

КОНФЕРЕНЦИИ И СИМПОЗИУМЫ

## Электромагнитные и акустические волны в метаматериалах и структурах

*Научная сессия Отделения физических наук  
Российской академии наук, 24 февраля 2011 г.*

PACS number: 01.10.Fv

DOI: 10.3367/UFNr.0181.201111g.1201

24 февраля 2011 г. в конференц-зале Физического института им. П.Н. Лебедева Российской академии наук (РАН) состоялась научная сессия Отделения физических наук РАН "Электромагнитные и акустические волны в метаматериалах и структурах".

Объявленная на web-сайте ОФН РАН [www.gpad.ac.ru](http://www.gpad.ac.ru) повестка заседания содержала следующие доклады:

1. **Веселаго В.Г.** (Институт общей физики имени А.М. Прохорова РАН, Москва; Московский физико-технический институт, г. Долгопрудный, Московская обл.). *Волны в метаматериалах: их роль в современной физике.*

2. **Буров В.А., Волошинов В.Б., Дмитриев К.В., Поликарпова Н.В.** (Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Москва). *Акустические волны в метаматериалах, анизотропных кристаллах и структурах с аномальным преломлением.*

3. **Шварцбург А.Б.** (Объединённый институт высоких температур РАН, Москва), **Ерохин Н.С.** (Институт космических исследований РАН, Москва). *Резонансное туннелирование сверхкоротких электромагнитных импульсов в градиентных метаматериалах: парадоксы и перспективы.*

4. **Петников В.Г.** (Институт общей физики имени А.М. Прохорова РАН, Москва), **Стромков А.А.** (Институт прикладной физики РАН, Нижний Новгород). *Фокусировка низкочастотных звуковых полей на океанском шельфе.*

5. **Лучинин А.Г., Хилько А.И.** (Институт прикладной физики РАН, Нижний Новгород). *Маломодовая акустика мелкого моря.*

6. **Есинов И.Б.** (Научный совет по акустике РАН, Москва). *Основные результаты 2010 г. в области акустики, представленные на Сессии Совета РАН.*

Статьи, написанные на основе докладов, публикуются ниже.

PACS numbers: 41.20.Jb, **42.25.-p**, 81.05.Xi  
DOI: 10.3367/UFNr.0181.201111h.1201

## Волны в метаматериалах: их роль в современной физике

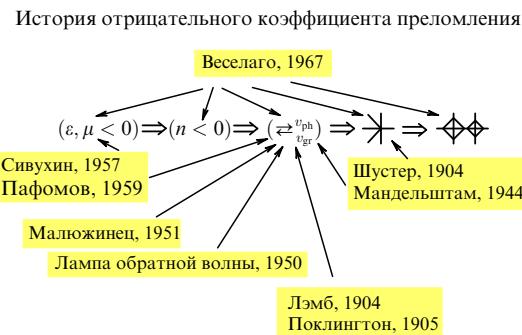
В.Г. Веселаго

Данный доклад посвящён обсуждению не только уже известных параметров метаматериалов, но и тех их свойств, которые до сих пор не привлекали должного внимания исследователей, причём эти свойства, как оказалось, имеют принципиальное значение для понимания некоторых базовых основ физики, в частности релятивистской.

Под термином "метаматериалы" сейчас понимаются композитные искусственные кристаллы, построенные из элементов макроскопического размера, погруженных в однородную среду с малым поглощением электромагнитного излучения. При этом речь идёт о свойствах таких материалов по отношению к электромагнитному излучению с длинами волн  $\lambda > d$ , где  $d$  — характерный размер постоянной решётки кристалла. В обратном случае,  $d > \lambda$ , говорят о фотонных кристаллах, но этот случай мы сейчас не рассматриваем.

Интерес к метаматериалам обусловлен, в частности, тем, что, подбирая размер, форму и концентрацию макроскопических элементов, из которых состоит данный материал, можно в достаточно широких пределах изменять его диэлектрическую ( $\epsilon$ ) и магнитную ( $\mu$ ) проницаемости и коэффициент преломления  $n = \sqrt{\epsilon\mu}$ . Особенно интересен тот факт, что часто можно обеспечить отрицательные величины  $\epsilon$  и  $\mu$  и тем самым отрицательность  $n$ . Электродинамические свойства таких материалов с  $\epsilon, \mu$  и  $n < 0$  были изложены в самом общем виде в работе [1], хотя в то время не были известны соответствующие среды, а само понятие "метаматериалы" отсутствовало. В этой первой работе также отсутствовал раздел, излагающий историю вопроса, которую, наверное, целесообразно дать сейчас,

**В.Г. Веселаго.** Институт общей физики им. А.М. Прохорова РАН, Москва, РФ; Московский физико-технический институт, Московская обл., РФ. E-mail: v.veselago@relcom.ru



**Рис. 1.** Краткая история и логика развития отрицательного коэффициента преломления — от отрицательных  $\epsilon$  и  $\mu$  до плоской линзы.

обратившись к рис. 1, на котором представлена логика развития этого вопроса и его история в графическом виде.

По-видимому, первым, кто указал на саму возможность одновременной отрицательности  $\epsilon$  и  $\mu$ , был Сивухин [2], однако он сомневался в реальности существования подобных материалов и даже не упомянул об этой проблеме в своём известном курсе физики. Что касается Пафомова [3], то он ограничился в основном рассмотрением эффекта Черенкова в материалах с отрицательными  $\epsilon$  и  $\mu$ . И Сивухин, и Пафомов совершенно справедливо указывали на то, что в средах с отрицательными  $\epsilon$  и  $\mu$  фазовая и групповая скорости волн направлены антипараллельно. Надо иметь в виду, что в то время уже были известны электронные устройства, в частности длинные линии [4] и лампы обратной волны [5], в которых были реализованы такие волны, но, конечно, подобные устройства не могли быть в принципе описаны на языке каких-либо  $\epsilon$ ,  $\mu$  и  $n$ .

Л.И. Мандельштам в своих лекциях [6], ссылаясь на Лэмба [7], дал очень ясную физическую картину распространения электромагнитных волн в средах с противоположно направленными групповой и фазовой скоростями, но он не пользовался понятиями диэлектрической и магнитной проницаемостей и коэффициента преломления, тем более понятием отрицательного коэффициента преломления. В то же время Мандельштам подробно рассмотрел несколько необычную в этом случае реализацию хода лучей через границу среды, у которой фазовая и групповая скорости антипараллельны. В этом случае падающий и преломлённый лучи расположены по одну сторону от перпендикуляра к границе раздела двух сред, хотя, по-видимому, первым, кто указал на такую возможность и опубликовал соответствующий рисунок, был Шустер [8]. Примерно в то же время была опубликована и работа Поклингтона [9].

Надо сказать, что до появления нашей работы [1] само понятие "отрицательный коэффициент преломления" не употреблялось, а в этой статье впервые была строго прослежена логическая цепь "отрицательные  $\epsilon$  и  $\mu \rightarrow$  отрицательный коэффициент преломления  $n \rightarrow$  антипараллельность фазовой и групповой скоростей  $\rightarrow$  реализация закона Снеллиуса в случае отрицательного  $n \rightarrow$  плоская линза". Здесь уместно упомянуть, что в ряде работ не делается различия между терминами "отрицательное преломление" и "отрицательный коэффициент преломления". Первый термин соответствует давно известному, хорошо наблюдаемому, например, в про-

зрачных телах с двулучепреломлением явлению, при котором преломлённый и падающий лучи располагаются по одну сторону от перпендикуляра к поверхности, разделяющей два прозрачных тела. Однако в этом случае для закона Снеллиуса

$$\frac{\sin \varphi}{\sin \phi} = n \quad (1)$$

нельзя указать универсальный коэффициент преломления  $n$ , не зависящий от угла падения  $\varphi$ . Если величина  $n$  является отрицательной и не зависит от угла падения  $\varphi$ , то именно в этом случае можно говорить об отрицательном коэффициенте преломления.

Как уже говорилось, метаматериалы открыли новую возможность синтеза и конструирования веществ с новыми, до сих пор неизвестными, свойствами и создания на их основе весьма интересных и перспективных приложений. Укажем на два из них, которые инициировали очень большое количество публикаций.

Так, в пионерской работе [10] Пенди указал на возможность получения суперразрешения при передаче изображения с помощью плоской линзы из метаматериала с коэффициентом преломления  $n = -1$ . Согласно Пенди, это суперразрешение, невозможное в пределе геометрической оптики, возникает за счёт распространения так называемых эванесцентных мод, а точнее — ближнего поля.

Второй возможностью, возникшей после появления метаматериалов, оказалась возможность создания так называемой шапки-невидимки, т.е. покрытия из метаматериалов, которые делают невидимой некоторую область пространства [11]. Такая, уже реализованная, возможность послужила началом так называемой трансформационной оптики, которая сводится, по существу, как бы к изменению геометрических свойств пространства путём размещения в нём метаматериалов с заранее определёнными параметрами [12].

Весьма важным, с нашей точки зрения, является тот факт, что появление метаматериалов послужило спусковым крючком для постановки и решения весьма важных фундаментальных проблем физики. Эта проблематика связана, в частности, с постановкой и решением, казалось бы, очень простого вопроса: если в среде с отрицательным преломлением волновой вектор  $\mathbf{k}$  отрицателен, так как направлен в противоположную сторону относительно вектора Умова–Пойнтинга  $\mathbf{S}$ , то означает ли это, что импульс поля в такой среде также будет отрицателен и направлен в сторону, противоположную направлению распространения волны, которое мы считаем совпадающим с направлением вектора  $\mathbf{S}$ ? Короче говоря, вопрос очень прост: можно ли, в соответствии с принципом корпускулярно-волнового дуализма, считать, что соотношение

$$p = h\mathbf{k} \quad (2)$$

справедливо и в случае отрицательных  $\mathbf{k}$ ? Если "да", то это будет означать, что при поглощении и отражении волн, распространяющихся в средах с отрицательным  $\mathbf{k}$ , световое давление будет заменяться световым притяжением. Как ни странно, этот вопрос впервые был поставлен только в нашей статье [1]; более подробно он рассмотрен в работе [13].

Самое удивительное, что до недавнего времени не было полной ясности даже в более простом вопросе: в

какой мере соотношение (1) определяет величину импульса электромагнитного излучения при положительном  $k$ ? Более того, часто подвергается сомнению правомочность введения самого термина "импульс электромагнитного поля" для излучения, распространяющегося в веществе. Оправданием для сомнения такого рода является тот факт, что распространение поля в веществе обязательно сопровождается некоторыми, пусть микроскопическими, движениями частиц вещества, в котором распространяется поле, и поэтому в общем случае невозможно или по крайней мере затруднительно отделить импульс собственно поля от импульса вещества. Это обстоятельство легко интерпретировать, если воспользоваться для определения сил, действующих со стороны поля на вещество, релятивистским подходом в четырёхмерной форме. Следуя этому подходу, для любой замкнутой системы можно ввести четырёхмерный тензор энергии-импульса  $T_{ik}$ , такой, что его четырёхмерная дивергенция равна нулю:

$$\frac{\partial T_{ik}}{\partial x_k} = 0. \quad (3)$$

Пусть теперь данная система может быть разделена на две подсистемы: электромагнитное поле в некоторой области с тензором  $T_{ik}^f$ , зависящим только от напряжённостей и индукций поля  $E$ ,  $H$ ,  $D$  и  $B$ , и собственно вещество с тензором  $T_{ik}^m$ , так что  $T_{ik} = T_{ik}^f + T_{ik}^m$ . Тогда можно записать

$$f_i = \frac{\partial T_{ik}^f}{\partial x_k} = -\frac{\partial T_{ik}^m}{\partial x_k}. \quad (4)$$

Здесь  $f_i = \partial T_{ik}^f / \partial x_k$  и есть искомая сила, действующая на вещество со стороны поля. В разрабатываемом подходе присутствует, к сожалению, одна существенная проблема, а именно: до сих пор нет полной ясности в зависимости тензора  $T_{ik}^f$  от переменных поля. Наиболее часто обсуждаются две возможные формы тензора  $T_{ik}^f$ : форма Минковского [14] и форма Абрагама [15] (см. приложение). Различие между этими двумя формами тензоров, которое в англоязычной литературе часто называют "Minkowski–Abraham controversy", казалось бы, невелико, и оно сводится только к различию в величине плотности импульса поля  $\mathbf{g}$ , которая согласно Минковскому имеет вид  $\mathbf{g} = [\mathbf{BD}] / (4\pi)$ , а согласно Абрагаму —  $\mathbf{g} = [\mathbf{EH}] / (4\pi)$ . Однако это различие приобретает принципиальный характер, как только мы начнём обсуждать силы, которые возникают в прозрачном теле, когда сквозь него распространяется электромагнитная волна. В частности, различие в величинах  $\mathbf{g}$  приводит к различной величине силы, которая действует на поглотитель излучения, а также к различной силе отдачи, действующей на излучатель поля. Оценка последней силы играет ключевую роль при обсуждении предложенного ещё Эйнштейном [16] мысленного эксперимента, который сейчас часто называют ящиком Эйнштейна. Именно этот мысленный эксперимент даёт наиболее ясное подтверждение того положения, что перенос от излучателя к приёмнику в вакууме энергии  $E$  сопровождается переносом массы  $m$ , равной

$$m = \frac{E}{c^2}. \quad (5)$$

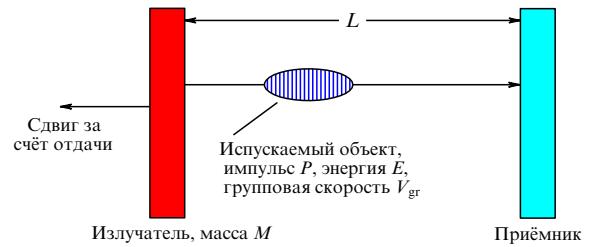


Рис. 2. Процесс испускания объекта излучателем и поглощения его приёмником.

Рассмотрим сейчас в наиболее общем виде, следуя рис. 2, этот процесс переноса от излучателя к приёмнику некоторого объекта с энергией  $E$  и импульсом  $P$ , не уточняя вначале связи между этими двумя величинами и не обсуждая даже природы объекта, переносящего энергию и импульс.

После испускания объекта с импульсом  $P$  излучатель приобретает скорость

$$V = \frac{P}{M}, \quad (6)$$

а объект достигает приёмника за время

$$t = \frac{L}{V_{gr}}. \quad (7)$$

За это время излучатель перемещается влево на расстояние

$$\Delta x = Vt = \frac{PL}{MV_{gr}}. \quad (8)$$

Это соотношение удобно переписать в виде

$$\Delta x M = \frac{P}{V_{gr}} L. \quad (9)$$

С учётом того, что в течение всего времени движения положение центра инерции всей системы должно оставаться неизменным, из (9) становится очевидным, что за это время вправо на расстояние  $L$  должна переместиться масса

$$m = \frac{P}{V_{gr}}. \quad (10)$$

Теперь уместно обратиться к зависимости, связывающей между собой импульс  $P$  и энергию  $E$ . Очень важно отметить, что эта зависимость различна для объектов различной природы. Так, если излучаемый объект является импульсом поля (волновым пакетом, фотоном), то для него связь между  $P$  и  $E$  имеет вид

$$P = \frac{E}{V_{ph}}. \quad (11)$$

Это выражение является прямым следствием принципа корпускулярно-волнового дуализма, т.е. соотношений  $E = h\nu$  и  $P = h\nu$ . Подставляя (11) в (10), получаем

$$m = \frac{E}{V_{ph} V_{gr}}. \quad (12)$$

В том случае, если излучаемым объектом является материальное тело (брошенный камень, летящая пуля, элементарная частица), для такого тела вместо (11)

можно написать, следуя [17],

$$P = \frac{E}{c^2} V_{\text{gr}}, \quad (13)$$

и подстановка этого выражения в (10) даёт общеизвестное соотношение

$$m = \frac{E}{c^2}. \quad (14)$$

Вышеприведённые рассуждения основываются прежде всего на том факте, что электромагнитное поле и материальные частицы имеют существенно различную связь между энергией и импульсом, как это видно из соотношений (11) и (13). Это различие обусловлено тем фактом, что к материальным частицам может быть применено преобразование Лоренца, которое и обеспечивает справедливость соотношения (13), и, как следствие, справедливость фундаментального соотношения (14) для процесса переноса массы от излучателя к приёмнику. Если такой перенос массы и энергии происходит посредством электромагнитного поля, то следует использовать связь между энергией и импульсом в виде (11), что и даёт для переносимой массы соотношение (12).

Нетрудно увидеть, что при распространении света в вакууме, когда

$$V_{\text{ph}} = V_{\text{gr}} = c, \quad (15)$$

оба соотношения, (11) и (13), дают для переносимой массы "стандартную" величину (14). Можно указать ещё по меньшей мере три объекта, кроме электромагнитной волны в вакууме, для которых выполняются соотношения  $V_{\text{ph}} V_{\text{gr}} = c^2$  и, как следствие, (14):

а) электромагнитная волна в плазме;

б) электромагнитная волна в пустом волноводе;

в) волны де Броиля, связанные с энергией и импульсом материальных тел соотношениями  $E = \hbar\omega$  и  $P = \hbar k$ .

Таким образом, можно утверждать, что наиболее общей формулой, связывающей переносимую энергию с переносимой массой, является (12), а (14) представляет собой только её частную реализацию для случая  $V_{\text{ph}} V_{\text{gr}} = c^2$ . Интересно отметить, что сам приведённый выше вывод общеизвестной формулы (14), основанный на работе Эйнштейна [16], никак не связан с теорией относительности: он не содержит ссылок ни на преобразования Лоренца, ни на постулат о предельности скорости света, ни на постулат о совпадении всех физических законов в инерциальных системах. Этот вывод основывается только на законах классической физики, в частности на законах сохранения.

Следствием соотношений (11) и (12) являются несколько необычные утверждения, в частности утверждения о том, что в среде с отрицательным коэффициентом преломления световое давление заменяется световым притяжением [1], а перенос излучения от излучателя к приёмнику сопровождается переносом массы в обратном направлении — от приёмника к излучателю [13]. При этом следует иметь в виду, что факт переноса массы от излучателя к приёмнику (или наоборот) не означает, что само излучение имеет некоторую массу [18].

Вернёмся теперь к проблеме "Minkowski–Abraham controversy".

Тензор в форме Минковского [14] может быть получен непосредственным вычислением исходя из уравнений Максвелла, как это сделано, например, в книге [22]. По

мнению многих авторов, недостатком тензора Минковского является его несимметричность. Именно это обстоятельство заставило в своё время Абрагама [15] сделать этот тензор симметричным путём изменения величины импульса поля  $g$ . Однако это изменение привело к тому, что тензор Абрагама перестал быть ковариантным, что показано прямым вычислением в работе [19]. Поэтому тензор Абрагама нельзя применять для вычисления сил, действующих со стороны поля на вещества в соответствии с (4). Следует заметить, что само требование симметричности тензора не является на самом деле обязательным, как показано, в частности, в книге Меллера [20].

В книгах [20, 22] компоненты тензора Минковского представлены в виде функций от **E**, **H**, **D** и **B**. Однако компоненты тензора Минковского можно выразить в эквивалентной форме через плотность энергии  $W$  и компоненты четырёхмерного волнового вектора  $K_i = (\mathbf{k}, \omega/c)$  и четырёхмерной групповой скорости

$$U_k = \left( \frac{\mathbf{u}}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}, \frac{c}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} \right).$$

Эта форма для  $T_{ik}$  будет иметь вид [21]

$$T_{ik} = \frac{W}{\omega} \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}} K_i U_k. \quad (16)$$

Учитывая, что плотность импульса  $g_z = T_{z4}/c$ , мы получаем из (16) соотношение между  $W$  и  $\mathbf{g}$ :

$$g_z = \frac{W k_z}{\omega}, \quad (17)$$

что с точностью до обозначений эквивалентно (11).

Что касается тензора Абрагама, то требование его симметричности приводит, в частности, к равенству

$$g = \frac{S}{c^2}, \quad (18)$$

из которого, с учётом известного соотношения  $S = WV_{\text{gr}}$ , в свою очередь, следует зависимость

$$g = \frac{WV_{\text{gr}}}{c^2}, \quad (19)$$

полностью эквивалентная выражению (13).

Таким образом, тензор Минковского трактует импульс поля как импульс волны, а в тензоре Абрагама импульс поля — это, по сути, импульс материальной частицы.

Здесь уместно сделать ещё одно критическое замечание относительно тензора Абрагама, которое касается его пространственных компонент. Эти пространственные компоненты, по сути, совпадают с пространственными компонентами тензора Минковского. В то же время каждая пространственная компонента, например с индексом  $ik$ , равна произведению плотности импульса  $i$ -го направления и  $k$ -й компоненты групповой скорости или, иными словами, потоку импульса  $i$ -го направления в  $k$ -м направлении. Ясно, что если плотности импульса по Минковскому и Абрагаму различны, то и пространственные компоненты двух тензоров должны различаться. На самом деле этого нет, и именно это обстоятельство лишает тензор Абрагама релятивистской инвариантности. По-видимому, Абрагам, изменив временные компо-

ненты тензора, просто "забыл" изменить пространственные компоненты.

Нам представляется, что вышеупомянутое рассмотрение "Minkowski–Abraham controversy" полностью его разрешает в пользу тензора Минковского.

В заключение имеет смысл сформулировать основные положения данного доклада.

1. Масса, переносимая электромагнитным полем в веществе от излучателя к приёмнику, выражается в виде

$$m = \frac{E}{V_{\text{ph}} V_{\text{gr}}}.$$

Соотношение  $E = mc^2$  является частным случаем вышеупомянутого соотношения.

2. Внутри материала с отрицательным преломлением световое давление заменяется световым притяжением, а масса переносится светом не от излучателя к приёмнику, а наоборот, от приёмника к излучателю.

3. Тензор Абрагама не является релятивистски ковариантным и в общем случае не может использоваться для вычисления сил, действующих со стороны электромагнитного поля на вещество. Эти силы могут быть вычислены на основе тензора Минковского.

## Приложение

Тензор энергии-импульса в наиболее общем виде записывается как [22]

$$T_{ik} = \begin{bmatrix} T_{\alpha\beta} & -ic\mathbf{g} \\ -\frac{i}{c}\mathbf{S} & W \end{bmatrix}. \quad (20)$$

Здесь  $T_{\alpha\beta}$  — пространственные компоненты тензора,  $\alpha, \beta = x, y, z$ ;  $\mathbf{g}$  — плотность импульса поля;  $\mathbf{S}$  — вектор Умова–Пойнтинга;  $W$  — плотность энергии поля.

Отдельные компоненты тензора энергии-импульса в форме Минковского имеют вид

$$\begin{aligned} T_{\alpha\beta} &= \frac{1}{4\pi}(E_\alpha D_\beta + H_\alpha B_\beta) - \frac{1}{8\pi} \delta_{\alpha\beta}(\mathbf{ED} + \mathbf{HB}), \\ \mathbf{S} &= \frac{c}{4\pi} [\mathbf{EH}], \quad \mathbf{g} = \frac{1}{4\pi c} [\mathbf{DB}], \quad W = \frac{1}{8\pi} (\mathbf{ED} + \mathbf{HB}). \end{aligned}$$

Те же компоненты тензора в форме Абрагама:

$$\begin{aligned} T_{\alpha\beta} &= \frac{1}{8\pi}(E_\alpha D_\beta + E_\beta D_\alpha + H_\alpha B_\beta + H_\beta B_\alpha) - \\ &\quad - \frac{1}{8\pi} \delta_{\alpha\beta}(\mathbf{ED} + \mathbf{HB}), \\ \mathbf{S} &= \frac{c}{4\pi} [\mathbf{EH}], \quad \mathbf{g} = \frac{1}{4\pi c} [\mathbf{EH}], \quad W = \frac{1}{8\pi} (\mathbf{ED} + \mathbf{HB}). \end{aligned}$$

Приведённая здесь формула для плотности энергии  $W$  может быть представлена в виде  $W = (1/8\pi)(\varepsilon E^2 + \mu H^2)$ , но её применение в таком виде подразумевает, что обе проницаемости,  $\varepsilon$  и  $\mu$ , — существенно положительные величины. Если  $\varepsilon$  и  $\mu$  отрицательны, то выражение для  $W$  принимает вид [23]

$$W = \frac{1}{8\pi} \left[ \frac{\partial(\varepsilon\omega)}{\partial\omega} E^2 + \frac{\partial(\mu\omega)}{\partial\omega} H^2 \right]. \quad (21)$$

## Список литературы

1. Веселаго В Г УФН **92** 517 (1967) [Veselago V G Sov. Phys. Usp. **10** 509 (1968)]
2. Сивухин Д В Оптика и спектроскопия **3** 308 (1957)
3. Пафомов В Е ЖЭТФ **36** 1853 (1959) [Pafomov V E Sov. Phys. JETP **9** 1321 (1959)]
4. Малюжинец Г Д ЖЭТФ **21** 940 (1951)
5. Лебедев И В Техника и приборы СВЧ Т. 2, 2-е изд. (М.: Высшая школа, 1972)
6. Мандельштам Л И ЖЭТФ **15** 475 (1945); Полное собрание трудов Т. 2 (Под ред. М А Леоновича) (М.: Изд-во АН СССР, 1947) с. 334; Полное собрание трудов Т. 5 (Под ред. М А Леоновича) (М.: Изд-во АН СССР, 1950) с. 419
7. Lamb H Proc. London Math. Soc. **1** 473 (1904)
8. Schuster A An Introduction to the Theory of Optics (London: Edward Arnold and Co., 1928) [Шустер А Введение в теоретическую оптику (Л.-М.: ОНТИ, 1935)]
9. Pocklington H C Nature **71** 607 (1905)
10. Pendry J B Phys. Rev. Lett. **85** 3966 (2000)
11. Pendry J B, Schurig D, Smith D R Science **312** 1780 (2006)
12. Кильдишев А В, Шалаев В М УФН **181** 59 (2011) [Kildishev A V, Shalaev V M Phys. Usp. **54** 53 (2011)]
13. Веселаго В Г УФН **179** 689 (2009) [Veselago V G Phys. Usp. **52** 649 (2009)]
14. Minkowski H Göttingen Nachr. 53 (1908); Math. Ann. **68** 472 (1910)
15. Abraham M Palermo Rend. **28** 1 (1909); Palermo Rend. **30** 33 (1910)
16. Einstein A Ann. Physik **20** 627 (1906) [Эйнштейн А Собрание научных трудов Т. 1 (М.: Наука, 1965) с. 39]
17. Ландау Л Д, Лифшиц Е М Теория поля (М.: Наука, 1973) с. 43 [Landau L D, Lifshitz E M The Classical Theory of Fields (Oxford: Pergamon Press, 1983)]
18. Окунь Л Б УФН **170** 1366 (2000) [Okun' L B Phys. Usp. **43** 1270 (2000)]
19. Веселаго В Г, Щавлев В В УФН **180** 331 (2010) [Veselago V G, Shchavlev V V Phys. Usp. **53** 317 (2010)]
20. Møller C The Theory of Relativity (Oxford: Clarendon Press, 1972) [Мёллэр К Теория относительности (М.: Атомиздат, 1975) с. 145]
21. Полевой В Г, Рытов С М УФН **125** 549 (1978) [Polevoi V G, Rylov S M Sov. Phys. Usp. **21** 630 (1978)]
22. Угаров В А Специальная теория относительности (М.: Наука, 1977)
23. Ландау Л Д, Лифшиц Е М Электродинамика сплошных сред (М.: Наука, 1982) с. 382 [Landau L D, Lifshitz E M Electrodynamics of Continuous Media (Oxford: Pergamon Press, 1984)]

PACS numbers: 43.20.Dk, 43.20.Fn, 78.20.Ci, 81.05.Zx

DOI: 10.3367/UFNr.0181.201111i.1205

## Акустические волны в метаматериалах, кристаллах и структурах с аномальным преломлением

В.А. Буров, В.Б. Волошинов,  
К.В. Дмитриев, Н.В. Поликарпова

### 1. Введение

В настоящее время в литературе проявляется повышенный интерес к средам, в которых распространение волн происходит "необычным" образом. К подобным средам,

**В.А. Буров, В.Б. Волошинов, К.В. Дмитриев, Н.В. Поликарпова.**

Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, физический факультет, Москва, РФ  
E-mail: burov@phys.msu.ru, volosh@phys.msu.ru

в частности, относятся так называемые левые среды в электродинамике. Идея рассмотрения таких сред впервые была выдвинута в [1], где они введены как среды с одновременно отрицательными диэлектрической проницаемостью  $\epsilon$  и магнитной проницаемостью  $\mu$ . Повышенное внимание к таким средам возобновилось после публикации ряда статей (например, [2]) об их экспериментальной реализации на основе метаматериалов — искусственно созданных структур с характерными размерами элементов, много меньшими длины волн распространяющегося излучения.

Одной из необычных особенностей распространения плоских волн в таких средах является взаимно противоположная направленность волнового вектора и вектора Умова — Пойнтинга [1]. Эта особенность распространения волн носит общий характер и является типичной для метаматериалов, изучаемых не только электродинамикой и оптикой, но и акустикой. В связи с противоположной направленностью векторов фазовой и групповой скорости объёмных волн в метаматериалах представляют интерес анализ того, как ещё могут быть ориентированы в пространстве эти векторы. Также важно знать, какие вообще значения могут принимать углы между векторами фазовой и групповой скорости плоской волны в известных оптически и акустически анизотропных материалах.

## 2. Дважды отрицательные акустические среды

В ряде работ [3–6] теоретически и экспериментально показано, что на роль сред в акустике, волновые процессы в которых проходят аналогично таковым в левых средах в электродинамике, подходят дважды отрицательные среды (в дальнейшем для краткости будем называть их просто отрицательными), характеризующиеся отрицательностью эффективных динамических характеристик: плотности  $\rho$  и сжимаемости  $\eta$ . Динамическими они являются в том смысле, что в определённой полосе частот каждый элемент такой среды может (например, благодаря наличию в нём резонансных структур) вести себя таким же образом, как и элемент однородной среды с отрицательными параметрами.

В отрицательных средах как в электродинамике, так и в акустике наблюдается явление отрицательного преломления. Часто при его описании пользуются волновым уравнением или уравнением Гельмгольца [7]. При этом возникает принципиальная сложность: в эти уравнения показатель преломления входит в квадрате, и для того чтобы определить его знак, необходимо привлекать дополнительные рассуждения, которые могут основываться на выборе той или иной ветви квадратного корня, на принципе причинности и т.д. В связи с этим для описания процессов в отрицательных средах предлагается использовать уравнения первого порядка [3]. В электродинамике таковыми являются уравнения Максвелла, а в акустике — линеаризованные уравнения гидродинамики

$$\frac{\partial}{\partial t}(\hat{\eta}p) + \nabla \mathbf{v} = \varphi, \quad \frac{\partial}{\partial t}(\hat{\rho}\mathbf{v}) + \nabla p = \mathbf{f}, \quad (1)$$

где  $p$  — акустическое давление,  $\mathbf{v}$  — колебательная скорость,  $\varphi$  и  $\mathbf{f}$  — скалярные и векторные первичные источники акустического поля соответственно. При отсутствии дисперсии параметры  $\hat{\rho}$  и  $\hat{\eta}$  являются скалярными величинами; иначе их следует рассматривать как

интегральные операторы типа свёртки по временной переменной. В приведённые уравнения эти параметры входят раздельно, поэтому проблем с выбором того или иного знака не возникает.

Произвольное распределение параметров  $\rho(\mathbf{r})$  и  $\eta(\mathbf{r})$  можно представить как сумму постоянных положительных фоновых значений  $\rho_0$  и  $\eta_0$  со сколь угодно большими добавками  $\rho'(\mathbf{r})$  и  $\eta'(\mathbf{r})$ :  $\rho(\mathbf{r}) \equiv \rho_0 + \rho'(\mathbf{r})$ ,  $\eta(\mathbf{r}) \equiv \eta_0 + \eta'(\mathbf{r})$ . В монохроматическом случае система уравнений (1) при временной зависимости полей  $\sim \exp(-i\omega t)$  может быть представлена в виде матричного аналога уравнения Липпмана — Швингера [3]:

$$\ddot{\mathbf{u}}(\mathbf{r}) = \ddot{\mathbf{u}}_0(\mathbf{r}) + \int \hat{G}(\mathbf{r} - \mathbf{r}') [\hat{A}_1(\mathbf{r}') \ddot{\mathbf{u}}(\mathbf{r}')] d\mathbf{r}', \quad (2)$$

где  $\ddot{\mathbf{u}}_0$  и  $\ddot{\mathbf{u}}$  — векторы-столбцы, характеризующие падающее и возмущённое поле,

$$\ddot{\mathbf{u}}_0 \equiv \begin{pmatrix} \mathbf{v}_0 \\ p_0 \end{pmatrix}, \quad \ddot{\mathbf{u}} \equiv \begin{pmatrix} \mathbf{v} \\ p \end{pmatrix},$$

$\hat{A}_1$  — оператор добавок,

$$\hat{A}_1 \equiv \begin{pmatrix} i\omega\rho'(\mathbf{r}) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & i\omega\eta'(\mathbf{r}) \end{pmatrix},$$

$\hat{G}(\mathbf{r} - \mathbf{r}')$  — матричная функция Грина, выражаяющаяся через функцию Грина  $G(\mathbf{r} - \mathbf{r}')$  уравнения Гельмгольца,

$$\hat{G}(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \equiv \begin{pmatrix} i\omega\eta_0 & \nabla \\ \nabla & i\omega\rho_0 \end{pmatrix} G(\mathbf{r} - \mathbf{r}').$$

Уравнение (2) может решаться численно при любой конфигурации падающего поля  $\ddot{\mathbf{u}}_0$  и при произвольном распределении плотности и сжимаемости среды.

Для наблюдения явления отрицательного преломления моделировалось падение под углом  $18^\circ$  к нормали плоской монохроматической волны с длиной  $\lambda_0$  на прямоугольную пластину из отрицательного вещества с параметрами  $\rho = -\rho_0$  и  $\eta = -\eta_0$  (рис. 1). Луч в пластине лежит по ту же сторону от нормали к её границам, что и

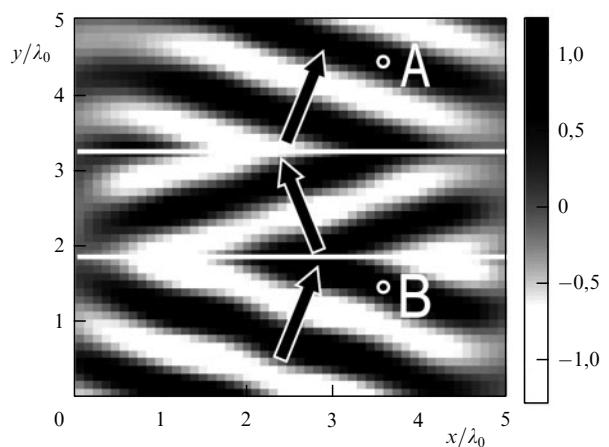


Рис. 1. Действительная часть рассчитанного поля акустического давления  $p(\mathbf{r})$  при падении плоской монохроматической волны на пластину из отрицательного вещества. Границы пластины обозначены светлыми горизонтальными прямыми. Стрелками показаны направления распространения энергии волны в пластине и фоновой среде.

лучи в фоновой среде. Фронты волны оказываются зеркально симметричными относительно границ пластины. Данные обстоятельства свидетельствуют об отрицательном преломлении в такой пластине. При этом фазовая скорость в пластине направлена в сторону, противоположную фазовой скорости в фоновой среде, тем самым она является отрицательной. Вследствие непрерывности потока энергии и отсутствия отражения волн на границах пластины поток энергии в рассматриваемой системе ориентирован в положительном направлении.

Обращает на себя внимание следующий факт. Для двух точек, находящихся в фоновой среде по разные стороны рассмотренной пластины, на прямой, перпендикулярной её границам, причём таких, что расстояние между точками равно удвоенной толщине пластины, выполняется равенство фаз в волне (например, точки А и В на рис. 1). Это является следствием отрицательности фазовой скорости в отрицательной среде, т.е. набег фазы в фоновой положительной среде в точности компенсируется набегом фазы в отрицательной среде пластины. Это обстоятельство может привести к выводу о нарушении принципа причинности в отрицательных средах и, как следствие, о невозможности их существования на практике, что обсуждалось, например, в [8].

В чисто монохроматическом случае говорить о причинности не представляется возможным, и поэтому была проанализирована следующая ситуация. На пластину длиной  $10\lambda_0$  и толщиной  $3\lambda_0$  падали под углом  $18^\circ$  к нормали девять монохроматических пучков, имеющих гауссово распределение амплитуды в плоскости фронта. Частота поля в пучках  $\omega$  изменялась от  $\omega_0 = 2\pi c_0/\lambda_0$  до  $1,4\omega_0$  с шагом  $0,05\omega_0$ , где  $c_0 = 1/\sqrt{\rho_0\eta_0}$  — скорость звука в фоновой среде. Амплитуды пучков на оси были различными и задавались, в зависимости от частоты  $\omega$ , по гауссову закону:

$$P(\omega) = P_0 \exp\left(-\frac{(\omega - 1,2\omega_0)^2}{(\Delta\omega)^2}\right),$$

где  $\Delta\omega \approx \omega_0/6,3$ . Поля, рассчитанные в результате моделирования для каждой частоты, складывались. В итоге на основе решения нескольких монохроматических задач получено решение полихроматической задачи, соответствующей распространению через пластину из отрицательного вещества бесконечной серии импульсов.

Результаты расчёта для фиксированного момента времени приведены на рис. 2. В тот момент, когда падающий на пластину импульс находится от границы пластины на расстоянии, равном её толщине, на противоположной границе возникает возмущение, представляющее собой пару импульсов. Один из них продолжает движение в фоновой среде за пластиной в направлении падения исходного импульса. Другой импульс, зеркально ему симметричный относительно границы пластины, движется в зеркально симметричную сторону. Этот импульс достигает границы пластины одновременно с исходным импульсом, и они гасят друг друга.

При таком рассмотрении возникает ряд вопросов. Во-первых, выходящий из пластины импульс рождается до того, как падающий импульс коснулся пластины, т.е. нарушается принцип причинности. Во-вторых, не вполне ясен механизм возникновения дополнительной энергии на одной стороне пластины и её поглощения на другой.

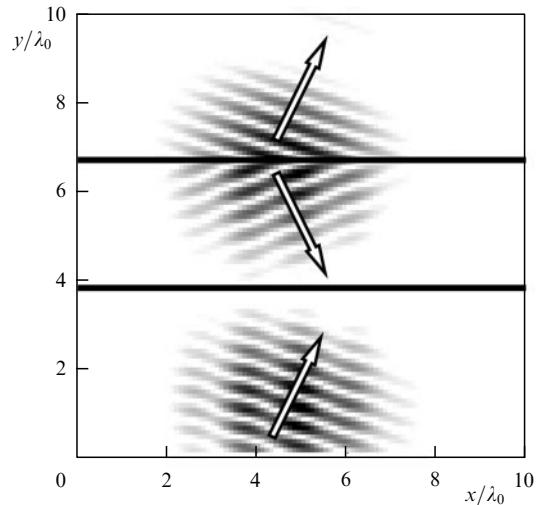


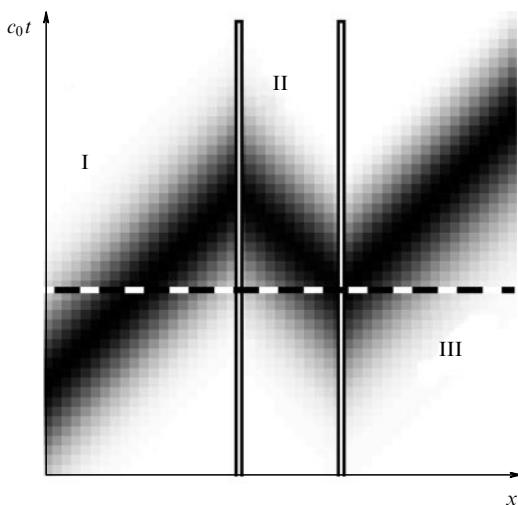
Рис. 2. Действительная часть рассчитанного поля акустического давления  $p(\mathbf{r}, t)$  в фиксированный момент времени при падении на пластину из отрицательного вещества импульсов, являющихся суперпозицией девяти плоских монохроматических волн. Границы пластины обозначены тёмными горизонтальными прямыми. Стрелками показаны направления распространения импульсов в пластине и фоновой среде.

В-третьих, в пластине импульс распространяется в сторону, зеркально симметричную направлению распространения импульса в фоновой среде, т.е. не только фазовая, но и групповая скорость (если связывать её со скоростью движения максимума огибающей) отрицательна. С другой стороны, отмечалось [3], что фазовая и групповая скорости в отрицательной среде взаимно противоположны.

Возможный ответ на первый вопрос состоит в том, что рассматривается периодический бесконечный во времени процесс, поэтому существует бесконечное количество импульсов, которые прошли через пластину ранее. Тогда наблюдаемый "выходящий" из пластины импульс является следствием их прохождения, а не предвестником импульса, падающего на неё. Рождение импульса обусловлено запасённой в пластине энергией прошедших через среду импульсов.

Поскольку, таким образом, среда обладает внутренним запасом энергии, то при прохождении по ней импульса этот запас может уменьшаться. В этом смысле импульс в отрицательной среде может обладать отрицательной (относительно фона) энергией. С учётом данного факта закон сохранения энергии на обеих границах пластины остаётся справедливым: при рождении парного возмущения на дальней (от излучателя) стороне пластины по фоновой среде распространяется импульс с положительной энергией, а по пластине, т.е. по отрицательной среде, — импульс с отрицательной энергией. На передней стороне пластины происходит слияние импульсов с нулевой общей энергией.

Отрицательность как фазовой, так и групповой скоростей вызвана тем, что при моделировании среда предполагалась недиспергирующей. Реализуемые на практике отрицательные метасреды, которые часто содержат в себе резонансные элементы, являются сильно диспергирующими. Для того чтобы понять, может ли в принципе существовать недиспергирующая отрицательная среда, предлагается проанализировать



**Рис. 3.** Действительная часть рассчитанного поля акустического давления  $p(x, t)$  при нормальном падении на пластину из отрицательного вещества уединённого импульса гауссовой формы. Толстые вертикальные линии обозначают координаты границ пластины. Штриховая горизонтальная линия соответствует моменту времени, в который центр пакета находится на расстоянии от пластины, равном её толщине, и появляется возмущение поля на задней стороне пластины.

прохождение через неё уединённого импульса (пакета), т.е. вести рассмотрение в широкой полосе частот. За основу при этом необходимо взять систему уравнений (1). Тогда в одномерном случае для поля в среде получается следующее уравнение типа уравнения Липпмана–Швингера:

$$\begin{pmatrix} p(x, t) \\ v(x, t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p_0(x, t) \\ v_0(x, t) \end{pmatrix} - \frac{1}{2} \iint dx' dt' \delta\left(t - t' - \frac{|x - x'|}{c}\right) \times \\ \times \begin{pmatrix} \sqrt{\frac{\rho_0}{\eta_0}} & \operatorname{sgn}(x - x') \\ \operatorname{sgn}(x - x') & \sqrt{\frac{\eta_0}{\rho_0}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \eta'(x') & 0 \\ 0 & \rho'(x') \end{pmatrix} \times \\ \times \frac{\partial}{\partial t'} \begin{pmatrix} p(x', t') \\ v(x', t') \end{pmatrix}, \quad (3)$$

где  $\delta$  — дельта-функция Дирака. (Подробный вывод этого уравнения предполагается изложить в отдельной работе.) Уравнение (3) позволяет исследовать распространение через пластину из отрицательного вещества одиночного пакета гауссовой формы.

Результаты такого моделирования приведены на рис. 3. Ширина пакета в 1,5 раза больше толщины пластины, которая обозначена двойными вертикальными линиями. По горизонтальной оси откладывается координата  $x$ , а по вертикальной — величина  $c_0 t$ . Для того чтобы получить распределение поля в определённый момент времени, необходимо провести поперёк рисунка горизонтальную линию — сечение. Падающий на пластину в положительном направлении оси  $x$  пакет расположен в области I. В областях II и III находятся пакеты, распространяющиеся соответственно в пластине и в фоновой среде за пластиной. Одно из возможных сечений, показанное штриховой прямой, соответствует моменту времени, в который центр исходного пакета находится от пластины на расстоянии, примерно рав-

ном её толщине. При этом на противоположной стороне пластины начинает возникать возмущение поля. Таким образом, оказывается, что прошедший сквозь пластину пакет появляется раньше, чем исходный падающий пакет доходит до пластины, следовательно, в такой среде нарушается принцип причинности. По-видимому, это означает невозможность существования недиспергирующих отрицательных сред. При наличии в среде дисперсии (например, если отрицательная среда построена на резонансных элементах) в (3) следует заменить скалярные величины  $\eta'(x)$  и  $\rho'(x)$  операторами в виде свёртки по временной переменной функций отклика резонаторов. Моделирование этого случая показало, что пакет-предвестник не возникает, т.е. принцип причинности не нарушается. При этом в установившемся режиме наблюдается отрицательное преломление, не сопровождающееся существенным поглощением в широкой полосе частот.

### 3. Угол между фазовой и групповой скоростью волн в кристаллах

Известно, что в современной оптике, акустике, акустооптике и акустоэлектронике активно применяются двулучепреломляющие кристаллические среды с особым сочетанием оптических и акустических характеристик [9–11]. Например, в оптических, акустооптических и акустоэлектронных приборах активно используются кристаллы кварца ( $\alpha\text{-SiO}_2$ ), ниобата лития ( $\text{LiNbO}_3$ ), кальцита ( $\text{CaCO}_3$ ), пирателлурита ( $\text{TeO}_2$ ) и т.д. [9–12]. Однако в последние годы в оптике, акустооптике и акустике начали применяться кристаллические материалы, отличающиеся большой анизотропией оптических и акустических свойств. К подобным материалам относятся моно-кристаллы на основе ртути ( $\text{Hg}$ ) и теллура ( $\text{Te}$ ), характеризующиеся исключительно большим двулучепреломлением и значительной зависимостью величины фазовой скорости звука от направления распространения [12].

### 4. Оптические двулучепреломляющие среды

Двулучепреломление кристаллических материалов  $\Delta n$  определяется разностью показателей преломления для необыкновенно ( $n_e$ ) и обыкновенно ( $n_o$ ) поляризованного света  $\Delta n = n_e - n_o$  [9, 10]. В некоторых материалах эта разность может достигать значительной величины. Например, относительное двулучепреломление (коэффициент анизотропии)  $\delta = \Delta n/n_o$  в кристаллах теллура принимает значение  $\delta = 0,3$ , а в каломели ( $\text{Hg}_2\text{Cl}_2$ )  $\delta = 0,35$ . Для сравнения, в кварце двулучепреломление оказывается в несколько десятков раз меньше:  $\delta = 0,006$  [12, 13].

Из оптики и электродинамики известно, что необыкновенно поляризованные волны в материалах с большим двулучепреломлением распространяются с углами  $\psi$  между векторами фазовой и групповой скоростей, превышающими  $10^\circ$  [9, 10]. Величина угла "оптического сноса"  $\psi$  для необыкновенно поляризованной оптической волны находится из анализа поверхности волновых векторов кристалла. В одноосном оптическом материале волновая поверхность представляет собой эллипсоид вращения. Величина  $k_e$  волнового вектора света в кристалле зависит от направления его распространения относительно оптической оси  $Z$  и в положительном кристалле изменяется в пределах  $2\pi n_o/\lambda \leq k_e \leq 2\pi n_e/\lambda$ , где  $\lambda$  — длина волны света [9, 10]. Известно, что

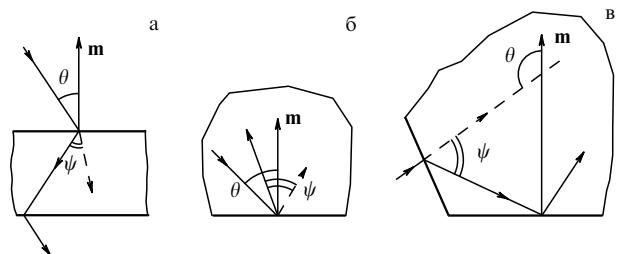
направление групповой скорости электромагнитной волны совпадает с направлением нормали к поверхности волновых векторов, восстановленной в точке, в которой волновой вектор  $\mathbf{k}_e$  касается нормальной поверхности. Можно показать, что максимальное значение угла оптического сноса в одноосном кристалле определяется выражением [12]

$$\psi_{\max} = \arctan \frac{\delta(1 + 0,5\delta)}{1 + \delta}. \quad (4)$$

Расчёт с помощью соотношения (1) показывает, что в отрицательном кристалле кальциита, активно применяемом в поляризационных устройствах, при коэффициенте двулучепреломления  $\delta = -0,1$  угол между вектором фазовой скорости волны и вектором Умова – Пойнтинга  $\psi_{\max} = -6^\circ$ . В кристаллах пирита и кварца при  $\delta = 0,07$  и  $\delta = 0,006$  максимальные углы оптического сноса не превышают соответственно величин  $\psi_{\max} = 4^\circ$  и  $\psi_{\max} = 0,4^\circ$ . С другой стороны, в кристалле теллура при  $\delta = 0,3$  максимальный угол сноса составляет  $\psi_{\max} = 15^\circ$ , а в кристалле бромида ртути ( $Hg_2Br_2$ ), в котором  $\delta = 0,36$ , этот угол достигает уже весьма значительной величины,  $\psi_{\max} = 19^\circ$  [12]. Наконец, в кристалле сульфоидида сурьмы ( $SbSI$ ) с рекордно высоким двулучепреломлением,  $\delta = 0,6$  [13], максимальный угол между вектором Умова – Пойнтинга и волновым вектором света в одной из базовых плоскостей двуосного кристалла составляет величину  $\psi_{\max} \approx 25^\circ$ .

Анизотропия физических свойств и, как следствие, существование больших углов между фазовой и групповой скоростью оптических волн могут явиться причиной необычных случаев их распространения и отражения от границы раздела между кристаллом и вакуумом. Некоторые из этих случаев распространения волн представлены на рис. 4. На рисунке 4а показано наклонное падение под углом  $\theta$  и прохождение световым пучком плоскопараллельной пластины из двулучепреломляющего кристалла. Угол падения традиционно отсчитывается между волновым вектором волны и нормалью к границе раздела  $\mathbf{m}$ . Направление потока электромагнитной энергии и вектора групповой скорости в пучке показано стрелками и сплошными линиями, а направление фазовой скорости света отмечено стрелкой и штриховой линией. Из рисунка видно, что после преломления поток энергии в пластинке направлен аномально, т.е. именно так, как это происходит в метаматериалах. Угол преломления для потока энергии оказывается отрицательным, хотя волновой вектор света ориентирован относительно нормали строго в соответствии с законом Снеллиуса. В этом состоит отличие рассматриваемого классического случая распространения света в кристалле от его распространения в метаматериале. Очевидно, что причина аномального преломления оптического пучка на рис. 4а обусловлена большим углом оптического сноса  $\psi$ .

На рисунке 4б показано необычное отражение светового пучка от границы раздела при распространении световой волны в двулучепреломляющем кристалле. Как видно из рисунка, из-за большой оптической анизотропии материала потоки энергии падающего и отражённого оптических пучков располагаются по одну сторону от нормали к поверхности раздела. Наконец, рис. 4в иллюстрирует распространение света в кристалле и его



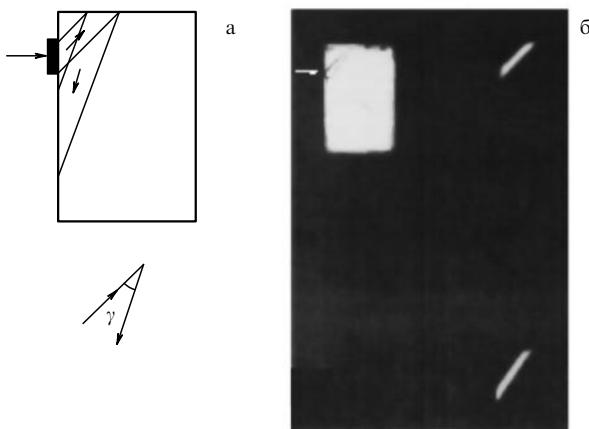
**Рис. 4.** Случаи необычного распространения и преломления световых волн в двулучепреломляющих кристаллах. Направление фазовой скорости света указано штриховыми линиями и стрелками, направление потока энергии отмечено сплошными линиями и стрелками: (а) прохождение световой волны плоскопараллельной пластины; (б) аномальное внутреннее отражение света от границы раздела кристалл – вакуум; (в) падение света на границу раздела под углом  $\theta$ , превышающим  $90^\circ$ .

падение под углом  $\theta$  на границу раздела кристалл – вакуум, превышающим  $90^\circ$ . При подобном аномально большом угле падения волновой вектор света оказывается направленным не в сторону границы раздела, а от неё, в то время как на границу раздела набегает поток энергии оптической волны. Очевидно, что причиной рассмотренных необычных эффектов является значительная оптическая анизотропия кристалла.

## 5. Акустические анизотропные среды

Известно, что акустические среды обладают ещё более ярко выраженной анизотропией физических свойств по сравнению с таковой в оптических средах. Акустический кристалл с большой анизотропией упругих свойств характеризуется сильной зависимостью фазовой скорости ультразвука  $v$  от направления его распространения [11–16]. Например, медленная сдвиговая акустическая волна в кристалле каломели ( $Hg_2Cl_2$ ) распространяется вдоль оси [110] с аномально низкой скоростью,  $v = 347 \text{ м с}^{-1}$ , в то время как та же акустическая мода вдоль осей [100] и [010] имеет скорость  $v = 1305 \text{ м с}^{-1}$  [13–15]. Таким образом, отношение максимальной и минимальной фазовых скоростей звука в каломели для данной акустической моды  $r = 3,76$ . В кристаллах бромида ( $Hg_2Br_2$ ) и йодида ( $Hg_2I_2$ ) ртути отношение акустических скоростей достигает соответственно величин  $r = 4,39$  и  $r = 4,89$ . Наконец, в кристалле пирита ( $TeO_2$ ) коэффициент акустической анизотропии составляет  $r = 4,95$ . Большая пространственная дисперсия акустических скоростей является причиной существования в кристаллах исключительно больших углов акустического сноса  $\psi$ , т.е. углов между волновым вектором и вектором Умова – Пойнтинга. Так, например, в кристалле каломели угол акустического сноса  $\psi = 70^\circ$ . Аналогично, в кристалле бромида ртути акустический снос достигает величины  $\psi = 72^\circ$ , а в кристаллах  $Hg_2I_2$  и  $TeO_2$  волновые векторы фазовой и групповой скоростей разделены исключительно большим углом —  $\psi = 74^\circ$ . Следует отметить, что весьма большие углы акустического сноса характерны и для многих других акустических материалов. Например, угол сноса в кристалле двойного молибдата свинца ( $Pb_2MoO_5$ )  $\psi = 69^\circ$ , а в кристаллическом теллуре  $\psi = 56^\circ$  [17].

Необычайно большие углы между фазовой и групповой скоростью акустических волн являются причиной большого числа необычных волновых явлений, наблю-



**Рис. 5.** Близкое к обратному отражение акустической энергии от границы раздела кристалл–вакуум при скользящем падении акустического волнового фронта на границу: (а) общий вид кристалла и направления движения потоков энергии, показанные стрелками; (б) результат визуализации акустических полей в кристалле парателлурита акустооптическим методом.

дающихся на границах раздела кристалл–вакуум или кристалл–изотропная среда. Примером подобных необычных явлений является близкое к обратному отражение акустической энергии в парателлурите при скользящем падении волны на свободную границу раздела кристалл–вакуум [15, 16, 18, 19].

Случай скользящего падения упругой энергии на свободную грань кристалла парателлурита представлен на рис. 5. Пьезоэлектрический преобразователь возбуждает в кристалле акустическую волну с фазовой скоростью и волновым вектором, направленными горизонтально, т.е. под углом падения  $\theta = 90^\circ$  относительно нормали  $\mathbf{m}$  к верхней границе кристалла. Из рисунка видно, что групповая скорость исходной волны направлена к верхней грани кристалла, поэтому акустическая энергия падает на границу раздела наклонно, как показано на рис. 5а. Оказалось, что при отражении звуковой энергии от верхней грани кристалла вектор групповой скорости отражённой волны оказывается направленным практически навстречу потоку энергии падающей волны. Результаты расчёта предсказывают, что пространственный угол  $\gamma$  между энергетическими потоками падающей и отражённой волн не превышает  $6^\circ$ .

Волновой вектор отражённой акустической волны ориентирован в пространстве в строгом соответствии с известным условием равенства тангенциальных проекций волновых векторов падающей и отражённой волн на границу раздела [14, 15]. При этом необычное обратное распространение отражённой акустической энергии обусловлено большим углом акустического сноса в парателлурите. Оказалось, что при необычном отражении практически вся энергия падающей акустической волны может без потерь преобразоваться в энергию обратно отражённой волны.

## 6. Наблюдение необычного отражения акустических волн

Экспериментальное подтверждение эффекта необычного отражения акустических волн было проведено акустооптическим методом при визуализации акустических полей и освещении кристалла  $\text{TeO}_2$  широким коллимирован-

ным лучом Не–Не-лазера с длиной волны  $\lambda = 633$  нм [18, 19]. Продольные акустические волны возбуждались на частоте ультразвука  $f = 150$  МГц с помощью пьезоэлектрического преобразователя из ниобата лития. Линейные размеры возбудителя ультразвука,  $0,3 \times 0,5$  см, на несколько порядков превышали длину волны ультразвука в кристалле. Поэтому акустические волны при проведении эксперимента можно было считать плоскими.

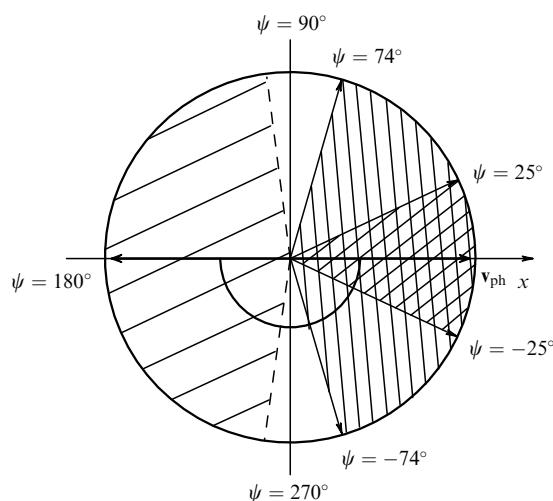
Общий вид наблюдаемой дифракционной картины на выходе из кристалла показан на рис. 5б. Присутствие на фотографии визуализированного акустического столба, расположенного в нижнем правом углу рисунка и ориентированного параллельно отражённому акустическому столбу, показанному на рис. 5а, доказывает, что в эксперименте было зарегистрировано именно обратное отражение акустических волн [18, 19]. Измеренный угол  $\gamma$  между векторами групповой скорости падающей и отраженной акустических волн оказался равным  $9^\circ$  при расчётом значении  $\gamma = 6^\circ$ .

Проведённый анализ показал, что в акустических кристаллах легко реализуются необычные, характерные для оптики случаи распространения, отражения и преломления волн, представленные на рис. 4. Таким образом, как в оптике, так и в акустике можно наблюдать необычные волновые явления с аномальным направлением распространения волн. Эти явления и эффекты, хотя и имеют иную физическую природу, чем в метаматериалах, проявляют себя аналогично тому, как это происходит в дважды отрицательных средах. Следует отметить, что необычное распространение и отражение волн существует не только в анизотропных средах, известных в оптике и акустике. К таким средам, например, относятся тонкие магнитные пленки, в которых распространение электромагнитных волн также характеризуется большими углами между вектором фазовой скорости и вектором Умова – Пойнтинга [20].

## 7. Ориентация векторов фазовой и групповой скоростей в анизотропных средах и метаматериалах

Обобщая результаты исследований закономерностей распространения волн в оптических и акустических средах [12, 15–20], можно предложить следующий, единый для электродинамики, оптики и акустики, взгляд на волновые процессы, происходящие в кристаллах, анизотропных средах и искусственных периодических структурах. На рисунке 6 вдоль горизонтального направления (ось  $x$ ) указано условное направление фазовой скорости плоской объёмной волны в анизотропной среде. Согласно выводам, приведённым в разделе 4, углы между волновым вектором необыкновенно поляризованной световой волны и вектором Умова – Пойнтинга в двулучепреломляющих кристаллах могут быть заключены в пределах  $-25^\circ < \psi < 25^\circ$ , как показано на рис. 6. В акустически анизотропных средах углы между фазовой и групповой скоростями волн лежат в диапазоне  $-74^\circ < \psi < 74^\circ$ . Таким образом, практически вся правая половина диаграммы на рис. 6 описывает волновые процессы, характерные для оптики и акустики.

Распространение волн в метаматериалах и акустически дважды отрицательных средах с противоположно направленными волновым вектором и вектором Умова – Пойнтинга соответствует на рис. 6 горизонталь-



**Рис. 6.** Ориентация вектора групповой скорости относительно вектора фазовой скорости оптических и акустических волн в кристаллах и метаматериалах.

ному направлению с углом  $\psi = 180^\circ$  по отношению к исходному волновому вектору. В связи с этим предста- вляет интерес, каким волнам соответствуют на диаграмме углы сноса энергии, заключённые в пределах  $90^\circ < \psi < 180^\circ$  и  $180^\circ < \psi < 270^\circ$ . Проведённый анализ позволяет высказать предположение о том, что левая часть диаграммы описывает волны в искусственно созданных средах, т.е. метаматериалах. Однако эти среды должны обладать такой анизотропией физических свойств, которая обеспечивает распространение волн не только с противоположно направленными векторами фазовой и групповой скоростей, но и под углами, отличными от  $\psi = 180^\circ$ . Очевидно, что подобные искусственные среды должны отличаться, помимо прочего, сильной пространственной анизотропией физических свойств.

При рассмотрении данных, представленных на рис. 6, следует отдельно рассмотреть направление групповой скорости, ориентированное под углами  $\psi = 90^\circ$  и  $\psi = 270^\circ$  к вектору фазовой скорости. Из оптики и акустики известно, что групповая скорость волны в кристалле по абсолютной величине превосходит фазовую, причём эти скорости связаны соотношением  $v_{ph} = v_g \cos \psi$ , где  $\psi$  — угол между фазовой и групповой скоростью [9, 10, 14]. Из последнего соотношения следует, что при углах сноса  $\psi = 90^\circ$  и  $\psi = 270^\circ$ , а также при конечном значении групповой скорости волны её фазовая скорость обращается в нуль. Другими словами, при взаимно ортогональном направлении фазовой и групповой скоростей вообще теряет смысл такое понятие, как "волна". Аналогично, при конечной фазовой скорости из последнего соотношения следует бесконечное значение скорости передачи энергии, что также противоречит физическому смыслу. Таким образом, можно предположить, что в оптических и акустических средах волновых процессов с ортогонально направленными фазовой и групповой скоростью объёмных волн не существует.

## 8. Заключение

Описание волновых акустических процессов непосредственно на основе уравнений гидродинамики и записанного для них аналога уравнения Липпмана – Швингера

корректно как для классических (положительных), так и для отрицательных сред. Распространение пакета в пластине из отрицательной среды в предположении об отсутствии в ней дисперсии вызывает появление пакета-предвестника за пластиной, что противоречит принципу причинности. Этого не возникает в случае, когда отклик метасреды носит резонансный характер.

Сильная анизотропия оптических и упругих свойств кристаллов приводит к необычному распространению и "отрицательному" отражению волн в этих материалах. Отражение упругих волн от свободной поверхности, разделяющей кристалл и вакуум, может сопровождаться распространением энергии отражённой волны практически в обратном направлении по отношению к энергетическому потоку падающей волны.

Работа выполнена при поддержке грантами Президента РФ НШ 4590.2010.2, МК 2041.2011.5 и МК-1643.2011.8, а также грантами 10-02-00636а, 10-05-00229а и 10-07-00683а Российского фонда фундаментальных исследований. Исследования по теме работы поддержаны грантом фонда CRDF RUP1-1663-МО-06 и грантом Правительства Российской Федерации 2010-220-01-077, договор 11.G34.31.0005.

## Список литературы

1. Веселаго В Г УФН **92** 517 (1967) [Veselago V G Sov. Phys. Usp. **10** 509 (1968)]
2. Smith D R et al. Phys. Rev. Lett. **84** 4184 (2000)
3. Буров В А, Дмитриев К В, Сергеев С Н Акуст. журн. **55** 292 (2009) [Burov V A, Dmitriev K V, Sergeev S N Acoust. Phys. **55** 298 (2009)]
4. Chan C T, Li J, Fung K H J. Zhejiang Univ. Science A **7** 24 (2006)
5. Li J, Chan C T Phys. Rev. E **70** 055602(R) (2004)
6. Wu Y, Lai Y, Zhang Z-Q Phys. Rev. B **76** 205313 (2007)
7. Smith D R, Kroll N Phys. Rev. Lett. **85** 2933 (2000)
8. Блиох К Ю, Блиох Ю П УФН **174** 439 (2004) [Bliokh K Yu, Bliokh Yu P Phys. Usp. **47** 393 (2004)]
9. Born M, Wolf E *Principles of Optics* (Oxford: Pergamon Press, 1969) [Борн М, Вольф Э *Основы оптики* (М.: Наука, 1970)]
10. Yariv A, Yeh P *Optical Waves in Crystals* (New York: Wiley, 1984) [Ярив А, Юх П *Оптические волны в кристаллах* (М.: Мир, 1987)]
11. Балакщий В И, Парыгин В Н, Чирков Л Е *Физические основы акустооптики* (М.: Радио и связь, 1985)
12. Волошинов В Б, Москера Х С *Оптика и спектроскопия* **101** 675 (2006) [Voloshinov V B, Mosquera J C Opt. Spectrosc. **101** 635 (2006)]
13. Блистанов А А и др. *Акустические кристаллы* (Под ред. М П Шаскольской) (М.: Наука, 1982)
14. Auld B A *Acoustic Fields and Waves in Solids* (Malabar, Fla.: R.E. Krieger, 1990)
15. Voloshinov V B, Polikarpova N V, Declercq N F J. Acoust. Soc. Am. **125** 772 (2009)
16. Волошинов В Б, Поликарпова Н В, Можаев В Г Акуст. журн. **52** 297 (2006) [Voloshinov V B, Polikarpova N V, Mozhaev V G Acoust. Phys. **52** 245 (2006)]
17. Voloshinov V B et al. J. Opt. A **10** 095002 (2008)
18. Voloshinov V B, Polikarpova N V Appl. Opt. **48** C55 (2009)
19. Волошинов В Б, Макаров О Ю, Поликарпова Н В *Письма в ЖТФ* **31** (8) 79 (2005) [Voloshinov V B, Makarov O Yu, Polikarpova N V Tech. Phys. Lett. **31** 352 (2005)]
20. Локк Э Г УФН **178** 397 (2008) [Lock E H Phys. Usp. **51** 375 (2008)]

PACS numbers: 03.65.Xp, 42.25.-p, 78.67.-p  
 DOI: 10.3367/UFN.0181.201111j.1212

## Резонансное туннелирование сверхкоротких электромагнитных импульсов в градиентных метаматериалах: парадоксы и перспективы

А.Б. Шварцбург, Н.С. Ерохин

### 1. Введение. Туннелирование монохроматической волны через градиентный фотонный барьер (точно решаемая модель)

Настоящее сообщение посвящено новым эффектам туннелирования волновых импульсов через неоднородные среды. Говоря о туннелировании, часто подразумевают квантовые эффекты проникновения частиц через потенциальные барьеры, высота которых превосходит энергию самих частиц. Именно такую задачу впервые решал Г.А. Гамов [1] в 1928 г., когда Э. Резерфорд предложил ему объяснить парадокс альфа-распада атомных ядер, при котором энергия альфа-частицы, покидающей ядро, оказывалась меньше высоты потенциального барьера, окружающего ядро. Используя формальную аналогию между классическим волновым уравнением и уравнением Шредингера, Гамов показал, что известному в оптике эффекту нарушенного полного внутреннего отражения соответствует частичное проникновение через барьер волн де Броиля, описывающих альфа-частицу. Такой механизм проникновения, невозможный в классической механике, получил специальное название — "туннелирование". Связав эту аналогию с неопределенностью в соотношении импульса и координаты квантовой частицы, Гамов вычислил экспоненциально малую, но конечную вероятность туннелирования частиц через барьер. Это, по-видимому первое, применение квантовой механики в ядерной физике стало на многие годы эталоном для описания туннелирования квантовых объектов в электронике и физике твёрдого тела.

Новый всплеск интереса к эффектам туннелирования возник в связи с появлением метаматериалов, а особенно в связи с успехами нанотехнологии в создании так называемых градиентных сред, электромагнитные или механические параметры которых непрерывно распределены внутри среды по заданному закону, контролируемому технологией изготовления. Речь шла не о традиционных квантовых задачах, а о классических проблемах распространения электромагнитных волн через градиентные диэлектрические слои с конечной толщиной. В нанофотонике такие слои называют "градиентные фотонные барьеры", в радиофизике электромагнитных волн сверхвысокочастотного диапазона говорят о градиентных волновых барьерах. Именно такие структуры привлекают сегодня внимание при создании нового поколения фотонных кристаллов, направляющих волновых систем и миниатюрных устройств радиоэлектроники.

**А.Б. Шварцбург.** Объединённый институт высоких температур РАН, Москва, РФ; Институт космических исследований РАН, Москва, РФ  
 E-mail: alex-s-49@yandex.ru

**Н.С. Ерохин.** Институт космических исследований РАН, Москва, РФ  
 E-mail: nerokhin@mx.iki.rssi.ru

Как показано в работе [2], физические основы процессов туннелирования электромагнитных волн (ЭМ) через градиентные среды обусловлены геометрической, или нелокальной, дисперсией; этот механизм не связан с материальной дисперсией вещества барьера, а зависит от градиента и кривизны пространственного профиля показателя преломления  $n(z)$ . Эффекты искусственной дисперсии рассматриваются в настоящей статье для прозрачных барьеров, полученных при напылении диэлектрика на однородную непоглощающую подложку с показателем преломления  $n$ . Точные аналитические решения уравнений Максвелла для ряда таких градиентных фотонных барьеров показывают своеобразие процессов туннелирования волн в градиентной нанооптике, которое заключается, в частности, в следующем [3].

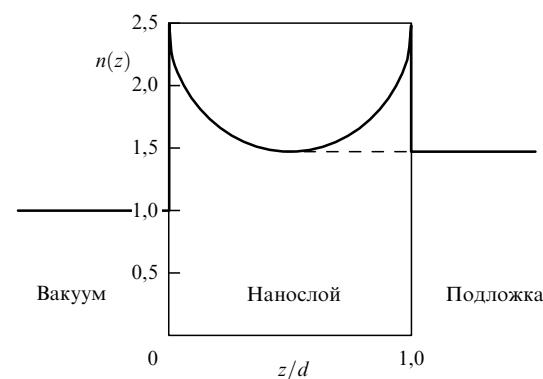
1. Спектры отражения и пропускания градиентных сред определяются не только скачком показателя преломления  $n(z)$  на границе среды, но и разрывами градиента и кривизны профиля  $n(z)$ ; получены формулы, определяющие спектры отражения и пропускания для ряда профилей  $n(z)$ , причём классические формулы Френеля являются лишь частным случаем полученных результатов. Так, нормированный профиль  $n(z)$  (рис. 1), содержащий два произвольных пространственных масштаба,  $L_1$  и  $L_2$ ,

$$n(z) = n_0 U(z), \quad U(z) = \left(1 + \frac{z}{L_1} - \frac{z^2}{L_2^2}\right)^{-1}, \quad (1)$$

характеризуется частотой отсечки  $\Omega$  [3], зависящей от толщины барьера  $d$ , показателя преломления материала барьера  $n_0$  и геометрических параметров профиля (1):

$$\Omega = \frac{2cy\sqrt{1+y^2}}{n_0 d}, \quad y = \frac{L_2}{2L_1}. \quad (2)$$

Пропускание градиентного волнового барьера (1) с частотой отсечки (2) определяется дисперсией волноводного типа: волны с частотами  $\omega > \Omega$  распространяются через барьер в режиме бегущей волны, а с частотами  $\omega < \Omega$  — в режиме туннелирования. Спектры пропускания барьера (1) удобно рассматривать с помощью безразмерной частоты  $u = \Omega/\omega$ ; при этом режиму  $\omega > \Omega$  ( $\omega < \Omega$ ) соответствует условие  $u < 1$  ( $u > 1$ ). Комплексный коэффициент пропускания



**Рис. 1.** Нормированный профиль диэлектрической проницаемости (1) внутри градиентного фотонного барьера, обеспечивающий туннелирование ЭМ-волн через барьер шириной  $d$ ;  $z/d$  — безразмерная координата поперёк барьера.

барьера (1)  $T = |T| \exp(i\phi_t)$  в режиме бегущей волны даётся выражениями [3]

$$|T|^2 = \frac{4nn_e^2(1+t^2)}{|\Gamma|^2}, \quad (3)$$

$$|\Gamma|^2 = \left[ t \left( n - \frac{\gamma^2}{4} + n_e^2 \right) + \gamma n_e \right]^2 + (n+1)^2 \left( n_e - \frac{\gamma t}{2} \right)^2, \quad (4)$$

$$\cos \phi_t = \frac{(n+1)(n_e - \gamma t/2)}{|\Gamma|}, \quad (5)$$

$$\sin \phi_t = \frac{t(n - \gamma^2/4 + n_e^2) + \gamma n_e}{|\Gamma|},$$

$$t = \tan \left( l \sqrt{\frac{1}{u^2} - 1} \right), \quad n_e^2 = n_0^2(1-u^2), \quad (6)$$

$$\gamma = \frac{2n_0uy}{\sqrt{1+y^2}}, \quad l = \ln \frac{y_+}{y_-}, \quad y_{\pm} = \sqrt{1+y^2} \pm y. \quad (7)$$

Комплексный коэффициент пропускания барьера в режиме туннелирования  $T = |T| \exp(i\phi_t)$  описывается другими выражениями:

$$|T|^2 = \frac{4nn_e^2(1-t^2)}{|\mathbf{N}|^2}, \quad (8)$$

$$|\mathbf{N}|^2 = \left[ t \left( n - \frac{\gamma^2}{4} - n_e^2 \right) + \gamma n_e \right]^2 + (n+1)^2 \left( n_e - \frac{\gamma t}{2} \right)^2, \quad (9)$$

$$\cos \phi_t = \frac{(n+1)(n_e - \gamma t/2)}{|\mathbf{N}|}, \quad (10)$$

$$\sin \phi_t = \frac{t(n - \gamma^2/4 - n_e^2) + \gamma n_e}{|\mathbf{N}|},$$

$$n_e^2 = n_0^2(u^2 - 1), \quad t = \tanh \left( l \sqrt{1 - \frac{1}{u^2}} \right). \quad (11)$$

Параметры  $\gamma$  и  $l$ , входящие в (8)–(11), определены в (7).

2. Анализ выражений (3)–(11) для комплексного коэффициента пропускания  $T = |T| \exp(i\phi_t)$  показывает, что при переходе от режима бегущей волны к режиму туннелирования ( $u = 1$ ) модуль коэффициента  $|T|$  меняется непрерывно (рис. 2а), а фаза  $\phi_t$  испытывает скачок на  $\pi$  (рис. 2б).

3. Диэлектрическая проницаемость, в отличие от таковой в традиционных эффектах туннелирования ЭМ-волн в средах со свободными носителями, сохраняет положительное действительное значение во всех точках внутри наноплёнки ( $0 < z < d$ ), в том числе и на падающей ветви профиля  $\varepsilon(z)$  ( $0 \leq z \leq d/2$ ), где при  $\varepsilon > 0$  выполнено условие  $\text{grad } \varepsilon < 0$ . Интерференция прямой и обратной волн в градиентном барьере может привести не к известным эффектам сильного отражения падающей волны и экспоненциального затухания туннелирующего поля в однородном прямоугольном барье, а к почти безотражательному (резонансному) режиму туннелирования в некотором спектральном интервале. В таком режиме коэффициент пропускания  $|T|^2$  может достигать высоких значений,  $|T|^2 = 0,9 - 0,95$  и даже  $|T|^2 = 1$ .

## 2. Динамика сверхкороткого импульса при резонансном туннелировании.

Отмеченные свойства, указанные ранее в [2, 3] для монохроматических полей, используются здесь для анализа туннелирования сверхкоротких широкополос-

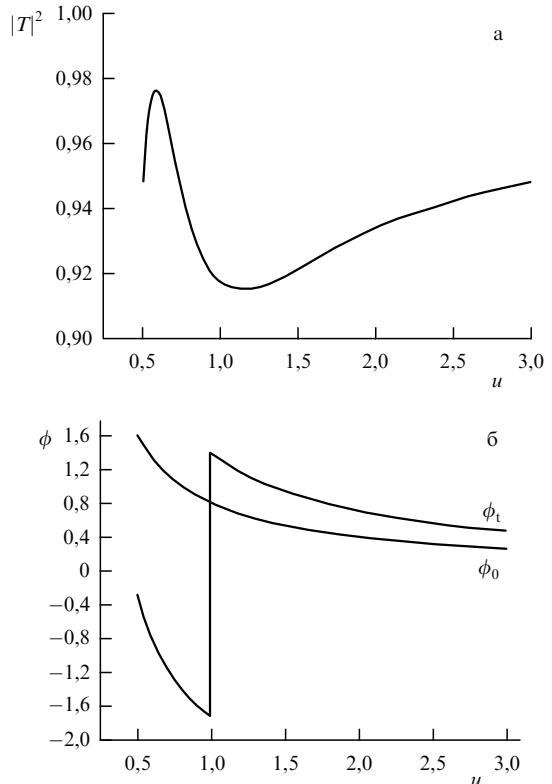


Рис. 2. Спектры туннелирования для градиентного барьера, показанного на рис. 1, с параметрами  $n_0 = 2,3$ ,  $n_{\min} = 1,47$ ,  $d = 100$  нм. (а) Коэффициент пропускания  $|T|^2$  по энергии. (б) Сдвиг фазы  $\phi_t$  прошедшей волны;  $\phi_0$  — набег фазы волны в воздухе,  $u = \Omega/\omega$  — нормированная частота.

ных фемтосекундных импульсов и видеоимпульсов, содержащих одно или несколько колебаний поля, через градиентный фотонный барьер. Туннелирование таких импульсов рассматривается ниже без каких-либо новых физических допущений и математических приближений на основе уравнений Максвелла для точно решаемой модели такого барьера.

Рассмотрим барьер, образованный прозрачным диэлектрическим нанослоем шириной  $d$  с непрерывным профилем (1), показанным на рис. 1 (кривая I). Нанослой напылён на толстую однородную подложку с показателем преломления  $n$ . Показатель преломления достигает максимальных значений  $n = n_0$  на границах слоя  $z = 0$  и  $z = d$  и минимального значения  $n = n_{\min}$  при  $z = 0,5d$ . Частота отсечки такого градиентного барьера  $\Omega$  определяется выражением (4). Амплитудно-фазовые спектры пропускания в окрестности нормированной частоты отсечки  $u = \Omega/\omega = 1$ , построенные по формулам (3)–(11) для комплексного коэффициента пропускания барьера  $T = |T| \exp(i\phi_t)$ , приведены на рис. 2.

Как видно из рис. 2, значения коэффициента пропускания по энергии  $|T|^2$  при  $u = 1$  непрерывны, а в спектре фазы прошедшей волны при  $u = 1$  имеется скачок фазы на  $\pi$  [4]: значения  $\phi_t(\omega)$  в туннелирующем режиме ( $\omega \leq \Omega$ ,  $u \geq 1$ ) положительны, а в режиме распространения ( $\omega \geq \Omega$ ,  $u \leq 1$ ) отрицательны. Фазовый сдвиг  $\phi_t$  в режиме туннелирования может превосходить в некотором интервале частот фазовый сдвиг  $\phi_0$  волны с той же частотой  $\omega$ , распространяющейся на то же расстояние  $d$  в свободном пространстве ( $\phi_0 = \omega d/c$ ). Эти сверхсветовые

$(\phi_t > \phi_0)$  и досветовые  $(\phi_t < \phi_0)$  фазовые эффекты показаны на рис. 2б.

Рассмотрим туннелирование фемтосекундного импульса длительностью  $t_0$  с несущей частотой  $\omega_0$  и амплитудой  $E_0$  с огибающей

$$E(t) = E_0 \sin \frac{\pi t}{t_0} \cos(\omega_0 t) \quad (12)$$

при нормальном падении на градиентный барьер, спектры пропускания которого показаны на рис. 2. В спектре импульса (12) содержатся гармоники, принадлежащие как области распространения, так и области туннелирования; фазовые сдвиги  $\phi_t$  в этих областях противоположны по знаку, а частотная дисперсия фазовых спектров значительна в обеих областях (рис. 2б). В зависимости от расстройки несущей частоты  $\omega_0$  от частоты отсечки  $\Omega$  вклады гармоник с  $\phi_t < 0$  и  $\phi_t > 0$  в огибающую туннелирующего импульса оказываются различными. Огибающая импульса после прохождения через градиентный барьер строится с помощью обратного фурье-преобразования от произведения  $F(\omega) T(\omega)$ , где  $F(\omega)$  — фурье-образ исходного импульса (12),  $T(\omega)$  — комплексный коэффициент пропускания. Для того чтобы учесть вклад как досветовых, так и сверхсветовых фазовых сдвигов в формирование туннелирующей огибающей  $E_1(t)$ , обратное фурье-преобразование производится в интервале частот  $\omega$  от 0 до  $\infty$ .

Динамику туннелирующего импульса удобно рассматривать в координатной системе, движущейся вместе с передним фронтом импульса в свободном пространстве со скоростью  $c$ . Точкам огибающей, расположенным позади (впереди) этого фронта, соответствуют положительные (отрицательные) значения времени, началу импульса соответствует момент  $t = 0$ . Рисунок 3, выполненный в этой системе координат, показывает сверхсветовые смещения деформированной огибающей, обусловленные туннелирующими частотами ( $u > 1$ ) в области  $t < 0$  [4]; распространяющиеся частоты ( $u < 1$ ) определяют деформацию в досветовой области  $t > 0$ . Неравенство фазовых сдвигов различных гармоник приводит к осциллирующему расширению прошедшего импульса и сверхсветовому смещению его переднего фронта, сопровождающемуся некоторой потерей энергии импульса ( $|T|^2 = 0,91 - 0,92$  (рис. 2а)). Нормированные огибающие прошедших импульсов  $E_1(t)/E_0$  показаны на рис. 3. Сравнение этих огибающих показывает, что искажение туннелирующих импульсов критически зависит от расстройки  $\Delta = (\omega_0 - \Omega)/\Omega$  несущей частоты относительно частоты отсечки  $\Omega$ .

Рисунок 3а, соответствующий отрицательной расстройке  $\Delta = -8,16 \times 10^{-2}$ , показывает, что предвестники, формирующиеся на переднем фронте туннелирующего импульса, расположены в области  $t < 0$  и, таким образом, они опережают передний фронт свободно распространяющегося импульса ( $t = 0$ ); амплитуда этих предвестников, составляющая 0,2 в точке  $t = 0$ , убывает в сторону распространения импульса. Модуляция заднего фронта в области  $t > 0$  обеспечивается распространяющимися частотами ( $u < 1$ ). При равенстве частот  $\omega_0 = \Omega$  ( $\Delta = 0$ ) возникает полное расщепление импульса, приводящее к формированию двух пиков с амплитудой 0,7; амплитуда предвестника на переднем фронте в точке  $t = 0$  возрастает до 0,48. Наконец, при сдвиге несущей частоты в область распро-

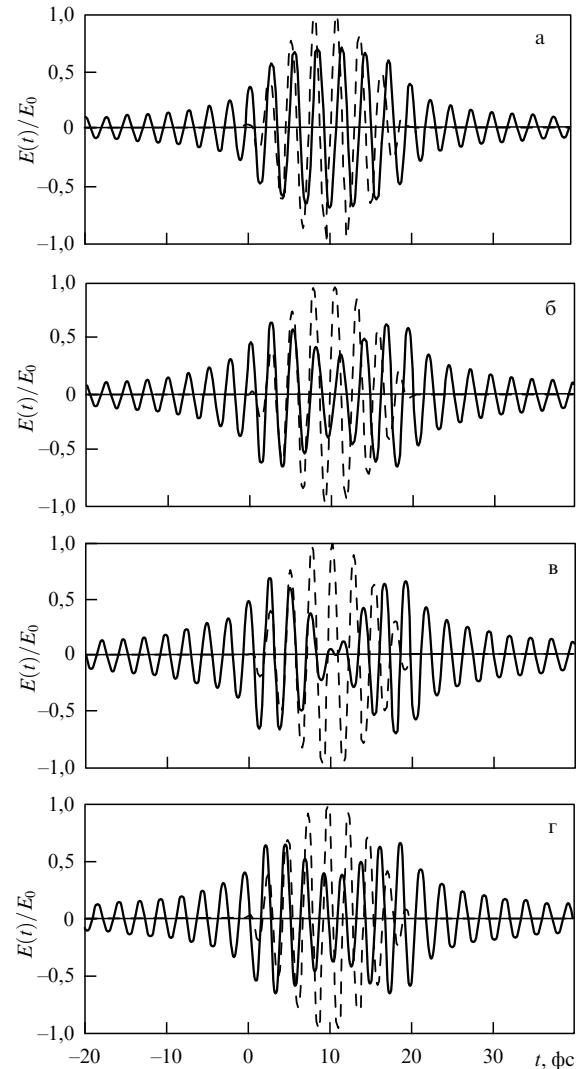
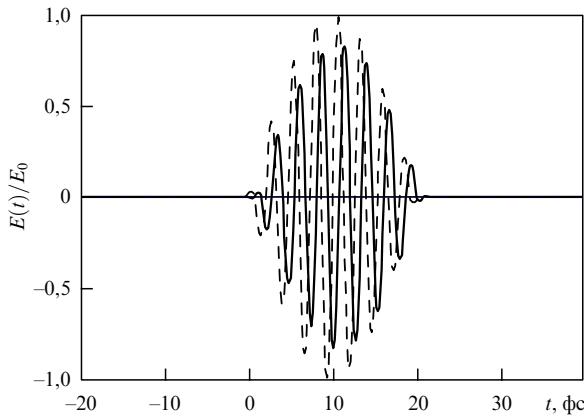


Рис. 3. Нормированные временные огибающие фемтосекундного импульса (12)  $E(t)/E_0$  ( $t_0 = 20$  фс), распространяющегося в свободном пространстве (штриховые кривые), и импульса, туннелирующего через градиентный барьер (сплошные кривые),  $\Omega = 2,45 \times 10^{15}$  рад  $\text{с}^{-1}$ ; на рис. За-г несущие частоты и расстройки составляют  $\omega_0 = 2,25 \times 10^{15}, 2,35 \times 10^{15}, 2,45 \times 10^{15}$  и  $2,55 \times 10^{15}$  рад  $\text{с}^{-1}$  и  $\Delta = -8,16 \times 10^{-2}, -4,08 \times 10^{-2}, 0$  и  $4,08 \times 10^{-2}$  соответственно. Сверхсветовые предвестники формируются в области  $t < 0$ .

странения ( $\Delta = 4,08 \times 10^{-2} > 0$ ) модуляция фронтов туннелирующего импульса и расщепление максимума становятся выраженным слабее (рис. 3г).

Примечательно, что эти деформации возникают при прохождении импульса (12) через тонкий градиентный барьер, толщина которого  $d = 100$  нм гораздо меньше длины волны  $\lambda$  (800 нм), соответствующей несущей частоте  $\omega_0$ . Указанный эффект характерен именно для градиентного барьера: как видно из рис. 4, при прохождении импульса (12) с той же несущей частотой  $\omega_0$  через однородный барьер, у которого частоты отсечки нет ( $\Omega = 0$ ), а значения остальных параметров ( $n_0, n_{\min}, n, d$ ) совпадают с соответствующими значениями для вышеописанного градиентного барьера, режим туннелирования и расслоение импульса не возникают.

Следует отметить смещение при туннелировании "центра тяжести"  $t_c$  импульса  $f(t)$  относительно центра  $t_{c0}$  импульса, распространяющегося в вакууме со ско-



**Рис. 4.** Прохождение импульса (12) при  $\omega_0 = 2,45 \times 10^{15}$  рад  $\text{с}^{-1}$  в режиме бегущей волны через однородный волновой барьер ( $\Omega = 0$ ), параметры которого  $n_0, n_{\min}, n, d$  указаны в подписи к рис. 2. Предвестники импульса, в отличие от таковых в режиме туннелирования (рис. 3), не формируются.

ростью света,  $\Delta_t = t_{c0} - t_c$ , где

$$t_c = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} t f(t) dt}{\int_{-\infty}^{\infty} f(t) dt}. \quad (13)$$

Расчёт по формуле (13) показывает, что при туннелировании импульса (12) ( $t_0 = 20$  фс) смещение  $\Delta_t$  составляет  $\Delta_t \approx 0,15-0,2$  фс, т.е. центр тяжести импульса после туннелирования *отстает* от центра тяжести свободно летящего импульса ( $\Delta_t > 0$ ).

### 3. Формирование сверхсветовых предвестников при туннелировании короткого импульса

На первый взгляд, модуляция огибающей на краях импульса напоминает классический эффект Зоммерфельда–Бриллюэна — формирование предвестников при распространении импульса в прозрачной дисперсионной среде вне области туннелирования. Как известно, длина пути формирования этих предвестников должна быть достаточно велика ( $Z \gg ct_0$ ), их амплитуда мала по сравнению с пиковой амплитудой импульса, а их скорость не превосходит скорость света в вакууме  $c$  [5]. Однако результаты формирования сверхсветовых предвестников [4] при туннелировании через градиентный волновой барьер (см. рис. 3) сильно отличаются от таковых для классической картины.

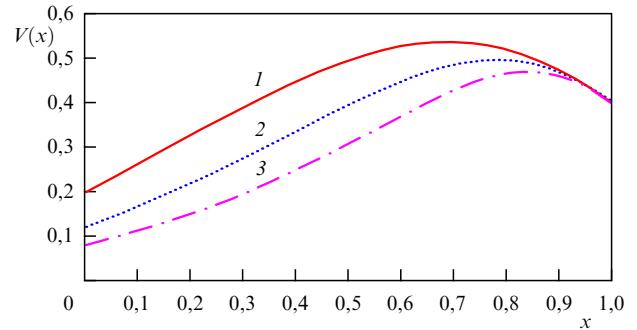
1. Вследствие скачка фазы, вызывающего быстрое смещение туннелирующих гармоник, развивается значительная деформация импульса на расстояниях, меньших длины волны.

2. Амплитуды предвестников не малы, и они могут стать сравнимыми с пиком исходного импульса.

3. Частичное или полное расслоение импульса, вызывающее формирование предвестников, определяется расстройкой частоты  $\Delta$ .

Говоря о формировании сверхсветовых предвестников импульса, прошедшего через градиентный барьер в режиме туннелирования, следует отметить различия основных параметров прошедшего и начального импульсов:

а) энергия прошедшего импульса меньше энергии начального, а его длительность больше длительности



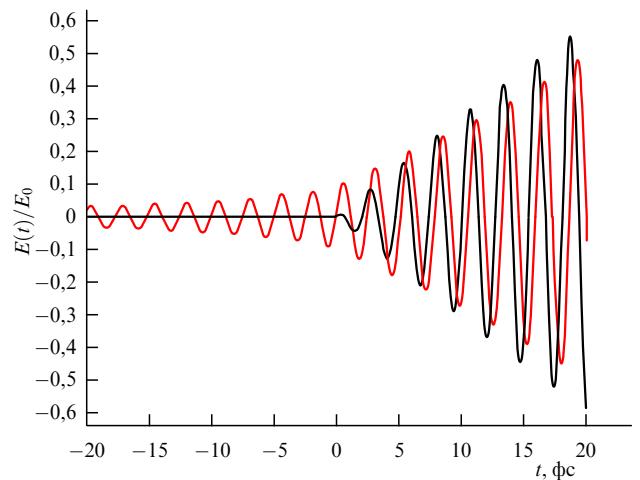
**Рис. 5.** Дисперсия нормированной групповой скорости  $V(x) = v_g/c$  внутри градиентного фотонного барьера, показанного на рис. 1,  $x = z/d$  — безразмерная координата. Кривые 1, 2 и 3 соответствуют нормированным частотам  $u = 1,0, 1,5$  и  $2,0$ .

начального импульса. Более того, огибающая прошедшего импульса не имеет ничего общего с начальной огибающей;

б) скорость переноса энергии туннелирующей волной внутри барьера  $v_g$ , определяемая как  $v_g = P/W$ , где  $P$  — вектор Умова–Пойнтинга,  $W$  — плотность энергии, меньше скорости света в вакууме  $c$  (рис. 5);

в) центр тяжести прошедшего импульса отстает от центра тяжести такого же импульса при свободном распространении.

Темп формирования предвестников зависит от числа колебаний поля ( $m$ ) внутри туннелирующего импульса с несущей частотой  $\omega_0$  и длительностью  $t_0$  ( $m \approx \omega_0 t_0 / (2\pi)$ ) и связанного с параметром  $m$  темпа нарастания амплитуды от периферии к максимуму. В условиях рис. 3 ( $m = 7-8$ ) предвестники и расслоение максимума хорошо выражены, а в случае  $t_0 = 100$  фс при той же несущей частоте  $m$  гораздо больше ( $m = 37-38$ ), темп нарастания амплитуды медленнее и небольшая модуляция возникает лишь на крыльях огибающей (рис. 6), расслоения центрального пика нет. Для того чтобы исключить возможное влияние искусственных "концевых точек" огибающей, возникающих в модели (12), в работе [4] была исследована динамика туннелирования "гладкого" гауссова импульса, в которой медленный спад огибающей на крыльях не связан с такими



**Рис. 6.** Слабая модуляция огибающей ( $E/E_0 \leq 0,05$ ) на периферии "длинного" импульса (12) ( $t_0 = 100$  фс), туннелирующего через барьер в условиях рис. 3,  $\omega_0 = 2,562 \times 10^{15}$  рад  $\text{с}^{-1}$ .

точками:

$$E(t) = E_0 \exp\left(-\frac{t^2}{t_1^2}\right) \cos(\omega_0 t). \quad (14)$$

Характерное время  $t_1$  в (14) выбрано так, чтобы  $t_0$ , определяющее длительность импульса (12), соответствовало полуширине гауссова импульса (14), т.е.  $t_1 = 1,2t_0$ .

Сравнение процессов туннелирования импульсов (12) и (14) через один и тот же барьер при одинаковых несущих частотах  $\omega_0$  показывает, что и в случае гауссова импульса возникает расслоение огибающей, а на переднем фронте формируется сверхсветовой предвестник.

Аналогичные эффекты наблюдаются и при туннелировании ультракоротких широкополосных видеоимпульсов, содержащих одно или несколько негармонических колебаний поля и длинный затухающий "хвост" [6]. Пример такой перестройки видеоимпульса с огибающей, построенной из функций Лагерра,

$$\frac{E(t)}{E_0} = \frac{1}{2} x(x-4) \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right), \quad x = \frac{t}{t_0}, \quad (15)$$

где  $t_0$  — характерный масштаб времени, приведён на рис. 7.

Говоря о сверхсветовых предвестниках, следует отметить, что вопрос о скорости туннелирования стал камнем преткновения для теории туннелирования ещё со времён работы Гамова. Так, попытка Кондона [7] рассчитать в рамках этой теории скорость или пролётное время частицы в области, где энергия частицы  $E$  меньше высоты потенциального барьера  $U_0$ , вывела принципиальную проблему: как определить эти величины в "классически запрещённой" зоне, где импульсу частицы следовало бы приписать мнимые значения? Ещё год спустя Макхолл пришёл к выводу об "отсутствии какой-

либо задержки волнового пакета, движущегося внутри барьера" [8]. Позднее, при анализе туннелирования основной моды металлического волновода через участок с меньшей частотой отсечки, привлекла внимание концепция комплексного времени [9]. В рамках этой концепции время туннелирования  $\tau$  в рассматриваемой задаче определялось через комплексную функцию пропускания  $T = |T| \exp(i\phi_t)$ :

$$\tau = \sqrt{\left(\frac{\partial \phi_t}{\partial \omega}\right)^2 + \left(\frac{\partial \ln |T|}{\partial \omega}\right)^2}. \quad (16)$$

В преддверии столетнего юбилея специальной теории относительности (2005 г.) появились и новые формулировки принципа причинности, включающие в себя эффекты туннелирования: например, в любой момент поток энергии на выходе стационарной среды не может быть больше того потока, который имелся бы в её отсутствие [10]. Однако такая формулировка вызывает противоречивые оценки [11, 12], и вопрос об определении времени туннелирования остаётся открытым.

#### 4. Заключение

Говоря о контролируемой дисперсии волн в градиентных средах, целесообразно отметить некоторые особенности такой дисперсии, полезные для разработки градиентных структур оптоэлектроники.

1. Для создания градиентного волнового барьера в заданном спектральном диапазоне можно использовать искусственный материал, области поглощения которого лежат вдали от области сильной дисперсии, в отличие от областей поглощения естественных материалов, которые обычно к ней близки.

2. Появление контролируемой частоты отсечки в градиентных диэлектриках открывает возможности использования таких диэлектриков вместо металлических пленок в элементах фотонных кристаллов и других устройств плазмоники.

3. Универсальный характер отмеченных эффектов, основанных на точных аналитических решениях уравнений Максвелла для неоднородных сред, позволяет распространить полученные результаты на иные области спектра, например гигагерцевый диапазон. Указанная аналогия позволяет вести параллельные разработки и моделирование субволновых оптических, гигагерцевых и квантовых структур с такими наборами параметров, которые не встречаются в естественных материалах.

Следует также подчеркнуть, что рассмотренный здесь механизм формирования сверхсветовых предвестников при туннелировании через градиентные фотонные нанобарьеры описан в рамках точных аналитических решений уравнений Максвелла и не требует новых физических допущений. Более того, использование слабозатухающих туннелирующих мод снимает проблему регистрации экспоненциально затухающих мод при традиционных туннельных экспериментах. В этой ситуации решающее значение приобретают эксперименты по туннелированию излучения как в оптической, так и в микроволновой частях спектра ЭМ-волн [13]. При этом, как подчёркивалось выше, прошедший импульс, в некоторой части которого в результате туннелирования отмечено сверхсветовое смещение огибающей, не имеет ничего общего с падающим импульсом (энергия прошедшего импульса меньше энергии падающего, длитель-

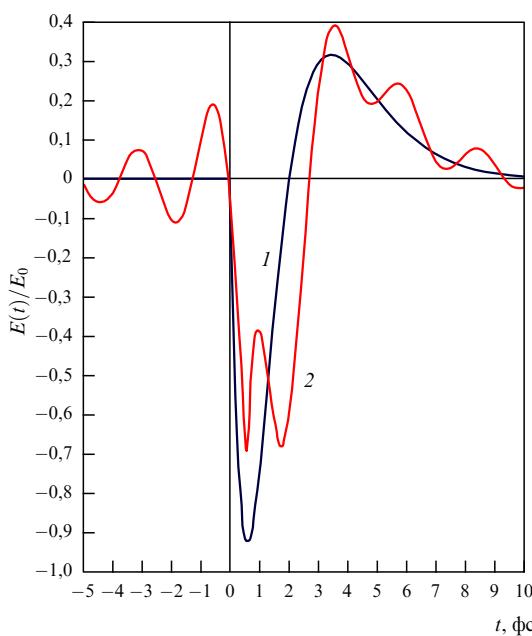


Рис. 7. Быстрая модуляция видеоимпульса (15) и образование сверхсветовых предвестников при туннелировании через градиентный барьер. 1 и 2 — временные огибающие падающего и прошедшего импульсов ( $t_0 = 0,5$  фс). Сверхсветовые предвестники образуются на переднем фронте видеоимпульса ( $t < 0$ ).

ность прошедшего импульса больше длительности падающего, временные и спектральные огибающие обоих импульсов различны), так что эйнштейновская трактовка скорости света как предельной скорости движения любого объекта в вакууме ("скорость света в вакууме не может зависеть от скорости источника" [14]), в обсуждаемой картине туннелирования не нарушается. Однако исследование сверхсветового опережения некоторой части импульса по сравнению с таким же импульсом, распространяющимся в вакууме, может представлять не только академический, но и практический интерес, открывая перспективы для приложений.

Авторы благодарят Т. Арееки, Л.М. Зелёного, М.А. Зуева, В. Кузмака, А.А. Марадудина, Г. Пети, О.В. Руденко и В.Е. Фортова за обсуждение результатов этой работы.

## Список литературы

1. Gamow G Z. *Phys.* **51** 204 (1928)
2. Шварцбург А Б УФН **177** 43 (2007) [Shvartsburg A B *Phys. Usp.* **50** 37 (2007)]
3. Shvartsburg A B, Kuzniak V, Petite G *Phys. Rep.* **452** 33 (2007)
4. Shvartsburg A B, Petite G, Zuev M *J. Opt. Soc. Am. B* **28** 2271 (2011)
5. Гинзбург В Л *Распространение электромагнитных волн в плазме* (М.: Наука, 1967) [Ginzburg V L *The Propagation of Electromagnetic Waves in Plasmas* (Oxford: Pergamon Press, 1970)]
6. Shvartsburg A B *Impulse Time-Domain Electromagnetics of Continuous Media* (Boston: Birkhäuser, 1999)
7. Condon E U, Morse P M *Rev. Mod. Phys.* **3** 43 (1931)
8. MacColl L A *Phys. Rev.* **40** 621 (1932)
9. Buttiker M, Landauer R J. *Phys. C Solid State Phys.* **21** 6207 (1988)
10. Steinberg A M, Kwiat P G, Chiao R Y *Phys. Rev. Lett.* **71** 708 (1993)
11. Nimtz G, Enders A, Spieker H J. *Physique I* **4** 565 (1994)
12. Milonni P W *J. Phys. B At. Mol. Opt. Phys.* **35** R31 (2002)
13. Shvartsburg A B et al. *Phys. Rev. E* **78** 016601 (2008)
14. Einstein A "On the electrodynamics of moving bodies", in *The Collected Papers of Albert Einstein Vol. 2 The Swiss Years: Writings, 1900–1909* (Eds J Stachel et al.) (Princeton, N.J.: Princeton Univ. Press, 1989)

PACS numbers: 43.20. + g, 43.30. + m, 43.60. – c  
DOI: 10.3367/UFNr.0181.201111k.1217

## Фокусировка низкочастотных звуковых полей на океанском шельфе

В.Г. Петников, А.А. Стромков

### 1. Введение

В настоящее время для целого ряда прикладных задач акустики морского шельфа изучается возможность использования сфокусированного низкочастотного (100–500 Гц) звукового поля. Речь идёт о фокусировке звука на расстояниях в несколько десятков километров от фокусирующих систем при типичной глубине моря порядка 100 м.

С физической точки зрения, ставится задача о фокусировке звука в плоском волноводе, параметры кото-

**В.Г. Петников.** Институт общей физики им. А.М. Прохорова РАН, Москва, РФ. E-mail: petnikov@kapella.gpi.ru  
**А.А. Стромков.** Институт прикладной физики РАН, Нижний Новгород, РФ

рого (глубина, показатель преломления, акустические характеристики нижней границы, определяемые морским дном) сложным образом зависят от пространственных координат. Существенно, что часть этих параметров, в первую очередь показатель преломления, испытывает случайные пространственно-временные возмущения. Кроме того, расстояние до точки фокусировки значительно превышает размеры фокусирующей системы.

В такой ситуации, пожалуй, единственным способом сфокусировать звук является применение методов, основанных на излучении фокусирующей системой самосогласованного со средой волнового поля. К таким методам относятся обращение волнового фронта (ОВФ) акустических волн и сходный с ним метод, основанный на временному обращении волн (ВОВ) [1–3] (который в англоязычной литературе получил название "time-reversal mirror"). Напомним, что в основе указанных методов лежит регистрация звукового поля от пробного источника (ПИ), помещённого в точку предполагаемой фокусировки, и излучение фокусирующей системой обратно в волновод обращённого волнового поля. Распространение звука в обратном направлении через те же самые неоднородности, что и в прямом направлении, приводит к компенсации фазовых и временных искажений акустических сигналов и, как следствие, к фокусировке в месте расположения ПИ.

Настоящее сообщение содержит описание методов и результатов исследований необычных свойств сфокусированного звука в мелком море. Обсуждаются характеристики физических устройств, предназначенных для фокусировки акустического поля в столь сложных с экспериментальной точки зрения условиях. Рассматриваются возможные сферы использования сфокусированного звука.

### 2. Методы исследования

#### сфокусированного звука в мелком море

Изучение особенностей фокусировки звука на морском шельфе проводилось как в рамках численного моделирования, так и в натурных экспериментах (см., например, работы [4–6]). В общем случае эффект фокусировки в окрестности точки  $\mathbf{r}_0$ , основанный на ВОВ, рассчитывался для пространственного распределения величины  $B(\mathbf{r})$ :

$$B(\mathbf{r}) = \max_t (B_c(\mathbf{r}, t)) = \\ = \max_t \left[ \frac{1}{T} \left| \int_{-\infty}^{\infty} P(\omega, \mathbf{r}) s(\omega) \exp(-i\omega t) d\omega \right| \right]. \quad (1)$$

Здесь функция  $B_c(\mathbf{r}, t)$  представляет собой огибающую взаимно корреляционной функции излучённого и принятого переизлучённого сигнала, строго говоря, определяемую для широкополосных сигналов с конечной длительностью; максимум берётся для зависимости от времени  $t$ ;  $\mathbf{r}_0$  — радиус-вектор точки фокусировки (точки расположения ПИ);  $s(\omega)$  — спектр излучённого сигнала;  $T$  — длительность сигнала;  $P(\omega, \mathbf{r})$  — спектр переизлучённого сигнала в точке  $\mathbf{r}$ ,

$$P(\omega, \mathbf{r}) = \sum_j^J Z_1(\omega, \mathbf{r}_j, \mathbf{r}) Z^*(\omega, \mathbf{r}_0, \mathbf{r}_j) s^*(\omega), \quad (2)$$

где знак  $*$  означает комплексное сопряжение;  $Z(\omega, \mathbf{r}_0, \mathbf{r}_j)$  и  $Z_1(\omega, \mathbf{r}_0, \mathbf{r})$  — передаточные функции волновода между точками  $\mathbf{r}_0$  и  $\mathbf{r}_j$  и между точками  $\mathbf{r}_j$  и  $\mathbf{r}$  соответственно;  $\mathbf{r}_j$  — радиус-вектор трансиверов (приёмно-излучающих элементов) фокусирующей системы. Предполагается, что в качестве такой системы выступает дискретная вертикальная антenna, состоящая из  $J$  трансиверов (именно такие антенны используются в натурном гидроакустическом эксперименте для излучения и приёма низкочастотных гидроакустических сигналов).

При фокусировке квазигармонического звукового поля с частотой  $\omega = \omega_0$  и сколь угодно большой длительностью формула (1) переходит в известное выражение для амплитуды поля в точке наблюдения:

$$P_a(\omega_0, \mathbf{r}) = \left| \sum_j^J Z_1(\omega_0, \mathbf{r}_j, \mathbf{r}) Z^*(\omega_0, \mathbf{r}_0, \mathbf{r}_j) \right| s_0. \quad (3)$$

Формула (3) описывает фокусировку с помощью ОВФ для гармонического ПИ с амплитудой  $s_0$ . Как показано В.А. Зверевым [3], два способа фокусировки (с помощью ВОВ и ОВФ) имеют принципиальные различия, что и подтвердило численное моделирование.

При численном моделировании передаточные функции представлялись в виде суммы взаимодействующих волноводных мод. В частности, для вычисления функции  $Z(\omega, \mathbf{r}_0, \mathbf{r}_j)$  использовалось следующее выражение:

$$Z(\omega, \mathbf{r}_0, \mathbf{r}_j) = \sum_m^{M(\omega)} C_m(\omega, \mathbf{r}_0, \mathbf{r}_j) \frac{\psi_m(\omega, z_j)}{\sqrt{q_m(\omega)r_0}} \exp(iq_m(\omega)r_0), \quad (4)$$

где  $\psi_m(\omega, z)$  и  $\xi_m(\omega)$  — собственные функции (волноводные моды) и собственные значения соответствующей задачи Штурма – Лиувилля ( $\xi_m(\omega) = q_m(\omega) + i\gamma_m(\omega)/2$ ),  $M(\omega)$  — число распространяющихся мод. Аналогично записывается выражение и для функции  $Z_1(\omega, \mathbf{r}, \mathbf{r}_j)$  [6].

Коэффициенты  $C_m(\omega, \mathbf{r}_0, \mathbf{r}_j)$  определяются решением системы дифференциальных уравнений для взаимодействующих мод на интервале от пробного источника до приёмно-излучающего элемента антенны [6]. Ключевым в этих уравнениях является коэффициент межмодового взаимодействия, зависящий от вида пространственно-временных возмущений показателя преломления (скорости звука) в волноводе. В качестве таковых для морского шельфа в первую очередь следует учитывать возмущения, связанные с поверхностными волнами, а в летний период — и с внутренними волнами.

Моделирование фокусировки звукового поля сводится к решению более общей задачи о взаимодействии волновых полей разной физической природы на океанском шельфе. Методика её решения содержится в работе [7]. Отметим здесь только, что эта методика основывается на использовании пространственно-временных спектров мощности случайных вертикальных смещений жидкости в поле внутренних и поверхностных волн. Для поля фоновых внутренних волн на шельфе такие спектры (заметно изменяющиеся от акватории к акватории) измеряются в эксперименте, включающем в себя и радиолокационные наблюдения поверхностных проявлений внутренних волн. Для поверхностных волн можно использовать известные эмпирические соотношения для спектра ветрового волнения (например, соотношение Пирсона – Неймана).

Таким образом, с использованием соотношений (1), (3) оказывается возможным рассчитать сфокусированное звуковое поле в окрестности пробного источника при ВОВ и ОВФ. Наибольший интерес представляет расчёт поля в вертикальной плоскости, проходящей через вертикальную фокусирующую антенну и ПИ, — в цилиндрической системе координат с центром в точке расположения антенны это плоскость  $(r, z, \varphi_0)$ , где  $r$  — расстояние,  $z$  — глубина,  $\varphi_0$  — угол, определяющий направление на источник. При этом примечательной особенностью рассматриваемой задачи, имеющей также важное практическое значение, является тот факт, что в горизонтально однородном волноводе при отсутствии случайных возмущений (например, в безветренную погоду в зимний период) фокусировка имеет место в любой вертикальной плоскости  $(r, z, \varphi)$ , а не только в плоскости ПИ, при условии, конечно, что параметры волновода не зависят от угла  $\varphi$ . Другими словами, область фокусировки в этом случае имеет форму тора. Конечно, в действительности такой случай не является типичным. Более вероятна ситуация, в которой существует слабая зависимость параметров волновода от угла  $\varphi$  и область фокусировки имеет форму тороидального сегмента.

При современных мощностях вычислительной техники расчёт сфокусированного звукового поля на плоскости  $(r, z, \varphi_0)$  с требуемым пространственным разрешением не представляет больших проблем. На рисунке 1 приведены схема и параметры численного эксперимента, имитирующего фокусировку звука в типичном районе морского шельфа. Результаты расчётов представлены в разделе 3. Отмеченные ниже общие закономерности, следующие из этих результатов, проверялись и наблюдались нами при численном моделировании с достаточно широким набором параметров (не только с указанным на рис. 1) задачи фокусировки в мелком море.

В то же время измерить пространственные характеристики звукового поля на плоскости  $(r, z, \varphi_0)$  в натурном эксперименте вряд ли возможно. Для этой цели необходимо развернуть в указанной плоскости большое количество вертикальных измерительных приёмных цепочек. В предположении, что ПИ находится в том же месте, что и один из приёмников цепочек ( $r_0 = r_{q'}$ ,  $z_0 = z_{n'}$ ), формулы (1) и (3) для плоскости  $(r, z, \varphi_0)$  могут быть представлены в следующем виде:

$$B(r_q, z_n) = \max_t \left[ \frac{1}{T} \left| \int_{-\infty}^{\infty} \sum_j^J Z_1(\omega, z_j, r_q, z_n) \times \right. \right. \\ \left. \left. \times Z^*(\omega, r_{q'}, z_{n'}, z_j) |s(\omega)|^2 \exp(-i\omega t) d\omega \right| \right], \quad (5)$$

$$P_a(\omega_0, r_q, z_n) = \left| \sum_j^J Z_1(\omega_0, z_j, r_q, z_n) Z^*(\omega_0, r_{q'}, z_{n'}, z_j) \right| s_0. \quad (6)$$

Пространственное разрешение и размеры диагностируемой области при этом будут определяться числом цепочек и расстоянием между приёмниками.

В настоящее время известны результаты натурного эксперимента лишь с одной измерительной цепочкой, позволившей зарегистрировать вертикальное распределение звукового поля в фокусном пятне и его эволюцию со временем [4]. Однако этот натурный эксперимент

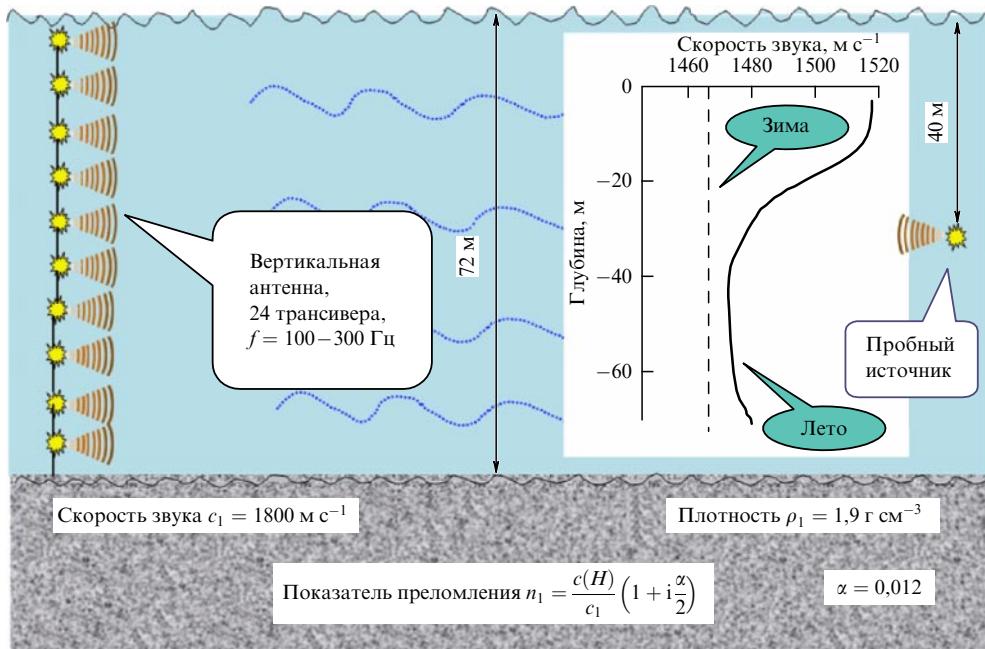


Рис. 1. Схема и параметры численного моделирования.

проводился в закрытом районе морского шельфа при небольшом градиенте вертикального профиля и слабом поверхностном волнении, т.е. в отсутствие указанных выше случайных возмущений профиля скорости звука. В такой ситуации, т.е. в приближении "замороженной" среды, существует более простой способ оценки качества фокусировки, реализованный в наших экспериментах [5]. Речь идёт о комбинированном способе оценки сферически сформированного излучения, включающего в себя измерения передаточных функций волновода с последующим расчётом сфокусированного звукового поля. Естественно, при этом предполагается обратимость передаточной функции относительно местоположения источника и приёмника звука.

Методика измерений схематично представлена на рис. 2, где изображено научно-исследовательское судно, буксирующее источник звука по направлению к приёмной антенне. Трасса буксировки, которая пересекает точку предполагаемой фокусировки звука, находится в плоскости  $(r, z, \varphi_0)$ . Регистрация известного сигнала от источника позволяет измерить передаточные функции  $Z(\omega, r_0, z_0, \varphi_0, z_j)$  и  $Z_1(\omega, z_j, r_q, z_{n'}, \varphi_0)$  и затем, используя (5), (6), рассчитать горизонтальное распределение звукового поля в фокусном пятне.

### 3. Особенности фокусировки звука на морском шельфе

Особенности фокусировки низкочастотного звука в мелком море обусловлены волноводным характером распространения акустического поля. Среди этих особенностей в первую очередь следует отметить возможность фокусировки с использованием одиночного трансивера в случае применения ВОВ и широкополосного акустического поля<sup>1</sup>.

<sup>1</sup> Таким образом, фокусировка в волноводе аналогична фокусировке с помощью одиночного трансивера в сильно рассеивающей среде [2].

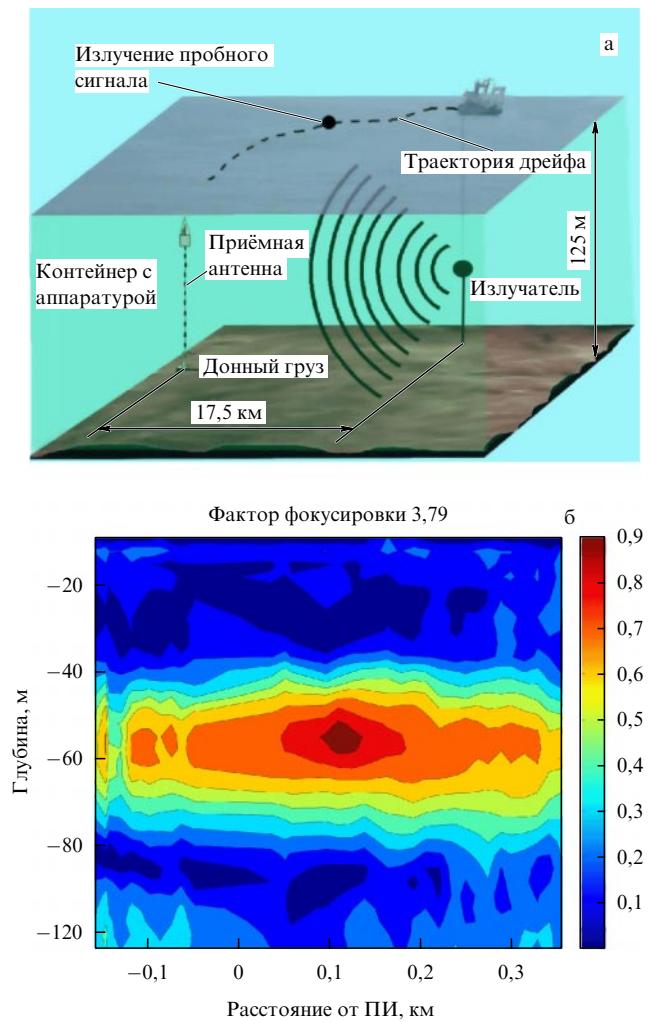


Рис. 2. (а) Схема и параметры натурного эксперимента в Баренцевом море. (б) Фокусировка звукового поля в полосе частот 100–300 Гц.

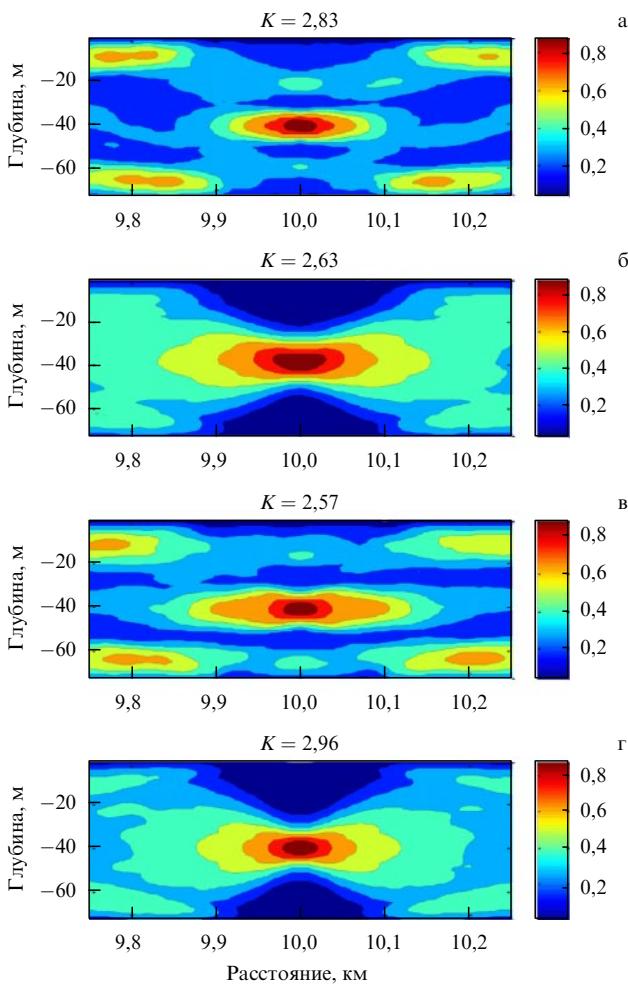


Рис. 3. Фокусировка звукового поля с использованием ВОВ (численное моделирование): одиничный трансивер на глубине (а) 9 м, (б) 40 м, (в) 63 м; (г) фокусирующая вертикальная антенна.

Пример такой фокусировки (здесь и далее рассматривается нормированное на максимальное значение распределение  $B(r, z)$ ) на расстоянии  $\approx 10$  км приведён на рис. 3. При моделировании предполагалось, что пробный источник излучает сигнал с линейной частотной модуляцией в полосе  $f = 100 - 300$  Гц. Для грубой оценки качества фокусировки на рис. 3 приведено также расчётное значение коэффициента  $K = \max(B(r, z)) / \langle B(r, z) \rangle$ , обычно называемого фактором фокусировки<sup>2</sup>. Здесь под  $\max(B(r, z))$  понимается максимальное значение величины  $B(r, z)$ , определяемой для интервалов  $r$  и  $z$ , представленных на рис. 3,  $\langle B(r, z) \rangle$  — среднее значение в тех же интервалах за исключением точки фокусировки.

Как видно из рис. 3, качество фокусировки при использовании вертикальной антенны лишь немного лучше, чем при использовании одиничного трансивера. Однако величина  $K$  не отражает некоторых особенностей фокусировки. Например, характер фокусировки при одиничном трансивере зависит от глубины. При расположении элемента на той же глубине  $z_0$ , что и ПИ, звуковое поле сосредоточено в области фокусного

<sup>2</sup> Отметим, что в случае фокусировки квазигармонических звуковых полей с помощью ОВФ мы можем аналогичным образом записать выражение для  $K$ , в котором вместо  $B(r, z)$  будет фигурировать  $P_a(r, z)$ .

пятна, хотя размер этого пятна несколько больше, чем в случае применения вертикальной антенны. При расположении трансивера вблизи границ волновода размер фокусного пятна примерно тот же, что и при использовании вертикальной антенны. Однако в этих случаях для распределения поля характерны побочные максимумы, отсутствующие при его расположении на глубине  $z_0$ , а также в случае использования антенны. Эти особенности обусловлены зависимостью спектра возбуждаемых мод от глубины погружения источника звука.

Возможность фокусировки с помощью одиночного трансивера получила подтверждение и при расчётах с использованием передаточных функций, измеренных в натурном эксперименте (см. рис. 2). Полоса частот излучаемых акустических сигналов составляла  $f = 100 - 300$  Гц. Расчёты сфокусированного поля проводились по формуле для одиничного трансивера, находящегося на глубине  $z_j$  [5]:

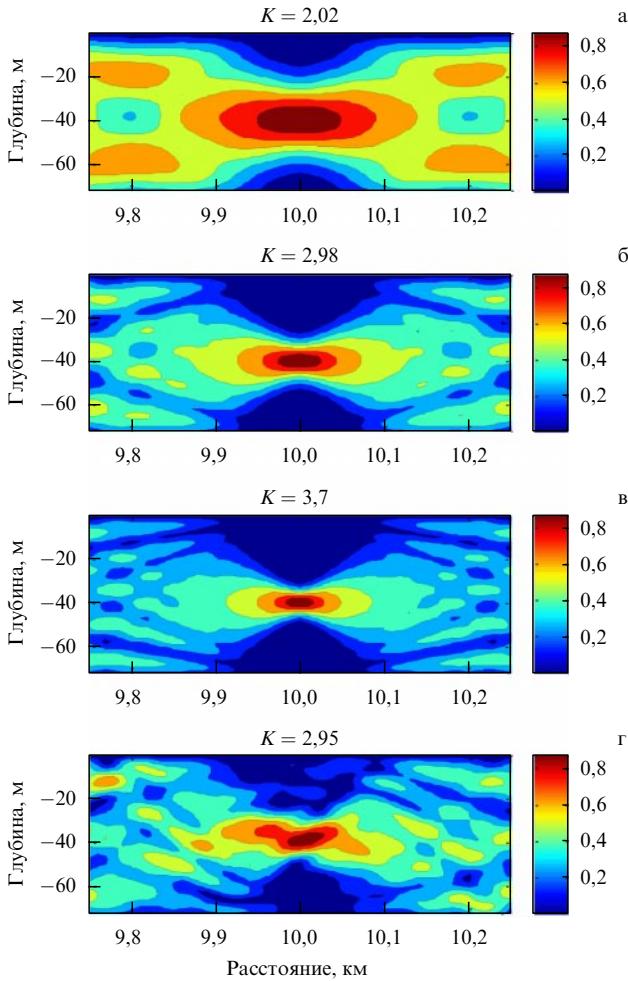
$$B(r_q, z_n) = \max_i \left[ \frac{1}{T} \left| \int_{-\infty}^{\infty} Z(\omega, r_q, z_n, z_j) \times \right. \right. \\ \left. \left. \times Z^*(\omega, r_q, z_n, z_j) |s(\omega)|^2 \exp(-i\omega t) d\omega \right| \right], \quad (7)$$

где  $n = 1, 2, \dots, J$ . Формула (7) совпадает с точным выражением (5) только для точек, лежащих на траектории движения источника звука в натурном эксперименте. В то же время результаты расчётов показали, что эта формула верно описывает фокусировку звука на плоскости  $(r, z, \varphi_0)$ .

Следует также подчеркнуть, что качество фокусировки при одиничном трансивере и ВОВ существенно зависит от относительной полосы частот  $\Delta f/f$  звукового поля. Численное моделирование показало, что для типичных условий мелкого моря величина  $\Delta f/f$ , при которой фактор фокусировки не опускается ниже 2,5, превышает 40 %.

При использовании ОВФ фокусировка с помощью одиночного трансивера невозможна. В этом случае для фокусировки звука необходимо применять развитые вертикальные антенны, перегораживающие весь мелководный волновод. Результаты фокусировки при ОВФ для различных частот гармонических акустических сигналов показаны на рис. 4 (моделирование с использованием формулы (6)). Как и следовало ожидать, качество фокусировки повышается с возрастанием частоты. Сравнение рис. 3 и 4 показывает, что качество фокусировки при ВОВ и ОВФ примерно одинаково при условии использования ОВФ акустических волн с частотой  $f = 200$  Гц, т.е. с частотой, равной средней частоте линейно-частотно-модулированных (ЛЧМ) сигналов, применяемых при ВОВ<sup>3</sup>. В то же время оказалось, что качество фокусировки слабо зависит от числа трансиверов при неизменной общей длине фокусирующей антенны (рис. 4б, г). И наоборот, качество фокусировки резко снижается при уменьшении длины антенны и неизменном числе трансиверов. Причём тот факт, что расстояние между трансиверами становится всё меньше и меньше по сравнению с  $\lambda/2$  ( $\lambda$  — длина звуковой волны), не оказывает существенного влияния. В частно-

<sup>3</sup> Здесь проводится сравнение качества фокусировок, реализованных при одной и той же антенне.

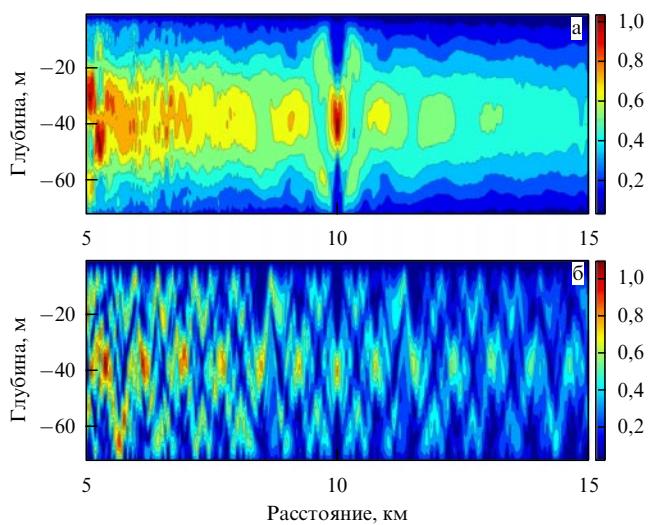


**Рис. 4.** Фокусировка звукового поля с использованием ОВФ (численное моделирование): (а)  $f = 100$  Гц, 24 трансивера; (б)  $f = 200$  Гц, 24 трансивера; (в)  $f = 300$  Гц, 24 трансивера; (г)  $f = 200$  Гц, 5 трансиверов.

сти, результаты расчётов показывают отсутствие како-либо фокусировки при длине антенны  $L \leq 0,2H$  ( $H$  — глубина волновода) и в том случае, когда глубина погружения фазового центра антенны значительно отличается от глубины погружения пробного источника. Заметим, что все указанные эффекты обусловлены волноводным распространением звука.

Размеры фокального пятна на плоскости  $(r, z, \phi_0)$  зависят от расстояния  $r$  до фокусирующей системы, однако эта зависимость слаба по сравнению с аналогичной зависимостью для области локализации волнового поля по вертикали в свободном пространстве, обеспечиваемой линейной вертикальной антенной ( $D_{\perp} \approx r\lambda/L$ ). Размеры фокального пятна зависят также от числа  $M$  энергонесущих волноводных мод в точке расположения пробного источника звука. Вследствие затухания звука эффективное число мод  $M$  уменьшается с увеличением расстояния и размер фокального пятна возрастает. Для волновода, показанного на рис. 1, в таблице приведены размеры фокальных пятен (по уровню 0,7), рассчитанные с помощью формулы (6). Здесь  $D_{\perp}$  и  $D_{\parallel}$  — вертикальный и горизонтальный размеры фокального пятна соответственно. Частота излучения  $f = 200$  Гц.

При фокусировке звуковое поле ведёт себя специфическим образом не только в окрестности ПИ. Фактически



**Рис. 5.** Интерференционная структура сфокусированного излучения в мелководном волноводе. ПИ на расстоянии 10 км и глубине 40 м. (а) ВОВ с одиночным трансивером в точке  $r = 0$  и  $z_j = 40$  м. (б) ОВФ с расположенной в начале координат фокусирующей антенной, перегораживающей весь волновод.

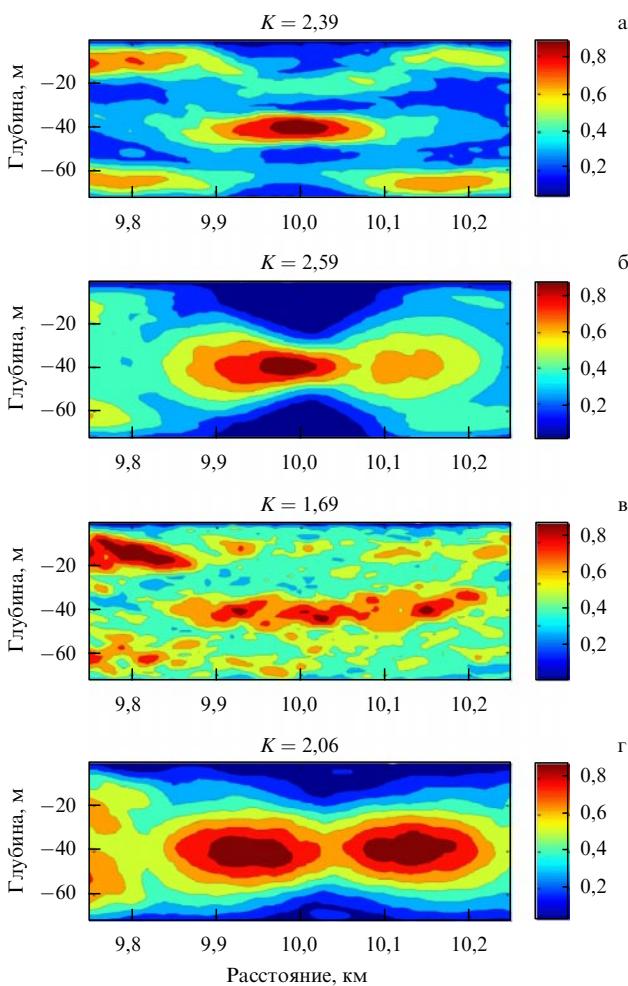
Таблица

	Размер пятна, м	$D_{\perp}$	$D_{\parallel}$
Расстояние $r$ , км			
10		10,3	104
30		18,8	410

фокусировка приводит к перестройке интерференционной картины поля во всём волноводе. Для образующейся при этом интерференционной структуры (в оптике её называют спекл-структурой) характерно образование вторичных фокусных пятен, расположенных как ближе, чем ПИ, к фокусирующей системе, так и дальше. Примеры такой структуры при использовании ВОВ и ОВФ показаны на рис. 5. Как видно из рисунка, эффект появления вторичных фокусных пятен проявляется в наибольшей степени при ОВФ.

В интервале нескольких сотен метров по горизонтали положение фокусного пятна можно изменить, не проводя повторной фокусировки с помощью ПИ. Для этого необходимо лишь на несколько герц изменить частоту излучения фокусирующей антенны без изменения амплитудно-фазового распределения на её апертуре. Заметим, что в этом случае изменяется местоположение не только основного фокусного пятна, но и вторичных фокусных пятен, о которых шла речь выше. Таким образом, появляется возможность сканирования сфокусированным излучением.

С течением времени пространственно-временные возмущения на морском шельфе существенным образом ухудшают первоначальную фокусировку акустического поля. В частности, ветровое поверхностное волнение в зимний период, когда скорость звука в водном слое слабо зависит от глубины (см. рис. 1), не позволяет получить устойчивую фокусировку на расстоянии 10 км даже при умеренной скорости ветра,  $V \approx 12 \text{ м с}^{-1}$  (рис. 6). Однако летом на морском шельфе формируется прогретый верхний слой, приводящий к образованию придон-



**Рис. 6.** Фокусировка звука с помощью ВОВ при наличии поверхностного волнения (численное моделирование): (а)  $V = 9 \text{ м с}^{-1}$ , одиночный трансивер на глубине 9 м; (б)  $V = 9 \text{ м с}^{-1}$ , фокусирующая вертикальная антенна; (в)  $V = 12 \text{ м с}^{-1}$ , одиночный трансивер на глубине 9 м; (г)  $V = 12 \text{ м с}^{-1}$ , фокусирующая вертикальная антенна.

ног звукового канала. Распространяющиеся в таком канале придонные волноводные моды слабо взаимодействуют с морской поверхностью. Численное моделирование показывает, что в этой ситуации устойчивая фокусировка звука возможна на расстоянии в несколько десятков километров при той же скорости ветра,  $V \approx 12 \text{ м с}^{-1}$ . Для этого с помощью вертикальных антенн необходимо выделить отдельные волноводные моды и использовать для фокусировки звуковое поле с заданным модовым составом.

Фоновые внутренние волны (ВВ), существующие, как правило, в летнее время, также в значительной степени ухудшают качество фокусировки с течением времени. Особенно заметно такое ухудшение в открытых районах океанского шельфа (например, в Атлантическом шельфе США, Тихоокеанском шельфе в районе Камчатки), где интенсивность ВВ достаточно велика. Численные эксперименты с использованием пространственно-временных спектров ВВ, зарегистрированных в этих районах, показали, что уже на расстоянии 20 км фокусное пятно расплывается и "уходит" из места расположения ПИ под действием внутренних волн. Такие изменения в фокусном пятне происходят по истечении времени корреляции поля ВВ, составляющего несколько часов.

#### 4. Заключение

Таким образом, сфокусированное акустическое поле на морском шельфе обладает рядом весьма необычных физических свойств, открывающих широкие возможности для его практического использования. Кратко перечислим сферы возможного применения сфокусированного звука:

- крупномасштабный акустический мониторинг морского шельфа, основанный на измерениях частотных смещений интерференционных максимумов звукового поля (включая максимумы, образующиеся при фокусировке) в частотной области [8];

- дальняя звукоподводная связь, для которой фокусировка не только даёт выигрыш в отношении сигнал/шум в точке приёма, но и является эффективным методом подавления многолучевого приёма [9];

- акустическая томография мелкого моря, в которой за счёт фокусировки оказывается возможным подавить дальнюю реверберацию [10, 11].

Результаты исследований авторов, представленные в настоящем сообщении, получены при поддержке РФФИ (проекты 08-02-00283, 10-02-01019, 11-02-00779).

#### Список литературы

1. Даргейко М М и др. *Изв. вузов. Радиофизика* **27** 746 (1984) [Dargeiko M M et al. *Radiophys. Quantum Electron.* **27** 516 (1984)]
2. Fink M et al. *Rep. Prog. Phys.* **63** 1933 (2000)
3. Зверев В А *Избранные труды* (Н. Новгород: ИПФ РАН, 2004)
4. Kuperman W et al. *J. Acoust. Soc. Am.* **103** 25 (1998)
5. Зверев В А, Коротин П И, Стромков А А *Акуст. журн.* **54** 69 (2008) [Zverev V A, Korotin P I, Stromkov A A *Acoust. Phys.* **54** 58 (2008)]
6. Луньков А А, Петников В Г, Стромков А А *Акуст. журн.* **56** 256 (2010) [Lunkov A A, Petnikov V G, Stromkov A A *Acoust. Phys.* **56** 228 (2010)]
7. Кузькин В М и др. *Акуст. журн.* **52** 74 (2006) [Kuz'kin V M et al. *Acoust. Phys.* **52** 65 (2006)]
8. Кузькин В М, Переселков С А *Акуст. журн.* **53** 833 (2007) [Kuz'kin V M, Pereselkov S A *Acoust. Phys.* **53** 736 (2007)]
9. Edelmann G F et al. *IEEE J. Ocean. Eng.* **27** 602 (2002)
10. Kim S et al. *J. Acoust. Soc. Am.* **115** 1525 (2004)
11. Переселков С А, Петников В Г *Акуст. журн.* **53** 400 (2007) [Pereselkov S A, Petnikov V G *Acoust. Phys.* **53** 348 (2007)]

PACS numbers: 43.20.+g, 43.30.+m, 43.60.Pt  
DOI: 10.3367/UFNr.0181.201111.1222

#### Маломодовая акустика мелкого моря

А.Г. Лучинин, А.И. Хилько

#### 1. Введение

Освоение ресурсов северного шельфа и мелководных окраинных морей требует создания информационного гидроакустического (ГА) обеспечения, в том числе для решения как задач гидроакустической связи, так и задач подводного наблюдения. Указанные задачи являются традиционными для гидроакустики, однако долгое время они решались в основном для относительно небольших дистанций (1–10 км), при которых

А.Г. Лучинин, А.И. Хилько. Институт прикладной физики РАН, Нижний Новгород, РФ  
E-mail: Luch@hydro.appl.sci-nnov.ru, A.khil@hydro.appl.sci-nnov.ru

эффективным являлось использование высокочастотных звуковых волн [1].

Новым этапом развития гидроакустики явилось использование низкочастотного (НЧ) звука для обеспечения решения информационных задач для больших дистанций (до  $10^3$  км и более) в глубоком море. Исследование таких ГА-систем за рубежом было начато В. Манком с коллегами [2] с 70-х годов прошлого столетия. В конце 1970-х годов к исследованиям активно подключились отечественные учёные под руководством А.В. Гапонова-Грехова. В короткие сроки ими были развиты основы НЧ-гидроакустики, созданы уникальные низкочастотные гидроакустические (НЧГА) излучатели и проведены эксперименты, в которых в глубоководных ГА-каналах были измерены дифрагированные НЧГА-сигналы при рекордно больших дистанциях наблюдения [3].

В конце 1980-х годов в связи с возросшим интересом к освоению морского шельфа появилась насущная необходимость проведения ГА-наблюдений в протяжённых районах мелкого моря, где взаимодействие ГА-поля с поверхностью и дном является существенным, в результате чего поле сильно затухает и теряет когерентность [4], кроме того, формируется высокий уровень реверберационных помех [5]. Особенно сильно эти эффекты проявляются для интерференционной многомодовой части НЧГА-импульсов, которая, как показывают измерения, является неустойчивой во времени и быстро затухает. Поэтому предпринимавшиеся попытки использования одиночных монопольных источников для дальней НЧ-гидролокации в мелком море, повышения их мощности, применения больших приёмных решёток не помогли существенно продвинуться в решении проблемы.

## 2. Модовая тень

### и томографическая реконструкция неоднородностей

Идея решения задачи создания информационного ГА-обеспечения возникла при её обсуждении с А.В. Гапоновым-Греховым, В.И. Талановым, В.А. Зверевым и В.В. Коваленко в 1995–1996 гг. Эта идея состояла в использовании для акустической подсветки воднойтолщи лишь хорошо распространяющихся НЧ-волноводных (200–400 Гц) мод в мелком море (в большинстве случаев это моды с низкими номерами) и их селективного приёма. Этот подход известен в оптике и радиофизике, однако в акустике океана он не применялся.

Как показали оценки, такое маломодовое поле, благодаря относительно слабому затуханию, при одной и той же подводимой энергии к излучающему комплексу должно иметь большую интенсивность, чем многомодовое поле. Кроме того, использование маломодовых ГА-полей могло бы позволить ослабить реверберацию в целом и, в частности, понизить корреляционные помехи от сигнала прямой засветки, если принимать моды других номеров (также заимствованный из оптики принцип тени, но в рассматриваемом случае — модовой).

Дальнейший анализ показал, что, используя при ГА-наблюдении согласованные с волноводом модовые сложномодулированные импульсы в мелком море, можно не только обеспечить дальнюю подводную связь, но и реализовать ГА-локацию с предельными дистанциями наблюдения. Для того чтобы лучше осветить подводную обстановку в зонах большой протяжённости, кроме того, был привлечён метод мультистатиче-

ского (томографического) наблюдения, в котором результатирующее изображение объекта формируется совокупностью проекций.

С учётом всех перечисленных принципов, определяющих понятие маломодовой акустики мелкого моря, был предложен метод маломодовой импульсной томографии (МИТ), принципы которой состоят в следующем. С помощью набора вертикально развитых решёток  $S_i$  ( $i = 1, \dots, I$ ) возбуждаются импульсные сигналы, соответствующие моде с номером  $n$ , с достаточно узкой в плоскости параметров "частота – время" функцией неопределённости. При этом строение волновода и структура мод предполагаются известными.

Разумеется, возбудить только одну моду практически невозможно вследствие конечности апертуры излучающей решётки и невозможности поместить излучатели в грунт. Поэтому необходимо создать такое распределение на излучающей апертуре, при котором все излучаемые моды были бы существенно меньше одной согласованно возбуждаемой моды [6, 7]. В этом случае излучаемый сигнал можно считать маломодовым. Рассеянные наблюдаемой неоднородностью импульсы, соответствующие модам с номерами  $m = 1, \dots, M$ , где  $M$  — полное число распространяющихся в волноводе мод, принимаются с помощью набора вертикально развитых приёмных решёток  $R_j$  ( $j = 1, \dots, J$ ). Для каждой из селектируемых при приёме мод осуществляется согласованная фильтрация импульсов с перебором задержек времени  $\tau$  и доплеровских смещений частоты  $\Omega$ . Число и положение источников и приёмных систем, а также количество соответствующих каждой паре "источник – приёмная система" модовых томографических проекций может варьироваться.

Таким образом, принятый сигнал для каждой из пар излучающей и приёмной решёток является функцией нескольких переменных: номеров возбуждаемых и принимаемых мод, а также задержек и доплеровских смещений частоты.

В результате совместной обработки всех пространственных модовых и частотных томографических проекций определяются пространственные и временные параметры наблюдаемых неоднородностей. Вдали от источника в ГА-волноводах поле представляется собой конечную сумму  $N$  распространяющихся мод (для горизонтально однородных волноводов число мод у источника и приёмника одинаково и  $N \equiv M$ ). Мода характеризуется собственными функциями  $\varphi_n(z)$  и комплексными собственными числами  $h_n(\omega)$  с мнимыми частями, определяющимися декрементами затухания мод  $\delta_n(\omega)$ . Каждый  $i$ -й источник томографической системы, представляющий собой решётку излучателей длиной  $L_i$ , возбуждает последовательность узкополосных зондирующих импульсов  $f_0(t)$ , спектр которых  $F(\omega - \omega_0)$ , где  $\omega_0$  — несущая частота. Если глубина и размеры излучающих решёток подобраны оптимально, то излучаемый маломодовый сигнал будет состоять из излучаемой моды с номером  $n$ , уровень которой максимально превышает уровни всех остальных мод [6]. Тогда в предположении малости эффектов внутридисперсии (это накладывает ограничения на полосу излучаемых импульсов, а также на расстояния, на которых они наблюдаются) после согласованной фильтрации прямой (нерассеянный) импульсный сигнал с  $j$ -й приёмной решёткой длиной  $L_j$  можно пред-

ставить в следующем виде:

$$\begin{aligned} {}^0 P_{ij}^{nm}(r_{ij}, \tau_{ij}^{nm}, \Omega_{ij}^{nm}) &= \\ &= A_n^i A_n^j \exp \left[ i \left( h_n r_{ij} - \frac{\pi}{4} \right) \right] (h_n r_{ij})^{-1/2} F_{\text{ind}}(\tau_{ij}^{nm}, \Omega_{ij}^{nm}) + \\ &+ \sum_{\substack{\eta \neq n \\ \mu \neq m}}^M A_\eta^i A_\mu^j \exp \left[ i \left( h_\eta r_{ij} - \frac{\pi}{4} \right) \right] (h_\eta r_{ij})^{-1/2} F_{\text{ind}}(\tau_{ij}^{\eta\mu}, \Omega_{ij}^{\eta\mu}), \quad (1) \end{aligned}$$

где  $h_n = h_n(\omega_0)$ ,  $\tau_{ij}^{nm} = r_{ij}/v_n(\omega_0)$  — задержка импульса, соответствующего  $n$ -й моде в приёмном канале, соответствующем моде с номером  $m$ ;  $v_n(\omega_0)$  — групповая скорость  $n$ -й моды;  $\Omega_{ij}^{nm}$  — доплеровское смещение частоты, возникающее вследствие движения рассеивателя;  $A_{n,m}^i = \int_0^{L_{ij}} g_{n,m}^{i,j}(z) \phi_{n,m}(z) dz$  — коэффициенты возбуждения мод соответственно излучающей и приёмной решётками;  $g_{n,m}^{i,j}(z)$  — оптимальные весовые множители вдоль апертур решёток [8];  $F_{\text{ind}}(\tau, \Omega)$  — функция неопределённости зондирующих импульсов,

$$F_{\text{ind}}(\tau, \Omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega F(\omega) F_0(\omega - \Omega) \exp[i(\omega - \Omega)\tau],$$

$F_0(\omega)$  — спектр реплики зондирующего сигнала.

При идеальной, но недостижимой в реальных условиях пространственной фильтрации, при которой на апертурах решёток выполняются условия ортогонализации мод, в правой части (1) исчезает второе слагаемое в виде суммы малых по величине интерферирующих мод и остаётся только первое слагаемое, соответствующее полулю акустической подсветки для одной излучаемой моды.

При наблюдении измеряются зондирующие импульсы, испытывающие дифракцию на наблюдаемых неоднородностях волновода. В рамках модового описания комплексные амплитуды дифрагированных волноводных мод определяются матрицей рассеяния, которая зависит от внутреннего строения, формы и расположения неоднородностей [5–7]. При акустической подсветке неоднородностей импульсным сигналом, соответствующим  $n$ -й моде, амплитуда каждого из импульсов дифрагированных мод с индексом  $m$  будет формироваться в результате рассеяния сигналов на всех неоднородностях, находящихся в пределах соответствующего импульсного объёма, точки которого  $r'$  удовлетворяют условию  $|t - r_1 v_n^{-1} + r_2 v_m^{-1}| < \Delta\tau/2$ , где  $r_{1i} = |r_i - r'|$  и  $r_{2j} = |r' - r_j|$  — расстояния от рассеивателя до источника и до приёмника соответственно. В общем случае наблюдаемые неоднородности являются движущимися, так что рассеянные импульсы имеют доплеровский сдвиг частот.

Для рассматриваемых узкополосных импульсов подсветки при относительно малых скоростях перемещения рассеивателей  $V_s$  в отдельный канал по оси доплеровских смещений попадут все рассеиватели, удовлетворяющие условию

$$|\omega_0 V_s(r') (v_n^{-1} \cos \alpha_i(r_i, r') - v_m^{-1} \cos \beta_j(r_j, r'))| < \Delta\Omega,$$

где  $\alpha_i(r_i, r')$  и  $\beta_j(r_j, r')$  — соответственно углы между направлением вектора скорости перемещения элементарного рассеивателя в точке  $r'$  и радиусами-векторами, построенными из точки расположения рассеивателя в источнике и приёмную систему. Величины  $\Delta\tau$  и  $\Delta\Omega$

определяются шириной функции неопределённости  $F_{\text{ind}}(\tau, \Omega)$  зондирующих импульсов соответственно по оси временных задержек и доплеровских смещений частоты.

При цифровой обработке сигналов в каждой из плоскостей "задержка–доплеровское смещение частоты", соответствующих паре мод — излучаемой с номером  $n$  и принимаемой с номером  $m$ , можно ввести для каждой пары источник–приёмник  $(i, j)$  набор каналов, соответствующих интервалам временных задержек  ${}^0 t_{ij}^{nm} + (l-1)\Delta\tau < \tau_{ij}^{nm} < {}^0 t_{ij}^{nm} + l\Delta\tau$  и доплеровских смещений частоты  $(k \mp 1)\Delta\Omega < \Omega_{ij}^{nm} < k\Delta\Omega$ , где  $l = 1, 2, \dots, L$  и  $k = \pm 1, 2, \dots, \pm K$  — номера каналов,  ${}^0 t_{ij}^{nm}$  — начальные значения временных задержек, фиксированные для каждой из томографических проекций  $(i, j, n, m)$ .

После обработки, заключающейся в операции согласованной фильтрации принимаемых модовых импульсов, с учётом определённой выше дискретизации в общем случае будем иметь  $I \times J \times N \times M \times K \times L$  томографических проекций, сигналы которых являются интегральными характеристиками всех неоднородностей, находящихся в пределах импульсных объёмов каждой из проекций. Совместная обработка сигналов этих проекций обеспечивает реконструкцию дифференциальных характеристик наблюдаемых неоднородностей, т.е. распределение их параметров в области наблюдения. В предположении малости эффектов многократного рассеяния амплитуды мод, рассеянных отдельными элементами импульсного объёма, определяются компонентами пространственного спектра неоднородностей, удовлетворяющими условию резонансного рассеяния:  $\mathbf{k}_{ij}^{nm} = h_n \mathbf{r}_{1i} / r_{1i} - h_m \mathbf{r}_{2j} / r_{2j}$ .

Наблюдаемые амплитуды давления акустического поля будут представлять собою сумму поля акустической подсветки  ${}^0 p_{ij}^{nm}$ , компонент поля  ${}^\sigma p_{ij}^{nm}$ , дифрагированных на наблюдаемой неоднородности, и  ${}^R p_{ij}^{nm}$ , рассеянных всеми мешающими неоднородностями, а также поля источников аддитивного шума океана  ${}^N p_j^m$ . В общем случае каждую из компонент принимаемого поля следует рассматривать как случайный сигнал с определёнными присущими им статистическими свойствами.

В предположении, что интерференционные эффекты малы, при оценке интенсивности принимаемого сигнала усреднение осуществляется по статистическим ансамблям соответствующих случайных неоднородностей и шумов. Если случайные неоднородности относительно слабы или протяжённость томографических трасс невелика, то поле акустической подсветки можно приближенно считать когерентным. При подсветке модой с номером  $n$  интенсивности компонент сигнала с выхода согласованного фильтра, соответствующих импульсам  $m$ -й принимаемой моды, которые дифрагированы неоднородностями, как наблюдаемыми (с индексом  $\sigma$ ), так и мешающими (с индексом  $R$ ), определяются матрицей рассеяния мод [5–7]:

$$\begin{aligned} ({}^\sigma, {}^R I_{nm}^{\nu\mu})_{ij}(\tau_{ij}^{nm}, \tau_{ij}^{\nu\mu}, \Omega_{ij}^{nm}, \Omega_{ij}^{\nu\mu}) &\simeq \\ &\simeq \frac{8}{\pi h_0^2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{r_{1i} r_{2j}} \exp[i(h_v - h_n)r_{1i} + i(h_\mu - h_m)r_{2j}] \times \\ &\times \int_{-\infty}^{\infty} {}^{\sigma, R} W_{nm}^{\nu\mu} \left( \frac{h_v + h_n}{2} \frac{\mathbf{r}_{1i}}{r_{1i}} - \frac{h_\mu + h_m}{2} \frac{\mathbf{r}_{2j}}{r_{2j}} ; \omega', r' \right) \times \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \times F_{\text{ind}} \left( \tau_{ij}^{nm} - \frac{r_{1i}}{v_n} - \frac{r_{2j}}{v_m}; \omega' - \Omega_{ij}^{nm} \right) \times \\ & \times F_{\text{ind}}^* \left( \tau_{ij}^{v\mu} - \frac{r_{1i}}{v_y} - \frac{r_{2j}}{v_\mu}; \omega' - \Omega_{ij}^{v\mu} \right) d\omega' d^2 r', \end{aligned} \quad (2)$$

где  $h_0$  — волновое число на оси канала для несущей частоты,  ${}^{\sigma, R} W_{nm}^{v\mu}(\mathbf{k}, \omega, r)$  — соответствующие компоненты локального спектра функции корреляции неоднородностей по разностным переменным для суммы поверхностных, донных, объёмных и пространственно локализованных неоднородностей. Интегрирование в (2) осуществляется по горизонтальным координатам, при этом глубина расположения неоднородностей учитывается при вычислении компонент локального спектра неоднородностей [6, 7].

### 3. Имитационная модель для адаптации к условиям наблюдения

Томографическая реконструкция заключается в оценке значений наблюдаемых параметров модели, описывающей объект. В частности, в случае пространственно локализованной неоднородности в качестве наблюдаемых параметров могут выступать координаты и форма неоднородности, а также её скорость и направление перемещения. Когда объектом наблюдения является ветровое волнение, измеряемыми параметрами могут быть скорость и направление вызывающего волнение ветра [5, 6].

Обозначим набор наблюдаемых параметров модели объекта вектором  $\mathbf{p}$ . Значения компонент вектора  $\mathbf{p}$  оцениваются методом статистической проверки гипотез, определяемых решением прямой задачи дифракции с использованием априорной информации в виде моделей среды, объекта наблюдения, уровня помех и шумов, а также модели, описывающей конфигурацию системы наблюдения. Решение соответствует глобальному минимуму невязки между векторами измеряемых параметров  $\mathbf{q}$  и векторами  $\mathbf{q}^{(p)}$ , соответствующими перебираемым гипотезам, например, в виде  $L_p$ -нормы:

$$\Psi(\mathbf{p}) \equiv \|\mathbf{q} - \mathbf{q}^{(p)}\|^\eta \rightarrow \min \Psi(\mathbf{p}).$$

Правило принятия решения о справедливости гипотезы о значении вектора  $\mathbf{q} = \mathbf{q}^{(p)}$  обычно имеет вид  $\|\mathbf{q} - \mathbf{q}^{(p)}\|^\eta < \sigma$ , где норма  $\|\cdot\|$ , показатель степени  $\eta$  и пороговые значения  $\sigma$  в общем случае определяются распределением плотности вероятностей вектора измеряемых параметров, заданными значениями вероятностей ошибок первого и второго рода при принятии решения, шумами и помехами и другими факторами.

Формирование и проверка гипотез о значениях параметров объекта (в частности, об его положении в зоне наблюдения) включает в себя определение адаптированных к условиям зондирования оптимальных пространственно-частотных апертурных распределений [8], решающих статистик и критериев для каждой томографической проекции. Кроме того, необходимо построить оптимальные алгоритмы накопления проекций и определить траекторию поиска решений (перебора гипотез).

Для решения указанной задачи была разработана имитационная компьютерная модель, включающая в себя геоинформационные базы океанологических данных, физические модели формирования сигналов и помех и алгоритмы частично-когерентного накопления и принятия решения, представляющая собой программно-алгоритмический комплекс с интерфейсом для интерактивного управления [6–10]. Результаты вычислений представляются в виде распределений вероятностей наблюдения при заданных вероятностях ложных тревог в рассматриваемом районе мелкого моря, в зависимости от условий наблюдения (ветра, течений, шумов судоходства и т.д.).

Примером анализа возможностей применения маломодовой акустики в мелком море являются расчёты для выполняющей наблюдение айсберга системы из трёх приёмно-излучающих (ПИ) решёток, которые расположены в вершинах равностороннего треугольника со стороной 100 км (на рис. 1а ПИ-модули обозначены тёмными точками). Несущая частота зондирующих узкополосных импульсов принималась равной 200 Гц. Если части компонент вектора наблюдаемых параметров, в частности скорость и направление движения айсберга, фиксированы, то наблюдение сводится к оценке положения айсберга. При анализе полагалось, что айсберг движется со скоростью 1,5 м  $s^{-1}$  вдоль набора

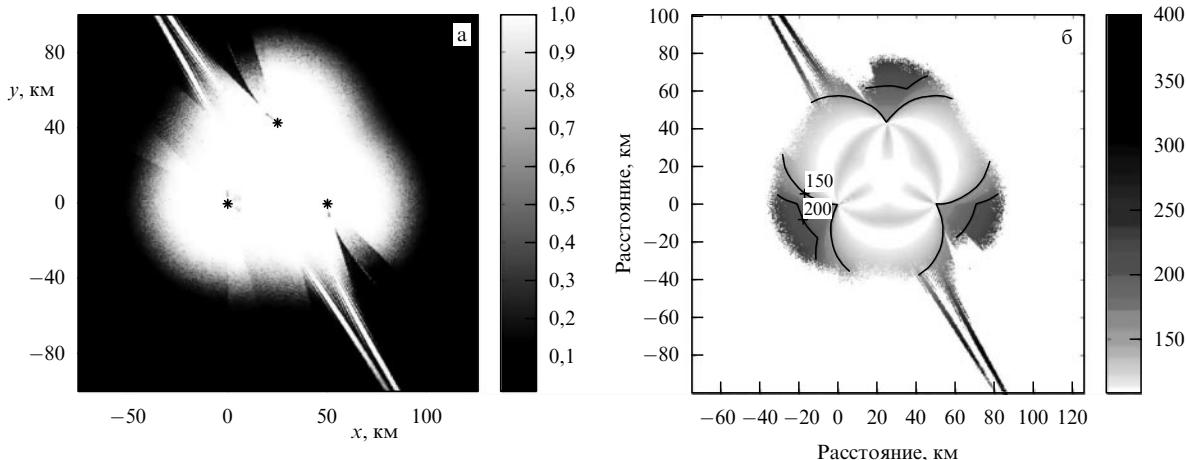


Рис. 1. (а) Суммарное поле зрения в горизонтальной плоскости при возбуждении десяти модовых и девяти пространственных проекций при уровне шума 82 дБ. (б) Соответствующее рис. а распределение значений пространственного разрешения при возбуждении первой моды и приёме третьей. Яркостная шкала и значения пространственного разрешения у изолиний приведены в метрах.

траекторий, каждая из которых составляет угол  $\pi/4$  с осью  $x$  (рис. 1а). Уровень аддитивных шумов принимался равным 70 дБ относительно 1 мкПа. Мощность источника акустической подсветки выбиралась равной 100 Вт. Как видно из результатов расчётов, представленных на рис. 1б, поле зрения системы является неизопланатичным и существенно зависит от условий наблюдения, таких как уровень и структура шумов и помех, структура волновода, а также от параметров движения наблюдаемой неоднородности. Как следует из численного анализа, чаще всего внешняя граница поля зрения определяется аддитивными шумами, в то время как реверберационная помеха от случайных неоднородностей волновода обуславливает неоднородность поля зрения, формируя внутри него области плохой видимости.

При изменении скорости и траектории движения наблюдаемой неоднородности, а также параметров волнения форма поля зрения может существенно измениться. В частности, если айсберг перемещается вдоль трассы бистатического наблюдения, то области, в которых донная реверберация затрудняет наблюдение, будут располагаться под прямым углом к линии источник – приёмник.

Как показало численное моделирование, система мультистатического маломодового наблюдения позволяет осуществлять наблюдение не только пространственно локализованных, но и случайно распределённых неоднородностей, например ветрового волнения, а также характеристик ГА-волновода [6, 7, 9]. Приведённые выше и другие результаты исследований показывают, что модовая акустика океана позволяет обеспечить наблюдение в пределах зон большой протяжённости при минимальном числе ПИ-модулей и минимальных требованиях к энергообеспечению.

#### 4. Морские эксперименты по маломодовой акустике мелкого моря

Численное моделирование позволило построить облик оптимальной системы маломодовой акустики в конкретных районах мелкого моря и разработать методику морских испытаний метода. Для осуществления экспериментов под руководством Б.Н. Боголюбова и П.И. Коротина были созданы уникальные излучающие и приёмные комплексы, включающие в себя вертикально



Рис. 2. Установка 16-элементного излучающего комплекса в подводное положение с борта научно-исследовательского судна.

ориентированные излучающие и приёмные НЧГА-решётки. В частности, с использованием эффективных лёгких и малогабаритных НЧ-излучателей электромагнитного типа была построена 16-элементная решётка с системой аддитивного управления (рис. 2). Кроме того, были созданы уникальные НЧГА-приёмные комплексы в составе 100-метровой решётки цифровых гидрофонов с большим динамическим диапазоном, способные работать в автономном режиме до 7 сут [6, 7]. Апертурные распределения решёток выбирались аддитивно к изменяющейся из-за волнения и дрейфа конфигурации решёток, а также к гидрологии. Для излучающей решётки был разработан специальный итерационный алгоритм, который позволял в реальном времени формировать согласованные с ГА-волноводом модовые импульсы акустической подсветки с учётом компенсации взаимодействия излучателей через морскую среду [6, 7, 11, 12].

После создания оборудования и методик был проведён ряд морских экспериментов, целью которых являлась проверка реализуемости и эффективности маломодовой акустики мелкого моря. В результате экспериментов удалось, во-первых, продемонстрировать работоспособность оборудования и возможность компенсации

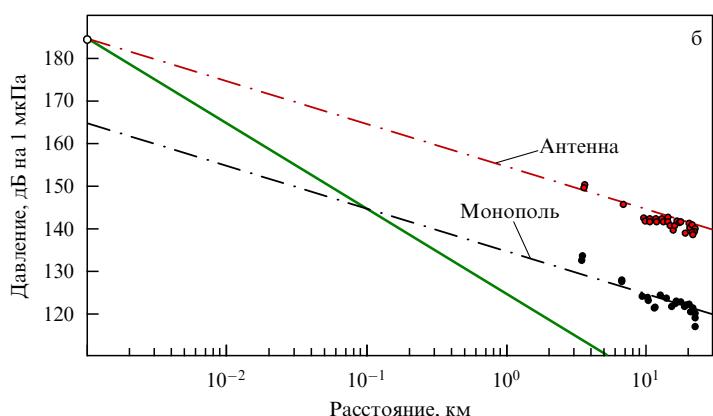
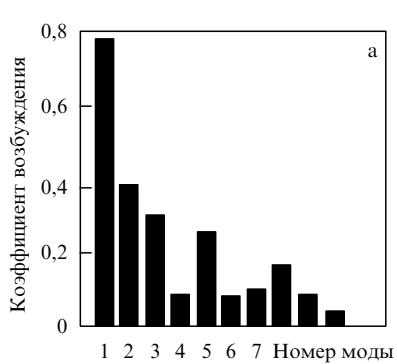


Рис. 3. (а) Модовый спектр сигнала, принятого с равномерным амплитудно-фазовым распределением на расстоянии 10 км от излучающей решётки, находящейся в интервале глубин от 44 до 89 м. (б) Зависимость уровней сигнала от дистанции для излучающей антенны и монополя. Штрих-пунктирные линии соответствуют цилиндрическому закону спадания, сплошная линия отвечает сферическому закону спадания. Кружком на оси ординат обозначен уровень излучаемого сигнала, одинаковый для одного монополя и для решётки излучателей.

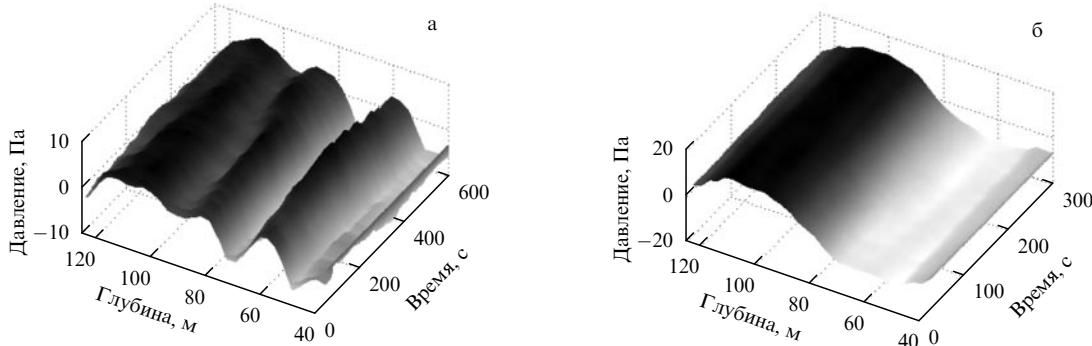


Рис. 4. Распределение поля по глубине в зависимости от времени при излучении монополя в составе антенны (а) и при однородном АФР на апертуре излучающей антенны (б). Дистанция наблюдения 4 км.

взаимодействия излучателей при возбуждении и приёме маломодовых импульсов (рис. 3). Уровень концентрации энергии при использовании согласованного с волноводом возбуждения маломодового поля в экспериментах оказался близким расчётному (7–10 дБ). Это проявилось и в существенном уменьшении переходного расстояния для решётки по сравнению с таковым для одиночного излучателя (рис. 3б). Кроме этого, маломодовое поле оказалось существенно более стабильным во времени (15–30 мин), чем поле одиночного излучателя (рис. 4).

При приёме маломодовых импульсов на больших расстояниях (свыше 100 км) была продемонстрирована высокая когерентность сигналов, что обеспечило их пространственное и частотное, согласованное с волноводом, когерентное накопление в полосе порядка 10–20 Гц для апертур протяжённостью более 1 км. Экспериментально продемонстрировано и существенное ослабление уровня поверхностной и донной реверберации (более чем на 10–15 дБ) по сравнению с таковым в случае одного излучателя и многомодового поля (рис. 5). Также экспериментально установлено, что основным источником НЧГА-шума являются удалённые штормы и шумы судоходства для мод с низкими номерами, а также шумы ветрового волнения, проявляющиеся в большей степени для мод с более высокими номерами. В расчётах и экспериментах было также показано, что уменьшение размеров решёток приводит к существенному (в несколько десятков раз) уменьшению площади зоны уверенного наблюдения [6–9].

## 5. Заключение

В результате проведённых исследований разработаны основы новой, обеспечивающей эффективное ГА-мультистатическое наблюдение в мелком море, технологии, которая может рассматриваться как базовая для решения задач освоения мелководных окраинных морей России, в частности Арктического шельфа. Дальнейшее развитие этой технологии связывается с перспективами использования в её составе автономных и развёртываемых приёмно-излучающих модулей и элементов звукоподводной связи. Представляются также важными исследования, направленные на разработку адаптивных алгоритмов наблюдения, основанных на когнитивных методах.

При дальнейшем развитии и внедрении методов маломодовой акустики ключевыми являются два направления фундаментальных и прикладных исследова-

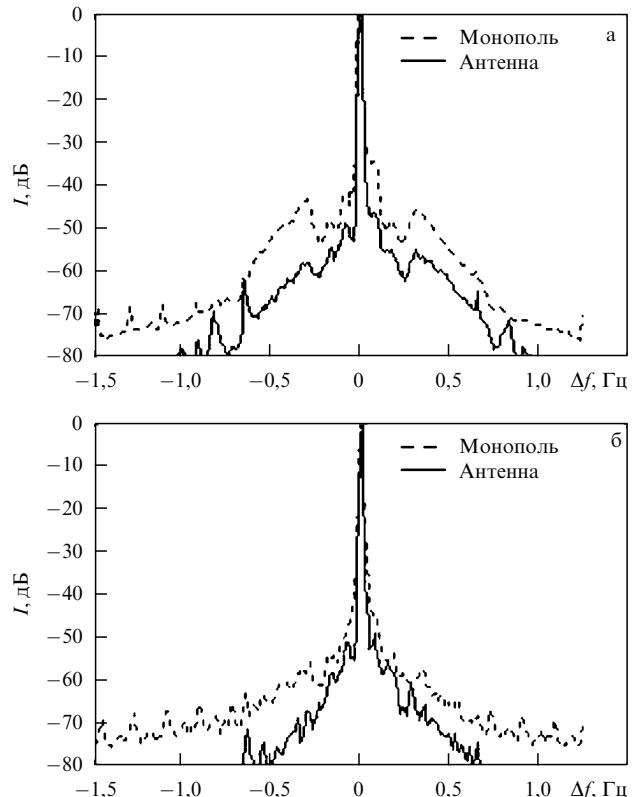


Рис. 5. Спектры интенсивности  $I$  принятого на дистанции 10 км рассеянного поверхностным волнением сигнала, возбуждаемого монополем и решёткой излучателей: (а) спектр полного сигнала на антenne, (б) спектр первой волноводной моды.

ний. Первое направление — это разработка и создание новых, более эффективных, лёгких и малогабаритных НЧГА-излучающих систем. Это направление связано с поиском новых материалов и принципов генерации НЧГА-полей. Вторым ключевым направлением, на наш взгляд, является разработка методов и алгоритмов адаптивного автоматического управления потенциалом системы наблюдения. Фактически речь идёт о физических и технологических принципах создания системы управления, обеспечивающей автоматическую генерацию имитационной системой гипотез при наблюдении с учётом гидроакустических условий.

Указанные критические технологии позволяют решать ряд фундаментальных научных задач, связанных

с изучением мелководных акваторий Мирового океана. Эти технологии могут также использоваться в смежных научных областях. Примером является когерентное сейсмоакустическое профилирование при поиске полезных ископаемых в морском дне, в котором применяются высокогерентные НЧГА-излучатели, что обеспечивает согласованное со средой когерентное пространственное и частотное накопление отражённых от морского дна сигналов и позволяет достичь уникальной эффективности при реконструкции глубоколежащих донных неоднородностей при выполнении требований экологической безопасности ГА-зондирования [13].

Работа выполнена при поддержке программой Президиума РАН "Фундаментальные проблемы океанологии: геология, физика, биология, экология", программой ОФН РАН "Фундаментальные основы акустической диагностики искусственных и природных сред", ФЦП "Научные и научно-педагогические кадры инновационной России" (контракт 02.740.11.0565) и РФФИ (проект 09-02-00044).

## Список литературы

- Urick R J *Principles of Underwater Sound* (New York: McGraw-Hill, 1975) [Урик Р Дж *Основы гидроакустики* (Л.: Судостроение, 1978)]
- Munk W, Worcester P, Wunsch C *Ocean Acoustic Tomography* (Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1995)
- Абросимов Д И и др. *ДАН СССР* **299** 477 (1988) [Abrosimov D I et al. *Sov. Phys. Dokl.* **33** 123 (1988)]
- Кацнельсон Б Г, Петников В Г *Акустика мелкого моря* (М.: Наука, 1997) [Katsnelson B G, Petnikov V G *Shallow Water Acoustics* (London: Springer, 2002)]
- Гончаров В В и др. *Акустическая томография океана* (Н. Новгород: ИПФ РАН, 1997)
- Лучинин А Г, Хилько А И *Акуст. журн.* **51** 228 (2005) [Luchinin A G, Khil'ko A I *Acoust. Phys.* **51** 182 (2005)]
- Хилько А И и др. *Акуст. журн.* **53** 437 (2007) [Khil'ko A I et al. *Acoust. Phys.* **53** 381 (2007)]
- Смирнов И П, Хилько А И, Романова Т В *Изв. вузов. Радиофизика* **51** 50 (2008) [Smirnov I P, Khil'ko A I, Romanova T V *Radiophys. Quantum Electron.* **51** 45 (2008)]
- Хилько А И и др., в сб. *Акустические измерения и стандартизация. Ультразвук и ультразвуковые технологии. Атмосферная акустика. Акустика океана. Сборник трудов XXII сессии Российского акустического общества и Сессии Научного совета по акустике РАН* Т. 2 (М.: ГЕОС, 2010) с. 244
- Раевский М А, Хилько А И *Изв. вузов. Радиофизика* **50** 20 (2007) [Raevsky M A, Khil'ko A I *Radiophys. Quantum Electron.* **50** 18 (2007)]
- Авербах В С и др. "Об управлении группой взаимодействующих акустических монополей", Препринт № 190 (Горький: ИПФ АН СССР, 1988)
- Смирнов И П, Смирнова И Р, Хилько А И *Акуст. журн.* **56** 813 (2010) [Smirnov I P, Smirnova I R, Khil'ko A I *Acoust. Phys.* **56** 1067 (2010)]
- Лазарев В А и др., в кн. *Физические, геологические и биологические исследования океанов и морей* (Отв. ред. С М Шаповалов) (М.: Научный мир, 2010) с. 300

PACS numbers: 43.25.+y, 43.30.+m, 87.50.Y  
DOI: 10.3367/UFNr.0181.201111m.1228

## Обзор достижений в области физической акустики в 2010 году, по материалам Научного совета РАН по акустике

И.Б. Есипов

Одной из задач Научного совета РАН по акустике является информирование научной общественности о наиболее интересных результатах, полученных в ходе исследований в лабораториях Российской академии наук, в ведущих университетах и исследовательских институтах России. В составе совета работают секции, в которых обсуждается развитие исследований по следующим направлениям:

- *акустика океана* (руководитель А.Г. Лучинин, Институт прикладной физики РАН);
- *геоакустика* (руководитель А.В. Николаев, Институт физики Земли им. О.Ю. Шмидта РАН);
- *аэроакустика* (руководитель В.Ф. Копьев, Центральный аэрогидродинамический институт);
- *виброакустика* (руководитель Ю.И. Бобровницкий, Институт машиноведения им. А.А. Благонравова РАН);
- *физическая акустика твёрдого тела и акустоэлектроника* (руководитель И.Е. Кузнецова, Саратовский филиал Института радиотехники иadioэлектроники им. В.А. Котельникова РАН);
- *физический ультразвук* (руководитель О.А. Сапожников, Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, физический факультет).

Как следует из тематики секций, главное внимание в Научном совете уделяется исследованиям в области физической акустики и приложениям результатов в смежных областях, таких как науки о Земле и инженерные науки.

Итоги научной деятельности за 2010 г. Научный совет РАН по акустике подвёл на двух сессиях, состоявшихся в Институте общей физики РАН им. А.М. Прохорова (ИОФ РАН) и в Институте радиотехники и радиоэлектроники им. В.А. Котельникова РАН в ноябре и декабре 2010 г. соответственно. На этих сессиях были выявлены наиболее значимые достижения, которые мы и предлагаем обсудить в настоящей статье.

В качестве основных совет выделяет следующие наиболее яркие достижения 2010 г.:

- новое явление взрывной неустойчивости и пространственной локализации ультразвуковых волн в ферромагнетике;
- оригинальный метод метрологии в биологических тканях нелинейных полей ультразвуковых фокусирующих излучателей;
- экспериментальная демонстрация эффективности когерентных методов сейсмоакустического зондирования морского дна.

Кроме того, представляется важным отметить разработку экспериментального образца параметрической

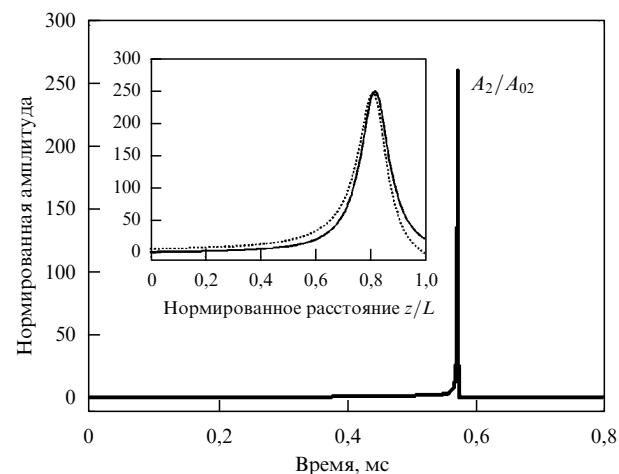
**И.Б. Есипов.** Российский университет нефти и газа им. И.М. Губкина, Москва, РФ, Акустический институт им. Н.Н. Андреева, Москва, РФ  
E-mail: igor.esipov@mail.ru

акустической антенны для исследования океана на протяжённых трассах. Разработка была сделана в 2010 г., и сейчас появились первые результаты испытаний этого нового экспериментального инструмента, работающего на принципах нелинейной акустики.

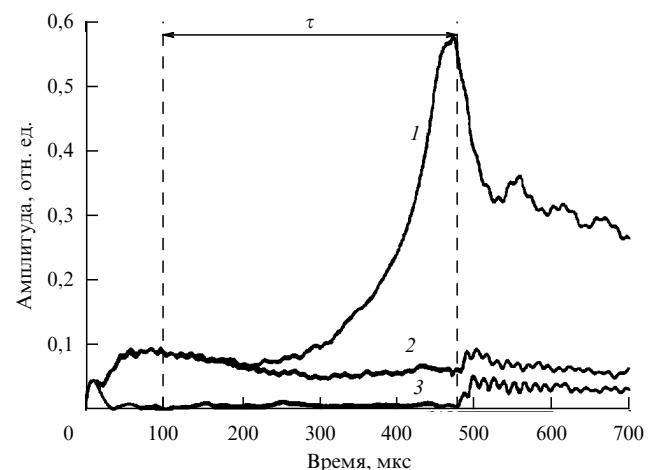
Остановимся подробнее на каждом из этих результатов. Явление *взрывной неустойчивости ультразвука в магнетиках* было продемонстрировано и исследовано В.Л. Преображенским с сотрудниками в Международной лаборатории нелинейной магнитоакустики конденсированных сред Научного центра волновых исследований ИОФ РАН [1, 2].

Взаимодействие акустических (упругих) колебаний с нелинейной магнитной структурой создаёт условия для наблюдения сильнолинейных акустических явлений в твёрдом теле. В лаборатории В.Л. Преображенского уже в течение ряда лет исследуются особенности нелинейного магнитоакустического взаимодействия в магнетиках. Дело в том, что для определённых типов акустических колебаний величина коэффициента связи между магнитным и акустическим полями в ряде магнитоупорядоченных веществ достигает нескольких десятков процентов. При этом магнитный вклад в ангармонические (нелинейные) модули упругости может составлять  $\Delta C^{(3)} \approx \approx (10^3 - 10^4)C^{(2)}$ , где  $C^{(2)}$  — упругий модуль второго порядка. Столь сильный эффективный ангармонизм, существенно превосходящий собственный ангармонизм кристаллической решётки, авторы называют гигантским [3]. В таких условиях заметно проявляются нелинейные эффекты высоких порядков. При этом вносимая нелинейность сильно зависит от внешнего магнитного поля.

В условиях модуляции переменным магнитным полем нелинейности третьего порядка оказывается возможным эффективное трёхфононное параметрическое возбуждение. Запороговая динамика фононных триад качественно отличается от исследованвшейся ранее параметрической генерации фононных пар в магнитных средах, проявляющейся, в частности, в обращении волнового фронта ультразвука с гигантским усилением [4, 5]. Теоретические исследования и численное моделирование показали, что запороговое трёхфононное взаимодействие с полем электромагнитной накачки в магнитоупорядоченных средах сопровождается развитием взрывной неустойчивости и пространственной локализацией ультразвуковых волн. На рисунке 1 представлен результат численного моделирования взрывного усиления бегущих волн в антиферромагнетике [6]. Экспериментально взрывная неустойчивость наблюдалась при возбуждении монокристаллов антиферромагнетиков  $\alpha\text{-Fe}_2\text{O}_3$  [1] и  $\text{FeBO}_3$  [2] двумя последовательными электромагнитными импульсами. Первый импульс с гармонической несущей, соответствующей собственной частоте кристалла, вызывал начальные акустические возмущения. За ним следовал импульс накачки на утроенной частоте, фаза которого изменялась по закону, обеспечивающему сингулярное возрастание интенсивности упругих ультразвуковых колебаний [1]. Результаты эксперимента, представленные на рис. 2, показывают, что специальная фазовая модуляция электромагнитной накачки обеспечивает подавление фазового механизма нелинейного ограничения амплитуды генерируемых волн и реализует условия для взрывной запороговой динамики трехфононных возбуждений.



**Рис. 1.** Развитие во времени взрывного усиления бегущей волны в трёхфононном параметрическом процессе. На вставке показана пространственная локализация взаимодействующих волн: сплошная кривая — прямые волны, пунктирная кривая — обратная волна [4].



**Рис. 2.** Экспериментальная временная зависимость амплитуды магнитоупругих колебаний с частотой  $\omega$  при возбуждении кристалла  $\alpha\text{-Fe}_2\text{O}_3$  поперечной электромагнитной накачкой на частоте  $3\omega$ : с фазовой модуляцией накачки (кривая 1), в отсутствие модуляции накачки (кривая 2), в отсутствие начального акустического возмущения (кривая 3);  $\tau$  — длительность импульса накачки [5].

Среди наиболее важных результатов, полученных в области физического ультразвука, были отмечены исследования процессов *высокоинтенсивного фокусированного ультразвука* (*High Intensity Focused Ultrasound* — HIFU) в связи с возможностью их применения в неинвазивной хирургии. Результаты в этой области получены на кафедре акустики физического факультета МГУ.

Использование высокоинтенсивного фокусированного ультразвука для локального нагревания и разрушения ткани без обычного хирургического вмешательства и повреждения окружающих тканей является быстро развивающейся медицинской технологией [7]. Основной физический механизм разрушения ткани при HIFU-облучении — это поглощение тканью организма энергии ультразвука и переход этой энергии в тепло, ведущий к некрозу клеток внутри заданного объёма. Тепловые эффекты часто сопровождаются механическим разрушением ткани в результате возникающих под действием

ультразвука пузырьков. В последнее время наблюдается растущий интерес к использованию новых режимов механического разрушения (эмульсификации) тканей без тепловой коагуляции.

Кафедра акустики физического факультета МГУ является ведущим научным центром в России в области исследования физических процессов, возникающих при воздействии мощного фокусированного ультразвука на биологические ткани. Работы в этом направлении ведутся при тесном сотрудничестве с другими институтами и лабораториями России, с основными научными центрами по терапевтическому ультразвуку в США и Европе, фирмами-разработчиками HIFU-оборудования, метрологическими институтами различных стран.

Одним из важных направлений в развитии HIFU-технологий является использование нелинейных акустических явлений для повышения эффективности теплового воздействия на ткань и получения новых биоэффектов нетеплового характера. Интенсивности в фокусе HIFU-источников достигают нескольких десятков киловатт на 1 см<sup>2</sup>, при этом нелинейные эффекты приводят к образованию ударных фронтов (разрывов) в профиле волны с амплитудами до 60–100 МПа. Как известно, поглощение энергии нелинейной акустической волны, содержащей разрывы, принципиальным образом отличается от поглощения гармонических волн. Поглощение энергии гармонической волны пропорционально квадрату её амплитуды, а разрывной волны — кубу амплитуды разрыва. Такое различие может приводить к увеличению эффективности нагревания среды разрывными волнами в несколько десятков и даже сотен раз. Кроме того, ударные волны фокусируются в меньший объём, повышая локальность воздействия. Осуществление HIFU в режиме развитых разрывов позволяет получать быстрый локализованный нагрев и вскипание ткани за несколько миллисекунд, открывая новые возможности для развития HIFU-технологий [8, 9].

С целью управления нелинейными эффектами сотрудниками МГУ было предложено использовать импульсно-периодические режимы работы HIFU-излучателей с одинаковой средней по времени интенсивностью, но с различными пиковым давлением и скважностью импульсов [9]. В экспериментах, проведённых совместно с Центром медицинского и промышленного ультразвука в Сиэтле (CIMU APL), было показано, что такой подход позволяет осуществлять принципиально различающиеся воздействия на ткань [9]. Так, при непрерывном облучении ткани печени с малой исходной амплитудой (рис. 3а) волна в фокусе является гармонической и вызывает очаг теплового некроза ткани малого размера, который ясно виден на срезе ткани в фокальной плоскости (область белого цвета). При увеличении начальной амплитуды волны (рис. 3б) форма волны в фокусе искажается, эффективность нагрева увеличивается, что может приводить к совершенно неожиданному новому эффекту акустического воздействия на биологическую ткань. Оказалось, что если вскипание ткани происходит периодически в конце каждого из импульсов, то возможно чисто механическое разрушение (эмульсификация) ткани без теплового некроза (рис. 3б). Наконец, если амплитуда исходной волны и разрыва в фокусе очень велика и кипение происходит в течение более длительного времени внутри каждого из импульсов, то наблюдается разрушение в виде образования полости, окру-

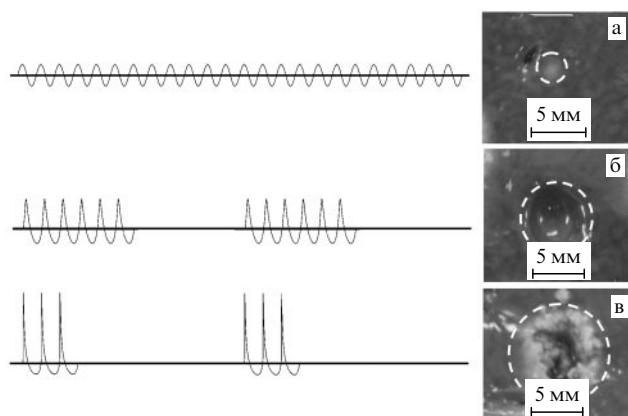


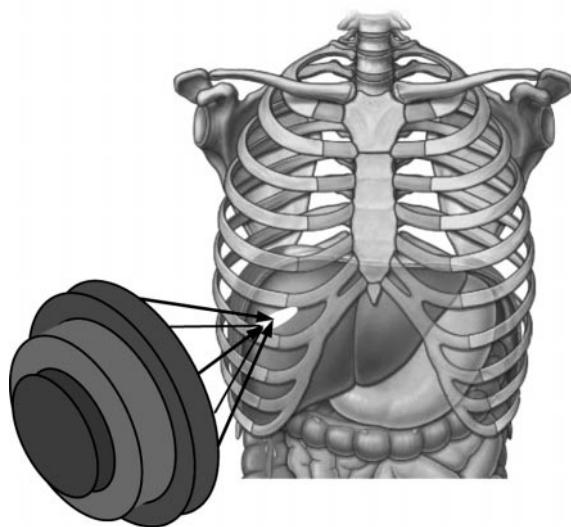
Рис. 3. Профили ультразвуковой волны в фокусе HIFU-источника и соответствующие им типы разрушений ткани при импульсно-периодическом HIFU-воздействии.

жённой зоной теплового некроза (рис. 3в). Таким образом, при одинаковой средней интенсивности исходной волны в ткани возможно получение разрушений различной морфологии и разных размеров.

Следует отметить, что до последнего времени в качестве основной характеристики HIFU-облучения использовалась именно средняя по времени интенсивность. Приведённые выше результаты показывают, что для адекватного прогнозирования ожидаемых эффектов необходимо гораздо большее число параметров ультразвукового поля. Разработанные сотрудниками кафедры акустики в сотрудничестве с Центром медицинского ультразвука в Сиэтле новые методы в метрологии ультразвуковых полей, создаваемых HIFU-излучателями [10], а также определения параметров нелинейного поля в биологической ткани по данным измерений либо моделирования в воде [11] были использованы Международной электротехнической комиссией в создаваемом первом международном стандарте применения ультразвука в хирургии.

Интересным развитием приложений HIFU является разработка методов облучения, в которых между излучателем и фокусом находятся акустические препятствия. Под последними понимаются, прежде всего, кости, в частности кости грудной клетки, которые затрудняют проведение ультразвуковых хирургических операций, например, на печени или сердце (рис. 4). Наличие в тканях организма сильно отражающих или сильно поглощающих акустических препятствий является существенным ограничением для ещё более широкого клинического использования HIFU. Поглощение ультразвука в костях на порядок выше, чем в мягких тканях. Сильно различаются также акустические импедансы, что приводит к отражению ультразвуковой энергии от рёбер. Другая сложность состоит в том, что по тем же причинам интенсивность в фокусе резко снижается и может оказаться недостаточной для разрушения тканей, находящихся за грудной клеткой. Недавние экспериментальные данные показывают, что при прямом облучении печени сквозь грудную клетку рёбра и кожа нагреваются даже сильнее, чем ткань в области фокуса. Это, безусловно, является недопустимым.

Решение данной проблемы стало возможным после создания мощных двумерных фазированных терапевти-



**Рис. 4.** Схема HIFU-облучения печени сквозь грудную клетку. Основным побочным эффектом операции является перегрев рёбер и вышележащих тканей, включая кожу, за счёт сильного поглощения ультразвука в кости и отражения от неё ультразвуковой энергии.

ческих решёток и разработки новых протоколов HIFU-облучения. Сотрудники кафедры акустики физического факультета МГУ при взаимодействии со специалистами Акустического института, а также с двумя известными научно-исследовательскими институтами Великобритании (Imperial College и Национальная физическая лаборатория (NPL)) разработали и опробовали новый метод, позволяющий минимизировать воздействие на рёбра и сохранить высокую интенсивность в фокусе при облучении печени [12, 13]. Суть метода в наиболее простой постановке заключается в отключении элементов решётки, находящихся напротив рёбер, таким образом, чтобы ультразвук проходил к фокусу в основном сквозь межреберные промежутки. Более сложными в техническом отношении являются модификации метода с использованием специальных синтезированных амплитудных и фазовых распределений поля на элементах решётки, позволяющих уменьшать дифракционные эффекты при прохождении сквозь грудную клетку, обеспечивать сканирование фокуса электронным образом и создавать конфигурации из нескольких фокусов.

Работоспособность метода подтверждена в совместном эксперименте, выполненном в NPL. Использовалась решётка диаметром 170 мм, радиусом кривизны 130 мм, состоящая из 254 элементов диаметром 7 мм с частотой 1 МГц [12]. Была продемонстрирована *in vitro* возможность локального разрушения тканей, расположенных за костями грудной клетки. При этом наблюдался предсказанный в теории классический дифракционный эффект: в фокальной плоскости за рёбрами, наряду с основным фокусом, появлялись два вторичных максимума. Механизм этого эффекта обусловлен интерференцией волн от двух и более пространственно разделённых источников, которыми являются межреберные промежутки [14]. В ткани при этом также формируются три разрушения, что необходимо учитывать при разработке клинических протоколов. Проведённые исследования позволили получить новые данные о механизмах эффектов, возникающих при прохождении HIFU через акустические препятствия, дать количе-

ственные оценки важного для практического применения эффекта расщепления фокуса. Полученные данные свидетельствуют о принципиальной возможности применения предложенного метода в клинической практике для разрушения тканей, расположенных за костями грудной клетки, без перегрева костей и вышележащих тканей.

*Экспериментальная демонстрация эффективности когерентных методов сейсмоакустического зондирования морского дна.* Стандартный для современной практики морской сейсморазведки подход к решению проблемы профильтрования неоднородной донной структуры, содержащей многочисленные отражающие слои, состоит в использовании некогерентных импульсных источников (как правило, пневмопушек или искровых разрядников — спаркеров) и протяжённых приёмных антенных систем (сеймокос). Мощные пневмопушки обеспечивают уровень сигнала в низкочастотном диапазоне (до  $\approx 100$  Гц), который, с учётом характеристики направленности протяжённой приёмной антенны, оказывается достаточным для достижения требуемых глубин зондирования (до нескольких километров). Возможность увеличения пространственного разрешения при использовании подобных излучателей связана с уменьшением длительности самого сигнала, которая ограничена снизу конструктивными особенностями и составляет не менее  $\approx 10$  мс, что при характерных значениях скорости звуковых волн в донных породах обеспечивает разрешающую способность на уровне нескольких десятков метров.

Применение когерентных методов в сейсмических исследованиях имеет целый ряд преимуществ, связанных прежде всего с возможностью использования длительного когерентного накопления принимаемых сигналов [15–17]. Наибольший интерес для практического использования в данном случае представляют так называемые сложные сигналы — широкополосные модулированные сигналы с большой базой (произведением длительности импульса  $T$  на полосу его спектра  $F$ ). Такие сигналы, как известно, имеют функцию автокорреляции с характерной шириной главного максимума, меньшей длительности самого сигнала в  $FT$  раз ( $FT \gg 1$ ). Это означает, что при свёртке принятого сигнала с опорным излучением практически вся его мощность концентрируется в узком максимуме корреляционной функции, который физически эквивалентен короткому одиночному импульсу, но значительно большей излучаемой мощности (в то же число раз, равное базе сигнала). Кроме того, при достаточно хорошей повторяемости таких сигналов появляется возможность когерентного накопления энергии длинной последовательности сигналов, что также увеличивает глубину зондирования. В результате уровень излучаемой мощности сигнала может быть существенно понижен при обеспечении нужной эффективности зондирования — глубины и (или) контраста исследуемой структуры донных слоёв. Более того, этот энергетический выигрыш позволяет рассматривать возможность применения для сейсмоакустического зондирования высокочастотных (до  $\approx 1$  кГц) сигналов. Применение высокочастотных сигналов создаёт условия для более высокого пространственного разрешения и существенно упрощает техническую реализацию системы в целом.

Подчеркнём, что особенности когерентного подхода не являются сколько-нибудь специфическими для морской сейсмоакустики. Напротив, они достаточно широко используются в радиофизических методах зондирования неоднородных сред. Однако сегодня в морской сейсморазведке не применяются источники с когерентными свойствами излучаемого сигнала, достаточными для практической демонстрации отмеченных преимуществ.

В последние два десятилетия, в связи с созданием в Институте прикладной физики (ИПФ) РАН ряда мощных гидроакустических источников в диапазонах частот от нескольких сотен герц до нескольких килогерц, способных излучать высокостабильные и хорошо управляемые сигналы, в том числе широкополосные сложные сигналы, возникла реальная возможность практической разработки когерентного подхода для целей сейсморазведки морского дна. Типичные и хорошо известные варианты выбора таких сигналов — сигналы с линейной частотной модуляцией (ЛЧМ) и фазоманипулированные (так называемые псевдослучайные) сигналы. Эти сигналы обладают примерно одинаковыми возможностями по разрешающей способности, и при использовании излучателей, управляемых программируемым образом от компьютера, может быть использован тот или иной режим формирования сигналов. Стабильность самих источников ограничивается лишь техническими характеристиками задающих генераторов. Благодаря цифровому управлению излучением реализуется любой из возможных когерентных подходов, а именно: согласованная фильтрация и свёртка с опорным сигналом, длительное накопление последовательности сигналов, синтез протяжённой апертуры одиночным приёмником (накопление сигналов по пространственной координате) и соответствующее формирование её направленных свойств.

Сотрудниками ИПФ РАН и Института океанологии РАН выполнен ряд совместных экспериментов на акватории Каспийского моря, демонстрирующих возможности когерентных методов в морской сейсмоакустике [18]. Использовались гидроакустические излучатели, генерирующие синхронизированные последовательности импульсных ЛЧМ-сигналов в различных частотных полосах ( $\approx 50$ – $100$  Гц) в пределах широкого диапазона ( $\approx 100$ – $1000$  Гц); наибольшая мощность излучения, около 130 Вт, отвечала полосе 180–230 Гц. В качестве приёмной системы использовалась сеймокоса, состоящая из 25 синфазных гидрофонов. Процедуры когерент-

ной обработки принимаемых (отражённых от донных слоёв) сигналов включали в себя согласованную фильтрацию отдельных импульсов (свёртку с опорным сигналом) и накопление последовательности сигналов. Длительность накопления ограничивалась изменениями глубины погружения излучателя, а также изменениями в структуре дна. В конкретных экспериментальных условиях возможность когерентного накопления последовательности отражённых от донных слоёв импульсов ограничивалась интервалом  $\approx 100$ – $200$  с при буксировке гидроакустического излучателя со скоростью три узла. Это позволяло осуществлять эффективное накопление до нескольких десятков импульсов ( $\approx 30$ ). В целях повышения качества реконструкции донной структуры был разработан метод послойного траекторного накопления импульсов с учётом наклонов отдельных отражающих слоёв, который позволил не только увеличить число импульсов в когерентной последовательности (практически до нескольких сотен), но и адаптивно оценить эти наклоны. Подчеркнём, что большинство принятых сигналов имело низкую помехоустойчивость (отношение уровня сигнала к шуму составляло не более 5 дБ). Однако выигрыш в отношении сигнал/шум в результате когерентной обработки сигнала достигал 30 дБ, что позволило определять структуру донных слоёв в интервале глубин примерно до 1000 м.

На рисунках 5, 6 показаны результаты зондирования донной структуры вдоль одной из трасс. Фрагменты структуры, содержащие слабоконтрастные слои, были обнаружены в результате накопления серии до 100 импульсов. В то же время только автокорреляционное сжатие отдельных импульсов не обеспечивало сколько-нибудь заметного контраста в условиях относительно небольшого ( $\approx 10$ ) значения базы используемых ЛЧМ-сигналов. Эксперименты показывают, что сейсмоакустическое зондирование структуры морского дна на глубинах до  $\approx 1000$  м с высоким пространственным разрешением может быть реализовано при использовании относительно маломощных ( $\approx 100$  Вт) высокочастотных (в диапазоне нескольких сотен герц) когерентных гидроакустических источников.

*Разработка экспериментального образца параметрической акустической антенны для исследования океана.* В Акустическом институте им. Н.Н. Андреева совместно с Таганрогским технологическим институтом Южного федерального университета была разработана параметрическая антенна для мониторинга морских акваторий

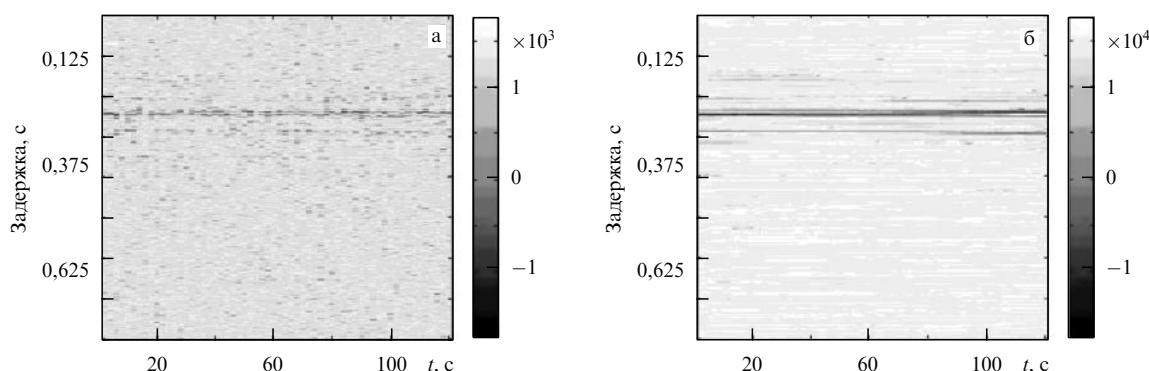
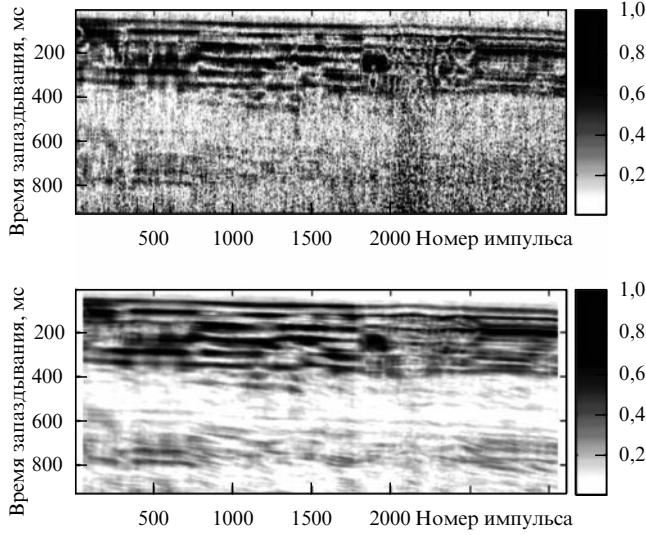


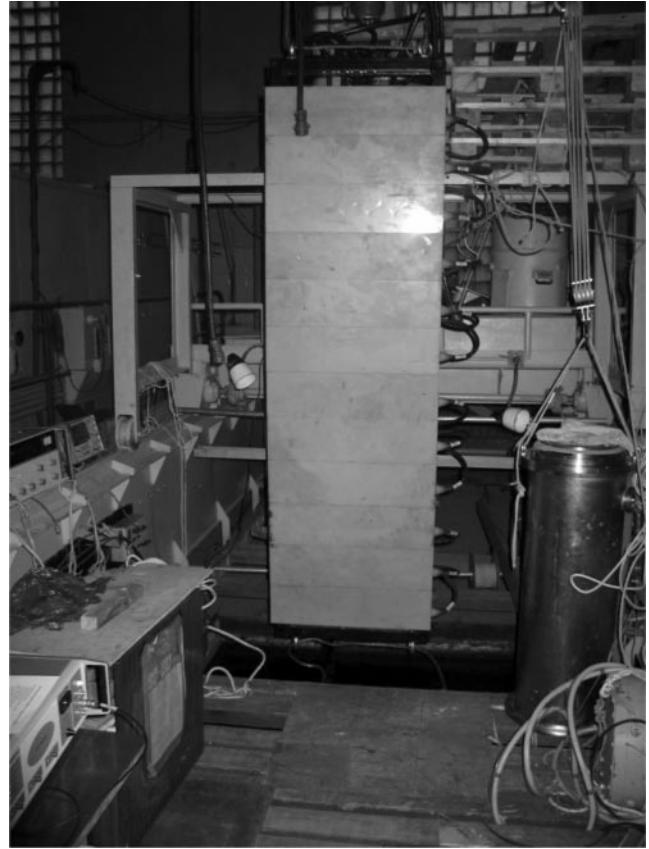
Рис. 5. Фрагменты сейсмограммы, отвечающие отдельному донному слою, полученные без применения процедуры когерентного накопления серии импульсов (а) и с накоплением серии из 16 когерентных импульсов (б). Показанный интервал временных задержек 0–1000 мс отвечает глубинам до  $\approx 1000$  м.



**Рис. 6.** Сейсмограммы, полученные по результатам зондирования с помощью ЛЧМ-сигналов в частотной полосе 180–230 Гц без использования межимпульсного накопления (а) и в результате применения процедуры адаптивного траекторного накопления серии до 100 импульсов (б).

на протяжённых трассах и создан её экспериментальный образец. Эта работа выполнялась в рамках проекта Международного научно-технического центра при финансовой поддержке Евросоюза. Особенностью такой гидроакустической антенны, действующей на принципах нелинейной акустики, является чрезвычайно узкая диаграмма направленности для низкочастотных акустических сигналов. Ширина диаграммы параметрической антенны практически постоянна в широкой полосе частот. Зондирующий сигнал формируется в морской среде, которая возбуждается мощной высокочастотной акустической накачкой, модулированной по интенсивности. В результате нелинейного взаимодействия высокочастотная накачка детектируется и в морской среде формируется антenna бегущей волны, которая генерирует остронаправленное излучение сигнала на частоте модуляции. Такой низкочастотный акустический сигнал, излучённый параметрическим образом, будет далее распространяться в море независимо от высокочастотной накачки. Благодаря нерезонансному способу генерации низкочастотного сигнала параметрическая антenna обеспечивает излучение зондирующих сигналов в чрезвычайно широкой полосе частот (более чем две октавы). Поэтому реализация данного проекта позволит испытать принципиально новую, работающую на принципах нелинейной акустики, излучающую акустическую систему для зондирования морских акваторий и океана на протяжённых трассах. Такая акустическая система (рис. 7) отличается сравнительно небольшими габаритами (размеры излучающей апертуры  $0,7 \times 2 \text{ м}^2$ ), широкой частотной полосой сигнала (300 Гц–3000 Гц) и высокой направленностью излучения (не хуже  $2^\circ$  в вертикальной плоскости) во всём частотном диапазоне. Указанные характеристики позволяют хорошо согласовать направленное параметрическое излучение с волноводной структурой в море.

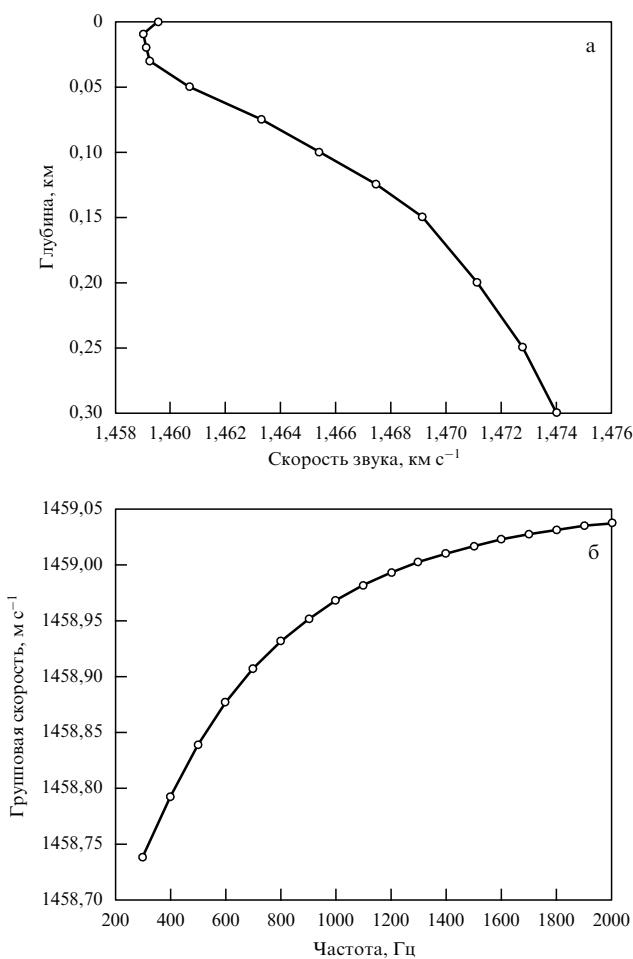
В настоящее время эта антена проходит испытания на акватории Сухумского гидрофизического института. Расчётные характеристики параметрической антены



**Рис. 7.** Параметрическая антена перед испытаниями в гидроакустическом бассейне.

должны обеспечивать одномодовое возбуждение морского волновода, эффективного для мониторинга Чёрного моря, или океанологические исследования на дистанции до 1000 км. Заметим, что впервые возможность применения параметрической антенны для океанологических исследований на протяжённых трассах была показана 20 лет назад [19, 20].

Полученные характеристики этой параметрической антены создают возможность для исследования особенностей частотной дисперсии при распространении акустического сигнала в морском волноводе. На рисунке 8а показано распределение скорости распространения звука по глубине, типичное для Чёрного моря в весенний период. Это распределение вызывает изменения в скорости распространения сигналов разных частот. Частотная зависимость групповой скорости для первой моды этого волновода показана на рис. 8б. Как видно из рисунка, в области частот, меньших 2 кГц, дисперсия при распространении широкополосного сигнала может быть заметной. На рисунке 9 показано влияние такой дисперсии на распространение акустического сигнала в черноморском волноводе в полосе частот от 300 Гц до 1800 Гц. Видно, что в этих условиях в результате дисперсии длительность сигнала изменяется почти в 25 раз при соответствующем изменении интенсивности. Этот эффект будет более выраженным на трассах большей протяжённости. Предварительные экспериментальные исследования, выполненные в условиях распространения излучения параметрической антены в мелководном волноводе [21], показали, что при согласованной с волноводом частотной модуляции длительность излучённого сигнала умень-



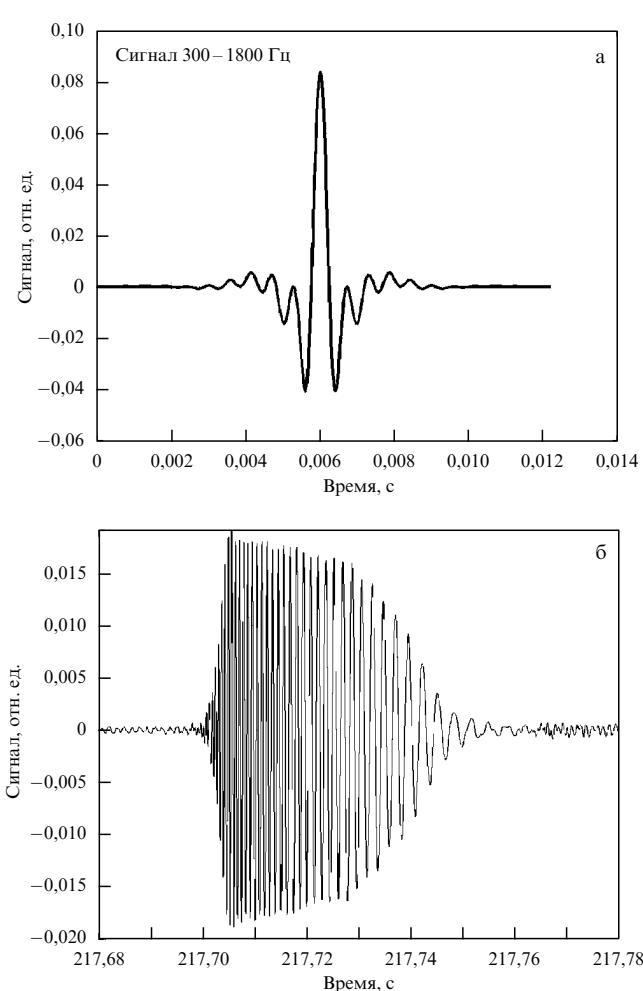
**Рис. 8.** (а) Профиль скорости звука в Чёрном море в феврале-марте. (б) Соответствующий профилю, приведённому на рис. а, зависимость групповой скорости первой моды от частоты.

шается, что приводит к возрастанию отношения сигнал/шум, а следовательно, и эффективности акустических средств в морском волноводе.

Таким образом, этот новый инструмент для океанологических исследований создаёт условия для селективного возбуждения мод в широкой полосе частот, что в свою очередь открывает возможность исследования новой океанологической характеристики — частотной дисперсии сигналов в волноводе. Исследование этой характеристики дополнит наши знания об особенностях распространения акустических сигналов в волноводных структурах океана.

## Список литературы

- Preobrazhensky V et al. *J. Magn. Magn. Mater.* **322** 585 (2010)
- Yevstafyev O et al. *J. Magn. Magn. Mater.* **323** 1568 (2011)
- Ожогин В И, Преображенский В Л УФН **155** 593 (1988) [Ozhogin V I, Preobrazhenskii V L Sov. Phys. Usp. **31** 713 (1988)]
- Брысов А П, Крутянский Л М, Преображенский В Л УФН **168** 877 (1998) [Brysev A P, Krutyanskii L M, Preobrazhenskii V L Phys. Usp. **41** 793 (1998)]
- Преображенский В Л УФН **176** 108 (2006) [Preobrazhenskii V L Phys. Usp. **49** 98 (2006)]
- Preobrazhensky V, Bou Matar O, Pernod P *Phys. Rev. E* **78** 046603 (2008)
- Хохлова В А, Прогр. международного онкологического научно-образовательного форума "ОНКОХИРУРГИЯ-2010" "В будущее через новые технологии", Москва, 31 мая – 2 июня 2010, с. 7; <http://www.oncology.ru/events/2010/05/31/program/program.pdf>



**Рис. 9.** Пример влияния частотной дисперсии на распространение акустического сигнала в черноморском волноводе (рис. 8а). (а) Импульс в полосе частот от 300 Гц до 1800 Гц. (б) Тот же импульс на дистанции 318 км — сначала приходят высокие частоты, затем низкие; длительность импульса на этой дистанции около 50 мс.

- Canney M S et al. *Ultrasound Med. Biol.* **36** 250 (2010)
- Canney M S et al. *J. Acoust. Soc. Am.* **127** 1760 (2010)
- Kreider W et al., in *2nd Intern. MRgFUS Symp.: Current and Future Applications of MR-guided Focused Ultrasound, October 17–20, 2010, Washington, DC, USA*, p. 79
- Бессонова О В и др. *Акуст. журн.* **56** 380 (2010) [Bessonova O V et al. *Acoust. Phys.* **56** 354 (2010)]
- Bobkova S et al. *Ultrasound Med. Biol.* **36** 888 (2010)
- Гаврилов Л Р и др. *Медицинская физика* (3(47)) 53 (2010)
- Хохлова В А, Бобкова С М, Гаврилов Л Р *Акуст. журн.* **56** 622 (2010) [Khokhlova V A, Bobkova S M, Gavrilov L R *Acoust. Phys.* **56** 665 (2010)]
- Лебедев А В, Малеханов А И *Изв. вузов. Радиофизика* **46** 579 (2003) [Lebedev A V, Malekhanov A I *Radiophys. Quantum Electron.* **46** 523 (2003)]
- Авербах В С и др. *Акуст. журн.* **45** 5 (1999) [Averbakh V S et al. *Acoust. Phys.* **45** 1 (1999)]
- Авербах В С и др., в кн. *Фундаментальные исследования океанов и морей* Кн. 2 (Гл. ред. Н П Лаверов) (М.: Наука, 2006) с. 500
- Лазарев В А и др. *Акуст. журн.* (в печати)
- Есипов И В и др. *Акуст. журн.* **39** 173 (1993) [Esipov I B et al. *Acoust. Phys.* **39** 89 (1993)]
- Есипов И В и др. *Акуст. журн.* **40** 71 (1994) [Esipov I B et al. *Acoust. Phys.* **40** 61 (1994)]
- Есипов И Б и др. *Акуст. журн.* **55** 56 (2009) [Esipov I B et al. *Acoust. Phys.* **55** 76 (2009)]