

ОБЗОРЫ АКТУАЛЬНЫХ ПРОБЛЕМ

Неустойчивость и перестройки заряженной поверхности жидкости

В.Б. Шикин

В обзоре систематизируется информация, накопленная к настоящему времени, относительно устойчивости и перестройки плоских заряженных поверхностей криогенных жидкостей в разных условиях по геометрии ячейки, внешней электростатике, степени заполнения и т.п. Оцениваются перспективы дальнейшего развития исследований.

PACS numbers: 41.20.Cv, 67.25. – k, 68.03.Hj

DOI: 10.3367/UFNr.0181.201112a.1241

Содержание

1. Введение (1241).
 2. Заряженная поверхность жидкости (1242).
2.1. Геометрия задачи. 2.2. Неустойчивость заряженной поверхности жидкости. 2.3. Развитие неустойчивости. 2.4. Перестройка заряженной поверхности гелия.
 3. Заряженная тонкая плёнка жидкости (1254).
3.1. Вводные замечания. 3.2. Неустойчивость тонкой заряженной плёнки. 3.3. Заряженные солитоны на тонкой плёнке гелия.
 4. Заключение (1263).
- Список литературы (1263).

1. Введение

Проблема неустойчивости заряженной поверхности жидкости возникла в 1930-е годы в связи с обнаружением распада тяжёлых атомных ядер. Капельный сценарий этой неустойчивости, предложенный Френкелем [1, 2] и независимо Бором и Уилером [3], оказался первой приемлемой моделью, объясняющей происхождение данного фундаментального явления. Более ранний и менее знаменитый плоский вариант задачи о спектре колебаний заряженной поверхности жидкости (Френкель [4, 5], Тонкс [6]) оказался востребованным, по существу, лишь в 1970-е годы, когда начались интенсивные исследования свойств различных низкоразмерных заряженных образований. Одно из них — двумерная (2D) заряженная система на поверхности жидких диэлектриков (гелия, водорода и т.п.) — в большой степени контролируется эффектом Френкеля и Тонкса (ФТ) [4–6], так как предсказанная ими неустойчивость ограничивает сверху плотность заряженных частиц на

поверхности жидкого диэлектрика. К этому времени область исследований расширилась в сторону естественного обобщения теории ФТ для границы между двумя жидкими диэлектриками [7, 8] или магнетиками [9]. В последнем случае речь идёт о некоей имитации жидкого магнетика суспензией твёрдых магнитных частиц.

Отличительной чертой явления ФТ на фоне других известных распадов: рэлеевской неустойчивости цилиндрической струи [10], цепочки Кармана за движущимся цилиндром (сферой) [11]; вихревой неустойчивости Тейлора для вязкого слоя жидкости между соосными цилиндрами при наличии их относительного вращения [12]; неустойчивости границы двух жидких сред, движущихся относительно друг друга [12]; неустойчивости Рэлея–Бенара [13] и т.п. — оказывается возможность остановки процесса распада и образования нового метастабильного состояния с конечной амплитудой гофрировки (перестройка заряженной поверхности жидкости).

В разные времена явление перестройки жидкой поверхности во внешних полях привлекало внимание многих исследователей [14–27]. Но цельная картина происходящего складывается лишь в последнее время. В этом процессе лишь начальная стадия распада выглядит достаточно общей (во всех случаях квадрат частоты закона дисперсии малых колебаний проходит через нуль и становится отрицательным). Что касается деталей нового метастабильного гофрированного состояния, то здесь универсальность развития событий отсутствует. Хронологически первый сценарий Зайцева–Шлиомиса [14], построенный ими для границ между жидкими диэлектриками (магнетиками) во внешнем поле, можно условно назвать однородным, подразумевая сохранение однородности граничных условий вдоль изогнутой поверхности, а саму поверхность считая латерально бесконечной. Придание задаче вида задачи гамильтоновой динамики, учёт специфики конкретных систем, описание динамических свойств возникающих решёток в рамках идеологии [14] — так можно охарактеризовать основную часть последующих публикаций [17–27], осваивающих детали однородного сценария перестройки поверхности жидкости.

В.Б. Шикин. Институт физики твёрдого тела РАН,
ул. Академика Осипяна 2, 142432 Черноголовка, Московская обл.,
Российская Федерация
E-mail: shikin@issp.ac.ru

*Статья поступила 8 февраля 2011 г.,
после доработки 27 мая 2011 г.*

Очевидно, иначе перестраивается заряженная поверхность гелия в условиях сохранения полного заряда на границе пар – жидкость. С возрастанием степени гофрировки нарушается эквипотенциальность границы (заряды собираются в отдельные, изолированные друг от друга лунки), что влияет как на детали построения теории, так и на характер наблюдаемых следствий. В частности, становится возможной аperiodическая перестройка [28] — факт, отсутствующий в однородных сценариях.

Качественно на другой основе (по сравнению с таковой в [14]) происходит и перестройка тонких плёнок гелия, нейтральных и заряженных. Здесь всплывает ещё одна важная деталь, позволяющая отнести задачу о перестройке к разряду неоднородных: закон дисперсии нарушается в первую очередь не при конечных (как это имеет место в задаче для жидкого полупространства), а при сколь угодно малых волновых числах. В результате задача о перестройке имеет смысл лишь в условиях ограниченности латеральных размеров системы.

Учитывая сказанное, естественно обсудить текущее состояние дел в задаче о неоднородной перестройке на фоне её однородного аналога, кратко представленного в обзоре [16]. Речь идёт о нелинейных явлениях на заряженной поверхности гелия (водорода). Наличие зарядов даёт, помимо идеологической новизны, возможность манипулировать внешними воздействиями в широких пределах. Кроме того, исследования системы гелий + заряды наиболее продвинуты в "освоении" нелинейных эффектов.

Отметим особо, что среди внешних атрибутов задачи присутствуют и различные геометрические факторы: размеры системы, наличие подложки и т.п. Тем не менее обсуждение подобных нюансов не затрагивает плодотворно развивающихся направлений, связанных с устойчивостью явно неплоских образований — цилиндрических и сферических жидких поверхностей [1–3, 10, 29–37], т.е. задач, возникающих при изучении устойчивости заряженных ядер, распыления жидкостей, поведения дождевых капель в грозных полях, быстро нарастающей активности в спектроскопии отдельных заряженных наночастиц и т.п. Рассмотрение этой обширной области исследований выходит за рамки настоящего обзора.

2. Заряженная поверхность жидкости

2.1. Геометрия задачи

Приступая к изучению динамических явлений на заряженной поверхности гелия, обсудим сначала физические причины, ответственные за возникновение таких состояний. Свободные электроны обладают отрицательным сродством к жидкому гелию. Другими словами, энергия внедрения электрона в жидкий гелий V_0 положительна и, что важно, весьма велика по сравнению с характерными гелиевыми температурами. Это означает, что подведённый к поверхности жидкого гелия свободный электрон, имеющий кинетическую энергию, меньшую, чем V_0 , не может проникнуть в глубь жидкости и должен оставаться в газовой фазе. С другой стороны, находясь в вакууме вблизи диэлектрической границы, электрон притягивается к ней под действием сил изображения. В результате возникает одномерная потенциальная яма, в которой при достаточно низких температурах электрон

может локализоваться. Характерной особенностью связанных электронных состояний над гелием является относительно небольшая энергия связи, что обусловлено малой поляризуемостью жидкого гелия. В результате электроны "висят" над свободной поверхностью гелия на макроскопическом расстоянии (порядка 10^{-6} см).

Существенная методическая особенность, неизбежно присущая экспериментам с электронами над гелием, — наличие металлической подложки. Электроны — одноимённо заряженные частицы, и в условиях конечной плотности, $n_s \neq 0$, они не могут сосуществовать в однородном состоянии. Для достижения этого желаемого результата 2D-электронная система помещается над металлической поверхностью. Возникает похожая на плоский конденсатор конструкция, в которой постоянство n_s в латеральном направлении оказывается в основном обеспеченным.

Рассмотрим в связи с этим систему, изображённую на рис. 1а. Пространство между двумя пластинами плоскопараллельного конденсатора частично заполнено жидким гелием; h , $h-d$ и d — соответственно расстояние между пластинами конденсатора, вакуумный зазор и толщина слоя жидкости гелия в конденсаторе. Ось z направлена по вертикали к поверхности жидкости, начало координат находится на поверхности невозмущённой жидкости, область $z < 0$ отвечает жидкой фазе.

Электрические поля E_- над и E_+ под поверхностью гелия, заряженной с плотностью n_s , имеют вид

$$E_- = \frac{V}{h} - 4\pi\sigma \frac{d}{h}, \quad (2.1)$$

$$E_+ = \frac{V}{h} + 4\pi\sigma \frac{h-d}{h}, \quad (2.2)$$

где поверхностная плотность зарядов $\sigma = en_s$, V — разность потенциалов между пластинами ячейки (рис. 1а).

В условиях полного экранирования внешнего поля над гелием, когда $E_- = 0$, величина

$$E_+ = \frac{V}{d}. \quad (2.3)$$

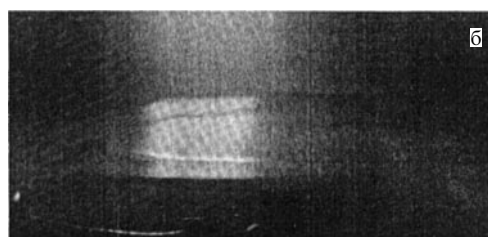
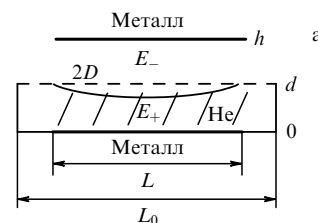


Рис. 1. (а) Схема ячейки с заряженной поверхностью гелия. (б) Картина жидкого "бордюра" на поверхности гелия вдоль заряженной границы [38].

При заданных V и толщине плёнки гелия d_0 в отсутствие внешнего поля поверхность гелия прогибается под действием электронного давления (случай $E_- = 0$) $P_{el} = E_+^2/8\pi$ на глубину

$$\xi_0 = d - d_0, \quad (2.4)$$

которая определяется условиями механического равновесия и сохранения полного объёма жидкости:

$$\rho g \xi_0 + \frac{V^2}{8\pi d_0^2} = \rho g \xi_\infty, \quad (2.5)$$

$$L^2 \xi_0 + (L_0^2 - L^2) \xi_\infty = 0, \quad L_0 > L, \quad |\xi_\infty| \ll d. \quad (2.6)$$

Здесь ρ — плотность жидкого гелия, g — ускорение силы тяжести, L — радиус электронного диска на поверхности гелия, L_0 , ξ_∞ — радиус и деформация жидкой поверхности за пределами электронного диска. Условие (2.5) выполняется при

$$\kappa^{-1} \ll L, \quad \kappa^{-1} \ll L_0 - L, \quad \kappa^2 = \frac{\rho g}{\alpha}, \quad (2.7)$$

где α — коэффициент поверхностного натяжения, κ — капиллярная постоянная. Определяя величину ξ_∞ из (2.6),

$$\xi_\infty = -\frac{\xi_0 L^2}{L_0^2 - L^2},$$

и подставляя её в (2.5), находим

$$\xi_0 = -\frac{V^2}{8\pi \rho g^* d_0^2}, \quad g^* = g \left(1 + \frac{L^2}{L_0^2 - L^2}\right). \quad (2.8)$$

Плётка считается толстой (полубесконечная задача), если

$$\kappa d \gg 1. \quad (2.9)$$

При этом равновесные и динамические свойства заряженной поверхности жидкости не зависят от d_0 и степени её деформации (2.8), хотя такой эффект всегда сопровождается появлением электронов на поверхности жидкости. Для примера на рис. 1б [38] показана общая картина заряженного "зеркала".

Отметим, что деформационные эффекты присущи задачам с наличием зарядов на поверхности гелия. Кроме деформации на масштабах L (рис. 1а), речь идёт об явлениях с участием капиллярной постоянной κ (в том числе и в задаче о перестройке) и образовании в системе зарядов кулоновского упорядочения на расстояниях r_s , удовлетворяющих условию $r_s \sqrt{n_s} \approx 1$.

2.2. Неустойчивость заряженной поверхности жидкости

Задача о потере устойчивости массивной заряженной поверхности жидкости является необходимым прологом к обсуждаемым ниже нелинейным явлениям. Содержание этой задачи обсуждалось с разных точек зрения в [2–6] (см. также [39–41]). "Пробегая" известные выкладки, удобно определить терминологию: понятиями максимальных полей и плотностей, определением степени заселённости (заряженности) ν свободной поверхности жидкости, связью ν (см. ниже соотношения (2.16)) с внешними полями и т.д. Кроме того, ниже,

наряду с динамической информацией, рассматривается флуктуационный сценарий развития неустойчивости (аналогия с фазовыми переходами 1-го рода).

2.2.1. Динамический сценарий неустойчивости. Динамическое поведение заряженной поверхности массивной жидкости в области, далёкой от характерных 2D-плазменных частот, определяется системой уравнений

$$\begin{aligned} E_{+t}|_{z=\xi(x,y)} + E_{-t}|_{z=\xi(x,y)} &= 0, \\ v_z|_{z=\xi(x,y)} &= \frac{\partial \xi}{\partial t} + \mathbf{v} \nabla \xi, \\ -\rho g \xi - \frac{\partial \Phi}{\partial t} - \frac{1}{2} \rho v^2 + \frac{1}{8\pi} (E_{+n}^2 - E_{-n}^2)|_{z=\xi(x,y)} &= \\ &= \alpha \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right), \end{aligned} \quad (2.10)$$

где $\xi(x, y, t)$ — отклонение поверхности от равновесной плоской формы; α — поверхностное натяжение жидкого гелия, ρ — его плотность; R_1, R_2 — главные радиусы кривизны в данной точке деформированной поверхности; $\mathbf{v} = \nabla \Phi$, Φ — потенциал скорости в гелии; $\mathbf{E}_\pm = -\nabla \varphi_\pm$ — напряжённость электрического поля; $E_{\pm t}$ и $E_{\pm n}$ — её касательные и нормальные компоненты; потенциалы Φ и φ удовлетворяют уравнению Лапласа.

Линейный вариант уравнений (2.10) приводит к закону дисперсии малых колебаний заряженной поверхности жидкости (Горьков и Черникова [36]):

$$\omega^2 = \frac{k}{\rho} \left(\rho g + \alpha k^2 - k \frac{E_+^2 + E_-^2}{4\pi} \right). \quad (2.11)$$

Если, кроме того, $E_- = 0$, то речь идёт о задаче, приведённой в [2]:

$$\omega^2 = \frac{k}{\rho} \left(\rho g + \alpha k^2 - k \frac{E_+^2}{4\pi} \right). \quad (2.12)$$

Из условий

$$\omega(k) = 0, \quad \frac{\partial \omega^2}{\partial k} = 0 \quad (2.13)$$

следует выражение для критической напряжённости внешнего электрического поля

$$E_c^2 = E_{+c}^2 + E_{-c}^2 = 8\pi \sqrt{\alpha \rho g}. \quad (2.14)$$

При этом критическая однородная поверхностная плотность заряда даётся соотношением

$$(n_s^{\max})^2 = \frac{\sqrt{\alpha \rho g}}{2\pi e^2}, \quad (2.15)$$

где e — заряд электрона.

Признаки развития неустойчивости на заряженной поверхности гелия впервые были обнаружены Володиным и др. [40]. Измерения по определению закона дисперсии (рис. 2) были проведены Лейдерером [41] при возбуждении колебаний границы расслоения сверхтекучего раствора $\text{He}^3 - \text{He}^4$, заряженной ионами разного знака (природа зарядов на жидкой границе не очень существенна — важно лишь, чтобы они обладали достаточной подвижностью вдоль границы раздела). Рису-

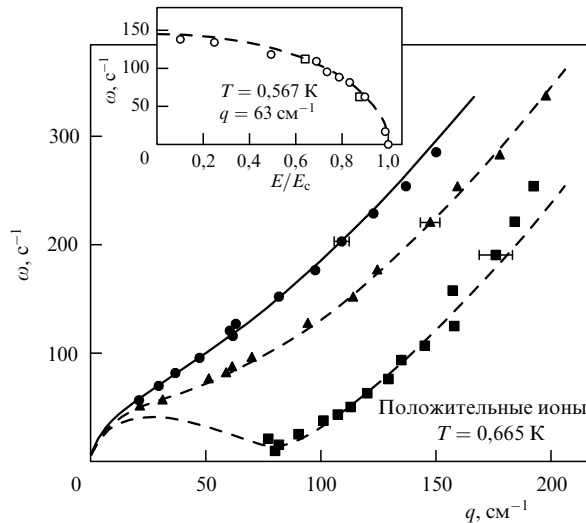


Рис. 2. Закон дисперсии заряженных риплов на поверхности раздела фаз $\text{He}^3 - \text{He}^4$. Результаты расчёта в соответствии с (2.12): сплошная кривая для $E/E_c = 0$, верхняя штриховая кривая для $E/E_c = 0,71$, нижняя штриховая кривая для $E/E_c = 0,99$. Экспериментальные данные [41] для положительных ионов при $E/E_c = 0,12$ (кружки), $E/E_c = 0,71$ (треугольники) и $E = E_c$ (квадраты). На вставке приведена частота, отвечающая волновому вектору $q = \kappa$, в зависимости от электрического поля [41]. Теоретические расчёты согласно (2.12) — штриховая кривая, квадраты — экспериментальные данные для положительных ионов, кружки — для отрицательных.

нок 2, заимствованный из этой работы, демонстрирует экспериментальные данные о дисперсии $\omega(q)$ колебаний заряженной границы в условиях $E_- = 0$ и их соответствие теории, представленной формулой (2.12). Вставка на этом рисунке иллюстрирует детали поведения закона $\omega(q)$ в его "вмятине" на фоне теоретических предсказаний. Как видно из рис. 2, согласие между теоретическими результатами и экспериментальными данными вполне удовлетворительное.

В общем случае, $E_- \neq 0$, для задачи об устойчивости заряженной поверхности гелия наступает действительно "оригинальная жизнь". Этот вариант невозможно осуществить в хорошо проводящих жидкостях, где всегда $E_- = 0$ (полное экранирование), тогда как в случае зарядов над гелием открывается целый континуум состояний с $0 \leq E_- \leq V/h$.

Используя определения (2.1), (2.2), а также безразмерные величины

$$\varepsilon_{\pm} = \frac{E_{\pm}}{4\pi\sigma_{\max}}, \quad \sigma_{\max} = en^{\max}, \quad v = \frac{\sigma}{\sigma_{\max}} \quad (2.16)$$

(здесь n^{\max} определено в (2.15)), приводим общее определение E_c^2 (2.14) к виду

$$v^2 + (v + 2\varepsilon_-)^2 = 2. \quad (2.17)$$

При $\varepsilon_- \rightarrow 0$, согласно (2.17),

$$v(\varepsilon_- \rightarrow 0) \rightarrow 1. \quad (2.18)$$

В противоположном пределе, $v \rightarrow 0$,

$$\varepsilon_-(v \rightarrow 0) = \varepsilon_+(v \rightarrow 0) \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}. \quad (2.19)$$

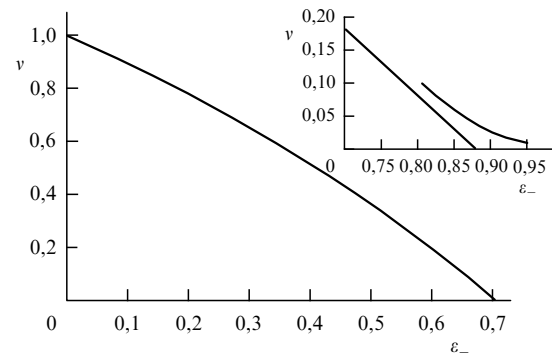


Рис. 3. Фазовая диаграмма, определяющая, согласно (2.17), на плоскости (ε_-, v) область устойчивости заряженной поверхности жидкости в динамическом (спинодальном) сценарии её развития. Устойчивое состояние отвечает внутренней части диаграммы. На вставке показано относительное расположение бинадали (практически прямая линия) и спинодали при малых концентрациях [42]. Очевидна выгода рождения в этой области в "бинадальных" лунок.

Последний из результатов для ε_{\pm} нефизичен (плотность электронов стремится к нулю, при этом поверхность теряет устойчивость, не имея на то оснований).

Положение точек (2.18), (2.19) на плоскости (ε_-, v) отвечает предельным значениям функции $v(\varepsilon_-)$, изображённой на рис. 3. График функции $v(\varepsilon_-)$ уместно назвать фазовой диаграммой устойчивости заряженной поверхности гелия.

Предел (2.19) для зависимости (2.17) в действительности не имеет реального смысла, так как на пути к нему перестаёт выполняться условие электрической эквипотенциальности деформированной поверхности гелия

$$\varphi = \text{const}. \quad (2.20)$$

Это требование, используемое при решении задач (2.11), (2.12), в пределе малых v должно заменяться более общим условием:

$$\mu = e\varphi + \zeta = \text{const}, \quad (2.21)$$

где ζ — химическая часть в общем определении (2.21) электрохимического потенциала μ $2D$ -зарядов над гелием.

Структура ζ для системы электронов с конечной плотностью n_s является самостоятельной проблемой, не имеющей чёткого аналитического решения. Претендуя в дальнейшем лишь на качественные утверждения и ориентируясь на предел малых электронных плотностей, мы воспользуемся ниже явной формой ζ для идеального газа:

$$\zeta = -T \ln \frac{n_T}{n(x)}, \quad n_T = \frac{mT}{2\pi\hbar^2}, \quad \frac{n_T}{n(x)} \gg 1. \quad (2.22)$$

Здесь T — электронная температура, совпадающая ниже с температурой жидкой подложки, m — эффективная масса заряда, $n(x)$ — локальная плотность электронов.

В задаче о равновесии заряженной поверхности гелия основная часть условия (2.21), содержащая большой логарифм, входит в систему уравнений, определяющих объёмное равновесие невозмущённой системы "электроны + плоская граница жидкости". Соответствующие расчёты [43] дают при этом информацию о распределе-

нии квазисвободных электронов над заряженной поверхностью гелия. Что касается проблемы устойчивости, то здесь важна лишь добавка $\delta\zeta(x)$,

$$\delta\zeta = T \frac{\delta n(x, t)}{n_s}, \quad \frac{\delta n(x, t)}{n_s} \ll 1, \quad (2.23)$$

возникающая при деформации жидкой границы.

Используя линеаризованную связь (2.21), (2.23) и стандартные действия, сопровождающие расчёт закона дисперсии заряженной поверхности жидкости, в результате получаем [42]

$$\frac{\rho\omega^2}{\alpha} = (\kappa^2 - \eta^2)q + q^3, \quad \eta^2 = \frac{n_s e^2 E_+^2}{\alpha T}. \quad (2.24)$$

Нетрудно увидеть, что при $\eta^2 \rightarrow 0$ закон дисперсии (2.24) переходит в правильную асимптотику $\omega(q)$ без участия кулоновских сил.

Как и в задаче Френкеля–Тонкса, колебания с законом дисперсии (2.24) теряют устойчивость. Но это происходит в другой области, отличной от области, соответствующей (2.14), а именно там, где

$$\eta^2 > \kappa^2, \quad E_+ \approx E_- \approx \frac{V}{h}. \quad (2.25)$$

Характерная плотность n_s^c , разделяющая два предельных случая экранирования, определяется из оценки

$$\frac{2\pi e^2 n_s^c}{qT} \simeq 1,$$

где q — характерное волновое число возмущения $\zeta(x)$. Для волновых чисел порядка капиллярной длины и температуры порядка 1 К эта плотность имеет масштаб $n_s^c \simeq 10^4 - 10^5 \text{ см}^{-2}$.

Согласно (2.25), для достижения неустойчивости слабозаряженной поверхности гелия надо использовать поле, возрастающее с уменьшением n_s как $\varepsilon_- \propto v^{-1/2}$. Это утверждение качественно отличается от "эквипотенциальных" предсказаний (см. асимптотику (2.19)). Следовательно, динамическая устойчивость в области малых v не ограничивается точкой (2.19), а протягивается как $\propto v^{-1/2}$ вплоть до $\varepsilon_- \rightarrow \infty$ [42].

Рассмотрение (2.17)–(2.25) и рис. 3 готовит почву для анализа перестройки заряженной поверхности гелия в терминах, присущих теории фазовых переходов. Динамическая граница устойчивости имеет много общего со спиноподобной в двухкомпонентной динамике расслоения. Роль концентрации играет v , а роль температуры отводится полю E_- . Альтернативный бинаодальный сценарий перехода в связи с этим оказывается возможным при введении в рассмотрение многозарядных лунок [42].

2.2.2. Флуктуационный сценарий неустойчивости. Флуктуационное бинаодальное развитие неустойчивости связано с возможностью образования на плоской заряженной поверхности гелия многозарядных кластеров (лунок) с локализованным в их ядре конечным электронным (ионным) зарядом. Картину возникновения отдельной многоэлектронной лунки удобно представить сначала полуаналитически, не претендуя на учёт деталей распределения $n(r)$ электронов в её центральной части. Упрощение сводится к выбору функции $n(r)$ в следующем

модельном виде:

$$n(r) = \frac{N}{\pi R^2} \exp\left(-\frac{r^2}{R^2}\right), \quad (2.26)$$

где N — полное число электронов в лунке, являющееся внешним параметром задачи, R — вариационный параметр, имеющий смысл радиуса заряженного пятна.

Выражение для избыточной энергии системы "лунка + самосогласованная деформация поверхности гелия" при условии $\nabla\zeta \ll 1$ может быть записано (Шикин, Лейдерер [44, 45]) так:

$$W = \int d^2r \left[\frac{\alpha}{2} [(\nabla\zeta)^2 + \kappa^2 \zeta^2] + eE_\perp n(r)\zeta + e^2 \int d^2r' \frac{n(r)n(r')}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} \right], \quad (2.27)$$

где $\zeta(r)$, ρ , α , g , κ определены выше. Слагаемое $(\nabla\zeta)^2 + \kappa^2 \zeta^2$ учитывает деформационный вклад в энергию W , слагаемое $eE_\perp n(r)\zeta$ характеризует взаимодействие между деформационной и электронной частями задачи и, наконец, последнее слагаемое, записанное в виде интеграла, — это полная энергия кулоновского взаимодействия электронов, сосредоточенных в плоском пятне радиусом R .

Используя явный вид (2.26) $n(r)$, выражение для W (2.27) можно преобразовать в следующее:

$$W = \frac{Q^2 E_\perp^2}{8\pi\alpha} \exp\left(\frac{\kappa^2 R^2}{2}\right) \text{Ei}\left(-\frac{\kappa^2 R^2}{2}\right) + V_C(R), \quad (2.28)$$

$$V_C(R) = \frac{C_0 Q^2}{R}, \quad Q = eN, \quad (2.29)$$

где $\text{Ei}(y) = \int_{-\infty}^y dt (\exp t)/t$ — интегральная показательная функция. Для распределения (2.26) $C_0 = 1/2(\pi/2)^{1/2}$. Величина R находится из условия $\partial W/\partial R = 0$.

Анализируя экстремальные свойства $W(r)$ (2.28), нетрудно убедиться в том, что устойчивое решение уравнения $\partial W/\partial R = 0$ относительно R возможно лишь при условии

$$\kappa R < 1. \quad (2.30)$$

В предельном случае $\kappa R \ll 1$ величина R и полная энергия W приобретают вид

$$R = R^* = C_0 \frac{4\pi\alpha}{E_\perp^2}, \quad \zeta(0) = -\frac{QE_\perp}{2\pi\alpha} \ln \frac{1}{\kappa R^*}, \quad (2.31)$$

$$W = -\frac{Q^2 E_\perp^2}{4\pi\alpha} \left(\ln \frac{C_1}{\kappa R^*} - 1 \right), \quad C_1 \approx 1.$$

Среди результатов (2.31) интересно отметить независимость R^* от Q . Естественно, с увеличением Q кулоновское взаимодействие в заряженном ядре лунки возрастает, что, казалось бы, должно приводить к возрастанию R^* . Однако параллельно с такой же скоростью возрастают силы деформационного происхождения, удерживающие электроны в лунке. Поэтому величина R^* , определяемая конкуренцией двух указанных факторов, не зависит от Q .

Полезно также прокомментировать квадратичную зависимость энергии W (2.31) от E_\perp и Q . Независимость деформационных результатов от направления E_\perp имела место и выше (см. закон дисперсии на рис. 2, имеющий структуру, независимую от знака заряда). Что касается

лунок, то здесь подразумевается знак поля E_{\perp} , "сгоняющего" заряды данного знака к центру лунки. При смене знака E_{\perp} надо менять и знак заряда, иначе лунка не возникнет.

В окрестности $\kappa R \ll 1$ асимптотики (2.31) становятся неточными и для определения соответствующих величин приходится использовать численные методы. При этом энергию (2.28) удобно представить в безразмерном виде:

$$\tilde{W} = 2 \left(\frac{2}{\pi} \right)^{1/2} \frac{W}{Q^2 \kappa} = s \exp \left(\frac{x^2}{2} \right) \text{Ei} \left(-\frac{x^2}{2} \right) + \frac{1}{x}, \quad (2.32)$$

где

$$s = \frac{1}{2\kappa R^*}, \quad x = \kappa R. \quad (2.33)$$

Задавая s и строя функцию $\tilde{W}(s, x)$, можно найти положение и значение её минимума. Этой информации достаточно для определения свойств \tilde{W} и R в окрестности $\kappa R \ll 1$. Так, минимум функции \tilde{W} впервые появляется при $s = s_{\min} = 0,9$ в точке $x_{\max} = 1,14$. Функция \tilde{W} впервые обращается в нуль при $s = s_* = 1,05$ в точке $x_* = 0,72$. Приведённая на вставке в левой части рис. 4 зависимость x от параметра $1/2s = \kappa R^*$ в области $s \geq s_{\min}$ даёт представление о величине истинного безразмерного радиуса лунки x по сравнению с его асимптотическим значением κR^* .

Соотношений (2.26)–(2.32) достаточно для определения условий возникновения лунок. Ясно, что конкурирующими здесь являются энергия лунки и электростатическая энергия конденсатора с 2D-электронами, в котором флуктуационно возникла лунка. Неопределённость заключается в оценке оптимального заряда, образующего критическую лунку. Но величина этого заряда не влияет на критическое поле. Для предъявления лунок в качестве кандидатов на роль ответственных за флуктуа-

ционное развитие неустойчивости изложенное линейное рассмотрение выглядит приемлемым.

Более тщательный вариационный расчёт параметров многоэлектронной лунки, выполненный Мельниковым и Мешковым [24, 25], показал, что плотность электронов действительно монотонно убывает при удалении от центра лунки, стремясь к нулю в пределе $\kappa R \ll 1$ на границе электронного пятна как $\sim (1 - r^2/R^2)^{1/2}$, $r \rightarrow R$. В области $\kappa R \ll 1$ распределение $n(r)$ близко к гауссову. Результаты численных расчётов функции $n(r)$ из [24, 25], иллюстрирующие поведение локальной электронной плотности в разных предельных случаях, дают зависимости, изображённые на вставке в правой части рис. 4. Что касается усреднённых характеристик лунки, например минимального поля E_{\perp}^{\min} , при котором становится возможным существование отдельной многоэлектронной лунки, то они близки к данным [44]. Критерием энергетической выгоды образования лунок является требование $s > s_*$, из которого, как ясно из изложенного выше, можно получить

$$E_{\perp} \geq E_{\perp}^{\min}, \quad (E_{\perp}^{\min})^2 = (2\pi)^{3/2} s_* \kappa \alpha = (16,520 \pm 0,005) \kappa \alpha. \quad (2.34)$$

Так, согласно [24, 25], поле $E_{\perp}^{\min} = 4,06(\kappa \alpha)^{1/2}$, что хорошо согласуется с результатом (2.34).

Для иллюстрации на рис. 4 представлен прямой "портрет" отдельной лунки из [28].

Располагая двумя сценариями возникновения неустойчивости, можно попробовать уже на этом этапе построить фазовую диаграмму распада плоского заряженного состояния жидкости. Однако дальнедействующий характер кулоновского взаимодействия мешает сделать это на линейном уровне, не давая возможности избежать ряда неопределённостей. Главной из них является количество электронов, попадающее в отдельную лунку при возникновении гофрировки поверхности жидкости. Для устранения неоднозначностей требуется дополнительная информация о деталях развития неустойчивости.

2.3. Развитие неустойчивости

А. Начальная стадия развития неустойчивости важна по нескольким причинам. Во-первых, она даёт представление о реальных малых параметрах, необходимых для построения нелинейной теории возмущений. Во-вторых, на этой стадии естественным образом фиксируется существенное для дальнейшего начало разрывов сплошности в распределении зарядов на гофрированной жидкой границе. И наконец, как и в традиционных спиновдальных сценариях, интересен сам механизм "запуска" распада плоского заряженного состояния жидкости.

Используя параметр

$$A = \frac{E_+^2 + E_-^2}{E_c^2} - 1, \quad (2.35)$$

характеризующий близость системы к порогу устойчивости, а также величину

$$v_* = \frac{E_+^2 - E_-^2}{E_c^2} = v(2\varepsilon_- + v) \quad (2.36)$$

(здесь E_- , E_+ — из (2.1), (2.2), v — из (2.16), E_c — из (2.14)), пропорциональную поверхностной плотности электронов в невозмущённом состоянии, и полагая $|A| \ll 1$ и $v_* \ll 1$, можно представить одномерное решение исход-

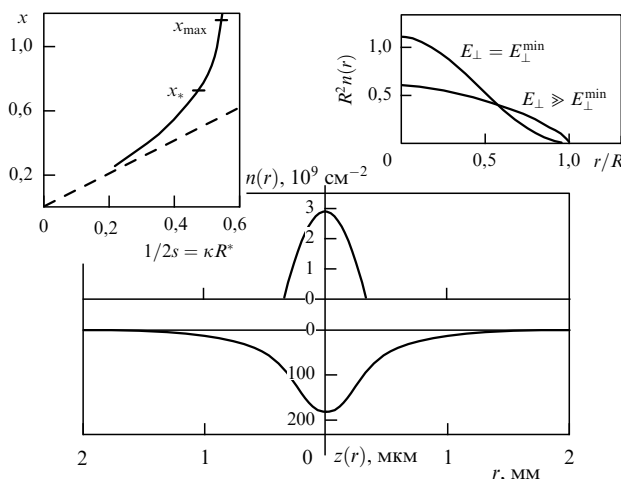


Рис. 4. Структура отдельной лунки [28] при фиксированном значении полного заряда. На вставке в левой части рисунка приведена зависимость радиуса x от $1/2s$ (прижимающее поле), проясняющая детали поведения энергии (2.32). На вставке в правой части рисунка — плотность электронов в лунке, вычисленная в [24, 25] при разных значениях надкритичности. Профиль с $E_{\perp} = E_{\perp}^{\min}$ отвечает ситуации в окрестности критического поля возникновения лунки, вариант с $E_{\perp} \geq E_{\perp}^{\min}$ соответствует хорошо сформировавшейся лунке вдали от $E_{\perp} = E_{\perp}^{\min}$.

ной системы (2.10) в виде [18]

$$\xi(\mathbf{r}) = \frac{a}{2} [\chi(x, t) \exp(ikx) + \text{c.c.}], \quad a = k^{-1} = \left(\frac{\alpha}{\rho g}\right)^{1/2}. \quad (2.37)$$

Амплитуда ξ мала по сравнению с капиллярной длиной. Разложив все уравнения системы (2.10) до членов третьего порядка по $\chi \sim \xi/a$, авторы [18] получили уравнение для амплитуды возмущения χ :

$$\frac{1}{gk_0} \ddot{\chi} = -\frac{(k-k_0)^2}{k_0^2} \chi + \frac{1}{2k_0^2} \frac{\partial^2 \omega^2}{\partial k^2} \frac{\partial^2 \chi}{\partial x^2} + 2i\omega \frac{\partial \omega}{\partial k} \frac{\partial \chi}{\partial x} + 2A\chi + \left[8(v_*^2 - 1) + \frac{11}{2}\right] \frac{|\chi|^2 \chi}{4}. \quad (2.38)$$

Формально манипуляции (2.35)–(2.38) характерны для всех расчётов процессов перестройки в рамках названного выше "однородным" приближения [14, 19]. Для заряженной поверхности гелия это означает сохранение эквипотенциальности изогнутой границы, что имеет место по крайней мере на начальной стадии распада.

Преобразование (2.37) сдвигает начало отсчёта в k -пространстве в точку $k = k_0$. В результате в окрестности критической точки амплитуда $\chi(x, t)$ является слабо-зависящей от координаты x функцией. Близость к порогу означает, что $(k-k_0)^2/k_0^2 \ll 1$ и $\partial\omega/\partial k \ll 1$, поэтому соответствующими слагаемыми в (2.38) можно пренебречь. Оставшаяся правая часть уравнения (2.38) в однородном случае ($\partial\chi/\partial x = 0$) следует из вариации потенциала

$$V(\chi) = -2A|\chi|^2 - \left[8(v_*^2 - 1) + \frac{11}{2}\right] \frac{|\chi|^4}{8}. \quad (2.39)$$

При достаточно малых v_* потенциал $V(\chi)$ имеет минимум, и в это состояние система должна перейти, если в уравнение (2.38) включить члены, описывающие эффекты диссипации. В пределе $v_* \rightarrow 0$ амплитуда стационарного гофра χ_0 выражается в виде

$$\chi_0^2 = \frac{16A}{5}. \quad (2.40)$$

Поведение χ_0 такого типа (перестройка начинается лишь в области $\Delta > 0$, причём амплитуда χ_0 монотонно возрастает с увеличением Δ) принято называть (вслед за Ландау [46] и Зайцевым, Шлиомисом [14]) переходом (перестройкой) мягкого типа. Совпадение неудивительно, поскольку соотношения (2.35)–(2.38) относятся к разряду однородных. В области $v_*^2 > 5/16$ одномерное решение мягкого типа отсутствует.

Для заряженных жидких сред этот "одномерный" тип перехода является скорее чисто академическим, поскольку в целом (т.е. на всём временном интервале вплоть до момента достижения равновесия) он симметрично-энергетически проигрывает альтернативным "двумерным" сценариям перестройки. Однако в начальной стадии процесса, до тех пор пока в "дело" не включаются нелинейные члены уравнения (2.39), одномерная картина гофрировки может быть преобладающей. Как показывает практика, зарождение гофра происходит в первую очередь вдоль естественных границ 2D-системы независимо от степени её заселённости в

среднем. Ясно, что, повторяя геометрию гладких границ, начальная гофрировка является преимущественно одномерной. Детали такой краевой перестройки пока не уточнены.

Вдали от границ и на достаточном временном удалении от начальной стадии процесса энергетически более выгодна 2D-гофрировка. Согласно [17, 19], речь идёт о симметричной гексагональной структуре, характеризуемой тремя волновыми векторами, развёрнутыми относительно друг друга под углами 60° . При этом в выражении для энергии $V(\chi)$ появляются новые, качественно важные, слагаемые третьего порядка по амплитуде со знаком минус, что в конечном итоге даёт меньшее равновесное значение энергии по сравнению с таковым в системе полос или квадратной решётке. Вместо (2.39) имеем

$$V(\chi_0) = \frac{3}{2} \gamma \chi_0^4 + 3v_* \chi_0^3 - 6A\chi_0^2, \quad \gamma \approx 0,96. \quad (2.41)$$

Выражение (2.41), в отличие от (2.39), не содержит слагаемых $\sim v_*^2 \chi_0^4$. Минимума $V(\chi_0)$ (2.41) достигает при

$$\chi_0 = -\left(\frac{3v_*}{4\gamma} + \sqrt{\frac{2A}{\gamma} + \frac{9v_*^2}{16\gamma^2}}\right). \quad (2.42)$$

В пределе $\Delta \rightarrow 0$

$$\chi_0 = -\frac{3}{2} \frac{v_*}{\gamma}, \quad (2.43)$$

т.е., как и в случае (2.39), переход имеется, но, согласно терминологии [14, 19, 46], он происходит в жёстком режиме (конечные значения χ_0 при $\Delta \rightarrow 0$).

Следует отметить, что манипуляции с параметром Δ (2.35) возможны лишь для жидких границ с варьируемой плотностью подвижных зарядов на границе раздела. В случае полного экранирования поля, когда одна из величин E_+ или E_- равна нулю, такая степень свободы отсутствует. В самом деле, для металлов

$$v_*^m = \frac{E_+^2}{E_c^2}. \quad (2.44)$$

Величина v_*^m (2.44) может быть малой, если $E_+ \ll E_c$. Но при этом металлическая жидкость устойчива. Если $E_+ \rightarrow E_c$, то v_*^m стремится к единице.

Б. Результаты (2.40), (2.43) дают ясное представление о малых параметрах, необходимых для развития нелинейной теории возмущений [14, 17, 19]. Речь идёт об условиях

$$\Delta \ll 1, \quad v_* \ll 1, \quad (2.45)$$

при нарушении которых теория может претендовать лишь на качественные утверждения. Однако перечень необходимых ограничений этим не исчерпывается. Как впервые отмечено Мельниковым и Мешковым [23–25], в терминах, естественных для задачи с поверхностными зарядами, суммарная плотность заряда $\tilde{v} + v_*$ в ходе перестройки по эквипотенциальному сценарию не может обращаться в нуль,

$$\tilde{v} + v_* > 0. \quad (2.46)$$

С этой точки зрения вариант перестройки (2.40) при $v_* \rightarrow 0$ и $\Delta \neq 0$ вообще не имеет смысла.

Несколько более сложен для оценок жёсткий режим. Но и здесь подробные расчёты, выполненные авторами

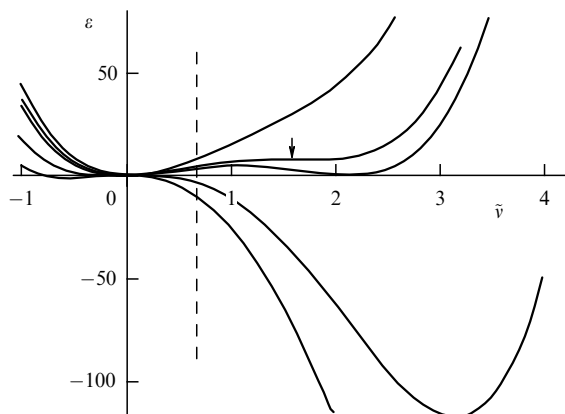


Рис. 5. Промежуточные значения энергии деформации ε как функции $\tilde{\nu}$ для разных значений надкритичности. Штриховая прямая указывает границу нарушения условия (2.46).

[23–25], свидетельствуют о нарушении требования (2.46) в области параметров, заметно предшествующей установлению равновесной гофрировки. Результаты этих расчётов представлены на рис. 5. В общем случае энергия ε гофрированной границы зависит от двух переменных: амплитуды гофрировки ξ и модулированной плотности зарядов $\tilde{\nu}$. Варьирование $\varepsilon(\xi, \tilde{\nu})$ по одной из переменных даёт связь между ξ и $\tilde{\nu}$, имеющую место на произвольной стадии подстройки (электронная часть задачи быстро подстраивается к произвольной деформации ξ). Вторая вариация определяет положение экстремума энергии, в котором находится перестроенная граница. Рисунок 5 даёт представление о величине $\varepsilon(\tilde{\nu}, \xi(\tilde{\nu}))$ на промежуточных стадиях гофрировки для различных значений надкритичности Δ , включая её отрицательную часть. Условие выполнимости критерия (2.46) отмечено штриховой прямой.

Из данных, приведённых на рис. 5, следует, что нарушение условия (2.46) возникает раньше, чем система успевает эквипотенциально перестроиться. Следовательно, расчёт финальной стадии перестройки в эквипотенциальном сценарии перестаёт быть обоснованным. При фиксированном полном заряде его распределение вдоль границы теряет сплошность. Есть ли альтернатива? Она имеется, поскольку существуют предпосылки образования системы многозарядных лунок, понятие о которых введено в разделе 2.2.

В. Заканчивая обсуждение начальной стадии перестройки, нельзя обойти вопрос о начальных условиях для уравнения (2.38). Эта деталь — практически за рамками существующих публикаций на тему устойчивости. Но без неё невозможно "запустить" распад (как хорошо известно из близкой, по существу, проблемы спиноподобного распада в теории фазовых переходов 1-го рода [47]).

Данные, приведённые на рис. 6 [26, 27], свидетельствуют о том, что уравнение (2.38) в линейной по ζ области имеет смысл в широком интервале ν . Оценка времени τ_1 ,

$$\tau_1^{-1} = \sqrt{\frac{2\pi\alpha}{g}(E^2 - E_c^2)}, \quad (2.47)$$

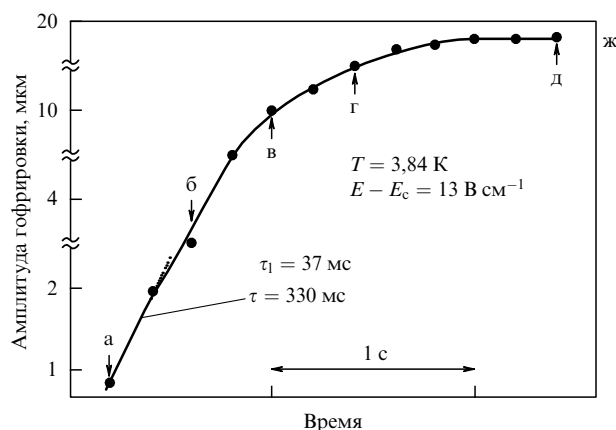
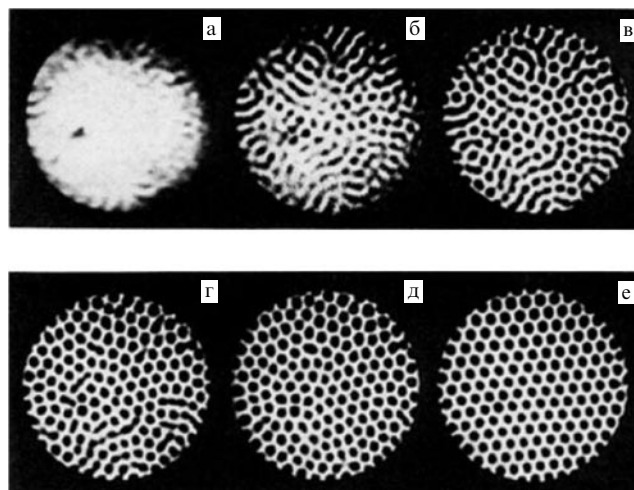


Рис. 6. (а–е) Развитие гофрировки во времени в условиях максимальной заселённости электронами поверхности гелия. (ж) Соответствующая амплитуда гофрировки в зависимости от времени [26, 27]. Время τ_1 определено формулой (2.47), τ — общее оценочное время развития неустойчивости при данной степени надкритичности. Авторы [26, 27] отмечают, что предфинальные состояния (г, д) гофрированного зеркала имеют стеклообразную структуру. "Отжиг" небольшим по амплитуде осциллирующим полем выстраивает лунки в сотовую структуру (е).

даёт его правильный масштаб. Хорошо виден и "водораздел" между спиноподобным сценарием и ФТ-сценарием развития неустойчивости. Что касается механизма её "запуска", то вопрос о том, обусловлен ли этот механизм равновесными флуктуациями формы поверхности, стимулированными силами Ланжевена, или приборными эффектами, пока не закрыт.

2.4. Перестройка заряженной поверхности гелия

Проведённый в разделе 2.3 анализ начальной стадии развития неустойчивости даёт основание полагать, что финальная, метастабильная, картина перестроенной поверхности жидкости должна быть "луночной" (неэквипотенциальной). Её детали обсуждаются ниже в двух качественно интересных, предельных по ν случаях:

а) случай слабой заселённости, $\nu \ll 1$. В этом пределе имеются все основания говорить о бинальном варианте развития событий;

б) сценарий перестройки при максимальном заполнении ν поверхности зарядами ($\nu \leq 1$), который уместно назвать "смешанным".

2.4.1. Область малых ν . В разделе 2.2 отмечалось, что в области малых ν "спинодальное" критическое поле возрастает как $\nu^{-1/2}$ (см. формулу (2.25) и рис. 3). Покажем теперь, что бинадальное образование лунок требует в этой области конечных значений ε_- .

Переход из плоского состояния в гофрированное определяется конкуренцией электростатической энергии V_C конденсатора с 2D-электронами, заполняющими всю доступную поверхность жидкости, и полной энергии nW_n системы n лунок, содержащих тот же самый полный заряд Q . Задача сравнения содержит неопределённость, поскольку в общем случае плохо определены заряд отдельной флуктуационно возникающей лунки и распределение зарядов по совокупности лунок. Ситуация упрощается лишь в предельном случае $\nu \ll 1$, в котором все свободные электроны "сваливаются" в одну многозарядную лунку (шероховатость рассуждений в данном случае компенсируется ссылками на эксперименты, в которых события развивались именно так).

Кулоновская энергия V_C электронной системы с полным зарядом Q в области, ограниченной кругом радиусом L между пластинами конденсатора (см. рис. 1), имеет масштаб

$$V_C = Q^2 \frac{(h-d)d}{L^2 h}, \quad Q = \pi L^2 e n_s. \quad (2.48)$$

Структура энергии W одиночной лунки обсуждалась в разделе 2.2 (см. формулу (2.32)). Для интересующего нас сравнения с V_C можно воспользоваться разложением W вблизи нулевой точки (s_0, x_0) :

$$W(s_0, x_0) = 0, \quad s_0 = 1,05, \quad x_0 = 0,75,$$

$$W(s, x_0) \simeq \frac{\partial W}{\partial s_0} (s - s_0).$$

В результате равенство конкурирующих энергий принимает вид

$$Q^2 \frac{(h-d)d}{L^2 h} = \frac{\partial W}{\partial s_0} (s_* - s_0), \quad (2.49)$$

который определяет значение s_* .

Электрическое поле E_+^{\max} , связанное с величиной s_* , определяет абсциссу на плоскости (ν, ε_-) (в этой области $E_\perp = E_+ \simeq E_- = V/h$), в которую "упирается" бинадаль при $n_s \rightarrow 0$. Приведённые результаты завершают описание переходной области, в которой плоская заряженная поверхность сменяется поверхностью с лункой.

Таким образом, в пределе $\nu \rightarrow 0$ неустойчивость, стимулированная конечным значением V/h , приводит не к периодической перестройке (как это следует из предсказаний эквипотенциальной теории), а к появлению отдельной лунки, "собирающей" все поверхностные электроны. Процесс может завершиться и возникновением нескольких лунок, каким-то образом случайно поделивших между собой полный заряд поверхности. Но общих причин для периодической перестройки, охватывающей всё заряженное зеркало, здесь нет.

Имеет смысл отметить, что две лунки могут находиться в равновесии, будучи на конечном расстоянии друг от друга. Взаимодействие W_{dd} между ними содержит кулоновскую и деформационные части:

$$W_{dd}^b = -\frac{Q^2 E_\perp^2}{2\pi\alpha} K_0(\kappa r) + \frac{Q^2}{r}. \quad (2.50)$$

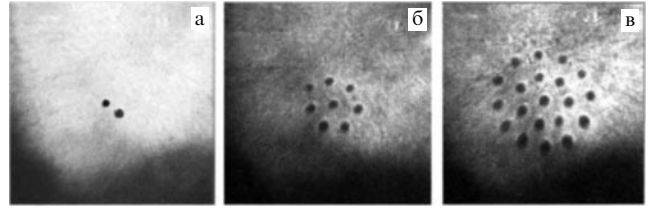


Рис. 7. Картина, иллюстрирующая наличие аperiodической перестройки в области малых ν (а), увеличение числа лунок и появление признаков сотовой перестройки с возрастанием заселённости ν электронами поверхности гелия (б, в).

Здесь, как и выше, Q — полный заряд лунки, E_\perp — прижимающее поле, r — расстояние между лунками, $K_0(x)$ — модифицированная функция Бесселя. Энергия (2.50) имеет минимум, $\partial W_{dd}^b / \partial r = 0$, в точке r_{\min} , определяемой из уравнения

$$K_1(x_m) - x_m^{-2} = 0, \quad x_m = \kappa r_{\min}, \quad (2.51)$$

$$x_m \geq 1. \quad (2.52)$$

Наличие метастабильной связи (2.51) между лунками качественно поясняет, почему возникающая в ходе распада 2D-заряженной системы совокупность лунок (рис. 7) собирается в мезообразования, имеющие внутреннюю равноудалённость с характерной длиной порядка капиллярной.

2.4.2. Смешанный сценарий перестройки в области $\nu \lesssim 1$.

В противоположном предельном случае, $\nu \ll 1$, можно без проблем определить положение спинодали на графике (ν, E_-) (см. рис. 3). Но альтернативная часть задачи — зародышевый "распад" плоского заряженного состояния (бинадаль) — пребывает в состоянии неопределённости (нет характерного масштаба для заряда при формировании лунки-зародыша). Эксперимент, однако, однозначно свидетельствует в пользу периодической перестройки. Затруднение удаётся устранить, обращаясь к временной эволюции распада ФТ. Как отмечено выше (см. комментарии к (2.46) и рис. 5), спинодальный сценарий распада при фиксированном значении полного заряда поверхности приводит к появлению на заряженной поверхности жидкости периодически расположенных нейтральных пятен. Налицо — конец спинодальной и начало бинадальной эволюции с хорошо определёнными начальными условиями: известен заряд на одну лунку и все лунки одинаковы. Сценарий со "спино-началом" и "бино-продолжением" деформации заряженной поверхности жидкости мы называем смешанным. В нём качественно верно сосуществуют основные известные факты относительно ФТ-распада в области $\nu \leq 1$: периодичность перестройки, потеря эквипотенциальности вдоль гофрированной поверхности жидкости и, как будет показано ниже, скачкообразное поведение амплитуды гофрировки при формировании стационарного перестроенного состояния границы жидкости.

1. В самой задаче о гофрированном состоянии поверхности в критическом электрическом поле E_+^{\max} при заряде

$$Q_0 \simeq 2ae n_s^{\max} \quad (2.53)$$

на одну ячейку необходимо убедиться в способности деформированной поверхности гелия удерживать критический заряд (возможно, нелинейным образом) и проверить выполнение неравенства

$$\bar{W}(E_+^{\max}, Q) \geq \tilde{W}(E_+^{\max}, Q_0, b), \quad E_+^{\max} = 4\pi en_s^{\max}, \quad (2.54)$$

где $n_s^{\max} \equiv n^{\max}$ из (2.16), $\bar{W}(E_+^{\max}, Q)$, $\tilde{W}(E_+^{\max}, Q_0, b)$ — полные энергии однородного и гофрированного состояний поверхности гелия соответственно, b — период решётки, вообще говоря, не совпадающий с капиллярной длиной a . Требовать равенства энергий в соотношении (2.54) нет оснований, поскольку речь не идёт о настоящем бинациональном переходе из плоского состояния в гофрированное. Тем не менее желательно иметь энергию $\tilde{W}(E_+^{\max}, Q_0, b)$, меньшую, чем $\bar{W}(E_+^{\max}, Q)$, иначе непонятно развитие событий в целом.

С учётом сказанного задача об одномерной гофрировке сводится к вычислению разности энергий $\tilde{W}(E_+^{\max}, Q_0, b) - \bar{W}(E_+^{\max}, Q)$ (см. (2.54)). Отметим, что одномерный сценарий не только является удобной моделью, но и описывает реально наблюдаемое [28] состояние гофрированной поверхности. Кроме того, это наименее устойчивый вариант гофрировки. Лапласовские давления, стабилизирующие картину, ослаблены здесь вдвое по сравнению с таковыми при двумерной гофрировке. Наличие одномерного решения даёт оценку снизу степени устойчивости гофра.

Исходный функционал для энергии одномерного периодического гофра (на единицу длины одной нити),

$$\begin{aligned} \delta \tilde{W}(E_+^{\max}, R, a) &= \tilde{W}(E_+^{\max}, Q_0, a) - \bar{W}(E_+^{\max}, Q) = \\ &= \int_{-a}^{+a} dx \left[\frac{\alpha}{2} [(\nabla \xi)^2 + \kappa^2 \xi^2] + eE_+^{\max} \delta n(x) \xi(x) \right] + \delta \langle W_C(r) \rangle, \end{aligned} \quad (2.55)$$

$$\delta \langle W_C(r) \rangle = 2e^2 n_s^2 a^2 \ln \frac{a}{\pi R},$$

$$\xi(x) = \zeta(x) - \langle \zeta \rangle, \quad \delta n(x) = n(x) - n_s,$$

отсчитан от энергии плоского состояния заряженной поверхности жидкости и записан в расчёте на один период решётки. Его кулоновская часть представлена в виде [48]

$$\delta \langle W_C(r) \rangle = \frac{Q^2}{2} \left(\frac{1}{\bar{C}} - \frac{1}{\tilde{C}} \right) > 0, \quad (2.56)$$

$$\bar{C} = \frac{S}{4\pi d}, \quad \tilde{C} = \frac{S}{4\pi d + 4a \ln(a/\pi R)}, \quad (2.57)$$

где S — площадь конденсатора, R — радиус отдельной нити, $2a$ — период гофрировки; плотность зарядов $n(x)$ в периодической системе лунок разбита на отдельные полосы $n_0(x)$ с каким-либо (например, гауссовым) распределением плотности для каждой из них,

$$\begin{aligned} n(x) &= \sum_l n_0(x - 2la), \quad n_0(x) = n_0 \exp\left(-\frac{x^2}{R^2}\right), \\ n_0 &\simeq \frac{2n_s a}{\sqrt{\pi R}}, \quad R \ll a, \end{aligned} \quad (2.58)$$

и нормировкой (2.53). Из переменных $\zeta(x)$, $n(x)$ вычтены, с учётом общей структуры функционала (2.55), их средние значения.

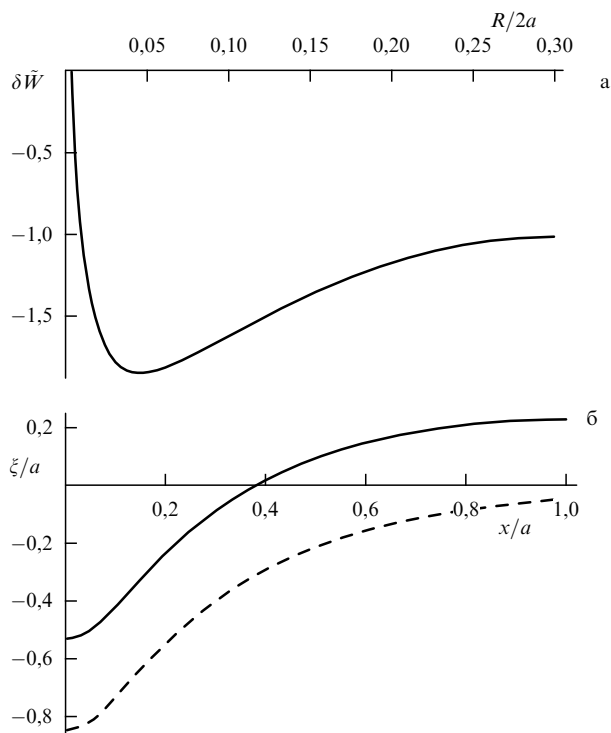


Рис. 8. (а) Зависимость энергии одномерной лунки в составе периодической структуры $\delta \tilde{W}$ от радиуса электронного пятна. (б) Профили одномерных лунок: свободной (штриховая кривая) и ограниченной требованиями периодичности (сплошная кривая).

Энергия (2.55) имеет привычный для теории многозарядных лунок вид. Деформационная часть, представленная слагаемыми, заключёнными в квадратные скобки, интегрально обеспечивает выгодность возрастания деформации жидкой поверхности под действием локального электронного давления и уменьшение параметра R/a . Кулоновская составляющая $\delta \langle W_C(r) \rangle$ препятствует этому процессу. Конкуренция этих факторов приводит к появлению определяющего равновесное значение параметра R/a отрицательного минимума в зависимости $\delta \tilde{W}(E_+^{\max}, R/a)$ (2.55). Для получения численных значений необходимо из уравнения механического равновесия поверхности жидкости найти деформацию $\xi(x)$ через $n(x)$ (2.58), вычислить с помощью этих распределений интегралы (2.55) и построить зависимость энергии (2.55) от варьируемого параметра R/a . Для внешних параметров, отвечающих случаю $\nu = 1$, эта картина представлена на рис. 8а [49]. Функционал достигает минимума (который является отрицательным) при $R/a = 0,1$. Другими словами, гофрированное состояние на фоне плоского энергетически выгодно.

Стабилизация гофра возникает в области $R/a \ll 1$, хотя на полученные численные значения следует ориентироваться лишь условно ввиду параметрически не малых значений $\nabla \xi(x) \leq 1$, следующих из данных о профиле деформации одномерной лунки. Эти данные приведены на рис. 8б, где для сравнения представлен также профиль отдельной свободной лунки. Очевидно, что линейный вариант теории, отвечающий билинейной форме энергии (2.55), нуждается в количественных уточнениях (как видно из рис. 8, требование $\nabla \xi(x) < 1$, использованное при записи (2.55), выполняется лишь условно). Тем не менее качественно смешанный сценарий перестройки

выглядит согласованным (исходя из предположения о наличии разрывов сплошности в равновесном распределении $n(x)$ мы приходим к финальной картине, подтверждающей изначальные предпосылки теории).

Кроме того, располагая деталями нелинейного решения [50], которое здесь не приводится, можно сказать, что критическое значение глубины лунки $|\xi_0^{\max}| = 1,5a$ в линейной задаче ещё не превышено.

2. Сотовая гофрировка. Дополнительное обсуждение деталей двумерной гофрировки на фоне её одномерной реализации имеет смысл по нескольким причинам. Во-первых, данный тип перестройки на практике оказывается основным. Во-вторых, имеется проблема выбора типа решётки. (Почему соты?) Ещё один вопрос, который поднят в работах [23–25], касается деталей распределения зарядов на гофрированной поверхности жидкости. Это может быть система нейтральных островков на проводящем фоне (модель [23–25], по существу, вариант "мягкого" перехода). Либо альтернатива — система заряженных пятен на нейтральном фоне (жёсткий вариант с заряженными лунками).

Ответы на два первых вопроса формируются уже на начальной стадии развития неустойчивости. Как показано авторами [18, 19], одномерные либо двумерные возмущения $\xi(r, t)$ формы поверхности содержат в нелинейной части энергии, ответственной за появление разрывов сплошности заряда, разные степени этой амплитуды: $\xi^4(r, t)$ в одномерном варианте развития событий и $\xi^3(r, t)$ — в двумерном. Более действенным оказывается двумерный сценарий, генерирующий решётку "лысых" пятен, развивающуюся далее в сотовую структуру гофрировки (см. комментарии к формулам (2.39)–(2.43)). Предпочтительность сотовой компоновки перед другими возможными двумерными решётками обосновывается с привлечением корреляционных расчётов [51] в условиях, когда заряженные ядра гофра одинаковы, а разница в энергиях обусловлена лишь кристаллографией решётки.

Вопрос из [23–25] о соотношении в среднем между заряженной (s) и нейтральной ($1 - s$) фракциями гофра в одномерном сценарии не принципиален, так как любая глубокая гофрировка нарушает эквипотенциальность заряженной границы в направлении, нормальном желобам. Тем не менее малость s ($s \ll 1$), которая использовалась при манипуляциях с функционалом (2.55), естественно, нуждается в подтверждении (так и оказалось — см. (2.61)) в череде конечных результатов.

При переходе к сотовой гофрировке s -проблема становится более критичной, поскольку в случае $1 - s \ll 1$, рассмотренном авторами работ [23–25], задача в целом остаётся эквипотенциальной и её решение возможно лишь при $v \ll 1$. Для описания гофра системой лунок требование $v \ll 1$ неважно, но естественно полагать, что заряженные ядра радиусом R_s соседних лунок не перекрываются между собой, т.е. выполняется условие $s \ll 1$, или в более конкретных терминах:

$$s \simeq \left(\frac{R_s}{a}\right)^2 \ll 1. \quad (2.59)$$

Оценка s для сотовой структуры выполнена в [49] с использованием цилиндрической модели Вигнера–Зейтца при тех же условиях, что и в одномерном

сценарии (полный заряд лунки и прижимающее поле "привязаны" к их критическим значениям, определяемым соотношениями (2.53), (2.54)). В результате

$$\frac{R_{\text{crit}}}{a} \simeq 0,4 < 1, \quad \frac{\xi_{\text{crit}}(0)}{a} \simeq 0,3 < 1, \quad (2.60)$$

отсюда

$$s \simeq \left(\frac{R_s}{a}\right)^2 \simeq 0,16, \quad (2.61)$$

что свидетельствует в пользу жёсткого, луночного, сценария перестройки.

Резюмируя, на основании вышеизложенного полагаем, что в области $v \leq 1$ перестройка скорее всего следует смешанному сценарию с балансом энергий, контролируемым выражением (2.55). При этом в области $\Delta \geq 0$ (Δ — из (2.35)) возможны варианты желобковой либо сотовой гофрировки. Никаких гистерезисных явлений смешанный сценарий перестройки не предсказывает.

Следует отметить, что вероятность появления многоэлектронных лунок в области $\Delta > 0$ начала обсуждаться (см. [44, 45]) примерно в то же время, что и построение теории эквипотенциальной перестройки [18, 23]. Однако реальное место этих "полярных образований" в иерархии состояний, определяющих картину гофрировки заряженной поверхности гелия, осознаётся лишь в последнее время (см. [42, 49]). Особенно показателен в этом смысле именно предел $\Delta > 0$, $v \leq 1$.

В хронологической цепочке интересна и работа [52], в которой впервые на количественном уровне обсуждался луночный сценарий перестройки в области $v \leq 1$. Здесь основой построения является приближение сильной связи. За исходные принимаются грубо посчитанные свободные многоэлектронные лунки. Полагая далее эти квазичастицы точечными, авторы [52] моделируют с привлечением результатов для классического кулоновского кристалла из точечных зарядов [51] периодическую решётку из заряженных лунок. Период этой решётки определён длиной порядка капиллярной длины. Её энергетическая выгодность на фоне энергий сплошного распределения заряда в 2D-слое трактуется в корреляционных терминах [51].

Комментируя результаты [52], отметим, что аккуратно решённая в [24, 25] задача о свободной лунке приводит в условиях [52] к радиусу заряженного пятна, заметно превышающему период решётки из [52] (согласно [24, 25], в этой области $R/a \simeq 1,5$). Критические условия образования лунки превышают динамический порог устойчивости. И наконец, корреляционные эффекты [51] не имеют прямого отношения к кулоновской части задачи о перестройке. Таким образом, подход [52] нуждается в модификации, которая и была проведена впоследствии авторами [49].

2.4.3. Общая картина перестройки заряженной поверхности гелия.

Располагая информацией, приведённой выше, и экспериментальными данными, обсудим в целом картину перестройки заряженной поверхности гелия, сложившуюся к настоящему времени. Существование такой перестройки в условиях сохранения полного числа зарядов на жидкой поверхности при разных уровнях заселён-

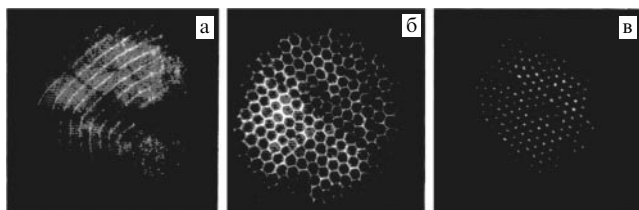


Рис. 9. Перестройка заряженной поверхности гелия в условиях максимальной заселённости, $\nu \leq 1$: (а) видны признаки желобковой перестройки, воспроизводящей геометрию периметра при малых значениях надкритичности; (б, в) снимки, фиксирующие картину перестройки для конечной надкритичности, различаются фокусировкой интерферирующих пучков света — на гребни или впадины гофра. (Из работы [28].)

ности засвидетельствовано в серии работ [21, 22, 26–28]. Относительно сотового гофра имеется единообразное заключение о его появлении пороговым образом в области положительных надкритичностей, $\Delta \geq 0$. Никаких указаний на сотовую перестройку в области $\Delta < 0$ экспериментальные результаты не содержат. В области $\Delta > 0$ и $\nu \leq 1$ наблюдается чёткая плотноупакованная гофрировка, заполняющая всё заряженное зеркало

ячейки (рис. 9 [28], рис. 10 [26, 27]). Глубина лунок сразу является конечной и с возрастанием $\Delta > 0$ монотонно увеличивается (рис. 11 [28]). В ситуации $\nu \leq 1$ альтернативная эквипотенциальная теория [18, 24, 25] не работает вообще в связи с отсутствием малости отношения амплитуды гофрировки к капиллярной длине (основной малый параметр теории эквипотенциальной перестройки). Что касается смешанного сценария [49], то он как раз и призван объяснить наблюдаемое.

В области $\Delta > 0$ и $\nu \leq 1$ экспериментальные результаты, как отмечалось, качественно не следуют предсказаниям эквипотенциальной теории. Наблюдаемая перестройка неперiodична. Поверхность гелия не покрывается здесь периодическим гофром, заполняющим всё жидкое зеркало, как ожидалось в работах [18, 24, 25]. Вместо этого электроны собираются в одну или несколько многоэлектронных лунок, занимающих лишь небольшую часть общей поверхности гелия. Для иллюстрации на рис. 7 представлена картина луночной перестройки из [28] в области $\nu \ll 1$ при постепенном увеличении ν . Очевидно, луночный сценарий гофрировки энергетически предпочтителен (см. также рис. 11), и это обстоятельство находит отражение в экспериментах.

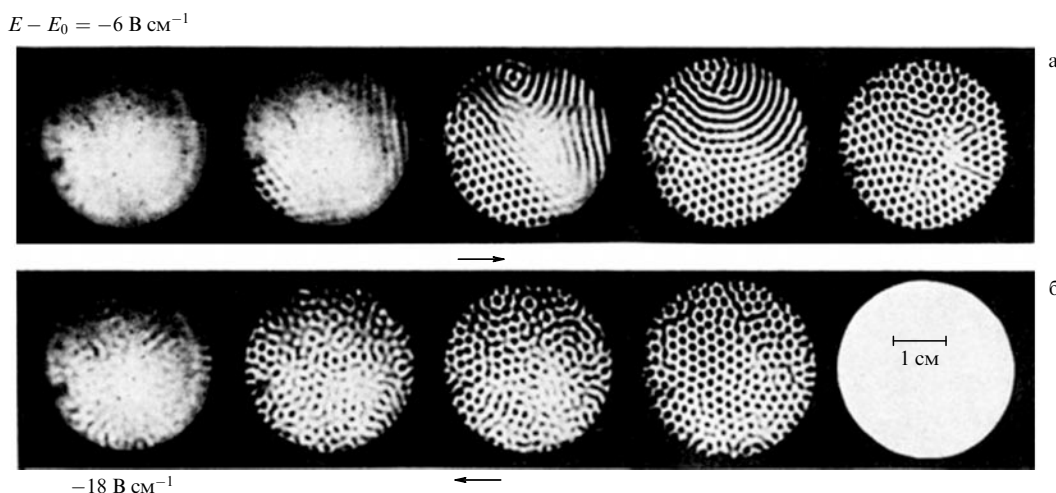


Рис. 10. Картина организации гофра при постепенном возрастании (а) и убывании (б) надкритичности E/E_0 в условиях максимальной заселённости электронами поверхности гелия [26, 27]. Надкритичность изменяется скачками $\Delta E/E_0$ с $\Delta E = E - E_0 \approx 6 \text{ В см}^{-1}$. На начальных этапах (рис. а) видны фрагменты желобковой перестройки. Авторы [26, 27] связывают её с возможной негоризонтальностью ячейки. В целом финальное состояние перестройки выглядит стеклообразным. Довести его до качественной сотовой структуры удастся (см. рис. б) слабым "отжигом" в переменном электрическом поле. Отметим также наличие признаков "переохлаждения" на крайнем левом снимке рис. б, что, возможно, связано с кинетикой установления гофрировки (как и на рис. 6).

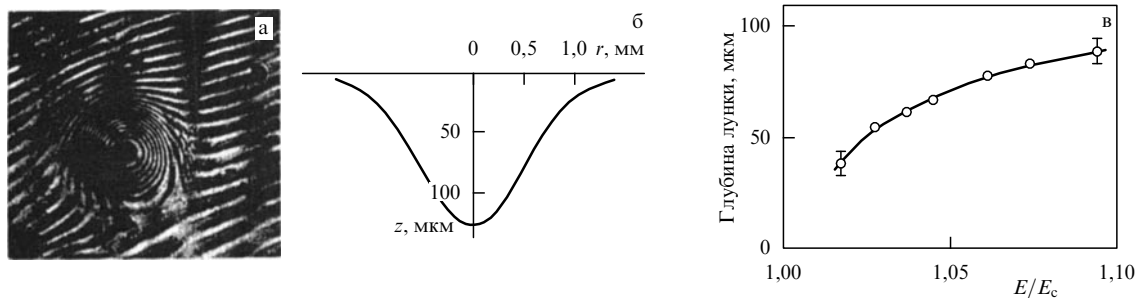


Рис. 11. (а) Отдельная лунка, профиль которой получен с использованием интерференционной техники. (б) Восстановленный с её помощью профиль. (в) Изменение глубины лунки в зависимости от прижимающего поля [28].

Ещё несколько слов о проблеме желобковой гофрировки, наблюдаемой в экспериментах [21, 22, 26–28] на начальной стадии развития неустойчивости. Как отмечалось выше, в целом желобковая перестройка энергетически проигрывает сотовой. Но вблизи границ заряженного зеркала (либо вследствие негоризонтальности ячейки) гофрировка должна сопрягаться с локальными условиями деформации вдоль границы 2D-системы. Теоретически эта задача не "освоена". Между тем эксперимент показывает, что желоба действительно возникают вдоль границ (см. рис. 9а и 10).

Таким образом, имеет смысл собрать вместе разбросанные по тексту сведения об аналогии между процессом перестройки и деталями фазового перехода 1-го рода (альтернатива бинадаль–спинодаль). Наиболее серьёзными указаниями на наличие такой аналогии служат отмеченная формулами (2.16)–(2.19) и (2.32)–(2.34) двойственность в определении условий, способствующих развитию перестройки, а также возможность построения фазовой диаграммы, разделяющей в естественных координатах области устойчивости и неустойчивости заряженной поверхности жидкости. Приемлемыми оказываются следующие переменные: средняя заселённость v из (2.16) электронами поверхности гелия и ε_- — безразмерное (отнесённое к критическому (2.14)) электрическое поле над заряженной поверхностью гелия. В этих координатах удобная для ориентации линия спинодали с использованием "электростатического" приближения (2.17) представлена на рис. 3. Однако уточнения (2.21)–(2.24) показывают, что спинодаль не может подходить к ординате $v \rightarrow 0$ с конечным наклоном. В то же время бинадаль (2.48), (2.49), рассчитанная с учётом правил фазового равновесия, таким свойством обладать может. В результате картина относительного положения бинадали и спинодали в области малых факторов v имеет вид, показанный на вставке рис. 3. Аналогия с общими свойствами фазовых переходов 1-го рода (см., например, [47]) придаёт уверенность этому предсказанию и содержательно объясняет наблюдаемое аperiodичное развитие перестройки (возникновение отдельных многоэлектронных лунок).

При конечных (в особенности максимальных) заселённостях $v \rightarrow 1$ последовательное разделение дисперсионного и флуктуационного механизмов развития неустойчивости затруднено. Подобное присуще и фазовым диаграммам 1-го рода в областях, где бинадали и спинодали касаются друг друга. Своеобразие задачи с перестройкой заключается в том, что здесь оба механизма соучаствуют в её развитии. Ориентируясь также на экспериментальные результаты, однозначно свидетельствующие в пользу периодической перестройки насыщенной зарядами заряженной поверхности жидкости, неоднозначность "бинадаль–спинодаль" удаётся "снять", обращаясь к временной эволюции распада ФТ. Как отмечалось (см. комментарии к (2.11)–(2.15), (2.47) и рис. 3, 4, 10), спинодальный сценарий распада последовательно определяет основные детали линейной динамики колебаний и начала развития неустойчивости заряженной поверхности жидкости, подводя систему к появлению в распределении зарядов периодически расположенных нейтральных пятен. Налицо конец спинодальной и начало бинадальной эволюции с хорошо определёнными начальными условиями: известен заряд на одну лунку и все лунки одинаковы.

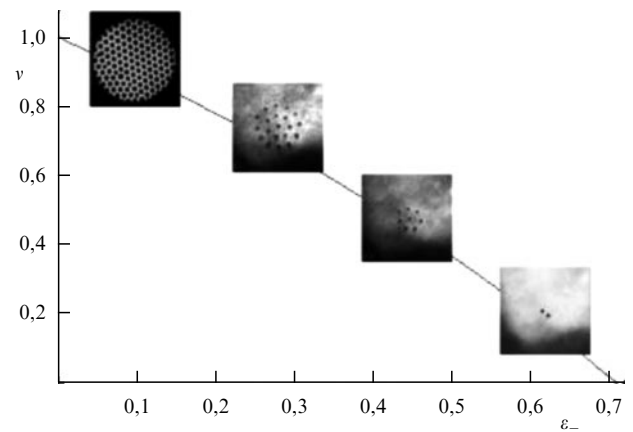


Рис. 12. Фазовая диаграмма [49] процесса перестройки границы жидкость–пар гелия при наличии на ней фиксированного заряда с разной степенью заселённости v в зависимости от приведённого электрического поля ε_- над поверхностью гелия. Фотографии-вставки иллюстрируют состояние поверхности гелия с данной степенью заселённости. Левая верхняя часть диаграммы отвечает квазиспинодальному сценарию появления гофра. Нижняя правая часть диаграммы типично бинадальна.

Сценарий со "спино-началом" и "бино-продолжением" деформации заряженной поверхности жидкости естественно назвать смешанным. В нём качественно верно сосуществуют основные известные факты по отношению к распаду ФТ в области $v \leq 1$: периодичность перестройки, потеря эквипотенциальности вдоль гофрированной поверхности жидкости и скачкообразное поведение амплитуды гофрировки при формировании стационарного перестроенного состояния границы жидкости.

Дополняя словесный портрет перестройки заряженной поверхности гелия, уместно собрать данные о ней в виде наглядной фазовой диаграммы. В координатах v – ε_- "монтаж" данных, объединяющий графики рис. 3 и экспериментальную информацию о перестройке в разных пределах по v , представлен на рис. 12. Здесь v определяется (2.16), ε_- — безразмерное (отнесённое к критическому (2.14)) электрическое поле над заряженной поверхностью гелия. Сплошная кривая отвечает поведению критического значения v как функции от напряжения ε_- , начиная с нулевого, для динамического сценария неустойчивости (спинодаль — на фазовом языке). В области $v \leq 1$, как показано выше, перестройка следует смешанному сценарию. При $v \ll 1$ она становится аperiodичной, принимая вид отдельных взаимодействующих между собой солитонов. Фотографии-вставки иллюстрируют реальный вид гофрированной поверхности. Правая нижняя вставка, коррелирующая с рис. 3, отвечает бинадальному переходу плоскость–одиночная лунка. Две центральные вставки соответствуют некоторому промежуточному состоянию при наличии взаимодействия лунок между собой (см. формулу (2.51)). Плотнупакованная картина, приведённая на вставке в верхней части рисунка, отвечает промежуточному сценарию распада со спинодальным началом (см. рис. 3) и бинадальным окончанием. Непрерывность заполнения лунками всё большей площади жидкой поверхности подразумевается (не доказана).

3. Заряженная тонкая плёнка жидкости

3.1. Вводные замечания

Одним из важных факторов, влияющих на характер неустойчивости и детали формирования гофра заряженной поверхности жидкости, является металлическая подложка. Влияние подложки, возрастающее при монотонном уменьшении толщины жидкой плёнки d в области $\bar{\kappa}d < 1$ (здесь $\bar{\kappa}$ — эффективная капиллярная постоянная плёночной задачи, зависящая от деталей её постановки), приводит к тому, что задача о плёночной перестройке оказывается вполне самостоятельной проблемой, требующей отдельного рассмотрения. Изменения касаются формальной стороны дела (упрощается кулоновская часть задачи, возникает проблема граничных условий), модифицируется закон дисперсии и в связи с этим более разнообразной становится картина деформационных явлений; наконец, для плёнок водорода (что, в общем, не принципиально) освоены варианты перестройки как с фиксированным полным зарядом, так и в условиях заданного внешнего потенциала.

Следуя аналогии с "массивной" задачей, начнём изложение плёночных результатов с обсуждения проблемы устойчивости для бесконечно протяжённой плёнки. При этом можно пренебречь краевыми эффектами, если основные события происходят на длинах волн, малых по сравнению с размерами плёнки вдоль подложки. Дополнительное упрощение (также восходящее к "массивной" задаче) касается проводимости поверхности плёнки — она считается идеально проводящей. Достоинством "неограниченного" подхода является единообразие линейного описания момента потери устойчивости заряженной плёнкой, согласованно трактующего пределы массивной ($\bar{\kappa}d > 1$) и плёночной ($\bar{\kappa}d < 1$) задач. Ограниченность проявляется в отсутствии возможностей рассмотрения краевых эффектов, которые в задаче о заряженной плёнке заметно разнообразнее, чем в массивном случае. В частности, становится актуальным неоднородный вариант потери устойчивости, отсутствующий в массивной задаче. Формально речь идёт о неоднородной системе уравнений, и поэтому деформация жидкой поверхности возникает здесь беспороговым образом вслед за появлением на ней конечной плотности заряда. Эффект беспороговой деформации присутствует и в массивной задаче (см. формулы (2.4)–(2.8)). Но в массивной задаче деформации этих двух типов выглядят независимыми. На плёнке это не так. С возрастанием дестабилизирующего поля беспороговое решение перестаёт быть стабильным. Параметрически порог выглядит таким же, как и в бесконечной задаче (хотя это и не очевидно заранее). Но численный коэффициент весьма чувствителен к граничным условиям на краях плёнки.

Развитие событий в области параметров, превышающих критические, в том числе и задача о перестройке, обсуждается в разделе 3.2. Качественно интересным здесь оказывается возрождение альтернативы: стационарная перестройка заряженной плёнки становится возможной не только в условиях сохранения на ней полного числа зарядов, но и при поддержании вдоль плёнки фиксированного значения электропотенциала. Собственно, в массивном случае доказательства невозможности такого развития событий нет по техническим причинам (отсутствует регулярная теория возмущений),

а прямые эксперименты пока не поставлены. В случае плёнки есть и то и другое.

3.2. Неустойчивость тонкой заряженной плёнки

А. Как и в случае заряженной поверхности жидкости (см. раздел 2), обсуждение проблемы естественно начать с задачи об устойчивости. Система уравнений (2.10) с граничными условиями для потенциалов φ и Φ при конечных d и h (рис. 1а) даёт следующее выражение для спектра малых колебаний, впервые полученное Черниковой [53]:

$$\omega^2 = \frac{k \tanh(kd)}{\rho} \left\{ \rho g + \alpha k^2 - \frac{k}{4\pi} [E_-^2 \coth(k(h-d)) + E_+^2 \coth(kd)] \right\}. \quad (3.1)$$

Общая зависимость (3.1) упрощается в случаях симметричной ($h-d=d$) и несимметричной ($h \rightarrow \infty$) геометрии.

В первом случае, согласно (3.1),

$$\omega^2 = \frac{k \tanh(kd)}{\rho} \left[\rho g + \alpha k^2 - \frac{k}{4\pi} (E_-^2 + E_+^2) \coth(kd) \right]. \quad (3.2)$$

Формально параметры задачи, соответствующие границе устойчивости, определяются совместным решением уравнений

$$\omega(k) = 0, \quad \frac{\partial \omega^2}{\partial k} = 0. \quad (3.3)$$

Анализ условий (3.3), требующий в переходной области применения численных методов, приводит в симметричном пределе к результатам, представленным на рис. 13

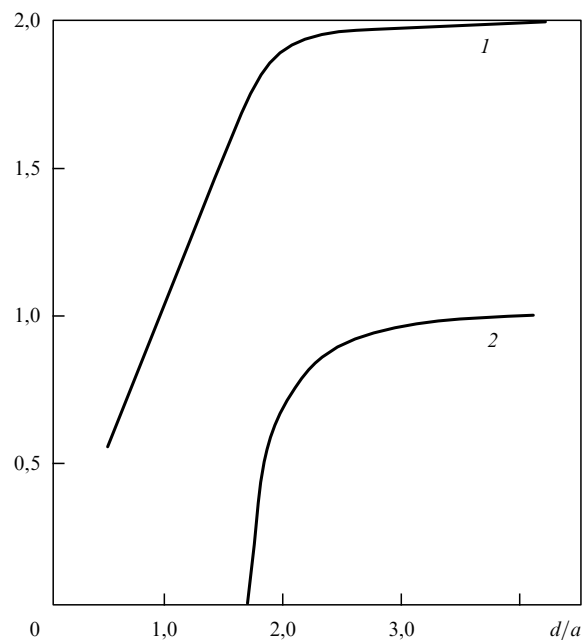


Рис. 13. Свойства заряженной тонкой плёнки: кривая 1 — зависимость критического поля плёнки от её толщины d/a в капиллярных длинах, отнесённого (для удобства) к половине критического поля в случае заряженного полупространства; кривая 2 — зависимость критического волнового числа плёнки от её толщины d/a , отнесённого к его критическому значению для заряженного пространства [53].

[53]. Кривая 1 даёт представление об изменении величины $E_{+c}^2 + E_{-c}^2$ в зависимости от d/a , кривая 2 — о поведении величины $k_c a$ как функции от d/a .

Среди наиболее интересных утверждений, следующих из формул (3.3) и результатов, приведённых на рис. 13, — обращение критического волнового числа k_c в нуль. Вблизи порога d_0

$$k_c^2 = \frac{d^2 - d_0^2}{a^2 d^2}, \quad d_0 = \sqrt{3} a. \quad (3.4)$$

В области $d/d_0 < 1$ заметно уменьшается и критическое поле:

$$E_{+c}^2 + E_{-c}^2 \simeq 4\pi\rho g d. \quad (3.5)$$

Соответственно,

$$n_s^{cr} \simeq \frac{1}{e} \sqrt{\frac{\rho g d}{4\pi}}. \quad (3.6)$$

Анализ несимметричного случая не меняет качественных заключений (3.4)–(3.6). Неустойчивость перемещается в область малых волновых чисел, и критические параметры "падают" до тех пор, пока в действие не вступают силы Ван-дер-Ваальса.

Отметим дополнительно, что в работах с плёнками гелия все эксперименты выполнялись при $E_- = 0$. Никаких специальных соображений, кроме относительно простой возможности оценки плотности заряда, при этом не привлекалось. В связи с этим вопрос об устойчивости бесконечной плёнки при произвольной заселённости v и её роли в формировании вариантов гофрировки (рассмотренный в разделе 2 для заряженной поверхности жидкости) ниже не обсуждается.

Среди экспериментальных достижений в этой области — результаты работы [40], иллюстрирующие начальную стадию зависимости критических характеристик заряженной плёнки гелия от параметра kd в области $kd \leq 1$ (рис. 14).

Б. Имеются два обобщения картины, представленной в [53]. Во-первых, с уменьшением толщины плёнки в задаче об устойчивости модифицируется понятие гравитации. В "игру" вступают силы Ван-дер-Ваальса, и это обстоятельство радикально меняет полученные результаты. Во-вторых, имеет смысл посмотреть, как ведёт себя задача об устойчивости, если подложка не является металлической, а имеет конечную диэлектрическую проницаемость. Соответствующие уточнения [54] приводят к закону дисперсии

$$\omega^2 = k \left[\left(\frac{3f}{\rho d^4} + g \right) + \frac{\alpha}{\rho} k^2 - \frac{4\pi e^2 n^2}{\rho} k \frac{1 + \delta \exp(-2kd)}{1 - \delta \exp(-2kd)} \right] \tanh(kd). \quad (3.7)$$

Здесь f — константа Ван-дер-Ваальса, $\delta = (\epsilon - 1)/(\epsilon + 1)$, ϵ — диэлектрическая проницаемость подложки, $\epsilon = \infty$ для металла. Силы Ван-дер-Ваальса представлены здесь вариантом без запаздывания, $d < d_w$, где d_w — характерная ван-дер-ваальсова толщина. В общем случае давление Ван-дер-Ваальса

$$P_w(\zeta) = \frac{f}{d^3} \left(1 + \frac{d}{d_w} \right)^{-1}. \quad (3.8)$$

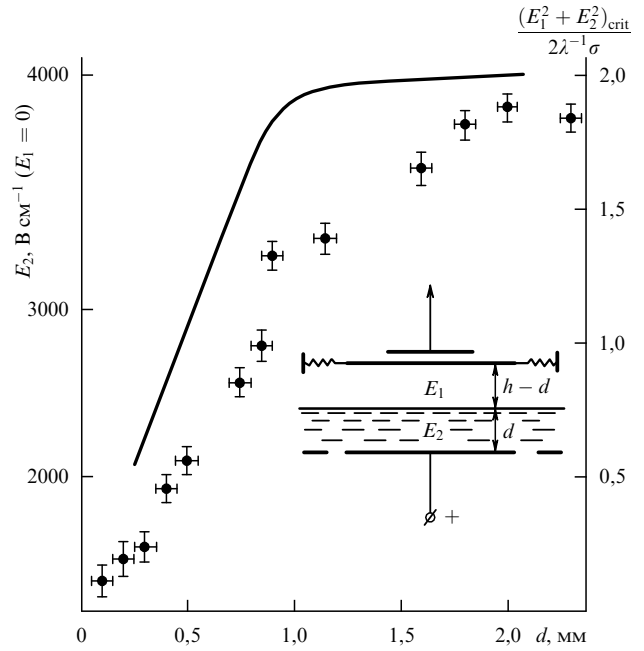


Рис. 14. Экспериментальная зависимость критического поля заряженной плёнки гелия в условиях постоянства полного заряда на её поверхности от толщины плёнки [40]. Сплошной кривой показан теоретический результат [53]. На вставке — схема установки из [40].

Интерполяционная формула (3.8), учитывающая эффекты запаздывания, предложена в [55, 56]. Измерение констант f и d_w , входящих в (3.8), является специальной задачей. В случае со сверхтекучим гелием значения этих констант следуют из анализа распространения третьего звука [56]. Ясно, что на количественные утверждения закон (3.7) может претендовать лишь в области $d \leq d_w$, что, впрочем, наиболее интересно по существу.

Решая систему уравнений (3.3) с учётом закона (3.7), можно получить критическое значение поверхностной плотности заряда n_s^{cr} и соответствующее критическое значение волнового вектора k^{cr} как функции d . Асимптотическое поведение этих величин для толстых плёнок при $k^{cr} d \gg 1$ ($d > 10^7 \text{ \AA}$) не зависит от диэлектрической проницаемости подложки:

$$n_s^{cr} = \left[\frac{\alpha}{4\pi^2 e^4} \left(\frac{3f}{d^4} + \rho g \right) \right]^{1/4}, \quad (3.9)$$

$$k^{cr} = \frac{2\pi e^2 (n_s^{cr})^2}{\alpha}. \quad (3.10)$$

Для тонких плёнок ($d < 10^3 \text{ \AA}$) на металлической подложке с учётом условия $kd \ll 1$ получено следующее асимптотическое выражение:

$$n_s^{cr} = \left(\frac{3f}{4\pi e^2} \right)^{1/2} d^{-3/2}. \quad (3.11)$$

Следовательно, учёт сил Ван-дер-Ваальса приводит к изменению характера зависимости критической плотности заряда от толщины плёнки: при монотонном уменьшении d величина n_s^{cr} проходит через минимум и затем резко возрастает.

Общая картина поведения $n_s^{cr}(d)$ и $k^{cr}(d)$ приведена на рис. 15.

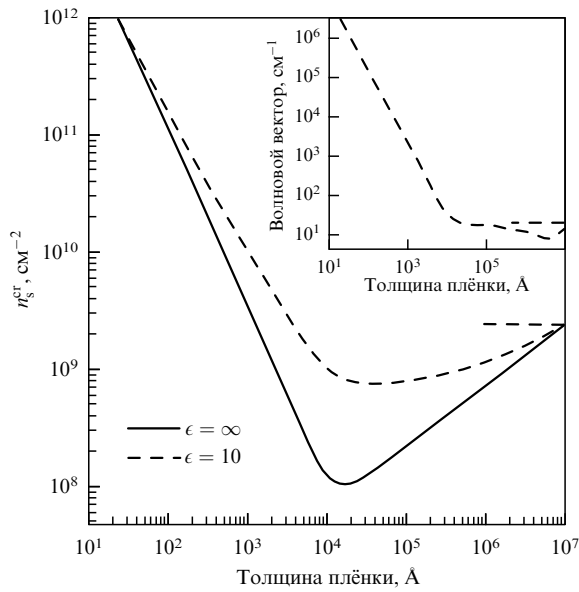


Рис. 15. Зависимость, согласно (3.7), критической плотности заряда и критического волнового вектора (на вставке) от толщины плёнки при наличии металлической (сплошная кривая) либо диэлектрической (штриховая кривая) подложек при $\epsilon \approx 10$, $f \approx 9,5 \times 10^{-22}$ Дж [54].

В. Дополнительная красивая деталь возникает при учёте деформации \bar{d} в задаче о критических параметрах в области действия сил Ван-дер-Ваальса. Наличие этих сил приводит к перенормировке критических параметров заряженной плёнки (см. (3.9)–(3.11)). Кроме того, эти силы играют значительную роль при формировании самой плёнки. Аналогом задачи (2.5)–(2.8) в данном случае является вычисление ван-дер-ваальсовой толщины плёнки при наличии на её поверхности фиксированной плотности заряда n_s . Результат из [57]:

$$d_W^{-1} = \left(\frac{1}{d_0^3} + \frac{2\pi e^2 n_s^2}{f} \right)^{1/3}, \quad d_0 = \left(\frac{f}{\rho g h_0} \right)^{1/3}, \quad (3.12)$$

где h_0 — высота твёрдой подложки над уровнем жидкого гелия, прижимающее электрическое поле равно своему максимальному значению $E_{\perp} = 2\pi e n_s$.

Эксперимент [57] подтверждает наличие существенной связи между d , f и n_s . Согласно (3.12) (сплошные кривые на рис. 16), влияние электронного давления может изменить толщину плёнки в несколько раз.

Возвращаясь к обсуждению критических параметров заряженной плёнки, приходится, очевидно, согласовать два процесса: возрастание критического значения n_s^{cr} с уменьшением d и уменьшение d с возрастанием степени заряженности плёнки. Сосуществование этих двух тенденций отображено на рис. 17 [58]. Кривая 1 — аналог зависимости $n_s^{cr}(d)$ на рис. 15 при $\epsilon \rightarrow \infty$ и силах Ван-дер-Ваальса без запаздывания. Кривые 2–5 отражают процесс утончения плёнок с разной исходной толщиной при возрастании плотности заряда. Реальная критическая плотность для плёнки толщиной d_0 определяется пересечением кривой 1 с 2–5. Очевидно, что с уменьшением d_0 критическая плотность всё меньше и меньше зависит от d_0 , стремясь формально почти к бесконечности.

Следы влияния деформации толщины плёнки на $n_s^{cr}(d)$ обнаруживаются справа от минимума кривой 1 на рис. 17. Кривая 2 на этом рисунке, стартуя с некоего значения d_0 нейтральной плёнки, упирается, вследствие

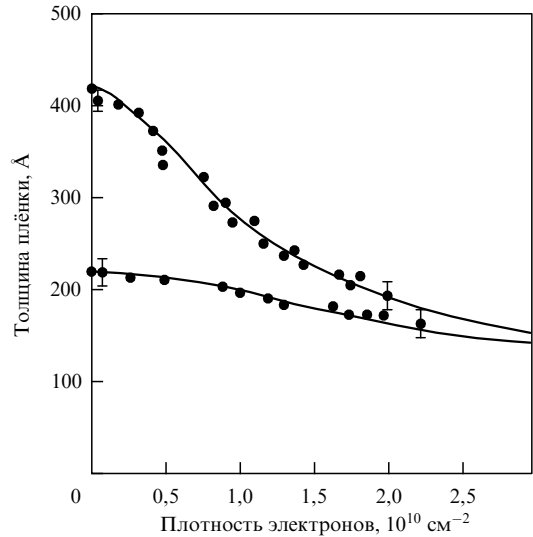


Рис. 16. Зависимость эффективной толщины плёнки гелия от плотности электронов. Кривые — результаты расчёта по формуле (3.12) для двух исходно разных по толщине нейтральных плёнок. Кружки — экспериментальные данные [57] при варьировании плотности электронов на поверхностях плёнок. С возрастанием электронной плотности наблюдается сближение исходно разных толщин плёнок, как и предсказывает теория (см. [58] и рис. 17).

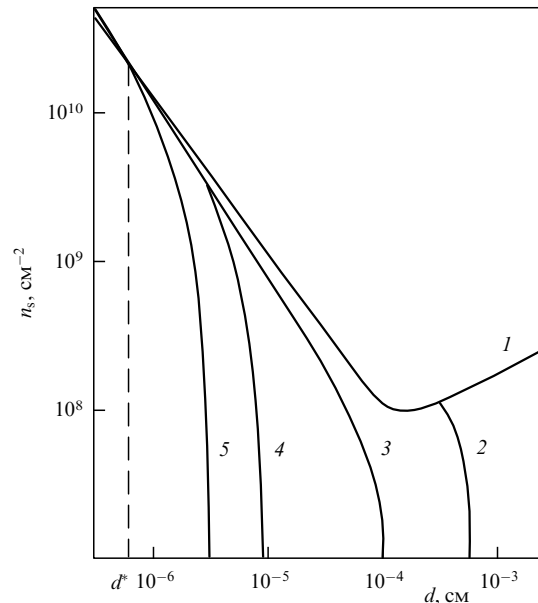


Рис. 17. Изменение критической плотности электронов в зависимости от эффективной толщины плёнки гелия (кривая 1) при уменьшении толщины плёнок, имеющей разные исходные значения, под действием возрастающего электронного давления (кривые 2–5). (Из работы [58].)

её деформации под действием электронного давления, в общую зависимость $n_s^{cr}(d)$ в точке $d < d_0$, что эффективно отвечает уменьшению критической плотности по сравнению с ожидаемой в расчётах [57]. Конечные результаты такой (как оказывается, полезной) корректировки $n_s^{cr}(d)$ из [59] представлены на рис. 18 вместе с теоретическим результатом, приведённым ранее на рис. 14, данными [40] (светлые кружки) и данными французской группы (тёмные кружки), содержащими несколько больший, чем в [40], интервал $kd \leq 1$, расширенный в сторону уменьшения этого параметра.

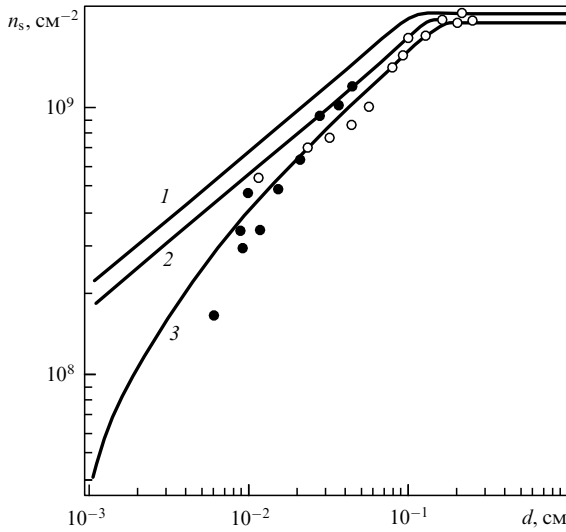


Рис. 18. Коррекция теории [53], учитывающая деформацию плёнки гелия электронным давлением [59]. Кривая 1 — график из [53] (приведён в деталях на рис. 14); кривая 2 — результат расчёта деформационных поправок при $E_- = 0$; кривая 3 — критическая плотность зарядов на плёнке гелия с учётом деформационных поправок при $E_- = 300 \text{ В см}^{-1}$ [59]; светлые кружки — измерения [40]; тёмные кружки — данные [60].

Г. Качественное различие между поверхностной и плёночной задачами об устойчивости имеет место и по отношению к условиям сохранения на заряженной поверхности не полного заряда (или его плотности), а электростатического потенциала V . Исходная причина такого различия заложена в электростатических определениях. В условиях геометрии структуры, приведённой на рис. 1, используя предположение о полном экранировании поля над плёнкой ($E_- = 0$), а также информацию о длинноволновом характере развития плёночной неустойчивости, нетрудно увидеть, что при фиксации полного заряда, а значит и плотности заряда вдоль границы плёнки, основная часть тензора напряжений $E_+^2/8\pi$, входящая в баланс давлений на поверхности плёнки, не зависит от её толщины d и потому, как и в массивном случае, эта часть тензора может игнорироваться. Однако если поддерживается величина V , то картина меняется. Характерные электрические поля

$$E_+ = \frac{V}{d},$$

а следовательно, и тензор напряжений $E_+^2/8\pi$ начинают "цепляться" за вариации положения свободной поверхности плёнки, если $\xi/d \leq 1$, где $\xi(x, t)$ — амплитуда колебаний поверхности плёнки. В массивном случае $\xi/d \ll 1$ и такого зацепления не происходит. В результате все нелинейные явления на плёнке гелия в задаче с $V = \text{const}$ должны быть пересмотрены.

Исходный вопрос на этом пути — равновесные свойства плёнки гелия в плоском конденсаторе (см. рис. 1) при наличии на его обкладках потенциала V в условиях $E_- = 0$. Рассмотрение аналогично изложенному в разделе 2 (см. формулы (2.4)–(2.8)). Нужно лишь сделать замену

$$\frac{V}{d} \rightarrow \frac{V}{d + \xi_0}.$$

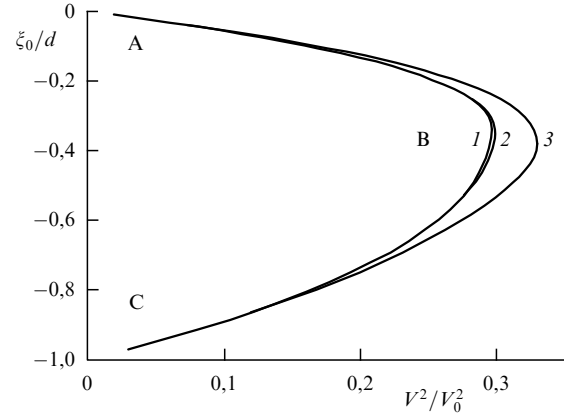


Рис. 19. Поведение $\xi_0(v^2)$ гелиевой плёнки в условиях её эквипотенциальности для разных латеральных размеров κL : кривая 1 — $\kappa L = 10$, кривая 2 — $\kappa L = 2,5$, кривая 3 — $\kappa L = 3,1$ [62]. Участки АВ, очевидно, устойчивы, а участки ВС неустойчивы ($v^2 = V^2/V_0^2$).

Как показано в [61], решение поставленной неоднородной одномерной задачи приводит к деформации плёнки ξ_0 вида

$$\xi_0 \sim \frac{V^2}{(d + \xi_0)^2}. \quad (3.13)$$

Очевидно поведение деформации ξ_0 в области малых V . Здесь ξ_0 возрастает беспорогово в начальной стадии увеличения напряжения в конденсаторе (рис. 19). Однако при увеличении V возникает порог V_c :

$$V_c^2 = \left(\frac{2}{3}\right)^3 V_0^2 \frac{g^*}{g}, \quad V_0^2 = 4\pi\rho g d^3, \quad (3.14)$$

$$g^* = g \left(1 + \frac{L}{L_0 - L}\right) \quad (3.15)$$

(L, L_0 указаны на рис. 1), ведущий к потере устойчивости. Здесь V_0 — пороговое напряжение (3.5) из задачи об устойчивости "бесконечной" плёнки, величина ξ_0 в критической точке ($\xi_0 = \xi_0^{\text{crit}}$)

$$\xi_0^{\text{crit}} = -\frac{d}{3},$$

сравнима с исходной толщиной плёнки.

Дополняет картину происходящего взаимодействие двух факторов: зависимости полевой устойчивости жидкой плёнки от её толщины и изменения толщины плёнки под действием электронного давления (эффекты, аналогичные представленным на рис. 16, 17). Их совокупность в области левее минимума диаграммы рис. 15 обуславливает отсутствие эффекта неустойчивости. Правее этого минимума траекторка указанных явлений нуждается в модификации, если $g^* \neq g$.

Диаграмма, определяющая величину критического поля для плёнки гелия, испытывающей неоднородную электронную деформацию при различных g^* , приведена на рис. 20. Пары кривых 1–1, 2–2 и 3–3 соответствуют $g^*/g = 1, 3, 5$. Кривые, исходящие из точки $d = 1$, показывают, как увеличивается деформация заряженной поверхности в центре ячейки с возрастанием напряжения. Соответствующие им кривые, отражающие зависимость $(3/2)^3 V_c^2 = 4\pi\rho d^3 g^*/g$ (3.14), демонстрируют поведение критического напряжения с изменением толщины

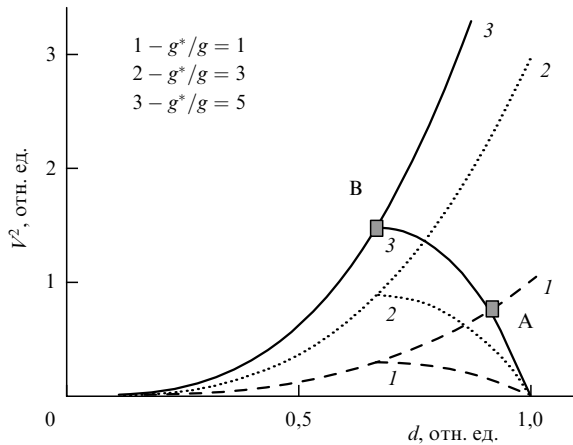


Рис. 20. Диаграмма, определяющая величину критического поля для плёнки гелия, подвергаемой деформации.

плёнки. Точка пересечения кривых с одинаковым индексом соответствует потере устойчивости, связанной с деформацией жидкости. При $g \sim g^*$ критическое напряжение V_c оказывается меньше V_0 , в соответствии с (3.14). С другой стороны, чем больше g^* , тем выше критическое напряжение. То, что точка А на рис. 20 находится ниже точки В, означает, что критическое деформационное напряжение ограниченной плёнки оказывается выше критического напряжения, отвечающего потере устойчивости бесконечной плёнки.

Возможность идентифицировать альтернативный (3.5) механизм неустойчивости (3.14) (см. рис. 19, 20) предоставляет методика, реализованная авторами [63] в экспериментах с заряженной антиплёнкой водорода. Речь идёт о замкнутом стакане с жидкостью, полученной конденсацией подходящего газа. Латеральный диаметр ячейки примерно 1,2 см. Роль антиплёнки играет вакуумный зазор между верхним электродом и поверхностью конденсированной жидкости. В изотермических условиях манипуляции с жидким компонентом в такой системе плохо контролируемы. Но если дно стакана слегка охлаждено по отношению к внешнему окружению, то уровень жидкости в стакане можно установить на любой желаемой высоте, изменяя количество газа, введённого в ячейку, и разность температур.

Заряжая поверхность жидкого водорода ионами изнутри (только так удаётся осуществить зарядку поверхности при наличии достаточно малого зазора между жидкостью и верхним электродом, играющего роль антиплёнки) и поддерживая в ходе эксперимента ячейку в насыщенном состоянии (при этом поверхность жидкости эквипотенциальна), можно с помощью изменения толщины вакуумного зазора добиться потери устойчивости жидкой поверхности, возникновения в закритических условиях солитонного состояния и, наконец, при увеличении степени закритичности добиться пробоя заряженной границы способом, указанным в [53], либо в соответствии со сценарием, представленным на рис. 19. Данные о критических условиях [63] приведены на рис. 21. Вместо толщины плёнки d по оси абсцисс отложена температура, однозначно определяющая величину d . Экспериментальные данные [63] хорошо воспроизводят предсказания Черниковой [53]. На этом же рисунке приведена информация о втором критическом поле.

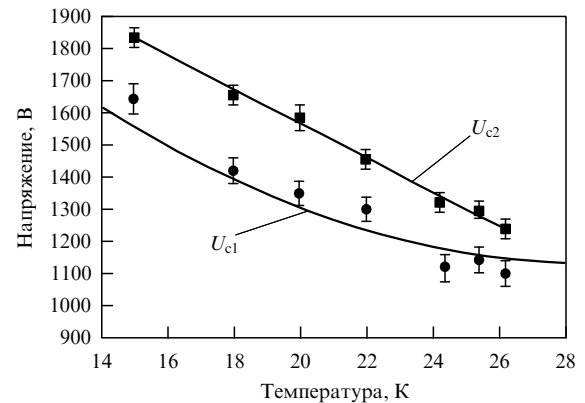


Рис. 21. Экспериментальная температурная зависимость критического напряжения U_{c1} от температуры [63]. Кривой показаны результаты расчёта в соответствии с [53]. Обращает на себя внимание лучшее, чем на рис. 14, соответствие между расчётными и наблюдаемыми данными. Одной из возможных причин этого может быть проявление альтернативного механизма (3.14) развития неустойчивости. Представлены также соответствующие данные о втором критическом поле U_{c2} .

Обсуждая разную степень соответствия данных [63] (см. рис. 21) и [40] (см. рис. 14) теории [53], отметим, что детали этих измерений, важные для трактовки имеющейся альтернативы (разные условия заполнения электронами поверхности плёнки, неполная информация о геометрии ячеек, не позволяющая оценить разницу между g_* и g), к сожалению, отсутствуют. Можно лишь констатировать наличие реальных физических причин, указывающих на возможность разного происхождения неустойчивостей в случаях рис. 21 и 14. Решением собственно альтернативы — [53] или [61] — авторы [63] не интересовались (очевидный путь для этого — варьирование параметра g^*/g — использован не был). Более удачное (чем в [40]) соответствие данных [63] теории [53] может являться следствием вариативности определения (3.14). Наиболее ярко эквипотенциальный сценарий развития неустойчивости проявляется на завершающей стадии образования солитонов перестройки (см. раздел 3.3).

Д. Резюмируя изложенное, обозначим в общих чертах текущее состояние "плёночных" дел. Наиболее характерной деталью в поведении системы электронов над плёнкой гелия является немонокотная зависимость критических параметров 2D-электронов от толщины плёнки. Этот факт засвидетельствован частично независимыми данными [40] (см. рис. 14) справа от минимума функции $n_s^{cr}(d)$ и соответственно измерениями [57] (см. рис. 16) на левом плече этого экстремума. Измерения в области самого минимума пока не проведены. Практически во всём интервале $kd \leq 1$ реальная толщина плёнки должна корректироваться в связи с наличием силового воздействия на неё электронного давления. Левее минимума $n_s^{cr}(d)$ этот эффект особенно заметен (представлен данными рис. 16). В отношении правой части диаграммы $n_s^{cr}(d)$ речь идёт о коррекции её значений, учитывающей изменение толщины плёнки под действием электронного давления по схеме, детали которой поясняются рис. 20.

Интересная возможность повышения критической плотности на левом плече диаграммы $n_s^{cr}(d)$, вплоть до появления в 2D-системе признаков вырождения, стимулировала серьёзные усилия [64] по выявлению этого

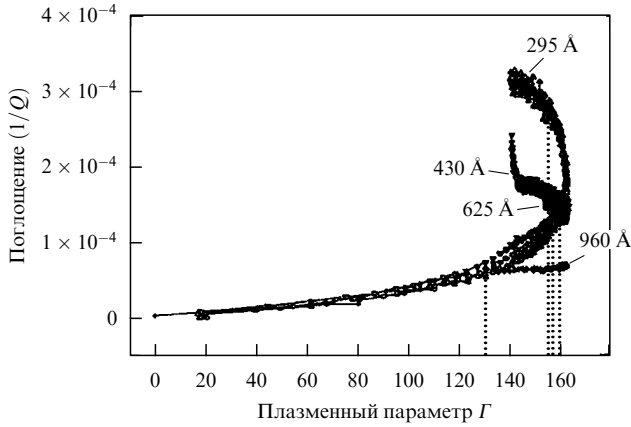


Рис. 22. Поглощение (или обратная добротность Q^{-1} резонатора) высокочастотной энергии электронами на плёнке гелия варьируемой толщины, помещёнными в электрическую пучность резонатора. С увеличением критической плотности электронов, обусловленным уменьшением толщины плёнки (явление, представленное на рис. 17 левее минимума кривой 1), возрастает плазменный параметр $\Gamma = V_C/T$, где V_C — средняя кулоновская энергия электронов 2D-системы. Вместе с Γ монотонно возрастает поглощение, до тех пор пока величина этого параметра не достигнет критического значения $\Gamma \leq 160$. Наблюдаемая в этой области немонотонность Q^{-1} трактуется как достижение 2D-системой области кулоновской кристаллизации и переход её в состояние с квантовым плавлением электронного кулоновского кристалла [64].

эффекта, важного с точки зрения перекрытия условий существования классических и вырожденных 2D-ансамблей и определения верхней границы плавления кулоновского кристалла. Рисунок 22 [64] иллюстрирует положение переходной области на плоскости: поглощение как функция от плазменного параметра Γ задачи для электронного кулоновского кристалла на плёнке гелия; параметр $\Gamma = V_C/T$, где V_C — средняя кулоновская энергия электронов 2D-системы, T — температура.

3.3. Заряженные солитоны на тонкой плёнке гелия

Согласованная картина перехода из плоского состояния в гофрированное для "массивной" задачи в большой степени опирается на качественно приемлемый механизм распределения зарядов между возникающими лунками (каждая лунка захватывает электроны в области радиусом порядка капиллярной длины). Заряженная плёнка с неустойчивостью в окрестности малых волновых чисел таких наводящих соображений не даёт. По этой причине раздел о лунках и других солитонных образованиях на плёнке жидкости можно сформировать лишь как описание частных эпизодов без претензий на построение (как это сделано выше в разделе 2) общей фазовой диаграммы трансформации плоского состояния в гофрированное. Часть этого раздела посвящена обсуждению изменений свойств отдельных многозарядных лунок при постепенном уменьшении толщины плёнки. Наиболее интересна рассмотренная далее возможность возникновения качественно новых заряженных солитонных образований с эквипотенциальной электростатикой.

А. Отдельные многозарядные плёночные лунки на фоне подробно исследованных "массивных" аналогов [65]. Рассмотрим многоэлектронную лунку на плёнке гелия толщиной d , имеющей под собой массивную металличе-

скую подложку. Влияние конечной толщины плёнки на параметры лунки затрагивает несколько частей задачи. Во-первых, в результате взаимодействия электронов с металлической подложкой изменяется эффективное прижимающее поле:

$$E = E_{\perp} + \frac{F_d}{e}, \quad F_d = \frac{e^2}{4d^2}, \quad (3.16)$$

где E_{\perp} — внешнее электрическое поле, F_d — сила изображения.

Во-вторых, толщина плёнки d появляется в определении кулоновской энергии лунки. Поскольку над "массивным" гелием кулоновская энергия имеет вид

$$W_C = c_0 \frac{Q^2}{R}, \quad Q = eN, \quad c_0 = 15,73 \quad (3.17)$$

(R — радиус заряженного пятна в центре лунки, Q — полный заряд лунки), на плёнке гелия в условиях $d/R \leq 1$ эта энергия должна быть выражена как

$$W_C = \frac{2dQ^2}{R^2}. \quad (3.18)$$

Интерполяция асимптотик (3.17), (3.18) даёт определение энергии

$$W_C = \frac{c_0 Q^2}{R(1 + c_1 R/d)}, \quad (3.19)$$

где c_1 — константа порядка единицы. И наконец, меняется определение эффективной капиллярной постоянной $\tilde{\kappa}$:

$$\tilde{\kappa}^2 = \frac{\rho \tilde{g}}{\alpha}, \quad \tilde{g} = g + \frac{3f}{\rho d^4} \frac{1}{1 + d/d_*}. \quad (3.20)$$

Константа Ван-дер-Ваальса f имеет масштаб ~ 60 К, d_* — характерная длина, возникающая в теории сил Ван-дер-Ваальса при учёте эффектов запаздывания.

Полная энергия многоэлектронной лунки на плёнке гелия может быть представлена по аналогии с массивным случаем [44, 45]:

$$W = \frac{Q^2 E_{\perp}^2}{8\pi\alpha} \exp\left(\frac{\tilde{\kappa}^2 R^2}{2}\right) \text{Ei}\left(-\frac{\tilde{\kappa}^2 R^2}{2}\right) + V_C(Rd), \quad (3.21)$$

где R является варьируемым параметром, а N , E_{\perp} и d фиксированы.

Удобно ввести безразмерное электрическое поле λ и толщину плёнки \tilde{d} :

$$E_{\perp}^2 = \lambda \kappa_0 \alpha, \quad \kappa_0^2 = \frac{\rho g}{\alpha}, \quad \tilde{d} = \frac{d}{d_0}, \quad d_0 = \left(\frac{3f}{\rho g}\right)^{1/4} \approx 10^{-4} \text{ см}. \quad (3.22)$$

Как и в массивном случае, лунка стабильна, если

$$W(\lambda_k^{\text{crit}}) \approx 0. \quad (3.23)$$

Соответствующий график $\lambda_k^{\text{crit}}(\tilde{d})$ при разных значениях параметра $k = d_*/d_0$ представлен на рис. 23а. Параметр k , как видно из рисунка, заметно влияет на

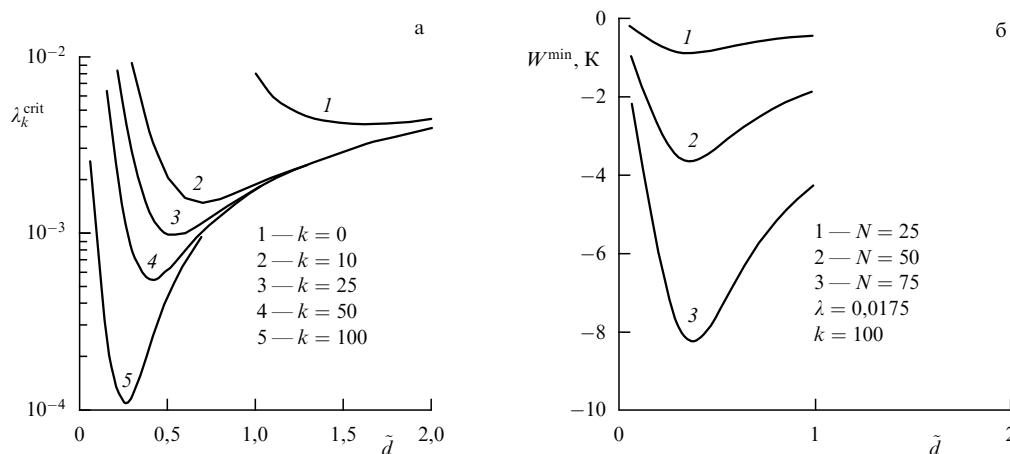


Рис. 23. (а) Зависимость безразмерного критического поля λ^{crit} от эффективной толщины плёнки при разных значениях параметра $k = \tilde{d}/d_0$. (б) Зависимость энергии лунки W^{min} с разным числом электронов от эффективной толщины плёнки.

диаграмму. Случай $k = 0$ отвечает пренебрежению эффектами запаздывания. Рисунок 23б показывает зависимость энергии лунки W от безразмерной толщины плёнки при фиксированном значении λ и разном числе электронов в лунке N . Величина N оптимизировалась требованием, чтобы энергия имела масштаб, превосходящий температуру эксперимента ≈ 1 К. Существенно, что положение минимума зависимости $W^{\text{min}}(\tilde{d})$ нечувствительно к N . Это означает, что многоэлектронные лунки с разными N , возникающие при потере плёнкой устойчивости, имеют максимальную энергию связи при одном для всех N значений \tilde{d} .

В дополнение к серии расчётных графиков приведём изображение [63] плёночной лунки с фиксированным числом зарядов (рис. 24). Это изображение полезно, в том числе и для сравнения профиля лунки с геометрией эквипотенциального солитона (см. ниже рис. 26).

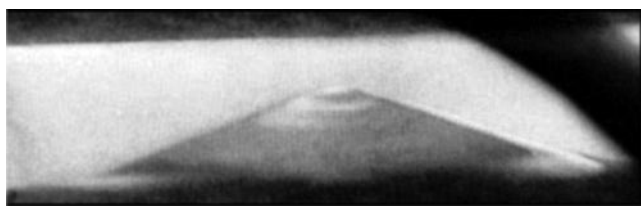


Рис. 24. Пример антиплёночной лунки с фиксированным зарядом [63]. Латеральный размер ячейки примерно 1,2 см. Капиллярная длина жидкого водорода порядка 0,19 см.

В развитии перестройки важно не только появление на заряженной поверхности жидкости отдельных многозарядных лунок, но и характер их взаимодействия. Сравнивая "массивные" (см. раздел 2, формулы (2.50)–(2.52)) и "плёночные" лунки между собой, нетрудно увидеть их качественную идентичность. Как и в случае (2.50), на плёнке имеется деформационное, более интенсивное по сравнению с таковым в массивном случае, притяжение между лунками. Имеет место и электростатическое отталкивание, которое, напротив, резко ослаблено (диполь-дипольное вместо кулоновского). В результате отдельные лунки, если они и возникли в ходе перестройки, должны сливаться между собой.

Б. Вариант с ярко выраженным отношением $R/d \gg 1$. В этом гипотетическом режиме

$$W \simeq W_C + W_\xi + W_{\text{edge}}, \quad (3.24)$$

$$W_C = \frac{2\pi(d + \xi)Q^2}{S}, \quad W_\xi = \alpha\tilde{\kappa}^2\xi^2S, \quad W_{\text{edge}} \propto \sqrt{S},$$

$$Q = en_s S, \quad S = \pi R^2,$$

где W_C — кулоновская энергия плоского конденсатора, W_ξ — деформационная энергия гравитационного происхождения, W_{edge} — вклад в полную энергию краевого происхождения, Q — полный заряд диска площадью S , расположенного на поверхности плёнки.

Минимизируя энергию (3.24) с опущенным вкладом W_{edge} по ξ и подставляя полученный результат в исходное выражение, имеем

$$W \simeq 2\pi e^2 n_s \left(d - \frac{e^2}{\alpha\tilde{\kappa}^2} n_s^2 \right) N, \quad n_{\text{crit}}^2 = \frac{d\alpha\tilde{\kappa}^2}{e^2}. \quad (3.25)$$

Очевидно, в данном сценарии нет решения с конечными значениями Q и S . Система электронов занимает всю доступную площадь $S_\infty \gg S$ при $n_s < n_{\text{crit}}$ либо коллапсирует в точку при $n_s > n_{\text{crit}}$. Это заключение логически продолжает анализ, изложенный в пункте А этого раздела, а именно: отдельная изолированная лунка с достаточно большим количеством электронов является неустойчивой и не может существовать в виде заряженного диска радиусом $R/d > 1$ на правой ветке графика рис. 17. Соответствующие образования "проваливаются" на устойчивую левую часть этой зависимости, которая обусловлена резким повышением $\tilde{\kappa}^2$ в области действия сил Ван-дер-Ваальса. Иллюстрацией такому поведению солитонов служит рис. 25.

В. Солитоны на эквипотенциально заряженной плёнке гелия в условиях $V = \text{const}$. В такой постановке мы возвращаемся к вопросу о возможностях реализации эквипотенциального (однородного) либо неоднородного сценариев перестройки, поднятому во введении. Для "массивной" задачи в условиях сохранения полного заряда вариант эквипотенциальной перестройки оказался нереализуемым (возникают разрывы сплошности

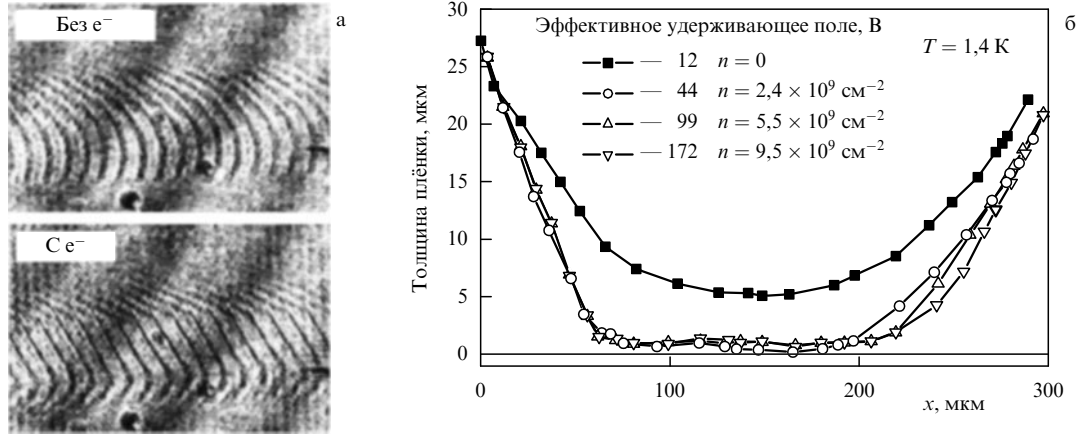


Рис. 25. Данные о состоянии поверхности плёнки гелия в квазиодномерной ячейке с расстоянием между её бортами менее капиллярной постоянной. В нейтральном состоянии плёнка образует чётко видимый мениск с конечным лапласовским радиусом. Попытки зарядить плёнку и таким способом измерить участок кривой $n_{cr}(d)$ на рис. 15 справа от её минимума приводят к нарушению формы плёнки и стабилизации её геометрии на левом плече кривой $n_{cr}(d)$ [66].

в распределении плотности зарядов), а для сценария с $V = \text{const}$ в этом случае не существует регулярного подхода в связи с отсутствием теории возмущений по параметру $\kappa \xi_{\text{max}} < 1$, который здесь имеет масштаб порядка единицы. Эквипотенциальная плёнка в этих же условиях предоставляет альтернативу, оставляющую шансы для конструктивных вычислений. Детали этой альтернативы, обсуждаемой ниже, качественно наиболее интересны в случае солитонных результатов.

Уравнение для малой добавки $\delta \xi(x)$ к статической деформации $\langle \xi \rangle$ с точностью до первого нелинейного вклада,

$$\xi(x) = \langle \xi \rangle + \delta \xi(x), \quad \int_{-L}^{+L} \delta \xi(s) ds = 0, \quad (3.26)$$

имеет вид

$$\left[\rho g^* - \frac{V^2}{4\pi(d + \langle \xi \rangle)^3} \right] \delta \xi - \alpha \delta \xi'' + \frac{3V^2}{8\pi(d + \langle \xi \rangle)^4} \delta \xi^2 = \text{const} = c_0. \quad (3.27)$$

Выражение в квадратных скобках в левой части уравнения (3.27) меняет свой знак в точке

$$4\pi \rho g^* (d + \langle \xi \rangle)^3 = V_{\text{crit}}^2. \quad (3.28)$$

Критерий (3.28) отвечает, как и в (3.13), (3.14), потере устойчивости однородного состояния заряженной плёнки гелия.

Уже на уровне (3.27), (3.28) имеет смысл обсудить разницу между эквипотенциальными задачами о перестройке на массивной и плёночной поверхностях. Напомним, что в первом случае речь шла не об отсутствии решения задачи о перестройке вообще, а о невозможности её формулировки в терминах, использующих малость параметра $\kappa d \xi \ll 1$. В уравнении (3.27) формируется другой пространственный параметр: $\tilde{\kappa} \ll \kappa$ (см. формулы (3.27), (3.29), (3.30), содержащие определение этого параметра). Поэтому есть формальная надежда разобраться, хотя бы качественно, со структурой гофрированной поверхности плёнки в условиях её эквипотен-

циальности и наличия малости $\tilde{\kappa} d \xi \ll 1$, оправдывающей разложение по этому параметру в (3.27).

В условиях $V > V_{\text{crit}}$ первый интеграл уравнения (3.27) равен

$$\left(\frac{d\xi(x)}{dx} \right)^2 = -\frac{\tilde{\kappa}^2 \delta \xi^2}{2} + \frac{\gamma^3 \delta \xi^3}{3} + c_0 \delta \xi + c_1, \quad (3.29)$$

$$\tilde{\kappa}^2 = \kappa^2 \left[\frac{V^2}{4\pi(d + \langle \xi \rangle)^3 \rho g^*} - 1 \right], \quad \gamma^3 = \frac{V^2}{4\pi(d + \langle \xi \rangle)^4 \alpha}. \quad (3.30)$$

Полученное выражение свидетельствует о том, что в центральной части солитона формируется естественная область длиной $\tilde{\kappa}^{-1}$, в которой деформация может осциллировать.

Положим $\delta \xi'|_{x=0} = 0$ для деформации $\delta \xi_0$, имеющей место в центре нашего солитона, и

$$\delta \xi_0 < 0. \quad (3.31)$$

Это требование ведёт к определению "константы" c_1 в уравнении (3.29):

$$c_1 = -c_0 \delta \xi_0 + \frac{\tilde{\kappa}^2 \delta \xi_0^2}{2} - \frac{\gamma^3 \delta \xi_0^3}{3}. \quad (3.32)$$

Дополнительное (наряду с корнем (3.31)) решение уравнения (3.29) существует в том случае, если кроме зоны с $\delta \xi_0$ имеются независимые точки с $d\xi(x)/dx = 0$. В этом месте в задачу "вылетает" латеральный размер плёнки. Считая параметр $\tilde{\kappa} \ll \kappa$ малым, но всё же конечным, мы ищем решение, в котором внешние размеры солитона фиксированы условиями $d\xi(x)/dx|_{x=\pm L} = 0$ на границах $\pm L \gg \tilde{\kappa}^{-2} \gg \kappa^{-2}$. Таким образом, вопрос о перестройке с одним циклом между границами ячейки сводится к исследованию свойств корней уравнения

$$\gamma^3 \frac{\delta \xi^3 - \delta \xi_0^3}{3} - \tilde{\kappa}^2 \frac{\delta \xi^2 - \delta \xi_0^2}{2} + c_0(\delta \xi - \delta \xi_0) = 0. \quad (3.33)$$

Как уже сказано, это уравнение имеет корень $\delta \xi = \delta \xi_0$. Следовательно, для корней $\delta \xi \neq \delta \xi_0$ кубическое уравне-

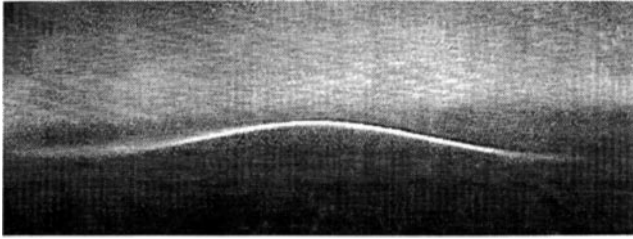


Рис. 26. Фотография заряженной поверхности жидкого водорода (из [63]). Обращает на себя внимание характерная кривизна профиля (её радиус сравним с латеральными размерами ячейки), гораздо меньшая, чем можно было ожидать, манипулируя просто капиллярной постоянной. Наглядно такая разница видна при сравнении вершин солитонов на этом рисунке и рис. 24.

ние (3.33) упрощается до квадратного, связывающего $\delta\xi_L^2$ с $\delta\xi_0$.

Дальнейшее изложим схематически. Форма солитона определяется в неявной форме вторым интегралом (3.27) вида

$$x = f[\delta\xi(x), \delta\xi_0, c_0] + c_2. \quad (3.34)$$

При этом новая константа интегрирования c_2 следует из условия $\delta\xi(x \rightarrow 0) \rightarrow \delta\xi_0$, откуда $c_2 = 0$.

Возникающее решение должно быть согласовано с требованием

$$L = f[\delta\xi_L(\delta\xi_0), \delta\xi_0, c_0]. \quad (3.35)$$

Кроме того, имеется нормировка (3.26). Этих условий достаточно для определения оставшихся констант, $\delta\xi_0$ и c_0 , чем и заканчивается обсуждение условий существования солитона на ограниченной эквипотенциальной плёнке.

При пренебрежении деталями возникающее решение $\delta\xi(x)$ имеет структуру

$$\delta\xi(x) \simeq \frac{\tilde{\kappa}^2}{\gamma^3} \left(1 - \tanh^2 \frac{\tilde{\kappa}x}{2} \right), \quad (3.36)$$

где γ и $\tilde{\kappa}$ — из (3.30). Солитон такого типа хорошо известен в работах по теории мелкой воды [67].

Наблюдение солитонного состояния на эквипотенциально насыщенной заряженной плёнке водорода в закритических условиях проведено авторами [63] (рис. 26). Обращает на себя внимание характерная кривизна профиля, гораздо меньшая, чем можно было ожидать, манипулируя просто капиллярной постоянной. Для сравнения удобно взять профиль многозарядной лунки, формируемой локальным давлением конечного числа зарядов, собранных на её вершине (см. рис. 24). Кривизна центральной части контролируется здесь (как и должно быть для кластера с фиксированным числом зарядов в его центральной части) капиллярной постоянной.

Используя определение формы солитона (3.34), (3.35), можно численно сопоставить её с данными рис. 26. Соответствующая обработка даёт результат, представленный на рис. 27.

Г. Заканчивая "солитонную" часть этого раздела, позволим себе выйти за рамки принятой выше схемы изложения, не затрагивающей области существенно нелинейных явлений на заряженной поверхности жидкости. Солитон вида, приведённого на рис. 26, возникший на плоской

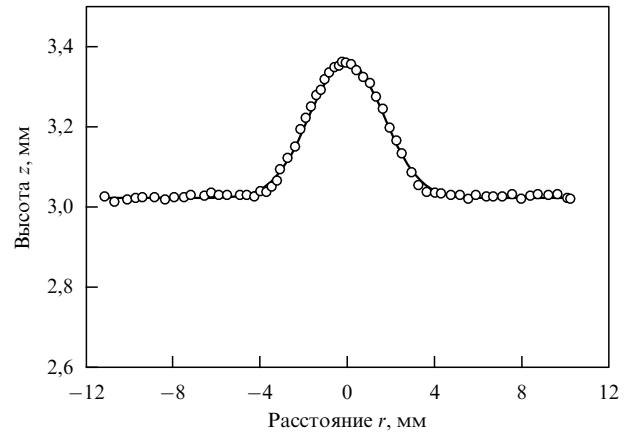


Рис. 27. Сравнение результатов расчёта формы солитона по формулам (3.34), (3.35) (сплошная кривая) с данными о его форме (кружки), приведёнными на рис. 26.

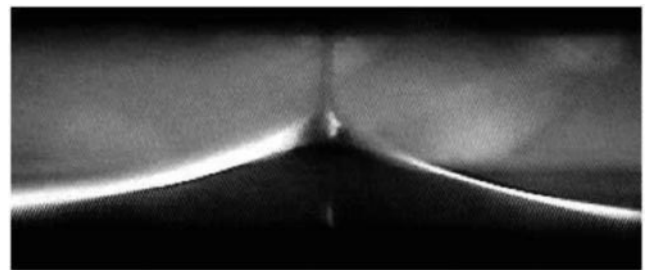


Рис. 28. Поведение эквипотенциального солитона в окрестности второго критического поля U_{c2} (данные рис. 24 из [63]). В соответствии с (3.30) кривизна профиля на вершине солитона резко возрастает, стимулируя пробой и периодический уход накопившегося заряда к управляющему электроду (релаксационно пульсирующий гейзер).

заряженной границе при потере ею устойчивости в поле U_{c1} диаграммы рис. 24, с повышением степени надкритичности до уровня U_{c2} сам теряет устойчивость, превращаясь в периодически пробивающий границу жидкости гейзер (рис. 28), извержение которого в виде порции зарядов фиксируется приёмным электродом (хронологически образование гейзера положительными ионами, стремящимися покинуть заряженную поверхность гелия в сильном электрическом поле, наблюдалось впервые авторами [69, 70], правда, в условиях, когда внешний приёмный электрод был существенно не плоским).

В этой части исследований криогенная задача о развитии неустойчивости заряженной поверхности жидкости перекрывается с работами по изучению свойств нормальных электролитов и жидких металлов (рис. 29). Здесь вопрос о форме поверхности проводящей жидкости в условиях развития неустойчивости является одним из центральных как с экспериментальной [71, 72], так и теоретической [69–75] точек зрения. Теория строится вокруг и для обоснования красивого утверждения о том, что в своей последней фазе солитон, как правило, должен иметь вид осесимметричной пирамиды с углом раствора $98,6^\circ$ (конус Тейлора) [71, 72].

Имеются все основания полагать, что криогенная и нормальная картины развития всплеска одиночного

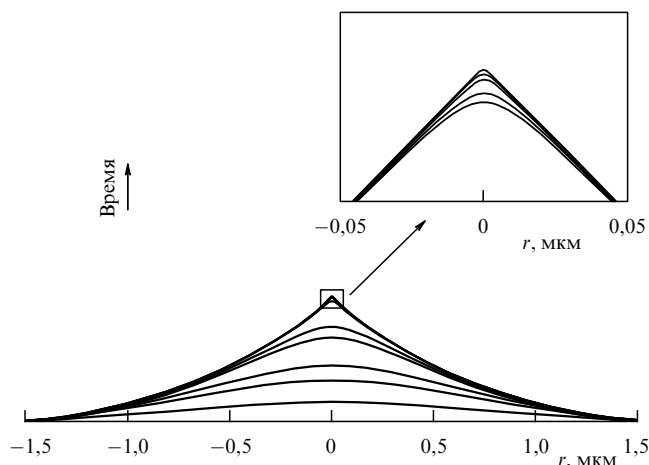


Рис. 29. Результаты расчёта эволюционирующей формы профиля солитона для гейзера в металле [69, 70]. Стрелка указывает направление развития формы солитона со временем. Очевидна аналогия с данными рис. 28.

гейзера идентичны. Криогенные условия дают возможность наблюдать этот процесс в виде воспроизводимых релаксационных колебаний [63]. Исследования с жидкими металлами имеют выход на практические применения (например, создание и ускорение массивных заряженных кластеров).

4. Заключение

Подведём некоторые итоги. Обзор касается проблемы, обозначенной в [16], систематизирует информацию, накопленную к настоящему времени относительно устойчивости и перестройки плоских заряженных поверхностей криогенных жидкостей в разных условиях по геометрии ячейки, внешней электростатике, степени заполнения и т.п., оценивает перспективы дальнейшего развития темы.

Показано, что перестройка заряженной поверхности жидкости следует разным сценариям, сообразно набору внешних условий.

1. Для нейтральных жидких диэлектриков (магнетиков) устойчивость границы нарушается при конечных значениях волнового числа $q \approx a^{-1}$ закона дисперсии $\omega(q)$ малых колебаний формы свободной поверхности жидкости во внешнем поле (здесь a — так называемая капиллярная длина). Перестройка свободной поверхности жидкости (т.е. её переход от плоского состояния к гофрированному) возможна, и она реализуется в так называемом однородном сценарии, в котором электростатические граничные условия вдоль гофрированной поверхности жидкости однородны на всём её профиле. Систематическое описание гофрировки удаётся построить лишь при наличии малого параметра $(\epsilon_1 - \epsilon_2)/(\epsilon_1 + \epsilon_2) \ll 1$. Период возникающей гофрировки имеет масштаб капиллярной длины. Наблюдения подтверждают наличие такой перестройки (см. [16]), причём требования к малости отмеченного параметра являются не очень жёсткими, играя специальную роль лишь в теоретических построениях.

2. Появление конечной плотности зарядов на границе жидкость — пар при фиксированном значении их полного числа значительно разнообразит детали перестройки.

В задаче возникает дополнительный параметр — степень заполнения ν (по отношению к критическому) зарядами этой границы, $0 < \nu \leq 1$. В целом перестройка неоднородна: вся граница разбивается на систему многозарядных лунок, причём на разных полюсах заполнения ν гофрировка изменяется от периодической (с периодом порядка капиллярной длины и следами близости к процессам спиноподобного распада) в области $\nu \leq 1$ до состояния, характеризующегося возникновением отдельных бинадальных солитонов с заряженным ядром и нейтральными крыльями, при $\nu \rightarrow 0$. Переход в окрестности $\nu \leq 1$ имеет много общего со спиноподобным распадом в физике фазовых переходов 1-го рода.

Экспериментальное изучение неоднородной перестройки заряженных поверхностей криогенных жидкостей, наиболее продвинутое по отношению к исследованиям других возможных сценариев этого красивого эффекта, подтверждает большое число деталей, следующих из теории явления.

Имеется возможность создать условия для однородного развития событий на максимально заряженной поверхности жидкости (жидкий металл в электрическом поле). Однако теория в этом случае не содержит малых параметров, и потому она не развита. Эксперименты с жидкими металлами пока не обнаруживают наличия конечной перестройки, группируясь вокруг наблюдения различного рода гейзеров.

3. Тонкие заряженные плёнки жидкости теряют устойчивость на малых (формально — нулевых) волновых числах. Этот факт накладывает заметный отпечаток на явления перестройки. Возникает альтернатива дисперсионному сценарию нарушения устойчивости плоской формы заряженной плёнки. Очень интересна и важна роль сил Ван-дер-Ваальса в формировании критериев устойчивости заряженной плёнки. Перестройка имеет место, но является своеобразной, отличной от перестройки в "массивной" задаче. Модифицируется понятие отдельной многозарядной лунки. Становится возможной перестройка заряженной плёнки жидкости с металлическими свойствами (утверждение, отсутствующее в "массивной" задаче).

Существуют экспериментальные ограничения для создания плёночных систем с большими латеральными размерами. В результате наблюдаемая перестройка имеет вид отдельных видимых солитонов с понятным образом изменяющимися свойствами.

Автор благодарен Л.П. Питаевскому за возможность обсуждения проблемы в целом и полезные замечания, Р. Leiderer, F.I.V. Williams, М.С. Хайкину, Л.П. Межову-Деглину, А.А. Левченко, С.С. Назину, В.С. Эдельману, Г.В. Колмакову — за плодотворное многолетнее сотрудничество, совместную деятельность и многочисленные дискуссии, Е.В. Лебедевой, Е.А. Клиновой — за интерес к работе, участие в расчётах и графическом оформлении результатов. Работа частично поддержана грантом РФФИ 09 02 00894 и программой Президиума РАН "Физика конденсированных сред".

Список литературы

1. Френкель Я *ЖЭТФ* 9 641 (1939)
2. Ландау Л Д, Лифшиц Е М *Электродинамика сплошных сред* (М.: Физматгиз, 1959) [Landau L D, Lifshitz E M *Electrodynamics of Continuous Media* (Oxford: Pergamon Press, 1960)]
3. Bohr N, Wheeler J A *Phys. Rev.* 56 426 (1939)

4. Frenkel J *Phys. Z. Sowjetunion* **8** 675 (1935)
5. Френкель Я *ЖЭТФ* **6** 347 (1936)
6. Tonks L *Phys. Rev.* **48** 562 (1935)
7. Melcher J R *Field-coupled Surface Waves* (Cambridge, Mass.: M.I.T. Press, 1963)
8. Taylor G I, McEwan A D *J. Fluid Mech.* **22** 1 (1965)
9. Cowley M D, Rosensweig R E *J. Fluid Mech.* **30** 671 (1967)
10. Strutt J W (Baron Rayleigh) *The Theory of Sound* Vol. 2 (London: Macmillan, 1878) [Стретт Дж В (лорд Рэлей) *Теория звука* Т. 2 (М.: Гостехиздат, 1955)]
11. Batchelor G K *An Introduction to Fluid Dynamics* (Cambridge: Univ. Press, 1967) [Бэтчелор Дж *Введение в динамику жидкости* (М.: Мир, 1973)]
12. Ландау Л Д, Лифшиц Е М *Гидродинамика* (М.: Наука, 1988) [Landau L D, Lifshitz E M *Fluid Mechanics* (Oxford: Pergamon Press, 1987)]
13. Behringer R P *Rev. Mod. Phys.* **57** 657 (1985)
14. Зайцев В М, Шлиомис М И *ДАН СССР* **188** 1261 (1969) [Zaitsev V M, Shliomis M I *Sov. Phys. Dokl.* **14** 1001 (1970)]
15. Гайлитис А *Магнитная гидродинамика* **5** (1) 68 (1969) [Gailitis A *Magnetohydrodynamics* **5** (1) 44 (1969)]
16. Шлиомис М И *УФН* **112** 427 (1974) [Shliomis M I *Sov. Phys. Usp.* **17** 153 (1974)]
17. Черникова Д М *ЖЭТФ* **68** 249 (1975) [Chernikova D M *Sov. Phys. JETP* **41** 121 (1975)]
18. Горьков Л П, Черникова Д М *ДАН СССР* **228** 829 (1976) [Gor'kov L P, Chernikova D M *Sov. Phys. Dokl.* **21** 328 (1976)]
19. Кузнецов Е А, Спектор М Д *ЖЭТФ* **71** 262 (1976) [Kuznetsov E A, Spektor M D *Sov. Phys. JETP* **44** 136 (1976)]
20. Ikezi H *Phys. Rev. Lett.* **42** 1688 (1979)
21. Leiderer P, Wanner M *Phys. Lett. A* **73** 189 (1979)
22. Ebner W, Leiderer P *Phys. Lett. A* **80** 277 (1980)
23. Мельников В И, Мешков С В *Письма в ЖЭТФ* **33** 222 (1981) [Mel'nikov V I, Meshkov S V *JETP Lett.* **33** 211 (1981)]
24. Мельников В И, Мешков С В *ЖЭТФ* **81** 951 (1981) [Mel'nikov V I, Meshkov S V *Sov. Phys. JETP* **54** 505 (1981)]
25. Мельников В И, Мешков С В *ЖЭТФ* **82** 1910 (1982) [Mel'nikov V I, Meshkov S V *Sov. Phys. JETP* **55** 1099 (1982)]
26. Gianetta R W, Ikezi H *Phys. Rev. Lett.* **47** 849 (1981)
27. Gianetta R W, Ikezi H *Surf. Sci.* **113** 412 (1982)
28. Leiderer P, Ebner W, Shikin V B *Surf. Sci.* **113** 405 (1982)
29. Мальяров В В *Основы теории атомного ядра* (М.: Наука, 1967)
30. Шикин В Б *Письма в ЖЭТФ* **27** 44 (1978) [Shikin V B *JETP Lett.* **27** 39 (1978)]
31. Salomaa M M, Williams G A *Phys. Rev. Lett.* **47** 1730 (1981)
32. Назин С С, Изотов А Н, Шикин В Б *ДАН СССР* **283** 121 (1985) [Nazin S S, Izotov A N, Shikin V B *Sov. Phys. Dokl.* **20** 606 (1985)]
33. Albrecht U, Leiderer P *Europhys. Lett.* **3** 705 (1987)
34. Dalfovo F et al. *Rev. Mod. Phys.* **71** 463 (1999)
35. Nauta K, Miller R E *J. Chem. Phys.* **115** 10254 (2001)
36. Макаров Г Н *УФН* **174** 225 (2004) [Makarov G N *Phys. Usp.* **47** 217 (2004)]
37. Жаров А Н, Ширяева С О, Григорьев А И *ЖТФ* **74** (7) 19 (2004) [Zharov A N, Shiryayeva S O, Grigor'ev A I *Tech. Phys.* **49** 824 (2004)]
38. Crandall R S *Surf. Sci.* **58** 266 (1976)
39. Горьков Л П, Черникова Д М *Письма в ЖЭТФ* **18** 119 (1973) [Gor'kov L P, Chernikova D M *JETP Lett.* **18** 68 (1973)]
40. Володин А П, Хайкин М С, Эдельман В С *Письма в ЖЭТФ* **26** 707 (1977) [Volodin A P, Khaikin M S, Edel'man V S *JETP Lett.* **26** 543 (1977)]
41. Leiderer P *Phys. Rev. B* **20** 4511 (1979)
42. Шикин В *Письма в ЖЭТФ* **78** 930 (2003) [Shikin V *JETP Lett.* **78** 461 (2003)]
43. Черникова Д М *ЖЭТФ* **68** 249 (1975) [Chernikova D M *Sov. Phys. JETP* **41** 121 (1975)]
44. Шикин В Б, Лейдерер П *Письма в ЖЭТФ* **32** 439 (1980) [Shikin V B, Leiderer P *JETP Lett.* **32** 416 (1980)]
45. Шикин В Б, Лейдерер П *ЖЭТФ* **81** 184 (1981) [Shikin V B, Leiderer P *Sov. Phys. JETP* **54** 92 (1981)]
46. Ландау Л Д *ЖЭТФ* **7** 19 (1937); Landau L D *Phys. Z. Sowjetunion* **11** 26 (1937)
47. Олемской А И, Коплык И В *УФН* **165** 1105 (1995) [Olemskoi A I, Kopylyk I V *Phys. Usp.* **38** 1061 (1995)]
48. Morse P M, Feshbach H *Methods of Theoretical Physics* Vol. 2 (New York: McGraw-Hill, 1953) [Морс Ф, Фешбах Г *Методы теоретической физики* Т. 2 (М.: ИЛ, 1960)]
49. Leiderer P, Shikin V *J. Low Temp. Phys.* **162** 693 (2011)
50. Шикин В Б *ЖЭТФ* **86** 521 (1984) [Shikin V B *Sov. Phys. JETP* **59** 304 (1984)]
51. Bonsall L, Maradudin A A *Phys. Rev. B* **15** 1959 (1977)
52. Ikezi H, Giannetta R W, Platzman P M *Phys. Rev. B* **25** 4488 (1982)
53. Черникова Д М *ФНТ* **2** 1374 (1976) [Chernikova D M *Sov. J. Low Temp. Phys.* **2** 669 (1976)]
54. Peeters F M *Phys. Rev. B* **30** 159 (1984)
55. Sabisky E S, Anderson C H *Phys. Rev. A* **7** 790 (1973)
56. Putterman S J *Superfluid Hydrodynamics* (Amsterdam: North-Holland Publ. Co., 1974)
57. Etz H et al. *Phys. Rev. Lett.* **53** 2567 (1984)
58. Татарский В В *ФНТ* **12** 451 (1986) [Tatarskii V V *Sov. J. Low Temp. Phys.* **12** 255 (1986)]
59. Татарский В В *ФНТ* **10** 435 (1984) [Tatarskii V V *Sov. J. Low Temp. Phys.* **10** 227 (1984)]
60. Valdesh A, Diplom (Gif-sur-Yvette: Centre CEA de Saclay, 1980)
61. Шикин В Б, Лейдерер П *ФНТ* **23** 624 (1997) [Shikin V, Leiderer P *Low Temp. Phys.* **23** 468 (1997)]
62. Шикин В Б, Лебедева Е В *ФНТ* **24** 299 (1998) [Shikin V B, Lebedeva E V *Low Temp. Phys.* **24** 225 (1998)]
63. Levchenko A A et al. *Low Temp. Phys.* **25** 242 (1999)
64. Günzler T, Ph.D. Thesis (Konstanz: Konstanz Univ., 1994)
65. Шикин В Б, Лебедева Е В *Письма в ЖЭТФ* **57** 126 (1993) [Shikin V B, Lebedeva E V *JETP Lett.* **57** 135 (1993)]
66. Valkering A, Klier J, Leiderer P *Physica B* **284–288** 172 (2000)
67. Лаврентьев М А, Шабат Б В *Методы теории функций комплексного переменного* (М.: Физматгиз, 1958)
68. Володин А П, Хайкин М С *Письма в ЖЭТФ* **30** 608 (1979) [Volodin A P, Khaikin M S *JETP Lett.* **30** 572 (1979)]
69. Суворов В Г *Письма в ЖТФ* **26** (1) 66 (2000) [Suvorov V G *Tech. Phys. Lett.* **26** 33 (2000)]
70. Суворов В Г, Дисс. ... канд. физ.-мат. наук (Екатеринбург: ИЭФ УРО РАН, 2001)
71. Taylor G *Proc. R. Soc. London A* **280** 383 (1964)
72. Габович М Д, Поритский В Я *Письма в ЖЭТФ* **33** 320 (1981) [Gabovich M D, Poritskii V Ya *JETP Lett.* **33** 304 (1981)]
73. Зубарев Н М *Письма в ЖЭТФ* **73** 613 (2001) [Zubarev N M *JETP Lett.* **73** 544 (2001)]
74. Зубарев Н М *ЖЭТФ* **121** 624 (2002) [Zubarev N M *JETP* **94** 534 (2002)]
75. Зубарев Н М, Дисс. ... докт. физ.-мат. наук (Екатеринбург: ИЭФ УРО РАН, 2002)

Instability and reconstruction of a charged liquid surface

V.B. Shikin

Institute of Solid State Physics, Russian Academy of Sciences,

ul. Akademika Osip'yana 2, 142432 Chernogolovka, Moscow region, Russian Federation

E-mail: shikin@issp.ac.ru

This review presents a systematic summary of the information collected to date on the instability and reconstruction of the flat charged surface of a cryogenic liquid under various conditions in terms of unit cell geometry, external electrostatics, filling degree, etc. Prospects for future research are explored.

PACS numbers: 41.20.Cv, **67.25**–k, 68.03.Hj

DOI: 10.3367/UFNr.0181.201112a.1241

Bibliography — 75 references

Received 8 February 2011, revised 27 May 2011

Uspekhi Fizicheskikh Nauk **181** (12) 1241–1264 (2011)

Physics–Uspekhi **54** (12) (2011)