# <u>ΥCΠΕΧИ ΦИЗИЧЕСКИХ НАУК</u>

К 50-летию создания лазера

# ОБЗОРЫ АКТУАЛЬНЫХ ПРОБЛЕМ

# Трансформационная оптика и метаматериалы

А.В. Кильдишев, В.М. Шалаев

Статья представляет собой краткий обзор последних исследований нашей группы по разработке и использованию оптических метаматериалов — новых искусственных наноструктурированных материалов для нанофотоники. Именно из метаматериалов, привлекая математический аппарат трансформационной оптики, становится возможным создание неоднородных материальных оптических сред, обладающих заданными, порой весьма экзотическими, функциональными свойствами, которые превосходят возможности натуральных материалов и традиционных элементов оптических приборов и систем. Успешные разработки в этой области ведут к созданию инновационных оптических устройств, имеющих применение в различных прикладных областях: это и устройства оптической маскировки, и получение изображений со сверхразрешением, и концентраторы-коллекторы световой энергии, и, наконец, датчики, использующие свет на масштабах менее длины волны. Здесь же, мы делимся опытом использования интернет-портала папоHUB.org, организованного для обмена знаниями в области нанотехнологий, и в частности, для предоставления удобного и быстрого доступа к программным средствам математического моделирования для нанофотоники. В качестве характерных примеров, мы приводим программы, разработанные в нашей группе для проектирования и анализа устройств трансформационной оптики.

PACS numbers: 42.70.-a, 42.79.-e, 78.67.Pt

DOI: 10.3367/UFNr.0181.201101d.0059

# Содержание

- 1. Введение (59).
- 2. Трансформационная оптика (ТО) (60).

 П.В-ТО: векторы, матрицы и уравнения Максвелла. 2.2. Тождество инвариантности уравнений Максвелла. 2.3. Суперлинза.
 4. Плоская гиперлинза. 2.5. Масштабирование.

3. ТО многослойных цилиндрических устройств (63).

3.1. Уточнённая теория эффективной среды. 3.2. Всенаправленные светопоглощающие системы.

 Свободный доступ к результатам и методам исследований ТОустройств (67).

4.1. Нанофотоника на интернет-портале nanoHUB.org. 4.2. Программные средства моделирования гиперлинз. 4.3. Программа PhotonicsCL.

5. Заключение и планы на будущее (68).

Список литературы (70).

# 1. Введение

Метаматериалы (ММ) — это рационально сконструированные искусственные материалы, позволяющие проектировать их физические свойства в соответствии с

A.B. Кильдишев, B.M. Шалаев. Birck Nanotechnology Center School of Electrical and Computer Engineering, Purdue University, West Lafayette 1205 W State Street IN 47907-2057 USA Tel. +1 (765) 496-31-96, +1 (765) 494-98-55 Fax +1 (765) 496-64-43 E-mail: kildishev@purdue.edu, shalaev@purdue.edu

Статья поступила 17 декабря 2010 г.

потребностями практических задач, зачастую далеко переходя за те пределы, которые достижимы у "естественных" материалов (см., например, [1, 2]). Последние успехи целого ряда ведущих групп по разработке оптических ММ предоставляют разработчику беспрецедентную гибкость в управлении световыми потоками как в нано-, так и в макроскопическом масштабе. А недавно возникшая и ставшая возможной благодаря созданию метаматериалов, область трансформационной оптики (ТО), позволяет исследователям бросить свежий взгляд на сами основы оптики и создавать новые направления в науке о свете [3, 4]. Трансформационная оптика, по аналогии с общей теорией относительности, в которой время и пространство искривлены, показывает, что пространство, в котором распространяется свет, может быть изогнуто почти произвольным заранее заданным образом. Что ещё более важно, оптическое метаматериальное пространство можно сконструировать и изготовить, что открывает впечатляющие возможности для управления световым потокам с точностью до нанометров [5].

Целью данной статьи является введение в теорию трансформационной оптики, а также обзор наших последних исследований по разработке оптических метаматериалов и элеметов нанофотоники, выполненных на их основе. Наш обзор сосредоточен на способах преодоления существующих ограничений в работе стандартных оптических и оптоэлектронных устройств путём разработки трёхмерных ММ, спроектированных для управления потоком света с исключительной точностью как в нано-, так и в макромасштабах, для обеспечения новых, более совершенных функциональных возможностей. Такие экстремальные метаматериалы используют совершенно новые теории трансформационной оптики и имеют дело с важными прикладными областями, включающими в себя оптическую маскировку, использование света на масштабах меньше длины волны в первичные преобразователях и датчиках, получение изображений со сверхразрешением, и, наконец, концентрацию и преобразование энергии солнечного света. Одним из самых головокружительных приложений концепции ТО является "плащ-невидимка" для оптической маскировки, который может изгибать свет вокруг себя (наподобие обтекания водой камня в ручье), что делает и сам плащ, и скрытый под плащом объект невидимыми [3, 6-9]. В данной работе мы подробно остановимся на двух других важных приложениях — плоской гиперлинзе и всенаправленном светопоглотителе.

С помощью плоской гиперлинзы можно получать оптическое изображение малых деталей поверхности любого объекта нанометровых размеров, которые нельзя увидеть с помощью обычной оптики [10]. Сделав возможным нанометровое разрешение в оптической микроскопии, такое метаматериальное ТО-устройство сможет сделать видимыми чрезвычайно малые объекты, такие как биологические клетки, вирусы и, возможно, ДНК. Так, добавление метаматеральной гиперлинзы в качестве стандартной приставки к микроскопу может привести к революции в методах получения оптических изображений.

Другими, концептуально схожими с гиперлинзой, примерами приложений ТО являются всенаправленные светоконцентрирующие и светопоглощающие системы, которые могут служить эффективными концентраторами и коллекторами света, например в элементах фотовольтаики, использующих возобновляемую энергию Солнца [10, 11].

Наконец, важным аспектом данной статьи является обзор нашей деятельности в области дистанционного обучения и обмена знаниями с помощью интернет-портала nanoHUB.org — созданного и поддерживаемого на базе ресурсов Сети Вычислительных Нанотехнологий (The Network for Computational Nanotechnology, NCN).

## 2. Трансформационная оптика (ТО)

Трансформационная оптика (ТО) — это новое направление в науке о свете, которое стало возможным благодаря недавним достижениям в области метаматериалов. Согласно принципу Ферма, свет распространяется по траектории, которая минимизирует оптическую длину пути, т.е. интеграл  $\int_{A}^{A'} n(\mathbf{r}) \, \mathrm{d} r$  является стационарным по отношению к варьированию пути АА', или  $\delta \int_{A}^{A} n(\mathbf{r}) d\mathbf{r} = 0$ . Таким образом, создавая сложное пространственное распределение  $n(\mathbf{r})$ , можно желаемым образом искривлять траекторию светового луча, который будет изгибаться, стремясь минимально сократить оптическую длину своего пути. В полуклассической (semiclassical) трансформационной оптике (ПК-ТО) пространственное распределение показателя преломления  $n(\mathbf{r})$  может быть выполнено так, чтобы сделать возможным распространение световых волн не только в обратном направлении (когда  $n(\mathbf{r})$  отрицателен), но и вдоль заданных криволинейных траекторий. Хотя в общем случае методы ПК-ТО подчиняются ограничениям геометрической оптики, во многих случаях только метаматериалы могут обеспечить нужное распределение эффективного показателя преломления.

Теоретические основы трансформационной оптики другого типа строятся на инвариантности уравнений Максвелла относительно координатных преобразований при условии, что основные оптические параметры материалов, а именно тензоры диалектрической проницаемости  $\varepsilon(\mathbf{r})$  и магнитной проницаемости  $\mu(\mathbf{r})$  тоже соответствующим образом преобразуются. Тогда, появляется возможность управлять световыми волнами на любых масштабах, от макроскопического до масштаба намного меньше длины волны. Таким образом, наиболее полный и многосторонний контроль над потоком электромагнитной энергии, так чтобы можно было "искривить" световое пространство почти произвольным образом, возможно получить созданием нужного распределения  $\varepsilon(\mathbf{r})$  и  $\mu(\mathbf{r})$ , т.е. с помощью — как мы будем здесь это называть — полноволновой трансформационной оптики (ПВ-ТО) [3-7, 10, 12-20]. Например, если запретить свету доступ к определённой области пространства и изогнуть световые лучи вокруг этой области, как изгибается вокруг камня в потоке текущая вода, то объект в этой области окажется невидимым. Можно также создать нечто вроде "антиплаща-невидимки", который будет концентрировать свет внутри определённой области, путём концентрации и сбора световых волн со всех направлений в сколь угодно малое пятно [10]. И наконец, можно разработать плоскую увеличивающую гиперлинзу, которая будучи использованной как стандартная приставка к обычным микроскопам, сможет привести к революции в получении световых изображений объектов с нанометровым пространственным разрешением [21].

В следующем разделе мы приводим основные уравнения, которые описывают математический аппарат, используемый трансформационной оптикой. Описание математических основ необходимо здесь для понимания ключевых принципов создания метаматериальных пространств для тонкого и точного манипулирования светом.

#### 2.1. ПВ-ТО: векторы, матрицы и уравнения Максвелла

Общее криволинейное преобразование  $\mathbf{r} = \mathbf{r}(\tilde{\mathbf{r}})$  ставит в соответствие точки виртуального пространства  $\tilde{\mathbf{r}} = (v, \tau, \eta)$  точкам физического (материального) пространства  $\mathbf{r} = (x, y, z)$ . Тройка произвольных некомпланарных базисных векторов  $\mathbf{e}_q = \partial \mathbf{r}/\partial q = \mathbf{r}^{(q)}, \ q = v, \tau, \eta,$ естественным образом определяет единичные векторы системы координат  $\hat{\mathbf{e}}_q = \mathbf{e}_q |\mathbf{e}_q|^{-1}$ , проецируемые из виртуального пространства. Базисные векторные тождества (см., например, [22], с. 27)  $\mathbf{v} = \sum v^q \mathbf{e}_q$  и  $\mathbf{v} = \sum v_q \mathbf{e}^q$ справедливы для любых некомпланарных векторов  $\mathbf{e}_{v}\mathbf{e}_{\tau}\mathbf{e}_{\eta} \neq 0$ , где  $v_{q} = \mathbf{e}_{q}\mathbf{v}$ ,  $v^{q} = \mathbf{e}^{q}\mathbf{v}$ , при  $q = v, \tau, \eta$ . Вектор  $\tilde{\mathbf{v}}$ задаётся с помощью  $\tilde{\mathbf{v}} = \mathbf{j}^{\mathrm{T}} \mathbf{v}$ , где  $\mathbf{j}^{\mathrm{T}}$  есть транспонированная матрица Якоби j. Матрица j и вектор v выражаются, соответственно, через базисные векторы\_и скалярные компоненты  $\mathbf{j} = (\mathbf{e}_{v} \ \mathbf{e}_{\tau} \ \mathbf{e}_{\eta})$  и  $\tilde{\mathbf{v}} = (v_{v} \ v_{\tau} \ v_{\eta})^{\mathrm{T}}$ . Из  $\mathbf{v} = \mathbf{j} \mathbf{v}^{0}$ также следует, что  $\mathbf{v}^{0} = \mathbf{j}^{-1} \mathbf{v}$ , где  $\mathbf{v}^{0} = (v^{v} \ v^{\tau} \ v^{\eta})^{\mathrm{T}}$ . Поскольку детерминант  $|\mathbf{j}|$  равен  $\mathbf{e}_v \mathbf{e}_\tau \mathbf{e}_\eta$  [22], обратные векторы записываются как  $\mathbf{e}^{\nu} = |\mathbf{j}|^{-1} \mathbf{e}_{\tau} \times \mathbf{e}_{\eta}, \ \mathbf{e}^{\tau} =$  $= |\mathbf{j}|^{-1} \mathbf{e}_{\eta} \times \mathbf{e}_{\nu}, \ \mathbf{e}^{\eta} = |\mathbf{j}|^{-1} \mathbf{e}_{\nu} \times \mathbf{e}_{\tau};$  заметим, что  $\mathbf{e}_{p} \mathbf{e}^{q} = \delta_{p}^{q},$ где  $\delta_n^q$  есть дельта-символ Кронекера.

Ротор данного вектора **v** в общей криволинейной системе координат может быть получен из его определе-

ния

$$\mathbf{n} \operatorname{rot} \mathbf{v} = \lim_{\Omega \to 0} \frac{1}{\Omega} \oint_C \mathbf{v} \, \mathrm{d} \mathbf{r}$$

где контур *C* ограничивает малую площадь  $\Omega$ , а **n** — вектор нормали к  $\Omega$ . Таким образом,

$$\operatorname{rot} \mathbf{v} = |\mathbf{j}|^{-1} \left[ (v_{\eta}^{(\tau)} - v_{\tau}^{(\eta)}) \mathbf{e}_{\nu} + (v_{\nu}^{(\eta)} - v_{\eta}^{(\nu)}) \mathbf{e}_{\tau} + (v_{\tau}^{(\nu)} - v_{\nu}^{(\tau)}) \mathbf{e}_{\eta} \right].$$
(1)

#### 2.2. Тождество инвариантности уравнений Максвелла

Чтобы теперь приблизиться к уравнениям Максвелла для роторов, можно определить ещё одно произведение тензора **m** на вектор **u**, как **mu** = rot **v**, а затем преобразовать его в новые компоненты, умножая векторы с обеих сторон на  $\mathbf{j}^{-1}$ ; что даёт  $\mathbf{j}^{-1}\mathbf{m}\mathbf{u} = \mathbf{j}^{-1}$  rot **v**.

Используя идентичные наборы векторных компонент можно получить тождество инвариантности  $|\mathbf{j}|\mathbf{j}^{-1}\mathbf{m}(\mathbf{j}^{\mathrm{T}})^{-1}\mathbf{\tilde{u}} = \mathbf{\tilde{V}} \times \mathbf{\tilde{v}}$ . Чрезвычайно важно, что  $\mathbf{\tilde{V}} \times \mathbf{v}$ теперь ставится в соответствие стандартному ротору в ортогональном базисе с единичными векторами  $\hat{\mathbf{v}}, \hat{\mathbf{\tau}}, \hat{\mathbf{\eta}}, \mathbf{u}$  $\hat{\mathbf{v}} = \hat{\mathbf{\tau}} \times \hat{\mathbf{\eta}}, \mathbf{r}.e.$ 

$$\tilde{\mathbf{\nabla}} \times \tilde{\mathbf{v}} = \begin{vmatrix} \hat{\mathbf{v}} & \hat{\mathbf{\tau}} & \hat{\mathbf{\eta}} \\ \partial_{\nu} & \partial_{\tau} & \partial_{\eta} \\ v_{\nu} & v_{\tau} & v_{\eta} \end{vmatrix}.$$
(2)

И наконец, используя  $\tilde{\mathbf{m}} = |\mathbf{j}|\mathbf{j}^{-1}\mathbf{m}(\mathbf{j}^{\mathrm{T}})^{-1}$ , можно переписать тождество инвариантности как  $\tilde{\mathbf{m}}\tilde{\mathbf{u}} = \tilde{\mathbf{\nabla}} \times \tilde{\mathbf{v}}$ , тогда уравнения Максвелла для роторов  $\mathbf{\nabla} \times \mathbf{E} = -\mu \mathbf{H}^{(t)}$  и  $\mathbf{\nabla} \times \mathbf{H} = \varepsilon \mathbf{E}^{(t)}$  преобразуются в новую пару аналогичных уравнений  $\tilde{\mathbf{\nabla}} \times \tilde{\mathbf{E}} = -\tilde{\mu}\tilde{\mathbf{H}}^{(t)}$  и  $\tilde{\mathbf{\nabla}} \times \tilde{\mathbf{H}} = \tilde{\varepsilon}\tilde{\mathbf{E}}^{(t)}$ , где  $\mathbf{H} = (\mathbf{j}^{\mathrm{T}})^{-1}\tilde{\mathbf{H}}$ ,  $\mathbf{E} = (\mathbf{j}^{\mathrm{T}})^{-1}\tilde{\mathbf{E}}$  и

$$\varepsilon = |\mathbf{j}|^{-1} \mathbf{j} \tilde{\varepsilon} \mathbf{j}^{\mathrm{T}},$$

$$\mu = |\mathbf{j}|^{-1} \mathbf{j} \tilde{\mu} \mathbf{j}^{\mathrm{T}}.$$
(3)

Таким образом, при условии, что электромагнитные свойства физического (материального) пространства удовлетворяют (3), вектор Умова – Пойнтинга  $S = (1/2)(E \times H^*)$  в материальном мире, записанный как

$$\mathbf{S} = |\mathbf{j}|^{-1} \mathbf{j} \mathbf{S} \,, \tag{4}$$

поведёт себя как вектор Умова-Пойнтинга  $\hat{\mathbf{S}} = (1/2)(\tilde{\mathbf{E}} \times \tilde{\mathbf{H}}^*)$  в виртуальном пространстве. Преобразования (3) и (4) решают фундаментальную задачу конструирования (в общем случае неоднородной и анизотропной) материальной среды для желаемого пространственного распределения потока энергии света и, следовательно, для получения необходимых функциональных свойств. Иными словами, чтобы поведение физического вектора Умова-Пойнтинга S соответствовало поведению виртуального вектора Умова-Пойнтинга  $\hat{\mathbf{S}}$ , свойства материала должны удовлетворять уравнениям (3).

# 2.3. Суперлинза

Предположим, например, что желательно получить эмуляцию поведения электромагнитных полей в пространстве с левой системой координат ( $-\hat{\mathbf{v}} = \hat{\mathbf{\tau}} \times \hat{\mathbf{\eta}}$ ,  $-\hat{\mathbf{\tau}} = \hat{\mathbf{\eta}} \times \hat{\mathbf{v}}$ ,  $-\hat{\mathbf{\eta}} = \hat{\mathbf{v}} \times \hat{\mathbf{\tau}}$ ), находящемся по одну из сторон от плоской границы  $\Gamma$ , при помощи метаматериальной среды, расположенной по другую сторону от  $\Gamma$ . Это означало бы, что физические точки проецируются из

виртуальных точек с помощью зеркальной симметрии относительно  $\Gamma$ , т.е. x = -v,  $y = \tau$  и  $z = \eta$ . В результате этого  $\mathbf{j} = \text{diag}(-1, 1, 1)$  и необходимое метаматериальное пространство должно соответствовать идеальному, изотропному, дважды отрицательному (отрицательны и диэлектрическая проницаемость, и магнитная) материалу в линзе Веселаго-Пендри [3, 23-28], т.е.  $\mu = \varepsilon = -\mathbf{i}$  (i есть единичная матрица). Поскольку  $\mathbf{v} = (\mathbf{j}^{\mathrm{T}})^{-1} \tilde{\mathbf{v}}$ , где  $\mathbf{v}$  — это **E**, **H** или **k**, то компоненты векторных полей, перпендикулярные Г, меняют направление на обратное  $(v_x = -\tilde{v}_y)$ , а другие две компоненты остаются неизменными  $(v_v = \tilde{v}_\tau, v_z = \tilde{v}_\eta)$ . В отличие от векторов поля, компоненты псевдовекторов  $\mathbf{S} = |\mathbf{j}|^{-1} \mathbf{j} \mathbf{\hat{S}}$ ведут себя противоположным образом,  $S_x = \tilde{S}_y$ ,  $S_y = -\tilde{S}_{\tau}$  и  $S_z = -\tilde{S}_{\eta}$ , что обеспечивает отрицательное преломление света произвольной поляризации. Дисперсионное соотношение в виртуальном левом пространстве  $(\tilde{k}_{v}^{2} + \tilde{k}_{\tau}^{2} + \tilde{k}_{\eta}^{2} - \tilde{k}_{0}^{2} = 0)$  тождественно дисперсионному соотношению в метаматериальном пространстве,  $-(k_{\nu}^2+k_{\tau}^2+k_{\eta}^2)+k_0^2=0$  и, следовательно, свет в таком метаматериале распространяется так, как если бы он распространялся в пространстве с левой системой координат [29].

## 2.4. Плоская гиперлинза

Параллельный перенос (трансляция) изображения в линзе Веселаго–Пендри напрямую связаны с её толщиной [3, 23, 24, 30, 31], так что для получение большей трансляции желательно было бы растянуть такую "дважды-отрицательную" пластину ( $\tilde{\mu} = \tilde{\epsilon} = -\mathbf{i}$ ) вдоль направления распространения света, т.е. вдоль оси *x*. Модификация свойств метаматериала при масштабировании, x = x(v), приводит к его анизотропии, т.е.  $\epsilon = \mu = -\text{diag}(x', x'^{-1}, x'^{-1})$ , где  $x' = x^{(v)}$ . То есть, к сожалению, такая растянутая суперлинза по-прежнему будет устройством с эзотерическими, дважды-отрицательными, анизотропными свойствами, приводящими к потерям и трудностям при создании нужной дисперсии, и не будет способна увеличивать изображение объекта.

В дополнение к самому важному свойству классической суперлинзы, а именно трансляции эванесцентных мод, в плоской гиперлинзе, можно получить дополнительное увеличение изображения путём "растягивания" обычного однородного пространства вблизи источников ближнего поля [10, 17, 19, 32–35].

Рассмотрим упрощённую двумерную задачу, когда для описания функциональных свойств некоего заданного ТО-устройства берётся почти "нарисованное от руки" семейство траекторий распространения света — приготовленное, например, для проектирования плоской гиперлинзы. Множество таких траекторий можно определить с помощью образующей линии  $y_i = f(x)$ , размноженной в физическом пространстве с помощью функции  $s(\tau)$ , так что

$$y(x,\tau) = s(\tau) f(x).$$
(5)

В общем случае семейство образующих, заданных уравнением (5), можно рассматривать как множество координатных линий некой ортогональной системы координат  $(v, \tau)$ , как показано на рис. 1а. Образующие проецируют свет на входе при x = 0 (например, в точке А) на выходную границу на противоположной стороне линзы x = l (т.е. в точку А"), как показано на рис. 16. Желательно избежать аберраций, поэтому мы выберем прос-





Рис. 1. (а) Образующие линии (красные/штриховые) и соответствующие ортогональные криволинейные координатные линии (голубые и оранжевые). (б) Отображение виртуальной ближнепольной области АА'В'В на материальную область АА"В"В (при масштабировании).

тейшее линейное преобразование

$$s(\tau) = \tau = \frac{y}{f(x)} \,. \tag{6}$$

Теперь, используя фундаментальное тождество ортогональных систем координат

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}y} = -\tau f' = -y \ln' f,\tag{7}$$

можно получить семейство координатных линий x = x(v, y), v = const, ортогональных к семейству (5). В дифференциальном уравнении с разделяющимися переменными (7) f' и ln ' обозначают производные от f(x) и ln (x) по x (для краткости мы опустили аргумент); решение этого уравнения имеет следующий вид

$$\int \frac{\mathrm{d}x}{\ln' f} + \frac{1}{2}y^2 + C = 0.$$
(8)

Чтобы проиллюстрировать этот подход, выберем в качестве примера образующую,  $f = \exp(ax^3 + bx^2 + d)$ , где её логарифмическая производная соответственно равна  $\ln' f = 3ax^2 + 2bx$ . Выбрав конструкционные параметры, т.е. увеличение (m), толщину (l), и масштаб геометрии линзы при  $\tau = 1$  ( $y_0 = \exp d$ ), мы ещё больше ограничиваем класс возможных траекторий, потребовав, чтобы они были ортогональны выходной границе, причём требуемое увеличение остаётся прежним. Следовательно, мы можем написать

$$\begin{cases} f'(l) = 0\\ f(l) = my_0 \end{cases}.$$
(9)

Решив систему (9), мы получаем параметры образующих линий  $a = -2l^{-3} \ln m$  и  $b = 3l^{-2} \ln m$ , а из (8) — ортогональные координатные линии

$$x(x_i, y) = \frac{2bx_i}{\exp(by^2)(3ax_i + 2b) - 3ax_i},$$
 (10)

где постоянная в уравнении определяется с помощью  $C = \ln (3a + 2b/x_i)/(2b)$ , а  $x_i$  обозначает положение на оси x при y = 0.

Соответствующее ортогональное отображение показано на рис. 16. После того, как нужная система ортогональных координатных линий получена, расчёт материального пространства для света становится тривиальным и следует уже обсуждённым общим рецептам (см., например, [3, 10, 15, 17]).

По существу, отображение виртуального пространства АА'В'В в анизотропное метаматериальное пространство АА"В"В определяет распределение материальных свойств оптической среды в плоской увеличивающей гиперлинзе. Любая эванесцентная волна, имеющая при нахождении в исходном виртуальном свободном пространстве ненулевую амплитуду на сегменте А'В', проходя сквозь анизотропную метаматериальную линзу будет отображаться в "растянутую" волну с такой же амплитудой на сегменте А"В". Следовательно, эванесцентные моды будут и переноситься, и увеличиваться. Этот подход может "осовременить" обычное получение изображений объектов с помощью света, сделав достижение нанометрового пространственного разрешения менее сложным.

Нужно отметить, что если расстояния АА' и ВВ' укорачиваются, т.е. исходное виртуальное пространство для света сжимается, необходимые параметры метаматериала становятся более экстремальными. Кроме того, как можно заметить, ортогональная система координат на рис. 1а принадлежит к классу обобщённых ортогональных цилиндрических систем координат, которые образуются путём параллельного переноса координатных линий в плоскости *x*-*y*, в направлении перпендикулярном к этой плоскости. В этом случае для любых координатных преобразований, использующих масштабирование вдоль одной единственной координаты (например, используя *v*-масштабирование сегментов АА' и ВВ' на АА" и ВВ", показанное на рис. 1a, б) сложность ТО-задач для ТЕ или ТМ формулировок заметно снижается.

#### 2.5. Масштабирование

Если двумерный радиус-вектор задать с помощью параметрической векторной функции  $\tilde{\mathbf{r}}(\tilde{v}, \tilde{\tau})$ , а двумерный вектор поля  $\tilde{\mathbf{v}}$  определить как  $\tilde{\mathbf{v}} = \tilde{v}_{\tilde{v}}\hat{\mathbf{e}}_{\tilde{v}} + \tilde{v}_{\tilde{\tau}}\hat{\mathbf{e}}_{\tilde{\tau}}$ , то матрица Якоби, диагональная матрица  $\tilde{\mathbf{s}} = \text{diag}(s_{\tilde{v}}, s_{\tilde{\tau}})$ , будет составлена из метрических коэффициентов равных  $s_{\tilde{v}} = [\tilde{\mathbf{r}}^{(\tilde{v})} \tilde{\mathbf{r}}^{(\tilde{v})}]^{1/2}$  и  $s_{\tilde{\tau}} = [\tilde{\mathbf{r}}^{(\tilde{\tau})} \tilde{\mathbf{r}}^{(\tilde{\tau})}]^{1/2}$ . Мы обозначим  $\partial y / \partial x$ через  $y^{(x)}$  и заметим, что справедливо следующее скалярное волновое уравнение [8]:

$$\left(\tilde{s}_{\tilde{\tau}}\tilde{m}_{\tilde{\tau}}^{-1}\tilde{s}_{\tilde{\nu}}^{-1}\tilde{v}^{(\tilde{\nu})}\right)^{(\tilde{\nu})} + \left(\tilde{s}_{\tilde{\nu}}\tilde{m}_{\tilde{\nu}}^{-1}\tilde{s}_{\tilde{\tau}}^{-1}\tilde{v}^{(\tilde{\tau})}\right)^{(\tilde{\tau})} - \omega^{2}\tilde{m}_{\tilde{z}}|\mathbf{s}|v=0.$$
(11)

Здесь  $\tilde{m}_{\tilde{v}}$  и  $\tilde{m}_{\tilde{\tau}}$  — это компоненты одного из диагональных тензоров свойств материала, т.е. анизотропной магнитной или диэлектрической проницаемости (соответственно для поляризаций ТМ или ТЕ). Скаляр  $\tilde{v}$  — это единственная компонента поперечного поля, т.е. или магнитного поля  $\mathbf{H} = \hat{\mathbf{e}}_z H_z$  (для ТМ), или электрического поля  $\mathbf{E} = \hat{\mathbf{e}}_z E_z$  (для TE). По аналогии с (11) можно записать ещё одно волновое уравнение в новой физической системе координат ( $v, \tau, z$ ):

$$\left(s_{\tau}m_{\tau}^{-1}s_{\nu}^{-1}v^{(\nu)}\right)^{(\nu)} + \left(s_{\nu}m_{\nu}^{-1}s_{\tau}^{-1}v^{(\tau)}\right)^{(\tau)} - \omega^{2}m_{z}|\mathbf{s}|v=0.$$
(12)



**Рис. 2.** (а) Примеры общей ортогональной цилиндрической системы координат. (б) Преобразование областей для цилиндрического устройства оптической маскировки. Изначально бо́льшая (голубая) область, показанная на (б) слева, отображается неким масштабным преобразованием в меньшую кольцевую область, показанную на (б) справа, при этом центральная (чёрная) область становится недоступной для света. И внешняя граница, и пространство за её пределами являются общими для исходной и уменьшенной областей. (в) Преобразование областей для гиперлинзы. Исходная (меньшая) область слева отображается при помощи масштабного преобразования на бо́льшую область справа, причём внутренняя граница и пространство внутри неё являются общими для исходной и увеличенной областей.

Чтобы воспроизвести поведение световых волн, подчиняющихся (12), введём преобразование масштаба по одной координате,  $v = v(\tilde{v})$  (причём  $\tau = \tilde{\tau}, z = \tilde{z}$  и  $v' = v^{(\tilde{v})}$ ). Тогда, чтобы сохранить сходство с (11), приведём уравнение (12) к виду

$$\left( \left[ \frac{1}{\nu'} \frac{s_{\tau} \tilde{m}_{\tau} \tilde{s}_{\tilde{\nu}}}{\tilde{s}_{\tau} m_{\tau} s_{\nu}} \right] \frac{\tilde{s}_{\tilde{\tau}}}{\tilde{m}_{\tau} \tilde{s}_{\tilde{\nu}}} v^{(\tilde{\nu})} \right)^{(\tilde{\nu})} + \left( \left[ \nu' \frac{s_{\nu} \tilde{m}_{\tilde{\nu}} \tilde{s}_{\tilde{\tau}}}{\tilde{s}_{\tilde{\nu}} m_{\nu} s_{\tau}} \right] \frac{\tilde{s}_{\tilde{\nu}}}{\tilde{m}_{\nu} \tilde{s}_{\tilde{\tau}}} v^{(\tilde{\tau})} \right)^{(\tilde{\tau})} - \omega^{2} \left[ \nu' \frac{m_{z} |\mathbf{s}|}{\tilde{m}_{\tilde{z}} |\tilde{\mathbf{s}}|} \right] \tilde{m}_{\tilde{z}} |\tilde{\mathbf{s}}| v = 0.$$
(13)

Мы видим, что (13) полностью идентично (11), при условии, что дроби в квадратных скобках всегда равны единице. Таким образом, чтобы воспроизвести поведение света в виртуальном пространстве (с анизотропными материальными свойствами  $\tilde{m}_{\tilde{v}}$ ,  $\tilde{m}_{\tilde{\tau}}$  и  $\tilde{m}_{\tilde{z}}$ ), необходимо, чтобы ТО-тождества

$$v' \frac{s_{\nu} \tilde{m}_{\tilde{\nu}} \tilde{s}_{\tilde{\tau}}}{\tilde{s}_{\tilde{\nu}} m_{\nu} s_{\tau}} = 1, \qquad \frac{1}{\nu'} \frac{s_{\tau} \tilde{m}_{\tilde{\tau}} \tilde{s}_{\tilde{\nu}}}{\tilde{s}_{\tilde{\tau}} m_{\tau} s_{\nu}} = 1, \qquad v' \frac{m_z |\mathbf{s}|}{\tilde{m}_{\tilde{z}} |\tilde{\mathbf{s}}|} = 1$$
(14)

были справедливы в новом метаматериальном пространстве  $(m_{\nu}, m_{\tau} \text{ и } m_z)$  [3].

То есть, если виртуальное свободное пространство  $(\tilde{m}_{\tilde{v}} = \tilde{m}_{\tilde{z}} = \tilde{m}_{\tilde{z}} = 1)$  растягивается или сжимается, мы имеем

$$\varepsilon_{\nu} = \nu' \frac{s_{\nu} \tilde{s}_{\tau}}{\tilde{s}_{\nu} s_{\tau}}, \qquad \varepsilon_{\tau} = \varepsilon_{\nu}^{-1}, \qquad \mu_{z} = \frac{|\tilde{\mathbf{s}}|}{\nu' |\mathbf{s}|}$$
(15)  
(**H** =  $\hat{\mathbf{e}}_{z} H_{z}$ , **B** случае **TM**),

$$\mu_{\nu} = \nu' \frac{s_{\nu} \tilde{s}_{\tau}}{\tilde{s}_{\nu} s_{\tau}}, \qquad \mu_{\tau} = \mu_{\nu}^{-1}, \qquad \varepsilon_{z} = \frac{|\tilde{\mathbf{s}}|}{\nu' |\mathbf{s}|}$$
(16)  
$$(\mathbf{E} = \hat{\mathbf{e}}_{z} E_{z}, \ \mathbf{B} \ \mathrm{cnyyae} \ \mathrm{TE}).$$

Приведённые выше тождества задают законы необходимого пространственного распределения материальных свойств, которые легко воспроизвести и в нецилиндрических трёхмерных ортогональных криволинейных координатах и которые справедливы далеко за пределами самых первых разработок по оптической маскировке — "оптическому клокингу" [6, 36–40]. Следовательно, конструирование нового анизотропного, сплошного метаматериального пространства, реализующего необходимое поведение световой волны полностью эквивалентного поведению световых волн в виртуальном свободном пространстве, осуществляется с помощью уравнений (15) и (16). Таким образом, масштабирование, которое "растягивает" первоначально малую виртуальную область в бо́льшую материальную область, имеет отношение к получению изображений и к светоконцентраторам [10, 34]; в отличие от этого, типичные приложения по оптической маскировке ("клокингу") требуют масштабирования, которое сжимает исходно большее пространство и образует пустоты; эти пустоты исключаются из исходной виртуальной области и поэтому недоступны для световых волн. В обоих этих типах приложений исходное виртуальное пространство имеет на входе тот же световой сигнал, что и физическое (метаматериальное) пространство. На рисунке 2 представлены примеры различных преобразований масштаба.

ПВ-ТО-устройства, основанные на методе масштабирования (например, оптическая маскировка и гиперлинзы), имеют казалось бы неизбежный порок — несогласованность импедансов (а следовательно, и проявление нежелательных отражений). В действительности же, поскольку простейшие линейные функции отображения  $v(\tilde{v})$ обычно предпочтительны в связи с большей лёгкостью создания материала, то для них нам вначале удалось минимизировать потери на отражение с помощью согласования импедансов либо на входной или на выходной границе. Мы показали, что оптимизированная конструкция немагнитной гиперлинзы с согласованными импедансами приводит к хорошим результатам [34]. Параллельно с этим для другой конструкции ТО-устройства, показанного в работе [41], мы предложили использовать специальный тип гладкого масштабирующего преобразования высокого порядка, что обеспечило согласование импедансов на внешней границе устойства для оптической маскировки и полностью устранило нежелательное рассеяние в пределах геометрической оптики. В этой работе удалось значительно ослабить поле рассеянное от немагнитного цилиндрического оптического клокинг-устройства, использующего оптимальное квадратичное преобразование, по сравнению с подобным же устройством, но использующим линейное преобразование.

# 3. ТО многослойных цилиндрических устройств

Теоретически, ПВ-ТО-устройства со всеми их восхитительными свойствами можно создавать с помощью



**Рис. 3.** Цилиндрическая многослойная гиперлинза. (а) Геометрия круговых цилиндрических слоёв. Пять пробных источников, разделённых зазорами с шириной меньше длины волны. (б) Излучение в свободном пространстве (вставка показывает увеличенное изображение источников). (в) Те же источники, увеличенные с помощью гиперлинзы.

трёхмерных оптических метаматериалов, разработанных для предельного контроля над световым потоком, как в нанометровом, так и в микронном масштабе. Однако реализация трёхмерных TO-устройств требует разработки более изощрённых методов изготовления сложных композитных металлодиэлектрических наноструктур из конструктивных элементов или слоёв с размерами значительно меньше рабочей длины волны. Вдобавок к трудностям, связанным с геометрией и с необходимостью изготавливать структурные элементы существенно меньше длины волны, качество изготовленных структур (например, точность соблюдения размеров и поверхностную шероховатость) следует тщательно оптимизировать, чтобы обеспечить необходимые функциональные показатели пробных TO-устройств.

Имеющиеся на сегодня методы производства в основном используют планарные технологии, т.е. изготавливаемые наноструктуры либо в основном плоские, либо отношение высоты к ширине у них очень небольшое. Современные методы нанофабрикации, как правило, рассчитаны на структуры с весьма простой ортогональной трехмерной геометрией, и очень редко, на трёхмерные структуры со сложным профилем. Однако производство ТО-устройств требует умения изготавливать структуры со сложной геометрией и искривлёнными границами раздела сред, со слоями, сходящими на нет, и слоями, градиентными как по составу, так и по толщине. Удовлетворить этим требованиям, располагая только стандартными технологиями, очень непросто. Поэтому неудивительно, что самые первые попытки конструирования и изготовления ТО-устройств для получения изображений и датчиков ограничивались устройствами с простейшей цилиндрической симметрией и цилиндрической или плоской многослойной геометрией [42].

В разделе 3.1 мы даём обзор важных корректирующих поправок к принципам расчёта круговых слоистых плоских структур при использовании теории эффективных сред для усреднённых по объёму двойных слоёв. Предложенный подход используется также в наших программных средствах моделирования, описанных в разделе 4.2.

#### 3.1. Уточнённая теория эффективной среды

На практике при расчёте даже самых простых пространств из искусственных материалов гладкое идеальное распределение параметров анизотропии материала аппроксимируется комбинацией ограниченного числа исходных материалов. В типичном случае для получения желаемых эффективных свойств берётся двойной (бинарный) слой толщиной много меньше длины волны, составленный из двух различных дисперсионных или недисперсионных исходных материалов. Пример таких слоёв изображен на рис. За, где приведена концентрическая многослойная структура цилиндрической гиперлинзы с разрешением меньше длины волны. В работе [43] мы показали, что эффективные свойства материала с бинарной цилиндрической структурой невозможно достаточно хорошо аппроксимировать с помощью классической анизотропной диэлектрической проницаемости, полученной для плоской слоистой структуры,

$$\varepsilon_{\rho,l}^{-1} = \frac{\varepsilon_l^{-1} t_l + \varepsilon_{l+1}^{-1} t_{l+1}}{t_l + t_{l+1}} , \qquad \varepsilon_{\phi,l} = \frac{\varepsilon_l t_l + \varepsilon_{l+1} t_{l+1}}{t_l + t_{l+1}}$$
(17)

и что гораздо лучше будет работать следующее приближение:

$$\varepsilon_{\rho,l}^{-1} \ln \frac{\rho_{l+2}}{\rho_l} = \varepsilon_l^{-1} \ln \frac{\rho_{l+1}}{\rho_l} + \varepsilon_{l+1}^{-1} \ln \frac{\rho_{l+2}}{\rho_{l+1}} , \qquad (18)$$
$$\varepsilon_{\phi,l} \ln \frac{\rho_{l+2}}{\rho_l} = \varepsilon_l \ln \frac{\rho_{l+1}}{\rho_l} + \varepsilon_{l+1} \ln \frac{\rho_{l+2}}{\rho_{l+1}} ,$$

где входящие в (17) и (18)  $t_l$ ,  $t_{l+1}$  и  $\varepsilon_l$ ,  $\varepsilon_{l+1}$  означают толщину и изотропные диэлектрические функции двух соседних слоёв с радиусами, соответственно,  $\rho_l$ ,  $\rho_{l+1}$  и  $\rho_{l+1}, \rho_{l+2} \ (t_l = \rho_{l+1} - \rho_l, t_{l+1} = \rho_{l+2} - \rho_{l+1}).$ Поскольку  $\ln(1+x) \approx x + O(x^2)$ , то для очень тонких слоёв уравнение (18) вырождается в привычное выражение для эффективной диэлектрической постоянной планарной слоистой структуры (17). Было важно определить, которая из двух формулировок эффективной среды — (17) или (18) — обеспечивает лучшие показатели для заданной бинарной круговой гиперлинзы одной и той же толщины. Оказалось, что для выбранного интервала конструктивных параметров, линза с равномерным распределением слоёв (линза А) всегда обеспечивает худшее разрешение, чем линза с неоднородным распределением слоёв (линза В), при условии, что число слоёв и суммарная толщина слоёв для обеих линз одинаковы. Рисунок 4 иллюстрирует характерный пример такого наблюдения, где на рис. 4а представлено общее для всех испытаний распределение амплитуды магнитного поля на входной границе с внутренним радиусом  $\rho_0$ . На рис. 46 приведено сравнение неоднородного распределения радиусов границ раздела слоёв  $\rho_l$  с однородным распределением; в этом примере было принято, что  $l_{\text{max}} = 34$ . Рисунки 4в-е показывают, что линза с равномерно распределёнными слоями (линза А) не может передать увеличенное тестовое изображение для  $l_{\text{max}} = 31, 32$  даже при использова-



**Рис. 4.** (а) Входная интенсивность магнитного поля, заданная на внутреннем радиусе  $\rho_0$  и используемая для всех тестов. (б) Сопоставление неоднородного распределения  $\rho_l$ , полученного из уравнения (18) для линзы В, и однородного распределения  $\rho_l$ , полученного из уравнения (17) для линзы А, при  $l_{max} = 34$ . (в – е) Сравнение выходного изображения, полученного на выходе линзы А, с изображением на выходе линзы В. (в) Линза А образована 31-м слоем с начальной последовательностью слоёв — SiC – ZnSe. (г) Линза А образована 32-мя слоями; начальная последовательность слоёв — ZnSe – SiC. (д) и (е) то же, что (в) и (г), но для линзы В.



**Рис. 5.** (а) Аналитическая модель пучка света, полностью захваченного светопоглотителем. Другой пучок проходит ниже и устройством не захватывается. (б, в) Схематическое поперечное сечение светоконцентраторов, изготовленных исключительно из диэлектриков. Центральное ядро изготовлено из однородного поглощающего материала, а внешняя оболочка выполнена из диэлектрического оптического материала с радиально-градиентным показателем преломления: (б) сферическая конструкция, (в) цилиндрическая конструкция.

нии наилучшей по эффективности последовательности бинарных слоёв (SiC – ZnSe, для  $l_{max} = 31$  и ZnSe – SiC для  $l_{max} = 32$ ). Для сравнения, рис. 4д и рис. 4е показывают, что линза В с тем же самым числом неравномерно распределённых слоёв работает гораздо лучше.

За последние несколько лет для плоских слоистых структур с толщиной слоёв меньше длины волны была предложена нелокальная коррекция квазистатических методов гомогенизации анизотропных материалов (см., например, [44]), надеемся, что наша работа позволит ввести нелокальную коррекцию и для цилиндрических систем.

Плоские гиперлинзы, описанные выше в разделе 2.4, и другие версии гиперлинз, представленные в [10, 32, 34, 42, 45], позволяют увеличивать изображения объектов, значительно меньших длины волны, до размеров, преодолевающих дифракционный предел, и таким образом, детали таких объектов можно видеть обычными оптическими средствами.

Ясно, что обращение процесса получения изображения с помощью увеличивающей гиперлинзы (т.е. посылая свет с другой стороны гиперлинзы) представляет собой эффективный метод концентрации света в пятно, много меньшее длины волны. Этот подход, который имеет особенно большое значение для микролинз, позволит собирать свет для широкого дипазона углов падения и существенно локализовать этот свет в объёмах нанометрового масштаба.

#### 3.2. Всенаправленные светопоглощающие системы

Среди возможных разновидностей светопоглощающих устройств всенаправленный светопоглотитель или оптическая "чёрная дыра" представляет отдельный интерес [11, 46, 47]. Во-первых, линзу такого ТО-устройства можно полностью изготовить из диэлектриков, без использования металлических элементов с их неизбежными потерями, связанными с поглощением света свободными зарядами. Кроме того, работа этого устройства не основана на резонансах или анизотропии материалов, что позволяет достичь полного всенаправленного поглощения энергии света в широком спектральном диапазоне. В частности, одной из ключевых проблем преобразования солнечной энергии является довольно низкая концентрация и рассеяние энергии Солнца в окружающем пространстве. Чтобы собирать максимально возможное количество света, любое современное устройство преобразования солнечной энергии должно быть оптимально ориентировано по отношению к Солнцу; обычно такие устройства не могут собирать свет, отражённый от земли или других объектов в условиях городского или природного ландшафта. Одним из возможных подходов к решению этой проблемы, особенно для применения в солнечных батареях небольшой мощности, становится использование всенаправленных светопоглотителей. Такие устройства могут стать критическими для мобильных или стационарных маломощных систем питания, а также для систем типа "drop-and-forget", т.е. необслуживаемых устройств связи, датчиков и систем сбора информации.

На рисунке 5а показан пучок света, полностью захваченный светопоглотителем, и пучок, проходящий ниже устройства. Рисунок 56, в демонстрирует две возможных конструкции светоконцентратора со сферической или цилиндрической геометрией. Сердцевина сферического или цилиндрического устройства выполняется из однородного поглощающего материала, а её внешняя оболочка — полностью диэлектрическая, с радиальным градиентом показателя преломления, т.е. для её изготовления требуется радиальное (например послойное) изменение состава материала оболочки. Поэтому для производства таких структур нужны не только непланарные технологии, но и тонкое управление составом структурных элементов. Достичь подобного уровня управления чрезвычайно трудно даже в наилучших планарных технологиях. В связи с этим нестандартная технология изготовления, дополняющая существующие методы, оказывается ключевым элементом при создании ТО-устройств. Изготовление ТО-устройств требует специального оборудования и специальных нанотехнологических методов, которые могли бы обеспечить хороший контроль над процессом изготовления, а также технологическую гибкость при изготовлении пробных образцов различной геометрии, необходимых для поисковых исследований.

Чтобы продемонстрировать различие между концепциями ПК-ТО и ПВ-ТО, мы кратко приведём основы полуклассической теории всенаправленных светоконцентраторов. Вывод не использует инвариантность уравнений Максвелла и слегка отличается от нашего прежнего обсуждения, приведённого в [46].

Принцип Ферма утверждает, что свет при распространении всегда минимизирует оптическую длину пути, т.е. свет от точки A к точке B пойдёт по такой траектории  $\gamma(A, B)$ , для которой интеграл  $F(\gamma) = \int_{\gamma(A,B)} n \, d\gamma$  минимален. Рассмотрим случай кругового цилиндра, в котором n(r) зависит только от радиуса r. Траектории световых лучей запишем в цилиндрических координатах  $r\hat{\mathbf{e}}_r + \phi(r)\hat{\mathbf{e}}_{\phi}$  (где  $x = r\cos\phi$ ,  $y = r\sin\phi$ ), выбрав r в качестве независимого параметра кривой. В этом случае элемент длины равен  $(1 + r^2 \phi'^2)^{1/2} dr$ , и оптическая длина пути имеет вид

$$F(r,\phi,\phi') = \int_{r_A}^{r_B} f \, \mathrm{d}r \,, \quad f = n(r)\sqrt{1 + r^2 \phi'^{\phi}} \,. \tag{19}$$

Запишем необходимое условие экстремума оптической длины пути, приравнивая производную от функционала к нулю:

$$\frac{\partial F}{\partial \phi} = \int_{r_A}^{r_B} \frac{\partial f}{\partial \phi} \, \mathrm{d}r = 0 \,. \tag{20}$$

Соотношение выполняется для любых *r<sub>A</sub>*, *r<sub>B</sub>*, что, с учётом непрерывности функций, влечёт равенство нулю

подынтегральной функции

$$0 = \frac{\partial f}{\partial \phi} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r} \left[ \frac{\partial f}{\partial \phi'} \right] = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r} \left[ \frac{n(r)r^2 \phi'}{\sqrt{1 + r^2 {\phi'}^2}} \right].$$
(21)

Уравнение (21) требует, чтобы  $\partial f/\partial \phi' = c_0$ , где  $c_0$  — это константа, определяемая направлением и положением в пространстве падающего светового луча,

$$c_0 = \frac{n(r)r^2\phi'}{\sqrt{1 + r^2\phi'^2}}.$$
 (22)

Вспомним теперь, что в полярных координатах угол  $\varphi$  между касательной к кривой и радиусом-вектором в любой точке  $(r, \phi)$  равен  $\varphi = \tan^{-1} (r\phi')$ . Тогда (22) можно переписать в виде

$$c_0 = n(r)r\sin\varphi\,,\tag{23}$$

что даёт закон Снелла (Снеллиуса) для любой точки внутри цилиндрической линзы с радиальным градиентом коэффициента преломления п.

Будем считать, что падающий из однородной среды луч параллелен оси x ( $\varphi_0 = \phi_0$ ), тогда  $c_0$  определяется положением падающего луча по оси ординат  $y_0 = r_s \sin \phi_0$  и значением диэлектрической проницаемости однородной среды  $\varepsilon_s = n^2(r_s)$ 

$$c_0^2 = \varepsilon_{\rm s} y_0^2 \,. \tag{24}$$

Тогда уравнение (22) примет вид

$$\phi' = \left(r\sqrt{\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{\rm s}}\frac{r^2}{y_0^2} - 1}\right)^{-1}.$$
(25)

Если радиальная зависимость диэлектрической проницаемости задана уравнением  $\varepsilon(r) = \varepsilon_{\rm s}(r_{\rm s}/r)^p$ , мы получаем следующие траектории

$$\phi(\tilde{r}) = \phi_0 - \sin \phi_0 \int_1^{\tilde{r}} \tilde{r}^{-1} (\tilde{r}^{2-p} - \sin^2 \phi_0)^{-1/2} \,\mathrm{d}\tilde{r}\,,\qquad(26)$$

где  $\tilde{r} = r/r_{\rm s}$ . Для p = 2 выражение принимает простой вид  $\phi = \phi_0 - \ln \tilde{r} \tan \phi_0$ , или

$$r(\phi) = r_{\rm s} \exp\left[\cot\phi_0\left(\phi_0 - \phi\right)\right]. \tag{27}$$

Для общего случая  $p \neq 2$  выполним замену переменной интегрирования  $\xi = \tilde{r}^{(2-p)/2}$ , тогда

$$\phi(\xi) = \phi_0 - \frac{2}{2-p} \sin \phi_0 \int_1^{\xi} \frac{d\xi}{\xi \sqrt{\xi^2 - \sin^2 \phi_0}} \,. \tag{28}$$

Далее, вычисляя интеграл

$$\int \frac{\mathrm{d}x}{x\sqrt{x^2 - a^2}} = |a|^{-1} \tan^{-1} \frac{|a|}{\sqrt{x^2 - a^2}} \,,$$

получаем

$$\phi(\xi) = \phi_p + \frac{2}{2-p} \operatorname{sgn}(\sin \phi_0) \times \\ \times \tan^{-1} \left( |\sin \phi_0| (\xi^2 - \sin^2 \phi_0)^{-1/2} \right)$$

где

$$\phi_p = \phi_0 \left( 1 - \frac{2}{2-p} \operatorname{sgn} \left( \sin \phi_0 \right) \right),$$



**Рис. 6.** (а) Пучок света падает на устройство при  $\phi_0 = 3\pi/4$ , траектория пучка показана для случая p = 2. (б) Сопоставление траекторий для  $\phi_0 = 0.55\pi$ , p = 2 (оранжевая/сплошная кривая) с траекторией для случая p = 3 (красная/штриховая кривая).



**Рис. 7.** Траектория светового пучка, падающего на устройство при  $\phi_0 = 0.55\pi$ , (а) p = 1.98, пучок совершает примерно 10 оборотов на  $180^\circ$ ; (б) p = 1.99, пучок совершает 20 оборотов.

или

$$r(\phi) = r_{\rm s} \left( \sin^2 \phi_0 \csc^2 \left[ \frac{2-p}{2} (\phi_p - \phi) \right] \right)^{1/(2-p)}.$$
 (29)

С помощью полученных выражений можно анализировать ход лучей в устройствах с радиальной зависимостью диэлектрической проницаемости вида  $\varepsilon(r) = \varepsilon_s (r_s/r)^p$ . Как показано на рис. ба, б, если  $p \ge 2$ , то цилиндрическое устройство захватывает любой падающий на него световой луч, подобно чёрной дыре. Если же p < 2, то, как это показано на рис. 7а, б, лучам, падающим на устройство, после некоторого порой достаточно большого числа оборотов всё-таки удаётся покинуть эту "световую ловушку".

# 4. Свободный доступ к результатам и методам исследований ТО-устройств

Предоставление свободного доступа к результатам исследований и соответствующих программных средств численного моделирования является неотъемлемой частью нашей работы. Ниже мы расскажем о нашей деятельности в этом направлении. В дополнение к обычным публикациям, докладам на конференциях и семинарах, мы организовываем распространение знаний в более широком сообществе учёных, инженеров, работников системы образования, студентов и других пользователей сети, с помощью интернет-портала www. nanoHUB.org, который поддерживается Сетью для Вычислительных Нанотехнологий (СВН), с главным офисом в нашем университете (the Network for Computational Nanotechnologies — NCN, Purdue University). Результаты исследований по оптическим метаматериалам переносятся в образовательные ресурсы — учебные пособия, образовательные модули, полные курсы и программные средства для моделирования. Последние являются не только предоставляемой в дополнение к традиционным курсам эффективной формой интерактивного обучения, но и полезным инструментом для научных исследований. Все программные средства являются бесплатными для зарегистрированных пользователей и имеют удобный графический веб-интерфейс.

#### 4.1. Нанофотоника на интернет-портале nanoHUB.org

Для организации востребованного и удобного многопользовательского интернет-ресурса, специализирующегося на потребностях научного направления — нанофотоники, уже сегодня доступны многие необходимые средства. Во-первых, интенсивно развивается само научное направление, например, из последних достижений можно выделить работы по созданию активных оптических метаматериалов, которые позволяют компенсировать потери в металлических элементах [48, 49]. Вовторых, достаточно развиты численные методы для расчёта электромагнитных полей в наноструктурированных средах как в частотной, так и во временной областях. В-третьих, для вычислительно трудоёмких задач, нередко возникающих из-за наличия сложной наноструктуры материала, хорошо развиты программные средства для проведения распределённых и параллельных вычислений на многопроцессорных вычислительных комплексах. Наконец, благодаря возможностям платформы HUBzero, разработанной в Purdue University, а также благодаря ресурсной базе и технической поддержке NCN стал возможным проект создания интернет-портала или "хаба" (hub), специализирующегося на интернет-публикациях и обмене знаний в области нанотехнологий.

Портал nanoHUB.org предоставляет не только свободный доступ к учебным материалам (так, например, на настоящий момент пользователями со всего мира выполнено более 20000 просмотров видеокурса В.М. Шалаева "Нанофотоника и метаматериалы"), но и к программам для численного моделирования, в том числе требующих параллельных и распределённых вычислений. Вне зависимости от сложности исполняемых программ, программные средства нанофотоники в среде nanoHUB поддерживают полноценную "облачную организацию работы" (cloud computing), не привязанную к заданному сайту, не требующую инсталляции программы и не зависящую от типа оборудования, с которого производится запрос. Для успешного использования такого сервиса требуется лишь доступ к интернету, один из совместимых веб-браузеров, а также встроенная поддержка языка Java. Большинство наших программных средств сопровождается обучающими видеоматериалами, так что при первом использовании этих инструментов необходимы только самые начальные навыки.

Нашей основной целью, как разработчиков, является создание серии программных инструментов для нанофотоники, сочетающих интуитивные и простые в использовании, кросс-платформенные интерфейсы единого стандарта с удобным многопользовательским доступом к сессиям, запущенным активно или в фоновом режиме, и исполняемым практически в реальном времени. При этом мы стремимся сделать программные средства наиболее однородными в смысле интерфейсов, а также общих процедур пре- и пост-обработки данных, таких как ввод геометрии и оптических свойств конструктивных элементов или представление результатов моделирования.

На данный момент нами разработан следующий комплекс программ, доступный на nanoHUB: программа и база данных для аппроксимации частотной дисперсии оптических свойств различных материалов (PhotonicsDB), конструктор и вычислительное ядро для моделирования гиперлинз (Hyperlens Layer Designer и Hyperlens Design Solver), а также программы для конструирования и моделирования следующих устройств: плоских многослойных фотонных кристаллов и неотражающих покрытий (PhotonicsRT), двумерных периодических материалов для нанофотоники и плазмоники (PhotonicsSHA-2D), цилиндрических линз трансформационной оптики (PhotonicsCL). Наши программные средства уже заинтересовали более 880 пользователей, а суммарное количество запущенных ими вычислительных сессий на сегодняшний день превысило 12290.

Далее, мы подробнее расскажем о программных средствах, отвечающих возрастающей необходимости в эффективном численном моделировании следующих ТОустройств — цилиндрической многослойной гиперлинзы и оптической чёрной дыры, которые уже обсуждались в разделе 3.

#### 4.2. Программные средства моделирования гиперлинз

Гиперлинза (см. также раздел 4.3) — это увеличивающая оптическая линза, способная преодолеть дифракционный предел благодаря использованию гиперболического дисперсионного соотношения внутри специально сконструированной плазмонной структуры [45, 50–52]. Для моделирования гиперлинз разработаны конструктор [53] и вычислительное ядро для расчета электромагнитных полей [54] (Hyperlens Design Solver и Hyperlens Layer Designer).

Конструктор многослойных гиперлинз позволяет пользователям быстро создавать проект гиперлинзы и сохранять его для последующего использования в вычислительном ядре. Наряду с инструментами создания и редактирования проекта, пользователю предоставлены возможности импорта/экспорта проектов, а также выбора из готовых демонстрационных проектов. Для моделирования гиперлинзы готовый проект нужно импортировать в вычислительное ядро, которое и выводит результаты расчётов распределения интенсивности поля и другие характеристики. Используя эти два программных инструмента, пользователи могут экспериментировать с различными вариантами слоёв и провести оптимизацию нужных параметров для окончательного этапа по изготовлению опытного образца.

Собственно гиперлинза, проектирование которой можно выполнять с помошью конструктора, представляет собой многослойный круговой цилиндр, как показано на рис. За. Оси концентрических слоев совпадают с осью г цилиндрической системы координат. Точечные источники для оценки качества работы системы размещаются во внутреннем цилиндре. Число источников и расстояние между ними является изменяемыми параметрами. На рисунке 8 показан пользовательский интерфейс вычислительного ядра для моделирования гиперлинз. Представленная на рисунке гиперлинза состоит из 35-ти чередующихся цилиндрических слоёв фторида кальция и серебра; толщина этих слоёв постепенно увеличивается, оставаясь меньше длины волны, как показано на панели слева. Внутри гиперлинзы помещены два точечных источника, разделённые четвертью длины волны. На правой панели показаны результаты моделирования, которые демонстрируют, что изображение от двух источников света устройство увеличило,



Рис. 8. Интерфейс пользователя Hyperlens Design Solver.

хотя расстояние между ними меньше дифракционного предела. Заметим, что масштаб изображения на внешней поверхности гиперлинзы намного больше, чем расстояние между источниками. В частности, детали изображения на выходе можно сделать больше, чем длина волны падающего света и для дальнейшего увеличения использовать обычную оптику. В работе [43] выполнен подробный анализ различных проектов гиперлинз, выполненный с помощью данного инструмента.

### 4.3. Программа PhotonicsCL

PhotonicsCL [55] также используется для проектирования и моделирования круговых цилиндрических многослойных линз, описанных в предыдущем разделе (см. рис. 8), однако обладает большими функциональными возможностями. Во-первых, спроектированная многослойная цилиндрическая структура может служить кусочнопостоянным приближением для целого ряда оптических устройств с непрерывным распределением материальных постоянных, например, линзы Итона, линзы Люнеберга и устройств типа "оптическая чёрная дыра" (т.е. всенаправленных поглотителей и светоконцентраторов [47, 56, 57]). Кроме того, эта программа может непосредственно моделировать идеальные оптические "чёрные дыры". Во-вторых, это программное средство позволяет вводить различные типы источников света, включая плоские волны и гауссовы пучки. При создании проекта устройства конструктор позволяет использовать базу данных материалов PhotonicsDB, а также задавать оптические константы вручную.

Рисунок 9а показывает пользовательский интерфейс программы PhotonicsCL при конструировании одного из устройств. На рисунке 9б показан пример расчёта амплитуды поля для многослойной оптической "чёрной дыры". Падающий слева фокусированный гауссов пучок захватывается устройством и полностью поглощается в ядре. Примеры анализа дискретно-слоистых аналогов линзы Итона, и линзы Люнеберга показаны на рис. 9в, г.

## 5. Заключение и планы на будущее

Разделы 2, 3 дают краткий обзор основных положений трансформационной оптики, которые используются для проектирования метаматериалов, и новых критических ТО-устройств. Как бы фантастически это не звучало, но общую теорию относительности можно действительно использовать на практике в целом ряде новых оптических устройств, основанных на трансформационной оптике, поскольку с помощью метаматериалов пространство для рапространения света можно изгибать а

Input Output





**Рис.** 9. Интерфейс пользователя PhotonicsCL: входная панель (a), панель вывода результатов после моделирования многослойной светопоглощающей системы (б), (в, г) примеры результатов расчёта при моделировании линз Люнеберга (в) и Итона (г).

заранее заданным и хорошо управляемым способом. Предложенные устройства манипулирования светом плоские гиперлинзы и всенаправленные светопоглотители и концентраторы, можно использовать для совершенно новых первичных измерительных преобразователей, оптической нанофабрикации, получения изображений с разрешением в нанометровом масштабе, а также для маломощных солнечных батарей в необслуживаемых приборах и системах связи.

Хотя теоретические аспекты ТО-устройств и методы конструирования желаемых пространств метаматериалов для света имеют несомненную важность, главные проблемы для разработчиков лежат в области удовлетворения высоких требований к качеству нанофабрикации и в ограниченном выборе доступных исходных плазмонных материалов.

Одной из труднейших задач при использовании ТОустройств и плазмонных компонентов является преодоление значительных потерь в металлических конструктивных элементах. В настоящее время самым распространённым решением проблемы потерь в металло-диэлектрических структурах является использование сред с высоким оптическим усилением в качестве диэлектрика, таким образом, усиление в диэлектрике частично или полностью компенсирует потери в плазмонных элементах. Недавно было показано, что энергия может передаваться из материала с усилением к поверхностным плазмонным поляритонам или к плазмонам в металлических наноструктурах с помощью стимулированной эмиссии. Идея использования усиливающих сред для компенсации потерь в распространяющихся поверхностных плазмон-поляритонах рассматривалась в работах [58-60], а компенсация потерь потерь в локализованных поверхностных плазмонах представлена например в [61]. Использование оптического усиления для компенсации потерь в метаматериалах с отрицательным показателем преломления (МОПП) было впервые предложено Рамакришной и Пендри [12]. Такой подход уже дал первые многообещающие экспериментальные результаты [62-66], в частности, в результате сотрудничества трёх американских университетов (Cornell-NSU-Purdue) был продемонстрирован самый маленький в мире лазер [67], а кульминацией стала совсем недавняя экспериментальная демонстрация активного МОПП, созданного нашей группой [48]. Альтернативный подход основан на использовании ТО-устройств с новыми, неметаллическими плазмонными компонентами с низкими потерями, таких как, например, сильно легированные прозрачные проводящие оксиды и интерметаллические соединения; в настоящий момент этот подход разрабатывается группой А. Болтасёвой (A. Boltasseva, Purdue) [68, 69].

Наши исследования тесно связаны с общими инициативами в области образования и освоения новых технологий. Разработанные нашей группой передовые методы нанофабрикации, оптической характеризации и моделирования исключительно полезны при обучении студентов самым современным нанотехнологиям, нанофотонике, науке о метаматериалах, полномасштабному численному моделированию и "облачным" вычислительным технологиям. В этой статье мы также описали папо-HUB.org — мощный научный и образовательный интернет-ресурс, организованный сообществом людей, профессионально занимающихся нанотехнологиями. Мы привели обзор наших программных средств для нанофотоники [53–55, 70–72], которые доступны на сайте папоHUB и предоставляются пользователям бесплатно.

Нами движет уверенность, что наши текущие и будущие исследования в области науки об оптических метаматериалах, включающие как современные методы разработки и изготовления ТО-устройств, так и программные средства для их моделирования, окажутся черезвычайно полезными для достижения желаемого уровня точности манипулирования светом в будущих устройствах обработки информации, оптических измерительных преобразователях для медицины и биомедицинских приборов, устройствах фотовольтаики, и других приложениях.

Благодарности. Финансовая поддержка была частично обеспечена грантом ARO W911NF-04-1-0350, премией ARO-MURI 50342-PH-MUR, и грантом N00014-10-1-0942. Мы бы также хотели упомянуть предоставленные СВН вычислительные мощности и программное обеспечение, а также полезные обсуждения с Е.Е. Наримановым. Мы также благодарны Л.Ю. Прокопьевой за помощь в подготовке русской версии статьи.

#### Список литературы

- Shalaev V M et al. Opt. Lett. 30 3356 (2005) 1.
- Shalaev V M Nature Photon. 1 41 (2007) 2.
- 3. Pendry J B, Schurig D, Smith D R Science 312 1780 (2006)
- Leonhardt U Science 312 1777 (2006) 4.
- Shalaev V M Science 322 384 (2008) 5.
- Долин Л С Изв. вузов. Радиофизика 4 964 (1961) 6.
- Leonhardt U New J. Phys. 8 118 (2006) 7.
- Kildishev A V, Cai W, Chettiar U K, Shalaev V M New J. Phys. 10 8. 115029 (2008)
- 9. Cai W. Chettiar U K. Kildishev A V. Shalaev V M Nature Photon. 1 224 (2007)
- 10.
- Kildishev A V, Shalaev V M *Opt. Lett.* **33** 43 (2008) Narimanov E E, Kildishev A V *Appl. Phys. Lett.* **95** 041106 (2009) 11
- Ramakrishna S A, Pendry J B *Phys. Rev. B* **67** 201101 (2003) Leonhardt U, Philbin T G *New J. Phys.* **8** 247 (2006) 12
- 13.
- Schurig D et al. Science 314 977 (2006) 14
- Schurig D, Pendry J B, Smith D R Opt. Express 14 9794 (2006) 15.
- Shyroki D M IEEE Microwave Wirel. Compon. Lett. 16 576 (2006) 16.
- 17. Schurig D, Pendry J B, Smith D R Opt. Express 15 14772 (2007)
- 18. Rahm M et al. Phys. Rev. Lett. 100 063903 (2008)
- 19. Rahm M et al. Photon. Nanostruct. Fundament. Appl. 6 87 (2008)
- Zhang P, Jin Y, He S Opt. Express 16 3161 (2008) 20.
- 21. Narimanov E E, Shalaev V M Nature 447 266 (2007)
- Lass H Vector and Tensor Analysis (New York: McGraw-Hill, 1950) 22
- 23. Веселаго В Г УФН 92 517 (1967) [Veselago V G Sov. Phys. Usp. 10 509 (1968)
- Веселаго В Г УФН 172 1215 (2002) [Veselago V G Phys. Usp. 45 24. 1097 (2002)]
- Веселаго В Г УФН 173 790 (2003) [Veselago V G Phys. Usp. 46 764 25. (2003)]
- Веселаго В Г УФН 179 689 (2009) [Veselago V G Phys. Usp. 52 649 26. (2009)]; Веселаго В Г, Щавлев В В УФН 180 331 (2010) [Veselago V G, Shchavlev V V Phys. Usp. 53 317 (2010)]
- Pendry J B Phys. Rev. Lett. 85 3966 (2000) 27.
- Лагарьков А Н и др. УФН 179 1018 (2009) [Lagarkov A N et al. 28. Phys. Usp. 52 959 (2009)]
- Veselago V G, in Advances in Electromagnetics of Complex Media 29. and Metamaterials (NATO Sci. Ser., Ser. II, Vol. 89, Eds S Zouhdi,

#### **Enabling transformation optics through metamaterials**

#### A.V. Kildishev, V.M. Shalaev

Birck Nanotechnology Center School of Electrical and Computer Engineering Purdue University, West Lafayette 1205 W State Street IN 47907-2057 USA, Tel. + 1 (765) 496-31 96, + 1 (765) 494-98 55. Fax + 1 (765) 496-64 43. E-mail: kildishev@purdue.edu, shalaev@purdue.edu

The paper reviews the recent progress in developing a new class of specially designed optical metamaterial spaces with functionalities that cannot be obtained with conventional optics and natural materials. These optical metamaterial spaces could enable the innovative paradigms of transformation optics pertinent to optical cloaking, sub-wavelength sensing, super-resolution imaging, magnifying hyperlenses, and light-concentrating devices. We also outline our recent development and deployment of an easy-to-use, multifaceted, on-line research environment for the nanophotonics research community. In particular, we show representative examples of two online software tools addressing a growing need in efficient numerical simulations in the area of transformation optics.

PACS numbers: 42.70.-a, 42.79.-e, 78.67.Pt Bibliography — 72 references Uspekhi Fizicheskikh Nauk 181 (1) 59-70 (2011) A Sihvola, M A Arsalane) (Dordrecht: Kluwer Acad. Publ., 2002) p. 83

- 30 Ramakrishna S A et al. J. Mod. Opt. 50 1419 (2003)
- Taubner T et al. Science 313 1595 (2006) 31
- Jacob Z, Alekseyev L V, Narimanov E Opt. Express 14 8247 (2006) 32 33.
- Jacob Z, Alekseyev L V, Narimanov E J. Opt. Soc. Am. A 24 A52 (2007)
- Kildishev A V, Narimanov E E Opt. Lett. 32 3432 (2007) 34.
- Rahm M et al. Photon Nanostruct. 6 87 (2008) 35.
- 36. Greenleaf A et al. Opt. Express 15 12717 (2007) 37. Jacob Z, Narimanov E E Opt. Express 16 4597 (2008)
- 38. Kwon D-H, Werner D H Appl. Phys. Lett. 92 113502 (2008)
- 39. Weder R J. Phys. A Math. Theor. 41 065207 (2008)
- 40. Zharova N A, Shadrivov I V, Kivshar Yu S Opt. Express 16 4615 (2008)
- 41. Cai W, Chettiar U K, Kildishev A V, Shalaev V M, Milton G W Appl. Phys. Lett. 91 111105 (2007)
- 42. Zhang X, Liu Z Nature Mater. 7 435 (2008)
- Kildishev A V, Chettiar U K, Jacob Z, Shalaev V M, Narima-43. nov E E Appl. Phys. Lett. 94 071102 (2009)
- Avrutsky I J. Opt. Soc. Am. A 20 548 (2003) 44
- 45. Liu Z et al. Science 315 1686 (2007)
- 46. Kildishev A V, Prokopeva L J, Narimanov E E Opt. Express 18 16646 (2010)
- Genov D A, Zhang S, Zhang X Nature Phys. 5 687 (2009) 47
- 48. Xiao S et al. Nature 466 735 (2010)
- 49. Wuestner S et al. Phys. Rev. Lett. 105 127401 (2010)
- 50. Ni X, Jacob Z, Kildishev A, Shalaev V, Narimanov E E "A tool for designing realizable hyperlenses", in Conference on Lasers and Electro-Optics/International Quantum Electronics Conference, OSA Technical Digest (CD) (Optical Society of America, 2009), paper **JWA110**
- 51
- 52
- Fang N et al. *Science* **308** 534 (2005) Smolyaninov I I, Hung Y-J, Davis C C *Science* **315** 1699 (2007) Swanson M, Kildishev A V, Ni X "Hyperlens layer designer" (2008), 53. DOI: 10254/nanohub-r4703.1
- Swanson M, Ni X, Jacob Z, Kildishev A V "Hyperlens design solver" (2008), DOI: 10254/nanohub-r4770.4 Ni X, Gu F, Prokopeva L, Kildishev A V "PhotonicsCL: Photonic 54.
- 55. cylindrical multilayer lenses" (2010), DOI: 10254/nanohub-r9914.1 Kildishev A V et al. "Optical black hole: design and performance".
- 56. in Quantum Electronics and Laser Science Conference, OSA Technical Digest (CD) (Optical Society of America, 2010), paper JWA10
- 57. Cheng Q et al. New J. Phys. 12 063006 (2010)
- 58. Avrutsky I Phys. Rev. B 70 155416 (2004)
- 59. Bergman D J, Stockman M I Phys. Rev. Lett. 90 027402 (2003)
- 60. Nezhad M, Tetz K, Fainman Y Opt. Express 12 4072 (2004)
- Lawandy N M Appl. Phys. Lett. 85 5040 (2004) 61.
- Noginov M A et al. Opt. Express 16 1385 (2008) 62.
- 63. Noginov M A et al. Appl. Phys. B 86 455 (2007)
- 64. Noginov M A et al. Opt. Lett. 31 3022 (2006)
- Noginov M A et al. Phys. Rev. Lett. 101 226806 (2008) 65.
- Seidel J, Grafström S, Eng L Phys. Rev. Lett. 94 177401 (2005) 66.
- Noginov M A et al. Nature 460 1110 (2009) 67.
- 68. Naik G V, Boltasseva A Physica Status Solidi Rapid Res. Lett. 4 295 (2010)
- West P R et al. Laser Photon. Rev. 4 795 (2010) 69
- Ni X, Liu Z, Kildishev A V "PhotonicsDB: Optical constants" 70. (2007), DOI: 10254/nanohub-r3692.10
- 71 Ishii S, Chettiar U K, Ni X, Kildishev A V "PhotonicsRT: Wave propagation in multilayer structures" (2008), DOI: 10254/nanohubr5968.14
- Ni X et al. "PhotonicsSHA-2D: Modeling of single-period multi-layer optical gratings and metamaterials" (2009), DOI: 10254/ 72. nanohub-r6977.9

DOI: 10.3367/UFNr.0181.201101d.0059 Received 17 December 2010 Physics - Uspekhi 54 (1) (2011)