

ОБЗОРЫ АКТУАЛЬНЫХ ПРОБЛЕМ

Образование крупномасштабной структуры Вселенной

В.Н. Лукаш, Е.В. Михеева, А.М. Малиновский

Обзор посвящён образованию, эволюции и распаду крупномасштабной структуры Вселенной по данным наблюдений, численного моделирования и теории космологической стандартной модели (КСМ). Особое внимание уделено проблемам измерения и интерпретации космологических параметров, определения состава материи и нормировки спектра возмущений плотности.

PACS numbers: 95.35. + d, 95.36. + x, 98.65. – r

DOI: 10.3367/UFNr.0181.201110a.1017

Содержание

1. Введение (1017).
2. Что такое структура (1017).
3. Почему образуются галактики (1018).
4. Границы однородности (1020).
5. Квазифридмановские уравнения (1021).
6. Динамические свойства структуры (1022).
7. Анизотропные холодные течения (1023).
8. Как возникают коллапсирующие потоки (1025).
9. Как измерить тёмную энергию (1025).
10. Как измерить Вселенную (1027).
11. Образование галактик в неоднородной Вселенной (1030).
12. Функция масс релаксированных гало (1031).
13. Модуляция галактик крупномасштабной структурой (1033).
14. Нормировка скалярных возмущений (1035).
15. Заключение (1037).
16. Приложения (1037).

А. Квазихаббловские потоки в ОТО. Б. Динамика космологических скалярных возмущений. В. Эйлера координаты и предел Ньютона.

Список литературы (1040).

1. Введение

Данный обзор посвящён описанию процессов генерации, эволюции и деградации как линейных и квазилинейных, так и нелинейных структур и релаксированных гало тёмной материи (ТМ) во Вселенной на основе развития теории и сопоставлений с наблюдениями и численным экспериментом. Особое внимание уделено свойствам тёмной энергии (ТЭ) и способам её измерения, гравита-

ционно воздействующей на темп роста космологических неоднородностей и кардинально изменяющей динамику формирования структур ТМ, а также вопросам нормировки спектра возмущений плотности по наблюдениям крупномасштабной структуры Вселенной. Современные проблемы равновесных гало ТМ (внутреннее устройство, распределение плотности, кривые вращения и др.) рассмотрены в отдельной работе [1].

Обращаясь к наиболее острым вопросам физической космологии, мы не претендуем на изложение всех задач, связанных с образованием и распадом крупномасштабной структуры в стандартной модели (в частности, не детализируем барионную историю структуры). Оба обзора опираются на оригинальные работы авторов и следуют соответствующим главам книги [2]. Здесь мы даём более полное освещение обозначенных тем с привлечением новых данных наблюдений и сопоставлений с теорией, по возможности не вдаваясь в детальные аналитические расчёты (необходимые теоретические результаты вынесены в приложения, интересующийся читатель найдёт доказательства в книге [2]).

2. Что такое структура

Хаббловский поток (течение, разбегание, расширение) вещества, наблюдаемый в больших масштабах, *бесструктурен*: он совместим с пространственно однородным и изотропным полем распределения плотности, давления, скоростей и других характеристик материи. Структура, по определению, *неоднородна* и связана с нарушениями хаббловского потока, которые развиваются из начальных затравочных неоднородностей метрики потока под действием *градиентов* гравитационного поля, воздействующих на движение и распределение материи в пространстве (см. приложения А, Б). Пространственные градиенты нарастают с уменьшением масштаба, в соответствии с чем различают линейные, квазилинейные и нелинейные структуры.

Крупномасштабной структурой Вселенной называют наблюдаемое неоднородное распределение материи, возникающее детерминированным образом из начальных малых геометрических скалярных возмущений

В.Н. Лукаш, Е.В. Михеева, А.М. Малиновский. Астрокосмический центр Физического института им. П.Н. Лебедева РАН, ул. Профсоюзная 84/32, 117997 Москва, Российская Федерация
Тел. (495) 333-33-66. Факс (495) 333-23-78
E-mail: lukash@asc.rssi.ru

Статья поступила 28 декабря 2010 г.,
после доработки 26 января 2011 г.

(S-мода космологических возмущений), "впечатанных" в гравитационный потенциал хаббловского потока¹. В современной Вселенной наблюдается развитая нелинейная структура в малых масштабах ($R < 10$ Мпк) в форме гало галактик, групп и скоплений и более регулярное квазилинейное распределение вещества в больших масштабах вплоть до сотен мегапарсек — сверхскопления и космологические "пустоты". Формы перехода между нелинейными и квазилинейными структурами многообразны.

Гравитационно-связанные гало распределены во Вселенной неравномерно. Часто они находятся в плоских образованиях — "стенках", поперечный размер которых не превышает 10 Мпк. В поперечном направлении стенка не расширяется и является нелинейным образованием, а в двух других, более протяжённых, она может быть квазилинейна, и по ним расширение ещё продолжается. Сами стенки неоднородны и состоят из нитеобразных "филаментов", которые могут пересекаться и формировать "узлы" — богатые скопления галактик. В среднем во Вселенной масштаб неоднородности составляет около 10 Мпк (дисперсия контраста плотности в сфере этого радиуса близка к 1, $\sigma_{10} \simeq 1$), однако его значение зависит от местоположения: увеличивается в окрестностях скоплений и уменьшается вдали от них.

Наблюдаемая структура характерна для развития гравитационной неустойчивости в нерелятивистской бесстолкновительной материи. При начальном квазиизотропном расширении среды развивается анизотропия. В областях повышенной плотности разлёт гравитирующего вещества замедляется, останавливается и сменяется коллапсом. Начальная стадия коллапса происходит преимущественно в одном из трёх направлений, приводя к самопересечениям (каустикам) и образованию одномерных встречных потоков. Позднее области самозахваченной гравитационным образом материи релаксируют и далее сферизируются, формируя многопоточковые гравитационно-связанные системы — гало ТМ. Эти хорошо понимаемые и изученные процессы подтверждаются в численных экспериментах с участием миллиардов бесстолкновительных гравитирующих частиц (задача N -тел) и в главных своих чертах согласуются с наблюдениями (см., например, [3, 4]).

Квазилинейные структуры (контраст плотности $\delta_L < 1$ (см. (62) в разделе 13)) полностью описываются аналитически, поскольку здесь имеется малый параметр, позволяющий использовать язык теории возмущений. Для описания процессов нелинейного сгущивания имеются две аналитических аппроксимации: Зельдовича [5] (точная в одномерном случае) и Пресса – Шехтера [6] (точная в сферическом случае). Численное моделирование формирования структуры показало, что приближение Зельдовича хорошо описывает крупномасштабное распределение материи в тех областях, где коллапс только начинается. Напротив, формализм Пресса – Шех-

тера применим к относительно малым масштабам и описывает распределение вириализованных гало ТМ.

3. Почему образуются галактики

Мы наблюдаем состояние Вселенной спустя миллиарды лет после Большого взрыва. В больших масштабах разлёт вещества подчиняется закону Хаббла, который не делает различия между пространственными точками среды, поскольку относительная скорость удаления *любой* пары соседних элементов материи δV пропорциональна собственному расстоянию между ними δr

$$\delta V \equiv \frac{\delta \delta r}{\delta t} = H \delta r. \quad (1)$$

Коэффициент пропорциональности $H = H(t)$ не зависит от пространственных координат и взаимного расположения точек среды², но зависит от собственного физического времени t . Этот закон расширения материи сохранился как реликт с ранних времён истории Вселенной, являясь, по сути, синонимом понятия Вселенной, — в нём скрыта вся информация об образовании Вселенной и зародышах её структуры.

Даже если H не зависит от пространственных координат \mathbf{x} , описываемая уравнением (1) метрика оказывается однородной и изотропной лишь локально³, т.е. всё равно зависит от $\mathbf{x} = x^i$ ($i = 1, 2, 3$). Геометрически хаббловский поток (1) можно представить себе как равномерно растягивающуюся со временем трёхмерную пространственную (изначально искривлённую) гиперповерхность, причём растяжение локально-изотропно во всех точках пространства с фактором локального растяжения $a(t) \cdot \mathbf{a}_{ij}(\mathbf{x})$, где $a = a(t)$ и $\mathbf{a}_{ij} = \mathbf{a}_{ij}(\mathbf{x})$ — гладкие непрерывные функции класса C^2 .

Действительно, полагая по определению

$$H_i^j \equiv \dot{a}_{ik} a^{kj},$$

где a_{ik} и a^{kj} — прямая и обратная симметричные положительно определённые матрицы (точка над буквой означает частную производную по t). Из (1) получаем, что они факторизованы

$$H_i^j = H \delta_i^j : a_{ij} = a \cdot \mathbf{a}_{ij}, \quad a = \exp \left(\int H dt \right) \quad (2)$$

и соответствуют квадрату интервала между точками среды

$$ds^2 = dt^2 - \delta r^2 = dt^2 - a^2 g_{ij} dx^i dx^j, \quad (3)$$

$$\delta r = \delta r_i \equiv a \cdot \mathbf{a}_{ij} dx^j, \quad g_{ij} = g_{ij}(\mathbf{x}) \equiv \mathbf{a}_{ik} \mathbf{a}_{jl} \delta^{kl}$$

² Современное значение $H_0 \simeq 70$ км с⁻¹ Мпк⁻¹.

³ Складывая векторы расстояний и скоростей на гиперповерхности $t = \text{const}$, легко прийти к выводу, что если закон (1) выполняется для одного наблюдателя, то этот же закон будет справедлив и для остальных точек с тем же коэффициентом H . Это, однако, не доказывает глобальную однородность пространства: мы имеем дело с тавтологией, поскольку изотропная однородная гиперповерхность закладывается в этом рассуждении априори в форме линейного сложения расстояний и скоростей. Отметим, что зависимость H от \mathbf{x} может проявляться в масштабах, больших, чем масштабы видимой Вселенной. Реальный масштаб фридмановского мира — область однородности, где выполняется линейный закон сложения скоростей, — превышает хаббловский радиус (см. уравнение (7) ниже), его определение — это вопрос точности наблюдательных данных.

¹ Эти возмущения называют ещё адиабатическими или растущими адиабатическими возмущениями плотности. Теоретически можно также представить себе первичные возмущения в форме неоднородностей состава материи при неизменном гравитационном потенциале (так называемые изометрические возмущения), однако наблюдательных оснований в пользу того, что часть начальных условий могла описываться такими возмущениями, не имеется (в пределах точности измерений).

(символ Кронекера появился здесь из уравнения (2). Верно и обратное: дифференцируя δg из (3) по времени, получаем (1) с $H = \dot{a}/a$. Это говорит о том, что формулы (1) и (3) эквивалентны. Они описывают *однородное* распределение материи с ламинарным хаббловским течением, в окрестности любой точки которого выполняется линейный закон сложения скоростей. При переходе из одной пространственной области в другую надо переопределять правила сложения расстояний с учётом функций g_{ij} .

Современное значение масштабного фактора принято равным единице: $a \equiv (1+z)^{-1}$, где z — красное смещение. Для определения границ фридмановского мира разложим g_{ij} в ряд Тейлора в конечной окрестности произвольной точки

$$g_{ij}(\mathbf{x}) = c_{ij} + k_0 c_{ijk} x^k + \frac{1}{2} k_0^2 c_{ijkl} x^k x^l + \dots, \quad (4)$$

где коэффициенты k_0 и $c_{ij\dots}$ зависят от выбора точки, которую в данном случае мы совместили с $\mathbf{x} = 0$, а k_0^{-1} — масштаб вариации следа g_{ii} или радиус сходимости $k_0|\mathbf{x}| < 1$, в пределах которого первый член ряда c_{ij} больше всей остальной суммы. Поскольку речь идёт о форме $g_{ij} dx^i dx^j$, то с помощью надлежащего выбора координат всегда можно привести c_{ij} к единичному виду $c_{ij} = \delta_{ij}$ и оставить лишь исчезающие коэффициенты $c_{ijk\dots}$. Тогда выражение (4) сводится к

$$g_{ij}(\mathbf{x}) = \exp(-2q_0)(\delta_{ij} - 2\Xi_{ij}), \quad (5)$$

где неприводимые скаляр $q_0 = q(\mathbf{x})$ и малый тензор $\Xi_0 = \Xi_{ij}(\mathbf{x})$ зависят от \mathbf{x} и близки к нулю при $\mathbf{x} \sim 0$ (значок "0" у этих функций означает отсутствие временной функциональной зависимости)⁴.

Согласно (5), величина $q(\mathbf{x})$ определена с точностью до аддитивной постоянной, однако разность её значений между удалёнными точками может быть сколь угодно большой. Обычно полагают, что средняя величина q_0 в наблюдаемом объёме равна нулю. Тогда отклонения $q(\mathbf{x})$ от нуля возрастают с увеличением расстояния от наблюдателя, и верхняя граница фридмановского мира определяется условием

$$|q(k_0^{-1})| \sim 1. \quad (6)$$

Этот размер заведомо больше радиуса внешней критической ($k_0 < H_0$), поскольку $|q(\mathbf{x})| \ll 1$ в масштабах

⁴ При последовательном вычислении в правую часть (5) следует также включить скалярные $B_{,ij}$ и векторные $\xi_{,ij}$ слагаемые, зависящие от \mathbf{x} (запятая в индексе означает частную производную по \mathbf{x}). Однако эти члены не имеют физического смысла и могут быть убраны с помощью координатных преобразований. Векторные моды, как и падающие ветви скалярной (S) и тензорных (T) мод возмущений, несовместимы с изотропным расширением (2). Напротив, растущие ветви S и T мод геометрических неоднородностей консервируются в форме (3) на больших масштабах и не нарушают хаббловского закона расширения (2). Именно эти "замороженные" гравитационные потенциалы q_0 и Ξ_0 являются зародышами космологической структуры, тогда как падающие моды затухли уже к началу образования хаббловского потока, и тем более ничтожно малы к началу эпохи формирования галактик.

наблюдательной космологии⁵

$$q_H = |q(H_0^{-1})| \sim 10^{-4}. \quad (7)$$

В функциях (5) закодирована информация об S и T модах космологической структуры, определяющих анизотропию реликтового излучения (q_0 и Ξ_0) и зародыши галактик (только q_0). Надо понимать, что к метрике (3) имеются малые поправки $\sim \nabla q_0/\bar{H}$, и в этом порядке хаббловские потоки слабо искажены. Градиенты q_0 могут эволюционно развиваться и нарушить ламинарный поток на малых масштабах, приводя к его распаду на самогравитирующие нелинейные сгустки материи.

Мы видим, что ранняя Вселенная *детерминирована* и все движения в ней могут рассматриваться в рамках задачи Коши. Решая динамические уравнения, мы получаем причинно-следственную цепочку событий, полностью вытекающую из начальных космологических условий (функции q_0 и Ξ_0), что и обуславливает космологическую *стрелу времени*⁶.

Итак, имеются два режима организации материи, которые эволюционно связаны друг с другом и описывают противоположные процессы: хаббловские потоки (большие масштабы) и структуру (малые масштабы). Из уравнений ОТО следует, что метрика (3)–(5) представляет собой главный член разложения *точного* решения по малому параметру

$$\frac{\beta k}{\bar{H}} < 1, \quad (8)$$

где β — средняя скорость звука в среде, k и $\bar{H} \equiv aH = \dot{a}$ — пространственная и хаббловская частоты соответственно. Принципиальное значение имеет ответ на вопрос: растут ли со временем поправки к (3) или затухают? В первом случае эволюция ведёт к *разрушению* имеющихся хаббловских потоков, а во втором — к их *созданию*.

Ответ на этот вопрос зависит от знака функции $\bar{\gamma}$, где

$$\begin{aligned} \bar{\gamma} &\equiv -\frac{\dot{\bar{H}}}{\bar{H}^2} = -\frac{d \ln \bar{H}}{d \ln a} = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{3p}{\varepsilon} \right), \\ \gamma &\equiv -\frac{\dot{H}}{H^2} = 1 + \bar{\gamma} = \frac{3}{2} \left(1 + \frac{p}{\varepsilon} \right). \end{aligned} \quad (9)$$

⁵ Для получения соотношения (7) необходимо воспользоваться формулой Сакса–Вольфа [7]

$$\delta_{\text{Tsw}} = \frac{q_{\text{HZ}}}{5} \simeq 10^{-5}$$

и оценить q_H с помощью спектрального интеграла

$$\langle q_H^2 \rangle = \int_{H_0}^{\infty} q_k^2 \frac{dk}{k} \sim q_{\text{HZ}}^2 \ln \left(\frac{k_{\text{eq}}}{H_0} \right) \simeq (2 q_{\text{HZ}})^2 \simeq 10^{-8},$$

где $q_{\text{HZ}} = q_{k \sim H_0}$ — это крупномасштабный спектр Харрисона–Зельдовича [8, 9], $k_{\text{eq}} = \dot{a}_{\text{eq}} \simeq 0,01 \text{ Мпк}^{-1}$ — масштаб горизонта на момент равенства плотностей излучения и вещества. Заметим, что соотношение (6) справедливо в предположении, что $|\Xi_0(k_0^{-1})| \leq 1$. Функция Ξ_0 даёт информацию о космологических гравитационных волнах и частично о доинфляционной геометрии пространства-времени (другая часть скрыта в функции q_0), однако она не имеет отношения к галактикам и, по наблюдениям, много меньше q_0 , поэтому здесь мы её детально не рассматриваем.

⁶ В отдельных областях пространства-времени, где важны релятивистские эффекты, стрела времени может нарушаться (например, в чёрных дырах или кротовых норах).

Действительно, в первом порядке по градиентам q_0 имеем [2]

$$q = q_0 + \int \delta_p \frac{da}{a}, \quad (10)$$

$$\mathbf{v}_{\text{pec}} = -v \nabla q_0, \quad \delta = g \Delta q_0, \quad \Phi = \phi q_0, \quad (11)$$

где $q = q(t, \mathbf{x})$ — потенциал кривизны [10, 11], ϕ — гравитационный потенциал, \mathbf{v}_{pec} — peculiarная скорость движения материи относительно хаббловского потока (1), δ_p и $\delta_\varepsilon \equiv \delta$ — сопутствующие возмущения полного давления (p) и плотности энергии материи (ε) (см. приложения А, Б). Факторы роста $v = v(a)$, $g = g(a)$ и $\phi = \phi(a)$ зависят только от времени или от масштабного фактора $a(t)$ соответственно:

$$v = \frac{1}{a^2} \int \frac{da}{H}, \quad \phi = \gamma \bar{H}^2 g = 1 - \frac{H}{a} \int \frac{da}{H}. \quad (12)$$

Критическим режимом для функций роста является линейное космологическое расширение, при котором

$$\bar{\gamma} = 0, \quad a \propto t.$$

В этом случае v , g и ϕ постоянны во времени и упомянутые эволюционные режимы разделены: хаббловские потоки сохраняются там, где они есть, и генерации новой структуры не происходит.

При замедленном расширении ($\bar{\gamma} > 0$) функции $v(a)$ и $g(a)$ растут со временем, развивается гравитационная неустойчивость, нарушаются изначальные ламинарные потоки среды и возникают условия для образования неоднородной структуры со стороны малых длин волн (функция \bar{H} монотонно уменьшается).

При ускоренном расширении ($\bar{\gamma} < 0$) функции v и g затухают со временем, новая структура не производится, напротив, идёт строительство хаббловских потоков и достройка функции $q(\mathbf{x})$ во всё более широком диапазоне масштабов $k_0 < k < \bar{H}$ (функция \bar{H} монотонно возрастает).

Можно заключить, что гравитация в равной мере обладает двумя динамическими свойствами: отталкиванием (генерация хаббловских потоков) и притяжением (генерация структуры). Какая из этих двух сторон будет реализована — зависит от уравнения состояния материи (см. (9)): инфляция (отталкивание, создание хаббловского потока) реализуется при $(\varepsilon + 3p) < 0$, а замедленное расширение (притяжение, развитие коллапса) — в противоположном случае, при $(\varepsilon + 3p) > 0$. Оба присущих ОТО процесса, инфляция и коллапс, возникают при достаточно общих начальных распределениях и свойствах материи и приводят к появлению упорядоченных геометрических конфигураций разных масштабов — хаббловских потоков и нелинейных гало материи.

Сходимость интеграла (10) на нижнем пределе предполагает доминирование начальных адиабатических возмущений. В пренебрежении изометрическим скаляром давлений соотношение между δ_p и δ имеет простой вид $\delta_p = \beta^2 \delta$ и динамика скаляра q подчиняется независимому уравнению гармонического осциллятора [10, 11] (см. приложение Б)

$$\ddot{q} + \left(3H + 2 \frac{\dot{\alpha}}{\alpha} \right) \dot{q} - \beta^2 \frac{\Delta q}{a^2} = 0, \quad \alpha^2 = \frac{\gamma}{4\pi G \beta^2}, \quad (13)$$

где G — гравитационная постоянная. При малых скоростях звука $|\beta| < 1$ лидирующее решение $q = q_0(\mathbf{x})$ продолжается в причинно-связанную область (ср. (8)). Спектральные амплитуды скалярной кривизны $q_0(k)$ в пострекомбинационную эпоху и начальных возмущений S-моды q_k связаны между собой линейно

$$q_0 = T(k) q_k, \quad (14)$$

где $T(k)$ — переходная функция линейных возмущений плотности, учитывающая их эволюцию в догалактической среде (см. подробнее [1]).

4. Границы однородности

В ходе инфляции в ранней Вселенной происходило *растяжение* уже подготовленной предыдущей историей пространственноподобной области размера k_0^{-1} и *достройка* функции $q(\mathbf{x})$ со стороны малых масштабов $k \gg k_0$, которые приходят в зону $k < \bar{H}(t)$ из микроскопической области при $\dot{\bar{H}} > 0$. В этом случае рост масштабов $\propto a(t)$ обгоняет хаббловский радиус $H^{-1}(t)$ (рис. 1), все складки и неровности начальной гиперповерхности внутри k_0^{-1} разглаживаются, а вновь появляющиеся малые масштабы встраиваются в уже готовый крупномасштабный каркас изотропизирующей гиперповерхности. Можно сказать, что в процессе ускоренного расширения материи минимальный сопутствующий масштаб хаббловского потока уменьшается.

Максимальный размер фридмановской гиперповерхности k_0^{-1} определяется стартовыми условиями инфляции и, как следует из наблюдений, больше сегодняшнего горизонта ($k_0 < 2 \times 10^{-4}$ Мпк $^{-1}$, см. (6), (7)). Минимальный размер k_m^{-1} связан с окончанием инфляционной стадии Большого взрыва, он заведомо меньше размеров наблюдаемой структуры и сопоставим с длиной волны реликтового кванта. В процессе постинфляционного замедленного расширения материи происходил обратный процесс: хаббловский поток разрушался со стороны малых масштабов и его минимальный размер возрастал со временем.

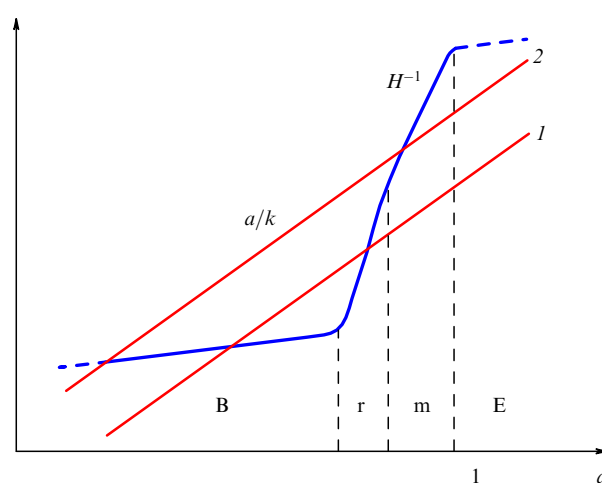


Рис. 1. Хаббловский радиус H^{-1} (линия с изгибами) и размеры возмущений $\propto a$ (наклонные прямые линии: 1 — галактика, 2 — сверхскопление) как функции a от Большого взрыва (В) до стадий радиации (r), ТМ (m) и ТЭ (E).

Для определения минимального масштаба современного потока (1) выпишем первые члены разложения метрики в лагранжевых координатах (t_c, \mathbf{x}) (метку "с" сопутствующего времени где можно опускаем)

$$ds^2 = (1 - 2\delta_p) dt^2 - d\mathbf{r}^2, \quad (15)$$

$$d\mathbf{r} = \delta r_i = a \exp(-q) (\delta_{ij} - \mathbf{b} q_{0,ij}) dx^j, \quad (16)$$

и запишем закон Хаббла в более точном виде (ср. (92), (93) в приложении А):

$$\delta V_i \equiv \frac{\partial \delta r_i}{(1 - \delta_p) \partial t} = H_{ij} \delta r^j, \quad (17)$$

где

$$H_{ij} = H(\delta_{ij} - \bar{h} q_{0,ij}), \quad \bar{h} \equiv \frac{v}{\bar{H}}, \quad \mathbf{b} = \int \bar{h} \frac{da}{a}. \quad (18)$$

Пренебрегая эффективной скоростью звука, на нижней границе хаббловского потока k_1 имеем

$$\delta \sim 1, \quad v_{\text{pec}} \sim \frac{\bar{H}}{k_1}, \quad q_0 \sim \frac{\bar{H}^2}{k_1^2} \ll 1. \quad (19)$$

Принимая во внимание, что наблюдаемый средний масштаб неоднородности $k_1 \sim 0,1 \text{ Мпк}^{-1}$ (рис. 2), получаем спектральную амплитуду потенциала кривизны на нижней границе современного потока

$$q_0(k_1) \sim 5 \times 10^{-6} \quad (20)$$

в соответствии с требуемым значением переходной функции $T(k_1) \sim 0,1$.

Интересен вопрос об экспериментальном определении размера k_0^{-1} фридмановской "подложки" нашей Вселенной. В принципе, такое возможно. Дело в том, что масштаб k_0^{-1} не обязан быть очень большим, поскольку он связан с *последним* этапом ускоренного расширения в цепочке инфляционных стадий Большого взрыва⁷, а этот этап по продолжительности мог быть

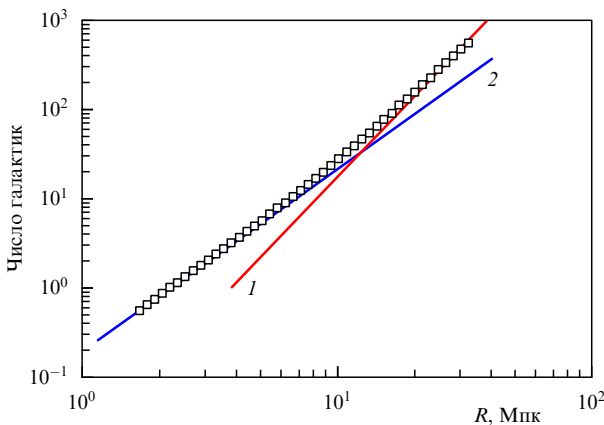


Рис. 2. Число галактик $N(R)$ в сфере радиуса R при усреднении по местоположению в пространстве (по данным [12]). Точность степенных асимптотик $\sim 10\%$: 1 — $N \propto R^3$, однородное распределение материи, 2 — $N \propto R^2$, нелинейная структура Вселенной.

⁷ Инфляционные стадии могли чередоваться со стадиями доминирования вещества, образующегося при распаде промежуточных короткоживущих инфлатонов.

относительно коротким. Тогда k_0^{-1} , в принципе, может не сильно превышать радиус внешней кривизны H_0^{-1} . В этой ситуации полный потенциал кривизны $q_0(\mathbf{x})$, сгенерированный к концу инфляционного взрыва и задающий геометрию наблюдаемого мира, будет складываться из *двух* составляющих: *негауссовой* сильно коррелированной гладкой части размера k_0^{-1} , связанной с глобальной доинфляционной геометрией, и мелкомасштабной (по сравнению с k_0^{-1}) ряби гауссова поля рождённых квантово-гравитационным образом неоднородностей. Негауссова компонента возмущений плотности растёт с увеличением расстояния от наблюдателя и проявляет себя в крупномасштабной анизотропии реликтового фона. Гауссовы возмущения не затухают с уменьшением масштаба и ответственны за формирование галактик⁸.

На постинфляционной материально-доминированной стадии замедленного расширения, сопровождаемой уменьшением скорости звука, на малых масштабах возникают условия для коллапса: открывается "окно" гравитационной неустойчивости. В отличие от инфляции, где начальные условия забываются, для реализации коллапса необходимы затравочные неоднородности кривизны, которые определяют области, куда материя притекает и откуда оттекает.

Таким образом, в современную эпоху область масштабов $k_1 < k \ll k_m$ принадлежит нелинейным космологическим структурам, а в масштабах $k < k_1$ (в среднем во Вселенной) ещё продолжается неразрушенное, но уже искажённое квазихаббловское течение материи.

5. Квазифридмановские уравнения

Слабонеоднородная Вселенная описывается обобщённым уравнением Фридмана [2] (см. приложение А)

$$H_v^2 = \frac{8\pi G}{3} \varepsilon - \frac{\varkappa}{b^2}, \quad (21)$$

в котором геометрические скалярные переменные

$$H_v = H_v(t, \mathbf{x}) \equiv \frac{\dot{b}}{b} = \frac{1}{3} u^\mu{}_{;\mu}$$

(точкой с запятой обозначена ковариантная производная) и $b = b(t, \mathbf{x})$ соответствуют локальным хаббловскому и масштабному факторам объёмного расширения среды, ε и u^μ — полные плотность энергии и 4-скорость материи, малая функция

$$\varkappa = \varkappa(t, \mathbf{x}) \equiv \frac{2}{3} \Delta q \quad (22)$$

— внутренняя кривизна пространства, а точка над буквой означает частную производную по сопутствующему времени t_c . Изменение плотности со временем подчиняется закону сохранения

$$\dot{\varepsilon} + 3H_v(\varepsilon + p_v) = 0, \quad (23)$$

где p_v — объёмное давление (см. (77), (85)).

⁸ Результирующая амплитуда квадрупольной анизотропии реликтового излучения может оказаться как ниже, так и выше ожидаемого при такой экстраполяции коротковолнового спектра значения. Этот эффект мог бы объяснить низкую квадрупольную анизотропию реликтового фона (если, конечно, данная аномалия подтвердится будущими наблюдениями и правильным анализом данных).

Уравнения (21) и (23), описывающие эволюцию квазифридмановской Вселенной в геометрических инвариантных переменных, справедливы для малой пространственной кривизны $|\kappa| \ll 1$ и включают нулевой и первый порядки по отклонениям слабонеоднородной геометрии от фридмановской. Эти уравнения имеют скалярный вид, хотя описываемая ими геометрия анизотропна (см. (89)).

Чтобы решить уравнение (21) для объёмного фактора b , надо знать задающий скаляр кривизны q . Предполагая, что малая функция q нам известна, ищем решение в виде

$$H_v = H_c + \frac{\Delta\Phi - \Delta q}{3a\dot{H}}, \quad (24)$$

$$\varepsilon = \varepsilon_c + \frac{\Delta\Phi}{4\pi G a^2}, \quad p_v = p_c + \frac{\Delta S}{12\pi G a^2},$$

где $X_c \equiv X(t_c)$ — фоновые функции сопутствующего времени, Φ и S — произвольные малые функции всех координат. Подстановка в уравнения (21) и (23) даёт *правильную* связь между скалярами Φ и q (см. (86))

$$\Phi = \frac{H}{a} \int a(\gamma q - S) dt, \quad (25)$$

причём функция S произвольна и не связана с уравнениями Эйнштейна.

Подчеркнём, что квазифридмановские уравнения (21) и (23) не предполагают никаких ограничений на физические свойства среды: как и оригинальные уравнения Фридмана, они связывают кривизну пространства-времени с полной плотностью энергии, её производной и давлением материи. Что касается физического состояния материи, то его необходимо учитывать только при выводе уравнения движения скаляра кривизны q (см. [2, 11], приложение Б).

6. Динамические свойства структуры

Физической причиной возникновения нелинейной структуры — образования галактик из малых первичных возмущений кривизны — является гравитационная неустойчивость тёмной материи, наиболее интенсивно развивающаяся в пострекомбинационный период доминирования ТМ⁹. Поскольку начальное давление у нерелятивистской материи мало (относительные скорости частиц в любой точке пространства близки к нулю), холодная среда свободно движется в собственном гравитационном поле квазихаббловского потока и изначально малые пекулярные скорости и контраст плотности материи нарастают со временем во всех масштабах. Рассмотрим подробнее динамику квазифридмановской модели на линейной стадии развития скалярных неоднородностей.

⁹ Напомним, что в КСМ начальные возмущения состава отсутствуют, фоновая кривизна равна нулю и параметры плотности энергий компонент имеют следующие значения: ТЭ ($\Omega_E \approx 0,7$), небарионная ТМ ($\Omega_M \approx 0,25$), барионы ($\Omega_b \approx 0,05$), радиация ($\Omega_r \approx 10^{-4}$). Заметим, что 10%-ная точность имеющихся сегодня наблюдательных ограничений не позволяет пока различить космологическую постоянную и эволюционирующую ТЭ, что говорит о её медленной эволюции и позволяет рассматривать общие модели ТЭ в виде разложений по малому параметру $|w+1| \ll 1$, где главным членом ряда является космологическая постоянная (см. (44), $w \equiv p_E/\rho_E$).

Обратимся к простейшей модели поздней Вселенной, в которой учитывается только нерелятивистская материя "m" (с плотностью, обратно пропорциональной локальному объёму, $\rho_m \propto b^{-3}$) и тёмная энергия "E" неизменной плотности ($\rho_E = \text{const}$). В этом случае средняя скорость звука в пострекомбинационную эру равна нулю (см. (95), $\beta = \delta_p = 0$) и, следовательно, скаляр q и пространственная кривизна κ не зависят от времени и уравнение (21) упрощается. Умножая его на $(b/H_E)^2$ и переходя к безразмерным переменным, имеем

$$\left(\frac{\dot{b}}{H_E}\right)^2 = f^2(b) - \hat{\kappa}(\mathbf{x}), \quad (26)$$

где

$$f^2(b) \equiv \frac{8\pi G b^2}{3H_E^2} (\rho_m + \rho_E) = \left(\frac{c_m}{b} + b^2\right) \gtrsim 1, \quad (27)$$

$$q = q_0(\mathbf{x}) \equiv \frac{3}{2} H_E^2 \hat{q}, \quad \hat{\kappa} = \hat{\kappa}(\mathbf{x}) \equiv \frac{\kappa}{H_E^2} = \Delta \hat{q}, \quad (28)$$

$H_E = H_0 \sqrt{\Omega_E} \simeq (5 \text{ Гпк})^{-1}$ — хаббловская константа тёмной энергии, $c_m \equiv \Omega_m/\Omega_E \simeq 0,4$ — постоянный коэффициент, шестая часть которого связана с барионами, а остальные 5/6 — с ТМ (в данном приближении обе компоненты движутся вместе). Очевидно, функция $f(b)$ имеет минимум $f_{\min} \simeq 1$, достигаемый при $b_{\min}^{-1} \simeq 1,7$.

Произвольная малая функция пространственных координат $\hat{\kappa}$ описывает локальную нормированную кривизну пространства. Нас интересуют области пространства с положительной правой частью (26)

$$\hat{\kappa}(\mathbf{x}) < 1. \quad (29)$$

В этих областях плотность материи монотонно убывает со временем (см. подробнее (42)), и они включают в себя как сверхскопления ($\kappa > 0$), так и космологические пустоты ($\kappa < 0$).

В точках $\kappa = 0$ объёмный и фоновый масштабные факторы совпадают (при этом анизотропия расширения может быть большой)

$$b = a(t) \equiv \frac{1}{1+z}, \quad H \equiv H_E \frac{f(a)}{a}, \quad (30)$$

где $f = f(a)$ — фактор роста хаббловской компоненты скорости

$$\mathbf{V}_H = f H_E \mathbf{x}. \quad (31)$$

В общем случае в линейном порядке по $\hat{\kappa}$ получаем

$$b = a \left(1 - \frac{1}{3} \hat{g} \hat{\kappa}\right), \quad \delta_m = \hat{g} \hat{\kappa}, \quad (32)$$

$$H_v = H \left(1 - \frac{1}{3} \hat{h} \hat{\kappa}\right), \quad \hat{h} \equiv \frac{\bar{v}}{f} = \frac{\dot{\hat{g}}}{H}, \quad (33)$$

где $\delta_m = \delta$ — возмущение плотности, $\hat{g} = \hat{g}(a)$ и $\bar{v} = \bar{v}(a)$ — факторы роста возмущений плотности и пекулярной скорости (рис. 3)

$$\hat{g} \equiv \frac{\gamma \bar{H}^2}{c_m} a = \frac{1}{c_m} \left(a - H \int_0^a \frac{da}{H}\right), \quad (34)$$

$$\bar{v} \equiv \frac{3}{2} H_E v = \frac{3H_E}{2a^2} \int_0^a \frac{da}{H}.$$

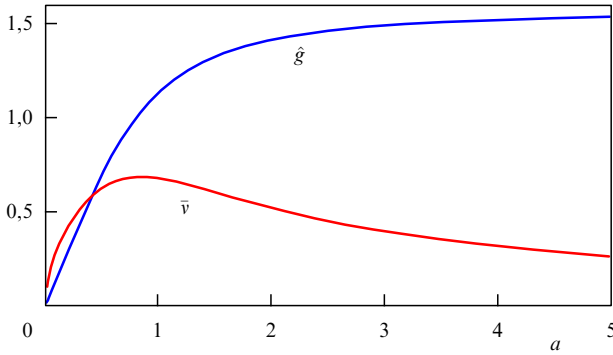


Рис. 3. Факторы роста плотности $\hat{g}(a)$ и peculiarной скорости $\bar{v}(a)$ [13].

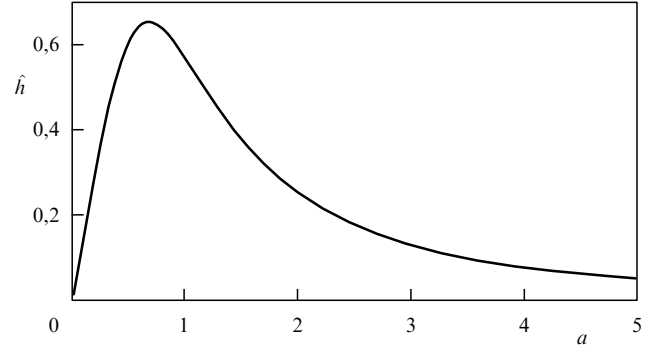


Рис. 4. Функция $\hat{h}(a)$, задающая искажение хаббловского потока [13].

При

$$\begin{aligned} a \ll 1 : \quad & \hat{g} \simeq \frac{3a}{2}, & \bar{v} \simeq \sqrt{a}, \\ a \gg 1 : \quad & \hat{g} = \hat{g}_{\max} \simeq 1,56, & \bar{v} \simeq \frac{3}{2a}, \\ a = 1 : \quad & \hat{g} \simeq 1,13, & \bar{v} \simeq 0,67. \end{aligned}$$

Уравнения (26)–(34) описывают квазихаббловские анизотропные течения с эффективной хаббловской функцией H_v , зависящей от местоположения наблюдателя. В современную эпоху функция \bar{v} имеет широкий максимум, свидетельствующий о периоде наиболее интенсивной генерации структуры. Положение её максимума соответствует $z \simeq 0,2$, уровень 90 % от максимального значения $\bar{v}_{\max} \simeq 0,68$ достигается при $a \simeq 0,5$ и 1,4, а уровень 50 % — при $z \simeq 0,1$ и 4.

Таким образом, современная эпоха — это эпоха *максимальных* peculiarных скоростей, которая продлится ещё космологическое время [13]. Функция \bar{v} уменьшится вдвое, когда возраст Вселенной достигнет 35 млрд лет. И только тогда можно будет говорить о наступлении эпохи затухания peculiarных скоростей во всех областях пространства, где $\dot{z} < 1$.

Функция $\hat{h}(a)$, определяющая отклонение локального хаббловского фактора от его фонового значения, представлена на рис. 4. Максимум $\hat{h}_{\max} \simeq 0,65$ достигается при $z \simeq 0,4$, а интервал значений $\hat{h} > \hat{h}_{\max}/2$ лежит в пределах $a \in (0,1; 1,8)$, что соответствует диапазону возраста Вселенной от 0,6 до 22 млрд лет. Рисунок 4 наглядно демонстрирует, что наша Вселенная находится на этапе максимального искажения хаббловского закона расширения ($\hat{h}(a = 1) \simeq 0,87 \hat{h}_{\max} \simeq 0,57$), а восстановление хаббловских течений в квазилинейных областях пространства произойдёт лишь через десяток миллиардов лет.

Мы можем заключить, что формирование крупномасштабной структуры во Вселенной происходит в период от 1 до 22 млрд лет с момента Большого взрыва. Стадия подавления неоднородностей хаббловского потока из-за гравитационного влияния ТЭ ещё не наступила, хотя тёмная энергия и доминирует в плотности материи уже 3,5 млрд лет. Эта задержка связана с тем, что динамическое влияние ТЭ на генерацию структуры Вселенной ещё только началось, так как характерное время этого воздействия больше современного возраста Вселенной и составляет величину $H_E^{-1} \simeq 17$ млрд лет.

7. Анизотропные холодные течения

Для описания поля peculiarных скоростей перейдём к эйлеровым координатам, в которых гравитационное поле локально изотропно в линейном порядке по x в любой точке пространства (см. приложение В). Интересующее нас соотношение между эйлеровыми (y) и лагранжевыми (x) координатами имеет вид

$$y = x + \hat{g} \hat{S}, \tag{35}$$

где $\hat{S} = \hat{S}(x) = -\nabla \hat{q}$ — вектор смещения элемента среды относительно невозмущённого положения, $\hat{z} = -\nabla \cdot \hat{S} = \Delta \hat{q}$. Здесь лагранжева координата x не меняется с течением времени вдоль траектории элемента среды и совпадает с эйлеровой y при $t \rightarrow 0$, фактор роста смещения $\hat{g} = \hat{g}(a)$ является одновременно и фактором роста возмущения плотности (32). Тот факт, что смещение материи относительно ламинарного хаббловского потока факторизуется произведением двух функций, одна из которых зависит от времени, а вторая — от координат, говорит о том, что темп роста возмущений одинаков для всех длин волн.

Полное смещение элементов среды от невозмущённых хаббловских положений монотонно увеличивается со временем и сегодня составляет величину 14 Мпк. В будущем, если плотность ТЭ не изменится, среднее полное смещение приблизится к своему предельному значению порядка 22 Мпк (см. рис. 3).

Из (35) получаем следующие представления интервала в эйлеровой и лагранжевой сетках:

$$\begin{aligned} ds^2 &= (1 + 2\Phi) dt^2 - \mathbf{a}^2 dy^2 = \\ &= dt^2 - \mathbf{a}^2 (\delta_{ij} - 2\hat{g} \hat{q}_{,ij}) dx^i dx^j, \end{aligned} \tag{36}$$

где $\tau = t - a\bar{v}H_E \hat{q}$, $\mathbf{a} \equiv a(t)(1 - q) = a(\tau)(1 - \Phi)$ — локальный масштабный фактор [2]. Функция $b(t, x)$ (см. (21), (32)) пропорциональна следу пространственной части лагранжева метрического тензора, а гравитационный потенциал возмущений плотности равен $\Phi = 0,6\bar{\phi} q$, где

$$\bar{\phi} = \frac{5c_m}{3a} \hat{g} = \frac{5}{3} \left(1 - \frac{H}{a} \int \frac{da}{H} \right). \tag{37}$$

При $a \ll 1$ значение $\bar{\phi} = 1$. Временной фактор $\bar{\phi} = \bar{\phi}(a)$ распада гравитационного потенциала из-за влияния ТЭ изображён на рис. 5. Значение $\bar{\phi}$ может служить *мерой* динамического воздействия ТЭ на генерацию структуры.

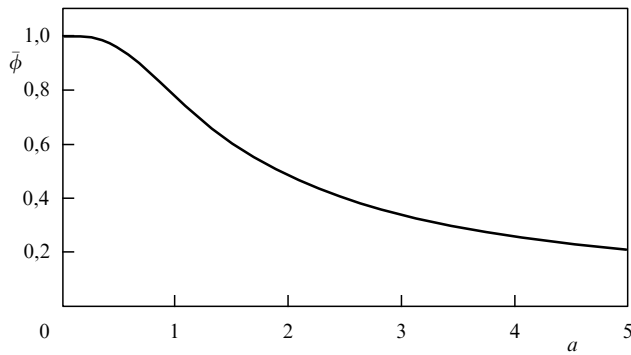


Рис. 5. Распад гравитационного потенциала $\bar{\phi}(a)$ крупномасштабной структуры Вселенной под влиянием тёмной энергии, см. [2].

К современной эпохе потенциал $\bar{\phi}(a=1) \simeq 0,77$ уже упал на 23 % от своего постоянного значения на материально-доминированной стадии.

Интервал (36) определяет физическую эйлерову координату элемента среды $\mathbf{r} = \alpha \mathbf{y} \simeq \alpha \mathbf{y}$, ср. (105). Дифференцируя \mathbf{r} по собственному времени, получаем следующую формулу для пекулярной скорости материи:

$$\mathbf{v}_{\text{pec}} \equiv \dot{\mathbf{r}} - H\mathbf{r} = \hat{g}'\hat{\mathbf{S}} = \bar{v}H_E\hat{\mathbf{S}}. \quad (38)$$

Выражение (38) совпадает с определением 3-скорости как пространственной компоненты 4-скорости материи в эйлеровой системе отсчёта:

$$\mathbf{v}_{\text{pec}} = -\frac{\partial t}{a \partial \mathbf{y}} = -\bar{v}H_E \nabla \hat{\mathbf{q}} = -\frac{\mathbf{V} \mathbf{q}}{H}.$$

Таким образом, фигурирующая в (33) величина \bar{v} действительно является фактором роста пекулярной скорости.

Итак, согласно (38), полная скорость материи

$$\mathbf{V} = H\mathbf{r} + \mathbf{v}_{\text{pec}}.$$

Первая компонента $H\mathbf{r}$ описывает хаббловскую скорость неоднородной Вселенной. Её тоже можно разбить на две части: одна из них $\mathbf{V}_H = \bar{H}\mathbf{x}$ (см. (31)) связана с однородной частью плотности, а вторая, $\hat{g}\bar{H}\hat{\mathbf{S}}$, — с возмущённой. Фактор роста второй компоненты пропорционален фактору роста возмущений плотности \hat{g} , тогда как пекулярная скорость $\propto \hat{g}'$.

Обратимся к локальным потокам материи. В областях (29) неоднородной Вселенной течения среды описываются тензорным полем $H_{ij} = H_{ij}(t, \mathbf{x})$, обобщающим функцию $H(t)$ для фридмановской модели. Действительно, из (35) получаем координатное расстояние между близкими точками среды в момент времени t

$$\delta y_i = (\delta_{ij} - \hat{g}\hat{q}_{,ij})\delta x^j. \quad (39)$$

Дифференцируя физическое расстояние $\delta \mathbf{r} = \alpha \delta \mathbf{y}$ по времени, получаем поле парных скоростей

$$\delta V_i \equiv \frac{\partial}{\partial t}(\delta r_i) = H_{ij}\delta r^j, \quad (40)$$

$$H_{ij} = H\delta_{ij} - \hat{g}\hat{q}_{,ij} = H(\delta_{ij} - \hat{h}\hat{q}_{,ij}).$$

След тензорного поля представляет собой объёмную функцию Хаббла $H_v = H_{ii}/3$ (см. (33)), однако сам тензор H_{ij} сильно анизотропен. Анизотропия локального расширения (вариация проекций H_{ij} на радиальные направления от данной точки \mathbf{x}) имеет тот же порядок величины,

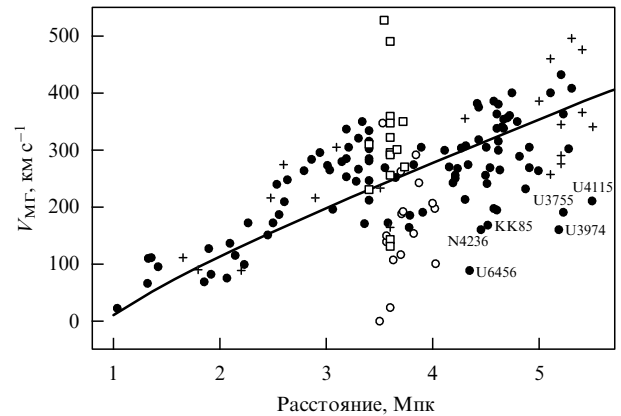


Рис. 6. Радиальные скорости галактик $V(r)$ в окрестности Местной группы по данным [14]. Значками изображены разные типы галактик, расстояния до галактик даны от барического центра Местной группы.

что и отклонения H_v от среднего значения параметра Хаббла H . На границе квазилинейных областей (29) эти вариации достигают 100 % (вплоть до остановки расширения в некоторых направлениях). Например, в окрестности Местной группы на расстоянии более 2 Мпк от её барического центра главные значения хаббловского тензора $H_{ij} = \text{diag}(48, 62, 81)$ км с⁻¹ Мпк⁻¹ (рис. 6).

Поле H_{ij} описывает регулярные холодные течения вещества. Следует заметить, что формула (40) справедлива в приближении малых расстояний между галактиками, не превышающих корреляционного масштаба двухточечной корреляционной функции вектора смещений. Для разных проекций этого вектора относительно направления $\delta \mathbf{y}$ корреляционный радиус варьируется от 15 до 50 Мпк. С увеличением расстояний отклонения от закона (40) возрастают. Именно так устроен спектр космологических возмущений скорости: он падает в сторону коротких длин волн при $k > 10^{-2}$ Мпк⁻¹ (см. подробнее [1]). Поэтому случайные отклонения от средних скоростей (40) в этой области возрастают с ростом масштаба.

Напомним, что на расстоянии $\sim 2,5$ Мпк от барического центра Местной группы отклонения от зависимости (40) составляют ~ 40 км с⁻¹, т.е. около 25 % средней скорости (см. рис. 6). В то же время полная пекулярная скорость Местной группы относительно реликтового излучения равна 600 км с⁻¹. Масштабы неоднородностей, ответственные за столь высокую скорость, находятся в интервале от 15 до 70 Мпк.

Мы видим, что стандартная теория образования структуры Вселенной не испытывает проблем в объяснении наблюдаемых движений материи в квазилинейных областях Вселенной ($\hat{z} < 1$). Локальные течения регулярны, гладки и сильно коррелированы. Малость случайных отклонений скоростей галактик от средних холодных потоков объясняется формой начального спектра пространственных возмущений плотности. На малых расстояниях эти течения носят квазихаббловский характер, сохраняя его главные черты: течения холодные, радиальные и скорость разбегания галактик пропорциональна расстоянию. Однако "постоянная" Хаббла зависит от положения наблюдателя и направления в пространстве. Мы уже приводили в качестве примера окрестность Местной группы. Главные значе-

ния хаббловского тензора H_{ij} на расстоянии несколько мегапарсек от её барицентра относятся как 3:4:5.

С увеличением радиуса отклонения скоростей галактик от средних коррелированных потоков нарастают, начиная насыщаться с расстояний ~ 10 Мпк, что соответствует минимальному корреляционному радиусу, при котором отклонения скоростей порядка самой хаббловской скорости. Далее отклонения не растут, тогда как хаббловские скорости продолжают нарастать. На больших расстояниях течение вещества приближается к идеальному закону Хаббла (1).

8. Как возникают коллапсирующие потоки

Как было показано ранее, ТЭ, не являясь составляющей структуры, кардинально влияет на темп её генерации и историю образования галактик. Рисунок 7 иллюстрирует поведение факторов роста хаббловской и пекулярной составляющих скорости материи на квазилинейной стадии эволюции. Из-за роста пекулярной скорости расширение в отдельных областях Вселенной переходит в коллапс, который начинается в отдельных направлениях и далее развивается в сторону формирования гравитационно-обособленных систем гало разных масс. Спектр начальных возмущений устроен так, что все большие массы имеют возможность коллапсировать в более поздние моменты времени (см. также [1]).

Если бы ТЭ не было, то хаббловская скорость продолжала бы уменьшаться со временем, а пекулярная — нарастать. В результате в любой области пространства, где хотя бы одно из трёх главных значений тензора $\hat{q}_{,ij} = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3)$ положительно (например, $\lambda_1 > 0$, где $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \lambda_3$, см. (35)), рано или поздно наступил бы момент, когда отрицательная пекулярная скорость в этом направлении сравнялась бы с хаббловской и произошла остановка расширения (обращение в нуль главного значения H_{11} , см. (40)). В этом случае возникает гравитационное обособление материи и её последующий коллапс. Однако динамическое воздействие ТЭ приводит к тому, что не все области успевают эволюционно переходить в стадию коллапса: хаббловская скорость достигает минимума при $z \simeq 0,7$ и затем резко возрастает $\propto a$ (см. (31)), тогда как пекулярная скорость насыщается и затем медленно убывает (см. рис. 7). С учётом влияния ТЭ процесс образования галактик напоминает догорающий костёр, в который не подкидывают новых дров.

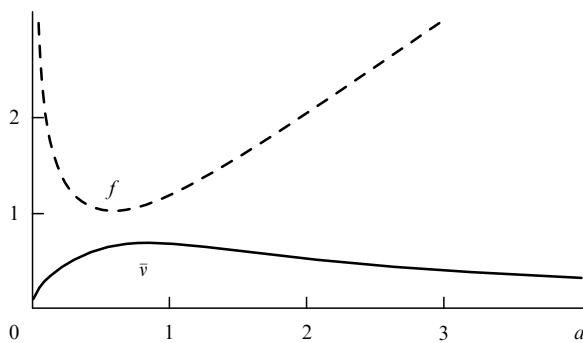


Рис. 7. Факторы роста хаббловской $f(a)$ (штриховая линия) и пекулярной $\bar{v}(a)$ (сплошная линия) скоростей материи [2], $a = 1$ при $z = 0$.

Таким образом, нелинейная структура успевает образовываться в тех пространственных зонах, где нарушено условие (29), т.е.

$$\hat{\kappa} = \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 > 1. \quad (41)$$

Несмотря на пороговый характер этого неравенства, оно не означает, что области, занятые нелинейными структурами, топологически компактны. Действительно, λ_3 (или $\lambda_{2,3}$) может оказаться отрицательным, и тогда в этом направлении (или направлениях) будет продолжаться расширение.

Как описать переход от квазилинейной стадии в фазу коллапса? Ответ на удивление прост: решение (35) можно аналитически продолжить вплоть до первого самопересечения ($\delta y_1 = 0$) и даже далее, путём "подшивания" через каустики возникающих многопоточковых течений (аппроксимация Зельдовича [5]).

Качественно эта аналитическая аппроксимация приводит к правильным выводам, а количественные отклонения от реальной эволюции (до первого самопересечения) не превышают 20–30% по разным критериям. Успех столь простого метода связан с тем, что в космологических условиях потенциал q остаётся малым (образование чёрных дыр экспоненциально подавлено). Кроме того, решение (35) оказывается точным в нелинейном одномерном случае, а именно этот вариант начального развития коллапса наиболее типичен во Вселенной.

Таким образом, вычисляя количественные характеристики вновь образующейся нелинейной структуры — функции распределения космологических пустот, сверхскоплений, филаментов и пр., средние расстояния между стенками, узлами и пр., корреляционные функции, эволюцию по красному смещению и др., — можно исходить из линейных возмущений и их гауссовой статистики, поскольку решение (35) естественно задаётся полем малых начальных неоднородностей плотности.

Приведём два примера. Прежде всего, можно точно обозначить области, где не образуются каустики, т.е. идёт вечное расширение

$$\lambda_1 < \hat{g}_{\max}^{-1} \simeq 0,6. \quad (42)$$

До тех пор, пока возмущения плотности малы, оба условия (29) и (42) равнозначны. Однако условие (29) вовсе не гарантирует отсутствие коллапса: если $\lambda_1 > 0,6$, то это направление, пусть даже и в будущем, развернётся в сторону коллапса. Похожим образом мы можем уточнить поле плотности. Из (35) получаем сопутствующую плотность материи

$$\begin{aligned} \rho_m(\eta, \mathbf{x}) &= \frac{c_m \rho_E}{a^3 \det(\delta y_i / \delta x_j)} = \\ &= \frac{c_m \rho_E}{a^3 (1 - \hat{g} \lambda_1) (1 - \hat{g} \lambda_2) (1 - \hat{g} \lambda_3)}. \end{aligned}$$

Очевидно, при $\hat{g} \ll 1$ отсюда следует формула (32).

Мы вернёмся к нелинейным структурам в следующих разделах, а сейчас обратимся к вопросу об измерении ТЭ.

9. Как измерить тёмную энергию

Измерить ТЭ можно только средствами наблюдательной космологии. Обнаружить ТЭ в лаборатории (наподобие, например, попыток лабораторного детектирова-

ния тёмной материи) не представляется возможным, поскольку эта всепроникающая субстанция (поле) слабо взаимодействует с любыми объектами на протяжении всей известной нам истории мира, будь то недра звёзд, компактные объекты, ранняя Вселенная и др. Возможны только непрямые методы измерений. К счастью, они уже доказали свою эффективность и привели к впечатляющим результатам — к открытию самой ТЭ.

Что значит измерить ТЭ? Ответ на этот вопрос подсказывает космология. Имеющиеся ограничения основного параметра ТЭ

$$|1 + w| < 0,1 \quad (43)$$

(см., например, [15]) указывают на постоянство функции $w \equiv p_E/\varepsilon_E \approx \text{const}$ как во времени, так и в пространстве. Условие (43) несколько упрощает постановку задачи по обнаружению ТЭ, поскольку эффекты её сжатия малозначимы и пока недоступны детектированию на имеющемся уровне развития технологий.

Сегодня мы можем обсуждать реальные эксперименты только по измерению зависимости функции w от времени: $w(a)$. Учитывая медленную эволюцию, эту функцию можно заменить набором постоянных коэффициентов c_n ряда Тейлора при разложении вблизи значения -1 :

$$w(a) = -1 + c_0 + c_1 \Delta a + \dots + c_n \frac{(\Delta a)^n}{n!} + \dots, \quad (44)$$

где $\Delta a = 1 - a \equiv z(1 + z)^{-1}$. На текущем уровне знаний доступная нам физическая информация о ТЭ заключена в этих коэффициентах. Из (43) получаем $|c_n| < 0,1$. Конечно, в первую очередь на повестке дня стоит вопрос об измерении c_0 и первых коэффициентов ряда. Теоретические предсказания, основанные на связях c_n с физическими параметрами моделей (φ_0 , m и др.), никак не дискриминируют их область значений, поэтому вопрос упирается исключительно в возможность экспериментального определения функции $w(a)$.

Выделим три основных способа измерения $w(a)$: структурный, динамический и геометрический. Рассмотрим вкратце каждый из них.

Структурный способ мы уже обсуждали ранее: не входя в структуру, ТЭ кардинально влияет на темп образования галактик. Именно структурный аргумент привёл к открытию феномена ТЭ. Достижения всей астрономии XX в. обосновали, что в крупномасштабную структуру Вселенной входит лишь малая доля массы, следовательно, большая часть массы Вселенной содержится в форме неструктурированной ТЭ. Рисунки 3–5 и 7 демонстрируют кривые роста зародышей структуры для случая, когда все $c_n = 0$. При отличных от нуля значениях c_n эволюционные кривые будут деформироваться, что легко рассчитать теоретически с помощью ОТО. Речь, таким образом, идёт о максимально точных наблюдательных измерениях реальных функций роста и об определении с их помощью параметров c_n .

Каким образом можно точно измерить кривые роста? К сожалению, большой помощи от традиционных астрономических методов наблюдений компактных источников в разных длинах волн (звёзд, включая сверхновые, квазаров, галактик, скоплений и др.) и построения по этим данным количественных характеристик распреде-

ления неоднородной материи в пространстве и во времени ожидать не приходится. Тормозом здесь являются неконтролируемые *нелинейные* эффекты взаимосвязи распределений плотности материи и света, которые, в конечном счёте, делают невозможным восстановление с требуемой точностью распределения массы по светимости только её барионной компоненты.

Реального прорыва в структурном методе детектирования свойств ТЭ можно ожидать от динамических измерений, чувствительных к градиентам общего гравитационного потенциала. Примером могут служить статистические измерения слаболинзированных галактик фона близлежащими структурами, однако и тут имеются подводные камни. Дело в том, что восстанавливаемая поверхностная плотность полной массы (при заданном красном смещении), являющаяся конечным продуктом данного метода, ещё недостаточна для успешного сравнения с теорией, поскольку мы не в состоянии рассчитать с нужной точностью вклад барионов из-за их сложного взаимодействия со светом (ударные волны, звездообразование, сверхновые, диссипация, ультрафиолетовый фон, ионизация, остывание и пр.).

В сегодняшнем разговоре о предельно точных методах измерений ТЭ речь в первую очередь идёт об исследованиях *линейных* и *квазилинейных* структур, поскольку здесь имеется хорошо понимаемая и полностью контролируемая теория. Примером прорыва в этой области являются измерения анизотропии и поляризации реликтового излучения (РИ), приведшие к созданию КСМ. Такой же прорыв возможен и на пути её дальнейшего расширения, основанном на точных измерениях космологических параметров, в том числе и параметров ТЭ.

Этот прорыв могут обеспечить *любые* статистические измерения крупномасштабных пекулярных скоростей материи, неоднородностей гравитационного потенциала и распределений плотности вещества. В первом случае речь идёт о доплеровских эффектах, связанных с движением материи [16, 17], и измерениях поля пекулярных скоростей по собственным движениям галактик на небесной сфере [18]. Во втором — о восстановлении гравитационного потенциала с помощью эффекта слабого линзирования, но уже в больших масштабах, где нет самопересечений потоков вещества и вклад барионов легко учитывается [19]. В третьем случае мы говорим о количественном распределении структур в зависимости от красного смещения и детектировании барионной звуковой модуляции спектра возмущений плотности (например, [20]).

На этом пути мы приходим к динамическому способу измерения ТЭ посредством интегрального эффекта Сакса–Вольфа. Влияние ТЭ индуцирует *дополнительный* источник анизотропии РИ, вызванный распадом линейного гравитационного поля в современную эпоху (см. рис. 5). По измерениям этого эффекта можно точно определять свойства ТЭ, как это уже было проделано при определении параметров ранней Вселенной по измерениям анизотропии РИ в эпоху рекомбинации. Количественно речь идёт об увеличении точности измерений всего лишь на порядок величины.

Динамический интегральный эффект предсказывает наличие кросскорреляции между двумя картами неба — анизотропии РИ и крупномасштабной структуры Вселенной. На рисунке 8 представлены наложенные друг на

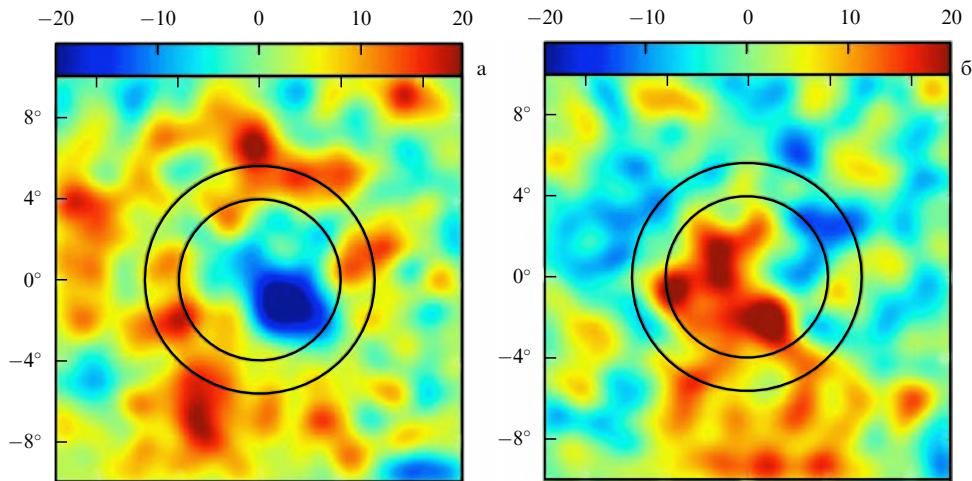


Рис. 8. Наложенные друг на друга участки карты реликтового излучения, проецирующиеся на 50 войдов (а) и 50 сверхскоплений (б) с размерами ~ 100 Мпк (4°) по данным работы [21]. На верхней панели — шкала анизотропии реликтового излучения, выраженная в микрокельвинах.

друга участки карт реликтового излучения, проецирующиеся на 50 войдов (рис. 8а) и 50 сверхскоплений (рис. 8б), выделенных по распределению галактик из каталога SDSS. Средний размер войдов/сверхскоплений составляет около 100 Мпк. Суммирование соответствующих областей с пониженной и повышенной плотностью сделано для усиления искомого кросскорреляционного сигнала на фоне случайного поля первичных возмущений. Мы наблюдаем явный провал температуры реликтового излучения (холодное пятно) в направлениях на войды и горячее пятно соответствующего углового размера в направлениях на сверхскопления, в полном соответствии с предсказаниями теории.

Это только первые результаты, демонстрирующие соответствие с тем, что мы уже хорошо знаем по структурным исследованиям. Здесь, однако, закодирована *точная* космологическая информация, которая сможет быть расшифрована в будущих наблюдениях для построения более точной модели Вселенной. Для реализации этой чудесной возможности необходимо иметь две точные карты линейных космологических возмущений: анизотропии РИ и гравитационного потенциала крупномасштабной структуры. Всё это возможно уже при имеющемся уровне технических разработок и требует создания телескопов нового поколения как наземного, так и космического базирования.

10. Как измерить Вселенную

Впечатляющие успехи в исследовании Вселенной связаны с разностными и динамическими измерениями градиентов гравитационного потенциала, пекулярных скоростей и возмущений плотности методами наблюдательной космологии. Есть, однако, и прямые астрономические способы измерения геометрии нулевого порядка, минуя структуру. Их для краткости мы будем называть *геометрическими*. Эти способы имеют преимущество на больших масштабах, поскольку с увеличением расстояний хаббловские потоки нарастают и отклонения от них уменьшаются.

Геометрические тесты имеют дело с измерениями расстояний и времён между событиями. В нулевом порядке эти интервалы регулируются функцией $a(t) \equiv$

$\equiv (1+z)^{-1}$ и её производными. По измеряемым космологическим функциям $H(z)$ и $\gamma(z)$ могут быть восстановлены не только свойства ТЭ, но и другие параметры материи.

Существуют два астрономических классических способа определения геометрических размеров: измерение радиальных расстояний как функции z и измерение угловых масштабов как функции z . В первом случае речь идёт о зависимости "видимая звёздная величина – красное смещение" $m = m(z)$, а во втором — "угловой размер – красное смещение" $\theta = \theta(z)$. Существуют и другие геометрические тесты (например, подсчёты числа галактик внутри сфер заданного радиуса, см. рис. 2), однако в этом обзоре мы рассмотрим подробнее только два названных выше.

Соотношение $m = m(z)$ называется в астрономии хаббловской диаграммой. Она позволяет определить масштабный фактор Вселенной $a(t)$, если известна абсолютная светимость объектов, по которым проводят анализ. Действительно, $(a^{-1} - 1)$ — это красное смещение источника, а $(t_0 - t)$ — расстояние до него в световых годах, измеренное вдоль светового конуса прошлого. В астрономии часто пользуются *расстоянием по светимости* r , определяющим поток \mathcal{F} принимаемого на Земле излучения от точечного источника со светимостью L_0 , как если бы и источник, и наблюдатель находились в евклидовом пространстве

$$\mathcal{F} = \frac{L_0}{4\pi r^2}.$$

Вместо \mathcal{F} и L_0 можно использовать *видимую* m и *абсолютную* M звёздные величины, которые соотносятся с расстоянием r между источником и наблюдателем следующим образом:

$$m = M + 5 (\lg r [\text{пк}] - 1). \quad (45)$$

Чтобы знать абсолютную величину источника, надо понимать его устройство и то, каким образом и как он светит, т.е. иметь предсказательную теорию. Как правило, эта задача не решается с требуемой точностью, поскольку речь идёт о сложной газодинамической нелинейной системе со многими параметрами, будь то

галактика или скопление галактик, квазар или звезда. Поэтому часто прибегают к эмпирическим соотношениям, позволяющим оценить светимость объекта по другим его наблюдательным характеристикам. Эти феноменологические соотношения строятся и проверяются по ближайшим известным источникам, а затем используются для калибровки далёких объектов данного класса. При этом предполагается схожесть близких и удалённых представителей одного и того же класса источников (гипотеза *стандартной свечи*).

На роль стандартных свеч в разные годы претендовали разные объекты¹⁰, однако эти исследования не могут быть использованы в точной космологии до тех пор, пока не будет разработана теория столь сложных систем, опирающаяся на численное моделирование и учитывающая многие пока малоизученные факторы, которые относятся не только к физической природе объектов (например, звездообразование, нестационарность, химический состав, термоядерное горение и др.), но и к их окружению, условиям распространения света и пр. При работе с такими данными всегда будет существовать вероятность того, что мы имеем дело не с эффектами геометрии или состава Вселенной, а с внутренними свойствами источников и их эволюцией (неконтролируемая систематика).

Если для использования хаббловских диаграмм требуется стандартная свеча, то для измерения расстояний по угловому масштабу необходимо знать физический размер наблюдаемого объекта (гипотеза *стандартного размера*). Пусть физический размер объекта равен d , а его угловой диаметр θ . Тогда *расстояние по угловому диаметру* D до него определяется следующим образом:

$$D = \frac{d}{\theta}.$$

Используя интервал фридмановской геометрии, получаем связь между введёнными выше расстояниями

$$r = (1+z)^2 D = (1+z) R, \quad (46)$$

где R — геодезическое сопутствующее расстояние до объекта

$$R \equiv \frac{\bar{R}}{H_0} = \eta_0 - \eta(z), \quad \bar{R} = H_0 \int_0^z \frac{dz}{H} \quad (47)$$

(η — конформное время). Очевидно, космологическая функция $\bar{R}(z)$ зависит только от свойств материи и не зависит от H_0 .

С помощью формул (46) любая диаграмма $m(z)$ может быть формально представлена в виде зависимости $\theta(z)$, и наоборот. В этом нет ничего удивительного, ведь мы исследуем *единую* геометрию, хотя бы и с помощью разных наблюдательных тестов. Итак, рецепт измерения Вселенной прост: стройте диаграммы $\theta(z)$ и $\dot{\theta}(z)$, или $m(z)$, $\dot{m}(z)$ и др. Если известен физический размер источника или его абсолютная звёздная величина, то мы сможем определить и расстояние до него, а

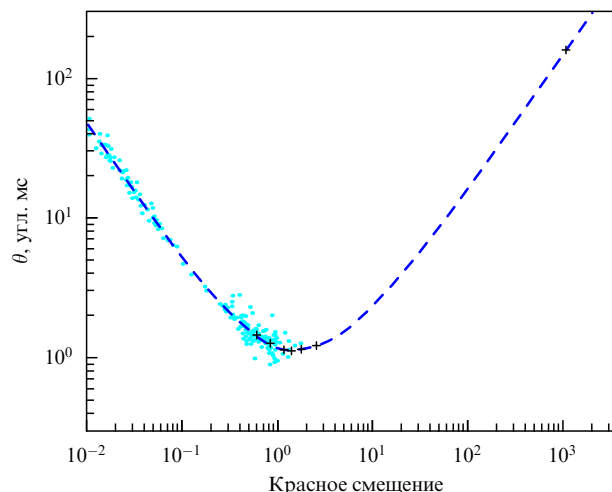


Рис. 9. Диаграмма $\theta(z)$, построенная по трём геометрическим тестам, приведённым к стандартному размеру $d = 9,5$ пк (по данным [22]).

следовательно, и размеры Вселенной. Это позволяет восстановить функции $H(z)$, $\gamma(z)$ и другие функции масштабного фактора, а значит, определить состав и свойства материи и эволюцию этих свойств со временем.

Реализация этой задачи требует высокой точности измерений и знания природы наблюдаемых объектов. При этом выбранные объекты могут быть весьма разнообразны. Рисунок 9 представляет сводную диаграмму $\theta(z)$ для нескольких геометрических тестов, приведённых к стандартному размеру $d = 9,5$ пк. Здесь представлены результаты измерений расстояний по светимостям далёких сверхновых типа Ia (точки слева от минимума кривой), угловым размерам ультракомпактных радиоисточников (оснований джетов из активных галактических ядер: шесть крестов в нижней части кривой) и анизотропии РИ (звуковой модуляции спектра: крест сверху справа). Штриховая кривая соответствует КСМ.

Наиболее надёжная точка наблюдательных данных на этой диаграмме — это правый крест, определённый по угловому размеру звукового горизонта в момент рекомбинации $z_{\text{rec}} = 1100$. Точки и кресты, построенные по наблюдениям сверхновых звёзд и ультракомпактных радиоисточников, опираются соответственно на гипотезы стандартных свеч и размеров, для чего имеются определённые физические основания. В первом случае речь идёт о термоядерном взрыве двойного белого карлика с полной массой более чандраскаровского предела, задающего максимальную светимость сверхновой типа Ia. Во втором — о предельной массе центральной аккрецирующей чёрной дыры ($\sim 10^{10} M_{\odot}$, M_{\odot} — масса Солнца), определяющей "стандартный" размер радиоярких квазаров. Отметим, однако, что имеющиеся модели взрывов сверхновых звёзд и активных квазаров пока не отвечают требованиям, предъявляемым к точным геометрическим измерениям. Скорее наоборот: зная ответ (параметры КСМ), можно попытаться понять собственную космологическую эволюцию и природу подобных типов компактных источников.

Рисунок 10 демонстрирует изображение ультракомпактного радиоисточника с минимальным разрешением порядка парсека, достигнутым с помощью наземной радиоинтерферометрической сети. Хорошо видно осно-

¹⁰ Так, в 1970–1980-х гг. в качестве стандартной свечи использовали ярчайшие сD-галактики в центрах богатых скоплений. В настоящее время на эту роль претендуют сверхновые, гамма-всплески, рентгеновские скопления галактик и другие яркие источники, которые можно наблюдать на больших расстояниях.

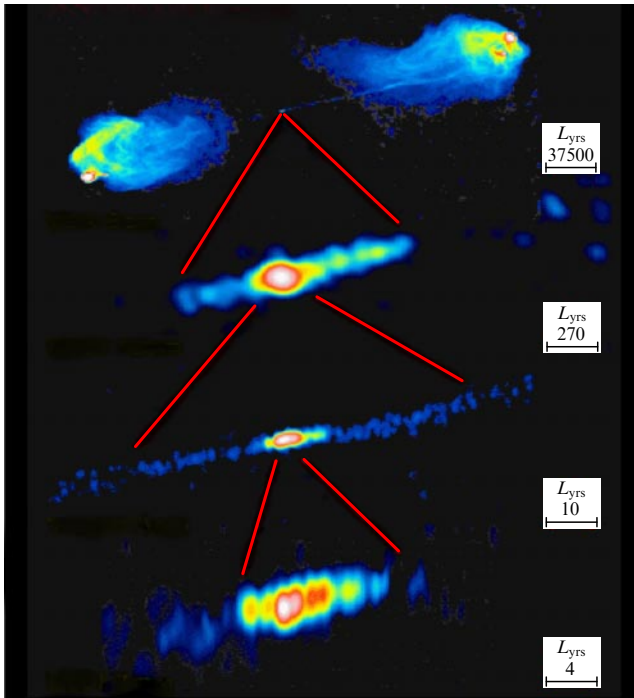


Рис. 10. Ультракомпактный центральный радиосточник в галактике Лебедь А (из работы [23]). L_{yrs} — расстояние в световых годах.

вание джета, однако внутренняя структура самого источника неразличима. Этот пример показывает, что исследование компактных объектов, составляющих основу для прямых геометрических измерений Вселенной, требует развития новых технологий, реализация которых возможна при использовании средств космической радиоинтерферометрии.

С помощью космических телескопов база интерферометра увеличивается и, соответственно, повышается его разрешающая способность. Такие инструменты способны не только измерить далёкие компактные объекты, но и заметить *изменение* их угловых размеров и красных смещений со временем из-за расширения Вселенной. Последние два фактора прямо связаны с функцией Хаббла¹¹

$$\frac{\dot{\theta}}{\theta} = -\frac{H(z)}{1+z}, \quad \frac{\dot{z}}{1+z} = H_0 - \frac{H(z)}{1+z}, \quad (48)$$

что открывает новые возможности для определения H_0 и $H(z)$ на космологических расстояниях.

Заметим, что если плотность ТЭ была постоянна, то красное смещение источников хаббловского потока, находящихся при $z_0 \simeq 2,3$, не изменяется: $\dot{z}(z = z_0) = 0$. При этом смещение более далёких объектов ($z > z_0$) уменьшается с течением времени, а более близких — нарастает: $\dot{z}(z < z_0) > 0$. Эта граница $z = z_0$ весьма чувствительна к эволюции ТЭ. Её детектирование

¹¹ Эти соотношения получаются после дифференцирования функций

$$\theta = \frac{d}{R a(\eta - R)} \quad \text{и} \quad 1 + z = \frac{a(\eta)}{a(\eta - R)}$$

по η при постоянных d и R , где η — это время наблюдателя, а $(\eta - R)$ — конформное время источника (рис. 11).

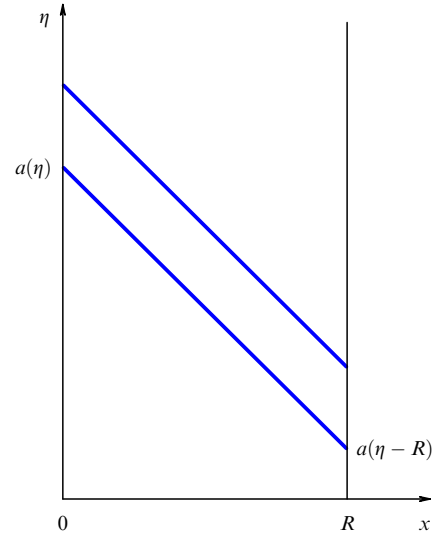


Рис. 11. Траектории лучей света в модели Фридмана в конформных координатах (η, x) от источника ($x = R$) к наблюдателю ($x = 0$) (см. [2]).

поможет ответить на вопрос, каким образом плотность ТЭ изменялась в прошлом.

Определение эволюционных эффектов (48) на космологических расстояниях потребует нескольких лет мониторинга при угловом разрешении порядка микросекунд дуги, что является сложной технической задачей. Однако уже первые космические интерферометры смогут измерить расстояния до близких галактик по их собственному движению относительно реликтового излучения [18]. Кроме того, можно измерять геометрические расстояния, наблюдая сверхсветовые движения узлов джетов активных ядер галактик, направленных под малым углом к лучу зрения. Такие измерения уже проводятся на Земле (см., например, [24]) и их можно существенно улучшить с помощью космических интерферометров.

Поясним этот эффект на рис. 12. Пусть α — малый угол между направлением движения узла джета (конец стрелки) и линией, соединяющей наблюдателя O с источником S (квazarом), η и $x = (R, y, 0)$ — конформные координаты узла (R — геодезическое расстояние от наблюдателя до узла, см. (47)). Время наблюдения узла джета, движущегося с собственной скоростью v , равно

$$d\tau = d\eta - dR = (1 - v \cos \alpha) d\eta,$$

а видимая скорость его смещения в картинной плоскости наблюдателя

$$v_{\perp} = \frac{dy}{d\tau} = \frac{v \sin \alpha}{1 - v \cos \alpha} \leq v\Gamma. \quad (49)$$

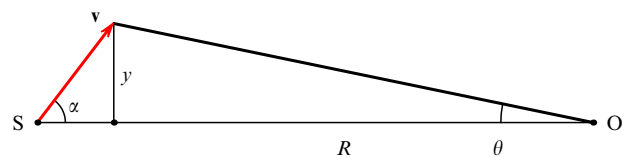


Рис. 12. Плоскость (R, y) наблюдателя O и узла джета (конец стрелки), движущегося со скоростью v относительно источника S [2].

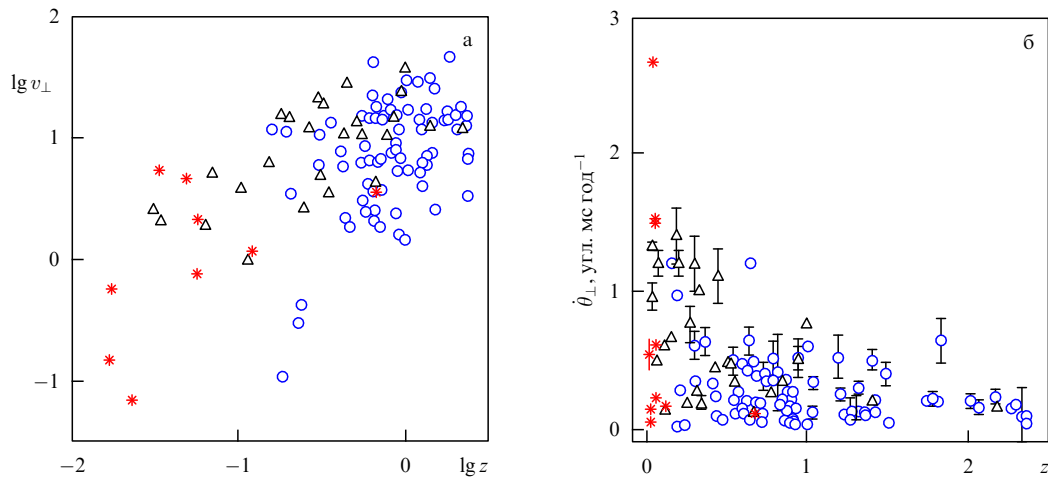


Рис. 13. Сверхсветовые выбросы из квазаров (см. [25]): поперечная скорость джета $v_{\perp}(z)$ (а), угловое смещение $\theta_{\perp}(z)$ (б).

Эта функция имеет максимум при $\cos \alpha = v$, равный гамма-фактору джета $\Gamma \equiv (1 - v^2)^{-1/2}$ при скорости $v = |\mathbf{v}|$, близкой к скорости света.

Таким образом, смещение джета на небесной сфере имеет вид

$$\dot{\theta}_{\perp} = \frac{v_{\perp}}{R} \leq \frac{0,3}{R} \left(\frac{\Gamma}{20} \right) \text{ угл. мс год}^{-1}, \quad (50)$$

что составляет миллисекунды дуги в год для реально наблюдаемых сверхсветовых скоростей выбросов у квазаров (рис. 13). Имея большую статистику таких объектов, можно определить геометрическую характеристику $\bar{R}(z)$ (47) по верхней огибающей функции (50).

Мы привели несколько примеров, демонстрирующих возможности прямого определения геометрии и состава Вселенной по наблюдениям нелинейных объектов. Этот ряд можно дополнить наблюдениями ярких галактик, компактных групп галактик, богатых рентгеновских скоплений, гамма-всплесков, двойных квазаров и других активных систем. Исследования Вселенной с их помощью пока не столь эффективны, как при использовании квазилинейных систем, базирующихся на измерениях крупномасштабных структур, реликтового излучения и нерелятивистской материи. Можно надеяться, что развитие теории и численного эксперимента позволит геометрическим методам стать конкурентоспособными при решении точных задач наблюдательной космологии.

11. Образование галактик в неоднородной Вселенной

Каким образом в квазиаббловском потоке возникают гравитационно-связанные гало материи, поддерживаемые гидростатическим равновесием¹², и как распределение этих нелинейных объектов по массам связано с начальным полем возмущений плотности?

В отличие от крупномасштабной структуры, связанной с относительно небольшими вариациями плотности и находящейся в начале своего нелинейного развития, галактики образовались из высоких пиков плотности,

типичных для мелкомасштабного (менее нескольких мегапарсек) поля возмущений, и прошли уже период нелинейной релаксации. Причиной этому является амплитуда и форма начального спектра возмущений плотности, возрастающего в сторону коротких длин волн (см. [1]). Это свойство спектра обеспечивает раннюю фрагментацию вещества на маломассивные "гало-блоки" и их последующий процесс скусывания в более массивные гало галактик, групп и скоплений.

Иерархическое формирование нелинейных структур от малых масс к большим подтверждается многочисленными наблюдениями и моделированием. Важнейшим наблюдательным аргументом в пользу последовательного образования систем гало является отсутствие большого числа далёких эмиссионных линий Ly_{α} . Это объясняется тем, что массивные системы не пережили в прошлом мощной одиночной вспышки звездообразования, охватывающей одновременно весь газ гало, а формировались путём последовательного слияния многочисленных маломассивных блоков, в которых процесс звездообразования проходил в разное время.

В силу имеющихся свойств пространственного S-спектра видимая структура Вселенной обладает следующими важными особенностями.

— Образование галактик и групп в основном завершено, в этих объектах находится основная масса ТМ. Процесс образования скоплений галактик продолжается в настоящее время.

— Гало и их характеристики распределены неравномерно по пространству: их число и массы промодулированы крупномасштабной структурой Вселенной.

Первый пункт даёт физические основания для установления простой взаимосвязи возникающих нелинейных гало с пиками линейных затравочных возмущений плотности, основанной на модели квазисферического коллапса [6]. Второй пункт позволяет применить метод Пресса – Шехтера к областям конечного размера и тем самым связать функцию масс населяющих гало с крупномасштабной структурой Вселенной.

Прежде чем перейти к теоретическим предсказаниям функций масс гало и их проверке с помощью наблюдений и численного эксперимента, напомним основные характеристики и элементы крупномасштабной структуры Вселенной. Как мы уже подчёркивали, переход к большему масштабам переносит нас к начальным стадиям

¹² Мы также называем равновесные гало *релаксированными* или *вириализованными* системами, понимая, что речь идет о вириализации по скоростям, но не по энергии.

формирования структуры и к первым фазам коллапса, носящим преимущественно одномерный характер. Многолетние наблюдения пространственного распределения гравитационно-связанных вириализованных гало ТМ на масштабах до 300 Мпк демонстрируют существование следующих типичных элементов крупномасштабной структуры Вселенной:

— *филаменты* — линейные структуры разного богатства¹³ с длиной до десятков мегапарсек и толщиной несколько мегапарсек;

— *стенки* — плоские образования с размерами по протяжённым направлениям до сотни и толщиной несколько мегапарсек, заполненные филаментами;

— *узлы* — богатые скопления галактик с размерами в несколько мегапарсек, расположенные в местах пересечения филаментов;

— *сверхскопления* — протяжённые области пространства с размерами от десятка до сотен мегапарсек, заполненные стенками, филаментами и узлами;

— *космологические "пустоты" (войды)*¹⁴ — протяжённые области размером до сотен мегапарсек, в которых отсутствуют яркие галактики и скопления галактик.

Последние два типа образований квазилинейны из-за их большого размера. Под действием гравитации вещество движется к сверхскоплениям, которые расширяются медленнее среднего хаббловского потока. Из войдов вещество "оттекает" в разных направлениях, их локальный объём увеличивается быстрее среднего. Среднее смещение элементов материи за всю историю Вселенной меньше размеров самих структур и составляет 14 Мпк. Войды занимают наибольший объём Вселенной (более 50 %) и их формы по контурам низкой плотности близки к сферическим, тогда как сверхскопления — это более плотные образования, имеющие уплощённые формы. Оба типа структур естественно характеризовать средней плотностью вещества в заданном объёме: для войда она меньше средней плотности вещества во Вселенной, а для сверхскопления — больше.

Наблюдательное определение параметров войдов и сверхскоплений неоднозначно. Причина размытости войдов или сверхскоплений, восстанавливаемых по пространственному распределению света, заключена в нетривиальной физической связи между светящимся веществом и ТМ, составляющей основу структуры. Более правильным и точным является выделение этих образований по пороговому контрасту плотности входящей в них материи относительно среднего уровня. Мы определим войды (и сверхскопления) как трёхмерные пространственные области с заданным отрицательным (положительным) уровнем контраста плотности материи. При уменьшении модуля порогового значения контраста плотности размеры структур растут, а их количество уменьшается. Так, при $\rho < \rho_c$ получаем единственный войд, заполняющий всю Вселенную.

Важная характеристика войдов и сверхскоплений — функция масс населяющих их гало. Наблюдения показывают, что ближайшие к нам космологические пустоты обеднены нормальными и карликовыми галактиками, однако встречаются слабые эмиссионные галактики и газовые облака, наблюдаемые как ультрафиолетовые линии поглощения в спектрах расположенных за ними квазаров или ярких галактик, а также линии поглощения нейтрального водорода (21 см) в спектрах удалённых радиоисточников. Галактики в войдах в среднем имеют меньшую светимость, чем галактики в сверхскоплениях, хотя наклоны их функций светимости мало отличаются друг от друга [26].

Теория предсказывает наличие в войдах и сверхскоплениях маломассивных слабых галактик, не прошедших стадию активного звездообразования, а также первичных объектов модели иерархического сгущивания с массами вплоть до $10^5 M_\odot$ и менее. Такие объекты не способны удержать газ, а значит, звездообразование в них практически невозможно. С увеличением чувствительности измерений наблюдателям удаётся обнаруживать в Местной группе и ближайшем окружении ранее неизвестные слабые галактики с массами $10^7 - 10^9 M_\odot$ [14], их число согласуется с предсказанием КСМ, однако вопрос обнаружения менее массивных галактик остаётся пока открытым.

Минимальный масштаб, на котором обрывается спектр начальных возмущений плотности, связан с физической тёмной материей и пока неизвестен. Область малых масс, поддающихся исследованию средствами наблюдательной космологии (например, по наблюдениям леса линий поглощения в спектрах далёких квазаров), можно связать с температурой Вселенной T в момент времени, когда сопутствующий размер R данной массы M_R совпадал с хаббловским радиусом Вселенной

$$R \simeq 10 \left(\frac{10 \text{ кэВ}}{T} \right) \text{ кпк}, \quad M_R \simeq 10^5 \left(\frac{10 \text{ кэВ}}{T} \right)^3 M_\odot.$$

Численное моделирование процессов образования структуры из холодной материи существенно продвинуло исследование функций масс нелинейных гало в разных областях Вселенной. Начиная процесс образования при $z \sim 20$ с затравочными массами $M \sim 10^5 M_\odot$, удаётся к $z \sim 0$ получить сходное с наблюдаемым пространственное распределение гравитационно-связанных систем с типичными массами $\sim 10^{12} - 10^{13} M_\odot$ (см. [27–32]). При этом вся тёмная материя оказывается вошедшей в состав вириализованных гало всевозможных масс, а средняя плотность материи внутри гало в момент его образования в ~ 200 раз превышает среднюю плотность во Вселенной, что соответствует предсказаниям квазисферического коллапса.

12. Функция масс релаксированных гало

Аппроксимация Пресса–Шехтера базируется на двух положениях.

— Поле линейных возмущений гауссово: доля объёма Вселенной со сглаженным в сфере радиуса R контрастом плотности $\delta_R(z, \mathbf{x})$ (см. (61), (62)) выше некоторого порогового значения δ_c , равна

$$f(M, z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_v^\infty \exp\left(-\frac{v'^2}{2}\right) dv', \quad (51)$$

¹³ Богатство элемента крупномасштабной структуры определяется числом входящих в него галактик.

¹⁴ Термин космологические "пустоты" отражает тот факт, что на картах неба некоторые участки кажутся пустыми. На самом деле в космологических "пустотах" может содержаться значительная (но не большая) часть вещества Вселенной, т.е. "пустоты" не пустые. По этой причине вместо выражения космологические "пустоты" часто употребляют используемый в устной речи термин "войд" (от английского "void").

где

$$v = v(M, z) \equiv \frac{\delta_c}{\sigma_R(z)} \quad (52)$$

— монотонно растущая функция $M \equiv M_R = 4\pi\rho_m R^3/3$,

$$\sigma_R(z) = \bar{g}(z) \sigma_R \quad (53)$$

— дисперсия контраста плотности в сфере радиуса R (см. подробнее [1]). Связь нормированного фактора роста возмущений плотности с введёнными ранее имеет вид

$$\bar{g}(z) = \frac{g(a)}{g(1)} = \frac{\hat{g}(a)}{\hat{g}(1)}. \quad (54)$$

Вещество, находящееся в пиках плотности, коллапсирует и удерживается в гравитационно-связанных объектах: существует такое число δ_c , при котором доля массы вещества во Вселенной¹⁵ $F(> M, z) = 2f(M, z)$ оказывается к моменту z в составе вириализованных гало с индивидуальными массами выше M

$$F(> M, z) = 2f(M, z) = \frac{1}{\rho_m} \int_M^\infty n dM, \quad (55)$$

где

$$n = n(M, z) \equiv \frac{\rho_m}{M} f_M \quad (56)$$

— дифференциальная функция масс (средняя плотность числа гало с массами M в интервале $dM \sim M$),

$$f_M = f_M(z) = \left| \frac{d \ln \sigma_R}{d \ln M} \right| f(v) \quad (57)$$

— доля вещества, оказавшаяся к моменту z в гало с массами M .

Сравнение формул (51) и (55) позволяет определить среднюю функцию масс нелинейных гало во Вселенной

$$f(v) = f_{PS} \equiv \sqrt{\frac{2}{\pi}} v \exp\left(-\frac{v^2}{2}\right). \quad (58)$$

Нормировка функции f_M :

$$\int_0^\infty f_M \frac{dM}{M} = 1 \quad (59)$$

означает, что при любом z вся тёмная материя входит в состав нелинейных гало. Речь может идти лишь о распределении этих гало по массам и о типичных для данного z объектах гало, содержащих основную долю материи Вселенной. При больших z вся материя распадается на малые массы, однако с ростом времени доля крупных гало растёт. Масса характерных гало M_* в

¹⁵ Коэффициент 2 означает, что в ходе иерархического сгущивания *всё* холодное вещество оказывается в составе вириализованных гало всевозможных масс: $F(> 0, z) = 1$ при любом z . Аргумент M удобнее, чем R , поскольку M сохраняется как для линейных возмущений, так и для объектов гало. При включении в состав материи компоненты массивных нейтрино необходимо учитывать зависимость фактора роста (53) от пространственного масштаба.

любую эпоху определяется условием

$$v(M_*, z) = 1.$$

В современной Вселенной $M_* \simeq 10^{13} M_\odot$. При малых M функция $f_M \sim v \ll 1$. Это значит, что гало малой массы захватываются более массивными в ходе иерархического сгущивания, т.е. *выбывают* из числа объектов M и учитываются только во вновь образующихся гало большей массы.

Аппроксимация линейного контраста плотности КСМ к моменту образования гало в рамках однородного коллапса¹⁶ даёт численное значение порогового контраста $\delta_c = 1,675$, которое слабо зависит от вариаций космологических параметров в пределах ошибок измерений [33].

Многолетние исследования показали, что результаты, полученные с помощью этого метода, хорошо согласуются с численным экспериментом N -тел. Тем не менее базовый формализм не включает в себя механизмы слияния и приливного разрушения объектов, поэтому, как правило, метод Пресса–Шехтера используют при анализе пространственного распределения объектов с достаточно большой массой (таких как скопления галактик), для которых эти эффекты незначительны.

Для применения данного метода в точной космологии следует учесть поправки на несферичность коллапса. Аналитические оценки показывают, как при этом видоизменяется функция $f(v)$. Для построения точной аналитической аппроксимации необходимо использовать более общую эмпирическую формулу, включающую возможность несферической коррекции (аппроксимация Шета–Тормена [34])

$$f(v) = f_{ST} \equiv f_0 \sqrt{\frac{2}{\pi}} \tilde{v} (1 + \tilde{v}^{-p}) \exp\left(-\frac{\tilde{v}^2}{2}\right), \quad (60)$$

где $\tilde{v} = v/v_0$, и найти численно поправочные коэффициенты

$$f_0 = 0,32, \quad v_0 = 1,2, \quad p = 0,6$$

(f_0 — нормировочный коэффициент, определяемый из условия (59)).

Такая скорректированная аппроксимация, учитывающая гауссово поле возмущений и коллапс пиков плотности, идеально описывает результаты численного эксперимента и широко применяется в современной космологии (рис. 14). Как видно, аппроксимация Пресса–Шехтера несколько переоценивает число гравитационно-связанных гало с массами вблизи характерной

¹⁶ В простой модели циклоиды коллапсирующего пылевидного шара $a = a_0(1 - \cos(\sqrt{z}\eta))$ момент образования z гало совпадает с моментом коллапса $t(z) = \int_0^a d\eta = 2\pi a_0/\sqrt{z}$. Учитывая, что радиус вириализованного гало вдвое меньше радиуса, охватывающего ту же массу в момент остановки циклоиды, получаем, что плотность гало в момент его образования в 8 раз превышает плотность коллапсирующего шара в момент его остановки. Отсюда, в частности, получаем полезную оценку радиуса гало в момент его образования: он приблизительно в шесть раз меньше радиуса сферы, охватывающей массу M в невозмущённой Вселенной. Образно говоря, гало в момент рождения — это в 6 раз сжатый по масштабу кусок невозмущённой Вселенной.

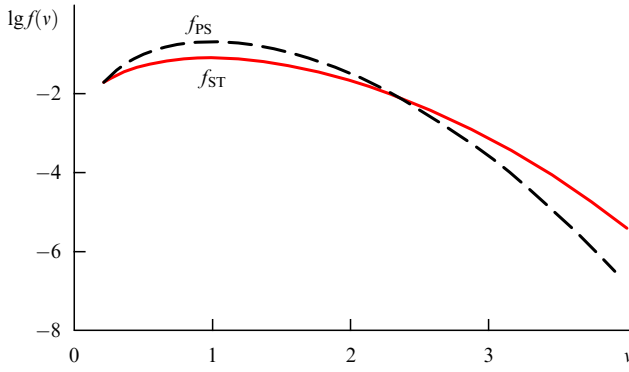


Рис. 14. Функции $f(v)$ в аппроксимациях функций масс гало Пресса–Шехтера (PS, штриховая линия) и Шета–Тормена (ST, сплошная линия) (см. [2]).

M_* ($v = 1$), но недооценивает число массивных гало с $M > 5 \times 10^{14} M_\odot$. Пересечение двух функций происходит при $v = 2,3$, что соответствует массе $\sim 10^{14} M_\odot$ в современную эпоху (точное число зависит от нормировки спектра, см. раздел 14).

В своей стандартной форме формализм Пресса–Шехтера позволяет рассчитать только *среднюю* функцию масс вириализованных гало без учёта таких крупномасштабных неоднородностей, как войды или сверхскопления, в которых локальная плотность материи ρ_L в масштабе L отличается от фоновой ρ_m . В следующем разделе мы получим функции масс гало, населяющих неоднородную Вселенную [35].

13. Модуляция галактик крупномасштабной структурой

Локальные протяжённые области Вселенной удобно характеризовать средней плотностью материи внутри сферы сопутствующего радиуса L с центром в точке \mathbf{r}

$$\rho_L = \rho_L(\mathbf{r}, z) = \int \rho(\mathbf{r}', z) W_L(|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|) d\mathbf{r}', \quad (61)$$

где

$$W_L(r) = \frac{3}{4\pi L^3} \begin{cases} 1, & r \leq L, \\ 0, & r > L. \end{cases}$$

Введём параметры среднего контраста и локальной плотности материи в области L

$$\delta_L \equiv \frac{\rho_L}{\rho_m} - 1, \quad \Omega_L \equiv \Omega_m \frac{\rho_L}{\rho_m}. \quad (62)$$

Суммируя (62) с Ω_E , получаем среднюю плотность в области L . Вычитая отсюда равенство $\Omega_m + \Omega_E = 1$ для плоской Вселенной, получаем параметр Δ_L , характеризующий среднюю кривизну области L

$$\Delta_L \equiv \Omega_L - \Omega_m \equiv \Omega_m \delta_L. \quad (63)$$

В отличие от R , свободный параметр L предполагается бóльшим по величине, чем масштаб неоднородности ($L > 10$ Мпк), так что пространственные области с $\rho_L < \rho_m$ (войды "v", рис. 15) и $\rho_L > \rho_m$ (сверхскопления "s") находятся ещё на стадии квазиаббловского расширения ($|\delta_L| < 1$). При $L \rightarrow \infty$ ρ_L стремится к средней плотности материи во Вселенной $\rho_m = \rho_m(z)$.

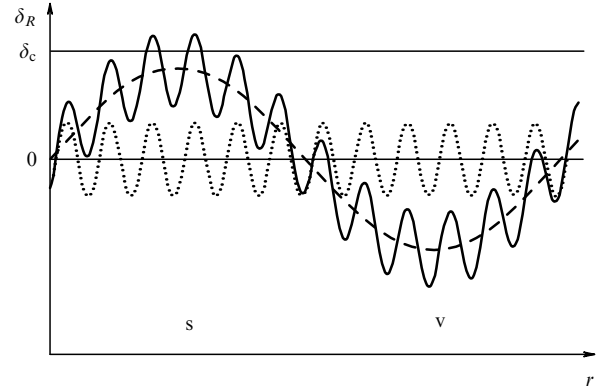


Рис. 15. Пространственное поле контраста плотности $\delta_R(\mathbf{r})$ (сплошная линия) в виде суммы длинноволновой подложки δ_L (штриховая линия) и коротковолнового остатка $\delta_{R|L}$ (пунктирная линия) [35], δ_c — пороговый контраст.

Для построения *локальной* функции масс гало следует:

- разделить поле линейных возмущений контраста плотности δ_R на крупномасштабную часть δ_L (подложка) и мелкомасштабную $\delta_{R|L}$, характеризующую затравочные возмущения для образования гало в данной области пространства с размером $L > R$ (см. рис. 15)

$$\delta_R = \delta_L + \delta_{R|L}; \quad (64)$$

- описать квазисферический коллапс на подложке ρ_L , а не на однородном фоне с плотностью ρ_m .

С физической точки зрения речь идёт о влиянии местной крупномасштабной структуры Вселенной на локальный процесс иерархического сгущивания. Предполагая масштаб структуры бóльшим ($L > R$), её влияние на коллапс можно представить в виде ряда по сферическим гармоникам. Монопольный член этого ряда является главным фактором, влияющим на локальную статистику вириализованных гало, что составляет основу данного метода. Динамика коллапса зависит только от массы вещества, заключённой внутри сферы радиуса R , однако области, где контраст плотности превышает пороговый, реже встречаются в войдах и чаще в сверхскоплениях. Эта информация и заключена в подложке, моделирующей гауссову функцию $\delta_{R|L}$. На этом этапе не учитываются дипольный (градиент плотности), квадрупольный (приливные силы) и другие члены разложения структуры, связанные с движением гало как целого и несферичностью коллапса. Влияние этих факторов можно учесть в виде численных поправок к функции масс гало (см. (60)).

Дисперсия линейного гауссова поля $\delta_{R|L}$, описывающего локальные свойства возмущений плотности при $R < L$, имеет вид¹⁷

$$\sigma_{R|L}^2 = \int_0^\infty P(k) |W(kR) - W(kL)|^2 k^2 dk. \quad (65)$$

Очевидно, $\sigma_{R|L} \rightarrow 0$ при $M \equiv M_R \rightarrow M_L$ (масса в сфере радиуса L).

Проводя вычисления, аналогичные приведённым в разделе 12, получаем функцию масс гало $M \in (0, M_L)$ в

¹⁷ Здесь не учитывается кросскорреляция полей $\delta_{R|L}$ и δ_L , важная лишь при $R \sim L$.

области L [35]

$$n_L = n_L(M) \equiv \frac{\rho_L}{M} f_{M|L}, \quad (66)$$

$$f_{M|L} = \left| \frac{\partial \ln \sigma_{R|L}}{\partial \ln M} \right| f(v_L), \quad \int_0^{M_L} f_{M|L} \frac{dM}{M} = 1,$$

где функция $f(v)$ совпадает с (58) (или с (60) в случае коррекции на несферичность), а v_L следует из (52) с заменой σ_R на $\sigma_{R|L}$ и δ_c на $\delta_{c|L}$.

Функция $v_L = v_L(M, z)$ монотонно растёт с ростом массы и расходится при $M \rightarrow M_L$. Пороговый контраст плотности $\delta_{c|L}$ зависит от локальной плотности подложки. При расчёте $\delta_{c|L}$ необходимо иметь в виду, что области сверхскоплений $\delta_L > 0$ (или войдов $\delta_L < 0$) расширяются медленнее (быстрее) по отношению к однородному фону. Это требует меньшего (большого) значения порогового контраста $\delta_{c|L}$, определённого относительно подложки, для того чтобы данная область повышенной плотности сколлапсировала к моменту z :

$$\delta_{c|L} = \delta_c - \delta_L. \quad (67)$$

Эта формула справедлива в линейном порядке по δ_L . Для учёта нелинейных поправок необходима численная коррекция.

На рисунке 16 для $z = 0$ представлены функции масс гало Mn_L/ρ_m в войде, сверхскоплении и плоской области пространства с размерами $L = 140$ Мпк и различными значениями среднего контраста плотности δ_L . Как видно, основным населением зон пониженной плотности являются *маломассивные* объекты гало. Например, доли вещества в войде с $\delta_L = -1/2$, существующие в виде первичных изолированных блоков — гало с массами $10^7 M_\odot$, $10^9 M_\odot$ и $10^{11} M_\odot$, составляют величины порядка 1, 10 и 30 % соответственно. Поэтому в войдах легче, чем в других частях Вселенной, обнаружить маломассивные первичные объекты ТМ, не вошедшие в более массивные системы гало.

Сплошная кривая на рис. 16 для пространственно-плоских областей КСМ характеризует современную Вселенную в целом. Мы видим, что в диапазоне масс гало ($5 \times 10^{11} - 5 \times 10^{13}$) M_\odot (массивные галактики и группы галактик) сосредоточено 30 % всей ТМ Вселенной, а в массивные гало с $M > 5 \times 10^{14} M_\odot$ (богатые скопления галактик) входит не более 10 % её нерелятивистского вещества ($f_M < 0,1$).

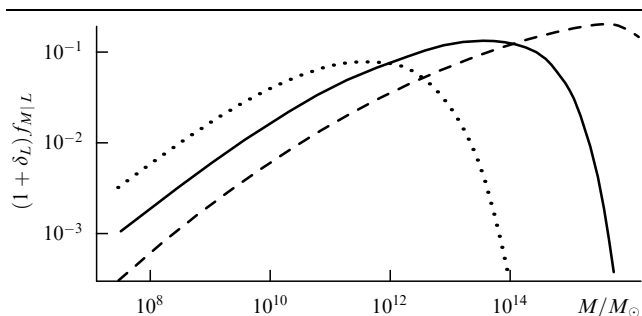


Рис. 16. Доля ТМ $(1 + \delta_L)f_{M|L}$ в гало масс M (в интервале $\delta M = M$) в областях современной Вселенной с размером $L = 140$ Мпк и контрастом плотности δ_L (см. [35]). Штриховая линия — сверхскопление ($\delta_L = 1/2$), сплошная — плоский фон ($\delta_L = 0$), пунктирная — войд ($\delta_L = -1/2$).

Итак, процесс иерархического гравитационного сгущения, собирающий основную долю маломассивных объектов в более массивные системы с $M \lesssim 5 \times 10^{13} M_\odot$ и наблюдаемый как фаза активного слияния галактик, в целом во Вселенной уже завершён. Для более массивных образований с $M \gtrsim 10^{14} M_\odot$ этот процесс, наблюдаемый как взаимодействие групп и скоплений, ещё продолжается и далёк от завершения¹⁸.

Если рассматривать отдельные области пространства, то в них процессы слияния и взаимодействия галактик проходили и идут по-разному. Так, сгущение гало в войдах со временем совсем прекращается (см. предельную массу M_L в (65), (66)). Напротив, в "плоских" зонах и в областях повышенной плотности процессы сгущения и слияний прогрессируют и постепенно сдвигаются в сторону больших масс. Можно сказать, что активность в форме слияний, начавшаяся вместе с процессом образования галактик повсеместно во всём объёме Вселенной, со временем вырождается, продолжаясь в уплощённых сверхскоплениях и деградируя в войдах. Этот процесс напоминает догорающий костёр.

В результате морфология галактик оказывается различной в разных местах Вселенной. Так, в войдах и вблизи их границ более вероятно (чем в сверхскоплениях) найти *изолированные* галактики, лишённые близких партнёров сопоставимых масс. А для сверхскоплений более типичны взаимодействующие галактики, начиная от пар и кончая большими ассоциациями или скоплениями.

Подводя итог, можно констатировать, что теория образования нелинейной структуры из ТМ хорошо согласуется с наблюдениями и численным экспериментом и имеет предсказательную силу для дальнейших исследований. Остаются некоторые проблемы, связанные с эволюцией барионной компоненты. Решение этих вопросов требует развития вычислительной техники, новых методов наблюдений и обработки данных.

Функции масс гало в войдах и сверхскоплениях значительно разнятся. В частности, пространственная плотность массивных ($M \sim 10^{12} M_\odot$) гало в войдах в несколько раз меньше, чем их плотность в сверхскоплениях, и для больших масс различие в функциях масс ещё более велико. В области скоплений галактик наблюдательная статистика ухудшается

$$n(M) \simeq 2 \times 10^{-5} \exp\left(-\frac{M}{M^*}\right) \text{Мпк}^{-3}, \quad (68)$$

где $M^* \simeq 4 \times 10^{14} M_\odot$ в среднем во Вселенной. Поэтому для сравнения теории с результатами наблюдений используются *интегральные* функции масс гало, обладающие более обширной статистикой данных.

Интегральная функция масс описывает полное количество гало N_L в области L (приведённое к единице объёма) с массами выше некоторой

$$N_L(> M) = \int_M^{M_L} n_L(M) \frac{dM}{M}. \quad (69)$$

Различия между интегральными функциями в войдах и сверхскоплениях экспоненциально расходятся с ростом

¹⁸ Дополнительный аргумент в пользу этого тезиса — клочковатая структура большинства скоплений галактик в рентгеновской области.

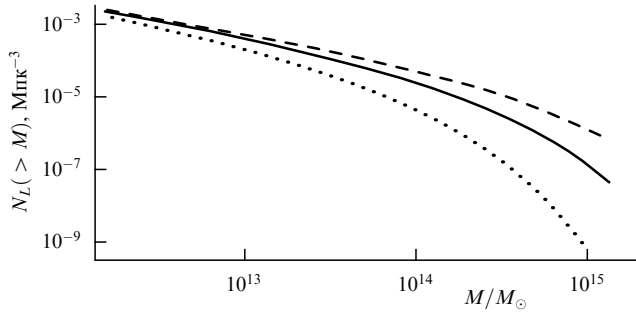


Рис. 17. Интегральные функции масс равновесных гало $N_L(>M)$ в интервале $10^{12} - 10^{15} M_\odot$ для тех же областей Вселенной, что и на рис. 16.

M , поскольку характерные значения M_L^* масс гало для них различны (рис. 17). В области малых масс (карликовые галактики) интегральные функции малоразличимы, здесь более значимы функции $f_{M|L}$ (см. рис. 16). Реальное различие между населённостями войдов и сверхскоплений усиливается из-за нелинейных эффектов слияния галактик и их приливного разрушения, которые подавляют маломассивную часть функции масс в сверхскоплениях.

Основная популяция войдов — маломассивные первичные объекты (РО). Так, доля вещества войдов, находящегося в форме изолированных галактик с $M < 10^9 M_\odot$, достигает 10%, тогда как в других областях Вселенной она не превышает 1–2%. Шаровые скопления в центральных областях массивных галактик могут быть звёздными остатками РО: они могли образоваться в молекулярных облаках первых гало малых масс, а позднее были аккумулярованы в центральных области массивных галактик в ходе процесса иерархического сгущивания.

Первичные объекты в войдах могут наблюдаться как слабые карликовые галактики или в виде абсорбционных систем Ly_α . Действительно, мы можем оценить их пространственную плотность и размер, полагая, что их эпоха образования $z_0 \sim 10$ и средняя масса $M \sim 10^7 M_\odot$:

$$n_{\text{РО}} \sim \frac{\rho_m}{M} \sim 10^4 \text{ Мпк}^{-3},$$

$$r_{\text{РО}} \sim \frac{1}{6} n_{\text{РО}}^{-1/3} (1 + z_0)^{-1} \sim 1 \text{ кпк}.$$

Как видно, эти первичные образования довольно рыхлы, и поэтому эффекты линзирования на них незначительны. Возможность их обнаружения определяется дальнейшей эволюцией. Можно ожидать, что в войдах такие объекты сохранили газовую компоненту и колонная плотность водорода в них может оказаться достаточной для появления слабых линий поглощения Ly_α . Вероятность попадания таких объектов на луч зрения в войде с размером $L \sim 100$ Мпк порядка единицы, $n_{\text{РО}} r_{\text{РО}}^2 L \sim 1$.

14. Нормировка скалярных возмущений

Данные по анизотропии РИ дают точную информацию об амплитуде и форме начального S-спектра в ранней Вселенной и о ряде параметров состава (плотностей нерелятивистских компонентов и кривизне пространства). Однако для превращения начальных неоднородностей в реальные наблюдаемые галактики необходимо

также знать фактор роста возмущений плотности в поздней Вселенной, зависящий от хаббловского радиуса и ТЭ (см. разделы 6, 7). Количество и распределение по массам гравитационно-связанных релаксированных гало, возникших из-за развития гравитационной неустойчивости ТМ, экспоненциально зависит от амплитуды начальных скалярных неоднородностей кривизны и фактора роста возмущений плотности (см. разделы 12, 13). Тем самым, мы располагаем чувствительным тестом, позволяющим по количественным характеристикам структуры определить амплитуду и форму S-спектра, а также важнейшие дополняющие параметры состава Вселенной.

Этот тест часто называют нормировкой спектра космологических возмущений плотности. При заданном наблюдаемом распределении по массам гравитационно-связанных гало ТМ, амплитуда спектра мощности является функцией космологических параметров (Ω_m, Ω_E и др.) в пределах их возможных изменений, допускаемых точностью данных.

По историческим причинам наиболее широко применяется нормировка "на сигму-восемь" — дисперсию контраста плотности в сфере радиуса $8h^{-1}$ (в этом разделе $h = H_0/100 \text{ км с}^{-1} \text{ Мпк}^{-1}$), представляющую собой интегральную функцию спектра возмущений плотности. Мы обозначаем здесь эту дисперсию σ_{11} , имея в виду реальное значение $8h^{-1} \simeq 11$ Мпк. Данная сфера охватывает массу невозмущённой Вселенной $M_{11} \simeq 2 \times 10^{14} M_\odot$, близкую к типичному скоплению галактик. Поэтому этот нормировочный тест идеально ориентирован на использование наблюдательных данных по обилию скоплений галактик. В то же время теоретический расчёт функций масс гало в этом диапазоне масс опирается на хорошо разработанный аналитический формализм (см. разделы 12, 13).

Значение дисперсии σ_{11} , обеспечившей наблюдаемую пространственную плотность числа скоплений, в сильной степени зависит от полной плотности материи во Вселенной Ω_m , тогда как изменения других космологических параметров приводят к вариации σ_{11} лишь в пределах 10–20% её величины. Ниже мы продемонстрируем способ нормировки спектра возмущений плотности по обилию скоплений галактик при $z = 0$, удовлетворяющий текущим требованиям точной космологии [36].

Все космологические параметры можно разбить на два уровня по степени значимости их влияния на величину σ_{11} :

- Ω_m (первый уровень);
- $\Omega_E, h, n, f_v, \Omega_b, w_E$ и др. (второй уровень),

где $f_v \equiv \Omega_v/\Omega_m$ — доля материи в форме массивных нейтрино. Среди свободных параметров второго уровня статистически значимыми (в пределах интервалов изменений) являются первые четыре, остальные для простоты считаем фиксированными ($\Omega_b h^2 = 0,023, w_E = -1$).

Обозначенный класс моделей представляет собой достаточно полный вариант расширения КСМ на современном уровне знаний: он включает ненулевую пространственную кривизну ($\Omega_\kappa = 1 - \Omega_m - \Omega_E$), горячую, холодную и барионную компоненты материи ($\Omega_m = \Omega_v + \Omega_M + \Omega_b$), космологическую постоянную и неплоские (но степенные с индексом наклона n) спектры S-моды. В этом классе моделей принимается в расчёт точная зависимость порогового контраста плотности δ_c от Ω_m и Ω_E в искривлённой Вселенной [33].

Дальнейшее исследование разбивается на два этапа. На первом для каждой реализации расширенной модели (со своим набором космологических параметров) путём сравнения теоретической и наблюдательной дифференциальных функций масс скоплений вычислялось оптимальное значение σ_{11} с индивидуальной ошибкой¹⁹.

На втором этапе на все вычисленные значения σ_{11} (их десятки тысяч, и каждое со своей ошибкой) накладывалась аппроксимационная зависимость следующего вида [36]:

$$\sigma_{11} = \Omega_m^{A_1 + A_2 \Omega_m + A_3 \Omega_E} [A_4 + A_5 (\Omega_m - A_6) \times (1 - A_7 h - A_8 n - A_9 f_v)], \quad (70)$$

и методом Левенберга–Марквардта минимизации χ^2 находились наилучшие значения параметров A_i ($i = 1, 2, \dots, 9$). Отметим важное отличие данного этапа от предыдущего. В первом случае функция $n(M)$ являлась функцией одной переменной (массы M). Во втором — функция σ_{11} рассматривалась как функция многих переменных (Ω_m, Ω_E, h, n и f_v).

Рисунок 18 иллюстрирует второй этап нормировки. На нём изображён "срез" пространства космологических параметров расширенной модели в двумерной плоскости основных параметров (σ_{11}, Ω_m). Значения остальных космологических параметров взяты в этом случае "стандартными" ($\Omega_E = 1 - \Omega_m = h = 0,7, n = 1, f_v = 0$). Рисунок подтверждает сильную ожидаемую зависимость σ_{11} от Ω_m .

Как показывает опыт работы с разными данными, получаемая величина σ_{11} зависит от выбранных наблюдений. Мы уже отмечали, что это, к сожалению, обычная история при работе с нелинейными объектами (в данном случае со скоплениями галактик). Об этом не следует забывать при упоминании о "стандартных значениях", в первую очередь таких параметров, как σ_{11}, H_0 и Ω_m (или Ω_E) — они в большей степени, чем другие величины, зависят от наблюдений астрономических объектов (звёзд, квазаров, галактик, скоплений). Выход здесь

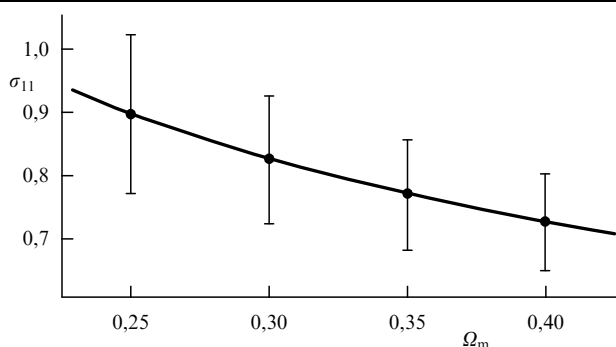


Рис. 18. Дисперсия контраста плотности $\sigma_{11}(\Omega_m)$ в сфере радиуса 11 Мпк для КСМ [36]. Вертикальные линии — точность наблюдательных оптических данных по обилию близких скоплений галактик (уровень достоверности 95 %).

¹⁹ Излагаемый подход рассчитан на любые наблюдательные данные по измерениям вириальных масс скоплений галактик. В рассматриваемом здесь случае использованы результаты оптических наблюдений скоростей галактик в ближайших 150 скоплениях с медианным значением красного смещения $z \simeq 0,05$ (см. [37, 38]).

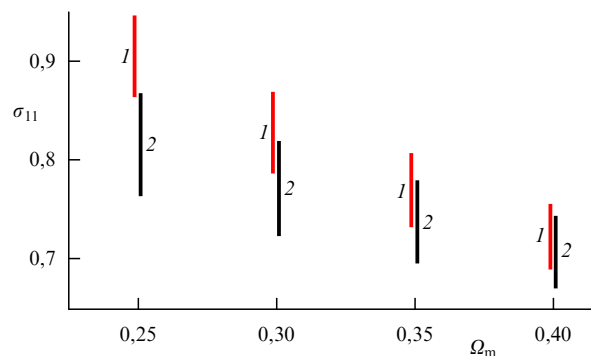


Рис. 19. Проекция пространства космологических параметров в расширенной КСМ на плоскость (σ_{11}, Ω_m) для аппроксимаций Шета–Тормена (столбцы, помеченные 1) и Пресса–Шехтера (2) по данным [36].

только один: повышение качества наблюдательных данных и контроль систематических эффектов, связанных с эволюцией барионной компоненты материи.

Обратимся теперь к другим параметрам. То, что их вклад в величину σ_{11} носит статистически значимый характер, помимо формул (см. ниже (71)), наглядно показывает рис. 19. На нём всё пространство моделей спроецировано на плоскость (σ_{11}, Ω_m) . Как видно, высота столбцов σ_{11} для различных значений параметров Ω_m, h, n и f_v сопоставима с величиной статистической погрешности, а при некоторых наборах космологических параметров превышает её. Это обуславливает важность корректного учёта вклада всех названных выше параметров модели.

Интересным результатом, который также виден на рис. 19, оказался рост влияния параметров второго уровня по мере перехода к меньшим значениям Ω_m . Так как именно на данной области сфокусирован интерес современной космологии, это ещё раз подтверждает необходимость одновременного учёта всех космологических параметров для решения точных задач космологии. Более кучно выглядит разброс значений σ_{11} при вариации параметров второго уровня для аппроксимации Шета–Тормена, что говорит о её преимуществе: наиболее точная нормировка спектра мощности получается при использовании именно этой аппроксимации в работе с функциями масс скоплений галактик (см., например, [39]).

Приведём вид формулы (70) для нормировки спектра скалярных возмущений, полученной в [36] путём сопоставления распространённости оптических скоплений галактик с теоретической функцией масс гало, рассчитанной по аппроксимации Шета–Тормена в расширенной КСМ

$$\sigma_{11} \Omega_m^{0,54 + 0,15 \Omega_m - 0,04 \Omega_E} - 0,2 (\Omega_m - 0,75) \times (1 - 0,2h - 0,2n + 0,8f_v) = 0,53 \pm 0,08. \quad (71)$$

Здесь в левой части — комбинации космологических параметров, а все ошибки сведены в правую часть и приписаны нормировке (уровень достоверности 95 %).

Данный пример иллюстрирует специфику космологических исследований при работе с наблюдательными данными:

— необходимость *многомерных* пространств параметров при определении основных характеристик модели,

— необходимость *многих* разносторонних наблюдательных тестов для снятия проблемы вырождения параметров.

На приведённом примере видно, что одной только формулы (71) недостаточно для нормировки самой амплитуды S-спектра: мы знаем только связь параметров, и для решения этой задачи необходимы дополнительные данные. Отметим также интересную особенность формулы (71): для параметров второго уровня она имеет вид "плоскости". Коэффициенты этой плоскости могут быть уточнены более полными данными будущих наблюдений.

15. Заключение

Подводя итог, можно констатировать, что стандартная теория формирования структуры Вселенной в рамках КСМ не имеет принципиальных проблем в объяснении наблюдаемых движений и распределений материи. Теория образования нелинейной структуры базируется на доминанте ТМ, хорошо согласуется с наблюдениями и численным экспериментом и имеет предсказательную силу для дальнейших исследований. Остаются сложные проблемы, связанные с нелинейной динамикой ТМ и эволюцией барионной компоненты (некоторые из них мы рассматриваем в работе [1]). Решение перечисленных выше и связанных с ними вопросов требует развития вычислительной техники, новых методов наблюдений и обработки данных, а также уточнения космологических параметров на пути дальнейшего совершенствования теории и расширения КСМ.

Авторы благодарны С.В. Пилипенко за плодотворные дискуссии. Работа была выполнена при поддержке грантов РФФИ ОФИ 09-02-12163, 11-02-00857 и ФЦП "Научные и научно-педагогические кадры инновационной России" на 2009–2013 гг. (госконтракты П1336 и 16.740.11.0460). А.М.М. признателен за поддержку Учебно-научному комплексу ФИАН и Целевой Программе Президиума РАН поддержки молодых учёных.

16. Приложения

А. Квазихаббловские потоки в ОТО

В приложениях А, Б и В рассмотрены основные свойства неоднородных космологических моделей с полностью нарушенной симметрией Фридмана, но всё же близкие к ней [2]. Такие модели, мало отклоняющиеся от пространственно-плоской модели Фридмана, мы называем *слабонеоднородными* или *квазифридмановскими*, порождающие их течения — *квазихаббловскими*, а сами геометрические отклонения, рассматриваемые в линейном порядке малости, — космологическими *возмущениями*.

Одной из важнейших геометрических характеристик в ОТО является тензор Эйнштейна, или полный тензор энергии–импульса материи T_{μ}^{ν} . Энергия и импульс переносятся в пространстве-времени вдоль времениподобных мировых линий — траекторий потока, касательный к ним вектор u^{μ} есть собственный вектор тензора T_{μ}^{ν} :

$$T_{\mu}^{\nu} u^{\mu} = \varepsilon u^{\nu}, \quad (72)$$

а собственное значение тензора $\varepsilon = \rho c^2$ — скаляр полной сопутствующей плотности²⁰. Единичный вектор u^{μ} ($u_{\mu} u^{\mu} = 1$) описывает скорость переноса полной энергии потока. По определению

$$p_{z\nu} u^{\mu} T_{\mu}^{\nu} = 0,$$

где $p_{\mu}^{\nu} \equiv \delta_{\mu}^{\nu} - u_{\mu} u^{\nu}$ — проекционный тензор, ортогональный u^{μ} . Соответственно, симметричный тензор $p_{z\nu} T_{\beta}^{\nu}$ описывает структуру давлений.

Во фридмановской Вселенной решение (72) единственно для всех видов материи: компоненты среды движутся коллинеарно вектору u^{μ} (в координатах Фридмана $u^{\mu} = \delta_0^{\mu}$). Общий тензор энергии–импульса материи имеет универсальную форму, которая содержит единственный "новый" скаляр $p = p(t)$ — эффективное давление среды,

$$T_{\mu}^{\nu} = (\varepsilon + p) u_{\mu} u^{\nu} - p \delta_{\mu}^{\nu} = \varepsilon u_{\mu} u^{\nu} - p p_{\mu}^{\nu}. \quad (73)$$

При слабом нарушении группы Фридмана разные компоненты среды движутся в разных направлениях, однако отклонения их скоростей от средней скорости u^{μ} малы. При этом условии решение (72) единственно и мы получаем общий вид T_{μ}^{ν} в квазифридмановской геометрии

$$T_{\mu}^{\nu} = (\varepsilon + p) u_{\mu} u^{\nu} - p \delta_{\mu}^{\nu} - s_{\mu}^{\nu} = \varepsilon u_{\mu} u^{\nu} - (p p_{\mu}^{\nu} + s_{\mu}^{\nu}), \quad (74)$$

содержащий дополнительный по отношению к (73) малый тензор натяжений s_{μ}^{ν} , ортогональный потоку u^{μ} ($u^{\mu} s_{\mu}^{\nu} = 0$). Как видим, полный тензор давлений квазихаббловского потока имеет два слагаемых: диагональный тензор p и анизотропный тензор натяжений s_{μ}^{ν} . Полную величину давления можно определить по следу тензора давлений

$$p_{\text{tot}} = \frac{1}{3} p^{\mu\nu} T_{\mu\nu} = p + \frac{1}{3} s_{\nu}^{\nu}. \quad (75)$$

В слабонеоднородной модели, как и во фридмановской, выполняются правила линейного сложения компонентов материи, взаимодействующих лишь гравитационным образом,

$$\varepsilon = \sum_m \varepsilon_m, \quad p = \sum_m p_m, \quad u^{\mu} = \sum_m f_m u_m^{\mu}, \quad (76)$$

где скаляры f_m относительных вкладов компонентов материи имеют вид

$$f_m \equiv \frac{\varepsilon_m + p_m}{\varepsilon + p}, \quad \sum_m f_m = 1, \quad m = 1, 2, \dots, M.$$

При общих нелинейных взаимодействиях покомпонентное разделение плотностей и давлений неоднозначно, однако сохраняются понятия парциальных энтальпий $W_m \equiv \varepsilon_m + p_m$ и скоростей компонент u_m^{μ} , а также полных ε и p . Заметим, что столь простые линейные суперпозиции скоростей компонентов среды справедливы для членов суммы нулевого и первого порядков малости по отклонениям скоростей u_m^{μ} от средней u^{μ} .

Проецируя тождества Бианки $T_{\mu;\nu}^{\nu} = 0$ на u^{μ} и ортогональные направления, получаем уравнения для энергии и

²⁰ В принятых нами энергетических единицах измерений плотности энергии и массы совпадают ($c = 1$). Их разные обозначения — ε и ρ соответственно — важны только для восстановления размерности и предельных переходов. Например, $G\rho$ не содержит константу скорости света и имеет такую же размерность, как и H^2 .

импульса общего потока

$$u^v \varepsilon_{,v} + 3H_v(\varepsilon + p_{\text{tot}}) = 0, \quad (77)$$

$$a_\mu \equiv u^v u_{\mu,v} = u^v(u_{\mu,v} - u_{v,\mu}) = \frac{p_\mu^v p_{,v}}{\varepsilon + p}, \quad (78)$$

где $H_v = u_{,v}^v/3$ — хаббловский фактор локального *объёмного* расширения среды, a_μ — ускорение потока ($a_v u^v = 0$). Для однозначного разбиения давления на изотропное и анизотропное слагаемые мы доопределили скалярную часть s_μ^v условием её нулевой расходимости (см. (81)).

В классе *квазифридмановских* координатных расщеплений (t, \mathbf{x}) , где трёхмерная скорость потока всегда мала (D и v — малые функции)

$$u_\mu = (1 + D, v_i), \quad (79)$$

разбиение геометрических переменных на фоновую и возмущённую части имеет вид

$$g_{\mu\nu} = g_{\mu\nu}^{(F)} + h_{\mu\nu}, \quad (80)$$

$$g_{\mu\nu}^{(F)} = \text{diag}(0, -a^2 \delta_{ij}),$$

$$\frac{1}{2} h_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} D & C_{,i}/2 \\ \text{sym} & a^2(A\delta_{ij} + B_{,ij}) \end{pmatrix},$$

$$\varepsilon = \varepsilon^{(F)} + \delta\varepsilon, \quad p = p^{(F)} + \delta p, \quad (81)$$

$$s_\mu^v = \text{diag}\left(0, \frac{\Delta S \delta_{ij} - S_{,ij}}{8\pi G a^2}\right), \quad s_{\mu,v}^v = 0,$$

где sym обозначает симметричную матрицу, буква F (далее по возможности опущена) означает фридмановские переменные, являющиеся функциями t и подчиняющиеся уравнениям

$$\frac{3}{2} H^2 = 4\pi G \varepsilon^{(F)}, \quad \dot{\varepsilon}^{(F)} + 3H(\varepsilon^{(F)} + p^{(F)}) = 0. \quad (82)$$

Скалярный сектор возмущений полностью описывается четырьмя гравитационными (A, B, C, D) и четырьмя материальными потенциалами ($v, \delta\varepsilon, \delta p, S$ для любых физических полей!). Скаляр S анизотропного давления калибровочно-инвариантен, а остальные семь функций — нет²¹.

Калибровочно-инвариантные переменные для безразмерного потенциала скорости, возмущений плотности и давления материи имеют вид

$$q = A + H v, \quad \delta \equiv \frac{\delta\varepsilon_c}{\varepsilon + p}, \quad \delta p \equiv \frac{\delta p_c}{\varepsilon + p}, \quad (83)$$

²¹ Напомним, что вихревая и тензорная части s_μ^v связаны с V и T модами возмущений и здесь не рассматриваются. Разбиения (80), (81) геометрических объектов на фон и возмущение неоднозначны: при малом преобразовании координат $x^\mu \rightarrow x^\mu - \xi^\mu$ мы получим новый фон (те же фоновые функции, но другого времени t) и новое возмущение, хотя общая геометрия не меняется. Раскладывая малый произвольный вектор $\xi_\mu = (X, a^2 Y_{,i})$ на два потенциала X и Y , получаем следующие калибровочные преобразования для скалярных переменных

$$\begin{aligned} h_{\mu\nu} &\rightarrow h_{\mu\nu} + \xi_{\mu,\nu} + \xi_{\nu,\mu}, & u_\mu &\rightarrow u_\mu + X_{,\mu}, \\ A &\rightarrow A - H X, & B &\rightarrow B + Y, & C &\rightarrow C + X + a^2 \dot{Y}, \\ D &\rightarrow D + \dot{X}, & v &\rightarrow v + X, & t &\rightarrow t - X. \end{aligned}$$

где лагранжевы переменные

$$\delta\varepsilon_c \equiv \delta\varepsilon - \dot{\varepsilon}v = \varepsilon - \varepsilon_c, \quad (84)$$

$$\delta p_c \equiv \delta p - \dot{p}v = p - p_c = p_{\text{tot}} - p_v. \quad (85)$$

Скаляр объёмного давления $p_v = p_c + s_v^v/3$ и фоновые функции $X_c \equiv X^{(F)}(t_c)$ описывают распределения на пространственноподобных гиперповерхностях постоянного *сопутствующего* времени $t_c = t + v$.

Центральную роль в описании возмущений плотности играет поле $q = q(t, \mathbf{x})$ [10, 11]. Оно имеет двойной физический смысл: с одной стороны, это безразмерный потенциал полной скорости материи (лабораторная интерпретация), а с другой — потенциал пространственной кривизны (космологическая интерпретация). Из уравнений Эйнштейна низшего порядка следует связь исходных потенциалов S -моды с полем q

$$\frac{\Delta\Phi}{a^2} = 4\pi G \delta\varepsilon_c, \quad \Phi = \frac{H}{a} \int (\gamma q - S) \frac{da}{H}, \quad (86)$$

$$v - C + a^2 \dot{B} = \frac{\mathbf{q}}{H}, \quad \dot{v} - D = \frac{\dot{q}}{H}, \quad (87)$$

$$\delta p = \frac{\dot{q}}{H}, \quad (88)$$

где $\mathbf{q} \equiv q - \Phi$ — потенциал пекулярной скорости материи (см. ниже (101)). Отсюда, в частности, при выборе $v = C = 0$ получаем метрику в лагранжевой ортогональной системе отсчёта (t_c, \mathbf{x})

$$ds^2 = (1 - 2\delta p) dt_c^2 - a^2(\delta_{ij} - 2B_{,ij}) dx^i dx^j, \quad (89)$$

где

$$u^\mu = (1 + \delta p) \delta_0^\mu, \quad B \equiv \int \mathbf{q} \frac{d\eta}{a^2 H},$$

$$\mathbf{a} \equiv a(1 - A) = a_c(1 - q)$$

— скалярный масштабный фактор. Собственное время ds на мировой линии $\mathbf{x} = \text{const}$ связано с сопутствующим t_c условием $ds = (1 - \delta p) dt_c$.

Ключевое уравнение (86) является релятивистским уравнением Пуассона и связывает лапласиан гравитационного потенциала Φ с сопутствующим возмущением плотности $\delta\varepsilon_c$. Уравнение (88) — это релятивистское уравнение Эйлера, или второй закон Ньютона: оно связывает ускорение потока \dot{q} с действующим на него градиентом давления δp_c .

У нас имеется четыре калибровочно-инвариантных скаляра $q, \delta, \delta p$ и S , тогда как четыре метрических потенциала A, B, C и D калибровочно неинвариантны: любые два из них можно выбрать произвольным образом с помощью подбора функций X и Y (см. сноску 21). Таким образом, всего получаем шесть независимых скаляров, описывающих возмущения плотности в модели Фридмана. Гравитационные уравнения (86)–(88) задают четыре связи на шесть потенциалов S -моды. Очевидно, одних только уравнений гравитации недостаточно для описания динамики S -возмущений: для этого необходима информация о физическом состоянии материи в виде двух недостающих связей (уравнений состояния). Однако, не предполагая никаких ограничений на состояние среды, можно построить общие уравнения эволюции квазифридмановской модели, аналогичные уравнениям Фридмана в однородной космологии.

Для описания геометрии слабонеоднородных течений воспользуемся скалярными переменными, включающими *оба* порядка теории возмущений (нулевой и первой). Для материи это скаляры полной плотности ε и давления p , а для метрики — скалярный масштабный фактор \mathbf{a} и хаббловская функция объёмного расширения H_v . Их связь имеет вид

$$H_v \equiv \frac{\dot{b}}{b} = \frac{1}{3} u^{\mu}_{;\mu} = u^{\mu} (\ln a_v)_{,\mu} \quad (90)$$

(точка над буквой означает частную производную по t_c), где мы ввели следующие факторы объёмного расширения среды

$$\begin{aligned} a_v &\equiv \mathbf{a} \det^{1/3}(\delta_{ij} - \mathcal{B}_{,ij}) = b(1 - q), \\ b &\equiv a_c \left(1 - \frac{\Delta \mathcal{B}}{3}\right). \end{aligned} \quad (91)$$

Обобщённое уравнение Фридмана (21) для слабонеоднородной Вселенной получается путём прямого суммирования первых уравнений (82) и (86) и группированием членов в функции H_v и ε . Другое уравнение (23) следует из (77) с учётом соотношения $\varepsilon + p_{\text{tot}} = (1 + \delta_p)(\varepsilon + p_v)$.

Рассмотрим структуру квазихаббловского течения. Согласно (89), собственное расстояние между двумя близкими элементами среды, разделёнными координатами δx^i , равно

$$\delta r_i = \mathbf{a}(\delta_{ij} - \mathcal{B}_{,ij}) \delta x^j, \quad \det \left(\frac{\delta r_i}{\delta x^j} \right) = a_v^3. \quad (92)$$

Дифференцируя δr_i по собственному времени s , получаем поле парных скоростей движения материи в слабонеоднородной Вселенной

$$\delta V_i \equiv \frac{\partial \delta r_i}{\partial s} = H_{ij} \delta r^j, \quad H_v = \frac{1}{3} H_i^i, \quad (93)$$

$$H_{ij} \equiv H_c \delta_{ij} - h_{ij}, \quad H_c = \frac{\dot{a}_c}{a_c}, \quad h_{ij} = \frac{1}{a^2 H} \mathbf{a}_{,ij},$$

где H_{ij} — матрица калибровочно-инвариантных хаббловских функций, описывающих пространственный разлёт материи. О хаббловском расширении здесь напоминает лишь одно свойство: относительная скорость разбега точек среды пропорциональна расстоянию между ними. Однако эти скорости анизотропны и зависят от положения в пространстве.

Б. Динамика космологических скалярных возмущений

Если движения квазихаббловского потока подчиняются уравнению Фридмана (21), то космологические возмущения — это осцилляторы. Для вывода уравнения эволюции адиабатического скаляра q определим общую связь возмущений сопутствующего давления и плотности энергии материи в следующем виде:

$$\delta p = \beta^2 \delta + \hat{\delta}_p, \quad (94)$$

где функция β^2 описывает квадрат скорости распространения скалярных возмущений в среде (скорость звука). Для паскалевых сред ($S = 0$):

$$\beta^2 = \sum_{m,l} f_m \beta_{ml}^2, \quad (95)$$

где β_{ml}^2 — звуковая матрица линейных возмущений среды²². Скаляр *изометрического* возмущения давления $\hat{\delta}_p$ описывает ту часть давления, которая не связана с возмущением полной плотности энергии δ . Действительно, если вначале присутствуют только адиабатические возмущения, то $\hat{\delta}_p = 0$, а при $\delta = 0$: $\delta_p = \hat{\delta}_p$. Связь $\hat{\delta}_p$ с полевыми переменными компонентов среды зависит от уравнения состояния материи.

Из соотношений (88) и (94) следует, что

$$\delta \varepsilon_c \equiv (\varepsilon + p) \delta = \alpha^2 H (\dot{q} - H \hat{\delta}_p), \quad (97)$$

$$\alpha^2 = \frac{\varepsilon + p}{H^2 \beta^2} = \frac{\gamma}{4\pi G \beta^2}.$$

Подставляя эти формулы в уравнение Пуассона (86), получаем

$$\alpha^2 a^3 (\dot{q} - H \hat{\delta}_p) = \int \alpha^2 \beta^2 \Delta q \frac{da}{H}.$$

Прямое дифференцирование этого соотношения даёт уравнение для q [2]

$$\ddot{q} + \left(3H + 2 \frac{\dot{\alpha}}{\alpha}\right) \dot{q} - \beta^2 \frac{\Delta q}{a^2} = I(\hat{\delta}_p, S), \quad (98)$$

$$I = I(\hat{\delta}_p, S) = \frac{(\alpha^2 a^3 H \hat{\delta}_p)'}{\alpha^2 a^3} - \frac{\Delta S}{4\pi G \alpha^2 a^2}.$$

В левой части (98) мы имеем звуковой даламбертиан для скаляра q , описывающего общее адиабатическое возмущение плотности. Справа стоит источник динамического воздействия изометрических мод возмущений на эволюцию q . Для идеальных паскалевых сред ($S = 0$) получаем более компактную форму уравнения:

$$\frac{[\gamma \alpha^2 \beta^{-2} (q' - \bar{H} \hat{\delta}_p)]'}{\gamma \alpha^2} - \Delta q = 0, \quad (99)$$

где штрих означает производную по конформному времени η , а $\bar{H} = aH$.

Уравнения (98), (99) справедливы для широкого класса сред (в частности, для фундаментальных скалярных полей). Информация о микроскопической структуре материи нам не потребовалась. Единственная геометрическая характеристика среды, необходимая для вывода ключевого уравнения (98), это β^2 — средний квадрат скорости распространения скалярных возмущений в среде (95). В пренебрежении изометрическими возмущениями (например, в случае одной среды, материи и Λ -члена, и др.) $\hat{\delta}_p = 0$ и уравнение для q приобретает замкнутую форму [10, 11]

$$\ddot{q} + \left(3H + 2 \frac{\dot{\alpha}}{\alpha}\right) \dot{q} - \beta^2 \frac{\Delta q}{a^2} = 0. \quad (100)$$

В. Эйлеровы координаты и предел Ньютона

Эйлерова система отсчёта (τ, \mathbf{y}) однозначно фиксируется условиями $B = C = 0$ и интересна, в частности, тем, что относительно этой сетки определена *пекулярная* ско-

²² Она связывает парциальные амплитуды сопутствующих возмущений давления и плотности материи, $\delta_p^{(m)} = \beta_{ml}^2 \delta_\varepsilon^{(l)}$, причём справедливы следующие соотношения (подробнее см. гл. 6 книги [2]):

$$f_m \beta_{ml}^2 = f_l \beta_{lm}^2, \quad f_l \beta^2 + \bar{f}_l = \sum_m f_m \beta_{ml}^2, \quad \sum_m \bar{f}_m = 0. \quad (96)$$

рость материи

$$\mathbf{v}_{\text{pec}} \equiv -\frac{\nabla v}{a} = -\frac{\nabla q}{H}, \quad u_{\mu} = (1 + \Psi, v, i), \quad (101)$$

где $v = \mathbf{q}/H$, $\Psi = \Phi - S$. Из связи лагранжевых и эйлеровых координат

$$\tau \equiv t_E = t_c - v, \quad \mathbf{y} = \mathbf{x} + \mathbf{S}, \quad (102)$$

получаем метрический тензор в эйлеровом представлении

$$ds^2 = (1 + 2\Psi) d\tau^2 - \mathbf{a}^2 d\mathbf{y}^2, \quad (103)$$

где $\mathbf{S} = -\nabla B$ — вектор смещения элемента среды относительно начального положения. Мы видим, что в эйлеровой системе метрика не зависит от градиентов потенциала q , а скалярный масштабный фактор

$$\mathbf{a} = a(\tau) (1 - \Phi) \quad (104)$$

полностью описывает локально изотропное пространство наблюдателя, заполненное неоднородной материей. Метрика (103) является релятивистским пределом слабого поля в модели Фридмана, а для нерелятивистского вещества ($|S/\Phi| \ll 1$) получаем ньютоновский предел $\Psi = \Phi$.

Поскольку в реальной Вселенной в масштабах наблюдаемой структуры скаляр кривизны и гравитационный потенциал малы ($q \sim \Phi \lesssim 10^{-5}$), мы можем опустить члены v , Ψ и Φ в (102)–(104) соответственно и определить физическую Эйлерову координату положения точек среды $\mathbf{r} \simeq a\mathbf{y}$, откуда получаем удобную аппроксимацию для описания квазилинейной стадии образования структуры во Вселенной

$$\mathbf{r} = (1 + z)^{-1}(\mathbf{x} + \mathbf{S}), \quad \mathbf{v}_{\text{pec}} = \dot{\mathbf{r}} - H\mathbf{r} = a\dot{\mathbf{S}}. \quad (105)$$

При дополнительном предположении о малости скорости звука из (100) следует $q \simeq q_0 = q_0(\mathbf{x})$, откуда после подстановки в (105) получаем приближение Зельдовича (см. подробнее [1])

$$\mathbf{S} = -g\nabla q_0, \quad \mathbf{v}_{\text{pec}} = -v\nabla q_0, \quad \delta = g\Delta q_0, \quad \Phi = \phi q_0, \quad (106)$$

где введены факторы роста (см. (12)), зависящие только от времени, и справедливо соотношение $a\dot{\phi}/g = 3\Omega_m H_0^2/2 = \text{const}$.

Список литературы

1. Дорошкевич А Г, Лукаш В Н, Михеева Е В *УФН* **181** (2011), в печати
2. Лукаш В Н, Михеева Е В *Физическая космология* (М.: Физматлит, 2010)
3. Tinker J L et al. *Astrophys. J.* **724** 878 (2010)
4. Hubble K M, Seljak U *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **340** 1199 (2003)
5. Зельдович Я Б *Астрофизика* **6** 319 (1970) [Zel'dovich Ya B *Astrophysics* **6** 164 (1970)]
6. Press W H, Schechter P *Astrophys. J.* **187** 425 (1974)
7. Sachs R K, Wolfe A M *Astrophys. J.* **147** 73 (1967)
8. Harrison E R *Phys. Rev. D* **1** 2726 (1970)
9. Zeldovich Ya B *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **160** 1P (1972)
10. Лукаш В Н *Письма в ЖЭТФ* **31** 631 (1980) [Lukash V N *JETP Lett.* **31** 596 (1980)]
11. Лукаш В Н *ЖЭТФ* **79** 1601 (1980) [Lukash V N *Sov. Phys. JETP* **52** 807 (1980)]
12. Sylos Labini F, Visilyev N L, Baryshev Y V *Astron. Astrophys.* **496** 7 (2009); arXiv:0902.0229
13. Лукаш В Н, Рубаков В А *УФН* **178** 301 (2008) [Lukash V N, Rubakov V A *Phys. Usp.* **51** 283 (2008)]
14. Karachentsev I D et al. *Astron. Astrophys.* **398** 479 (2003); astro-ph/0211011
15. Komatsu E et al. *Astrophys. J. Suppl.* **192** 18 (2011); arXiv:1001.4538, v3
16. Bertschinger E et al. *Astrophys. J.* **364** 370 (1990)
17. Kashlinsky A et al. *Astrophys. J. Lett.* **712** L81 (2010); arXiv:0910.4958
18. Лукаш В Н, Пилипенко С В *Астрон. журн.* **88** 611 (2011) [Lukash V N, Pilipenko S V *Astron. Rep.* **55** 561 (2011)]
19. Huterer D *Gen. Relat. Grav.* **42** 2177 (2010); arXiv:1001.1758
20. Percival W J et al. *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **381** 1053 (2007)
21. Granett B R, Neyrinck M C, Szapudi I *Astrophys. J.* **701** 414 (2009); arXiv:0812.1025, v2
22. Jackson J C, Jannetta A L *JCAP* (11) 002 (2006); astro-ph/0605065, v2
23. Krichbaum T P et al. *Astron. Astrophys.* **329** 873 (1998)
24. Homan D C, Wardle J F C *Astrophys. J.* **535** 575 (2000); astro-ph/0001298, v1
25. Zhang Y-W, Fan J-H *Chin. J. Astron. Astrophys.* **8** 385 (2008)
26. Conroy C et al. *Astrophys. J.* **635** 990 (2005); astro-ph/0508250, v2
27. Kauffmann G *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **274** 153 (1995); astro-ph/9409075, v1
28. Kauffmann G, Haehnelt M *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **311** 576 (2000); astro-ph/9906493
29. Navarro J F, Frenk C S, White S D M *Astrophys. J.* **490** 493 (1997); astro-ph/9611107
30. Maoz D *Astrophys. J. Lett.* **490** L135 (1997); astro-ph/9704173
31. Peebles P J E, Dicke R H *Astrophys. J.* **154** 891 (1968)
32. Bullock J S, Kravtsov A V, Weinberg D H *Astrophys. J.* **548** 33 (2001); astro-ph/0007295
33. Lokas E L, Hoffman Y, in *Proc. of the 3rd Intern. Workshop on the Identification of Dark Matter* (Eds N J C Spooner, V Kudryavtsev) (Singapore: World Scientific, 2001) p. 121; astro-ph/0011295, v1
34. Sheth R K, Tormen G *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **308** 119 (1999); astro-ph/9901122, v2
35. Архипова Н А и др. *Астрон. журн.* **84** 874 (2007) [Arkhipova N et al. *Astron. Rep.* **51** 787 (2007)]
36. Малиновский А М, Лукаш В Н, Михеева Е В *Астрон. журн.* **85** 675 (2008) [Malinovsky A M, Lukash V N, Mikheeva E V *Astron. Rep.* **52** 607 (2008)]
37. Girardi M et al. *Astrophys. J.* **505** 74 (1998); astro-ph/9804187, v1
38. Girardi M et al. *Astrophys. J.* **506** 45 (1998); astro-ph/9804188, v2
39. Tinker J et al. *Astrophys. J.* **688** 709 (2008); arXiv:0803.2706

Formation of the large-scale structure of the Universe

V.N. Lukash, E.V. Mikheeva, A.M. Malinovsky
Astro Space Center, Lebedev Physical Institute, Russian Academy of Sciences,
ul. Profsoyuznaya 84/32, 117997 Moscow, Russian Federation
Tel. (7-495) 333-33 66. Fax (7-495) 333-23 78
E-mail: lukash@asc.rssi.ru

In this review the formation, evolution and decay of the large-scale structure of the Universe is discussed in the context of observational data, numerical simulation and the Cosmological Standard Model (CSM). Problems concerning measuring and interpreting cosmological parameters, determining the composition of matter and normalizing density perturbation spectra are especially highlighted.

PACS numbers: **95.35.+d**, **95.36.+x**, **98.65.-r**
Bibliography — 39 references
Uspekhi Fizicheskikh Nauk **181** (10) 1017–1140 (2011)

DOI: 10.3367/UFNr.0181.201110a.1017
Received 28 December 2010, revised 26 January 2011
Physics – Uspekhi **54** (10) (2011)