tag{3.11}$$

то условию (3.1) может удовлетворять только низкочастотная мода спектра спиновых волн неограниченного легкоплоскостного (ЛП) АФМ. Ограничимся анализом случаев, в которых нормаль к сагиттальной плоскости совпадает с направлением одной из осей декартовых координат. Расчёт показал, что в данном случае для заданной сагиттальной плоскости невозможно одновременное распространение в одном и том же диапазоне частот и волновых чисел объёмных безобменных ЭСВ sи p-типа.

В частности, когда обе поверхности рассматриваемой пластины ЛП АФМ являются механически свободными (3.2), в условиях (3.1) прямые объёмные безобменные ЭСВ s-типа с законом дисперсии, аналогичным (3.4), формируются при  $\mathbf{n} || x, \mathbf{k} \in xz$  или при  $\mathbf{n} || y, \mathbf{k} \in yz$ . При этих же граничных условиях формирование обратных безобменных объёмных ЭСВ s-типа с законом дисперсии, аналогичным (3.5), имеет место при  $\mathbf{n} || z$  и  $\mathbf{k} \in yz$  или  $\mathbf{k} \in xz$ . Если на обеих поверхностях пластины выполнены условия, аналогичные (3.6), то при  $\mathbf{k} \in xy$  и  $\mathbf{n} || y$  или  $\mathbf{n} || x$  вдоль пластины рассматриваемого ЛП АФМ возможно распространение безобменных объёмных ЭСВ р-типа с законом дисперсии, аналогичным (3.8).

Таким образом, в рассматриваемом случае пластины ЛП АФМ можно, следуя аналогии с анизотропными дипольными МСВ, говорить, что ЭСВ s-типа представляют собой пример анизотропных объёмных ЭСВ, поскольку их формирование в сагиттальной плоскости с нормалью вдоль равновесного направления вектора l связано исключительно с наличием в АФМ-среде трудной магнитной оси, ортогональной l.

Результаты расчёта показывают, что если эластостатическому критерию (3.1) одновременно удовлетворяют обе ветви спектра рассматриваемого ромбического АФМ с  $\mathbf{l} \| x (|\mathbf{m}| = 0)$ , то для пластины с граничными условиями (3.2) в случае  $\mathbf{k} \in yz$  и  $\mathbf{n} \| y$  или  $\mathbf{n} \| z$  спектр распространяющихся анизотропных объёмных ЭСВ s-типа можно представить в виде

$$(\omega_{\parallel}^{2} + \omega_{\rm me}^{2} - \omega^{2})(\omega_{\perp}^{2} - \omega^{2}) + (\omega_{\parallel}^{2} - \omega_{\perp}^{2})\omega_{\rm me}^{2} \frac{(\pi \nu/d)^{2}}{k_{\perp}^{2} + (\pi \nu/d)^{2}} = 0,$$
(3.12)

$$\omega_{\parallel}^2 = \frac{\beta_1 c^2}{\alpha} , \qquad \omega_{\perp}^2 = \frac{\beta_2 c^2}{\alpha} , \qquad \mathbf{n} \parallel z , \qquad (3.13)$$

$$\omega_{\parallel}^2 = \frac{\beta_2 c^2}{\alpha} , \qquad \omega_{\perp}^2 = \frac{\beta_1 c^2}{\alpha} , \qquad \mathbf{n} \parallel y .$$
(3.14)

При выводе выражений (3.12)-(3.14) магнитоупругие и упругие свойства магнетика считались изотропными. Анализ этих соотношений показывает, что характерной особенностью спектра данного типа безобменных объёмных ЭСВ s-типа является то, что дисперсионные кривые составляющих его мод для любого фиксированного номера моды v и любого волнового числа  $k_{\perp}$  на плоскости внешних параметров "частота – волновое число" лежат в двух непересекающихся полосах (условно назовем их "высокочастотной" и "низкочастотной"). Обозначим частоты этих возбуждений с номером v соответственно как  $\Omega_{+\nu}(k_{\perp})$  и  $\Omega_{-\nu}(k_{\perp})$ . Величина "запрещённой" зоны между этими полосами определяется степенью отличия от единицы эффективного параметра магнитной анизотропии  $\eta \equiv \beta_1/\beta_2$ . Если  $\eta = 1$  или  $b \rightarrow 0$ , то данный тип распространяющихся безобменных спинволновых возбуждений в рассматриваемой магнитоакустической конфигурации не реализуется. Это даёт основание считать их анизотропными объёмными ЭСВ s-типа (акустическим аналогом анизотропных объёмных МСВ). Как следует из (3.12)-(3.14), в отличие от спектра объёмных изотропных ЭСВ s-типа (или объёмных анизотропных ЭСВ s-типа в пластине ЛП АФМ), спектр данного типа объёмных анизотропных ЭСВ имеет две длинноволновые  $(k_{\perp} \rightarrow 0 \; (\omega_{\parallel}, \bar{\omega}_{\perp}))$  и две коротковолновые  $(k_{\perp} \rightarrow \infty \ (\bar{\omega}_{\parallel}, \omega_{\perp}))$  точки сгущения:

$$\bar{\omega}_{\parallel} \equiv \sqrt{\omega_{\parallel}^2 + \omega_{\rm me}^2} \;, \qquad \bar{\omega}_{\perp} \equiv \sqrt{\omega_{\perp}^2 + \omega_{\rm me}^2} \;.$$

В рассматриваемой модели магнетика, в зависимости от величины констант магнитной анизотропии (магнитоупругие и упругие свойства предполагались изотропными), для магнитоакустических конфигураций, рассмотренных в (3.12)–(3.14), возможна реализация одной из следующих систем неравенств:

1) 
$$\omega_{\parallel} < \Omega_{-\nu}(k_{\perp}) < \bar{\omega}_{\parallel} < \omega_{\perp} < \Omega_{+\nu}(k_{\perp}) < \bar{\omega}_{\perp} ,$$
2) 
$$\omega_{\parallel} < \Omega_{-\nu}(k_{\perp}) < \omega_{\perp} < \bar{\omega}_{\parallel} < \Omega_{+\nu}(k_{\perp}) < \bar{\omega}_{\perp} ,$$
3) 
$$\omega_{\perp} < \Omega_{-\nu}(k_{\perp}) < \bar{\omega}_{\perp} < \omega_{\parallel} < \Omega_{+\nu}(k_{\perp}) < \bar{\omega}_{\parallel} ,$$
4) 
$$\omega_{\perp} < \Omega_{-\nu}(k_{\perp}) < \omega_{\parallel} < \bar{\omega}_{\perp} < \Omega_{+\nu}(k_{\perp}) < \bar{\omega}_{\parallel} ,$$



Рис. 3. Структура спектра анизотропных объёмных ЭСВ s-типа в пластине ромбического АФМ (лёгкая ось — x) при  $\mathbf{k} \in yz$ ,  $\mathbf{l} \| x$ ,  $\mathbf{n} \| z$  или  $\mathbf{n} \| y$ : (а) вариант 3 из (3.15), (б) вариант 1 из (3.15). Кривые l-3 — моды спектра с номерами v = 1, 2, 3 соответственно.

При этом характер дисперсионной кривой каждой из ветвей  $\Omega_{\pm v}$  ( $\mathbf{k} \in yz$ ) зависит от относительной ориентации нормали к поверхности плёнки **n** и направления равновесного вектора антиферромагнетизма **l**.

В частности, для вариантов 1 или 2 из (3.15) "высокочастотная" ветвь спектра анизотропных объёмных ЭСВ (3.12)–(3.14) является волной обратного типа ( $\mathbf{k}_{\perp}\partial\Omega_{-\nu}/\partial\mathbf{k}_{\perp} < 0$ ), а "низкочастотная" ветвь спектра (3.12)–(3.14) относится к волнам прямого типа ( $\mathbf{k}_{\perp}\partial\Omega_{+\nu}/\partial\mathbf{k}_{\perp} > 0$ ). Прямо противоположная ситуация для рассматриваемого спектра анизотропных объёмных ЭСВ s-типа реализуется для вариантов 3 или 4 из (3.15). Варианты 1 и 3 представлены на рис. 3.

Кроме того, в случае  $\mathbf{k} \in xy$  и  $\mathbf{n} \parallel y$  или  $\mathbf{n} \parallel x$  влияние кристаллографической магнитной анизотропии приводит к тому, что в пластине рассматриваемого AФM с I  $\parallel x$  становится возможным формирование не одной, как в (3.9), (3.10), а двух точек кроссовера для любых двух дисперсионных кривых, принадлежащих спектру распространяющихся объёмных безобменных ЭСВ s- и р-типа соответственно (см. также рис. 4).

**3.2.2.** Влияние наклонной геометрии. Как показывает анализ выражений (3.4), (3.5), совпадение точек сгущения спектра с верхней и нижней границей интервала существования безобменных изотропных объёмных ЭСВ s-типа связано с тем, что в этих случаях или направление нормали к поверхности пластины ЛО АФМ (в случае (3.4)), или направление распространения ЭСВ (в случае (3.5)) совпадает с направлением, вдоль которого в неограниченном упруго-изотропном ЛО АФМ на границе потери устойчивости данного магнитного состояния максимально уменьшается фазовая скорость сдвиговой упругой волны. Это означает, что можно ожидать



**Рис. 4.** Неоднородный спин-спиновый резонанс с участием анизотропных объёмных ЭСВ s- и р-типа в пластине ЛО АФМ (лёгкая ось -z): (a)  $\mathbf{l} \| z, \mathbf{n} \| z, \mathbf{k} \in xz$ ; (б)  $\mathbf{l} \| z, \mathbf{n} \| x$ , волны s-типа с  $\mathbf{k} \in xz$ .



Рис. 5. Структура спектра анизотропных объёмных ЭСВ s-типа в пластине ЛО АФМ (лёгкая ось — z) при  $\mathbf{k} \in xz$ ,  $\mathbf{l} || z$ ,  $\mathbf{n} \in xz$ . Вектор нормали  $\mathbf{n}$  составляет угол  $\psi$  с осью z. Кривые l-3 — моды спектра с номерами v = 1, 2, 3 соответственно.

формирования анизотропных объёмных ЭСВ s-типа уже в случае пластины упруго-изотропного ЛО АФМ с граничными условиями (3.2), когда направление нормали к поверхности магнитной плёнки **n** по-прежнему лежит в сагиттальной плоскости *xz*, но составляет угол  $\psi$ с осью *z* (0 <  $\psi$  <  $\pi/2$ ). Структура спектра анизотропных объёмных ЭСВ s-типа для этого случая представлена на рис. 5.

То есть в данном случае имеются две коротковолновые точки сгущения спектра объёмных безобменных анизотропных ЭСВ, лежащие на границе области существования данного типа объёмных спин-волновых возбуждений, и несовпадающая с ними одна длинноволновая точка сгущения спектра  $\omega_*$  ( $\omega_*^2 \equiv \omega_0^2 + \omega_{me}^2 \sin^2 \psi$ ). При этом для заданного номера моды  $v \neq 0$  и любого фиксированного значения  $k_{\perp}$  при  $0 < \psi < \pi/2$  имеются две ветви спектра объёмных ЭСВ, одна из которых отвечает волне прямого типа, а другая — обратного [87].

В предельных случаях,  $\psi = 0$  или  $\psi = \pi/2$ , спектр анизотропных объёмных ЭСВ переходит в спектр изотропных объёмных ЭСВ s-типа, рассмотренных в разделе 3.2.1. **3.2.3. Магнитоупругий механизм.** Альтернативный механизм формирования объёмных анизотропных ЭСВ s-типа со структурой спектра, аналогичной представленной на рис. 5, в случае пластины ЛО АФМ с механически свободными условиями (3.2) может быть связан также с анизотропией магнитоупругих и упругих свойств магнетика даже при  $\psi = 0$  или  $\psi = \pi/2$  ( $\mathbf{k} \in xz$ ). В частности, это возможно для кубического АФМ при  $\mathbf{l} \| [111] \| z$  и  $\mathbf{u} \| [\bar{1}10] \| y$  [88, 89]. Кроме того, для анизотропных объёмных ЭСВ s-типа, рассмотренных в разделе 3.2.1, учёт магнитоупругой и упругой анизотропии может привести к тому, что при любом номере моды *v* и произвольной величине волнового числа низкочастотная и высокочастотная ветви спектра  $\Omega_{\pm v}$  одновременно могут являться волнами одного типа (прямого или обратного).

#### 3.3. Эластообменная спиновая динамика

ограниченных скомпенсированных антиферромагнетиков 3.3.1. Классификация распространяющихся эластообменных спиновых волн. Традиционно теоретическое описание спин-волновых возбуждений в ограниченных феррои антиферромагнетиках (пластина толщиной 2d) строится на основе последовательного учёта только магнитодипольного и неоднородного обменного взаимодействий [60, 76]. В случае преобладания одного из этих механизмов в ограниченном магнетике говорят соответственно о магнитостатической или обменной спиновой волне. Хотя и в том и другом случае число мод v образует бесконечное счётное множество (v =  $= 1, 2, \ldots$ ), дисперсионные кривые  $\omega = \Omega_{\nu}(k_{\perp})$ , характерные для каждого из указанных типов магнонов, существенно различаются — они зависят как от поляризации спиновой волны и величины волнового числа  $k_{\perp},$  так и от относительной ориентации векторов **n**, **l**, **m** и  $\mathbf{k}_{\perp}/|\mathbf{k}_{\perp}|$ . При достаточно больших значениях v/d дисперсионные свойства объёмной спиновой волны формируются прежде всего за счёт неоднородного обменного взаимодействия (обменное взаимодействие рассматривается в приближении ближайших соседей), вследствие чего одновременно имеют место неравенства  $\partial \Omega_{\nu}(k_{\perp})/\partial k_{\perp} > 0$ и  $\partial^2 \Omega_{\nu}(k_{\perp})/\partial k_{\perp}^2 > 0.$ 

По мере уменьшения величины v/d структура спектра объёмных магнонов становится всё более зависящей от эффекта гибридизации обоих типов спинспинового взаимодействия. Это приводит к возможности формирования для дисперсионной кривой моды с номером v  $\Omega_{v}(k_{\perp})$  спектра объёмных дипольнообменных спиновых волн целого ряда аномалий при  $k_{\perp} \neq 0$ . К числу особенностей спектра объёмных магнонов, индуцированных дипольнообменным взаимодействием, можно отнести точки перегиба  $(\partial^2 \Omega_v(k_\perp)/\partial k_\perp^2 = 0)$ , точки кроссовера,  $\Omega_{\nu}(k_{\perp}) = \Omega_{\rho}(k_{\perp})$   $(\nu \neq \rho)$ , и точки экстремума. Характер формирования этих особенностей при заданных  $\omega$ ,  $k_{\perp}$ , v и d зависит от относительной ориентации n,  $\mathbf{k}_{\perp}/|\mathbf{k}_{\perp}|$ , m и l. При произвольных граничных условиях вырождение  $\Omega_{\nu}(k_{\perp}) = \Omega_{\rho}(k_{\perp})$  снимается и соответствующие дисперсионные кривые (без учёта диссипации) "расталкиваются". Такая ситуация отвечает неоднородному дипольнообменному спин-спиновому резонансу.

Необходимым условием формирования указанных аномалий в спектре объёмной дипольнообменной магнонной моды с номером v, частотой  $\omega$  и волновым числом  $k_{\perp}$  является выполнение для магнитной пластины толщиной 2*d* магнитостатического критерия:  $\omega \ll c\pi v/d$  при  $v \neq 0$  и  $\omega \ll ck_{\perp}$  при v = 0 (*c* — скорость света). В силу релятивистской природы магнитодиполь-

ного взаимодействия, оптимальные условия для реализации этих аномалий имеются, в первую очередь, в тех магнитных кристаллах, у которых в спектре нормальных спин-волновых колебаний есть ветви с достаточно низкой энергией активации. В частности, это имеет место для слабоанизотропных магнетиков (например, кубических или легкоплоскостных) или в окрестности магнитных фазовых переходов типа мягкой моды. Во всех указанных случаях, как известно, безразмерный параметр линейного магнон-фононного взаимодействия становится порядка единицы [46, 50, 51]) и корректное описание спектра низкочастотного магнона в модели неограниченного кристалла возможно только с учётом влияния упругой подсистемы, даже вне условий магнитоакустического резонанса.

Учитывая сказанное, можно утверждать, что последовательное теоретическое описание низкочастотной спиновой динамики реального магнитного кристалла требует одновременного учёта, как минимум, трёх факторов: 1) конечных размеров реального магнитного образца, 2) нелокальных спин-спиновых взаимодействий (магнитодипольного, неоднородного обменного и т.д.), 3) взаимодействия спиновой и упругой подсистем.

Как отмечалось выше, с возрастанием волнового числа увеличиваются и вклад неоднородного обменного взаимодействия в формирование характера дисперсии, и локализация распространяющихся вдоль ограниченного магнетика линейных спин-волновых возбуждений. В результате в эластостатическом пределе, даже в случае обменно ослабленного магнитодипольного взаимодействия, последовательное описание спин-волновой динамики ограниченного магнетика должно одновременно учитывать как эластостатический, так и обменный механизмы формирования дисперсии. Проведём соответствующий анализ на примере двухподрешёточной модели упруго-изотропного ЛО АФМ (см. раздел 3.1), дополнительно учитывающей теперь и неоднородное обменное взаимодействие.

Если ограничиться случаем, в котором в состоянии равновесия  $\mathbf{l} \| z, \| \mathbf{m} \| = 0$ , то полный спектр магнитоупругих возбуждений в рамках данной модели будет состоять из пяти ветвей (см. раздел 2). Так как в интересующем нас эластостатическом приближении (3.1) мы будем учитывать только фононный и неоднородный обменный механизмы спин-спинового взаимодействия, то по аналогии с дипольнообменными спиновыми волнами в данном случае можно полагать, что указанное сокращённое описание динамики спиновой системы магнетика отвечает эластообменному приближению (соответствующие спин-волновые возбуждения будем называть эластообменными спиновыми волнами (ЭОСВ)). Поскольку в рамках рассматриваемой модели магнетика неоднородное обменное взаимодействие носит изотропный характер, то без учёта формы магнитного образца задача по-прежнему будет обладать цилиндрической симметрией относительно оси z. Это даёт возможность при анализе особенностей гибридизации отмеченных двух типов спин-спинового взаимодействия, так же как и в разделе 3.1, ограничиться случаем  $\mathbf{k} \in xz$ . Из (2.13) следует, что без учёта граничных условий в этой магнитоакустической конфигурации теперь возможно одновременное и независимое распространение эластообменных спиновых волн как s-типа,

$$\omega^2 \approx \omega_0^2 + \omega_{\rm me}^2 \frac{k_x^2}{k_x^2 + k_z^2} + c_{\rm m}^2 (k_x^2 + k_z^2) , \qquad c_{\rm m}^2 = g^2 M_0^2 \delta \alpha ,$$
(3.16)

так и р-типа [90],

$$\omega^2 \approx \omega_0^2 + \omega_{\rm me}^2 \left(1 - \frac{s_{\rm t}^2}{s_{\rm l}^2}\right) \frac{4k_x^2 k_z^2}{(k_x^2 + k_z^2)^2} + c_{\rm m}^2 (k_x^2 + k_z^2) \,. \tag{3.17}$$

В реальных условиях мы всегда имеем дело с ограниченными кристаллами, в которых наличие поверхности, как известно, может приводить к появлению поверхностных (или квазиповерхностных) возбуждений различной природы с амплитудой, убывающей по мере удаления от поверхности. В таких колебаниях нормальная к поверхности компонента волнового вектора уже не является независимой, а в силу граничных условий определяется частотой волны  $\omega$  (или компонентой её волнового вектора вдоль поверхности  $k_{\perp}$ ).

Таким образом, в условиях одновременного учёта фононного и неоднородного обменного механизмов спин-спинового взаимодействия можно провести классификацию возможных типов ЭОСВ при заданных значениях  $\omega$  и  $k_{\perp}$  для различных ориентаций волнового вектора **k** и нормали к поверхности **n** (аналогичная классификация МСВ проведена в работах [91, 92]).

Как видно из закона дисперсии (3.16), (3.17), компоненты волнового вектора  $k_x$  и  $k_z$  входят в него неодинаковым образом. Поэтому при разных ориентациях нормали **п** классификация возможных типов ЭОСВ оказывается различной [90].

Рассмотрим вначале вариант **n** || x. Полагая  $k_z = k_{\perp}$ ,  $k_x = i\kappa$ , перепишем закон дисперсии (3.16) в безразмерных переменных:

$$\Omega^2 = \Omega_0^2 + r^2 (1 - q^2) - \frac{q^2}{1 - q^2}, \qquad (3.18)$$

где введены обозначения:

$$\Omega^2 = \frac{\omega^2}{\omega_{\rm me}^2} , \qquad \Omega_0^2 = \frac{\omega_0^2}{\omega_{\rm me}^2} , \qquad r = \frac{c_{\rm m}k_\perp}{\omega_{\rm me}} , \qquad q = \frac{\kappa}{k_\perp}$$

Если мы построим график зависимости  $\Omega^2(r)$ , то сечение этого графика прямыми, отвечающими определённому значению  $\Omega$ , даст корни  $q_i^2$  уравнения (3.18). Число и знаки этих корней и определяют тип ЭОСВ: если все  $q_i^2 > 0$ , то ЭОСВ имеет чисто поверхностный характер (двупарциальная эванесцентная ЭОСВ); если хотя бы один из корней отрицателен,  $q_i^2 < 0$ , то это соответствует объёмной волне; если пересечение при данном  $\Omega^2$ отсутствует, то это означает, что все корни являются комплексными, а ЭОСВ представляет собой обобщённую двупарциальную эванесцентную ЭОСВ. В рассмотренном случае из (3.18) легко получаем, что при  $\Omega^2 < \Omega_0^2 + r^2$  имеются два вещественных корня  $q_1^2$ , > 0, что отвечает двупарциальной эванесцентной ЭОСВ. При  $\Omega^2 > \Omega_0^2 + r^2$  один из корней становится отрицательным и ЭОСВ приобретает объёмный характер. Следовательно, на плоскости  $(r, \Omega)$  имеются две области значений параметров, различающиеся характером возможных типов ЭОСВ (рис. 6а,  $f_1(r) = \Omega_0^2 + r^2$ ).

Существенно иная классификация возможных типов ЭОСВ имеет место в случае, когда **n** || *z*. Предположим теперь, что  $k_x = k_{\perp}$ ,  $k_z = i\kappa$ , тогда в безразмерных переменных, введённых выше, уравнение (3.16) принимает вид

$$\Omega^2 \approx \Omega_0^2 + r^2 (1 - q^2) + \frac{1}{1 - q^2} \,. \tag{3.19}$$

Хотя уравнение (3.19), так же как и (3.18), является квадратным относительно  $q^2$ , разбиение плоскости пара-



**Рис. 6.** Классификация возможных типов ЭОСВ в ограниченном ЛО АФМ ( $\mathbf{I} \| z$ ,  $\mathbf{k} \in xz$ ): (a)  $\mathbf{n} \| x$ , волны s-типа; (б)  $\mathbf{n} \| z$ , волны s-типа; (в)  $\mathbf{n} \| z$ , волны p-типа. В безразмерных переменных, введённых в (3.18), уравнение кривой на рис. a:  $\Omega^2 = \Omega_0^2 + r^2$ ; на рис. б уравнение кривой I:  $\Omega^2 = \Omega_0^2 + r^2 + 1$ , кривой 2:  $\Omega^2 = \Omega_0^2 + 2r$ , кривой 3:  $\Omega^2 = \Omega_0^2 - 2r$  (относительно штриховой кривой см. в конце раздела 4.1).

метров  $(r, \Omega^2)$  становится более сложным. Можно показать, что на плоскости  $(r, \Omega^2)$  имеются три характерные кривые:

$$f_1(r) = \Omega_0^2 + r^2 + 1,$$
  

$$f_{2,3}(r) = \Omega_0^2 \pm 2r,$$
(3.20)

которые разбивают указанную плоскость на четыре области (рис. 6б). В области I  $q_{1,2}^2 > 0$ , и I является областью двупарциальной эванесцентной ЭОСВ; в области II все корни — комплексные, что соответствует обобщённой двупарциальной эванесцентной ЭОСВ; в области III  $q_{1,2}^2 < 0$ , в области IV  $q_1^2 > 0$ ,  $q_2^2 < 0$ , т.е. это области существования объёмных ЭОСВ.

Случай ЭОСВ р-типа (3.17) "симметричен" относительно компонент  $k_x$  и  $k_z$ , поэтому при  $\mathbf{n} || x$  и  $\mathbf{n} || z$ классификация ЭОСВ одинакова. Полагая без потери общности  $\mathbf{n} || x$ , перепишем (3.17) в виде

$$\Omega^2 = \Omega_0^2 + r^2 (1 - q^2) - \frac{q^2}{(1 - q^2)^2}, \qquad (3.21)$$

где

$$\Omega^2 \equiv \frac{\omega^2}{4\omega_{\rm me}^2(1-s_{\rm t}^2/s_{\rm l}^2)}, \qquad \Omega_0^2 \equiv \frac{\omega_0^2}{4\omega_{\rm me}^2(1-s_{\rm t}^2/s_{\rm l}^2)}$$
$$r \equiv \frac{c_{\rm m}k_\perp}{4\omega_{\rm me}\sqrt{1-s_{\rm t}^2/s_{\rm l}^2}}, \qquad q \equiv \frac{\kappa}{k_\perp}.$$

Таким образом, уравнение (3.21) является кубическим относительно  $q^2$ . Тем не менее и в этом случае удаётся провести классификацию возможных типов ЭОСВ в зависимости от величин  $k_{\perp}$  и  $\omega$ . Соответствующее разбиение плоскости  $(r, \Omega^2)$  представлено на рис. 6в.

В областях I, I' все три корня бикубического уравнения (3.21) вещественны и положительны,  $q_{1,2,3}^2 > 0$ , т.е. это область трёхпарциальных эванесцентных ЭОСВ. В области II имеется один положительный корень,  $q_1^2 > 0$ , и два комплексных, что соответствует трёхпарциальным обощённым эванесцентным ЭОСВ. В области III  $q_1^2 < 0$ , а  $q_{2,3}^2$  — комплексно-сопряжённые, в области IV  $q_{1,2,3}^2 < 0$ , в области V  $q_1^2 < 0$ ,  $q_{2,3}^2$  — положительные, следовательно, области III, IV, V отвечают различным случаям трёхпарциальных объёмных ЭОСВ.

Аналитические выражения для кривых, разбивающих плоскость  $(r, \Omega^2)$ , в рассматриваемом случае чрезвычайно громоздки, поэтому здесь мы их не приводим. Отметим лишь, что  $r_*^2 = 3^{-3/2}$ .

Как учёт анизотропии магнитоупругого и упругого взаимодействия влияет на характер локализации ЭОСВ вблизи поверхности ромбического антиферромагнетика, см. в работе [90].

**3.3.2.** Дисперсионные свойства эластообменных объёмных спиновых воли в тонкой плёнке. Проведённая классификация возможных типов ЭОСВ, которые могут реализоваться в кристалле при заданных  $k_{\perp}$  и  $\omega$ , ещё не даёт ответа на вопрос о том, какой тип ЭОСВ существует в ограниченном АФМ при фиксированном  $k_{\perp}$  (или  $\omega$ ), поскольку закон дисперсии волны  $\omega = \omega(k_{\perp})$  определяется как геометрией задачи, так и конкретным видом граничных условий.

В разделах 3.1, 3.2 мы проанализировали влияние решётки на объёмную спин-волновую динамику тонких магнитных плёнок не только в эластостатическом  $(\omega/(s_{\mathrm{t}}k_{\perp}) \rightarrow 0)$ , но и в безобменном  $(c_{\mathrm{m}} \rightarrow 0)$  приближениях. Первое из них соответствует пренебрежению эффектами акустического запаздывания и, следовательно, для достаточно тонких плёнок является справедливым при произвольной величине волнового числа распространяющихся объёмных спиновых колебаний |k\_|. Что касается безобменного приближения, то несложно убедиться в том, что его использование является более серьёзным ограничением, поскольку не позволяет распространить результаты проведённого выше анализа эластостатической динамики тонких магнитных плёнок как на случай достаточно больших волновых чисел  $|\mathbf{k}_{\perp}|$ , удовлетворяющих условию  $c_{\mathrm{m}}k_{\perp}\approx\omega_{0},$  так и на случай достаточно тонких плёнок,  $c_{\rm m}/d \approx \omega_0$ . Тем более, как следует из результатов проведённой в разделе 3.3.1 в условиях  $\omega \ll s_t k_{\perp}$  и произвольной величине  $|\mathbf{k}_{\perp}|$  классификации возможных типов поверхностных и объёмных спин-волновых возбуждений, последовательный анализ спиновой динамики ограниченных магнетиков должен опираться на одновременный учёт как исследованного выше косвенного спин-спинового обмена через дальнодействующее поле "эластостатических фононов", так и гейзенберговского механизма спин-спинового взаимодействия.

Таким образом, целью данного раздела является анализ аномалий спин-волновой динамики тонких магнитных плёнок при условии  $\omega \ll s_t k_{\perp}$  в рамках эластообменного подхода [90].

Сразу же отметим, что, в отличие от расчёта спектра в рамках кристаллооптики с участием возбуждений экситонного типа [82], в данном случае расчёт в условиях (3.1) спектра магнитоупругих возбуждений с учётом эффектов пространственной дисперсии проводится не на основе уравнений эластостатики (2.16) с эффективными упругими модулями (2.11) при  $c_m \neq 0$ , а на основе совместного решения системы динамических уравнений, состоящей из уравнений эластостатики и уравнений Ландау – Лифшица, с учётом упругих и обменных граничных условий на поверхности магнетика. Аналогичный подход применяется (с заменой уравнений эластостатики уравнениями магнитостатики) при расчёте спектра дипольнообменных спиновых волн в магнитных пластинах и полуограниченных магнетиках [76, 91, 92].

Начнём со случая распространяющейся ЭОСВ s-типа при условии  $\mathbf{n} \| z, \mathbf{k} \in xz$  и таких значениях волнового вектора и частоты, которые соответствуют областям III и IV на рис. 6б. В этих областях, как отмечалось в разделе 3.3.1, имеется два отрицательных корня уравнения (3.19),  $q_{1,2}^2 < 0$ , т.е. четыре чисто мнимых значения q. В полубесконечном магнетике такая ситуация позволяет поставить задачу о многолучевом отражении спиновой волны от поверхности магнетика без изменения её поляризации. Мы же рассмотрим ЭОСВ в пластине конечной толщины, где имеет место задача о собственных значениях.

Пусть магнетик занимает область |z| < d. Если на обеих механически свободных поверхностях пластины ЛО АФМ спины совсем не закреплены,

$$\sigma_{yz}\Big|_{z=\pm d} = 0, \quad \frac{\partial \mathbf{l}}{\partial z}\Big|_{z=\pm d} = 0, \quad (3.22)$$

то решение уравнений движения, соответствующее объёмной ветви спектра ЭОСВ, следует искать в виде четырёхпарциальной волны. Однако нетрудно показать, что в рассматриваемой ситуации существуют не связанные друг с другом симметричное и антисимметричное относительно плоскости z = 0 решения вида

$$\begin{cases} \tilde{u}_{y}(x,z,t) = (A_{1}\cos(p_{1}z) + A_{2}\cos(p_{2}z))\exp(ik_{\perp}x - i\omega t), \\ \tilde{l}_{y}(x,z,t) = (B_{1}\cos(p_{1}z) + B_{2}\cos(p_{2}z))\exp(ik_{\perp}x - i\omega t), \\ \tilde{u}_{y}(x,z,t) = (A_{1}\sin(p_{1}z) + A_{2}\sin(p_{2}z))\exp(ik_{\perp}x - i\omega t), \\ \tilde{l}_{y}(x,z,t) = (B_{1}\sin(p_{1}z) + B_{2}\sin(p_{2}z))\exp(ik_{\perp}x - i\omega t), \\ (3.23) \end{cases}$$

где  $p_{1,2}^2 = -q_{1,2}^2 k_{\perp}^2 > 0, q_{1,2}^2$  — корни уравнения (3.19). Соответствующие дисперсионные уравнения имеют вид

$$p_1(p_1^2 + k_{\perp}^2) \tan(2p_1 d) = p_2(p_2^2 + k_{\perp}^2) \tan(2p_2 d) \quad (3.24)$$

для симметричной моды и

$$p_1(p_1^2 + k_{\perp}^2)\cot(2p_1d) = p_2(p_2^2 + k_{\perp}^2)\cot(2p_2d) \quad (3.25)$$

для антисимметричной моды из (3.23).

Анализ соотношений (3.24), (3.25) показывает, что в рассматриваемой области волновых векторов  $|\mathbf{k}_{\perp}|$  и частот возбуждения  $\omega$  совместный учёт неоднородного обменного взаимодействия и косвенного спин-спинового взаимодействия через поле виртуальных фононов приводит к формированию дополнительной (по отношению к обменной объёмной спиновой волне) объёмной  $(p_{1,2}^2 > 0)$  спиновой волны эластостатического типа с той же поляризацией. Получить в явном виде аналитическое выражение закона дисперсии для областей, определяемых выражениями (3.24), (3.25), не удаётся, необходимы численные расчёты. Однако наиболее существенные особенности закона дисперсии могут быть легко проанализированы в пределе достаточно малых значений волнового вектора ( $\omega_{\rm me}/c_{\rm m} \gg |\mathbf{k}_{\perp}|$ ). В этом случае из уравнений (3.24), (3.25) следует, что они описывают два качественно различных типа объёмных спиновых волн с одной и той же поляризацией. В рассматриваемом пределе закон дисперсии одной из волн формируется в основном косвенным обменом через поле эластостатических фононов; эта волна является прямой ( $\mathbf{k}_{\perp} \partial \omega / \partial \mathbf{k}_{\perp} > 0$ ), и ей отвечает закон дисперсии

$$\omega^2 \approx \omega_0^2 + \omega_{\rm me}^2 \frac{k_\perp^2}{k_\perp^2 + p_1^2}, \quad p_1 \approx \frac{\pi v}{2d}, \quad v = 1, 2, \dots$$
 (3.26)

В этих же условиях второму решению соответствует обычная объёмная спиновая волна с законом дисперсии

$$\omega^2 \approx \omega_0^2 + c_{\rm m}^2(k_\perp^2 + p_2^2), \quad p_2 \approx \frac{\pi v}{2d}, \quad v = 1, 2, \dots, \quad (3.27)$$

формируемая в основном за счёт неоднородного обменного взаимодействия. Сравнивая соотношения (3.26) и (3.27), можно сделать вывод о том, что в окрестности значений волнового вектора, определяемых условием

$$\omega_{\rm me}^2 \, \frac{k_\perp^2}{k_\perp^2 + \left(\pi \nu/(2d)\right)^2} = c_{\rm m}^2 \left[k_\perp^2 + \left(\frac{\pi\rho}{2d}\right)^2\right], \quad \nu \neq \rho \,, \quad (3.28)$$

имеет место резонансное взаимодействие двух указанных типов спиновых возбуждений — неоднородный спин-спиновый резонанс. При этом структура спинволнового спектра определяется общими соотношениями (3.24), (3.25) и для их формирования принципиально важен одновременный учёт обоих рассмотренных выше механизмов спин-спинового обмена. Здесь, как обычно, возникает "расталкивание" взаимодействующих мод и, как следствие, образуются окна непрозрачности по частоте для распространяющихся спин-волновых колебаний с заданным  $k_{\perp}$ . Отметим, что описанный эластообменный механизм неоднородного спин-спинового резонанса является магнитоупругим аналогом известного дипольнообменного резонанса (см., например, [93]), а окна непрозрачности представляют собой аналог так называемых "дипольных щелей" [94]. Величина такой щели зависит от характера граничных условий. В частности, если на обеих поверхностях пластины одновременно

$$\sigma_{yz} = 0, \quad l = 0, \quad z = \pm d$$
 (3.29)

(где  $\tilde{l}$  — амплитуда малых колебаний вектора антиферромагнетизма вблизи равновесной ориентации), т.е. обе поверхности пластины механически свободны, а спины полностью закреплены (условия Киттеля), то



Рис. 7. Структура спектра изотропных объёмных ЭОСВ с  $\mathbf{k} \in xz$  в пластине ЛО АФМ: (a)  $\mathbf{l} \| z$ ,  $\mathbf{n} \| z$ , волны s-типа; (б)  $\mathbf{l} \| z$ ,  $\mathbf{n} \| x$ , волны s-типа; (в)  $\mathbf{l} \| z$ ,  $\mathbf{n} \| z$  или  $\mathbf{n} \| x$ , волны p-типа. Кривые l-4 — моды спектра объёмных ЭОСВ с номерами v = 1, 2, 3, 4 соответственно.

спектр рассматриваемой эластообменной объёмной спиновой волны принимает вид

$$\Omega_{\nu}^{2} = \omega_{0}^{2} + \omega_{\text{me}}^{2} \frac{k_{\perp}^{2}}{k_{\perp}^{2} + p_{1}^{2}} + c_{\text{m}}^{2}(k_{\perp}^{2} + p_{1}^{2}),$$
  

$$p_{1} = \frac{\pi \nu}{2d}, \quad \nu = 1, 2, \dots$$
(3.30)

Таким образом, в этом частном случае указанная щель будет равна нулю, поскольку при  $k_{\perp} \neq 0$  становится возможным кроссовер мод спектра объёмных эластообменных волн,  $\Omega_{\nu} = \Omega_{\rho} (\nu \neq \rho)$  (рис. 7а).

Рассмотрим теперь особенности спиновой динамики АФМ-кристалла в случае, когда косвенный спин-спиновый обмен через поле виртуальных фононов приводит к формированию сопутствующей поверхностной спиновой волны эластостатического типа, сопровождающей распространяющуюся по кристаллу объёмную обменную спиновую волну. Пусть по-прежнему  $\mathbf{k} \in xz$ , однако теперь  $\mathbf{n} || x$ . Полагая, что магнетик ограничен плоскостями x = -d и x = d, запишем граничные условия, аналогичные использованным в случае (3.22)– (3.25):

1 /2

В конечной пластине решения уравнений движения в рассматриваемой геометрии являются четырёхпарциальными:

$$p_1 = \frac{\pi v}{2d}, \quad p_2 = \pm i \left( k_{\perp}^2 + p_1^2 + \frac{\eta}{k_{\perp}^2 + p_1^2} \right)^{1/2}, \quad v = 1, 2, \dots,$$
(3.32)

где  $\eta$  — некоторая положительная константа, а закон дисперсии ЭОСВ выражается в виде

$$\Omega_{\nu}^{2} = \omega_{0}^{2} + \omega_{\mathrm{me}}^{2} \frac{p_{1}^{2}}{k_{\perp}^{2} + p_{1}^{2}} + c_{\mathrm{m}}^{2}(k_{\perp}^{2} + p_{1}^{2}), \quad \nu = 1, 2, \dots \quad (3.33)$$

Поскольку без учёта фононного механизма обмена спектр обменной спиновой волны имеет вид  $\omega^2 =$  $=\omega_0^2 + \omega_{
m me}^2 + c_{
m m}^2 (k_\perp^2 + p_1^2)$ , то можно сделать вывод о том, что в магнитной плёнке интерференция обменной объёмной ( $p_1^2 > 0$ ) и эластостатической сопутствующей поверхностной ( $p_2^2 < 0$ ) парциальных спиновых волн (3.32) качественно изменяет характер дисперсионной кривой распространяющейся объёмной спиновой волны (рис. 7б). В частности, конкуренция неоднородного обмена  $(c_{\rm m}^2 k_{\perp}^2)$  и фононного механизма негейзенберговского обмена  $(\omega_{\rm me}^2 p_1^2 / (p_1^2 + k_{\perp}^2))$  приводит к появлению экстремума на дисперсионной кривой (3.33). При $k_\perp < k_*$  $(k_*^2 = \omega_{\rm me} p_1/c_{\rm m} - p_1^2)$  закон дисперсии объёмной ЭОСВ соответствует обратной спиновой волне ( $\mathbf{k}_{\perp} \partial \omega / \partial \mathbf{k}_{\perp} < 0$ ), а при  $k_{\perp} > k_*$  — прямой волне ( $\mathbf{k}_{\perp} \partial \omega / \partial \mathbf{k}_{\perp} > 0$ ). Необходимо отметить, что наличие точки экстремума на дисперсионной кривой при фиксированном номере моды *v* распространяющейся объёмной ЭСВ определяется условием  $d > \pi v c_m / 2\omega_{me}$ , v = 1, 2, ... Если  $d < \pi v c_m / 2\omega_{me}$ , то  $k_* = 0$  и, следовательно, соответствующая объёмная ЭСВ-мода является прямой волной ( $\mathbf{k}_{\perp}\partial\omega/\partial\mathbf{k}_{\perp} > 0$ ) при любой величине волнового вектора  $\mathbf{k}_{\perp}$ .

Отметим, что рассмотренные выше законы дисперсии распространяющихся объёмных ЭОСВ s-типа остаются в силе и тогда, когда на обеих поверхностях АФМ-пластины вместо условий механически свободной поверхности выполняются условия скольжения (3.6).

Рассмотрим теперь второй класс эластообменных волн, распространяющихся в пластине исследуемого АФМ, дисперсионные свойства которого являются результатом гибридизации неоднородного обменного взаимодействия и косвенного спин-спинового обмена через поле квазистатических упругих деформаций, поляризованных в сагиттальной плоскости (ЭОСВ р-типа). Поскольку, как известно, спектр объёмных волн, неоднородных по толщине пластины, слабо зависит от характера граничных условий, то ограничимся рассмотрением случая, в котором решение можно получить в явном виде. С этой целью будем считать, что на обеих поверхностях пластины с  $\mathbf{n} \parallel x$  одновременно выполняются следующие условия:

$$\tilde{l}\Big|_{x=+d} = 0, \qquad (3.34)$$

$$\tilde{u}_x = 0, \quad \sigma_{xz} = 0, \quad x = \pm d.$$
 (3.35)

Если при этом сагиттальной плоскостью является xz, то, как следует из (2.13), для  $\mathbf{u} \in xz$  решение уравнений Ландау–Лифшица и эластостатики, соответствующее

данному типу объёмной ЭОСВ, следует искать в виде шестипарциальной волны. Расчёт показывает, что в результате закон дисперсии распространяющейся объёмной ЭОСВ р-типа может быть представлен в виде

$$\Omega_{\nu}^{2} \approx \omega_{0}^{2} + \omega_{\rm me}^{2} \left(1 - \frac{s_{\rm t}^{2}}{s_{\rm l}^{2}}\right) \frac{4p_{1}^{2}k_{\perp}^{2}}{(p_{1}^{2} + k_{\perp}^{2})^{2}} + c_{\rm m}^{2}(k_{\perp}^{2} + p_{1}^{2}),$$
  

$$\nu = 1, 2, \dots$$
(3.36)

Сравнение соотношения (3.36) с (3.8), полученным в безобменном пределе  $(c_{\rm m} \to 0)$ , показывает, что в результате гибридизации двух обсуждаемых механизмов спин-спинового обмена на дисперсионных кривых соответствующих эластообменных объёмных мод с достаточно малыми номерами одновременно возможно формирование не только точки максимума, но и точки минимума (рис. 7в). Кроме того, для двух заданных номеров мод возможно формирование двух точек кроссовера, а не одной, как при  $c_{\rm m} \rightarrow 0$ . В отличие от закона дисперсии рассмотренных ранее эластообменных объёмных волн s-типа, закон дисперсии данного класса эластообменных возбуждений качественно не изменяется, если ориентация нормали к поверхности пластины поворачивается в сагиттальной плоскости (плоскости xz) на 90°  $(\mathbf{n} \parallel z).$ 

#### 3.4. Связь спектра

# объёмных эластообменных спиновых волн со спектром объёмных магнитоупругих волн

# в пластине скомпенсированного антиферромагнетика

Из результатов работы [95] следует, что использованные в разделах 3.1-3.3 варианты сочетания упругих и обменных граничных условий дают возможность для тех же магнитоакустических конфигураций получить в явном виде дисперсионные уравнения для спектра объёмных магнитоупругих волн в рассматриваемой АФМ-пластине толщиной 2*d*, причём без ограничения на относительную величину фазовых скоростей упругих и спиновых волн в неограниченном магнетике.

Пусть в рассматриваемой АФМ-пластине сагиттальной плоскостью является xz, **n** || z и выполняются условия

$$\tilde{l} = 0, \quad \tilde{u}_z = 0, \quad \sigma_{xz} = \sigma_{yz} = 0, \quad z = \pm d.$$
 (3.37)

В этом случае решение системы уравнений (2.9) при одновременном учёте магнитоупругого и неоднородного обменного взаимодействий и любой величине волнового числа  $k_{\perp}$  (удовлетворяющего требованиям феноменологической теории упругости [63, 66]) позволяет представить спектр объёмных магнитоупругих волн в виде

$$(\rho\omega^{2} - \bar{c}_{11}k_{\perp}^{2} - \bar{c}_{44}p_{1}^{2})(\rho\omega^{2} - \bar{c}_{11}p_{1}^{2} - \bar{c}_{44}k_{\perp}^{2}) - (\bar{c}_{12} + \bar{c}_{44})k_{\perp}^{2}p_{1}^{2} = 0, \quad \mathbf{u} \in xz,$$
  

$$\rho\omega^{2} - \bar{c}_{66}k_{\perp}^{2} - \bar{c}_{44}p_{1}^{2} = 0, \quad \mathbf{u} \parallel y,$$
  

$$\bar{c}_{11} = \lambda + 2\mu, \quad \bar{c}_{12} = \lambda,$$
(3.38)

$$\bar{c}_{44} = \mu \frac{\omega_0^2 + c_{\rm m}^2(k_\perp^2 + p_1^2) - \omega^2}{\omega_0^2 + \omega_{\rm me}^2 + c_{\rm m}^2(k_\perp^2 + p_1^2) - \omega^2}, \quad \bar{c}_{66} = \mu.$$

Если для той же сагиттальной плоскости  $\mathbf{n} \| x$ , а на обеих поверхностях рассматриваемой АФМ-пластины заданы граничные условия (3.31), то для спектра объёмных магнитоупругих волн с  $\mathbf{u} \| y$  имеем

$$\rho\omega^2 - \bar{c}_{66} p_1^2 - \bar{c}_{44} k_\perp^2 = 0.$$
(3.39)

Из сопоставления соотношений (3.38) с (3.30), (3.36), а (3.39) с (3.33) следует, что для получения спектра рассмотренных выше эластообменных объёмных спин-волновых возбуждений надо в законе дисперсии объёмных магнитоупругих волн ограниченного магнетика (3.38) формально перейти к пределу  $\rho/\mu \rightarrow 0$ . Иными словами, рассмотренные в разделе 3.1 объёмные эластообменные спиновые волны описывают в частотном диапазоне (3.1) дисперсионные свойства низкочастотной ветви спектра объёмных магнитоупругих возбуждений в нулевом порядке по параметру  $\rho\omega^2/[\mu(p_1^2 + k_\perp^2)]$ , малость которого как раз и отвечает эластостатическому критерию (3.1). Следует отметить, что для рассматриваемых объёмных волн критерий эластостатичности (3.1) может быть представлен в виде

$$\omega^2 \ll s_t^2 (p_1^2 + k_\perp^2).$$
(3.40)

Таким образом, для АФМ с  $c_m < s_t$  критерий эластостатичности может быть выполнен для низкочастотной ветви спектра магнитоупругих волн с фиксированным номером моды v во всём диапазоне изменения волнового числа  $k_{\perp}$ , начиная с нуля, если толщина пластины удовлетворяет условию

$$\omega^2 \ll \frac{s_t^2 \pi^2 v^2}{4d^2}, \quad v = 1, 2, \dots$$
 (3.41)

В этом случае критерию эластостатичности будет удовлетворять уже стоячая по толщине пластины объёмная магнитоупругая волна. Из (3.37)–(3.41) следует, что в условиях (3.41) при  $k_{\perp} = 0$ 

$$\Omega_{\nu}^{2} \approx \omega_{0}^{2} + c_{\mathrm{m}}^{2} p_{1}^{2}, \qquad \mathbf{u} \in xz, \quad \mathbf{l} \| \mathbf{n} \| z, \qquad (3.42)$$

$$\Omega_{\boldsymbol{v}}^{2} \approx \omega_{0}^{2} + c_{\mathrm{m}}^{2} p_{1}^{2}, \qquad \mathbf{u} \| \boldsymbol{y}, \qquad \mathbf{n} \| \mathbf{l} \| \boldsymbol{z}, \qquad (3.43)$$

$$\Omega_{\nu}^{2} \approx \omega_{0}^{2} + \omega_{me}^{2} + c_{m}^{2} p_{1}^{2}, \quad \mathbf{u} \| y, \qquad \mathbf{l} \| z, \quad \mathbf{n} \| x, \qquad (3.44)$$

где v = 1, 2, . . .

Таким образом, выполнение обсуждаемого в [46, 50, 51] критерия существования магнитоупругой щели в спектре спин-волновых возбуждений ограниченного магнитного образца с линейным размером *L* 

$$\omega_{\rm me} > s_{\rm t} L^{-1} \tag{3.45}$$

(для рассматриваемой АФМ-пластины L = 2d) в значительной мере зависит от конкретной магнитоакустической конфигурации [96]. При  $\omega_0 \ll \omega_{\rm me}$  и  $c_{\rm m} \ll s_t$  условие (3.41) фактически противоположно критерию (3.45), тем не менее в случае (3.44) магнитоупругая щель в спектре квазимагнонной стоячей объёмной волны в АФМ-пластине существует.

# 4. Сдвиговые поверхностные акустические волны (ПАВ) на границе раздела магнитной и немагнитной сред, не исчезающие в эластостатическом пределе

# 4.1. Сдвиговая ПАВ

## в непьезомагнитном антиферромагнетике, обусловленная гибридизацией магнитоупругого и неоднородного обменного взаимодействий

Хорошо известно, что, с точки зрения как динамики кристаллической решётки, так и теории упругости сплошной среды, механически свободная поверхность упругого полупространства может рассматриваться как специфическое локальное возмущение в неограниченном идеальном полупространстве. В этом случае поверхностную акустическую волну, распространяющуюся вблизи границы кристалла, можно представить как локализованное колебание в кристалле с плоским дефектом [97].

Сейчас вопрос о существовании и единственности решений теории упругости в виде ПАВ достаточно хорошо изучен аналитически как для механически свободной поверхности [98-100], так и для нагруженной границы немагнитного кристалла [101, 102]. При этом, в частности, показано, что для механически свободной поверхности кристалла ПАВ существует при произвольных направлениях распространения упругих колебаний, за исключением некоторых выделенных ориентаций. Для них вопрос о существовании ПАВ должен решаться отдельно, поскольку в этой геометрии граничным условиям удовлетворяет чисто сдвиговая объёмная волна. Это обстоятельство делает такую объёмную упругую волну неустойчивой относительно превращения в ПАВ уже при небольшом изменении упругих граничных условий. Примером может служить формирование сдвиговой волны типа Гуляева – Блюштейна при наличии в кристалле пьезоэлектрического [103-105] или пьезомагнитного взаимодействий [106-108], а также возникновение волны Лява [101, 109] в случае, когда поверхность полуограниченного кристалла (среда 1) имеет жёсткий акустический контакт с поверхностью слоя (среда 2), а отношение упругих параметров слоя и полупространства таково, что

$$s_1 > s_2$$
, (4.1)

где  $s_1$  ( $s_2$ ) — фазовая скорость распространения сдвиговой упругой волны в неограниченной среде 1 (2). В случае антиферромагнетика возникают дополнительные механизмы локализации сдвиговой упругой волны, в частности пьезомагнитный и магнитоэлектрический [99, 106– 108, 110], однако для этого магнитная структура должна удовлетворять определённым симметрийным требованиям [59].

Вместе с тем, несмотря на интенсивные исследования различных аспектов формирования и распространения ПАВ в магнитоупорядоченных кристаллах, соответствующие расчёты традиционно проводились при пренебрежении неоднородным обменным взаимодействием в спин-системе магнетика ("безобменное приближение"). В тех немногих работах, которые были посвящены исследованию влияния неоднородного спин-спинового обмена на условия локализации и распространения ПАВ, роль нелокальности гейзенберговского спин-спинового обмена в фононной динамике кристалла сводилась к преобразованию ПАВ в псевдоповерхностную (вытекающую) акустическую волну, т.е. к осуществлению делокализации ПАВ [111].

Покажем, что влияние нелокальности гейзенберговского механизма спин-спинового взаимодействия на распространение предельной волны даже без учёта магнитодипольного взаимодействия приводит к формированию вблизи механически свободной поверхности полуограниченного магнетика сдвиговой ПАВ нового типа [90, 112]. Поскольку в антиферромагнетиках одновременно имеют место обменное усиление магнитоупругих эффектов и обменное ослабление магнитодипольных эффектов [46, 50, 51], то в качестве примера рассмотрим магнитоупругую динамику двухподрешёточной модели легкоосного (лёгкая ось — *z*) антиферромагнетика, считая для простоты и наглядности расчётов магнитоупругие и упругие свойства магнетика изотропными. Если антиферромагнитная среда занимает верхнее полупространство (z > 0), поверхность которого (z = 0) механически свободна, а спины полностью свободны, то соответствующую систему граничных условий можно представить в виде

$$\frac{\partial \tilde{\mathbf{l}}}{\partial z} = 0, \qquad \sigma_{ik} n_k = 0 \quad \text{при} \quad z = 0,$$

$$|\tilde{\mathbf{l}}| \to 0 \quad \text{при} \quad z \to \infty.$$
(4.2)

Согласно стандартной методике решения краевых задач, локализованное вблизи свободной поверхности магнетика решение указанной динамической системы уравнений, например, для *и* следует искать в виде

$$u \approx \sum_{j} A_{j} \exp\left(\mathrm{i}\omega t - q_{j}z - \mathrm{i}k_{\perp}r_{\perp}\right), \qquad (4.3)$$

где 1 < j < N,  $A_j$  — подлежащие определению произвольные константы,  $q_j (q^2 \equiv -(\mathbf{kn})^2)$  являются корнями дисперсионного (характеристического) уравнения, определяющего спектр магнитоупругих колебаний неограниченного магнетика,  $k_{\perp}$  и  $r_{\perp}$  — соответственно проекция волнового вектора и текущая координата вдоль направления распространения магнитоупругих колебаний в плоскости границы.

Поскольку в настоящем обзоре нас интересуют только сдвиговые акустические колебания, распространяющиеся вдоль высокосимметричных направлений (т.е. в данном случае в плоскостях с нормалями вдоль осей декартовых координат), то в качестве примера рассмотрим случай  $\mathbf{n} \| z$ . Поскольку рассматриваемая задача цилиндрически симметрична, то ось *y* без ограничения общности была выбрана в плоскости распространения волны *yz*. Таким образом,  $\mathbf{k} \in yz$ ,  $\mathbf{u} \| x$ .

Как показывают результаты расчёта, характеристическое уравнение магнитоупругой краевой задачи (4.2) представляет собой приведённое биквадратное относительно q уравнение (при N = 2 в (4.3)), коэффициенты которого являются функциями внешних параметров, задаваемых в эксперименте: частоты  $\omega$  и перпендикулярной к **n** составляющей ( $k_{\perp}$ ) волнового вектора магнито-упругих колебаний [112]):

$$q^{4} - P_{1}q^{2} + P_{2} = 0,$$

$$P_{1} = \frac{\omega_{0}^{2} + 2c_{m}^{2}k_{\perp}^{2} - \omega^{2}(1 + c_{m}^{2}/s_{t}^{2})}{c_{m}^{2}},$$

$$P_{2} = \frac{\omega_{0}^{2} + c_{m}^{2}k_{\perp}^{2} + \omega_{me}^{2} - \omega^{2}}{c_{m}^{2}} \left(k_{\perp}^{2} - \frac{\omega^{2}}{s_{t}^{2}}\right).$$
(4.4)

С помощью (4.3), (4.4) можно классифицировать возможные типы распространяющихся магнитоупругих колебаний в зависимости от характера их пространственной локализации вблизи поверхности магнетика. Анализ показал, что, в зависимости от величины частоты  $\omega$  и проекции волнового вектора на плоскость плёнки  $k_{\perp}$ , возможны четыре принципиально различных типа распространяющихся двупарциальных магнитоупругих нормальных колебаний, различающихся характером своей пространственной локализации вдоль нормали к поверхности магнетика. Для  $\omega$  и  $k_{\perp}$ , удовлетворяющих условиям:

$$\begin{aligned} k_{\perp} > k_3, & \omega_+^2(k_{\perp}) < \omega^2 < \omega_0^2 + \omega_{\rm me}^2 + c_{\rm m}^2 k_{\perp}^2, \\ 0 < k_{\perp} < k_1, & \omega^2 < s_{\rm t}^2 k_{\perp}^2, \\ k_1 < k_{\perp} < k_4, & \omega^2 < \omega_-^2(k_{\perp}) \end{aligned}$$
(4.5)

(где  $\omega_{\pm}^2(k_{\perp})$  — корни квадратного по  $\omega^2$  уравнения  $P_1^2 = 4P_2$ ), возможно существование двупарциальной магнитоупругой сдвиговой эванесцентной волны с  $q_{1,2}^2 > 0$ , тогда как в области

$$k_{\perp} > k_1, \qquad \omega_{-}^2(k_{\perp}) < \omega^2 < \omega_{+}^2(k_{\perp})$$
 (4.6)

имеет место формирование обобщённой двупарциальной магнитоупругой сдвиговой эванесцентной волны с Re  $q_{1,2}^2 \neq 0$ , Im  $q_{1,2}^2 \neq 0$ , Im  $q_{1,2}^2 > 0$ . Объёмные магнитоупругие волны первого типа ( $q_1^2 < 0, q_2^2 > 0$ ) реализуются при

$$0 < k_{\perp} < k_{2}, \quad s_{t}^{2}k_{\perp}^{2} < \omega^{2} < \omega_{0}^{2} + \omega_{me}^{2} + c_{m}^{2}k_{\perp}^{2}, \qquad (4.7)$$
  
$$k_{\perp} > k_{2}, \qquad s_{t}^{2}k_{\perp}^{2} > \omega^{2} < \omega_{0}^{2} + \omega_{me}^{2} + c_{m}^{2}k_{\perp}^{2},$$

где

$$\begin{split} k_1^2 &\equiv \frac{\omega_0^2}{s_t^2 - c_m^2} , \qquad k_2^2 \equiv \frac{\omega_0^2 + \omega_{me}^2}{s_t^2 - c_m^2} , \qquad \omega_-(k_4) = 0 , \\ k_3^2 &\equiv \frac{\omega_0^2 + \omega_{me}^2 (1 + s_t^2/c_m^2)}{s_t^2 - c_m^2} . \end{split}$$

Вне областей (4.5)–(4.7) возможно формирование магнитоупругих объёмных волн второго типа ( $q_{1,2}^2 < 0$ ). Условием существования локализованного решения рассматриваемой краевой задачи является наличие нетривиального решения системы уравнений (4.2) относительно парциальных амплитуд  $A_j$  из (4.3) в случае, когда соответствующие  $\omega$  и  $k_{\perp}$  принадлежат областям (4.5) или (4.6). Анализ показывает, что в случае полностью свободных спинов решение краевой задачи (4.2), описывающее закон дисперсии двупарциальной сдвиговой магнитоупругой ПАВ, может быть найдено точно и при произвольной величине волнового числа  $|k_{\perp}|$  представлено в явном виде [112]:

$$\begin{split} \omega^2 &= \frac{N_1}{2} + \sqrt{\left(\frac{N_1}{2}\right)^2 - N_2} , \qquad (4.8) \\ N_1 &= \frac{2\omega_0^2 + c_m^2 k_\perp^2 - c_m^2 (\omega_0^2 + \omega_{me}^2 + c_m^2 k_\perp^2) / s_t^2}{1 - c_m^2 / s_t^2} , \\ N_2 &= \frac{(\omega_0^2 + c_m^2 k_\perp^2)^2 - (\omega_0^2 + \omega_{me}^2 + c_m^2 k_\perp^2) c_m^2 k_\perp^2}{1 - c_m^2 / s_t^2} . \end{split}$$

Амплитуды колебаний как вектора упругих смещений **u**, так и вектора антиферромагнетизма **l** поляризованы линейно и направлены вдоль нормали к сагиттальной плоскости (в данном случае — к плоскости *yz*).

Сопоставление (4.8) с (4.5)–(4.7) показывает, что ПАВ данного типа при  $k_{\perp} = k_1$  делокализуется, превращаясь в объёмную упругую волну. Если  $k_{\perp} < k_1 < k_*$  ( $k_* \equiv 6\omega_{\rm me}/5c_{\rm m}$ ), то рассматриваемая сдвиговая ПАВ является двупарциальной обобщённой сдвиговой поверхностной упругой волной, дисперсионная кривая которой при  $k_{\perp} = k_*$  преобразуется в двупарциальную поверхностную сдвиговую упругую волну (в (4.3)  $q_{1,2}^2 > 0$ ). Несложно показать, что без учёта неоднородного обменного взаимодействия ( $\alpha \rightarrow 0$ ) данный тип локализованных магнитоупругих возбуждений не реализуется. В связи с этим найденное решение (4.8) краевой магнитоупругую сдвиговую ПАВ обменного типа.

Несложно убедиться в том, что в эластостатическом пределе  $(\omega^2/(s_t^2k_\perp^2)\to 0)$ закон дисперсии сдвиговой ПАВ

данного типа описывает поверхностную эластообменную спиновую волну, дисперсионная кривая которой показана штриховой линией на рис. 6б [90].

В пределе  $p_{1,2}d \to \infty$  этот закон дисперсии получается из (3.24) при условии  $p_{1,2}^2 < 0$ . Отметим, что сдвиговую ПАВ данного типа можно рассматривать как акустический аналог поверхностных экситонных поляритонов [113] или обобщённых поверхностных магнитных поляритонов [91, 92].

# 4.2. Сдвиговая ПАВ первого и второго типа в мелкослоистом одномерном магнитном фононном кристалле типа

# "антиферромагнетик–идеальный диамагнетик"

До сих пор мы рассматривали только случай механически свободной поверхности магнетика, вследствие чего формирующиеся вблизи поверхности скомпенсированного ЛО АФМ сдвиговые ПАВ представляли собой акустический аналог соответствующих типов поверхностных магнитных ТЕ-поляритонов. При этом эффект локализации возникал в результате гибридизации неоднородного обменного взаимодействия и фононного механизма косвенного спин-спинового взаимодействия за счёт дальнодействующего поля эластостатических упругих деформаций. Однако если исследуемая магнитная среда имеет сплошной акустический контакт с более жёсткой немагнитной средой, то тогда становится также возможным латеральное спин-спиновое взаимодействие за счёт дальнодействующего поля эластостатических упругих деформаций в немагнитной среде. Таким образом, в случае акустически сплошной границы раздела магнитной и немагнитной сред можно ожидать, что эффект локализации сдвиговой упругой волны вблизи поверхности магнетика может реализоваться в результате гибридизации только фононных механизмов косвенного спин-спинового взаимодействия через дальнодействующее поле эластостатических упругих деформаций в магнетике и в его немагнитном покрытии.

Такая сдвиговая ПАВ будет представлять собой акустический аналог поверхностных магнитных ТЕполяритонов, существующих вблизи границы раздела "АФМ – немагнитный диэлектрик".

Как говорилось в разделе 2, для сверхрешётки типа "магнетик – идеальный диамагнетик (сверхпроводник)" в рамках метода эффективной среды можно пренебречь эффектами магнитодипольного взаимодействия.

Однако до сих пор вопрос о спектре коллективных упругих возбуждений магнитного фононного кристалла типа "негиротропный магнетик-идеальный диамагнетик" с учётом его конечных размеров оставался открытым.

Определим в рамках метода эффективной среды необходимые условия для локализации сдвиговой упругой SH-волны, распространяющейся вдоль внешней поверхности ограниченного одномерного магнитного фононного кристалла типа "ЛО АФМ (среда 1)–идеальный сверхпроводник (среда 2)", имеющего акустически сплошной контакт с немагнитным покрытием [114]. Будем рассматривать только такие магнитоакустические конфигурации, которые допускают распространение волн SH-типа (см. раздел 2).

Пусть рассматриваемая магнитная сверхрешётка имеет ограниченное число периодов  $N_*$  и представляет собой полосу ( $-t \le \xi \le t$ ) толщиной  $2t = DN_*$ , бесконечную в своей развитой плоскости. Будем считать, что при  $\xi = \pm t$  она акустически жёстко связана с полуограниченными идеальными диамагнитными слоями толщиной  $t_+$ 

и *t*<sub>-</sub> соответственно, внешние поверхности которых механически свободны.

Если ограничиться длинноволновым пределом, то для описания упругой динамики сверхрешётки можно воспользоваться введёнными в разделе 2 эффективными упругими модулями. Будем также считать, что немагнитное покрытие сверхрешётки является упруго-изотропной средой, причём при  $\xi < -t$  и  $\xi > t$  его упругие свойства идентичны (модуль сдвига  $\tilde{\mu}$  и плотность  $\tilde{\rho}$ ). В результате с учётом (2.32)–(2.35) дисперсионное уравнение для спектра распространяющихся вдоль такой структуры сдвиговых волн SH-типа для всех трёх рассматриваемых геометрий можно представить в виде [114]

$$c_{\parallel}^{2}\alpha^{2} + ac_{\parallel}\alpha q [\tanh(qk_{\perp}t_{+}) + q \tanh(qk_{\perp}t_{-})] \coth(2\alpha k_{\perp}t) + q \tanh(qk_{\perp}t_{-})] \coth(2\alpha k_{\perp}t) + q \tanh(qk_{\perp}t_{-}) = 0$$
(4.0)

$$+ a^{2}q^{2} \tanh(qk_{\perp}t_{+}) \tanh(qk_{\perp}t_{-}) = 0, \qquad (4.9)$$

где

$$\begin{split} \alpha^2 &\equiv \frac{c_{\perp} - \omega^2 / (s_t^2 k_{\perp}^2)}{c_{\parallel}} > 0 , \qquad q^2 \equiv 1 - \frac{\omega^2}{(\bar{s}k_{\perp})^2} , \\ \tilde{s}^2 &\equiv \frac{\tilde{\mu}}{\tilde{\rho}} , \qquad a \equiv \frac{\tilde{\mu}}{\mu_1} . \end{split}$$

Если формально положить  $t_{+} = 0$  или  $t_{-} = 0$ , то соотношения (2.32)-(2.35), (4.9) будут описывать спектр сдвиговой упругой волны, распространяющейся вдоль ограниченного одномерного мелкослоистого магнитного фононного кристалла типа "легкоосный антиферромагнетик-идеальный сверхпроводник" толщиной 2t, одна поверхность которого механически свободна, а другая имеет акустически сплошной контакт с немагнитным слоем. Внешняя поверхность немагнитного слоя механически свободна. Анализ (4.9) с учётом (2.32)-(2.35) показывает, что формирование ПАВ SH-типа происходит при условии, что одновременно выполняются неравенства  $c_{\parallel} < 0$  и  $q^2 > 0$ . Для магнитоакустических конфигураций (2.32)-(2.35) это возможно, если  $\mathbf{k}_{\perp} \| x, \mathbf{u} \| y, \mathbf{l} \| \mathbf{n} \| z$  или  $\mathbf{k}_{\perp} \| y, \mathbf{u} \| \mathbf{l} \| z, \mathbf{n} \| x$ . Рассмотрим границу раздела двух полупространств, одно из которых занято указанной мелкослоистой сверхрешёткой  $(\xi < 0)$ , а другое — немагнитной средой  $(\xi > 0)$  при условии  $\tilde{s} > s_t$ . Тогда (4.9) при учёте (2.32)–(2.35) принимает вид

$$c_{\parallel}\alpha = -aq\,. \tag{4.10}$$

Таким образом, для обеих отмеченных выше геометрий распространения поверхностной SH-волны длинноволновая точка окончания дисперсионной кривой сдвиговой ПАВ определяется из (2.32)–(2.35), (4.9) как q = 0,  $c_{\parallel} = 0$ . Совместный анализ (2.32)–(2.35), (4.9) также показывает, что в случае  $\mathbf{k}_{\perp} || x, \mathbf{u} || y, \mathbf{l} || \mathbf{n} || z$  сдвиговая ПАВ при любой величине  $d_1/d_2 \neq 0$  имеет также коротковолновую точку окончания спектра, положение которой на плоскости внешних параметров частота–волновое число определяется из соотношений (2.32)–(2.35), (4.10) при условии  $\alpha = 0$ .

Согласно терминологии, принятой в динамике поляритонов [113], такая ПАВ SH-типа, обладающая коротковолновой точкой окончания спектра, может быть названа виртуальной сдвиговой ПАВ, или сдвиговой ПАВ второго типа.

Рассмотрим теперь геометрию  $\mathbf{k}_{\perp} \| y, \mathbf{u} \| \mathbf{l} \| z, \mathbf{n} \| x$ . Из (2.32)–(2.35), (4.10) следует, что в этом случае структура спектра сдвиговой ПАВ, распространяющейся вдоль границы раздела "полуограниченный мелкослоистый

1D МФК – полуограниченная немагнитная среда", будет существенно зависеть от отношения толщин магнитного и немагнитного слоёв, определяющих элементарный период рассматриваемого МФК. Если

$$d_1 < d_2 \,, \tag{4.11}$$

то дисперсионная кривая сдвиговой ПАВ, описываемой (2.32) – (2.35), (4.10), будет иметь коротковолновую точку окончания спектра (т.е. будет являться характерной для виртуальной сдвиговой ПАВ). Её положение на плоскости внешних параметров частота – волновое число определяется из соотношений (2.32) – (2.35), (4.10) при условии  $\alpha = 0$ .

Таким образом, в случае (4.11) вдоль границы раздела "полуограниченный мелкослоистый 1D МФК–полуограниченная немагнитная среда" распространяется виртуальная сдвиговая ПАВ. Если условие (4.11) не выполняется, то соотношения (2.32)–(2.35), (4.10) описывают спектр сдвиговой ПАВ, дисперсионная кривая которой не имеет коротковолновой точки окончания спектра (в рамках феноменологического подхода).

Согласно терминологии, принятой в динамике поляритонов [113], подобную ПАВ SH-типа, не обладающую коротковолновой точкой окончания спектра, можно назвать сдвиговой ПАВ первого типа.

Из (2.32)-(2.35) и (4.9), (4.10) следует, что уже в эластостатическом пределе (3.1) в рассматриваемом ограниченном одномерном мелкослоистом МФК с немагнитным покрытием при  $\mathbf{k}_{\perp} \parallel y$ ,  $\mathbf{u} \parallel \mathbf{l} \parallel z$ ,  $\mathbf{n} \parallel x$  возможно распространение безобменных поверхностных эластостатических спиновых волн s-типа. Соответствующие дисперсионные соотношения получаются из (2.32)-(2.35) и (4.9), (4.10) при условии, что

$$\alpha^2 \equiv \frac{c_\perp}{c_{\parallel}} > 0, \quad q^2 \equiv 1, \quad c_{\parallel} < 0.$$
(4.12)

В частности, в пределе  $d_2/d_1 \rightarrow 0$  из (4.9) получаем, что спектр таких поверхностных ЭСВ s-типа имеет вид

$$(\omega^2 - \Omega_+^2)(\omega^2 - \Omega_-^2) = 0, \qquad (4.13)$$

где

$$\Omega_{\pm}^{2} = \omega_{0}^{2} + \omega_{\mathrm{me}}^{2} \frac{R_{1} \pm \sqrt{R_{1}^{2} - R_{2}}}{1 + R_{1} \pm \sqrt{R_{1}^{2} - R_{2}}}, \qquad (4.14)$$

$$R_{1} \equiv \frac{a}{2} \left[ \tanh\left(k_{\perp}t_{+}\right) + \tanh\left(k_{\perp}t_{-}\right) \right] \coth\left(2k_{\perp}t\right), \qquad R_{2} \equiv a^{2} \tanh\left(k_{\perp}t_{+}\right) \tanh\left(k_{\perp}t_{-}\right).$$

Физическим механизмом, ответственным за формирование данного типа безобменных поверхностных спинволновых возбуждений, является гибридизация фононных механизмов косвенного спин-спинового взаимодействия через поле дальнодействующих квазистатических сдвиговых упругих деформаций как в самом магнетике, так и в его немагнитном покрытии. Это, в частности, приводит к возможности формирования экстремума (максимума) на дисперсионной кривой сдвиговой ПАВ, отвечающей (4.13), (4.14). Положение этого максимума на плоскости внешних параметров частота – волновое число можно изменять, варьируя толщину немагнитного покрытия и магнитного слоя (слоя 1D МФК).

Таким образом, наличие акустического контакта  $(a \neq 0)$  между немагнитным покрытием  $(\xi < 0)$  и поверхностью исследуемой сверхрешётки  $(\xi \ge 0)$  является



**Рис. 8.** Структура спектра сдвиговой ПАВ в слое 1D МФК типа "ЛО АФМ–идеальный диамагнетик" при  $\mathbf{k} \in xy, \mathbf{l} \parallel z, \mathbf{n} \perp \mathbf{l}: (a) f_1 > f_2,$ (б)  $f_1 < f_2$ . Жирная кривая, лежащая между линиями, помеченными знаками "+" и "-", — закон дисперсии сдвиговой ПАВ в полуограниченном 1D МФК. Штриховая прямая *l* соответствует  $\omega = \tilde{s}k_{\perp}$ , штриховая прямая  $2 - \omega = s_t k_{\perp}$ .

принципиально важным для формирования поверхностной упругой SH-волны рассматриваемого типа и поверхностной ЭСВ s-типа.

Структура спектра рассматриваемой сдвиговой ПАВ в случае ограниченного 1D МФК, обе внешние поверхности которого имеют сплошной акустический контакт с идентичными немагнитными полупространствами, для геометрии  $\mathbf{k}_{\perp} \| y$ ,  $\mathbf{u} \| \mathbf{l} \| z$ ,  $\mathbf{n} \| x$  при  $d_1/d_2 > 1$  и  $d_1/d_2 < 1$ представлена на рис. 8. Следует также отметить, что и соотношения (4.9)–(4.12), и выводы на их основе (в частности, рис. 8) остаются также справедливыми для спектра сдвиговой ПАВ мелкослоистого скомпенсированного 1D МФК типа "ферромагнетик–идеальный диамагнетик" с антипараллельным упорядочением равновесных намагниченностей любых соседних касательно намагниченных ферромагнитных слоёв. При этом необходимо считать, что эффективные упругие модули в (4.9)–(4.12) определяются соотношениями (2.42).

Кроме того, как показывают результаты расчёта, дисперсионными свойствами сдвиговой ПАВ данного типа с дисперсионным соотношением (4.9) можно также управлять, изменяя характер упругих граничных условий на внешних поверхностях немагнитных покрытий, ограничивающих слой рассматриваемого 1D МФК. В частности, если граничные условия отвечают не механически свободной, а жёстко закреплённой границе, то в (4.9) необходимо произвести замену  $tanh(qk_{\perp}t_{\pm}) \rightarrow - oth(qk_{\perp}t_{\pm})$ .

Следует также отметить, что при  $d_2/d_1 \rightarrow 0$  рассмотренный спектр сдвиговых ПАВ, распространяющихся вдоль пластины ЛО АФМ, обе поверхности которой имеют сплошной акустический контакт с немагнитной средой, представляет собой акустический аналог спектра поверхностных ТМ-поляритонов в пластине [115].

# 5. Индуцированные динамическим магнитоупругим взаимодействием особенности рефракции объёмных упругих волн на границе раздела магнитной и немагнитной сред

Как следует из общей теории волновых процессов в слоистых средах [59, 66, 116], локальная геометрия поверхности волновых векторов (поверхности рефракции) нормальной волны в неограниченной среде должна быть тесно связана с условиями рефракции и локализации данного нормального колебания при учёте конечных размеров реального образца. В данном разделе рассматриваются некоторые примеры, свидетельствующие о справедливости этих утверждений для случая магнитоупругих волн в слоистых средах [74].

Начнём с анализа возможности возбуждения сдвиговых ПАВ указанных в разделе 4 типов на примере уже рассмотренного одномерного мелкослоистого магнитного фононного кристалла.

#### 5.1. Возбуждение сдвиговых ПАВ с помощью акустических аналогов схем Отто и Кречмана

Поскольку описанные типы сдвиговых ПАВ являются акустическими аналогами тех или иных типов поверхностных поляритонов, то, следуя указанной аналогии, для их изучения можно использовать упругие аналоги схем Отто и Кречмана (метод неполного внутреннего отражения), широко применяемых при анализе спектра поверхностных поляритонов как в немагнитных, так и в магнитных средах [82, 113, 117, 118]. Как известно, в обеих схемах электромагнитная волна с той же поляризацией, что и у исследуемого поверхностного поляритона, падает из оптически более плотного полупространства на оптически менее плотную двухслойную структуру типа "магнитный слой-немагнитное полупространство" (схема Кречмана) или "немагнитный слоймагнитное полупространство" (схема Отто), на внутренней границе которой возможно формирование поверхностного магнитного поляритона. Таким образом, поверхностный магнитный поляритон, бегущий вдоль границы раздела магнитной и немагнитной сред, генерирует в оптически более плотном полупространстве объёмную электромагнитную волну с той же поляризацией, что и у поверхностной волны, т.е. является волной вытекающего типа.

Отсюда следует, что если в качестве примера магнитной среды выбрать мелкослоистый 1D МФК, то упругим аналогом схемы Отто для возбуждения сдвиговой ПАВ вблизи внешней поверхности МФК будет являться акустически сплошная сэндвич-структура типа "полубесконечная мягкая немагнитная среда (среда I)-жёсткий немагнитный слой толщиной L (среда II) – полубесконечный мелкослоистый 1D МФК (среда III)". Упругим аналогом схемы Кречмана является акустически сплошная сэндвич-структура типа "полубесконечная мягкая немагнитная среда (среда І)-слой толщиной L мелкослоистого 1D МФК (среда III)-полубесконечная жёсткая немагнитная среда (среда II)". И в том и в другом случае указанные структуры позволяют резонансным образом возбуждать сдвиговую ПАВ вблизи границы раздела "1D мелкослоистый МФК-жёсткая немагнитная среда" за счёт падающей из мягкой немагнитной среды І объёмной SH-волны.

Структура сечений поверхностей волновых векторов (ПВВ), обеспечивающих возбуждение виртуальной сдви-



Рис. 9. Структура сечений поверхности рефракции для возбуждения на границе раздела магнитной и немагнитной сред сдвиговой ПАВ: (а, б) сдвиговая ПАВ первого типа, (в, г) сдвиговая ПАВ второго типа, возбуждаемая с помощью акустического аналога схемы Отто (а, в) и Кречмана (б, г). I (II) — мягкая (жёсткая) немагнитная среда, III — магнитная среда (1D МФК).

говой ПАВ в трёхкомпонентной акустически сплошной структуре в случае схем Отто и Кречмана, приведена на рис. 9 (см. также [119]). Область волновых чисел, в которой возможно возбуждение рассматриваемой сдвиговой ПАВ первого или второго типа, на рис. 9 ограничена вертикальными пунктирными прямыми, а область волновых чисел отмечена двусторонними стрелками на той границе раздела сред, где формируется поверхностная волна.

Что касается коэффициента отражения R на границе раздела "слой – верхнее полупространство", то поскольку и в слое, и в нижнем полупространстве возбуждаются только эванесцентные волны, то модуль |R|, без учёта диссипации в нижнем полупространстве, строго равен единице. В противном случае |R| будет достигать минимума при тех значениях частоты и волнового числа (угла наклона), которые одновременно удовлетворяют закону дисперсии сдвиговой ПАВ, локализованной на границе раздела "слой – нижнее полупространство".

Как показано в работе [120], учёт диссипации может качественно изменить характер отражения упругой волны, падающей на поверхность дефекта, вблизи которого имеется локализованная мода, — от полного отражения до практически полного прохождения. Вместе с тем при определённых условиях возможен также недиссипативный механизм реализации эффекта безотражательного прохождения сдвиговой упругой волны через мелкослоистый одномерный магнитный фононный кристалл с конечной толщиной.

# 5.2. Безотражательное прохождение объёмной сдвиговой упругой волны через ограниченный мелкослоистый одномерный магнитный фононный кристалл с немагнитным покрытием

Представим с помощью матрицы перехода  $\hat{M}$  для слоя толщиной d с нормалью к поверхности **n** и поверхност-

ным импедансом Z выражение для коэффициента отражения R сдвиговой объёмной волны для структуры, состоящей из слоя толщиной d, обе поверхности которого имеют сплошной акустический контакт с неидентичными по упругим свойствам полупространствами [121] (см. (2.22)).

Если u — компонента вектора поляризации,  $k_{\parallel}$  — нормальная к поверхности слоя компонента волнового вектора объёмной SH-волны, то

$$\begin{pmatrix} u\\s \end{pmatrix}_{0} = M_{ik} \begin{pmatrix} u\\s \end{pmatrix}_{-d},$$

$$M_{ik}(k_{\parallel}, d) = \begin{pmatrix} \cos\left(k_{\parallel}d\right) & Z^{-1}\sin\left(k_{\parallel}d\right) \\ -Z\sin\left(k_{\parallel}d\right) & \cos\left(k_{\parallel}d\right) \end{pmatrix}.$$

$$(5.1)$$

Тогда для сдвиговой объёмной SH-волны, падающей из верхнего полупространства ( $\xi > 0$ ) на поверхность слоя,

$$R = \frac{Z_{+}Z_{-}M_{12} + M_{21} + i(Z_{+}M_{11} - Z_{-}M_{22})}{Z_{+}Z_{-}M_{12} - M_{21} + i(Z_{+}M_{11} + Z_{-}M_{22})}, \qquad (5.2)$$

где  $Z_+$  и  $Z_-$  — поверхностные импедансы сред соответственно при  $\xi > 0$  и при  $\xi < -d, M_{ik}$  — элементы матрицы перехода (5.1).

Таким образом, в случае полуволнового слоя

$$M_{11} = M_{22} = 1$$
,  $M_{21} = M_{12} = 0$ ,  $R = \frac{Z_+ - Z_-}{Z_+ + Z_-}$ . (5.3)

Если сдвиговая волна в слое является эванесцентной  $(k_{\parallel}^2 < 0)$ , то при  $Z_+ = Z_-$  в (5.2) |R| < 1.

Пусть теперь промежуточный слой, связывающий в рассматриваемой структуре верхнее и нижнее полупространства, представляет собой акустически сплошную систему, состоящую из слоя упруго-изотропной немагнитной среды (среда II) и слоя 1D МФК, описываемого соотношениями (2.32)–(2.35) (среда III), с толщинами  $t_{\rm II}$  и  $t_{\rm III}$  соответственно. Если  $Z_{\rm II}$  ( $Z_{\rm III}$ ) — поверхностный акустический импеданс среды II (III), то соотношение для коэффициента отражения *R* сдвиговой объёмной упругой волны по-прежнему имеет вид (5.2), однако теперь

$$M_{11} = \cos(k_{\rm II}t_{\rm II})\cos(k_{\rm III}t_{\rm III}) - \frac{Z_{\rm III}}{Z_{\rm II}}\sin(k_{\rm II}t_{\rm II})\sin(k_{\rm III}t_{\rm III}),$$
  

$$M_{12} = Z_{\rm III}^{-1}\cos(k_{\rm II}t_{\rm II})\sin(k_{\rm III}t_{\rm III}) + Z_{\rm II}^{-1}\cos(k_{\rm III}t_{\rm III})\sin(k_{\rm II}t_{\rm II}),$$
  

$$M_{21} = -Z_{\rm II}\sin(k_{\rm II}t_{\rm II})\cos(k_{\rm III}t_{\rm III}) - (5.4)$$

$$-Z_{\rm III} \sin (k_{\rm III} t_{\rm III}) \cos (k_{\rm II} t_{\rm II}),$$
  
$$M_{22} = \cos (k_{\rm II} t_{\rm II}) \cos (k_{\rm III} t_{\rm III}) - \frac{Z_{\rm II}}{Z_{\rm III}} \sin (k_{\rm II} t_{\rm II}) \sin (k_{\rm III} t_{\rm III}),$$

где  $k_{\rm II}^2 \equiv \omega^2 \rho_{\rm II} / \mu_{\rm II} - k_{\perp}^2$ ,  $\rho_{\rm II}$  и  $\mu_{\rm II}$  — плотность и модуль сдвига среды II,  $k_{\rm III}$  — нормальная к поверхности 1D МФК компонента волнового вектора сдвиговой объёмной волны в МФК, определяемая из (2.32)–(2.35).

Анализ (5.4) показывает, что и в данном случае попрежнему возможно выполнение соотношений (5.3) при условии, что частота и угол падения объёмной SH-волны



Рис. 10. Структура сечений поверхности рефракции для слоистой структуры типа "магнетик – немагнетик", реализующей безотражательное прохождение объёмной SH-волны за счёт возбуждения сдвиговой магнитоупругой ПАВ первого (а) или второго (б) типа. Здесь I (II) — мягкая (жёсткая) немагнитная среда, III — магнитная среда (1D МФК).

в верхнем полупространстве одновременно удовлетворяют следующим условиям:

$$Z_{\rm II} = -Z_{\rm III}, \quad q_{\rm II} t_{\rm II} = q_{\rm III} t_{\rm III}, \qquad (5.5)$$

где  $q_{II}^2 \equiv -k_{II}^2$ ,  $q_{III}^2 \equiv -k_{III}^2$ . Когда верхнее и нижнее полупространства идентичны по упругим свойствам,  $Z_+ \equiv Z_-$ , указанные условия отвечают полному прохождению (R = 0) сдвиговой объёмной волны через рассматриваемую двухслойную структуру. При этом, в частности, необходимо, чтобы одновременно выполнялись соотношения  $Z_{II}Z_{III} < 0$ ,  $t_{II}t_{III} \neq 0$ .

Анализ (5.5) показывает, что в данном случае, несмотря на существование в немагнитном слое среды II поля эванесцентных сдвиговых упругих волн, наличие слоя композитного магнитного материала (мелкослоистого МФК) делает возможным безотражательное прохождение объёмной сдвиговой волны через рассматриваемую слоистую структуру.

С физической точки зрения, первое из соотношений в (5.5) определяет дисперсионное уравнение сдвиговой ПАВ, распространяющейся вдоль границы раздела двух полупространств, одно из которых занято немагнитной средой II, а другое — мелкослоистым 1D МФК (4.10). Выполнение данных соотношений возможно при возбуждении на поверхности 1D МФК сдвиговой ПАВ как первого, так и второго типа.

Структура сечений поверхности волновых векторов (ПВВ) сдвиговой волны в рассматриваемой четырёхкомпонентной структуре для случая безотражательного прохождения с участием сдвиговой ПАВ первого или второго типа приведена на рис. 10.

Следует также отметить, что при  $t_{\rm III} < t_{\rm II}$  условия безотражательного прохождения сдвиговой объёмной волны (5.5) остаются в силе и тогда, когда слой среды III находится не на поверхности, а внутри немагнитного слоя среды II. Если  $t_{\rm III} > t_{\rm II}$ , то соотношения (5.5) определяют условия безотражательного прохождения объёмной SH-волны и для структуры, в которой слой немагнитной среды II находится не на поверхности, а внутри среды III.

Найденные аномалии в распространении сдвиговой упругой волны через слоистую акустически сплошную структуру, содержащую слой композитного магнитного

материала, представляют собой акустический аналог рассмотренного в [122] эффекта усиления фотонного туннелирования слоем одноосной анизотропной левой среды.

# 5.3. Отрицательная и аномальная акустическая рефракция

# в одномерном мелкослоистом фононном кристалле

Как известно из кристаллооптики и кристаллоакустики [59, 123, 124], при анализе условий отражения и преломления рассматриваемого объёмного нормального колебания на границе раздела сред важную роль играет форма поверхности рефракции такой нормальной волны.

В этом разделе на примере мелкослоистого 1D МФК типа "ЛО АФМ – идеальный диамагнетик" (см. раздел 2) покажем (см. также [125]), что в определённых условиях в такой композитной среде становится возможным формирование ряда новых акустических эффектов, электромагнитные аналоги которых активно исследуются в динамике фотонных кристаллов, обладающих отрицательным индексом рефракции (так называемые левые среды — left medium), но которые до сих пор не были известны для магнитных фононных кристаллов: отрицательная акустическая рефракция (групповые скорости падающей и преломлённой упругой волн лежат по одну сторону от нормали к границе раздела сред, т.е. тангенциальные компоненты групповой скорости падающей и преломлённой волн различаются знаком). Если по-прежнему ограничиться теми же магнитоакустическими конфигурациями, что и в разделе 2, то в рамках модели эффективной среды соответствующие эффективные упругие модули будут определяться соотношениями (2.32) - (2.35).

Пусть рассматриваемый 1D МФК занимает нижнее полупространство ( $\xi < 0$ ), а его внешняя поверхность ( $\xi = 0$ ) имеет сплошной акустический контакт с однородным упруго-изотропным полупространством ( $\xi > 0$ ), из которого на поверхность сверхрешётки падает упругая объёмная волна с частотой  $\omega$  и волновым числом  $k_{\perp}$ .

Ограничимся в дальнейшем рассмотрением случая, в котором нормаль к плоскости падения совпадает с одной из основных координатных осей, вследствие чего возбуждаемые в сверхрешётке упругие нормальные моды будут разделяться на волны, поляризованные в плоскости падения (квазипродольная и квазипоперечная мода) и перпендикулярно к ней (волна SH-типа). Если  $\mathbf{k} \in xy$ , то квазипродольная и квазипоперечная волны превращаются соответственно в продольную и поперечную (волны Р- и SV-типа) [63]. Тогда кинематика отражённой (преломлённой) нормальной волны с заданными частотой  $\omega$  и проекцией волнового вектора на поверхность среды  $k_{\perp}$  определяется структурой сечения её поверхности волновых векторов плоскостью отражения (преломления) в k-пространстве [59, 123, 124]. Радиус-вектор точки на таком сечении коллинеарен направлению фазовой скорости, а внешняя нормаль совпадает с направлением групповой скорости возбуждаемой нормальной моды с  $k_{\parallel} = k_{\parallel}(k_{\perp}, \omega)$ , где  $k_{\parallel}$  — проекция волнового вектора возбуждаемой волны на нормаль к границе раздела сред.

Таким образом, можно выделить четыре типа точек сечения ПВВ, в которых проекции волновой и групповой скорости на границу раздела сред и на нормаль к ней имеют разные знаки (ограничимся случаем, в котором и фазовая, и групповая скорости преломлённой волны лежат в одной плоскости):

$$\begin{split} \mathbf{A} & \left( \mathbf{k}_{\perp} \frac{\partial \omega}{\partial \mathbf{k}_{\perp}} > 0 \,, \quad \mathbf{k}_{\parallel} \frac{\partial \omega}{\partial \mathbf{k}_{\parallel}} > 0 \right) \,, \\ \mathbf{B} & \left( \mathbf{k}_{\perp} \frac{\partial \omega}{\partial \mathbf{k}_{\perp}} > 0 \,, \quad \mathbf{k}_{\parallel} \frac{\partial \omega}{\partial \mathbf{k}_{\parallel}} < 0 \right) \,, \\ \mathbf{C} & \left( \mathbf{k}_{\perp} \frac{\partial \omega}{\partial \mathbf{k}_{\perp}} < 0 \,, \quad \mathbf{k}_{\parallel} \frac{\partial \omega}{\partial \mathbf{k}_{\parallel}} > 0 \right) \,, \end{split}$$
(5.6)  
$$\mathbf{D} & \left( \mathbf{k}_{\perp} \frac{\partial \omega}{\partial \mathbf{k}_{\perp}} < 0 \,, \quad \mathbf{k}_{\parallel} \frac{\partial \omega}{\partial \mathbf{k}_{\parallel}} < 0 \right) \,. \end{split}$$

Для преломлённой волны всегда должны выполняться два условия: 1) тангенциальные проекции волновых векторов падающей ( $\mathbf{k}_{\perp i}$ ) и преломлённой ( $\mathbf{k}_{\perp r}$ ) волн на границу раздела сред равны; 2) вектор групповой скорости  $\mathbf{v}_{g}$  преломлённой волны образует острый угол с внутренней нормалью к границе раздела сред. Таким образом, отрицательная рефракция,  $\mathbf{k}_{\perp r} \partial \omega / \partial \mathbf{k}_{\perp r} < 0$ , в принципе возможна только для точек С и D типа (5.6) ПВВ преломлённой волны.

С учётом (2.32)–(2.35) форма сечения ПВВ плоскостью падения для преломлённой в 1D МФК объёмной волны SH-типа имеет вид

$$k^{2} = \frac{k_{0}^{2}}{c_{\parallel} \cos^{2} \phi + c_{\perp} \sin^{2} \phi}, \quad k_{0} \equiv \frac{\omega}{s_{t}},$$
  

$$\tan \phi = \frac{k_{\perp}}{k_{\parallel}}, \quad k_{\parallel}^{2} + k_{\perp}^{2} = k^{2}.$$
(5.7)

Здесь

$$c_{\parallel} = \bar{c}_{44} , \quad c_{\perp} = \bar{c}_{66} , \quad \mathbf{k} \in xz , \quad \mathbf{n} \parallel z , \quad \tan \phi = \frac{k_x}{k_z} ,$$
  

$$c_{\parallel} = \bar{c}_{66} , \quad c_{\perp} = \bar{c}_{44} , \quad \mathbf{k} \in xz , \quad \mathbf{n} \parallel x , \quad \tan \phi = \frac{k_z}{k_x} .$$
(5.8)

Таким образом, отрицательная акустическая рефракция возможна, если

$$\bar{c}_{44} < 0, \quad \mathbf{k} \in xz, \quad \mathbf{n} \parallel x. \tag{5.9}$$

Тогда как эффект аномальной акустической рефракции (фазовые скорости падающей и преломлённой упругой волн лежат по одну сторону от нормали к границе раздела сред, т.е. нормальные компоненты фазовых скоростей падающей и преломлённой волн различаются знаком) имеет место при

$$\bar{c}_{44} < 0, \quad \mathbf{k} \in xz, \quad \mathbf{n} \parallel z. \tag{5.10}$$

Структура сечений ПВВ для объёмной сдвиговой волны в обсуждаемых случаях приведена на рис. 11.



**Рис. 11.** Структура сечений поверхности рефракции в случае падения объёмной SH-волны ( $\mathbf{k} \in xz$ ) из упруго-изотропной немагнитной среды (верхнее полупространство, штриховая кривая) на поверхность полуограниченного 1D МФК: (а) отрицательная акустическая рефракция ( $\mathbf{n} \parallel z$ ).

Для рассмотренных выше магнитоакустических конфигураций найденные аномалии акустической рефракции существуют и в предельном случае  $d_2/d_1 \rightarrow 0$ , что отвечает пространственно однородному ЛО АФМ.

Качественно иная ситуация имеет место в случае, когда в рассматриваемом мелкослоистом 1D МФК сагиттальная плоскость совпадает с плоскостью *ху* (2.32)-(2.35). Для такой магнитоакустической конфигурации сечение ПВВ нормальной сдвиговой волны при условии  $d_1d_2 = 0$  (бесконечная пространственно однородная магнитная (при  $d_2 = 0$ ) или немагнитная (при  $d_1 = 0$ ) среда) имеет вид окружности, что резко противоречит условиям мелкослоистого МФК ( $d_1d_2 \neq 0$ ). Форма сечения ПВВ плоскостью падения для преломлённой в МФК объёмной волны SH-типа по-прежнему определяется (5.7), но теперь

$$c_{\parallel} = \bar{c}_{55}, \ c_{\perp} = \bar{c}_{44}, \ \mathbf{k} \in xy, \ \mathbf{n} \parallel x, \ \tan \phi = \frac{\kappa_y}{k_x}.$$
 (5.11)

Анализ показывает, что в этой магнитоакустической конфигурации эффект отрицательной акустической рефракции для сдвиговой объёмной волны реализуется, если одновременно удовлетворяются соотношения

$$c_{\parallel} = \bar{c}_{55} > 0, \qquad c_{\perp} = \bar{c}_{44} < 0,$$
 (5.12)

тогда как эффект аномальной акустической рефракции в той же магнитоакустической конфигурации возможен при условии одновременного выполнения следующих неравенств:

$$c_{\parallel} = \bar{c}_{55} < 0, \quad c_{\perp} = \bar{c}_{44} > 0.$$
 (5.13)

Таким образом, даже при фиксированных значениях частоты и угла падения объёмной сдвиговой волны на внешнюю поверхность сверхрешётки можно управлять характером рефракции, изменяя относительную долю магнитной и немагнитной сред, составляющих период 1D МФК. При этом для данной магнитоакустической конфигурации эффекты как отрицательной, так и аномальной акустической рефракции в принципе не достижимы в случае, когда вместо мелкослоистого 1D МФК имеется пространственно однородная магнитная или немагнитная среда, образующая элементарный период обсуждаемого фононного кристалла (т.е. при  $d_1d_2 = 0$ ). Таким образом, в этом случае рассматриваемый 1D МФК можно считать магнитоакустическим метаматериалом.

Из (2.35), (2.42) следует, что результат, аналогичный (5.13), можно получить и для мелкослоистого скомпенсированного 1D МФК типа "ферромагнетик – идеальный диамагнетик" с антипараллельным упорядочением равновесных намагниченностей любых соседних касательно намагниченных ферромагнитных слоёв.

Отрицательная акустическая рефракция может формироваться не только в случае преломлённой упругой волны, поляризованной ортогонально плоскости падения (сагиттальной плоскости), но и в случае, когда преломлённая упругая волна поляризована в плоскости падения. В рассматриваемой модели мелкослоистой магнитной сверхрешётки это возможно, если сагиттальная плоскость совпадает с *xz* или *yz*.

Пусть, например,  $\mathbf{n} \| z$ ,  $\mathbf{k} \in xz$ , тогда расчёт с учётом (2.32)–(2.35) показывает, что в рассматриваемой мелкослоистой сверхрешётке для данной магнитоакустической конфигурации возможен эффект акустического двулучепреломления без изменения ветви, причём обе ветви принадлежат одной и той же моде (обладают одними и теми же частотой  $\omega$ , поляризацией и волновым числом



**Рис. 12.** Зависимость от частоты сечений поверхности рефракции в случае падения объёмной SV-волны ( $\mathbf{k} \in xz$ ) из упруго-изотропной немагнитной среды (верхнее полупространство, штриховая кривая) на поверхность полуограниченного 1D МФК: (a)  $0 < \bar{c}_{55}(\omega) \ll \mu$ , (б)  $-(\lambda + \mu) < \bar{c}_{55}(\omega) < 0$ , (в) второе неравенство в (5.15), (г)  $0 < \bar{c}_{55}(\omega) \approx \mu$ .

 $k_{\perp}$  спектра нормальных упругих колебаний квазипоперечной моды).

Сечение соответствующей полости ПВВ плоскостью падения (*xz*) описывается соотношением вида

$$k^{2} = \frac{A + \sqrt{A^{2} - 4B}}{2B} \omega^{2}, \quad A = \lambda + 2\mu + \bar{c}_{55},$$
  
$$\tan \theta = \frac{k_{x}}{k_{z}}, \quad \bar{c}_{55} \equiv \mu_{1} \frac{\omega_{0}^{2} - \omega^{2}}{\omega_{0}^{2} + \omega_{me}^{2} f_{1} - \omega^{2}}, \quad (5.14)$$

$$B = (\lambda + 2\mu)\bar{c}_{55} + (\lambda + \mu)(\mu - \bar{c}_{55})\sin^2 2\theta.$$

Из (5.14) следует, что для заданных величин  $k_{\perp}$  и  $\omega$  отрицательная акустическая рефракция возможна только для одной из ветвей преломлённой квазиобъёмной волны при условии, что одновременно выполняются условие  $k_{\perp} > k_*$  и одно из следующих неравенств:

$$- (\lambda + \mu) < \bar{c}_{55} < 0,$$

$$\bar{c}_{55}(\omega) > \sqrt{\mu(\lambda + \mu) + 0.25(3\lambda + 2\mu)^2} - 0.5(3\lambda + 2\mu).$$
(5.15)

Здесь  $k_*$  определяется как значение  $k_{\perp}$ , удовлетворяющее соотношению  $\partial k_{\perp}/\partial k_{\parallel} = 0$ .

Что касается второй ветви преломлённой квазипоперечной волны из (5.14), обладающей теми же поляризацией, частотой  $\omega$  и волновым числом  $k_{\perp}$ , то для неё эффект отрицательной акустической рефракции отсутствует:  $\mathbf{k}_{\perp}\partial\omega/\partial\mathbf{k}_{\perp} > 0$ , а фазовые скорости падающей и преломлённой волн лежат по одну сторону от внешней нормали к границе раздела сред (эффект аномальной акустической рефракции).

Структура сечений ПВВ квазипоперечной волны в данном случае приведена на рис. 12.

Аналогично тому, как это происходит в случае фотонных кристаллов [126], указанный выше эффект отрицательной акустической рефракции может проявляться и в нелинейной магнитоупругой динамике одномерного МФК, например при генерации преломлённой волны с гармониками, кратными основной частоте.

Следует также отметить, что, помимо стрикции, возможны и другие механизмы формирования отрицатель-

4\*

ной кривизны на сечении ПВВ сагиттальной плоскостью, а следовательно, и реализации эффектов как отрицательной, так и аномальной акустической рефракции. К их числу можно отнести пьезоэлектрический и пьезомагнитный эффекты для волн SH-типа, а также анизотропию упругих свойств для квазипоперечных упругих волн.

## 5.4. Проявление топологии поверхности волновых векторов нормальных магнитоупругих возбуждений в спектре ограниченного магнетика

Поскольку для заданных значений волнового числа  $k_{\perp}$  и частоты  $\omega$  предельная объёмная волна, распространяющаяся вдоль поверхности магнетика, может оказаться неустойчивой по отношению к трансформации в поверхностную волну с той же поляризацией [98, 109], то можно ожидать, что необходимые условия формирования такой поверхностной волны будут связаны с формой сечения поверхности волновых векторов соответствующей нормальной объёмной волны сагиттальной плоскостью (впервые это было продемонстрировано на примере волн Рэлея в немагнитных средах и сдвиговых ПАВ в пьезомагнетиках в работах [127, 128] и [108] соответственно).

Рассмотрим, как связаны указанные в разделах 2, 3 эффекты в поверхностной динамике полуограниченного магнетика с локальной геометрией ПВВ нормальной магнитоупругой волны в неограниченном магнетике. Начнём со случая безобменного предела.

5.4.1. Связь между локальной геометрией сечения ПВВ и условиями формирования сдвиговой ПАВ на поверхности магнетика. В качестве примера воспользуемся соотношениями (2.32)-(2.35). Для фиксированного значения частоты эти соотношения определяют, в частности, форму сечения ПВВ нормальной SH-волны неограниченного мелкослоистого 1D МФК типа "легкоосный антиферромагнетик – сверхпроводник" при  $\mathbf{n} \| x, \mathbf{k}_{\perp} \| y,$  $\mathbf{u} \| \mathbf{l} \| z$ . Сопоставим соотношения (2.32)–(2.35) с условиями существования сдвиговой поверхностной однопарциальной ПАВ вблизи внешней поверхности полуограниченного 1D МФК с  $d_1 < d_2$  в той же магнитоакустической конфигурации (см. (4.10)). Анализ показывает, что для формирования виртуальной сдвиговой ПАВ второго типа необходимо, чтобы максимум отрицательной кривизны на сечении ПВВ соответствующей нормальной волны в неограниченной среде совпадал с направлением распространения рассматриваемой безобменной ПАВ (рис. 11б).

Из соотношений раздела 4.2 также следует, что этот критерий в принципе остаётся в силе и в случае сдвиговой двупарциальной ПАВ, формирующейся вблизи механически свободной поверхности ЛО АФМ за счёт гибридизации магнитоупругого и неоднородного обменного взаимодействий. В частности, в случае  $\mathbf{u} \parallel y$ ,  $\mathbf{k} \in xz$  и  $\mathbf{n} \parallel z \parallel \mathbf{l}$  при пренебрежении акустическим запаздыванием  $(\omega/s_t k_\perp \rightarrow 0)$  из (3.16) следует, что форма сечения в *k*-пространстве изочастотной ( $\omega = \text{const}$ ) поверхности нормальной объёмной эластообменной спиновой волны неограниченного антиферромагнитного кристалла сагиттальной плоскостью (*xz*) определяется уравнением вида

$$c_{\rm m}^2 k^2 \approx \omega^2 - \omega_0^2 - \omega_{\rm me}^2 \sin^2 \theta \,. \tag{5.16}$$

Результаты расчёта показывают, что условия, при которых на исследуемой кривой (5.16) происходит формирование участков с отрицательной гауссовой кривиз-



**Рис. 13.** Зависимость от частоты сечений поверхности рефракции в случае падения объёмной SH-волны из упруго-изотропной немагнитной среды (верхнее полупространство, штриховая линия) на поверхность полуограниченного ЛО АФМ ( $||z, \mathbf{n}||z, \mathbf{k} \in xz$ ) в эластообменном пределе: (a)  $\omega_0^2 < \omega^2 < \omega_{me}^2 + \omega_0^2$ , (б)  $\omega_0^2 + \omega_{me}^2 < \omega^2 < 2\omega_{me}^2 + \omega_0^2$ , (в)  $\omega^2 > 2\omega_{me}^2 + \omega_0^2$ .

ной, могут быть представлены в виде

$$\omega^2 < \omega_0^2 + 2\omega_{\rm me}^2 \,, \tag{5.17}$$

$$k_{\perp}^2 < \frac{\omega_{\rm me}^2}{c_{\rm m}^2} \,. \tag{5.18}$$

При этом, как следует из (5.16), участок с максимальной отрицательной гауссовой кривизной на рассматриваемом сечении ПВВ реализуется при  $\theta = \pi/2$  (рис. 13). Кроме того, требуется, чтобы нормаль к поверхности магнетика **n** была перпендикулярна направлению, в котором происходит формирование указанного участка с максимальной отрицательной кривизной.

Поскольку пространственное распределение амплитуды нормальных объёмных колебаний является результатом интерференции падающих на образец и отражённых от его границ волн, то можно ожидать, что локальная геометрия поверхности волновых векторов рассматриваемого типа нормальных колебаний должна существенно влиять и на структуру объёмных колебаний с той же поляризацией в случае кристалла конечных размеров.

5.4.2. Связь между локальной геометрией сечения ПВВ и структурой спектра объёмных магнитоупругих возбуждений в ограниченном магнетике (эластостатический предел). В качестве примера рассмотрим пластину легкоосного антиферромагнетика (в равновесном состоянии  $||z, |\mathbf{m}| = 0$ ), спектр эластообменных возбуждений которого рассмотрен в разделе 3.3. Результаты расчёта показывают, что в эластостатическом приближении (3.1) с учётом магнитоупругого и неоднородного обменного взаимодействий в неограниченном ЛО АФМ форма сечения соответствующей ПВВ сагиттальной плоскостью xz для ЭОСВ s-типа определяется (5.16), тогда как для ЭОСВ р-типа она определяется следующим выражением:

$$c_{\rm m}^2 k^2 \approx \omega^2 - \omega_0^2 - \omega_{\rm me}^2 \left(1 - \frac{s_{\rm t}^2}{s_{\rm l}^2}\right) \sin^2 2\theta$$
. (5.19)



Рис. 14. Зависимость от частоты сечений поверхности рефракции в случае падения объёмной SV-волны из упруго-изотропной немагнитной среды (верхнее полупространство, штриховая кривая) на поверхность полуограниченного ЛО АФМ ( $||z, \mathbf{n}||z, \mathbf{k} \in xz$ ) в эластообменном пределе ( $\tilde{\omega}_{me}^2 \equiv \omega_{me}^2(1 - s_t^2/s_t^2)$ ): (a)  $\omega_0^2 < \omega^2 < \tilde{\omega}_{me}^2 + \omega_0^2$ , (б)  $\omega_0^2 + \tilde{\omega}_{me}^2 < \omega^2 < 5\tilde{\omega}_{me}^2 + \omega_0^2$ , (в)  $\omega^2 > 5\tilde{\omega}_{me}^2 + \omega_0^2$ .

Структура этих кривых в зависимости от частоты представлена соответственно на рис. 13 и 14.

В безобменном приближении ( $c_{\rm m} \rightarrow 0$ ) сечения ПВВ объёмной ЭСВ как s-типа, так и p-типа в k-пространстве, описываемые соотношениями (5.16), (5.19), будут представлять собой две (в случае волны s-типа (5.16)) или четыре (в случае волны р-типа (5.19)) прямые линии, пересекающиеся в начале координат (см. соответственно рис. 11 и 12б). Известно, что нормаль к поверхности рефракции (ПВВ) совпадает с направлением групповой скорости волны [59, 123]. В этом случае можно ожидать, что исследование локальной геометрии сечения изочастотной поверхности (5.16), (5.19) сагиттальной плоскостью позволит судить о том, к какому типу волны (прямому или обратному) относится участок дисперсионной кривой соответствующей объёмной волны в пластине, так как любая точка сечения (5.16), (5.19) будет описываться двумя числами из следующего набора, характеризующего исследуемую объёмную волну:  $\omega$ , v, d и  $k_{\perp}$  (при выбранных двух числах остальные два должны считаться заданными).

Сравнение соотношений (5.16), (5.19) (как в безобменном приближении ( $c_m \rightarrow 0$ ), так и с учётом неоднородного обменного взаимодействия) с соответствующими дисперсионными соотношениями для распространяющихся вдоль АФМ-пластины эластостатических или эластообменных объёмных спин-волновых возбуждений s- или р-типа (см. разделы 3.1, 3.3) позволяет сделать следующие выводы.

В качестве примера рассмотрим случай объёмных ЭСВ и ЭОСВ s-типа (см. соотношения (3.4), (3.5) (рис. 1a, б) и (3.30), (3.33) (рис. 7a, б) соответственно) и сечение (5.16) сагиттальной плоскостью *xz* (см. рис. 13).

Если для заданной  $\omega = \text{const}$  и поверхности рефракции (5.16) в точке пересечения этой поверхности с прямой  $k_{\perp} = \text{const}$  проекция групповой скорости на границу раздела сред отрицательна, то распространяющаяся вдоль плёнки толщиной *d* в направлении  $\mathbf{k}_{\perp}/|\mathbf{k}_{\perp}|$  объёмная ЭСВ с номером моды *v* будет волной обратного типа (см., например, (3.5), (3.33)). Если эта проекция положительна, то соответствующая объёмная волна, распространяющая вдоль пластины в направлении  $\mathbf{k}_{\perp}/|\mathbf{k}_{\perp}|$ ,

будет волной прямого типа (см., например, (3.4), (3.30)). Таким образом, как и в случае объёмных поляритонов, отрицательная рефракция и формирование обратной объёмной волны являются сопутствующими эффектами. Если при заданной  $\omega = \text{const}$  прямая  $k_{\perp} = \text{const}$  пересекает кривую, определяющую сечение ПВВ сагиттальной плоскостью, несколько раз (в случае (5.16) — дважды), то это означает, что в данной магнитоакустической конфигурации существуют необходимые условия для реализации кроссовера между дисперсионными кривыми, принадлежащими модам спектра объёмных волн с одной и той же поляризацией, распространяющимся вдоль пластины в направлении  $\mathbf{k}_{\perp}/|\mathbf{k}_{\perp}|$ . Номера мод отвечают ординатам точек пересечения прямой  $k_{\perp} = \text{const}$  и сечения (5.16).

Наличие на сечении ПВВ сагиттальной плоскостью точек, в которых  $\partial \omega / \partial k_{\perp} = 0$  при некотором  $k_{\perp} \neq 0$  (нормаль к поверхности ортогональна к границе раздела сред), отвечает случаю, в котором на дисперсионной кривой моды с номером *v*, принадлежащей спектру объёмных колебаний, бегущих вдоль поверхности плёнки толщиной 2*d* в направлении  $\mathbf{k}_{\perp}/|\mathbf{k}_{\perp}|$ , имеется экстремум при этом значении волнового числа  $k_{\perp}$ . Будет ли эта точка максимумом или минимумом, определяется тем, является ли в данной точке локальная гауссова кривизна сечения ПВВ этого типа нормальной волны соответственно отрицательной или положительной.

Справедливость подобного подхода сохраняется и в случае объёмных ЭСВ и ЭОСВ р-типа (см. соотношения (3.8) (рис. 1в) и (3.36) (рис. 7в) соответственно и сечение ПВВ (5.19) сагиттальной плоскостью *хz* на рис. 14). Следует отметить, что указанная выше связь между локальной геометрией сечения ПВВ и структурой спектра как поверхностных, так объёмных нормальных волн остаётся в силе и для волн другой физической природы [129–132].

До сих пор, рассматривая связь между формой ПВВ и магнитоупругой динамикой ограниченного магнетика на примере пластины легкоосного АФМ в коллинеарной фазе, мы ограничивались анализом эффектов, связанных с топологией сечения ПВВ с заданной поляризацией спиновых (упругих) колебаний. Вместе с тем, как следует из (5.16), (5.19), уже в неограниченном ЛО АФМ возможно существование замкнутой линии, вдоль которой пересекаются указанные поверхности волновых векторов, отвечающие разным поляризациям нормальных колебаний. Каждая точка такой линии определяет в *k*-пространстве некоторое особое направление, вдоль которого любая спиновая волна с частотой  $\omega = \text{const}$ будет иметь одну и ту же фазовую скорость, вне зависимости от поляризации. При этом, если поляризация волны в плоскости с нормалью вдоль такого особого направления описывает эллиптическую кривую, то групповая скорость спиновой волны будет определять некоторую коническую поверхность с вершиной, лежащей в рассматриваемой точке пересечения поверхностей из (5.16), (5.19) [133]. Сечение ПВВ в этом случае плоскостью, в которой лежит лёгкая магнитная ось, представлено на рис. 15а.

Аналогичные особые направления распространения нормальных колебаний хорошо известны в акустике (оптике) анизотропных сред — они представляют собой такие направления волновой нормали  $\mathbf{n} \equiv \mathbf{k}/|\mathbf{k}|$ , вдоль которых две нормальные волны распространяются с совпадающими фазовыми скоростями [59, 134–136]. Данные направления **n** соответственно называются акустическими (оптическими) осями (АО (ОО)). Основной



Рис. 15. Эластообменный механизм формирования бинормалей спиновых волн в ромбическом АФМ (2.2) при  $\mathbf{l} \| z, \mathbf{k}_{\parallel} \| z \ (\beta_1 < 0)$ : (a)  $\beta_2 = 0, \mathbf{k}_{\perp} \in xy$ ; (b)  $\beta_1 < \beta_2 < 0, \ k_{\perp} = k_x$ ; (b)  $\beta_2 > 0, \ k_{\perp} = k_x$ . Штриховая кривая на рис. а — форма сечения основными координатными плоскостями внутренней полости двуполостной ПВВ (фигуры вращения относительно оси z).

физической причиной существования АО (ОО) является анизотропия акустических (оптических) свойств кристаллов, что индуцирует анизотропию закона дисперсии соответствующих нормальных колебаний в зависимости от их поляризации и направления распространения. Что касается магнитных колебаний, то до сих пор аналогичные эффекты при распространении спиновых волн не изучались. В рассматриваемом случае физической причиной возникновения обсуждаемых особых направлений распространения нормальных эластообменных волн является косвенный спин-спиновый обмен через дальнодействующее поле квазистатических магнитоупругих деформаций, что приводит к снятию вырождения спектра спиновых колебаний в ЛО АФМ практически для всех направлений распространения в k-пространстве, за исключением указанных магнитных осей (их можно также называть бинормалями спиновых волн).

Если сагиттальная плоскость содержит такую магнитную ось (спин-волновую бинормаль), то в случае магнитной пластины с указанной магнитоакустической конфигурацией как раз и будет наблюдаться обсуждаемый тип неоднородного спин-спинового резонанса, индуцированного обсуждаемым фононным механизмом косвенного спин-спинового взаимодействия. Отметим, что наличие ромбической анизотропии может существенно повлиять на характер ориентации в k-пространстве бинормалей спиновых волн (рис. 156, в). В частности, если сагиттальной плоскостью является плоскость xz, то наличие трудной магнитной оси у приведёт к формированию в этой сагиттальной плоскости дополнительной бинормали спиновых волн, что отвечает формированию дополнительной точки неоднородного спин-спинового резонанса между ЭСВ (и ЭОСВ) s- и p-типа, о возможности существования которого говорилось в конце раздела 3.3.2 (см. также рис. 4).

Как известно, с оптическими и акустическими осями (оптическими и акустическими бинормалями) связан целый класс поляризационных эффектов (например, оптическая или акустическая внутренняя коническая рефракция (ВКР)), имеющих несомненный практический интерес. Соответственно, в рассматриваемом случае фононный механизм косвенного спин-спинового взаимодействия может индуцировать в ЛО АФМ эффект спинволновой внутренней конической рефракции [133]. Кроме того, при распространении объёмных магнитоупругих волн вдоль спин-волновой бинормали, касательной к поверхности магнетика, в условиях спин-волновой ВКР появляется возможность формирования дополнительных поляризационных аномалий (аналогичных рассмотренным в работе [137] для условий акустической ВКР).

# 6. Заключение

Из представленных в обзоре результатов следует, что если магнитный материал обладает условиями для реализации магнитоакустического резонанса, то для него существует некоторый критический размер магнитного образца d<sub>\*</sub>, определяющий смену поведения резонансных характеристик магнетика: при размерах магнитного образца d, много меньших  $d_*$  ( $d \ll d_*$ ), резонансные характеристики магнетика могут качественно измениться по сравнению с таковыми для макроскопического образца ( $d \gg d_*$ ). Физической причиной этого является возникновение в подобном ограниченном магнетике косвенного спин-спинового взаимодействия через дальнодействующее поле квазистатических магнитоупругих деформаций. Как следствие, в таком ограниченном магнитном образце возникает новый, особый, класс распространяющихся безобменных спиновых возбуждений — эластостатические спиновые волны (акустический аналог хорошо известных МСВ — медленных электромагнитных волн в магнетиках).

Данные возбуждения могут быть резонансным образом вызваны внешним упругим полем, действующим на магнитную пластину (магнитное включение), толщина которой много меньше длины акустической волны с данной частотой. В результате, совокупность таких тонких магнитных пластин в немагнитной среде (в частности, магнитные фотонные кристаллы) можно рассматривать как особый тип акустических метаматериалов, в которых локальные резонансы имеют спин-волновую природу. Характеристики данного типа безобменных спин-волновых возбуждений (как объёмных, так и поверхностных), в отличие от характеристик МСВ, определяются, в первую очередь, упругими и магнитоупругими свойствами магнетика. Поэтому наличие немагнитного покрытия (или подложки) в случае акустически сплошного контакта магнитной и немагнитной сред позволяет существенно влиять на дисперсионные свойства как безобменных поверхностных, так и объёмных ЭСВ, квазиоднородных по толщине магнитной пластины.

Одновременный учёт других, ранее известных помимо эластостатического, механизмов формирования дисперсии спиновых колебаний в ограниченном магнетике (в первую очередь, обменного и магнитодипольного) приводит к ряду дополнительных аномалий как в объёмной, так и в поверхностной спин-волновой динамике таких ограниченных магнитных сред. Если в монографии [78] физика МСВ рассматривается как спинволновая электродинамика, то обсуждаемые в данном обзоре результаты позволяют рассматривать физику ЭСВ как спин-волновую акустику ограниченных магнитных структур.

Выход за рамки эластостатического приближения (использование при описании динамики упругой подси-

стемы магнетика полных уравнений механики сплошной среды вместо их эластостатического варианта) отвечает учёту эффектов акустического запаздывания. Это позволяет указать ряд новых механизмов локализации сдвиговых упругих волн как вблизи механически свободной поверхности магнетика, так и вблизи акустически сплошной границы раздела магнитной и немагнитной сред.

Несомненный интерес может представлять также связь локальной геометрии поверхности волновых векторов нормальных магнитоупругих колебаний с особенностями рефракции и распространения этого типа волн в ограниченных магнитных средах. Отметим, что ряд вопросов, касающихся связи между локальной геометрией поверхности векторов нормальной упругой волны и распространением акустических волн в немагнитных пространственно периодических структурах, обсуждался в [138].

Значительная часть рассмотренных эффектов (связанная с эластостатическими спиновыми волнами sтипа) представляет собой акустические аналоги хорошо известных поляритонных эффектов в динамике композитных материалов, включая не только медленные поверхностные и объёмные электромагнитные волны (MCB), неоднородный спин-спиновый резонанс, дипольно-обменные спиновые волны, но и поверхностные поляритоны экситонного типа, эффекты отрицательной и аномальной рефракции, усиление эванесцентных волн, безотражательное прохождение, акустические аналоги моды Фрёлиха, схем Отто и Кречмана, бинормали спиновых волн и т.д.

Что касается анализа в эластостатическом пределе (3.40) динамики одномерных МФК без предположения об их мелкослоистости, то даже в безобменном приближении соответствующий расчёт в рамках метода *Т*-матрицы [139–142], так же как и в случае MCB [143– 145], приводит к достаточно громоздким соотношениям. Однако если следовать подходу, развитому в [146] для анализа зонной структуры спектров МСВ в одномерных МФК, то можно утверждать, что найденные в разделе 3 в явном виде выражения для спектров объёмных эластостатических (3.4), (3.5), (3.8) и эластообменных спиновых волн (3.30), (3.33), (3.36) определяют в эластостатическом приближении (3.41) для соответствующих магнитоакустических конфигураций зонную структуру спектра спинволновых возбуждений одномерного МФК типа "антиферромагнетик-идеальный диамагнетик" с очень узкими разрешёнными зонами. Для этого необходимо, чтобы межслоевые упругие граничные условия крайне незначительно отличались от использованных при расчётах в разделе 3. Отметим, что в этом же подходе соотношения (3.38), (3.39) определяют для тех же магнитоакустических конфигураций зонную структуру спектра магнитоупругих возбуждений одномерного МФК типа "антиферромагнетик-идеальный диамагнетик" с очень узкими разрешёнными зонами и произвольным соотношением между фазовыми скоростями распространения спиновых и упругих волн.

В целом, данный обзор можно рассматривать как дополнение обзора [147], посвящённого обсуждению акустических аналогов некоторых эффектов в физике конденсированного состояния, а также обзора [148] по немагнитным фононным кристаллам и акустическим метаматериалам.

Как показали результаты расчёта, все обсуждённые в настоящем обзоре эффекты в значительной мере определяются конкретной магнитоакустической конфигурацией, которая существенно зависит от внешних параметров. Это позволяет рассчитывать на принципиальную возможность плавного управления динамическими характеристиками акустического метаматериала, включающего в себя магнитные компоненты указанного характерного размера.

Следует отметить, что изложенные в данном обзоре результаты получены без учёта магнитодипольного взаимодействия, поскольку, как отмечалось во введении, в спектре низкочастотных спин-волновых возбуждений обменно-коллинеарных антиферромагнетиков одновременно имеют место обменное ослабление магнитодипольного взаимодействия и обменное усиление магнитоупругого. Вместе с тем последовательное теоретическое описание спин-волновой динамики реальных ограниченных магнетиков при  $d_* \gg d \gg a$  должно одновременно учитывать фононный, магнитодипольный и неоднородный обменный механизмы формирования дисперсии распространяющихся спиновых волн.

По нашему мнению, в рассматриваемом эластостатическом пределе (3.1), (3.41) для решения такой краевой задачи удобно воспользоваться обобщением подхода, развитого ранее для анализа влияния магнитодипольного взаимодействия на спектр обменных магнонов в тонкой ферромагнитной плёнке (см., например, [149]). Однако теперь, с учётом электродинамических и упругих граничных условий в эластостатическом пределе, необходимо исключить из рассмотрения не только магнитостатический потенциал  $\phi$ , но и вектор упругих смещений решётки и. Затем следует решить соответствующую систему интегро-дифференциальных уравнений для компонент намагниченности только с обменными граничными условиями. Решение по-прежнему можно искать в виде разложения по собственным функциям обменной краевой задачи. В отдельных частных случаях сочетания обменных упругих и электромагнитных граничных условий подобная задача допускает решение в явном виде, например, когда одновременно выполняются соотношения

$$\frac{\partial \mathbf{l}}{\partial z} = 0, \quad \tilde{\mathbf{u}} = 0, \quad B_z = 0, \quad z = \pm d.$$
 (6.1)

Физически это отвечает пластине ЛО АФМ толщиной 2d( $\|\|\mathbf{n}\|\|_{Z}$ ), спины на обеих поверхностях которой полностью свободны, при этом сами поверхности имеют сплошной акустический контакт с идеальным сверхпроводником. Если сверхпроводник по упругим характеристикам является намного более жёстким, чем магнитная среда, то это можно приближённо описать как закрепление обеих поверхностей антиферромагнитной пластины. В результате для сагиттальной плоскости *xz* в эластостатическом пределе (3.40) спектр объёмной эластообменной спиновой волны s-типа при учёте магнитодипольного и неоднородного обменного взаимодействий принимает вид

$$\Omega_{\nu}^{2} = \left[\omega_{0}^{2} + \omega_{\mathrm{me}}^{2} \frac{k_{\perp}^{2}}{k_{\perp}^{2} + p_{1}^{2}} + c_{\mathrm{m}}^{2}(k_{\perp}^{2} + p_{1}^{2})\right] \left(1 + \frac{4\pi}{\delta} \frac{k_{\perp}^{2}}{k_{\perp}^{2} + p_{1}^{2}}\right),$$

$$p_{1} = \frac{\pi\nu}{2d}, \quad \nu = 1, 2, \dots$$
(6.2)

Что касается спектра эластообменной спиновой волны р-типа с  $\mathbf{u} \in xz$  (см. раздел 3), то в данной магнитоакустической конфигурации эта волна не является магнитодипольно-активной.

Таким образом, можно сказать, что приведённые в разделе 3 соотношения для спектра эластообменных

объёмных спиновых волн представляют собой нулевое приближение по малому параметру  $4\pi/\delta \ll 1$ . Поскольку влияние магнитодипольного взаимодействия на дисперсионные характеристики спин-волновых возбуждений может быть существенным только в длинноволновом диапазоне, то несложно показать, что магнитодипольный механизм косвенного спин-спинового взаимодействия может быть эффективным, прежде всего, в ограниченном скомпенсированном низкотемпературном АФМ для объёмных волн намагниченности, квазиоднородных по толщине магнитной пластины, которая находится в вакууме и на обеих поверхностях которой спины полностью свободны. Если обе поверхности пластины имеют сплошной акустический контакт с идеальным диамагнетиком, то в эластостатическом пределе (3.1) дисперсионные свойства объёмных спиновых колебаний, квазиоднородных по толщине магнитной пластины, будут определяться фононным и неоднородным обменным механизмами косвенного спин-спинового взаимолействия.

Гораздо более существенным может оказаться влияние магнитодипольного взаимодействия на условия локализации сдвиговой упругой волны вблизи механически свободной поверхности легкоосного непьезомагнитного антиферромагнетика [150].

Нетрудно убедиться в том, что рассматриваемый в данном обзоре фононный механизм косвенного спинспинового взаимодействия в ограниченных магнетиках имеет место и для нескомпенсированных магнитных структур, например, в случае волны Парека, распространяющейся в геометрии Фогта вдоль механически свободной границы раздела "легкоосный ферромагнетиквакуум" [54, 151]. В этом случае в соотношениях, описывающих закон дисперсии и пространственное распределение вектора упругих смещений указанной поверхностной сдвиговой ПАВ, необходимо сделать формальный предельный переход  $4\pi \rightarrow 0$ . Анализ полученных соотношений показывает, что формирование сдвиговой ПАВ на механически свободной границе магнетика, даже без учёта магнитодипольного взаимодействия, имеет место вследствие того, что исследуемая магнитная среда облалает акустической активностью.

Таким образом, последовательный учёт обсуждаемого фононного механизма спин-спинового взаимодействия в случае нескомпенсированных магнитных структур приводит к целому ряду дополнительных эффектов в динамике объёмных и поверхностных магнитоупругих возбуждений уже в эластостатическом приближении как сам по себе, так и при одновременном учёте магнитодипольного и неоднородного обменного механизмов формирования дисперсии распространяющихся спиновых волн [87, 152]. Однако обсуждение этих эффектов выходит за рамки данного обзора.

Следует также отметить, что, согласно проведённым исследованиям роли фононов в полупроводниковых наноструктурах (см. [153]), описание спектра акустических фононов в рамках континуальной модели остаётся адекватным даже в случае наночастиц. Это позволяет надеяться, что обсуждаемый в данном обзоре эластостатический механизм косвенного спин-спинового взаимодействия может оказаться эффективным и в других магнитных гетероструктурах (см. также [154]). Отметим, что эластостатический механизм формирования дополнительного класса безобменных спиновых волн в ограниченных магнетиках можно рассматривать как частный случай проявления в магнитном образце конечных размеров фононного механизма негейзенберговского спин-спинового взаимодействия, обсуждаемого в [155].

По нашему мнению, несомненный интерес представляет развитие подобного подхода в следующих направлениях:

1) анализ динамических свойств композитных мультиферроиков, представляющих собой структуры различной связности из ферромагнитных и пьезоэлектрических или ферроэлектрических компонентов, в которых упругая система играет определяющую роль [156, 157];

2) поиск в магнитных гетероструктурах, индуцированных стрикцией, объёмных и поверхностных пространственно неоднородных состояний типа [158-161] на основе анализа спектра магнитоупругих возбуждений;

3) учёт наличия несоответствия упругих параметров контактирующих сред в динамике композитных магнитных сред [162];

4) анализ с учётом упругой системы динамики магнитных гетероструктур, различающихся связностью, проводимостью и формой включений [163];

5) изучение дополнительных особенностей в условиях формирования и распространения эластообменных типов спин-волновых возбуждений в ограниченных низкотемпературных антиферромагнетиках, индуцированных симметрией магнитной структуры (прежде всего, за счёт пьезомагнитного или магнитоэлектрического взаимодействий [164-166]);

6) выяснение особенностей проявления нелинейных магнитоакустических эффектов (генерация высших гармоник, формирование солитонных режимов распространения поверхностных и объёмных волн) в подобных материалах [167];

7) учёт возможности качественной перестройки под влиянием диссипации [120, 168] характера распространения и локализации магнитоупругих волн в композитных структурах.

Отметим, что значительная часть перечисленных выше акустических аналогов поляритонных эффектов в ограниченных магнетиках в принципе может быть реализована и в других дипольноактивных средах с дальним порядком, например в сегнетоэлектриках, параметры которых, как известно [169], при определённых условиях могут допускать эффект, аналогичный магнитоакустическому резонансу. В частности, как следует из [170], именно действием эластостатического механизма определяются особенности динамики параметра порядка при фазовых переходах с линейной стрикцией. Следовательно, часть из вышеназванных эффектов может наблюдаться и в ограниченных образцах материалов в окрестности данного фазового перехода.

Большинство эффектов, рассмотренных в настоящем обзоре, ждёт экспериментальной проверки. Перспективными магнитными материалами для этих целей, как говорилось выше, могут быть кубические или легкоплоскостные низкотемпературные АФМ, различные магнитные гетероструктуры, в частности скомпенсированные антиферромагнитные структуры типа одномерных магнитных фотонных кристаллов на основе ферро- или ферримагнитных слоёв магнетика с антиферромагнитным механизмом межслоевого упорядочения.

В целом, использование отмеченных выше акустических аналогов поляритонных эффектов при создании акустических магнитных метаматериалов может существенно расширить и разнообразить функциональные возможности этого перспективного класса композитных сред.

Работа поддержана совместным российско-украинским грантом РФФИ 09-02-90437, ДФФД Ф28.2/099.

### Список литературы

- Веселаго В Г УФН 92 517 (1967) [Veselago V G Sov. Phys. Usp. 10 1. 509 (1968)]
- 2. Cai W, Shalaev V Optical Metamaterials. Fundamentals and Applications (New York: Springer + Business Media, 2010)
- Sarychev A K, Shalaev V M Electrodynamics of Metamaterials 3. (Singapore: World Scientific, 2007)
- 4. Sihvola A Metamaterials 1 2 (2007)
- Гуляев Ю В, Лагарьков А Н, Никитов С А Вестн. РАН 78 438 5. (2008) [Gulyaev Yu V, Lagar'kov A N, Nikitov S A Herald Russ. Acad. Sci. 78 268 (2008)]
- 6. Pendry J B et al. IEEE Trans. Microwave Theory Tech. 47 2075 (1999)
- 7. Smith D R et al. Appl. Phys. Lett. 75 1425 (1999)
- Виноградов А П Электродинамика композитных материалов 8. (M.: YPCC, 2001)
- 9 Lindell I V et al. Electromagnetic Waves in Chiral and Bi-isotropic Media (London: Artech House, 1994)
- Wang B W et al. J. Opt. A Pure Appl. Opt. 11 114003 (2009) 10
- 11. Sakoda K Optical Properties of Photonic Crystals 2nd ed. (Berlin: Spinger, 2005)
- 12. Joannopoulos J D et. al. Photonic Crystals: Molding the Flow of Light 2nd ed. (Princeton: Princeton Univ. Press, 2008)
- 13. Engheta N, Ziolkowski R W (Eds) Metamaterials: Physics and Engineering Explorations (Hoboken, NJ: Wiley-Intersci., 2006)
- 14. Feng T et al. Phys. Rev. E 79 026601 (2009)
- Ramakrishna S A Rep. Prog. Phys. 68 449 (2005) 15.
- 16. Torrent D, Sánchez-Dehesa J New J. Phys. 9 323 (2007)
- Kushwaha M S et al. Phys. Rev. Lett. 71 2022 (1993) 17.
- 18. King P D C, Cox T J J. Appl. Phys. 102 014902 (2007)
- Liang B, Yuan B, Cheng J Phys. Rev. Lett. 103 104301 (2009) 19
- 20. Gorishnyy T et al. Phys. Rev. Lett. 94 115501 (2005)
- Zhang X, Liu Z Appl. Phys. Lett. 85 341 (2004) 21.
- 22 Sukhovich A, Jing L, Page J H Phys. Rev. B 77 014301 (2008)
- 23. Feng L et al. Phys. Rev. B 72 033108 (2005)
- Буров В А, Дмитриев К В, Сергеев С Н Акуст. журн. 55 292 24. (2009) [Burov V A, Dmitriev K V, Sergeev S N Acoust. Phys. 55 298 (2009)]
- 25. Li J et al. Nature Mater. 8 931 (2009)
- 26. Håkansson A, Cervera F, Sánchez-Dehesa J Appl. Phys. Lett. 86 054102 (2005)
- Ao X, Chan C T Phys. Rev. E 77 025601 (2008) 27
- Sukhovich A et al. Phys. Rev. Lett. 102 154301 (2009) 28.
- 29. Zhang S, Yin L, Fang N Phys. Rev. Lett. 102 194301 (2009)
- Guenneau S et al. New J. Phys. 9 399 (2007) 30
- 31 Ambati M et al. Phys. Rev. B 75 195447 (2007)
- Chen H, Chan C T Appl. Phys. Lett. 91 183518 (2007) 32.
- 33. Torrent D, Sánchez-Dehesa J New J. Phys. 10 063015 (2008)
- 34 Cheng Y, Liu X J Appl. Phys. A 94 25 (2009)
- Qiu C-W et al. Phys. Rev. E 79 047602 (2009) 35.
- Norris A N Proc. R. Soc. Lond. A 464 2411 (2008) 36
- 37 Lee S H et al. J. Phys. Condens. Matter 21 175704 (2009)
- Fang N et al. Nature Mater. 5 452 (2006) 38
- 39. Lee S H et al. Phys. Rev. Lett. 104 054301 (2010)
- 40.
- Ding C, Hao L, Zhao X J. Appl. Phys. 108 074911 (2010)
- Christensen J, Martín-Moreno L, García-Vidal F J Appl. Phys. Lett. 41. 97 134106 (2010)
- 42. Bongard F, Lissek H, Mosig J R Phys. Rev. B 82 094306 (2010)
- 43. Lyubchanskii I L et al. J. Phys. D 36 R277 (2003)
- Figotin A, Vitebskiy I Phys. Rev. B 77 104421 (2008) 44.
- 45 Vinogradov A P et al. Phys. Rev. B 80 235106 (2009)
- Туров Е А, Шавров В Г УФН 140 429 (1983) [Turov E A, Shav-46. rov V G Sov. Phys. Usp. 26 593 (1983)]
- 47. Ахиезер А И, Барьяхтар В Г, Пелетминский С В Спиновые волны (М.: Наука, 1967) [Akhiezer A I, Bar'yakhtar V G, Peletminskii S V Spin Waves (Amsterdam: North-Holland, 1968)]
- 48 Lüthi B Physical Acoustics in the Solid State (Berlin: Spinger, 2005)
- Maugin G A Continuum Mechanics of Electromagnetic Solids 49. (Amsterdam: North-Holland, 1988) [Можен Ж Механика электромагнитных сплошных сред (М.: Мир, 1991)]

- Дикштейн И Е, Туров Е А, Шавров В Г, в кн. Динамические и кинетические свойства магнетиков (Отв. ред. С В Вонсовский, Е А Туров) (М.: Наука, 1986)
- Bar'yakhtar V G, Turov E A, in Spin Waves and Magnetic Excitations (Modern Problems in Condensed Matter Sciences, Vol. 22, Eds A S Borovik-Romanov, S K Sinha) (Amsterdam: North-Holland, 1988) p. 333
- Гуляев Ю В, Зильберман П Е Изв. вузов. Физика 31 (11) 6 (1988) [Gulyaev Yu V, Zil'berman P E Sov. Phys. J. 31 860 (1988)]
- Ожогин В И, Преображенский В Л УФН 155 593 (1988) [Ozhogin V I, Preobrazhenskii V L Sov. Phys. Usp. 31 713 (1988)]
- Гуляев Ю В, Дикштейн И Е, Шавров В Г УФН 167 735 (1997) [Gulyaev Yu V, Dikshtein I E, Shavrov V G Phys. Usp. 40 701 (1997)]
- LeCraw R C, Comstock R L, in *Physical Acoustics: Principles and* Methods Vol. 3, Pt. B Lattice Dynamics (New York: Academic Press, 1965) p. 127 [Ле-Кроу, Комсток Р, в кн. Физическая акустика Т. 3, Ч. В Динамика решетки (Под ред. У Мэзона) (М.: Мир, 1968)]
- 56. Вонсовский С В *Магнетизм* (М.: Наука, 1971) [Vonsovskii S V *Magnetism* (New York: J. Wiley, 1974)]
- Изюмов Ю А, Прошин Ю Н, Хусаинов М Г УФН 172 113 (2002) [Izyumov Yu A, Proshin Yu N, Khusainov M G Phys. Usp. 45 109 (2002)]
- 58. Golick V A et al. Phys. Rev. Lett. 104 187003 (2010)
- Сиротин Ю И, Шаскольская М П Основы кристаллофизики (М.: Наука, 1979) [Sirotin Yu I, Shaskolskaya M P Fundamentals of Crystal Physics (Moscow: Mir Publ., 1982)]
- Гуревич А Г, Мелков Г А Магнитные колебания и волны (М.: Физматлит, 1994) [Gurevich A G, Melkikh G A Magnetization Oscillations and Waves (Boca Raton: CRC Press, 1996)]
- Гилинский И А Электромагнитные поверхностные явления (Новосибирск: Наука, 1990)
- Туров Е А и др. Симметрия и физические свойства антиферромагнетиков (М.: Физматлит, 2001)
- Nowacki V Teoria Spreżystości (Warszawa: Państwowe Wydawn. Naukowe, 1970) [Новацкий В Теория упругости (М.: Мир, 1975)]
- Агранович В М УФН 115 199 (1975) [Agranovich V M Sov. Phys. Usp. 18 99 (1975)]
- Пекар С И Кристаллооптика и добавочные световые волны (Киев: Наукова думка, 1982) [Pekar S I Crystal Optics and Additional Light Waves (Menlo Park, Calif.: Benjamin/Cummings Publ. Co., 1983)]
- 66. Красильников В А, Крылов В В Введение в физическую акустику (М.: Наука, 1984)
- ΕΒΤΗΧΟΒ Μ Γ, ΗΗΚΗΤΟΒ C A Paduomexникa и электроника 53 261 (2008) [Evtikhov M G, Nikitov S A J. Commun. Technol. Electron. 53 241 (2008)]
- 68. Alshits V I, Shuvalov A L Phys. Lett. A 177 253 (1993)
- Альшиц В И, Шувалов А Л ЖЭТФ 103 1356 (1993) [Al'shits V I, Shuvalov A L JETP 76 663 (1993)]
- Альшиц В И, Горкунова А С, Шувалов А Л ЖЭТФ 110 924 (1996) [Alshits V I, Gorkunova A S, Shuvalov A L JETP 83 509 (1996)]
- 71. Рытов С М Акуст. журн. 2 72 (1956)
- 72. Cottam M G, Tilley D R Introduction to Surface and Superlattice Excitations (Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1989)
- Тарасенко О С, Тарасенко С В, Юрченко В М Кристаллография
   51 323 (2006) [Tarasenko O S, Tarasenko S V, Yurchenko V M Crystallogr. Rep. 51 296 (2006)]
- Тарасенко О С, Тарасенко С В, Юрченко В М Акуст. экурн. 52
   539 (2006) [Tarasenko O S, Tarasenko S V, Yurchenko V M Acoust. Phys. 52 462 (2006)]
- Ταραсенко O C, Ταραсенко C B, Юрченко B M ΦTT 47 556 (2005) [Tarasenko O S, Tarasenko S V, Yurchenko V M Phys. Solid State 47 578 (2005)]
- 76. Wolfram T, DeWames R E Prog. Surf. Sci. 2 233 (1972)
- 77. Demokritov S O (Ed.) *Spin Wave Confinement* (Singapore: Pan Stanford Publ., 2009)
- Данилов В В, Зависляк И В, Балинский М Г Спинволновая электродинамика (Киев: Лыбидь, 1991)
- Каганов М И, Пустыльник Н Б, Шалаева Т И УФН 167 191 (1997) [Kaganov M I, Pustyl'nik N B, Shalaeva T I Phys. Usp. 40 181 (1997)]

- Тарасенко С В Письма в ЖТФ 14 2041 (1988) [Tarasenko S V Sov. Tech. Phys. Lett. 14 885 (1988)]
- Maradudin A A, Montroll E W, Weiss G H Theory of Lattice Dynamics in the Harmonic Approximation (New York: Academic Press, 1963) [Марадудин А, Монтролл Э, Вейсс Дж Динамическая теория кристаллической решетки в гармоническом приближении (М.: Мир, 1965)]
- Агранович В М, Гинзбург В Л Кристаллооптика с учетом пространственной дисперсии и теория экситонов (М.: Наука, 1979) [Agranovich V M, Ginzburg V L Crystal Optics with Spatial Dispersion and Excitons (Berlin: Springer-Verlag, 1984)]
   Vittoria C Wilsev N D.J. Appl. Phys. 45 414 (1974)
- Vittoria C, Wilsey N D J. Appl. Phys. 45 414 (1974)
   Берегов A С Радиотехника и электроника 26 363 (1983)
- Beper ob A C *I abuomexiata a sherippolata* 20 505 (196
   Lemons R A, Auld B A J. Appl. Phys. 52 7360 (1981)
- Галкин О Л, Зильберман П Е *Письма в ЖТФ* 10 1077 (1984)
- 80. Γαλκή Ο J, βλησορμαι ΓΓΕ Παιδμα 8 ΧΓΦ ΤΟ 1077 (1984)
  87. Ταραcenκο C B ΧΌΤΦ 110 1411 (1996) [Tarasenko S V JETP 83 778 (1996)]
- Стефановский Е Π, Тарасенко С В *ΦΗΤ* 15 779 (1993) [Stefanovskii E P, Tarasenko S V Low Temp. Phys. 19 556 (1993)]
- 89. Туров Е А и др. *ФММ* **66** 12 (1988)
- Сукстанский А Л, Тарасенко С В ЖЭТФ 105 928 (1994) [Sukstanskii A L, Tarasenko S V JETP 78 498 (1994)]
- Филиппов Б Н, Автореф. дисс. ... д-ра физ.-мат. наук (Свердловск: Ин-т физики металлов. Урал. науч. центр АН СССР, 1990)
- 92. Иванов Б А, Лапченко В Ф, Сукстанский А Л ФТТ 25 717 (1985)
- 93. Ганн В В ФТТ **8** 3167 (1966) [Gann V V Sov. Phys. Solid State **8** 2537 (1967)]
- 94. Kalinikos B A, Slavin A N J. Phys. C 19 7013 (1986)
- 95. Тарасенко С В *Акуст. экурн.* **44** 260 (1998) [Tarasenko S V *Acoust. Phys.* **44** 216 (1998)]
- Tapacenko C B ΦTT 34 2342 (1992) [Tarasenko S V Sov. Phys. Solid State 34 1255 (1992)]
- Косевич А М Основы механики кристаллической решетки (М.: Наука, 1972)
- 98. Chadwick P, Smith G D Adv. Appl. Mech. 17 303 (1977)
- 99. Alshits V I, Darinskii A N, Lothe J Wave Motion 16 265 (1992)
- 100. Alshits VI, Darinskii AN, Shuvalov AL Phys. Scripta 44 85 (1992)
- 101. El Boudouti E H et al. Surf. Sci. Rep. 64 471 (2009)
- Альшиц В И, Шувалов А Л, Любимов В Н ЖЭТФ 106 828 (1994)
   [Al'shits V I, Shuvalov A L, Lyubimov V N JETP 79 455 (1994)]
- 103. Гуляев Ю В Письма в ЖЭТФ 9 63 (1969) [Gulyaev Yu V JETP Lett. 9 37 (1969)]
- 104. Bleustein J L Appl. Phys. Lett. 13 412 (1968)
- Каганов М И, Шкловская И Л ФТТ 8 3480 (1966) [Kaganov M I, Shklovskaya I L Sov. Phys. Solid State 8 3480 (1966)]
- Гуляев Ю В, Кузавко Ю А, Олейник И Н, Шавров В Г ЖЭТФ 87 674 (1984) [Gulyaev Yu V, Kuzavko Yu A, Oleinik I N, Shavrov V G Sov. Phys. JETP 60 386 (1984)]
- 107. Каганов М И, Косевич Ю А Поверхность 6 148 (1986)
- Косевич Ю А, Сыркин Е С ФТТ 28 248 (1986) [Kosevich Yu A, Syrkin E S Sov. Phys. Solid State 28 134 (1986)]
- 109. Викторов И А Звуковые поверхностные волны в твердых телах (М.: Наука, 1981)
- Косевич Ю А ФТТ 27 193 (1985) [Kosevich Yu A Sov. Phys. Solid State 27 113 (1985)]
- 111. Camley R E, Scott R Q Phys. Rev. B 17 4327 (1978)
- Tapacehko C B ΦTT 40 299 (1998) [Tarasenko S V Phys. Solid State 40 272 (1998)]
- Agranovich V M, Mills D L (Eds) Surface Polaritons: Electromagnetic Waves at Surfaces and Interfaces (Amsterdam: North-Holland, 1982) [Агранович В М, Миллс Д Л (Ред.) Поверхностные поляритоны. Электромагнитные волны на поверхностях и границах раздела сред (М.: Наука, 1985)]
- Тарасенко О С, Тарасенко С В, Юрченко В М Кристаллография
   51 323 (2006) [Tarasenko O S, Tarasenko S V, Yurchenko V M Crystallogr. Rep. 51 296 (2006)]
- 115. Borstel G, Falge H J Phys. Status Solidi B 83 11 (1977)
- Бреховских Л М, Годин О А Акустика слоистых сред (М.: Наука, 1989) [Brekhovskikh L M, Godin O A Acoustics of Layered Media I, II (Berlin: Springer-Verlag, 1990, 1992)]
- Zayats A V, Smolyaninov I I, Maradudin A A Phys. Rep. 408 131 (2005)
- 118. Abraha K, Tilley D R Surf. Sci. Rep. 24 129 (1996)

- 119. Альшиц В И, Любимов В Н, Радович А ФТТ 38 1091 (1996) [Al'shitz V I, Lyubimov V N, Radovic A Phys. Solid State 38 604 (1996)]
- 120. Косевич Ю А и др. ЖЭТФ 117 1122 (2000) [Kosevich Yu A et al. JETP 90 974 (2000)]
- 121. Басс Ф Г, Булгаков А А, Тетервов А П Высокочастотные свойства полупроводников со сверхрешетками (М.: Наука, 1989) 122.
- Liu Z, Hu L, Lin Z Phys. Lett. A 308 294 (2003)
- 123. Балакирев М К, Гилинский И А Волны в пьезокристаллах (Новосибирск: Наука, 1982)
- 124. Henneke E G J. Acoust. Soc. Am. 51 210 (1972)
- 125. Тарасенко О С, Тарасенко С В, Юрченко В М Письма в ЖЭТФ 80 551 (2004) [Tarasenko O S, Tarasenko S V, Yurchenko V M JETP Lett. 80 484 (2004)]
- 126. Agranovich V M et al. Phys. Rev. B 69 165112 (2004)
- 127. Косевич Ю А, Сыркин Е С ЖЭТФ 89 2221 (1985) [Kosevich Yu A, Syrkin E S Sov. Phys. JETP 62 1282 (1985)]
- 128. Kosevich Yu A, Syrkin E S, Kossevich A M Prog. Surf. Sci. 55 59 (1997)
- 129. Тарасенко С В ЖЭТФ 119 374 (2001) [Tarasenko S V JETP 92 326 (2001)]
- 130. Тарасенко С В ФТТ 40 1532 (1998) [Tarasenko S V Phys. Solid State 40 1389 (1998)]
- 131. Тарасенко С В ФТТ 41 1044 (1999) [Tarasenko S V Phys. Solid State 41 950 (1999)]
- 132. Тарасенко С В Оптика и спектроскопия 85 1008 (1998) [Тагаsenko S V Opt. Spectrosc. 85 927 (1998)]
- 133. Тарасенко СВ Письма в ЖТФ 16 (4) 43 (1990) [Tarasenko S V Sov. Tech. Phys. Lett. 16 260 (1990)]
- 134. Федоров Ф И Теория упругих волн в кристаллах (М.: Наука, 1965) [Fedorov F I Theory of Elastic Waves in Crystals (New York: Plenum Press, 1968)]
- 135. Ландау Л Д, Лифшиц Е М Электродинамика сплошных сред (М.: Наука, 1982) [Landau L D, Lifshitz E M Electrodynamics of Continuous Media (Oxford: Pergamon Press, 1984)]
- 136. Александров К С, в кн. Проблемы современной кристаллографии (Под ред Б К Вайнштейна, А А Чернова) (М.: Наука, 1975) [Aleksandrov K S, in Modern Crystallography (Eds B K Vaynshteyn, A A Chernov) (Commack, NY: Nova Sci. Publ., 1988)]
- 137. Кошкина Е Н, Лямов В Е, Маматова Т А Кристаллография 23 1274 (1978) [Koshkina E N, Lyamov V E, Mamatova T A Sov. Phys. Crystallogr. 23 721 (1978)]
- 138. Косевич Ю А УФН 178 884 (2008) [Kosevich Yu A Phys. Usp. 51 848 (2008)]
- 139. Тарасенко С В ФТТ 36 2554 (1994) [Tarasenko S V Phys. Solid State 36 1390 (1994)]
- 140. Тарасенко С В ФТТ 37 2659 (1995) [Tarasenko S V Phys. Solid State 37 1462 (1995)]
- 141. Белых Н В, Лаптева Т В, Тарасенко О С, Тарасенко С В Кристаллография 52 893 (2007) [Belykh N V, Lapteva T V, Tarasenko O S, Tarasenko S V Crystallogr. Rep. 52 864 (2007)]
- 142. Лаптева Т В, Тарасенко О С, Тарасенко С В ФТТ 49 1210 (2007) [Lapteva T V, Tarasenko O S, Tarasenko S V Phys. Solid State 49 1268 (2007)]

- 143. Barnas J J. Phys. C 21 1021 (1988)
- 144. Barnas J J. Phys. C 21 4097 (1988)
- 145. Barnas J J. Phys. Condens. Matter 2 7173 (1990)
- Грибкова Ю В, Каганов М И Письма в ЖЭТФ 47 588 (1988) 146. [Gribkova Yu V, Kaganov M I JETP Lett. 47 682 (1988)]
- 147. Maynard J D Rev. Mod. Phys. 73 401 (2001)
- 148. Lu M-H, Feng L, Chen Y-F Mater. Today 12 (12) 34 (2009)
- 149. Калиникос Б А Изв. вузов. Физика 24 (8) 42 (1981) [Kalinikos B A Sov. Phys. J. 24 718 (1981)]
- 150. Тарасенко С В ЖЭТФ 121 663 (2002) [Tarasenko S V JETP 94 568 (2002)]
- 151. Parekh J P Electron. Lett. 5 322 (1969)
- 152. Ταρасенко C B ΦTT 43 1428 (2001) [Tarasenko S V Phys. Solid State 43 1488 (2001)]
- 153. Stroscio M A, Dutta M Phonons in Nanostructures (Cambridge: Cambridge Univ. Press, 2001) [Строшио М, Дутта М Фононы в наноструктурах (М.: Физмалит, 2006)]
- 154. Тарасенко С В, Тарасенко О С, Лаптева Т В, Шавров В Г Докл. PAH 425 331 (2009) [Tarasenko S V, Tarasenko O S, Laptyeva T V, Shavrov V G Dokl. Phys. 54 118 (2009)]
- 155. Нагаев Э Л Магнетики со сложными обменными взаимодействиями (М.: Наука, 1988)
- 156. Nan C-W et al. J. Appl. Phys. 103 031101 (2008)
- 157. Pertsev N A, Kohlstedt H, Dkhil B Phys. Rev. B 80 054102 (2009)
- 158. Андреев А Ф Письма в ЖЭТФ 32 654 (1980) [Andreev A F JETP Lett. 32 640 (1980)]
- 159. Дикштейн И Е ФТТ 28 1748 (1986) [Dikshtein I E Sov. Phys. Solid State 28 968 (1986)]
- 160. Дикштейн И Е, Тарасенко С В ФТТ 30 112 (1988) [Dikshtein I E, Tarasenko S V Sov. Phys. Solid State 30 200 (1988)]
- 161. Косевич Ю А, Сыркин Е С ФТТ 29 3147 (1987) [Kosevich Yu A, Syrkin E S Sov. Phys. Solid State 29 1808 (1987)]
- Pearsall T P (Ed.) Strained-Layer Superlattices: Materials Science 162 and Technology (Boston: Academic Press, 1991)
- 163. Zabel H Philos. Mag. B 80 293 (2000)
- Шавров В Г ЖЭТФ 48 1419 (1965) [Shavrov V G Sov. Phys. JETP 164. 21 948 (1965)]
- 165. Шавров В Г ФТТ 7 328 (1965) [Shavrov V G Sov. Phys. Solid State 7 265 (1965)]
- Бучельников В Д, Шавров В Г ЖЭТФ 109 706 (1996) [Buchel'ni-166. kov V D, Shavrov V G JETP 82 380 (1996)]
- Tankeyev A P, Shamsutdinov M A, Kharisov A T J. Phys. Condens. 167. Matter 12 1053 (2000)
- 168. Kosevich Yu A, Syrkin E S Phys. Lett. A 251 378 (1999)
- Blinc R, Žekš B Soft Modes in Ferroelectrics and Antiferroelectrics 169. (Amsterdam: North-Holland, 1974) [Блинц Р, Жекш Б Сегнетоэлектрики и анти-сегнетоэлектрики (М.: Мир, 1975)]
- 170. Паташинский А З, Покровский В Л Флуктуационная теория фазовых переходов (М.: Наука, 1982) [Patashinskii A Z, Pokrovskii V L Fluctuation Theory of Phase Transitions (Oxford: Pergamon Press, 1979)]

# Spin wave acoustics of antiferromagnetic structures as magnetoacoustic metamaterials

#### Yu.V. Gulyaev, V.G. Shavrov

V.A. Kotel'nikov Institute of Radio-Engineering and Electronics, Russian Academy of Sciences, ul. Mokhovaya 11, korp. 7, 125009 Moscow, Russian Federation Tel. (7-495) 629-35 91, (7-495) 629-35 06. E-mail: gulyaev@cplire.ru, shavrov@cplire.ru S.V. Tarasenko Donetsk Institute for Physics and Engineering named after O.O. Galkin, National Academy of Sciences of Ukraine,

str. R. Luxemburg 72, 83114 Donetsk, Ukraine. Tel. (1038-062) 311-05 51. E-mail: s.v.tarasenko@mail.ru

This is a review of research results on conditions under which spatially restricted low-temperature antiferromagnets and their composites can be considered as a special class of acoustic magnetic metamaterials (magnetoacoustic metamaterials). In these, the dynamic magnetoacoustic interaction produces a number of effects that are acoustic analogs of polariton effects and which are currently intensively studied in nonmagnetic acoustic metamaterials. It is shown that the elastostatic approach to the analysis of the magnetoelastic dynamics of spatially restricted magnetics is an effective tool in the search for new types of resonance acoustic anomalies, part of which are typical of the magnetostatic spin wave physics (elastostatic volume and surface spin waves, nonuniform spin-spin resonances, etc.).

PACS numbers: 42.25.Bs, 43.20.+g, 43.35.+d, 43.35.Rw, 43.40.+s, 75.50.Ee, 75.70.-i DOI: 10.3367/UFNr.0181.201106b.0595 Bibliography - 170 references Received 16 August 2010, revised 25 November 2010 Uspekhi Fizicheskikh Nauk 181 (6) 595-626 (2011) Physics – Uspekhi 54 (6) (2011)