

## КОНФЕРЕНЦИИ И СИМПОЗИУМЫ

## Электромагнитные и акустические волны в метаматериалах и структурах

Научная сессия Отделения физических наук  
Российской академии наук, 24 февраля 2011 г.

PACS number: 01.10.Fv

DOI: 10.3367/UFNr.0181.201111g.1201

24 февраля 2011 г. в конференц-зале Физического института им. П.Н. Лебедева Российской академии наук (РАН) состоялась научная сессия Отделения физических наук РАН "Электромагнитные и акустические волны в метаматериалах и структурах".

Объявленная на web-сайте ОФН РАН [www.grad.ac.ru](http://www.grad.ac.ru) повестка заседания содержала следующие доклады:

1. **Веселаго В.Г.** (Институт общей физики имени А.М. Прохорова РАН, Москва; Московский физико-технический институт, г. Долгопрудный, Московская обл.). *Волны в метаматериалах: их роль в современной физике.*

2. **Буров В.А., Волошинов В.Б., Дмитриев К.В., Поликарпова Н.В.** (Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Москва). *Акустические волны в метаматериалах, анизотропных кристаллах и структурах с аномальным преломлением.*

3. **Шварцбург А.Б.** (Объединённый институт высоких температур РАН, Москва), **Ерохин Н.С.** (Институт космических исследований РАН, Москва). *Резонансное туннелирование сверхкоротких электромагнитных импульсов в градиентных метаматериалах: парадоксы и перспективы.*

4. **Петников В.Г.** (Институт общей физики имени А.М. Прохорова РАН, Москва), **Стромков А.А.** (Институт прикладной физики РАН, Нижний Новгород). *Фокусировка низкочастотных звуковых полей на океанском шельфе.*

5. **Лучинин А.Г., Хилько А.И.** (Институт прикладной физики РАН, Нижний Новгород). *Маломодовая акустика мелкого моря.*

6. **Есипов И.Б.** (Научный совет по акустике РАН, Москва). *Основные результаты 2010 г. в области акустики, представленные на Сессии Совета РАН.*

Статьи, написанные на основе докладов, публикуются ниже.

PACS numbers: 41.20.Jb, **42.25.-p**, 81.05.Xi  
DOI: 10.3367/UFNr.0181.201111h.1201

### Волны в метаматериалах: их роль в современной физике

В.Г. Веселаго

Данный доклад посвящён обсуждению не только уже известных параметров метаматериалов, но и тех их свойств, которые до сих пор не привлекали должного внимания исследователей, причём эти свойства, как оказалось, имеют принципиальное значение для понимания некоторых базовых основ физики, в частности релятивистской.

Под термином "метаматериалы" сейчас понимаются композитные искусственные кристаллы, построенные из элементов макроскопического размера, погружённых в однородную среду с малым поглощением электромагнитного излучения. При этом речь идёт о свойствах таких материалов по отношению к электромагнитному излучению с длинами волн  $\lambda > d$ , где  $d$  — характерный размер постоянной решётки кристалла. В обратном случае,  $d > \lambda$ , говорят о фотонных кристаллах, но этот случай мы сейчас не рассматриваем.

Интерес к метаматериалам обусловлен, в частности, тем, что, подбирая размер, форму и концентрацию макроскопических элементов, из которых состоит данный материал, можно в достаточно широких пределах изменять его диэлектрическую ( $\epsilon$ ) и магнитную ( $\mu$ ) проницаемости и коэффициент преломления  $n = \sqrt{\epsilon\mu}$ . Особенно интересен тот факт, что часто можно обеспечить отрицательные величины  $\epsilon$  и  $\mu$  и тем самым отрицательность  $n$ . Электродинамические свойства таких материалов с  $\epsilon, \mu$  и  $n < 0$  были изложены в самом общем виде в работе [1], хотя в то время не были известны соответствующие среды, а само понятие "метаматериалы" отсутствовало. В этой первой работе также отсутствовал раздел, излагающий историю вопроса, которую, наверное, целесообразно дать сейчас,

**В.Г. Веселаго.** Институт общей физики им. А.М. Прохорова РАН, Москва, РФ; Московский физико-технический институт, Московская обл., РФ. E-mail: [v.veselago@relcom.ru](mailto:v.veselago@relcom.ru)

## История отрицательного коэффициента преломления

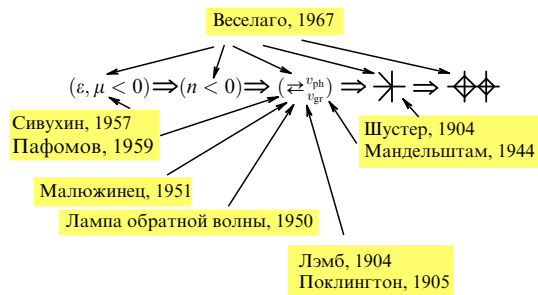


Рис. 1. Краткая история и логика развития отрицательного коэффициента преломления — от отрицательных  $\epsilon$  и  $\mu$  до плоской линзы.

обратившись к рис. 1, на котором представлена логика развития этого вопроса и его история в графическом виде.

По-видимому, первым, кто указал на саму возможность одновременной отрицательности  $\epsilon$  и  $\mu$ , был Сивухин [2], однако он сомневался в реальности существования подобных материалов и даже не упомянул об этой проблеме в своём известном курсе физики. Что касается Пафомова [3], то он ограничился в основном рассмотрением эффекта Черенкова в материалах с отрицательными  $\epsilon$  и  $\mu$ . И Сивухин, и Пафомов совершенно справедливо указывали на то, что в средах с отрицательными  $\epsilon$  и  $\mu$  фазовая и групповая скорости волн направлены антипараллельно. Надо иметь в виду, что в то время уже были известны электронные устройства, в частности длинные линии [4] и лампы обратной волны [5], в которых были реализованы такие волны, но, конечно, подобные устройства не могли быть в принципе описаны на языке каких-либо  $\epsilon$ ,  $\mu$  и  $n$ .

Л.И. Манделъштам в своих лекциях [6], ссылаясь на Лэмба [7], дал очень ясную физическую картину распространения электромагнитных волн в средах с противоположно направленными групповой и фазовой скоростями, но он не пользовался понятиями диэлектрической и магнитной проницаемостей и коэффициента преломления, тем более понятием отрицательного коэффициента преломления. В то же время Манделъштам подробно рассмотрел несколько необычную в этом случае реализацию хода лучей через границу среды, у которой фазовая и групповая скорости антипараллельны. В этом случае падающий и преломлённый лучи расположены по одну сторону от перпендикуляра к границе раздела двух сред, хотя, по-видимому, первым, кто указал на такую возможность и опубликовал соответствующий рисунок, был Шустер [8]. Примерно в то же время была опубликована и работа Поклингтона [9].

Надо сказать, что до появления нашей работы [1] само понятие "отрицательный коэффициент преломления" не употреблялось, а в этой статье впервые была строго прослежена логическая цепь "отрицательные  $\epsilon$  и  $\mu \rightarrow$  отрицательный коэффициент преломления  $n \rightarrow$  антипараллельность фазовой и групповой скоростей  $\rightarrow$  реализация закона Снеллиуса в случае отрицательного  $n \rightarrow$  плоская линза". Здесь уместно упомянуть, что в ряде работ не делается различия между терминами "отрицательное преломление" и "отрицательный коэффициент преломления". Первый термин соответствует давно известному, хорошо наблюдаемому, например, в про-

зрачных телах с двулучепреломлением явлению, при котором преломлённый и падающий лучи располагаются по одну сторону от перпендикуляра к поверхности, разделяющей два прозрачных тела. Однако в этом случае для закона Снеллиуса

$$\frac{\sin \varphi}{\sin \phi} = n \quad (1)$$

нельзя указать универсальный коэффициент преломления  $n$ , не зависящий от угла падения  $\varphi$ . Если величина  $n$  является отрицательной и не зависит от угла падения  $\varphi$ , то именно в этом случае можно говорить об отрицательном коэффициенте преломления.

Как уже говорилось, метаматериалы открыли новую возможность синтеза и конструирования веществ с новыми, до сих пор неизвестными, свойствами и создания на их основе весьма интересных и перспективных приложений. Укажем на два из них, которые инициировали очень большое количество публикаций.

Так, в пионерской работе [10] Пендри указал на возможность получения суперразрешения при передаче изображения с помощью плоской линзы из метаматериала с коэффициентом преломления  $n = -1$ . Согласно Пендри, это суперразрешение, невозможное в пределе геометрической оптики, возникает за счёт распространения так называемых эванесцентных мод, а точнее — ближнего поля.

Второй возможностью, возникшей после появления метаматериалов, оказалась возможность создания так называемой шапки-невидимки, т.е. покрытия из метаматериалов, которые делают невидимой некоторую область пространства [11]. Такая, уже реализованная, возможность послужила началом так называемой трансформационной оптики, которая сводится, по существу, как бы к изменению геометрических свойств пространства путём размещения в нём метаматериалов с заранее определёнными параметрами [12].

Весьма важным, с нашей точки зрения, является тот факт, что появление метаматериалов послужило спусковым крючком для постановки и решения весьма важных фундаментальных проблем физики. Эта проблематика связана, в частности, с постановкой и решением, казалось бы, очень простого вопроса: если в среде с отрицательным преломлением волновой вектор  $\mathbf{k}$  отрицателен, так как направлен в противоположную сторону относительно вектора Умова–Пойнтинга  $\mathbf{S}$ , то означает ли это, что импульс поля в такой среде также будет отрицателен и направлен в сторону, противоположную направлению распространения волны, которое мы считаем совпадающим с направлением вектора  $\mathbf{S}$ ? Короче говоря, вопрос очень прост: можно ли, в соответствии с принципом корпускулярно-волнового дуализма, считать, что соотношение

$$p = \hbar k \quad (2)$$

справедливо и в случае отрицательных  $k$ ? Если "да", то это будет означать, что при поглощении и отражении волн, распространяющихся в средах с отрицательным  $k$ , световое давление будет заменяться световым притяжением. Как ни странно, этот вопрос впервые был поставлен только в нашей статье [1]; более подробно он рассмотрен в работе [13].

Самое удивительное, что до недавнего времени не было полной ясности даже в более простом вопросе: в

какой мере соотношение (1) определяет величину импульса электромагнитного излучения при положительном  $k$ ? Более того, часто подвергается сомнению правомочность введения самого термина "импульс электромагнитного поля" для излучения, распространяющегося в веществе. Оправданием для сомнения такого рода является тот факт, что распространение поля в веществе обязательно сопровождается некоторыми, пусть микроскопическими, движениями частиц вещества, в котором распространяется поле, и поэтому в общем случае невозможно или по крайней мере затруднительно отделить импульс собственно поля от импульса вещества. Это обстоятельство легко интерпретировать, если воспользоваться для определения сил, действующих со стороны поля на вещество, релятивистским подходом в четырёхмерной форме. Следуя этому подходу, для любой замкнутой системы можно ввести четырёхмерный тензор энергии-импульса  $T_{ik}$ , такой, что его четырёхмерная дивергенция равна нулю:

$$\frac{\partial T_{ik}}{\partial x_k} = 0. \quad (3)$$

Пусть теперь данная система может быть разделена на две подсистемы: электромагнитное поле в некоторой области с тензором  $T_{ik}^f$ , зависящим только от напряжённости и индукций поля  $E$ ,  $H$ ,  $D$  и  $B$ , и собственно вещество с тензором  $T_{ik}^m$ , так что  $T_{ik} = T_{ik}^f + T_{ik}^m$ . Тогда можно записать

$$f_i = \frac{\partial T_{ik}^f}{\partial x_k} = - \frac{\partial T_{ik}^m}{\partial x_k}. \quad (4)$$

Здесь  $f_i = \partial T_{ik}^f / \partial x_k$  и есть искомая сила, действующая на вещество со стороны поля. В развиваемом подходе присутствует, к сожалению, одна существенная проблема, а именно: до сих пор нет полной ясности в зависимости тензора  $T_{ik}^f$  от переменных поля. Наиболее часто обсуждаются две возможные формы тензора  $T_{ik}^f$ : форма Минковского [14] и форма Абрагама [15] (см. приложение). Различие между этими двумя формами тензоров, которое в англоязычной литературе часто называют "Minkowski–Abraham controversy", казалось бы, невелико, и оно сводится только к различию в величине плотности импульса поля  $\mathbf{g}$ , которая согласно Минковскому имеет вид  $\mathbf{g} = [\mathbf{BD}]/(4\pi c)$ , а согласно Абрагаму —  $\mathbf{g} = [\mathbf{EH}]/(4\pi c)$ . Однако это различие приобретает принципиальный характер, как только мы начнём обсуждать силы, которые возникают в прозрачном теле, когда сквозь него распространяется электромагнитная волна. В частности, различие в величинах  $\mathbf{g}$  приводит к различной величине силы, которая действует на поглотитель излучения, а также к различной силе отдачи, действующей на излучатель поля. Оценка последней силы играет ключевую роль при обсуждении предложенного ещё Эйнштейном [16] мысленного эксперимента, который сейчас часто называют ящиком Эйнштейна. Именно этот мысленный эксперимент даёт наиболее ясное подтверждение того положения, что перенос от излучателя к приёмнику в вакууме энергии  $E$  сопровождается переносом массы  $m$ , равной

$$m = \frac{E}{c^2}. \quad (5)$$

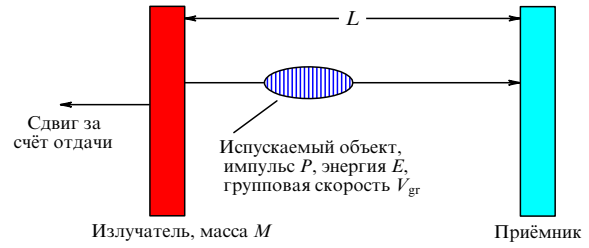


Рис. 2. Процесс испускания объекта излучателем и поглощения его приёмником.

Рассмотрим сейчас в наиболее общем виде, следуя рис. 2, этот процесс переноса от излучателя к приёмнику некоторого объекта с энергией  $E$  и импульсом  $P$ , не уточняя вначале связи между этими двумя величинами и не обсуждая даже природы объекта, переносящего энергию и импульс.

После испускания объекта с импульсом  $P$  излучатель приобретает скорость

$$V = \frac{P}{M}, \quad (6)$$

а объект достигает приёмника за время

$$t = \frac{L}{V_{gr}}. \quad (7)$$

За это время излучатель перемещается влево на расстояние

$$\Delta x = Vt = \frac{PL}{MV_{gr}}. \quad (8)$$

Это соотношение удобно переписать в виде

$$\Delta x M = \frac{P}{V_{gr}} L. \quad (9)$$

С учётом того, что в течение всего времени движения положение центра инерции всей системы должно оставаться неизменным, из (9) становится очевидным, что за это время вправо на расстояние  $L$  должна переместиться масса

$$m = \frac{P}{V_{gr}}. \quad (10)$$

Теперь уместно обратиться к зависимости, связывающей между собой импульс  $P$  и энергию  $E$ . Очень важно отметить, что эта зависимость различна для объектов различной природы. Так, если излучаемый объект является импульсом поля (волновым пакетом, фотоном), то для него связь между  $P$  и  $E$  имеет вид

$$P = \frac{E}{V_{ph}}. \quad (11)$$

Это выражение является прямым следствием принципа корпускулярно-волнового дуализма, т.е. соотношений  $E = h\omega$  и  $P = hk$ . Подставляя (11) в (10), получаем

$$m = \frac{E}{V_{ph} V_{gr}}. \quad (12)$$

В том случае, если излучаемым объектом является материальное тело (брошенный камень, летящая пуля, элементарная частица), для такого тела вместо (11)

можно написать, следуя [17],

$$P = \frac{E}{c^2} V_{\text{gr}}, \quad (13)$$

и подстановка этого выражения в (10) даёт общеизвестное соотношение

$$m = \frac{E}{c^2}. \quad (14)$$

Вышеприведённые рассуждения основываются прежде всего на том факте, что электромагнитное поле и материальные частицы имеют существенно различную связь между энергией и импульсом, как это видно из соотношений (11) и (13). Это различие обусловлено тем фактом, что к материальным частицам может быть применено преобразование Лоренца, которое и обеспечивает справедливость соотношения (13), и, как следствие, справедливость фундаментального соотношения (14) для процесса переноса массы от излучателя к приёмнику. Если такой перенос массы и энергии происходит посредством электромагнитного поля, то следует использовать связь между энергией и импульсом в виде (11), что и даёт для переносимой массы соотношение (12).

Нетрудно увидеть, что при распространении света в вакууме, когда

$$V_{\text{ph}} = V_{\text{gr}} = c, \quad (15)$$

оба соотношения, (11) и (13), дают для переносимой массы "стандартную" величину (14). Можно указать ещё по меньшей мере три объекта, кроме электромагнитной волны в вакууме, для которых выполняются соотношения  $V_{\text{ph}} V_{\text{gr}} = c^2$  и, как следствие, (14):

- а) электромагнитная волна в плазме;
- б) электромагнитная волна в пустом волноводе;
- в) волны де Бройля, связанные с энергией и импульсом материальных тел соотношениями  $E = h\omega$  и  $P = hk$ .

Таким образом, можно утверждать, что наиболее общей формулой, связывающей переносимую энергию с переносимой массой, является (12), а (14) представляет собой только её частную реализацию для случая  $V_{\text{ph}} V_{\text{gr}} = c^2$ . Интересно отметить, что сам приведённый выше вывод общеизвестной формулы (14), основанный на работе Эйнштейна [16], никак не связан с теорией относительности: он не содержит ссылок ни на преобразование Лоренца, ни на постулат о предельности скорости света, ни на постулат о совпадении всех физических законов в инерциальных системах. Этот вывод основывается только на законах классической физики, в частности на законах сохранения.

Следствием соотношений (11) и (12) являются несколько необычные утверждения, в частности утверждения о том, что в среде с отрицательным коэффициентом преломления световое давление заменяется световым притяжением [1], а перенос излучения от излучателя к приёмнику сопровождается переносом массы в обратном направлении — от приёмника к излучателю [13]. При этом следует иметь в виду, что факт переноса массы от излучателя к приёмнику (или наоборот) не означает, что само излучение имеет некоторую массу [18].

Вернёмся теперь к проблеме "Minkowski – Abraham controversy".

Тензор в форме Минковского [14] может быть получен непосредственным вычислением исходя из уравнений Максвелла, как это сделано, например, в книге [22]. По

мнению многих авторов, недостатком тензора Минковского является его несимметричность. Именно это обстоятельство заставило в своё время Абрагама [15] сделать этот тензор симметричным путём изменения величины импульса поля  $g$ . Однако это изменение привело к тому, что тензор Абрагама перестал быть ковариантным, что показано прямым вычислением в работе [19]. Поэтому тензор Абрагама нельзя применять для вычисления сил, действующих со стороны поля на вещество в соответствии с (4). Следует заметить, что само требование симметричности тензора не является на самом деле обязательным, как показано, в частности, в книге Меллера [20].

В книгах [20, 22] компоненты тензора Минковского представлены в виде функций от  $\mathbf{E}$ ,  $\mathbf{H}$ ,  $\mathbf{D}$  и  $\mathbf{V}$ . Однако компоненты тензора Минковского можно выразить в эквивалентной форме через плотность энергии  $W$  и компоненты четырёхмерного волнового вектора  $K_i = (\mathbf{k}, \omega/c)$  и четырёхмерной групповой скорости

$$U_k = \left( \frac{\mathbf{u}}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}, \frac{c}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} \right).$$

Эта форма для  $T_{ik}$  будет иметь вид [21]

$$T_{ik} = \frac{W}{\omega} \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}} K_i U_k. \quad (16)$$

Учитывая, что плотность импульса  $g_x = T_{x4}/c$ , мы получаем из (16) соотношение между  $W$  и  $g$ :

$$g_x = \frac{W k_x}{\omega}, \quad (17)$$

что с точностью до обозначений эквивалентно (11).

Что касается тензора Абрагама, то требование его симметричности приводит, в частности, к равенству

$$g = \frac{S}{c^2}, \quad (18)$$

из которого, с учётом известного соотношения  $S = W V_{\text{gr}}$ , в свою очередь, следует зависимость

$$g = \frac{W V_{\text{gr}}}{c^2}, \quad (19)$$

полностью эквивалентная выражению (13).

Таким образом, тензор Минковского трактует импульс поля как импульс волны, а в тензоре Абрагама импульс поля — это, по сути, импульс материальной частицы.

Здесь уместно сделать ещё одно критическое замечание относительно тензора Абрагама, которое касается его пространственных компонент. Эти пространственные компоненты, по сути, совпадают с пространственными компонентами тензора Минковского. В то же время каждая пространственная компонента, например с индексом  $ik$ , равна произведению плотности импульса  $i$ -го направления и  $k$ -й компоненты групповой скорости или, иными словами, потоку импульса  $i$ -го направления в  $k$ -м направлении. Ясно, что если плотности импульса по Минковскому и Абрагаму различны, то и пространственные компоненты двух тензоров должны различаться. На самом деле этого нет, и именно это обстоятельство лишает тензор Абрагама релятивистской инвариантности. По-видимому, Абрагам, изменив временные компо-

ненты тензора, просто "забыл" изменить пространственные компоненты.

Нам представляется, что вышеприведённое рассмотрение "Minkowski – Abraham controversy" полностью его разрешает в пользу тензора Минковского.

В заключение имеет смысл сформулировать основные положения данного доклада.

1. Масса, переносимая электромагнитным полем в веществе от излучателя к приёмнику, выражается в виде

$$m = \frac{E}{V_{ph}V_{gr}}.$$

Соотношение  $E = mc^2$  является частным случаем вышеприведённого соотношения.

2. Внутри материала с отрицательным преломлением световое давление заменяется световым притяжением, а масса переносится светом не от излучателя к приёмнику, а наоборот, от приёмника к излучателю.

3. Тензор Абрагама не является релятивистски ковариантным и в общем случае не может использоваться для вычисления сил, действующих со стороны электромагнитного поля на вещество. Эти силы могут быть вычислены на основе тензора Минковского.

## Приложение

Тензор энергии-импульса в наиболее общем виде записывается как [22]

$$T_{ik} = \begin{bmatrix} T_{\alpha\beta} & -ic\mathbf{g} \\ -\frac{i}{c}\mathbf{S} & W \end{bmatrix}. \quad (20)$$

Здесь  $T_{\alpha\beta}$  — пространственные компоненты тензора,  $\alpha, \beta = x, y, z$ ;  $\mathbf{g}$  — плотность импульса поля;  $\mathbf{S}$  — вектор Умова – Пойнтинга;  $W$  — плотность энергии поля.

Отдельные компоненты тензора энергии-импульса в форме Минковского имеют вид

$$T_{\alpha\beta} = \frac{1}{4\pi}(E_\alpha D_\beta + H_\alpha B_\beta) - \frac{1}{8\pi} \delta_{\alpha\beta}(\mathbf{E}\mathbf{D} + \mathbf{H}\mathbf{B}),$$

$$\mathbf{S} = \frac{c}{4\pi} [\mathbf{E}\mathbf{H}], \quad \mathbf{g} = \frac{1}{4\pi c} [\mathbf{D}\mathbf{B}], \quad W = \frac{1}{8\pi}(\mathbf{E}\mathbf{D} + \mathbf{H}\mathbf{B}).$$

Те же компоненты тензора в форме Абрагама:

$$T_{\alpha\beta} = \frac{1}{8\pi}(E_\alpha D_\beta + E_\beta D_\alpha + H_\alpha B_\beta + H_\beta B_\alpha) - \frac{1}{8\pi} \delta_{\alpha\beta}(\mathbf{E}\mathbf{D} + \mathbf{H}\mathbf{B}),$$

$$\mathbf{S} = \frac{c}{4\pi} [\mathbf{E}\mathbf{H}], \quad \mathbf{g} = \frac{1}{4\pi c} [\mathbf{E}\mathbf{H}], \quad W = \frac{1}{8\pi}(\mathbf{E}\mathbf{D} + \mathbf{H}\mathbf{B}).$$

Приведённая здесь формула для плотности энергии  $W$  может быть представлена в виде  $W = (1/8\pi)(\epsilon E^2 + \mu H^2)$ , но её применение в таком виде подразумевает, что обе проницаемости,  $\epsilon$  и  $\mu$ , — существенно положительные величины. Если  $\epsilon$  и  $\mu$  отрицательны, то выражение для  $W$  принимает вид [23]

$$W = \frac{1}{8\pi} \left[ \frac{\partial(\epsilon\omega)}{\partial\omega} E^2 + \frac{\partial(\mu\omega)}{\partial\omega} H^2 \right]. \quad (21)$$

## Список литературы

1. Веселаго В Г *УФН* **92** 517 (1967) [Veselago V G *Sov. Phys. Usp.* **10** 509 (1968)]
2. Сивухин Д В *Оптика и спектроскопия* **3** 308 (1957)
3. Пафомов В Е *ЖЭТФ* **36** 1853 (1959) [Pafomov V E *Sov. Phys. JETP* **9** 1321 (1959)]
4. Малюжинец Г Д *ЖТФ* **21** 940 (1951)
5. Лебедев И В *Техника и приборы СВЧ* Т. 2, 2-е изд. (М.: Высшая школа, 1972)
6. Мандельштам Л И *ЖЭТФ* **15** 475 (1945); *Полное собрание трудов* Т. 2 (Под ред. М А Леонтовича) (М.: Изд-во АН СССР, 1947) с. 334; *Полное собрание трудов* Т. 5 (Под ред. М А Леонтовича) (М.: Изд-во АН СССР, 1950) с. 419
7. Lamb H *Proc. London Math. Soc.* **1** 473 (1904)
8. Schuster A *An Introduction to the Theory of Optics* (London: Edward Arnold and Co., 1928) [Шустер А *Введение в теоретическую оптику* (Л.–М.: ОНТИ, 1935)]
9. Pocklington H C *Nature* **71** 607 (1905)
10. Pendry J B *Phys. Rev. Lett.* **85** 3966 (2000)
11. Pendry J B, Schurig D, Smith D R *Science* **312** 1780 (2006)
12. Кильдишев А В, Шалаев В М *УФН* **181** 59 (2011) [Kildishev A V, Shalaev V M *Phys. Usp.* **54** 53 (2011)]
13. Веселаго В Г *УФН* **179** 689 (2009) [Veselago V G *Phys. Usp.* **52** 649 (2009)]
14. Minkowski H *Göttingen Nachr.* **53** (1908); *Math. Ann.* **68** 472 (1910)
15. Abraham M *Palermo Rend.* **28** 1 (1909); *Palermo Rend.* **30** 33 (1910)
16. Einstein A *Ann. Physik* **20** 627 (1906) [Эйнштейн А *Собрание научных трудов* Т. 1 (М.: Наука, 1965) с. 39]
17. Ландау Л Д, Лифшиц Е М *Теория поля* (М.: Наука, 1973) с. 43 [Landau L D, Lifshitz E M *The Classical Theory of Fields* (Oxford: Pergamon Press, 1983)]
18. Окунь Л Б *УФН* **170** 1366 (2000) [Okun' L B *Phys. Usp.* **43** 1270 (2000)]
19. Веселаго В Г, Шавлев В В *УФН* **180** 331 (2010) [Veselago V G, Shchavlev V V *Phys. Usp.* **53** 317 (2010)]
20. Møller C *The Theory of Relativity* (Oxford: Clarendon Press, 1972) [Мёллер К *Теория относительности* (М.: Атомиздат, 1975) с. 145]
21. Полевой В Г, Рытов С М *УФН* **125** 549 (1978) [Polevoi V G, Rytov S M *Sov. Phys. Usp.* **21** 630 (1978)]
22. Угаров В А *Специальная теория относительности* (М.: Наука, 1977)
23. Ландау Л Д, Лифшиц Е М *Электродинамика сплошных сред* (М.: Наука, 1982) с. 382 [Landau L D, Lifshitz E M *Electrodynamics of Continuous Media* (Oxford: Pergamon Press, 1984)]

PACS numbers: 43.20.Dk, 43.20.Fn, 78.20.Ci, 81.05.Zx  
DOI: 10.3367/UFNr.0181.201111i.1205

## Акустические волны в метаматериалах, кристаллах и структурах с аномальным преломлением

В.А. Буров, В.Б. Волошинов,  
К.В. Дмитриев, Н.В. Поликарпова

### 1. Введение

В настоящее время в литературе проявляется повышенный интерес к средам, в которых распространение волн происходит "необычным" образом. К подобным средам,

В.А. Буров, В.Б. Волошинов, К.В. Дмитриев, Н.В. Поликарпова.  
Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова,  
физический факультет, Москва, РФ  
E-mail: burov@phys.msu.ru, volosh@phys.msu.ru