

МЕТОДИЧЕСКИЕ ЗАМЕТКИ

О взаимосвязи энергетических и дисперсионных характеристик магнитостатических волн в ферритовых структурах

А.В. Вашковский, Э.Г. Локк

На примере расчёта и анализа энергетических характеристик дипольной спиновой волны, дисперсионная зависимость которой в структуре феррит–диэлектрик–металл имеет точки экстремума, продемонстрировано, как вблизи этих точек проявляется фундаментальная взаимосвязь между такими параметрами волны, как постоянная распространения, фазовая скорость, групповая скорость, вектор Пойнтинга и поток электромагнитной энергии. В результате сравнения расчётов в магнитостатическом приближении и на основе уравнений Максвелла показано, что расчёты вектора Пойнтинга и потока мощности этой волны в магнитостатическом приближении по формулам, используемым в настоящее время, некорректны, и предложено, как можно рассчитать указанные характеристики волны.

PACS numbers: 41.20.Gz, 41.20.Jb, 75.70.–i

DOI: 10.3367/UFNr.0181.201103c.0293

Содержание

1. Введение (293).
 2. Дисперсионное уравнение для поверхностной магнитостатической волны в структуре феррит–диэлектрик–металл (294).
 3. Вектор Пойнтинга и потоки мощности магнитостатической волны в структуре феррит–диэлектрик–металл (296).
 4. Изменение дисперсионных и энергетических характеристик магнитостатической волны в структуре феррит–диэлектрик–металл (297).
 5. О возможности использования магнитостатического приближения для описания энергетических характеристик магнитостатической волны (299).
 6. Физический смысл общего и парциальных потоков мощности (302).
 7. Заключение (303).
- Список литературы (303).

1. Введение

Волновые процессы или волны, распространяющиеся в различных средах и структурах, имеют много общего, несмотря на различную природу самих волн [1, 2]. Так, распространение, отражение и преломление волн, происходящие согласно законам сохранения энергии и импульса, описываются, как правило, общими физичес-

кими закономерностями и терминологией в рамках единой интерпретации, а изменение дисперсионных и энергетических зависимостей любой волны характеризуется глубокой фундаментальной взаимосвязью, заключающейся в том, что величины и знаки таких параметров волны, как постоянная распространения, фазовая скорость, групповая скорость и поток электромагнитной энергии, тесно связаны между собой фундаментальными соотношениями. Однако рассмотреть все особенности этой взаимосвязи на примере какой-либо одной структуры, как правило, не удаётся, поскольку структуры, для которых дисперсионная зависимость волны имеет точки экстремума, встречаются в природе достаточно редко (в отличие от структур, в которых волна во всём интервале своего существования является или всегда прямой, или всегда обратной).

Исключением в этом отношении являются анизотропные ферритовые структуры, в которых эффективно возбуждаются и распространяются имеющие электромагнитную природу дипольные спиновые волны, представляющие собой волны прецессии намагниченности феррита относительно направления внешнего стационарного однородного магнитного поля [3–6]. В частности, структура феррит–диэлектрик–металл (ФДМ) при определённых параметрах характеризуется уникальным свойством: на дисперсионной зависимости дипольной спиновой волны, распространяющейся в этой структуре, возникает одна или две точки экстремума (см., например, [7, 8]), что позволяет на примере этой структуры детально рассмотреть все особенности взаимосвязи между дисперсионными и энергетическими характеристиками дипольной спиновой волны.

Поскольку фазовая скорость дипольных спиновых волн намного меньше скорости света и при их описании можно использовать уравнения магнитостатики (пренебрегая в уравнениях Максвелла членами с $\sim \partial/\partial t$), эти

А.В. Вашковский, Э.Г. Локк. Фрязинский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН, пл. Введенского 1, 141190 Фрязино, Московская обл., Российская Федерация
Тел. (496) 565-25-62. Факс (495) 702-95-72
E-mail: edwin@ms.ire.rssi.ru

Статья поступила 21 мая 2010 г.,
после доработки 25 августа 2010 г.

волны принято называть магнитостатическими волнами (МСВ) [3]. Многие свойства МСВ в ряде структур хорошо изучены и подробно описаны в литературе [3–6].

Использование магнитостатического приближения оказалось особенно удобным для теоретического описания МСВ с неколлинеарной ориентацией групповой и фазовой скоростей, поскольку в этом случае аналитическое решение системы уравнений Максвелла для среды, у которой магнитная проницаемость описывается тензором второго ранга, встречается с существенными математическими трудностями. Не умаляя значения результатов, полученных с помощью магнитостатического приближения, следует, однако, отметить, что необоснованное использование этого приближения (даже для геометрий, которые можно рассмотреть на основе уравнений Максвелла) практически исключило из сферы научных исследований ряд важных фундаментальных задач. Более того, оказалось, что полученные с помощью магнитостатического приближения решения некоторых из этих задач неверно описывают свойства и характеристики дипольных спиновых волн. Так, попытки получить выражение для вектора Пойнтинга в магнитостатическом приближении (когда электрическая компонента сверхвысокочастотного (СВЧ) поля МСВ выпадает из рассмотрения) предпринимались неоднократно [5, 6, 9, 10], однако расчёты на основе полученных выражений, как показано ниже, приводят к ошибочным представлениям о распределении энергии МСВ в ряде ферритовых структур.

Напротив, использование уравнений Максвелла для исследования характеристик МСВ — по крайней мере, для тех геометрий, для которых можно решить граничную задачу аналитически, — позволяет исследовать потоки, распределение энергии и линии СВЧ-полей МСВ, что существенно расширяет наши представления о распространении волн в анизотропных средах в целом. В частности, расчёты вектора Пойнтинга МСВ и потока её мощности, представленные в настоящей статье для структуры ФДМ, позволяют прояснить ответ на фундаментальный для физики волновых процессов вопрос: происходит ли в точках экстремума, возникающих на дисперсионной зависимости МСВ для структуры ФДМ, одновременное изменение направления потока энергии волны и характера волны (меняющегося в этих точках с прямого на обратный и наоборот)? На первый взгляд может показаться, что ответ на этот вопрос очевиден, однако расчёты на основе формул, представленных в [4, § 5.1], [6, § 6.1] и [9, 10], не приводят к положительному ответу на этот вопрос. Ниже мы рассмотрим также причины, из-за которых расчёт энергетических характеристик МСВ в магнитостатическом приближении приводит к ошибочным результатам.

2. Дисперсионное уравнение для поверхностной магнитостатической волны в структуре феррит – диэлектрик – металл

Преимущества рассмотрения энергетических характеристик МСВ на основе уравнений Максвелла, как будет видно из дальнейшего изложения, в наибольшей степени проявляются при исследовании этих характеристик для структуры ФДМ. Вывод дисперсионного уравнения для МСВ на основе уравнений Максвелла и исследование дисперсионных зависимостей этих волн в различных

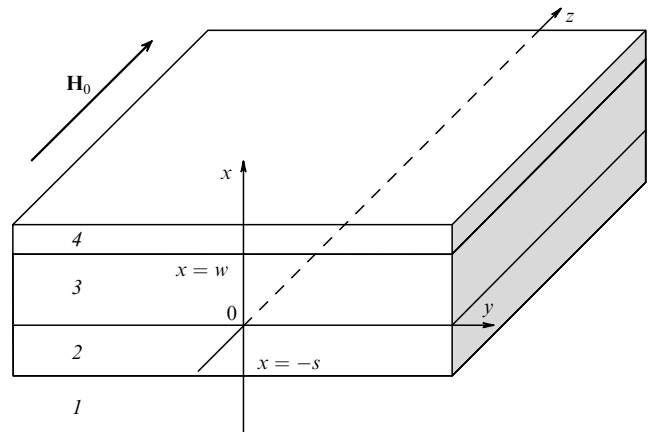


Рис. 1. Геометрия задачи: 1 — полупространство вакуума, 2 — ферритовая пластина, 3 — слой диэлектрика, 4 — идеально проводящий металл.

ферритовых структурах ранее проводились неоднократно [5, 11–18], поэтому ниже мы лишь кратко дадим, следуя в основном [17], постановку аналогичной задачи для структуры ФДМ и приведём соотношения, необходимые при выводе выражений для вектора Пойнтинга и потоков мощности МСВ.

Рассмотрим задачу о распространении МСВ в бесконечной плоскопараллельной структуре (рис. 1), которая состоит из ферритовой пластины 2 толщиной s и немагнитного диэлектрического слоя 3 толщиной w , граничащего с идеально проводящей металлической плоскостью 4. Введём декартову систему координат с тройкой единичных векторов $\{x_0, y_0, z_0\}$, так чтобы ось x была нормальна к плоскости пластины, а ось z была направлена по вектору постоянного однородного магнитного поля H_0 , намагничивающего пластину до насыщения. Пусть пластина 2 характеризуется относительной диэлектрической проницаемостью ϵ_2 и тензором относительной магнитной проницаемости $\vec{\mu}_2$ вида [5]:

$$\vec{\mu}_2 = \begin{vmatrix} \mu & iv & 0 \\ -iv & \mu & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}, \quad (1)$$

где

$$\mu = 1 + \frac{\omega_M \omega_H}{\omega_H^2 - \omega^2}, \quad (2)$$

$$v = \frac{\omega_M \omega_H}{\omega_H^2 - \omega^2}, \quad (3)$$

$\omega_H = \gamma H_0$, $\omega_M = 4\pi\gamma M_0$, $\omega = 2\pi f$, γ — гиромагнитная постоянная, $4\pi M_0$ — намагниченность насыщения феррита, f — частота электромагнитных колебаний. Диэлектрик 3 характеризуется относительной диэлектрической проницаемостью ϵ_3 , а относительные диэлектрическая и магнитная проницаемости полупространства ϵ_1 и μ_1 и магнитная проницаемость диэлектрика μ_3 равны единице.

Электромагнитное поле в каждой из сред должно удовлетворять уравнениям Максвелла, которые при использовании метода комплексных амплитуд (обратного преобразования Фурье с множителем $\exp(i\omega t)$)

имеют вид

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \mathbf{h}_j &= i \frac{\omega}{c} \varepsilon_j \mathbf{e}_j, \\ \operatorname{rot} \mathbf{e}_j &= -i \frac{\omega}{c} \mu_j \mathbf{h}_j, \\ \operatorname{div} (\varepsilon_j \mathbf{e}_j) &= 0, \\ \operatorname{div} (\mu_j \mathbf{h}_j) &= 0, \end{aligned} \quad (4)$$

где \mathbf{h}_j и \mathbf{e}_j — комплексные амплитуды векторов напряжённости высокочастотных электрического и магнитного полей, ε_j и μ_j — параметры среды (т.е. $j = 1, 2$ или 3), c — скорость света в вакууме.

Нас будут интересовать характеристики волн, распространяющихся вдоль оси y . Поэтому, считая, что задача однородна вдоль оси z , положим в уравнениях (4) $\partial/\partial z \equiv 0$. В этом случае система (4) распадается на две подсистемы: первая подсистема описывает ТЕ-волны, к которым относятся и МСВ в исследуемой структуре, а вторая — ТН-волны, которые здесь рассматриваться не будут (подробнее о решении типа ТН-волны см. [18]). Например, для ТЕ-волны, распространяющейся в слое феррита, из (4) получим систему уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{\partial h_{2y}}{\partial x} - \frac{\partial h_{2x}}{\partial y} &= i \frac{\omega}{c} \varepsilon_2 e_{2z}, \\ \frac{\partial e_{2z}}{\partial y} &= -i \frac{\omega}{c} (\mu h_{2x} + i v h_{2y}), \\ \frac{\partial e_{2z}}{\partial x} &= i \frac{\omega}{c} (-i v h_{2x} + \mu h_{2y}), \end{aligned} \quad (5)$$

где e_{2z} , h_{2x} и h_{2y} — проекции векторов \mathbf{e}_2 и \mathbf{h}_2 на соответствующие оси координат. Система (5) разрешается относительно компоненты поля e_{2z} и приводится к волновому уравнению Гельмгольца. Из (4) легко получить волновые уравнения и для компонент e_{1z} и e_{3z} в полупространстве и в диэлектрике. Таким образом, для каждой из сред ($j = 1, 2, 3$) компоненты поля e_{jz} удовлетворяют уравнению

$$\frac{\partial^2 e_{jz}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 e_{jz}}{\partial y^2} + q_j^2 e_{jz} = 0, \quad (6)$$

где $q_1^2 = k_0^2$, $q_2^2 = k_0^2 \varepsilon_2 \mu_{\perp}$, $q_3^2 = k_0^2 \varepsilon_3$, $k_0 = \omega/c$, $\mu_{\perp} = (\mu^2 - v^2)/\mu$.

Решения, удовлетворяющие (6), для каждой из сред запишем в виде:

$$\begin{aligned} e_{1z} &= C \exp(-ik_y y + k_{1x} x), \\ e_{2z} &= \exp(-ik_y y) [A \exp(k_{2x} x) + B \exp(-k_{2x} x)], \\ e_{3z} &= \exp(-ik_y y) [F \exp(k_{3x} x) + G \exp(-k_{3x} x)], \end{aligned} \quad (7)$$

где A, B, C, F, G — произвольные постоянные, k_{jx} и k_y — проекции волнового вектора, связанные соотношением

$$k_{jx}^2 = k_y^2 - q_j^2. \quad (8)$$

Из системы (5) и аналогичных систем для полупространства и слоя диэлектрика несложно выразить компоненты магнитного поля h_{jx} и h_{jy} через e_{jz} , а используя (7),

получим для полей h_{jx} и h_{jy} следующие выражения:

$$\begin{aligned} h_{1x} &= C \frac{k_y}{k_0} \exp(-ik_y y + k_{1x} x), \\ h_{2x} &= \frac{1}{k_0 \mu_{\perp}} \left[A \left(k_y - \frac{v}{\mu} k_{2x} \right) \exp(k_{2x} x) + B \left(k_y + \frac{v}{\mu} k_{2x} \right) \exp(-k_{2x} x) \right] \exp(-ik_y y), \\ h_{3x} &= \frac{k_y}{k_0} [F \exp(k_{3x} x) + G \exp(-k_{3x} x)] \exp(-ik_y y), \\ h_{1y} &= -i C \frac{k_{1x}}{k_0} \exp(-ik_y y + k_{1x} x), \\ h_{2y} &= \frac{i}{k_0 \mu_{\perp}} \left[A \left(\frac{v}{\mu} k_y - k_{2x} \right) \exp(k_{2x} x) + B \left(\frac{v}{\mu} k_y + k_{2x} \right) \exp(-k_{2x} x) \right] \exp(-ik_y y), \\ h_{3y} &= i \frac{k_{3x}}{k_0} [G \exp(-k_{3x} x) - F \exp(k_{3x} x)] \exp(-ik_y y). \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} h_{2x} &= \frac{1}{k_0 \mu_{\perp}} \left[A \left(k_y - \frac{v}{\mu} k_{2x} \right) \exp(k_{2x} x) + B \left(k_y + \frac{v}{\mu} k_{2x} \right) \exp(-k_{2x} x) \right] \exp(-ik_y y), \\ h_{2y} &= \frac{i}{k_0 \mu_{\perp}} \left[A \left(\frac{v}{\mu} k_y - k_{2x} \right) \exp(k_{2x} x) + B \left(\frac{v}{\mu} k_y + k_{2x} \right) \exp(-k_{2x} x) \right] \exp(-ik_y y), \\ h_{3x} &= \frac{k_y}{k_0} [F \exp(k_{3x} x) + G \exp(-k_{3x} x)] \exp(-ik_y y), \\ h_{3y} &= i \frac{k_{3x}}{k_0} [G \exp(-k_{3x} x) - F \exp(k_{3x} x)] \exp(-ik_y y). \end{aligned} \quad (10)$$

Удовлетворяя граничным условиям непрерывности тангенциальных компонент векторов \mathbf{e} и \mathbf{h} на границах $x = -s$ и $x = 0$ и приравнявая нулю компоненту e_{3z} на границе с металлом $x = w$, получим систему уравнений:

$$\begin{aligned} C \exp(-k_{1x} s) &= A \exp(-k_{2x} s) + B \exp(k_{2x} s), \\ A + B &= F + G, \\ F \exp(k_{3x} w) + G \exp(-k_{3x} w) &= 0, \\ -k_{1x} \mu_{\perp} C \exp(-k_{1x} s) &= A \left(\frac{v}{\mu} k_y - k_{2x} \right) \exp(-k_{2x} s) + B \left(\frac{v}{\mu} k_y + k_{2x} \right) \exp(k_{2x} s), \\ k_{3x} \mu_{\perp} (G - F) &= A \left(\frac{v}{\mu} k_y - k_{2x} \right) + B \left(\frac{v}{\mu} k_y + k_{2x} \right). \end{aligned} \quad (11)$$

Приравнявая нулю определитель системы уравнений, получившейся для постоянных A, B, C, F, G , приходим к следующему дисперсионному уравнению:

$$\begin{aligned} &\left(k_{2x} - \frac{v}{\mu} k_y - \mu_{\perp} k_{1x} \right) \times \\ &\times \left[\mu_{\perp} k_{3x} - \left(k_{2x} + \frac{v}{\mu} k_y \right) \tanh(k_{3x} w) \right] \exp(-2k_{2x} s) + \\ &+ \left(k_{2x} + \frac{v}{\mu} k_y + \mu_{\perp} k_{1x} \right) \times \\ &\times \left[\mu_{\perp} k_{3x} + \left(k_{2x} - \frac{v}{\mu} k_y \right) \tanh(k_{3x} w) \right] = 0. \end{aligned} \quad (12)$$

Уравнение (12) после некоторых преобразований можно записать в виде

$$\begin{aligned} &\left[\mu_{\perp}^2 k_{1x} k_{3x} + \frac{v^2}{\mu^2} k_y^2 - k_{2x}^2 + \frac{v}{\mu} \mu_{\perp} k_y (k_{3x} + k_{1x}) - \right. \\ &\left. - \mu_{\perp} k_{2x} (k_{1x} - k_{3x}) \coth(k_{2x} s) \right] \exp(-2k_{3x} w) + \\ &+ \mu_{\perp}^2 k_{1x} k_{3x} - \frac{v^2}{\mu^2} k_y^2 + k_{2x}^2 - \frac{v}{\mu} \mu_{\perp} k_y (k_{3x} - k_{1x}) + \\ &+ \mu_{\perp} k_{2x} (k_{1x} + k_{3x}) \coth(k_{2x} s) = 0. \end{aligned} \quad (13)$$

Если две среды, 1 и 3, на рис. 1 представляют собой вакуум, то, полагая $k_{3x} = k_{1x}$, $\varepsilon_3 = \varepsilon_1 = 1$ и учитывая соотношения (8), выражение (13) можно упростить:

$$\left(\mu_{\perp} k_{1x}^2 - \frac{1}{\mu} k_y^2 + k_0^2 \varepsilon_2 + 2 \frac{v}{\mu} k_y k_{1x} \right) \exp(-2k_{3x}w) + \mu_{\perp} k_{1x}^2 + \frac{1}{\mu} k_y^2 - k_0^2 \varepsilon_2 + 2k_{2x}k_{1x} \coth(k_{2x}s) = 0. \quad (14)$$

Дисперсионное соотношение для ферритовой пластины, расположенной в свободном пространстве, легко получить из (14), полагая $w \rightarrow \infty$ (при этом после упрощения можно получить выражение, описываемое формулой (9) в [18]).

При $w = 0$, т.е. для структуры феррит–металл (ФМ), уравнение (14) также принимает достаточно простой вид:

$$k_{2x} \coth(k_{2x}s) + \frac{v}{\mu} k_y + \mu_{\perp} k_{1x} = 0. \quad (15)$$

Положительным значениям k_y в (12)–(15) соответствует волна, распространяющаяся в положительном направлении оси y , а отрицательным значениям k_y — волна, распространяющаяся в противоположном направлении.

Все решения уравнений (12)–(15) можно условно разбить на два типа.

Одно из решений описывает волну, у которой постоянная распространения k_y может быть на несколько порядков больше, чем k_0 , при этом, чем меньше отношение k_0/k_y , тем ближе дисперсионная зависимость этой волны к соответствующей дисперсионной зависимости, вычисленной в магнитостатическом приближении (аналогично тому, как это описано в [18] для ферритовой пластины в свободном пространстве). Волны, соответствующие этому решению, мы и будем называть ниже термином МСВ. Другое решение описывает волну, у которой k_y лишь в несколько раз (в зависимости от значений ε_2 и ε_3) превышает k_0 (при использовании магнитостатического приближения таких решений не возникает). Поверхностные волны, соответствующие этому решению, мы ниже рассматривать не будем, поскольку свойства этих волн практически идентичны свойствам волн, возникающих в обычной диэлектрической пластине (см., например, описание подобных волн для структуры ФД в [15]).

Легко видеть, что уравнения (12)–(15) могут иметь решения, описывающие не только волну поверхностного типа, когда k_{2x} и k_{3x} действительны и амплитуда волны в слоях феррита и диэлектрика зависит от x по экспоненциальному закону, но и решения, описывающие волну объёмного типа, когда или k_{2x} , или k_{3x} , или одновременно k_{2x} и k_{3x} становятся мнимыми величинами (это следует из того, что при замене $k_{3x} \rightarrow ik_{3x}$ в (12) или $k_{2x} \rightarrow ik_{2x}$ в (13)–(15) все слагаемые в этих выражениях или остаются действительными, или становятся мнимыми). Этот факт необходимо учитывать при выводе выражений для вектора Пойнтинга, в частности, при записи этих выражений в общем виде не следует заранее вычислять действительную часть векторного произведения электрического и магнитного полей.

3. Вектор Пойнтинга и потоки мощности магнитостатической волны в структуре феррит – диэлектрик – металл

Как известно, среднее значение вектора Пойнтинга (усреднённая во времени плотность потока электромагнитной энергии) \mathbf{P} определяется выражением

$$\mathbf{P} = \frac{c}{8\pi} \operatorname{Re} [\mathbf{e}\mathbf{h}^*], \quad (16)$$

где символ * здесь и далее обозначает операцию комплексного сопряжения.

Учитывая выражения для компонент электромагнитного поля (7), (9), (10), можно показать, что у МСВ в структуре ФДМ действительной и отличной от нуля будет только y -компонента вектора Пойнтинга

$$P_{jy} = \frac{c}{8\pi} \operatorname{Re} (e_{jz} h_{jx}^*). \quad (17)$$

Подставляя выражения (7) и (9) для компонент e_{jz} и h_{jx} в (17), получим

$$P_{1y} = \frac{ck_y}{8\pi k_0} |C|^2 \exp(2k_{1x}x), \quad (18)$$

$$P_{2y} = \frac{c}{8\pi k_0 \mu_{\perp}} \operatorname{Re} \left[|A|^2 \left(k_y - \frac{v}{\mu} k_{2x} \right) \exp(2k_{2x}x) + |B|^2 \left(k_y + \frac{v}{\mu} k_{2x} \right) \exp(-2k_{2x}x) + AB^* \left(k_y + \frac{v}{\mu} k_{2x} \right) + BA^* \left(k_y - \frac{v}{\mu} k_{2x} \right) \right], \quad (19)$$

$$P_{3y} = \frac{ck_y}{8\pi k_0} \operatorname{Re} [|F|^2 \exp(2k_{3x}x) + |G|^2 \exp(-2k_{3x}x) + FG^* + GF^*]. \quad (20)$$

Система уравнений (11) позволяет выразить соотношения (18)–(20) для компонент вектора Пойнтинга и соотношения (7), (9), (10) для компонент СВЧ-поля через один (любой) из пяти независимых коэффициентов: A, B, C, F, G . Для этого выразим, например, B, C, F, G через коэффициент A :

$$\begin{aligned} B &= A\xi \exp(-2k_{2x}s), \\ C &= A(\xi + 1) \exp(k_{1x}s - k_{2x}s), \\ G &= A\beta, \\ F &= -G \exp(-2k_{3x}w) = -A\beta \exp(-2k_{3x}w) = A\eta, \end{aligned} \quad (21)$$

где

$$\xi = \frac{k_{2x} - (v/\mu)k_y - \mu_{\perp}k_{1x}}{k_{2x} + (v/\mu)k_y + \mu_{\perp}k_{1x}}, \quad (22)$$

$$\eta = \frac{1 + \xi \exp(-2k_{2x}s)}{1 - \exp(2k_{3x}w)}, \quad (23)$$

$$\beta = \frac{1 + \xi \exp(-2k_{2x}s)}{1 - \exp(-2k_{3x}w)}. \quad (24)$$

Как показали результаты расчётов, для решения типа МСВ компоненты k_{2x} и k_{3x} при условии $k_y \gg k_0$ являются действительными, а при значениях k_y , близких к k_0 , компоненты k_{2x} и k_{3x} становятся мнимыми (подобное

изменение k_{2x} и k_{3x} для структуры ФД показано на рис. 3 в [15]), из-за чего значения ξ , η , β , коэффициенты B , C , F , G и все компоненты поля e_{jz} , h_{jx} , h_{jy} становятся комплексными. Поэтому из соотношений (18)–(20) для различных интервалов значений k_y получаются разные выражения для y -компонент вектора Пойнтинга и соответствующих потоков мощности. Так как настоящая статья посвящена исследованию энергетических характеристик МСВ, у которой $k_y \gg k_0$, то в этом случае компоненты k_{2x} и k_{3x} , величины ξ , η , β и коэффициенты B , C , F , G являются действительными и из (18)–(20) с учётом (21) для компонент вектора Пойнтинга МСВ получим следующие выражения:

$$P_{1y} = P_{0y}(\xi + 1)^2 \exp[-2k_{2x}s + 2k_{1x}(x + s)], \quad (25)$$

$$P_{2y} = \frac{P_{0y}}{\mu_{\perp}} \exp(-2k_{2x}s) \left\{ \left(1 - \frac{vk_{2x}}{\mu k_y}\right) \exp[2k_{2x}(x + s)] + \xi^2 \left(1 + \frac{vk_{2x}}{\mu k_y}\right) \exp[-2k_{2x}(x + s)] + 2\xi \right\}, \quad (26)$$

$$P_{3y} = P_{0y}[\eta^2 \exp(2k_{3x}x) + \beta^2 \exp(-2k_{3x}x) + 2\beta\eta] = P_{0y}[\eta \exp(k_{3x}x) + \beta \exp(-k_{3x}x)]^2, \quad (27)$$

где

$$P_{0y} = \frac{ck_y |A|^2}{8\pi k_0}. \quad (28)$$

Полный поток Π мощности МСВ будет равен сумме потоков Π_j в каждой из сред ($j = 1, 2, 3$), а для нахождения последних необходимо проинтегрировать соответствующие y -компоненты вектора Пойнтинга P_{jy} по координатам x и z :

$$\Pi = \sum_{j=1}^3 \Pi_j = \int_0^1 \int_{-\infty}^{-s} P_{1y} dx dz + \int_0^1 \int_{-s}^0 P_{2y} dx dz + \int_0^1 \int_0^w P_{3y} dx dz. \quad (29)$$

Так как исследуемая структура однородна вдоль оси z , интегрирование по этой координате является формальным и сводится к умножению на длину единичного участка, а величины Π_j имеют смысл¹ потока мощности, проходящей в j -й среде вдоль оси y на единицу длины структуры вдоль оси z . Подставляя в (29) y -компоненты вектора Пойнтинга P_{jy} , описываемые соотношениями (25)–(27), и проводя интегрирование, для парциальных потоков Π_j получим следующие выражения:

$$\Pi_1 = \frac{P_{0y} \exp(-2k_{2x}s)}{2k_{1x}} (\xi + 1)^2, \quad (30)$$

$$\Pi_2 = \frac{P_{0y} \exp(-2k_{2x}s)}{2k_{2x}\mu_{\perp}} \left\{ \left(1 - \frac{vk_{2x}}{\mu k_y}\right) [\exp(2k_{2x}s) - 1] + \xi^2 \left(1 + \frac{vk_{2x}}{\mu k_y}\right) [1 - \exp(-2k_{2x}s)] + 4\xi k_{2x}s \right\}, \quad (31)$$

$$\begin{aligned} \Pi_3 &= \frac{P_{0y}}{2k_{3x}} \left\{ \eta^2 [\exp(2k_{3x}w) - 1] + \beta^2 [1 - \exp(-2k_{3x}w)] + 4\beta\eta k_{3x}w \right\} = \\ &= \frac{P_{0y}\beta^2 \exp(-2k_{3x}w)}{2k_{3x}} \times \\ &\times [\exp(2k_{3x}w) - \exp(-2k_{3x}w) - 4k_{3x}w]. \quad (32) \end{aligned}$$

4. Изменение дисперсионных и энергетических характеристик магнитостатической волны в структуре феррит – диэлектрик – металл

Изменение дисперсионных и энергетических зависимостей любой волны характеризует фундаментальная взаимосвязь, которая особенно ярко проявляется на примере распространения поверхностной МСВ (ПМСВ) в структуре ФДМ. Как известно, эта структура обладает довольно редким свойством: на её дисперсионной зависимости могут возникать одна или две точки экстремума (в которых производная $\partial\omega/\partial k_y$ меняет знак), что свидетельствует об изменении характера волны в этих точках (т.е. в одном интервале значений постоянной распространения k_y волна имеет прямой характер, а в другом — обратный характер). В то же время известно, что при одном и том же знаке k_y прямая волна и обратная волна должны переносить энергию в противоположных направлениях, т.е. в зависимости от характера волны общий поток энергии будет иметь разные знаки в соответствующих интервалах значений k_y , разделённых точками экстремума. Теоретическое и экспериментальное подтверждение этой взаимосвязи между дисперсионными и энергетическими характеристиками волны имеет принципиальное значение для физики волновых процессов.

Рассмотрим теперь, как изменяются дисперсионные и энергетические характеристики ПМСВ в структуре ФДМ при различных параметрах структуры. Будем для простоты при расчётах полагать, что в структуре ФДМ слой диэлектрика 3 на рис. 1 представляет собой промежуток вакуума ($\varepsilon_3 = 1$), а пластина 2 представляет собой железо-иттриевый гранат (ЖИГ) — феррит, в котором наиболее эффективно возбуждаются и распространяются МСВ. Пусть пластина ЖИГ имеет толщину $s = 10$ мкм, намагничённость насыщения $4\pi M_0 = 1750$ Гс, а внешнее магнитное поле $H_0 = 300$ Э. При выбранных параметрах дисперсионная зависимость ПМСВ $f(k_y)$ в структуре ФДМ при изменении величины воздушного зазора w ведёт себя так, как показано на рис. 2. Кривые $f(k_y)$ для структуры ФДМ всегда лежат между кривой 1 — дисперсионной зависимостью ПМСВ для структуры ФМ (что соответствует случаю $w = 0$) и кривой 4 — дисперсионной зависимостью ПМСВ в ферритовой пластине, расположенной в свободном пространстве (что соответствует случаю $w \rightarrow \infty$), причём для интервала значений $0 < w < w_1$ зависимость $f(k_y)$ имеет одну точку экстремума (см. рис. 2, кривая 2), для интервала $w_1 < w < w_2$ — две точки экстремума (см. рис. 2, кривая 3), а для интервала $w_2 < w < \infty$ зависимость $f(k_y)$ не имеет точек экстремума ($f(k_y)$ для этого случая на рис. 2 не приведена).

¹ Физический смысл парциальных потоков Π_j уточняется в разделе 6.

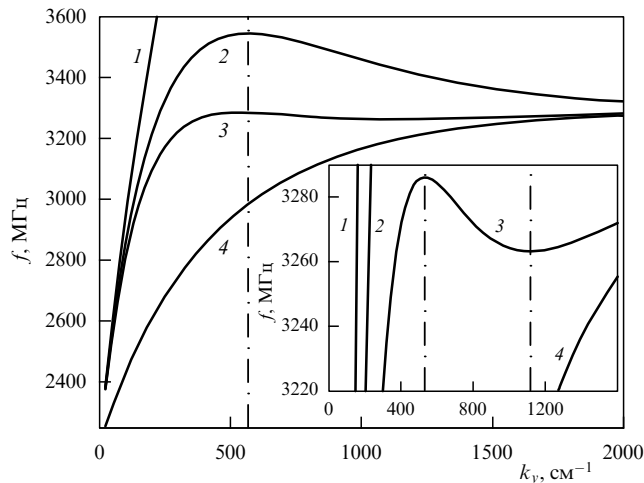


Рис. 2. Дисперсионные зависимости МСВ $f(k_y)$ для структуры ФДМ при различной величине зазора вакуума: 1 — $w = 0$ (т.е. для структуры ФМ), 2 — $w = 10$ мкм, 3 — $w = 15,5$ мкм, 4 — $w \rightarrow \infty$ (т.е. для ферритовой пластины в свободном пространстве). Вертикальными штрихпунктирными прямыми отмечены значения k_y , при которых на зависимостях $f(k_y)$ имеются точки экстремума.

Изменение общего и парциальных потоков, рассчитанных по формулам (29)–(32), показано на рис. 3: приведено изменение потоков для случая (рис. 3а), когда дисперсионная зависимость структуры ФДМ $f(k_y)$ имеет одну точку экстремума и описывается кривой 2 на рис. 2, и для случая (рис. 3б), когда эта зависимость имеет две точки экстремума и описывается кривой 3 на рис. 2.

Как видно из рис. 3, изменение общего потока Π происходит в точном соответствии с изменением соответствующей дисперсионной зависимости: при тех значениях k_y , при которых кривая $f(k_y)$ имеет точки экстремума, зависимость $\Pi(k_y)$ проходит через нуль, причём в тех интервалах значений k_y , где волна имеет прямой характер (т.е. где знак скалярного произведения волнового вектора и групповой скорости положителен, $\mathbf{k}_y \mathbf{V} = \mathbf{k}_y \partial \omega / \partial \mathbf{k}_y > 0$ [19, 20]), знаки общего потока Π и постоянной распространения k_y (фазовой скорости) совпадают, а в тех интервалах значений k_y , где волна имеет обратный характер (т.е. где $\mathbf{k}_y \mathbf{V} = \mathbf{k}_y \partial \omega / \partial \mathbf{k}_y < 0$), знаки общего потока Π и постоянной распространения k_y (фазовой скорости) противоположны². В тех случаях, когда дисперсионная зависимость не имеет точек экстремума и описывает прямую волну (как в случае зависимостей $f(k_y)$, описываемых кривыми 1 и 4 на рис. 2), величина общего потока Π всегда положительна (изменение потоков, соответствующее этим дисперсионным зависимостям, на рис. 3 не приведено). Эта взаимосвязь между дисперсионными и энергетическими характеристиками является важным фундаментальным свойством, характеризующим не только распространение МСВ в структуре ФДМ, но и распространение любых электромагнитных волн в анизотропных или диэлектрических структурах. Несмотря на то что распространению МСВ в структуре ФДМ посвящено немало теоретических работ [7–13], ни в одной из них эта взаимосвязь не исследована.

² Приведённая формулировка является общей и учитывает тот факт, что в ряде структур точки экстремума на дисперсионных зависимостях возникают при отрицательных k_y .

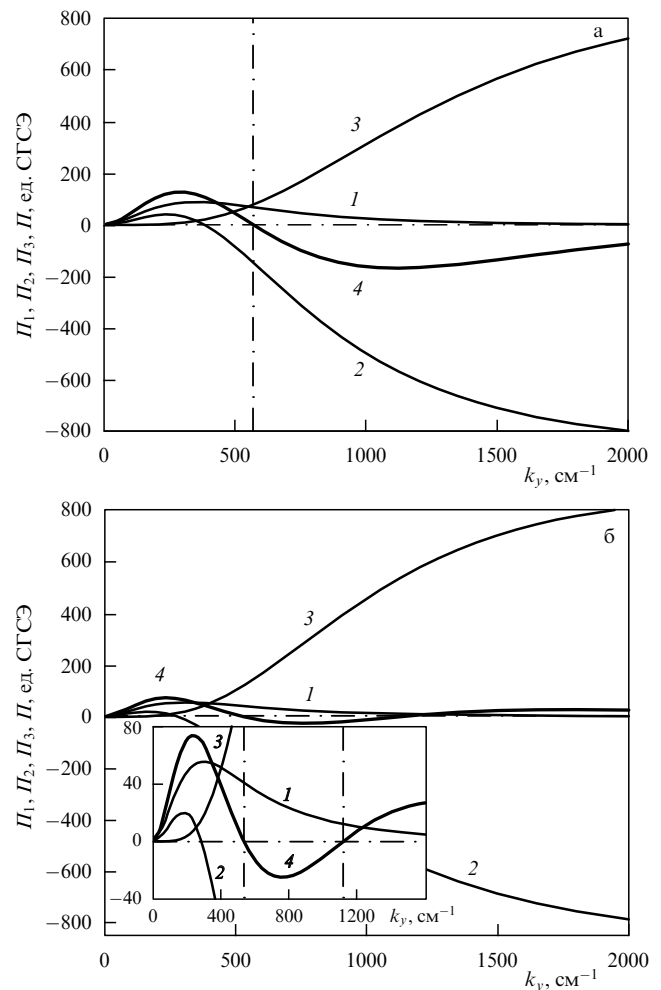


Рис. 3. Изменение общего и парциальных потоков мощности МСВ в структуре ФДМ при $w = 10$ мкм (а) и $w = 15,5$ мкм (б) в зависимости от постоянной распространения МСВ k_y : 1 — изменение потока Π_1 в полупространстве вакуума, 2 — изменение потока Π_2 в слое феррита, 3 — изменение потока Π_3 в зазоре вакуума, 4 — изменение общего потока мощности МСВ Π в структуре. Горизонтальными штрихпунктирными прямыми отмечено значение $\Pi = 0$, а вертикальными — значения k_y , при которых $\Pi = 0$.

Отметим, что из трёх слагаемых, Π_1 , Π_2 и Π_3 , определяющих суммарный поток Π , значения потоков в вакууме Π_1 и Π_3 всегда имеют тот же знак, что и постоянная распространения k_y , которая в соответствии с (28) задаёт знак амплитуды энергетических характеристик МСВ P_{0y} (т.е., если $k_y > 0$, то $\Pi_1 > 0$ и $\Pi_3 > 0$). Однако знак потока в ферритовом слое Π_2 в зависимости от параметров структуры меняется сложнее: при $w = 0$ знаки Π_2 и k_y совпадают, при $w \rightarrow \infty$ знаки Π_2 и k_y противоположны, а при промежуточных значениях зазора w величина Π_2 в разных интервалах значений k_y может быть как положительной, так и отрицательной³. Напомним здесь, что возникновение отрицательных значений парциального потока в одном из слоёв структуры характерно не только для ферритового слоя, но и, например, для слоя плазмы, что показано в [21].

³ Напомним, что все перечисленные свойства потоков Π_1 , Π_2 и Π_3 характерны для волны типа МСВ, т.е. для значений k_y , при которых компоненты k_{2x} и k_{3x} являются действительными.

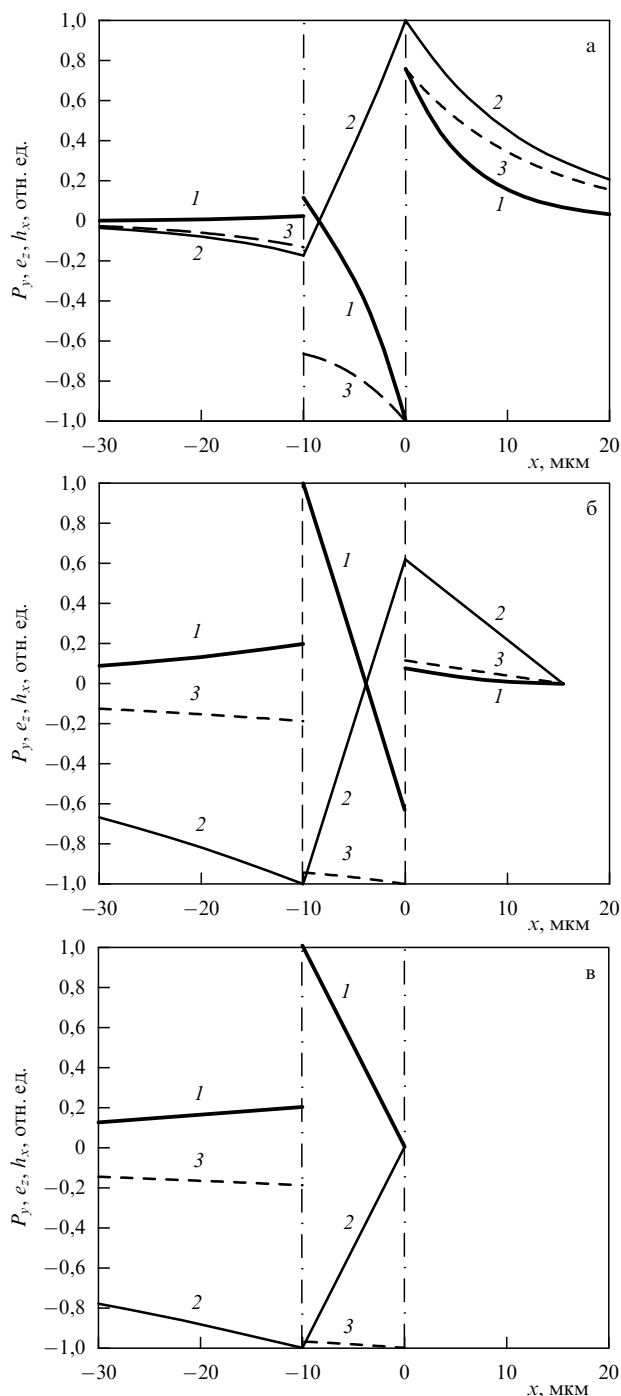


Рис. 4. Изменение усреднённых во времени плотностей потока электромагнитной энергии P_y (1) и СВЧ-компонент электрического e_z (2) и магнитного h_x (3) полей в сечении структуры ФДМ при $f_0 = 3100$ МГц и при различной величине зазора вакуума: (а) $w \rightarrow \infty$ (т.е. для ферритовой пластины в свободном пространстве), (б) $w = 15,5$ мкм, (в) $w = 0$ (т.е. для структуры ФМ). Вертикальные штрихпунктирные прямые соответствуют нижней и верхней поверхностям ферритовой пластины. Расчёты проведены на основе уравнений Максвелла и формулы (16).

Для того чтобы лучше понять физические причины описанного изменения общего и парциальных потоков, рассмотрим, как изменяются в сечении структуры величина вектора Пойнтинга P_y и определяющие её значения сверхвысокочастотных электрического и магнитного полей e_z и h_x . Нормированные зависимости $P_{y_j}(x)$, $e_{z_j}(x)$

и $h_{x_j}(x)$, рассчитанные по формулам (7), (9), (25)–(27) для частоты $f = 3100$ МГц, показаны на рис. 4. В свободной ферритовой пластине (когда $w \rightarrow \infty$) волна локализована у одной из её поверхностей (рис. 4а), у которой находятся максимумы всех трёх величин — P_y , e_z и h_x . При приближении к этой поверхности металлической плоскости на достаточно близкое расстояние (порядка нескольких толщин ферритовой пластины) максимумы СВЧ-поля e_z и величины P_y постепенно смещаются к противоположной поверхности (рис. 4б), поскольку, как известно, на идеально проводящей поверхности $e_z = 0$ (и, следовательно, $P_y = 0$). Когда металлическая плоскость граничит с поверхностью ферритовой пластины (при $w = 0$), на этой поверхности величины e_z и P_y равны нулю, а максимальны значения e_z и P_y у противоположной поверхности. Аналогичная картина изменения величин e_z и P_y имеет место не только при $f = \text{const}$, но и при $k_y = \text{const}$. Что касается свойств самой волны — будет ли она прямой или обратной при данных параметрах структуры, частоте и величине k_y — то это зависит от параметров экспоненциальных функций, описывающих величину P_y : от того, насколько резко или плавно спадают экспоненты, зависит, будет ли суммарная площадь под кривой $P_y(x)$ на рис. 4 (т.е. поток Π) положительной (в этом случае волна будет прямой) или отрицательной (в этом случае волна будет обратной).

Важное значение для исследований приобретает экспериментальное подтверждение описанных выше результатов, проведённое ранее в [17]. В этой работе доказано существование взаимосвязи между энергетическими и дисперсионными характеристиками МСВ в структуре ФДМ: там не только наблюдались прямые и обратные МСВ, соответствующие восходящим и нисходящим участкам дисперсионной зависимости, но и показано, как отличить прямую волну от обратной по изменению фазочастотной характеристики коэффициента передачи. В [17] удалось осуществить исследование характеристик МСВ в структуре ФДМ благодаря использованию пластины ЖИГ, с одной стороны которой были расположены диэлектрик и металлический экран, а с другой — возбуждающий и приёмный преобразователи (при использовании плёнок ЖИГ проведение аналогичных измерений было невозможным, так как к одной из поверхностей плёнки примыкает подложка, на которой выращена плёнка).

5. О возможности использования магнитостатического приближения для описания энергетических характеристик магнитостатической волны

На первый взгляд может показаться, что, во-первых, описанные выше результаты являются тривиальными, не вызывающими сомнений, и что, во-вторых, аналогичные результаты проще получить в магнитостатическом приближении (как это предлагается делать, например, в [4, § 5.1], [6, § 6.1] и [9, 10]).

Покажем ниже, какие ошибки возникают при исследовании энергетических характеристик МСВ в магнитостатическом приближении. Для этого попробуем получить зависимости, аналогичные приведённым на рис. 3 и 4, на основе расчётов, выполненных в магнитостатическом приближении.

Будем решать граничную задачу для структуры ФДМ, показанной на рис. 1, используя в качестве исходных уравнения Максвелла в магнитостатическом приближении:

$$\operatorname{rot} \mathbf{h} = 0, \quad (33)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{b} = 0. \quad (34)$$

Вводя магнитостатический потенциал Ψ для каждой из сред ($j = 1, 2, 3$)

$$\mathbf{h}_j = \operatorname{grad} \Psi_j \quad (35)$$

и используя для магнитной индукции внутри и вне ферритовой пластины выражения $\mathbf{b}_2 = \mu_2 \mathbf{h}_2$ и $\mathbf{b}_{1,3} = \mathbf{h}_{1,3}$, получим уравнения для потенциала внутри и вне ферритовой пластины (Ψ_2 и $\Psi_{1,3}$ соответственно):

$$\mu \left(\frac{\partial^2 \Psi_2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi_2}{\partial y^2} \right) + \frac{\partial^2 \Psi_2}{\partial z^2} = 0, \quad (36)$$

$$\frac{\partial^2 \Psi_{1,3}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi_{1,3}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Psi_{1,3}}{\partial z^2} = 0. \quad (37)$$

Из непрерывности потенциала Ψ и нормальной компоненты магнитной индукции b_x на границах сред и равенства нулю этой компоненты на поверхности металла, получим следующие граничные условия:

$$\begin{aligned} \Psi_1 &= \Psi_2 \quad \text{при } x = -s, \\ \Psi_2 &= \Psi_3 \quad \text{при } x = 0, \\ \frac{\partial \Psi_3}{\partial x} &= 0 \quad \text{при } x = w, \\ \mu \frac{\partial \Psi_2}{\partial x} + i\nu \frac{\partial \Psi_2}{\partial y} &= \frac{\partial \Psi_1}{\partial x} \quad \text{при } x = -s, \\ \mu \frac{\partial \Psi_2}{\partial x} + i\nu \frac{\partial \Psi_2}{\partial y} &= \frac{\partial \Psi_3}{\partial x} \quad \text{при } x = 0. \end{aligned} \quad (38)$$

Решения, описывающие распространение МСВ в плоскости структуры и удовлетворяющие (36) и (37), для каждой из сред запишем в виде:

$$\begin{aligned} \Psi_1 &= C \exp(-ik_y y - ik_z z + k_{1x} x), \\ \Psi_2 &= \exp(-ik_y y - ik_z z) [A \exp(k_{2x} x) + B \exp(-k_{2x} x)], \\ \Psi_3 &= \exp(-ik_y y - ik_z z) [F \exp(k_{3x} x) + G \exp(-k_{3x} x)], \end{aligned} \quad (39)$$

где A, B, C, F, G — произвольные постоянные, $k_{1x}, k_{2x}, k_{3x}, k_y$ и k_z — компоненты волнового вектора вдоль осей координат, причём k_{1x}, k_{2x} и k_{3x} — положительны. Подставляя (39) в (36) и (37), получим соотношения, связывающие компоненты волнового вектора между собой:

$$\begin{aligned} k_{1x} &= \sqrt{k_y^2 + k_z^2}, \\ k_{2x} &= \sqrt{k_y^2 + \frac{k_z^2}{\mu}}, \\ k_{3x} &= k_{1x}. \end{aligned} \quad (40)$$

Подставляя выражения (39) в (38), получим систему уравнений:

$$\begin{aligned} C \exp(-k_{1x} s) &= A \exp(-k_{2x} s) + B \exp(k_{2x} s), \\ A + B &= F + G, \\ F \exp(k_{3x} w) - G \exp(-k_{3x} w) &= 0, \end{aligned} \quad (41)$$

$$\begin{aligned} \frac{k_{1x}}{\mu} C \exp(-k_{1x} s) &= A \left(\frac{\nu}{\mu} k_y + k_{2x} \right) \exp(-k_{2x} s) + \\ &+ B \left(\frac{\nu}{\mu} k_y - k_{2x} \right) \exp(k_{2x} s), \end{aligned}$$

$$\frac{k_{3x}}{\mu} (F - G) = A \left(\frac{\nu}{\mu} k_y + k_{2x} \right) + B \left(\frac{\nu}{\mu} k_y - k_{2x} \right),$$

решив которую, найдём, что распространение МСВ в структуре ФДМ описывается следующим дисперсионным уравнением (см., например, таблицу в [22]):

$$\begin{aligned} \mu^2 k_{2x}^2 - \nu^2 k_y^2 + k_{1x}^2 + 2\mu k_{1x} k_{2x} \coth(k_{2x} s) + \\ + (\mu^2 k_{2x}^2 - \nu^2 k_y^2 - k_{1x}^2 + 2\nu k_{1x} k_y) \exp(-2k_{1x} w) = 0. \end{aligned} \quad (42)$$

Считая, что распространение МСВ происходит вдоль оси y (чтобы рассматриваемая задача была аналогична описанной в разделах 2–4), и полагая $k_z = 0$, можно с учётом (40) записать уравнение (42) в виде

$$\mu_{\perp} + \frac{1}{\mu} + 2 \coth(k_y s) + \left(\mu_{\perp} - \frac{1}{\mu} + 2 \frac{\nu}{\mu} \right) \exp(-2k_y w) = 0. \quad (43)$$

Для описания энергетических характеристик МСВ в магнитостатическом приближении в работах [4, § 5.1], [6, § 6.1] и [9, 10] предлагается воспользоваться известным тождеством векторного анализа:

$$\operatorname{div} [\mathbf{e}\mathbf{h}^*] = \mathbf{h}^* \operatorname{rot} \mathbf{e} + \mathbf{e} \operatorname{rot} \mathbf{h}^*. \quad (44)$$

Поскольку $\operatorname{rot} \mathbf{h} = 0$ (в соответствии с (33)), $\operatorname{rot} \mathbf{e} = -ik_0 \mathbf{b}$ (в соответствии с (4)), а $\mathbf{h} = \operatorname{grad} \Psi$ (в соответствии с (35)), то из (44) получаем

$$\operatorname{div} [\mathbf{e}\mathbf{h}^*] = -ik_0 \mathbf{h}^* \mathbf{b} = -ik_0 \operatorname{grad} \Psi^* \mathbf{b}. \quad (45)$$

Учитывая, что $\operatorname{div} \mathbf{b} = 0$ (согласно (34)), (45) можно записать в виде

$$\operatorname{div} [\mathbf{e}\mathbf{h}^*] = -ik_0 \operatorname{div} (\Psi^* \mathbf{b}), \quad (46)$$

откуда (в соответствии с выводами работ [4, § 5.1], [6, § 6.1], [9, 10]) следует, что

$$[\mathbf{e}\mathbf{h}^*] = -ik_0 \Psi^* \mathbf{b} \quad (47)$$

и, значит, выражение для вектора Пойнтинга (16) для каждой из сред ($j = 1, 2, 3$) можно записать в виде

$$\mathbf{P}_j = -\frac{\omega}{8\pi} \operatorname{Re} (i\Psi_j^* \mathbf{b}_j). \quad (48)$$

Отметим здесь сразу, что переход от формулы (46) к формуле (47) ошибочен, поскольку из равенства дивергенций двух векторов не следует, что эти векторы также равны. Так, например, легко видеть, что хотя дивергенции векторов $xx_0 + yy_0 + zz_0$ и $5xx_0 - 4yy_0 + 2zz_0$ одина-

ковы, сами векторы различны. Используя экспоненциальные функции, описывающие зависимости от координат векторов \mathbf{e} и \mathbf{h} , нетрудно составить пример подобных векторов:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{k_x} \exp(k_x x - ik_y y - ik_z z) \mathbf{x}_0 + \\ & + \frac{1}{ik_y} \exp(k_x x - ik_y y - ik_z z) \mathbf{y}_0 + \\ & + \frac{1}{ik_z} \exp(k_x x - ik_y y - ik_z z) \mathbf{z}_0, \\ & \frac{2}{k_x} \exp(k_x x - ik_y y - ik_z z) \mathbf{x}_0 - \\ & - \frac{4}{ik_y} \exp(k_x x - ik_y y - ik_z z) \mathbf{y}_0 + \\ & + \frac{7}{ik_z} \exp(k_x x - ik_y y - ik_z z) \mathbf{z}_0. \end{aligned}$$

Таким образом, формула (48), полученная из (47), также неверна.

Однако забудем на время об этой ошибке и посмотрим, что получится при проведении расчётов по формуле (48). В рассматриваемом нами случае (когда МСВ распространяется вдоль оси y) действительные значения будет иметь лишь компонента $P_{jy} = -\omega \operatorname{Re}(i\Psi_j^* b_{jy})/8\pi$. Нормированные зависимости $\Psi(x)$, $b_y(x)$ и $P_y(x)$, рассчитанные по формуле (48) для ферритовой пластины, расположенной в свободном пространстве ($w \rightarrow \infty$), и для структуры ФМ ($w = 0$) приведены⁴ на рис. 5а и б соответственно, причём все параметры сред выбраны такими же, как и при расчётах, проведённых на основе уравнений Максвелла (см. раздел 4). Как видно из сравнения рис. 4в и 5б, в отличие от зависимости $P_y(x)$, рассчитанной для структуры ФМ на основе уравнений Максвелла (рис. 4в, кривая 1), аналогичная зависимость $P_y(x)$, рассчитанная по формуле (48) (рис. 5б, кривая 1), не равна нулю при $x = 0$ (на границе с металлом), причём не равны нулю при $x = 0$ и зависимости $\Psi(x)$ и $b_y(x)$, определяющие величину P_y . Также было установлено, что зависимости $P_y(x)$, рассчитанные в соответствии с (48) для промежуточных значений зазора w (в частности, для $w = 10$ и $15,5$ мкм), всегда имеют максимум на границе $x = 0$, а зависимости общего потока $\Pi(k_y)$, рассчитанные в соответствии с (29) на основе этих зависимостей $P_y(x)$, не меняют знака в точках экстремума дисперсионной зависимости. Так, например, для $w = 10$ мкм зависимость $\Pi(k_y)$ не меняет знака в интервале значений $0 < k_y < 2000 \text{ см}^{-1}$, хотя смена знака должна наблюдаться при $k_y \sim 570 \text{ см}^{-1}$, как и на аналогичной зависимости $\Pi(k_y)$ на рис. 3а (описанные зависимости $P_y(x)$ и $\Pi(k_y)$ не показаны на рисунках). Во избежание ошибок в расчётах мы специально вычислили в магнитостатическом приближении ещё и зависимость $h_x(x)$ (рис. 5б, кривая 3), которая полностью совпала с аналогичной зависимостью, рассчитанной на основе уравнений Максвелла (рис. 4в, кривая 3).

Представленные выше результаты свидетельствуют о невозможности использования формулы (48) для

⁴ Поскольку b_y — мнимая величина, то на рис. 5 приведена зависимость $\operatorname{Re}(b_y(x))$.

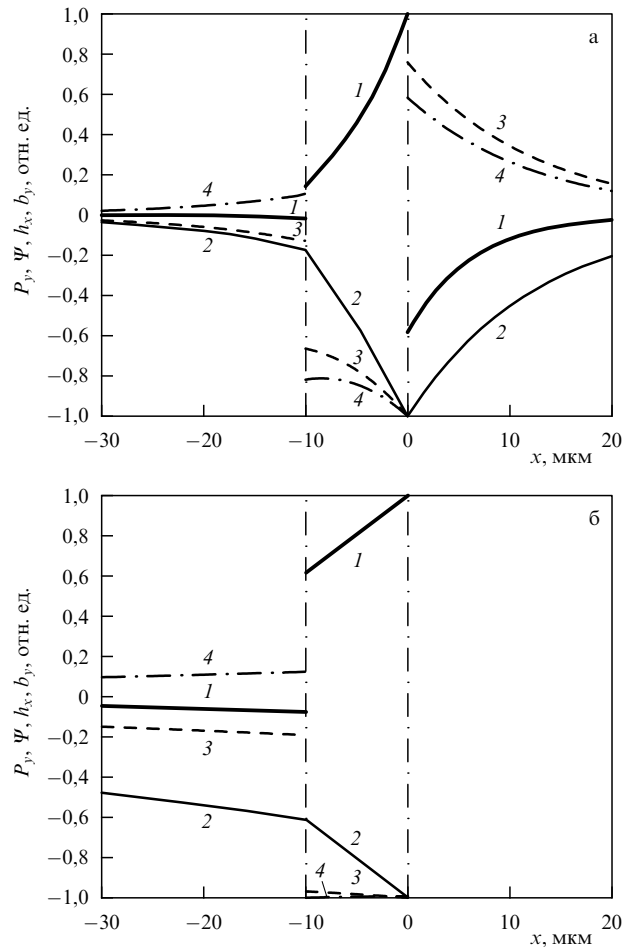


Рис. 5. Изменение усреднённых во времени плотностей потока электромагнитной энергии P_y (1), магнитного потенциала Ψ (2) и СВЧ-компонент магнитного поля h_x (3) и магнитной индукции b_y (4) в сечении структуры ФДМ при $f_0 = 3100$ МГц и различной величине зазора вакуума: (а) $w \rightarrow \infty$ (т.е. для ферритовой пластины в свободном пространстве), (б) $w = 0$ (т.е. для структуры ФМ). Вертикальные штрихпунктирные прямые соответствуют нижней и верхней поверхностям ферритовой пластины. Расчёты проведены на основе формулы (48).

проведения расчётов энергетических характеристик МСВ. Тем не менее кратко опишем эксперимент, который также подтверждает это. Если опустить детали, то различие между результатами расчётов зависимости $P_y(x)$ на основе формулы (48) и на основе уравнений Максвелла сводится к следующему: при приближении металлического экрана к поверхности ферритовой пластины, вблизи которой локализована МСВ (т.е. к поверхности, на которой $P_y(x)$ имеет максимум), волна, как показывают расчёты по формуле (48), остаётся локализованной у этой поверхности, тогда как расчёты на основе уравнений Максвелла показывают, что волна меняет локализацию, переходя к противоположной поверхности пластины. Таким образом, если на пути МСВ, локализованной вблизи одной из поверхностей ферритовой пластины, возникает металлизированная область, то в соответствии с уравнениями Максвелла волна, "переходя" к другой поверхности, пройдёт дополнительный путь, равный примерно толщине ферритовой пластины, и приобретёт при этом дополнительный фазовый набег. Если на пути этой волны расположить

решётку из металлических полосок, перпендикулярных направлению распространения волны, и если использовать более толстую ферритовую пластину, то дополнительный фазовый набег, связанный с "переходами" от одной поверхности к другой, станет достаточно большим и его можно будет измерить.

Эксперименты, в которых обнаружен этот фазовый набег, описаны в [17]. Основная идея работы [17] состоит в сравнении результатов двух следующих экспериментов. В первом эксперименте на поверхности ферритовой пластины располагались возбуждающий и приёмный преобразователи МСВ и отслеживалось изменение фазы коэффициента передачи между ними при плавном приближении решётки металлических полосок к поверхности феррита, находящейся между преобразователями. Во втором эксперименте проводились аналогичные измерения, только вместо решётки полосок использовался металлический экран. Таким образом, если "переходы" МСВ от одной поверхности к другой действительно происходили бы, то фазовые набег, отнесённые к протяжённости каждой структуры, в обоих экспериментах сильно различались бы, что в итоге и было обнаружено в [17] (в частности, фазовые набег различались настолько сильно, что имели противоположные знаки (подробнее см. [17])). Отметим, что если бы величина P_y определялась формулой (48), то фазовые набег в этих двух экспериментах отличались бы мало.

Итак, мы доказали, что формула (48) неверна, а вычисления, выполненные с её помощью, некорректны.

Однако всё же остаётся вопрос: можно ли рассчитать энергетические характеристики МСВ, решая задачу в магнитостатическом приближении? Ответ на этот вопрос положителен, только расчёты необходимо проводить на основе формулы (16), которая в случае рассматриваемой нами задачи сводится к формуле (17). Как уже отмечалось, результаты расчётов СВЧ-компоненты h_x (входящей в (17)) в магнитостатическом приближении (рис. 5б, кривая 3) и на основе уравнений Максвелла (рис. 4в, кривая 3) практически совпадают. Осталось найти входящую в (17) СВЧ-компоненту поля e_z . Очевидно, что поскольку первое уравнение системы (4) приняло вид $\text{rot } \mathbf{h} = 0$, то из него величину e_z найти нельзя, поэтому следует использовать второе уравнение из (4). Поскольку задача однородна вдоль оси z (т.е. $\partial/\partial z \equiv 0$), то для ферритового слоя, например, получится следующее уравнение (идентичное второму уравнению в (5)):

$$\frac{\partial e_{2z}}{\partial y} = -i \frac{\omega}{c} (\mu h_{2x} + i\nu h_{2y}) = -i \frac{\omega}{c} b_{2x}. \quad (49)$$

Так как все характеристики МСВ, в том числе и компонента e_z , зависят от y по закону $\exp(-ik_y y)$, то, интегрируя (49), легко получить соотношение

$$e_{2z} = \frac{k_0}{k_y} b_{2x} = \frac{k_0}{k_y} (\mu h_{2x} + i\nu h_{2y}). \quad (50)$$

По аналогии с (50), для СВЧ-компонент e_{jz} в вакууме ($j = 1, 3$) получим

$$e_{jz} = \frac{k_0}{k_y} b_{jx} = \frac{k_0}{k_y} h_{jx}. \quad (51)$$

С учётом (50) и (51) формулу (17) для величины P_{jy} можно переписать в виде

$$P_{jy} = \frac{\omega}{8\pi k_y} \text{Re}(b_{jx} h_{jx}^*) = \frac{V_{\text{ph}}}{8\pi} \text{Re}(b_{jx} h_{jx}^*), \quad (52)$$

где V_{ph} — фазовая скорость МСВ в структуре ФДМ.

Зависимость $P_{jy}(x)$, рассчитанная по формуле (52) для различных значений w , совпадает с аналогичной зависимостью на рис. 4, рассчитанной на основе уравнений Максвелла. Это совпадение выглядит очевидным, если сравнить формулы (17) и (52): как e_z , так и b_x на поверхности металла равны нулю, что и определяет характер зависимости $P_y(x)$ (можно также отметить, что результаты расчётов по формуле (48) не совпадают с результатами расчётов по формулам (17) и (52), потому что ни Ψ , ни b_y , входящие в (48), не равны нулю на поверхности металла). Очевидно также, что общий поток Π и парциальные потоки Π_j , вычисленные в соответствии с (29) на основе формулы (52), практически будут совпадать с соответствующими величинами Π и Π_j , рассчитанными на основе уравнений Максвелла, причём точность этого совпадения, как и для других расчётов в магнитостатическом приближении, будет возрастать с уменьшением отношения k_0/k_y (подробнее см. [18]).

Итак, мы показали, что при рассмотрении задач в магнитостатическом приближении вычисление вектора Пойнтинга следует проводить также на основе формулы (16), находя необходимые компоненты поля \mathbf{e} из второго уравнения системы (4). Следует лишь иметь в виду, что, поскольку при таком рассмотрении первое из уравнений системы (4) принимает вид $\text{rot } \mathbf{h} = 0$, то диэлектрические проницаемости феррита и окружающих его диэлектриков не будут учтены (что может быть несущественным, если они малы), поэтому при необходимости проведения точных расчётов следует использовать уравнения Максвелла. Отметим также, что формула (52) не является универсальной: она применима лишь для частного случая распространения МСВ перпендикулярно однородному магнитному полю \mathbf{H}_0 в касательно намагниченных структурах (с одним или двумя металлическими экранами либо "магнитными стенками" [22]). Кроме того, при рассмотрении задач в магнитостатическом приближении не следует отождествлять распределение магнитного потенциала в сечении структуры $\Psi(x)$ с распределением плотности энергии МСВ $P_y(x)$ (нередко при исследовании ферритовых структур такая аналогия проводится): как видно из сравнения рис. 4в и 5б, распределения $\Psi(x)$ и $P_y(x)$ могут существенно различаться.

6. Физический смысл общего и парциальных потоков мощности

Вернёмся, однако, к обсуждению результатов, полученных в разделе 4. Рассматривая изменение общего и парциальных потоков Π и Π_j в зависимости от постоянной распространения k_y , можно отметить, что потоки в вакууме Π_1 и Π_3 всегда положительны, тогда как поток в ферритовой пластине Π_2 в одном интервале значений k_y положителен, а в другом — отрицателен (см. рис. 3). Часто возникает вопрос: означает ли это, что в последнем интервале значений k_y реализуется ситуация, при

которой в вакууме энергия переносится в одном направлении, а в феррите — в другом? Если бы подобное изменение потока наблюдалось для одного из потоков в вакууме, то можно было бы в эксперименте проверить, когда и куда там переносится энергия, тогда как внутри ферритовой пластины такие измерения провести невозможно.

Поэтому попробуем найти ответ на поставленный вопрос путём логических рассуждений. Прежде всего отметим, что при нахождении полного потока Π интегрирование по координате x было представлено в виде суммы трёх интегралов исключительно из соображений удобства интегрирования. Можно было бы представить это интегрирование и в виде большего числа интегралов. Разобьём, например, интеграл по ферритовому слою от $-s$ до 0 на два интеграла: от $-s$ до $-x_0$ и от $-x_0$ до 0, причём пусть координата $x = -x_0$ соответствует плоскости в ферритовом слое, где зависимость $P_y(x)$ проходит через нуль (такая точка, $x = -x_0$, имеется на рис. 4а и б). Проведя это новое интегрирование, например, для случая рис. 4а и рассуждая о знаках новых парциальных потоков Π_{21} и Π_{22} , правомерно ли делать вывод, что отрицательным, оказывается, является поток не во всей ферритовой пластине, а лишь поток Π_{22} (полученный при интегрировании от $-x_0$ до 0)? Или же можно так подобрать пределы интегрирования в ферритовом слое, например, в случае рис. 4б, что интеграл по большей части толщины пластины окажется равным нулю, но следует ли из этого делать вывод, что в этой части пластины поток энергии вообще отсутствует?

Таким образом, легко видеть, что при определении направления распространения энергии волны физический смысл имеют только величина и знак всего интеграла в целом (независимо от того, на сколько частей разбито интегрирование) или, другими словами, величина и знак общего потока Π . Очевидно, что этот общий вывод справедлив не только для МСВ в структуре ФДМ, но и для случаев распространения волн иной природы в любых других структурах.

Часто возникает и другой вопрос: имеют ли какой-либо физический смысл парциальные потоки? На этот вопрос можно дать такой ответ: физический смысл парциальных потоков аналогичен их математическому смыслу, т.е. определяется долей энергии волны на том или ином участке интегрирования; однако, чтобы не ошибиться при произвольном (хотя, может быть, и удобном) выборе интервалов интегрирования (как на рис. 4б, когда интеграл по большей части толщины феррита может оказаться близким к нулю), их следует выбирать достаточно малыми, или, можно сказать, что удобнее в этом отношении анализировать, как изменяется исходная (подынтегральная) зависимость плотности потока P в сечении структуры. Именно эта зависимость даёт полное представление о том, как распределена усреднённая во времени плотность потока энергии в той или иной структуре (среде). Тем не менее случай, в котором границы интегрирования при вычислении полного потока совпадают с границами составляющих структуру сред, следует выделить особо: в этом случае, если величина вектора Пойнтинга во всём интервале интегрирования положительна (или, наоборот, отрицательна), парциальные потоки показывают, какая доля мощности локализована в соответствующей среде (слое структуры).

7. Заключение

На примере расчёта и анализа энергетических характеристик дипольной спиновой волны, дисперсионная зависимость которой в структуре феррит – диэлектрик – металл имеет точки экстремума, продемонстрировано, как вблизи этих точек проявляется фундаментальная взаимосвязь между такими параметрами волны, как постоянная распространения, фазовая скорость, групповая скорость, вектор Пойнтинга и поток электромагнитной энергии. В частности, показано, что в данной структуре, изменение общего потока мощности Π и изменение дисперсионной зависимости $f(k_y)$ взаимосвязаны: при тех значениях постоянной распространения k_y , при которых зависимость $f(k_y)$ имеет экстремум, поток Π равняется нулю, причём в тех интервалах значений k_y , где волна имеет прямой характер (т.е. где скалярное произведение волнового вектора и групповой скорости положительно, $\mathbf{k}_y \mathbf{V} = \mathbf{k}_y \partial\omega/\partial\mathbf{k}_y > 0$), знаки потока Π и фазовой скорости волны (постоянной распространения) совпадают, а в тех интервалах значений k_y , где волна имеет обратный характер (где $\mathbf{k}_y \mathbf{V} = \mathbf{k}_y \partial\omega/\partial\mathbf{k}_y < 0$), знаки потока Π и фазовой скорости (постоянной распространения) противоположны. Справедливость описанных закономерностей подтверждена полученными ранее экспериментальными результатами.

В результате исследования указанной взаимосвязи на основе уравнений Максвелла, показано, что использование для расчёта вектора Пойнтинга \mathbf{P} в ферритовых структурах полученной ранее формулы [4, § 5.1], [6, § 6.1] и [9, 10] $\mathbf{P} = -\omega \operatorname{Re}(i\Psi^* \mathbf{b})/8\pi$ (где Ψ — магнитный потенциал, \mathbf{b} — вектор магнитной индукции), приводит к ошибочным результатам, поскольку в этом случае описанная выше взаимосвязь не проявляется. При описании дипольных спиновых волн в магнитостатическом приближении для нахождения вектора Пойнтинга следует использовать известную формулу $\mathbf{P} = c \operatorname{Re}[\mathbf{e}\mathbf{h}^*]/8\pi$, определяющая электрическое СВЧ-поле \mathbf{e} из уравнения Максвелла $\operatorname{rot} \mathbf{e} = -i\omega\mathbf{b}/c$.

Работа частично поддержана грантом "Развитие научного потенциала высшей школы" № 2.1.1/1081.

Список литературы

1. Crawford F S (Jr.) *Berkeley Physics Course Vol. 3 Waves* (New York: McGraw-Hill, 1968) [Крауфорд Ф Берклевский курс физики Т. 3 Волны (М.: Наука, 1974)]
2. Felsen L B, Marcuvitz N *Radiation and Scattering of Waves* (Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1973) [Фелсен Л, Маркувич Н *Излучение и рассеяние волн* Т. 1, 2 (М.: Мир, 1978)]
3. Damon R W, Eshbach J R *J. Phys. Chem. Solids* **19** 308 (1961)
4. Васьковский А В, Стальмахов В С, Шараевский Ю П *Магнитостатические волны в электронике сверхвысоких частот* (Саратов: Изд-во Сарат. ун-та, 1993)
5. Гуревич А Г, Мелков Г А *Магнитные колебания и волны* (М.: Наука, 1994) [Gurevich A G, Melkov G A *Magnetization Oscillations and Waves* (Boca Raton: CRC Press, 1996)]
6. Stancil D D, Prabhakar A *Spin Waves: Theory and Applications* (New-York: Springer Science + Business Media, 2009)
7. Yukawa T et al. *Jpn. J. Appl. Phys.* **16** 2187 (1977)
8. Зубков В И, Щеглов В И *Радиотехника и электроника* **42** 1114 (1997) [Zubkov V I, Shcheglov V I *J. Commun. Technol. Electron.* **42** 1036 (1997)]
9. Gupta S S, Srivastava N C *J. Appl. Phys.* **50** 6697 (1979)
10. Gupta S *IEEE Trans. Magnetics* **18** 1639 (1982)
11. Вендик О Г, Калиникос Б А, Митева С И *Изв. вузов. Радиоэлектроника* **24** (9) 52 (1981)

12. Щучинский А Г *Радиотехника и электроника* **29** 1700 (1984)
13. Головкин Я Д и др. *ФТТ* **29** 3492 (1987) [Golovko Ya D et al. *Sov. Phys. Solid State* **29** 2004 (1987)]
14. Данилов В В, Зависляк И В, Балинский М Г *Спинволновая электродинамика* (Киев: Лыбідь, 1991)
15. Вашковский А В, Локк Э Г *Радиотехника и электроника* **46** 729 (2001) [Vashkovskii A V, Lokk E G *J. Commun. Technol. Electron.* **46** 674 (2001)]
16. Вашковский А В, Локк Э Г *Радиотехника и электроника* **47** 97 (2002) [Vashkovskii A V, Lokk E G *J. Commun. Technol. Electron.* **47** 87 (2002)]
17. Локк Э Г *Радиотехника и электроника* **50** 74 (2005) [Lokk E G *J. Commun. Technol. Electron.* **50** 67 (2005)]
18. Вашковский А В, Локк Э Г *УФН* **176** 557 (2006) [Vashkovskiy A V, Lokk E H *Phys. Usp.* **49** 537 (2004)]
19. Шевченко В В *УФН* **177** 301 (2007) [Shevchenko V V *Phys. Usp.* **50** 287 (2007)]
20. Вашковский А В, Локк Э Г *УФН* **174** 657 (2004) [Vashkovskii A V, Lokk E H *Phys. Usp.* **47** 601 (2004)]
21. Tamir T, Oliner A A *Proc. IEEE* **51** 317 (1963)
22. Локк Э Г *Радиотехника и электроника* **52** 202 (2007) [Lokk E G *J. Commun. Technol. Electron.* **52** 189 (2007)]

On the relationship between magnetostatic wave energy and dispersion characteristics in ferrite structures

A.V. Vashkovsky, E.H. Lock

*V.A. Kotelnikov Institute of Radio Engineering and Electronics of Russian Academy of Sciences, Fryazino Branch,
pl. Vvedenskogo 1, 141190, Fryazino, Moscow region, Russian Federation
Tel. (7-496) 565-25 62. Fax (7-495) 702-95 72
E-mail: edwin@ms.ire.rssi.ru*

The energy and dispersion characteristics of a dipole spin wave in a ferrite–dielectric–metal structure are calculated. Analysis of spin wave dispersion characteristics with extremum points demonstrates how fundamental relationships between the propagation number, phase and group velocities, Poynting vector and power flow manifest themselves when the wave number changes near these points. A comparison of magnetostatic approximation results with calculations using Maxwell's equations shows the inadequacy of the magnetostatic approximation formulas currently used for calculating the Poynting vector and power flow of dipole spin waves. A correct alternative is proposed.

PACS numbers: 41.20.Gz, 41.20.Jb, **75.70. –i**

DOI: 10.3367/UFNr.0181.201103c.0293

Bibliography — 22 references

Received 21 May 2010, revised 25 August 2010

Uspekhi Fizicheskikh Nauk **181** (3) 293–304 (2011)

Physics – Uspekhi **54** (3) (2011)