

ненты тензора, просто "забыл" изменить пространственные компоненты.

Нам представляется, что вышеприведённое рассмотрение "Minkowski – Abraham controversy" полностью его разрешает в пользу тензора Минковского.

В заключение имеет смысл сформулировать основные положения данного доклада.

1. Масса, переносимая электромагнитным полем в веществе от излучателя к приёмнику, выражается в виде

$$m = \frac{E}{V_{ph} V_{gr}}.$$

Соотношение $E = mc^2$ является частным случаем вышеприведённого соотношения.

2. Внутри материала с отрицательным преломлением световое давление заменяется световым притяжением, а масса переносится светом не от излучателя к приёмнику, а наоборот, от приёмника к излучателю.

3. Тензор Абрагама не является релятивистски ковариантным и в общем случае не может использоваться для вычисления сил, действующих со стороны электромагнитного поля на вещество. Эти силы могут быть вычислены на основе тензора Минковского.

Приложение

Тензор энергии-импульса в наиболее общем виде записывается как [22]

$$T_{ik} = \begin{bmatrix} T_{\alpha\beta} & -ic\mathbf{g} \\ -\frac{i}{c}\mathbf{S} & W \end{bmatrix}. \quad (20)$$

Здесь $T_{\alpha\beta}$ — пространственные компоненты тензора, $\alpha, \beta = x, y, z$; $\mathbf{g}$ — плотность импульса поля; $\mathbf{S}$ — вектор Умова – Пойнтинга; W — плотность энергии поля.

Отдельные компоненты тензора энергии-импульса в форме Минковского имеют вид

$$T_{\alpha\beta} = \frac{1}{4\pi} (E_\alpha D_\beta + H_\alpha B_\beta) - \frac{1}{8\pi} \delta_{\alpha\beta} (\mathbf{E}\mathbf{D} + \mathbf{H}\mathbf{B}),$$

$$\mathbf{S} = \frac{c}{4\pi} [\mathbf{E}\mathbf{H}], \quad \mathbf{g} = \frac{1}{4\pi c} [\mathbf{D}\mathbf{B}], \quad W = \frac{1}{8\pi} (\mathbf{E}\mathbf{D} + \mathbf{H}\mathbf{B}).$$

Те же компоненты тензора в форме Абрагама:

$$T_{\alpha\beta} = \frac{1}{8\pi} (E_\alpha D_\beta + E_\beta D_\alpha + H_\alpha B_\beta + H_\beta B_\alpha) - \frac{1}{8\pi} \delta_{\alpha\beta} (\mathbf{E}\mathbf{D} + \mathbf{H}\mathbf{B}),$$

$$\mathbf{S} = \frac{c}{4\pi} [\mathbf{E}\mathbf{H}], \quad \mathbf{g} = \frac{1}{4\pi c} [\mathbf{E}\mathbf{H}], \quad W = \frac{1}{8\pi} (\mathbf{E}\mathbf{D} + \mathbf{H}\mathbf{B}).$$

Приведённая здесь формула для плотности энергии W может быть представлена в виде $W = (1/8\pi)(\epsilon E^2 + \mu H^2)$, но её применение в таком виде подразумевает, что обе проницаемости, ϵ и μ , — существенно положительные величины. Если ϵ и μ отрицательны, то выражение для W принимает вид [23]

$$W = \frac{1}{8\pi} \left[\frac{\partial(\epsilon\omega)}{\partial\omega} E^2 + \frac{\partial(\mu\omega)}{\partial\omega} H^2 \right]. \quad (21)$$

Список литературы

1. Веселаго В Г *УФН* **92** 517 (1967) [Veselago V G *Sov. Phys. Usp.* **10** 509 (1968)]
2. Сивухин Д В *Оптика и спектроскопия* **3** 308 (1957)
3. Пафомов В Е *ЖЭТФ* **36** 1853 (1959) [Pafomov V E *Sov. Phys. JETP* **9** 1321 (1959)]
4. Малюжинец Г Д *ЖТФ* **21** 940 (1951)
5. Лебедев И В *Техника и приборы СВЧ* Т. 2, 2-е изд. (М.: Высшая школа, 1972)
6. Мандельштам Л И *ЖЭТФ* **15** 475 (1945); *Полное собрание трудов* Т. 2 (Под ред. М А Леонтовича) (М.: Изд-во АН СССР, 1947) с. 334; *Полное собрание трудов* Т. 5 (Под ред. М А Леонтовича) (М.: Изд-во АН СССР, 1950) с. 419
7. Lamb H *Proc. London Math. Soc.* **1** 473 (1904)
8. Schuster A *An Introduction to the Theory of Optics* (London: Edward Arnold and Co., 1928) [Шустер А *Введение в теоретическую оптику* (Л.-М.: ОНТИ, 1935)]
9. Pocklington H C *Nature* **71** 607 (1905)
10. Pendry J B *Phys. Rev. Lett.* **85** 3966 (2000)
11. Pendry J B, Schurig D, Smith D R *Science* **312** 1780 (2006)
12. Кильдишев А В, Шалаев В М *УФН* **181** 59 (2011) [Kildishev A V, Shalaev V M *Phys. Usp.* **54** 53 (2011)]
13. Веселаго В Г *УФН* **179** 689 (2009) [Veselago V G *Phys. Usp.* **52** 649 (2009)]
14. Minkowski H *Göttingen Nachr.* **53** (1908); *Math. Ann.* **68** 472 (1910)
15. Abraham M *Palermo Rend.* **28** 1 (1909); *Palermo Rend.* **30** 33 (1910)
16. Einstein A *Ann. Physik* **20** 627 (1906) [Эйнштейн А *Собрание научных трудов* Т. 1 (М.: Наука, 1965) с. 39]
17. Ландау Л Д, Лифшиц Е М *Теория поля* (М.: Наука, 1973) с. 43 [Landau L D, Lifshitz E M *The Classical Theory of Fields* (Oxford: Pergamon Press, 1983)]
18. Окунь Л Б *УФН* **170** 1366 (2000) [Okun' L B *Phys. Usp.* **43** 1270 (2000)]
19. Веселаго В Г, Шавлев В В *УФН* **180** 331 (2010) [Veselago V G, Shchavlev V V *Phys. Usp.* **53** 317 (2010)]
20. Møller C *The Theory of Relativity* (Oxford: Clarendon Press, 1972) [Мёллер К *Теория относительности* (М.: Атомиздат, 1975) с. 145]
21. Полевой В Г, Рытов С М *УФН* **125** 549 (1978) [Polevoi V G, Rytov S M *Sov. Phys. Usp.* **21** 630 (1978)]
22. Угаров В А *Специальная теория относительности* (М.: Наука, 1977)
23. Ландау Л Д, Лифшиц Е М *Электродинамика сплошных сред* (М.: Наука, 1982) с. 382 [Landau L D, Lifshitz E M *Electrodynamics of Continuous Media* (Oxford: Pergamon Press, 1984)]

PACS numbers: 43.20.Dk, 43.20.Fn, 78.20.Ci, 81.05.Zx
DOI: 10.3367/UFNr.0181.201111i.1205

Акустические волны в метаматериалах, кристаллах и структурах с аномальным преломлением

В.А. Буров, В.Б. Волошинов,
К.В. Дмитриев, Н.В. Поликарпова

1. Введение

В настоящее время в литературе проявляется повышенный интерес к средам, в которых распространение волн происходит "необычным" образом. К подобным средам,

В.А. Буров, В.Б. Волошинов, К.В. Дмитриев, Н.В. Поликарпова.
Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова,
физический факультет, Москва, РФ
E-mail: burov@phys.msu.ru, volosh@phys.msu.ru

в частности, относятся так называемые левые среды в электродинамике. Идея рассмотрения таких сред впервые была выдвинута в [1], где они введены как среды с одновременно отрицательными диэлектрической проницаемостью ϵ и магнитной проницаемостью μ . Повышенное внимание к таким средам возобновилось после публикации ряда статей (например, [2]) об их экспериментальной реализации на основе метаматериалов — искусственно созданных структур с характерными размерами элементов, много меньшими длин волн распространяющегося излучения.

Одной из необычных особенностей распространения плоских волн в таких средах является взаимно противоположная направленность волнового вектора и вектора Умова–Пойнтинга [1]. Эта особенность распространения волн носит общий характер и является типичной для метаматериалов, изучаемых не только электродинамикой и оптикой, но и акустикой. В связи с противоположной направленностью векторов фазовой и групповой скорости объёмных волн в метаматериалах представляет интерес анализ того, как ещё могут быть ориентированы в пространстве эти векторы. Также важно знать, какие вообще значения могут принимать углы между векторами фазовой и групповой скорости плоской волны в известных оптически и акустически анизотропных материалах.

2. Дважды отрицательные акустические среды

В ряде работ [3–6] теоретически и экспериментально показано, что на роль сред в акустике, волновые процессы в которых проходят аналогично таковым в левых средах в электродинамике, подходят дважды отрицательные среды (в дальнейшем для краткости будем называть их просто отрицательными), характеризующиеся отрицательностью эффективных динамических характеристик: плотности ρ и сжимаемости η . Динамическими они являются в том смысле, что в определённой полосе частот каждый элемент такой среды может (например, благодаря наличию в нём резонансных структур) вести себя таким же образом, как и элемент однородной среды с отрицательными параметрами.

В отрицательных средах как в электродинамике, так и в акустике наблюдается явление отрицательного преломления. Часто при его описании пользуются волновым уравнением или уравнением Гельмгольца [7]. При этом возникает принципиальная сложность: в эти уравнения показатель преломления входит в квадрате, и для того чтобы определить его знак, необходимо привлекать дополнительные рассуждения, которые могут основываться на выборе той или иной ветви квадратного корня, на принципе причинности и т.д. В связи с этим для описания процессов в отрицательных средах предлагается использовать уравнения первого порядка [3]. В электродинамике таковыми являются уравнения Максвелла, а в акустике — линейаризованные уравнения гидродинамики

$$\frac{\partial}{\partial t}(\hat{\eta}p) + \nabla \mathbf{v} = \boldsymbol{\varphi}, \quad \frac{\partial}{\partial t}(\hat{\rho}\mathbf{v}) + \nabla p = \mathbf{f}, \quad (1)$$

где p — акустическое давление, $\mathbf{v}$ — колебательная скорость, $\boldsymbol{\varphi}$ и $\mathbf{f}$ — скалярные и векторные первичные источники акустического поля соответственно. При отсутствии дисперсии параметры $\hat{\rho}$ и $\hat{\eta}$ являются скалярными величинами; иначе их следует рассматривать как

интегральные операторы типа свёртки по временной переменной. В приведённые уравнения эти параметры входят раздельно, поэтому проблем с выбором того или иного знака не возникает.

Произвольное распределение параметров $\rho(\mathbf{r})$ и $\eta(\mathbf{r})$ можно представить как сумму постоянных положительных фоновых значений ρ_0 и η_0 со сколь угодно большими добавками $\rho'(\mathbf{r})$ и $\eta'(\mathbf{r})$: $\rho(\mathbf{r}) \equiv \rho_0 + \rho'(\mathbf{r})$, $\eta(\mathbf{r}) \equiv \eta_0 + \eta'(\mathbf{r})$. В монохроматическом случае система уравнений (1) при временной зависимости полей $\sim \exp(-i\omega t)$ может быть представлена в виде матричного аналога уравнения Липпмана–Швингера [3]:

$$\mathbf{y}(\mathbf{r}) = \mathbf{y}_0(\mathbf{r}) + \int \hat{G}(\mathbf{r} - \mathbf{r}') [\hat{A}_1(\mathbf{r}') \mathbf{y}(\mathbf{r}')] d\mathbf{r}', \quad (2)$$

где $\mathbf{y}_0$ и $\mathbf{y}$ — векторы-столбцы, характеризующие падающее и возмущённое поле,

$$\mathbf{y}_0 \equiv \begin{pmatrix} \mathbf{v}_0 \\ p_0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{y} \equiv \begin{pmatrix} \mathbf{v} \\ p \end{pmatrix},$$

$\hat{A}_1$ — оператор добавок,

$$\hat{A}_1 \equiv \begin{pmatrix} i\omega\rho'(\mathbf{r}) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & i\omega\eta'(\mathbf{r}) \end{pmatrix},$$

$\hat{G}(\mathbf{r} - \mathbf{r}')$ — матричная функция Грина, выражающаяся через функцию Грина $G(\mathbf{r} - \mathbf{r}')$ уравнения Гельмгольца,

$$\hat{G}(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \equiv \begin{pmatrix} i\omega\eta_0 & \nabla \\ \nabla & i\omega\rho_0 \end{pmatrix} G(\mathbf{r} - \mathbf{r}').$$

Уравнение (2) может решаться численно при любой конфигурации падающего поля $\mathbf{y}_0$ и при произвольном распределении плотности и сжимаемости среды.

Для наблюдения явления отрицательного преломления моделировалось падение под углом 18° к нормали плоской монохроматической волны с длиной λ_0 на прямоугольную пластину из отрицательного вещества с параметрами $\rho = -\rho_0$ и $\eta = -\eta_0$ (рис. 1). Луч в пластине лежит по ту же сторону от нормали к её границам, что и

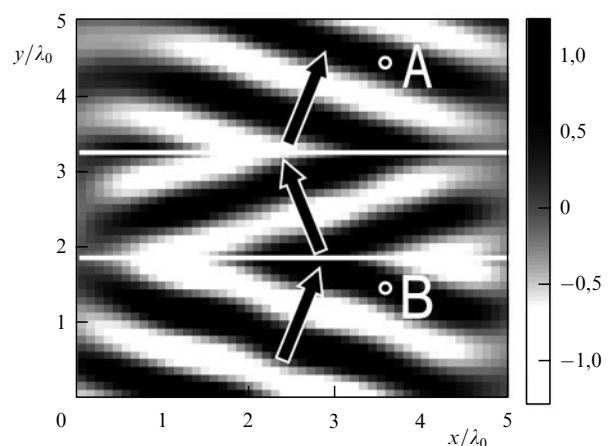


Рис. 1. Действительная часть рассчитанного поля акустического давления $p(\mathbf{r})$ при падении плоской монохроматической волны на пластину из отрицательного вещества. Границы пластины обозначены светлыми горизонтальными прямыми. Стрелками показаны направления распространения энергии волны в пластине и фоновой среде.

лучи в фоновой среде. Фронты волны оказываются зеркально симметричными относительно границ пластины. Данные обстоятельства свидетельствуют об отрицательном преломлении в такой пластине. При этом фазовая скорость в пластине направлена в сторону, противоположную фазовой скорости в фоновой среде, тем самым она является отрицательной. Вследствие непрерывности потока энергии и отсутствия отражения волн на границах пластины поток энергии в рассматриваемой системе ориентирован в положительном направлении.

Обращает на себя внимание следующий факт. Для двух точек, находящихся в фоновой среде по разные стороны рассмотренной пластины, на прямой, перпендикулярной её границам, причём таких, что расстояние между точками равно удвоенной толщине пластины, выполняется равенство фаз в волне (например, точки А и В на рис. 1). Это является следствием отрицательности фазовой скорости в отрицательной среде, т.е. набег фазы в фоновой положительной среде в точности компенсируется набегом фазы в отрицательной среде пластины. Это обстоятельство может привести к выводу о нарушении принципа причинности в отрицательных средах и, как следствие, о невозможности их существования на практике, что обсуждалось, например, в [8].

В чисто монохроматическом случае говорить о причинности не представляется возможным, и поэтому была проанализирована следующая ситуация. На пластину длиной $10\lambda_0$ и толщиной $3\lambda_0$ падали под углом 18° к нормали девять монохроматических пучков, имеющих гауссово распределение амплитуды в плоскости фронта. Частота поля в пучках ω изменялась от $\omega_0 = 2\pi c_0/\lambda_0$ до $1,4\omega_0$ с шагом $0,05\omega_0$, где $c_0 = 1/\sqrt{\rho_0\eta_0}$ — скорость звука в фоновой среде. Амплитуды пучков на оси были различными и задавались, в зависимости от частоты ω , по гауссову закону:

$$P(\omega) = P_0 \exp\left(-\frac{(\omega - 1,2\omega_0)^2}{(\Delta\omega)^2}\right),$$

где $\Delta\omega \approx \omega_0/6,3$. Поля, рассчитанные в результате моделирования для каждой частоты, складывались. В итоге на основе решения нескольких монохроматических задач получено решение полихроматической задачи, соответствующей распространению через пластину из отрицательного вещества бесконечной серии импульсов.

Результаты расчёта для фиксированного момента времени приведены на рис. 2. В тот момент, когда падающий на пластину импульс находится от границы пластины на расстоянии, равном её толщине, на противоположной границе возникает возмущение, представляющее собой пару импульсов. Один из них продолжает движение в фоновой среде за пластиной в направлении падения исходного импульса. Другой импульс, зеркально ему симметричный относительно границы пластины, движется в зеркально симметричную сторону. Этот импульс достигает границы пластины одновременно с исходным импульсом, и они гасят друг друга.

При таком рассмотрении возникает ряд вопросов. Во-первых, выходящий из пластины импульс рождается до того, как падающий импульс коснулся пластины, т.е. нарушается принцип причинности. Во-вторых, не вполне ясен механизм возникновения дополнительной энергии на одной стороне пластины и её поглощения на другой.

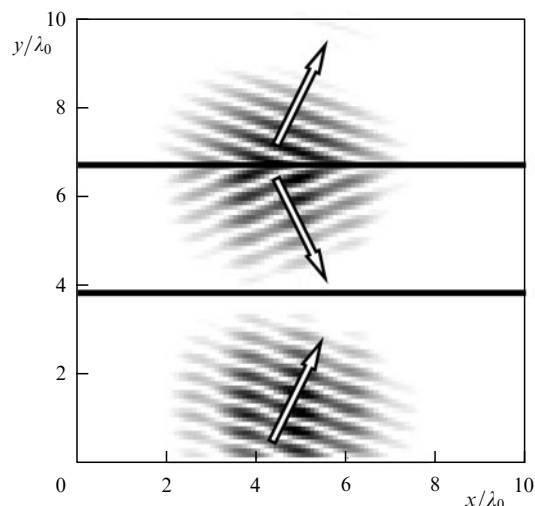


Рис. 2. Действительная часть рассчитанного поля акустического давления $p(\mathbf{r}, t)$ в фиксированный момент времени при падении на пластину из отрицательного вещества импульсов, являющихся суперпозицией девяти плоских монохроматических волн. Границы пластины обозначены тёмными горизонтальными прямыми. Стрелками показаны направления распространения импульсов в пластине и фоновой среде.

В-третьих, в пластине импульс распространяется в сторону, зеркально симметричную направлению распространения импульса в фоновой среде, т.е. не только фазовая, но и групповая скорость (если связывать её со скоростью движения максимума огибающей) отрицательна. С другой стороны, отмечалось [3], что фазовая и групповая скорости в отрицательной среде взаимно противоположны.

Возможный ответ на первый вопрос состоит в том, что рассматривается периодический бесконечный во времени процесс, поэтому существует бесконечное количество импульсов, которые прошли через пластину ранее. Тогда наблюдаемый "выходящий" из пластины импульс является следствием их прохождения, а не предвестником импульса, падающего на неё. Рождение импульса обусловлено запасённой в пластине энергией прошедших через среду импульсов.

Поскольку, таким образом, среда обладает внутренним запасом энергии, то при прохождении по ней импульса этот запас может уменьшаться. В этом смысле импульс в отрицательной среде может обладать отрицательной (относительно фона) энергией. С учётом данного факта закон сохранения энергии на обеих границах пластины остаётся справедливым: при рождении парного возмущения на дальней (от излучателя) стороне пластины по фоновой среде распространяется импульс с положительной энергией, а по пластине, т.е. по отрицательной среде, — импульс с отрицательной энергией. На передней стороне пластины происходит слияние импульсов с нулевой общей энергией.

Отрицательность как фазовой, так и групповой скоростей вызвана тем, что при моделировании среда предполагалась недиспергирующей. Реализуемые на практике отрицательные метасреды, которые часто содержат в себе резонансные элементы, являются сильно диспергирующими. Для того чтобы понять, может ли в принципе существовать недиспергирующая отрицательная среда, предлагается проанализировать

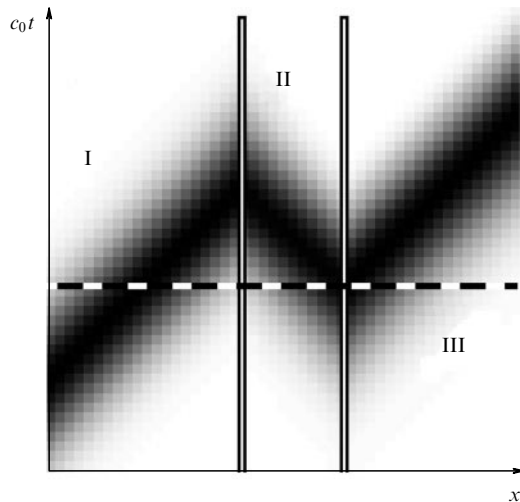


Рис. 3. Действительная часть рассчитанного поля акустического давления $p(x, t)$ при нормальном падении на пластину из отрицательного вещества уединённого импульса гауссовой формы. Толстые вертикальные линии обозначают координаты границ пластины. Штриховая горизонтальная линия соответствует моменту времени, в который центр пакета находится на расстоянии от пластины, равном её толщине, и появляется возмущение поля на задней стороне пластины.

прохождение через неё уединённого импульса (пакета), т.е. вести рассмотрение в широкой полосе частот. За основу при этом необходимо взять систему уравнений (1). Тогда в одномерном случае для поля в среде получается следующее уравнение типа уравнения Липпмана – Швингера:

$$\begin{pmatrix} p(x, t) \\ v(x, t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p_0(x, t) \\ v_0(x, t) \end{pmatrix} - \frac{1}{2} \iint dx' dt' \delta \left(t - t' - \frac{|x - x'|}{c} \right) \times \\ \times \begin{pmatrix} \sqrt{\frac{\rho_0}{\eta_0}} & \text{sgn}(x - x') \\ \text{sgn}(x - x') & \sqrt{\frac{\eta_0}{\rho_0}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \eta'(x') & 0 \\ 0 & \rho'(x') \end{pmatrix} \times \\ \times \frac{\partial}{\partial t'} \begin{pmatrix} p(x', t') \\ v(x', t') \end{pmatrix}, \quad (3)$$

где δ — дельта-функция Дирака. (Подробный вывод этого уравнения предполагается изложить в отдельной работе.) Уравнение (3) позволяет исследовать распространение через пластину из отрицательного вещества одиночного пакета гауссовой формы.

Результаты такого моделирования приведены на рис. 3. Ширина пакета в 1,5 раза больше толщины пластины, которая обозначена двойными вертикальными линиями. По горизонтальной оси откладывается координата x , а по вертикальной — величина c_0t . Для того чтобы получить распределение поля в определённый момент времени, необходимо провести поперёк рисунка горизонтальную линию — сечение. Падающий на пластину в положительном направлении оси x пакет расположен в области I. В областях II и III находятся пакеты, распространяющиеся соответственно в пластине и в фоновой среде за пластиной. Одно из возможных сечений, показанное штриховой прямой, соответствует моменту времени, в который центр исходного пакета находится от пластины на расстоянии, примерно рав-

ном её толщине. При этом на противоположной стороне пластины начинает возникать возмущение поля. Таким образом, оказывается, что прошедший сквозь пластину пакет появляется раньше, чем исходный падающий пакет доходит до пластины, следовательно, в такой среде нарушается принцип причинности. По-видимому, это означает невозможность существования недиспергирующих отрицательных сред. При наличии в среде дисперсии (например, если отрицательная среда построена на резонансных элементах) в (3) следует заменить скалярные величины $\eta'(x)$ и $\rho'(x)$ операторами в виде свёртки по временной переменной функций отклика резонаторов. Моделирование этого случая показало, что пакет-предвестник не возникает, т.е. принцип причинности не нарушается. При этом в установившемся режиме наблюдается отрицательное преломление, не сопровождающееся существенным поглощением в широкой полосе частот.

3. Угол между фазовой и групповой скоростью волн в кристаллах

Известно, что в современной оптике, акустике, акустооптике и акустоэлектронике активно применяются двулучепреломляющие кристаллические среды с особым сочетанием оптических и акустических характеристик [9–11]. Например, в оптических, акустооптических и акустоэлектронных приборах активно используются кристаллы кварца ($\alpha\text{-SiO}_2$), ниобата лития (LiNbO_3), кальцита (CaCO_3), парателлуриата (TeO_2) и т.д. [9–12]. Однако в последние годы в оптике, акустооптике и акустике начали применяться кристаллические материалы, отличающиеся большой анизотропией оптических и акустических свойств. К подобным материалам относятся монокристаллы на основе ртути (Hg) и теллура (Te), характеризующиеся исключительно большим двулучепреломлением и значительной зависимостью величины фазовой скорости звука от направления распространения [12].

4. Оптические двулучепреломляющие среды

Двулучепреломление кристаллических материалов Δn определяется разностью показателей преломления для необыкновенно (n_e) и обыкновенно (n_o) поляризованного света $\Delta n = n_e - n_o$ [9, 10]. В некоторых материалах эта разность может достигать значительной величины. Например, относительное двулучепреломление (коэффициент анизотропии) $\delta = \Delta n/n_o$ в кристаллах теллура принимает значение $\delta = 0,3$, а в каломели (Hg_2Cl_2) $\delta = 0,35$. Для сравнения, в кварце двулучепреломление оказывается в несколько десятков раз меньше: $\delta = 0,006$ [12, 13].

Из оптики и электродинамики известно, что необыкновенно поляризованные волны в материалах с большим двулучепреломлением распространяются с углами ψ между векторами фазовой и групповой скоростей, превышающими 10° [9, 10]. Величина угла "оптического сноса" ψ для необыкновенно поляризованной оптической волны находится из анализа поверхности волновых векторов кристалла. В одноосном оптическом материале волновая поверхность представляет собой эллипсоид вращения. Величина k_e волнового вектора света в кристалле зависит от направления его распространения относительно оптической оси Z и в положительном кристалле изменяется в пределах $2\pi n_o/\lambda \leq k_e \leq 2\pi n_e/\lambda$, где λ — длина волны света [9, 10]. Известно, что

направление групповой скорости электромагнитной волны совпадает с направлением нормали к поверхности волновых векторов, восстановленной в точке, в которой волновой вектор $\mathbf{k}_e$ касается нормальной поверхности. Можно показать, что максимальное значение угла оптического сноса в одноосном кристалле определяется выражением [12]

$$\psi_{\max} = \arctan \frac{\delta(1 + 0,5\delta)}{1 + \delta}. \quad (4)$$

Расчёт с помощью соотношения (1) показывает, что в отрицательном кристалле кальцита, активно применяемом в поляризационных устройствах, при коэффициенте двулучепреломления $\delta = -0,1$ угол между вектором фазовой скорости волны и вектором Умова–Пойнтинга $\psi_{\max} = -6^\circ$. В кристаллах парателлурита и кварца при $\delta = 0,07$ и $\delta = 0,006$ максимальные углы оптического сноса не превышают соответственно величин $\psi_{\max} = 4^\circ$ и $\psi_{\max} = 0,4^\circ$. С другой стороны, в кристалле теллура при $\delta = 0,3$ максимальный угол сноса составляет $\psi_{\max} = 15^\circ$, а в кристалле бромида ртути (Hg_2Br_2), в котором $\delta = 0,36$, этот угол достигает уже весьма значительной величины, $\psi_{\max} = 19^\circ$ [12]. Наконец, в кристалле сульфидида сурьмы (SbSI) с рекордно высоким двулучепреломлением, $\delta = 0,6$ [13], максимальный угол между вектором Умова–Пойнтинга и волновым вектором света в одной из базовых плоскостей двуосного кристалла составляет величину $\psi_{\max} \approx 25^\circ$.

Анизотропия физических свойств и, как следствие, существование больших углов между фазовой и групповой скоростью оптических волн могут явиться причиной необычных случаев их распространения и отражения от границы раздела между кристаллом и вакуумом. Некоторые из этих случаев распространения волн представлены на рис. 4. На рисунке 4а показано наклонное падение под углом θ и прохождение световым пучком плоскопараллельной пластинки из двулучепреломляющего кристалла. Угол падения традиционно отсчитывается между волновым вектором волны и нормалью к границе раздела $\mathbf{m}$. Направление потока электромагнитной энергии и вектора групповой скорости в пучке показано стрелками и сплошными линиями, а направление фазовой скорости света отмечено стрелкой и штриховой линией. Из рисунка видно, что после преломления поток энергии в пластинке направлен аномально, т.е. именно так, как это происходит в метаматериалах. Угол преломления для потока энергии оказывается отрицательным, хотя волновой вектор света ориентирован относительно нормали строго в соответствии с законом Снеллиуса. В этом состоит отличие рассматриваемого классического случая распространения света в кристалле от его распространения в метаматериале. Очевидно, что причина аномального преломления оптического пучка на рис. 4а обусловлена большим углом оптического сноса ψ .

На рисунке 4б показано необычное отражение светового пучка от границы раздела при распространении световой волны в двулучепреломляющем кристалле. Как видно из рисунка, из-за большой оптической анизотропии материала потоки энергии падающего и отражённого оптических пучков располагаются по одну сторону от нормали к поверхности раздела. Наконец, рис. 4в иллюстрирует распространение света в кристалле и его

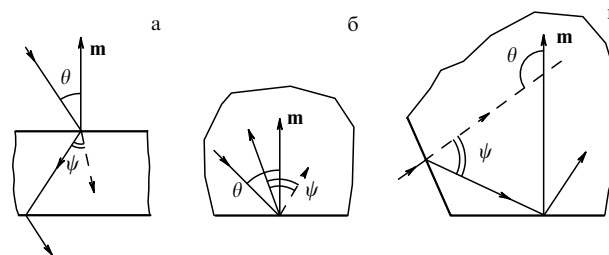


Рис. 4. Случаи необычного распространения и преломления световых волн в двулучепреломляющих кристаллах. Направление фазовой скорости света указано штриховыми линиями и стрелками, направление потока энергии отмечено сплошными линиями и стрелками: (а) прохождение световой волной плоскопараллельной пластинки; (б) аномальное внутреннее отражение света от границы раздела кристалл–вакуум; (в) падение света на границу раздела под углом θ , превышающим 90° .

падение под углом θ на границу раздела кристалл–вакуум, превышающим 90° . При подобном аномально большом угле падения волновой вектор света оказывается направленным не в сторону границы раздела, а от неё, в то время как на границу раздела набегают потоки энергии оптической волны. Очевидно, что причиной рассмотренных необычных эффектов является значительная оптическая анизотропия кристалла.

5. Акустические анизотропные среды

Известно, что акустические среды обладают ещё более ярко выраженной анизотропией физических свойств по сравнению с таковой в оптических средах. Акустический кристалл с большой анизотропией упругих свойств характеризуется сильной зависимостью фазовой скорости ультразвука v от направления его распространения [11–16]. Например, медленная сдвиговая акустическая волна в кристалле каломели (Hg_2Cl_2) распространяется вдоль оси [110] с аномально низкой скоростью, $v = 347 \text{ м с}^{-1}$, в то время как та же акустическая мода вдоль осей [100] и [010] имеет скорость $v = 1305 \text{ м с}^{-1}$ [13–15]. Таким образом, отношение максимальной и минимальной фазовых скоростей звука в каломели для данной акустической моды $r = 3,76$. В кристаллах бромида (Hg_2Br_2) и йодида (Hg_2I_2) ртути отношение акустических скоростей достигает соответственно величин $r = 4,39$ и $r = 4,89$. Наконец, в кристалле парателлурита (TeO_2) коэффициент акустической анизотропии составляет $r = 4,95$. Большая пространственная дисперсия акустических скоростей является причиной существования в кристаллах исключительно больших углов акустического сноса ψ , т.е. углов между волновым вектором и вектором Умова–Пойнтинга. Так, например, в кристалле каломели угол акустического сноса $\psi = 70^\circ$. Аналогично, в кристалле бромида ртути акустический снос достигает величины $\psi = 72^\circ$, а в кристаллах Hg_2I_2 и TeO_2 волновые векторы фазовой и групповой скоростей разделены исключительно большим углом — $\psi = 74^\circ$. Следует отметить, что весьма большие углы акустического сноса характерны и для многих других акустических материалов. Например, угол сноса в кристалле двойного молибдата свинца (Pb_2MoO_5) $\psi = 69^\circ$, а в кристаллическом теллуре $\psi = 56^\circ$ [17].

Необычайно большие углы между фазовой и групповой скоростью акустических волн являются причиной большого числа необычных волновых явлений, наблю-

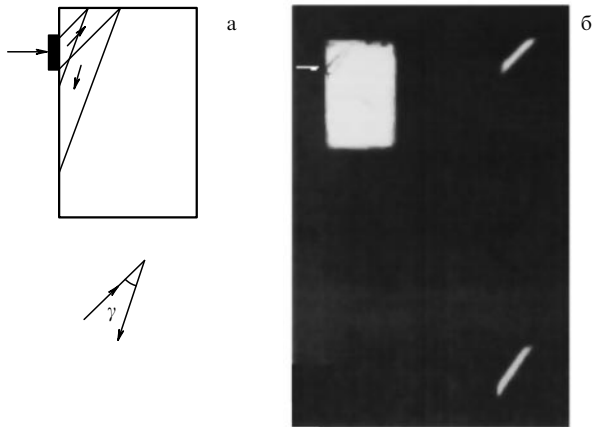


Рис. 5. Близкое к обратному отражение акустической энергии от границы раздела кристалл–вакуум при скользящем падении акустического волнового фронта на границу: (а) общий вид кристалла и направления движения потоков энергии, показанные стрелками; (б) результат визуализации акустических полей в кристалле параллеллурита акустооптическим методом.

дающихся на границах раздела кристалл–вакуум или кристалл–изотропная среда. Примером подобных необычных явлений является близкое к обратному отражению акустической энергии в параллеллурите при скользящем падении волны на свободную границу раздела кристалл–вакуум [15, 16, 18, 19].

Случай скользящего падения упругой энергии на свободную грань кристалла параллеллурита представлен на рис. 5. Пьезоэлектрический преобразователь возбуждает в кристалле акустическую волну с фазовой скоростью и волновым вектором, направленными горизонтально, т.е. под углом падения $\theta = 90^\circ$ относительно нормали $\mathbf{m}$ к верхней границе кристалла. Из рисунка видно, что групповая скорость исходной волны направлена к верхней грани кристалла, поэтому акустическая энергия падает на границу раздела наклонно, как показано на рис. 5а. Оказалось, что при отражении звуковой энергии от верхней грани кристалла вектор групповой скорости отражённой волны оказывается направленным практически навстречу потоку энергии падающей волны. Результаты расчёта предсказывают, что пространственный угол γ между энергетическими потоками падающей и отражённой волн не превышает 6° .

Волновой вектор отражённой акустической волны ориентирован в пространстве в строгом соответствии с известным условием равенства тангенциальных проекций волновых векторов падающей и отражённой волн на границу раздела [14, 15]. При этом необычное обратное распространение отражённой акустической энергии обусловлено большим углом акустического сноса в параллеллурите. Оказалось, что при необычном отражении практически вся энергия падающей акустической волны может без потерь преобразоваться в энергию обратно отражённой волны.

6. Наблюдение необычного отражения акустических волн

Экспериментальное подтверждение эффекта необычного отражения акустических волн было проведено акустооптическим методом при визуализации акустических полей и освещении кристалла TeO_2 широким коллими-

рованным лучом He–Ne-лазера с длиной волны $\lambda = 633$ нм [18, 19]. Продольные акустические волны возбуждались на частоте ультразвука $f = 150$ МГц с помощью пьезоэлектрического преобразователя из ниобата лития. Линейные размеры возбуждателя ультразвука, $0,3 \times 0,5$ см, на несколько порядков превышали длину волны ультразвука в кристалле. Поэтому акустические волны при проведении эксперимента можно было считать плоскими.

Общий вид наблюдаемой дифракционной картины на выходе из кристалла показан на рис. 5б. Присутствие на фотографии визуализированного акустического столба, расположенного в нижнем правом углу рисунка и ориентированного параллельно отражённому акустическому столбу, показанному на рис. 5а, доказывает, что в эксперименте было зарегистрировано именно обратное отражение акустических волн [18, 19]. Измеренный угол γ между векторами групповой скорости падающей и отражённой акустических волн оказался равным 9° при расчётном значении $\gamma = 6^\circ$.

Проведённый анализ показал, что в акустических кристаллах легко реализуются необычные, характерные для оптики случаи распространения, отражения и преломления волн, представленные на рис. 4. Таким образом, как в оптике, так и в акустике можно наблюдать необычные волновые явления с аномальным направлением распространения волн. Эти явления и эффекты, хотя и имеют иную физическую природу, чем в метаматериалах, проявляют себя аналогично тому, как это происходит в дважды отрицательных средах. Следует отметить, что необычное распространение и отражение волн существует не только в анизотропных средах, известных в оптике и акустике. К таким средам, например, относятся тонкие магнитные плёнки, в которых распространение электромагнитных волн также характеризуется большими углами между вектором фазовой скорости и вектором Умова – Пойнтинга [20].

7. Ориентация векторов фазовой и групповой скоростей в анизотропных средах и метаматериалах

Обобщая результаты исследований закономерностей распространения волн в оптических и акустических средах [12, 15–20], можно предложить следующий, единый для электродинамики, оптики и акустики, взгляд на волновые процессы, происходящие в кристаллах, анизотропных средах и искусственных периодических структурах. На рисунке 6 вдоль горизонтального направления (ось x) указано условное направление фазовой скорости плоской объёмной волны в анизотропной среде. Согласно выводам, приведённым в разделе 4, углы между волновым вектором необыкновенно поляризованной световой волны и вектором Умова – Пойнтинга в двулучепреломляющих кристаллах могут быть заключены в пределах $-25^\circ < \psi < 25^\circ$, как показано на рис. 6. В акустически анизотропных средах углы между фазовой и групповой скоростями волн лежат в диапазоне $-74^\circ < \psi < 74^\circ$. Таким образом, практически вся правая половина диаграммы на рис. 6 описывает волновые процессы, характерные для оптики и акустики.

Распространение волн в метаматериалах и акустически дважды отрицательных средах с противоположно направленными волновым вектором и вектором Умова – Пойнтинга соответствует на рис. 6 горизонталь-

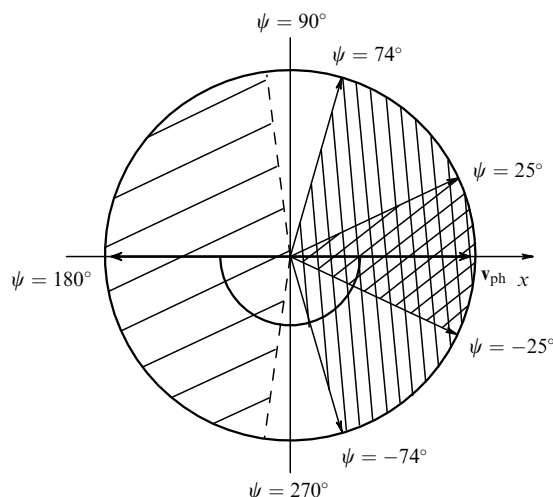


Рис. 6. Ориентация вектора групповой скорости относительно вектора фазовой скорости оптических и акустических волн в кристаллах и метаматериалах.

ному направлению с углом $\psi = 180^\circ$ по отношению к исходному волновому вектору. В связи с этим представляет интерес, каким волнам соответствуют на диаграмме углы сноса энергии, заключённые в пределах $90^\circ < \psi < 180^\circ$ и $180^\circ < \psi < 270^\circ$. Проведённый анализ позволяет высказать предположение о том, что левая часть диаграммы описывает волны в искусственно созданных средах, т.е. метаматериалах. Однако эти среды должны обладать такой анизотропией физических свойств, которая обеспечивает распространение волн не только с противоположно направленными векторами фазовой и групповой скоростей, но и под углами, отличными от $\psi = 180^\circ$. Очевидно, что подобные искусственные среды должны отличаться, помимо прочего, сильной пространственной анизотропией физических свойств.

При рассмотрении данных, представленных на рис. 6, следует отдельно рассмотреть направление групповой скорости, ориентированное под углами $\psi = 90^\circ$ и $\psi = 270^\circ$ к вектору фазовой скорости. Из оптики и акустики известно, что групповая скорость волны в кристалле по абсолютной величине превосходит фазовую, причём эти скорости связаны соотношением $v_{ph} = v_g \cos \psi$, где ψ — угол между фазовой и групповой скоростью [9, 10, 14]. Из последнего соотношения следует, что при углах сноса $\psi = 90^\circ$ и $\psi = 270^\circ$, а также при конечном значении групповой скорости волны её фазовая скорость обращается в нуль. Другими словами, при взаимно ортогональном направлении фазовой и групповой скоростей вообще теряет смысл такое понятие, как "волна". Аналогично, при конечной фазовой скорости из последнего соотношения следует бесконечное значение скорости передачи энергии, что также противоречит физическому смыслу. Таким образом, можно предположить, что в оптических и акустических средах волновых процессов с ортогонально направленными фазовой и групповой скоростью объёмных волн не существует.

8. Заключение

Описание волновых акустических процессов непосредственно на основе уравнений гидродинамики и записанного для них аналога уравнения Липпмана–Швингера

корректно как для классических (положительных), так и для отрицательных сред. Распространение пакета в пластине из отрицательной среды в предположении об отсутствии в ней дисперсии вызывает появление пакета-предвестника за пластиной, что противоречит принципу причинности. Этого не возникает в случае, когда отклик метасреды носит резонансный характер.

Сильная анизотропия оптических и упругих свойств кристаллов приводит к необычному распространению и "отрицательному" отражению волн в этих материалах. Отражение упругих волн от свободной поверхности, разделяющей кристалл и вакуум, может сопровождаться распространением энергии отражённой волны практически в обратном направлении по отношению к энергетическому потоку падающей волны.

Работа выполнена при поддержке грантами Президента РФ НШ 4590.2010.2, МК 2041.2011.5 и МК-1643.2011.8, а также грантами 10-02-00636а, 10-05-00229а и 10-07-00683а Российского фонда фундаментальных исследований. Исследования по теме работы поддержаны грантом фонда CRDF RUP1-1663-MO-06 и грантом Правительства Российской Федерации 2010-220-01-077, договор 11.G34.31.0005.

Список литературы

1. Веселаго В Г *УФН* **92** 517 (1967) [Veselago V G *Sov. Phys. Usp.* **10** 509 (1968)]
2. Smith D R et al. *Phys. Rev. Lett.* **84** 4184 (2000)
3. Буров В А, Дмитриев К В, Сергеев С Н *Акуст. журн.* **55** 292 (2009) [Burov V A, Dmitriev K V, Sergeev S N *Acoust. Phys.* **55** 298 (2009)]
4. Chan C T, Li J, Fung K H *J. Zhejiang Univ. Science A* **7** 24 (2006)
5. Li J, Chan C T *Phys. Rev. E* **70** 055602(R) (2004)
6. Wu Y, Lai Y, Zhang Z-Q *Phys. Rev. B* **76** 205313 (2007)
7. Smith D R, Kroll N *Phys. Rev. Lett.* **85** 2933 (2000)
8. Блюх К Ю, Блюх Ю П *УФН* **174** 439 (2004) [Bliokh K Yu, Bliokh Yu P *Phys. Usp.* **47** 393 (2004)]
9. Born M, Wolf E *Principles of Optics* (Oxford: Pergamon Press, 1969) [Борн М, Вольф Э *Основы оптики* (М.: Наука, 1970)]
10. Yariv A, Yeh P *Optical Waves in Crystals* (New York: Wiley, 1984) [Ярив А, Юх П *Оптические волны в кристаллах* (М.: Мир, 1987)]
11. Балакий В И, Парыгин В Н, Чирков Л Е *Физические основы акустооптики* (М.: Радио и связь, 1985)
12. Волошинов В Б, Москера Х С *Оптика и спектроскопия* **101** 675 (2006) [Voloshinov V B, Mosquera J C *Opt. Spectrosc.* **101** 635 (2006)]
13. Блистанов А А и др. *Акустические кристаллы* (Под ред. М П Шаскольской) (М.: Наука, 1982)
14. Auld B A *Acoustic Fields and Waves in Solids* (Malabar, Fla.: R.E. Krieger, 1990)
15. Voloshinov V B, Polikarpova N V, Declercq N F *J. Acoust. Soc. Am.* **125** 772 (2009)
16. Волошинов В Б, Поликарпова Н В, Можаяев В Г *Акуст. журн.* **52** 297 (2006) [Voloshinov V B, Polikarpova N V, Mozhaev V G *Acoust. Phys.* **52** 245 (2006)]
17. Voloshinov V B et al. *J. Opt. A* **10** 095002 (2008)
18. Voloshinov V B, Polikarpova N V *Appl. Opt.* **48** C55 (2009)
19. Волошинов В Б, Макаров О Ю, Поликарпова Н В *Письма в ЖТФ* **31** (8) 79 (2005) [Voloshinov V B, Makarov O Yu, Polikarpova N V *Tech. Phys. Lett.* **31** 352 (2005)]
20. Локк Э Г *УФН* **178** 397 (2008) [Lock E H *Phys. Usp.* **51** 375 (2008)]