

ИЗ ИСТОРИИ ФИЗИКИ

В.А. Фок и калибровочная симметрия[†]

Л.Б. Окунь

В.А. Фок был первым, кто в 1926 г. придумал абелево градиентное преобразование и обнаружил градиентную инвариантность электромагнитного взаимодействия заряженных частиц в рамках квантовой механики. В 1929 г. Г. Вейль назвал эти понятия Eichtransformation (калибровочное преобразование) и Eichinvarianz (калибровочная инвариантность). Первую неабелеву калибровочную теорию предложил О. Клейн в 1938 г. В 1954 г. неабелева калибровочная симметрия была переполнена Ч.Н. Янгом и Р. Миллсом. На калибровочной инвариантности основана сегодняшняя Стандартная модель сильного и электрослабого взаимодействия.

PACS numbers: 01.65.+g, 11.15.-q, 11.30.-j

DOI: 10.3367/UFNr.0180.201008g.0870

Содержание

1. От Г. Вейля до В.А. Фока (871).
 2. От В.А. Фока до Г. Вейля (872).
 3. От Л.В. Лоренца до Х.А. Лоренца (872).
 4. Между 1920-ми и 1990-ми годами (873).
- Дополнения. Август 2010 (873).
Список литературы (873).

1. От Г. Вейля до В.А. Фока

Термин Eichinvarianz (калибровочная инвариантность) Г. Вейль [2] ввёл впервые в 1919 г. в рамках своей неудачной попытки построить общую теорию гравитационного и электромагнитного взаимодействий. В контексте работы [2] калибровочная инвариантность была эквивалентна масштабной инвариантности. Метод построения в [2] являлся чисто классическим, без каких-либо элементов квантовой механики, которой тогда ещё не существовало.

Через несколько лет Т. Калуца попытался построить общую классическую теорию электромагнитного и гравитационного взаимодействий путём введения пятого измерения [3].

В 1925 г. Л. де Бройль ввёл для частиц, обладающих массой, понятие длины волны [4]. В 1926 г. Э. Шрёдингер предложил своё знаменитое нерелятивистское волновое уравнение квантовой механики [5]. Через несколько месяцев О. Клейн [6], пытаясь установить связь между квантовой теорией и пятимерной теорией относительности Калуцы, предложил релятивистски инвариантное обобщение уравнения Шрёдингера.

Независимо от него, то же обобщённое уравнение Шрёдингера предложил В.А. Фок [7]. (В примечании,

добавленном при корректуре, Фок написал, что пока статья была в печати, "вышла прекрасная работа О. Клейна".) Интересно, что Фок тоже использовал пять измерений для написания этого уравнения. Позднее, в 1926 г., то же уравнение опубликовал В. Гордон [8]. Так появилось уравнение Клейна–Фока–Гордона, которое описывает скалярные частицы и их взаимодействие с электромагнитным полем в релятивистски инвариантной форме. Новое преобразование, введённое Фоком, даётся уравнением (5) его статьи [7]:

$$A = A_1 + \text{grad } f,$$

$$\phi = \phi_1 - \frac{1}{c} \frac{\partial f}{\partial t},$$

$$p = p_1 - \frac{e}{c} f,$$

где f — произвольная функция пространственно-временных координат, а дополнительный параметр p "обуславливает инвариантность уравнений по отношению к добавке произвольного градиента к четырёхмерному потенциалу", поскольку $\exp(ip/\hbar)$ — фазовый множитель скалярного зарядового поля. Именно третье уравнение характерно для квантовой теории. Для классической электродинамики достаточно первых двух уравнений, которые преобразуют векторную и скалярную компоненты электромагнитного потенциала (инвариантность относительно этих преобразований обеспечивается сохранением электромагнитного тока (см., например, работы [9, 10])). Характеристика "классическая" описывает здесь калибровочное преобразование и инвариантность относительно только первых двух уравнений.

[†] Статья [1], подготовленная к празднованию 100-летия со дня рождения В.А. Фока, была опубликована на английском языке в специальном томе *Quantum Theory, in honour of Vladimir A. Fock* (Proceedings of the VIII UNESCO International School of Physics, St. Petersburg, 25 May–6 June 1998) Part 2. (Eds Yu. Novozhilov, V. Novozhilov) (St. Petersburg: Univ. Euro-Asian Phys. Soc., 1998) p. 13–17. Текст статьи частично переработан автором для настоящего издания.

Л.Б. Окунь. Государственный научный центр Российской Федерации "Институт теоретической и экспериментальной физики им. А.И. Алиханова", ул. Б. Черемушкинская 25, 117218 Москва, Российская Федерация
Тел. (499) 123-31-92, (499) 125-96-60. E-mail: okun@itep.ru

Перевёл с английского для настоящего издания В.И. Кисин

2. От В.А. Фока до Г. Вейля

Введённый Фоком фазовый множитель $\exp(ief/c\hbar)$ был переоткрыт Ф. Лондоном на страницах того же журнала тремя томами позднее [11] (без ссылки на Фока, хотя в короткой заметке [12] такая ссылка есть). Ф. Лондон отметил, что без i в экспоненте фазовый множитель превращается в масштабный параметр, аналогичный калибровочному параметру в теории Вейля [2] 1919 года.

То же утверждение Вейль повторил в книге в 1928 г. [13] и в статье [14] в 1929 г. (не сославшись ни на В. Фока, ни на Ф. Лондона). Г. Вейль пошел ещё дальше и назвал по-старому — *Eichinvarianz* — новую инвариантность, открытую Фоком.

В. Фок не дал открытой им новой инвариантности специально названия. Самое раннее упоминание термина "градиентная инвариантность" я отыскал в первом русском издании (1941 г.) книги по классической теории поля Л.Д. Ландау и Е.М. Лифшица (*Теория поля* [15]), в которой они приписали этот термин В. Фоку. В § 16, озаглавленном "Градиентная инвариантность", приведены также немецкий и английский эквиваленты: *Eichinvarianz* и *gauge invariance*. Сам В. Фок воспользовался термином "градиентная инвариантность" в 1950 г. в работе [16]. (Согласно Ю.В. Новожилову, это самая ранняя ссылка, которую ему удалось найти.) Между тем в 1929 г. В. Фок в работе [17], ссылаясь на работы [13] и [7], использовал термин *Eichinvarianz*.

В книге [13] и в предисловии к работе [14] Г. Вейль утверждал, что калибровочная инвариантность — один из базовых принципов его новой общей теории гравитации, электричества и материи (такое объединение не достигнуто и теперь, спустя семьдесят лет). Любопытно, что Вейль не упомянул о калибровочной инвариантности в своей прекрасной научно-популярной книге *Симметрия* [18], в которой он описывает различные типы симметрий.

Физический смысл калибровочной инвариантности в квантовой электродинамике (КЭД) не кажется таким уж глубоким понятием. Даже очень малая масса фотона разрушила бы калибровочную инвариантность КЭД, не изменив при этом великодушного согласия КЭД с экспериментальными данными и, в особенности, их перенормируемость. (Согласно работе [19], ненулевая масса фотона калибровочной инвариантности не нарушает, но в этом случае функция f должна быть весьма специальной.) С другой стороны, слагаемое с аномальным магнитным моментом в лагранжиане, $\mu\bar{\psi}\sigma_{\mu\nu}\psi F_{\mu\nu}$, несмотря на его инвариантность, нарушило бы перенормируемость. В электродинамике фундаментальным является сохранение электромагнитного тока (см., например, [20, 21]) или, иными словами, сохранение заряда. В случае исчезающе малой массы фотона m_γ сохранение заряда приводит к эффектам, пропорциональным m_γ^2 ; следовательно, они пренебрежимо малы для достаточно малых значений m_γ . С другой стороны, малая или исчезающе малая величина m_γ гарантирует сохранение электрического заряда [22–24].

Калибровочная симметрия электродинамики позволяет рассматривать A_μ при различных условиях калибровки:

$\partial_i A_i = 0$ ($i = 1, 2, 3$) — кулоновская калибровка,

$\partial_\mu A_\mu = 0$ ($\mu = 0, 1, 2, 3$) — калибровка Лоренца,

$A_0 = 0$ — гамильтоновская калибровка,

$n_\mu A_\mu = 0$ ($n^2 = 0$) — калибровка светового конуса и т.д.

Выбор адекватной калибровки упрощает расчёты.

В квантовой электродинамике (КЭД) калибровочная степень свободы проявляется в выражении для пропагатора виртуального фотона с 4-импульсом k :

$$D_{\mu\nu}(k) = -\frac{1}{k^2} \left[g_{\mu\nu} + (\alpha - 1) \frac{k_\mu k_\nu}{k^2} \right].$$

Чаще других встречаются случаи:

$\alpha = 1$ — фейнмановская калибровка,

$\alpha = 0$ — калибровка Ландау.

3. От Л.В. Лоренца до Х.А. Лоренца

Взглянув на три калибровочные уравнения, естественно задать вопрос: когда были написаны первые два? Поскольку ответа на этот вопрос я не нашёл ни в одном из разнообразных учебников и монографий, я послал запрос эксперту в области классической электродинамики Джону Дэвиду Джексону. После нескольких дней поисков в библиотеках Беркли он прислал мне ссылку на Х.А. Лоренца [25]. Вдобавок он сообщил, что первое уравнение было известно уже Дж.К. Максвеллу, который использовал также и кулоновскую калибровку [26], а калибровку Лоренца ввёл не голландский физик Н.А. Lorentz в 1904 г., а датский физик L.V. Lorenz в 1967 г. Таким образом, различные калибровки использовались задолго до открытия полной калибровочной инвариантности, хотя совершенно очевидно, что и оба Лоренца, и Максвелл понимали физическую эквивалентность различных форм векторного потенциала.

4. Между 1920-ми и 1990-ми годами

Абелева калибровочная инвариантность в КЭД послужила полигоном для проверки неабелевых калибровочных симметрий, которые и стали динамической основой современной Стандартной модели электрослабого и сильного взаимодействий. Первая попытка построения такой модели была опубликована Клейном в 1938 г. [27]. Она содержала изотопические дублеты: протон и нейтрон и нейтрино и электрон. В ней было четыре калибровочных поля или, иными словами, четыре калибровочных бозона: фотон, W^+ , W^- , Z^0 (в современных обозначениях). Модель содержала нелинейные взаимодействия этих полей. К сожалению, была только одна постоянная взаимодействия, α , которая для сильных взаимодействий была слишком мала. О. Клейн к этой модели больше не возвращался. К моменту, когда Ч.Н. Янг и Р. Миллс написали в 1958 г. основополагающую статью [29] (в которой они скрестили калибровочную и изотопическую симметрии), модель Клейна была уже совершенно забыта¹.

В 1960-х годах нарушенная неабелева калибровочная инвариантность была использована для объединения электромагнитного и слабого взаимодействий, а в 1970-х появилась квантовая хромодинамика (КХД) и разнообразные модели Великого объединения. В 1980-х были открыты W -бозоны, Z -бозоны и глюоны, и в 1990-х они были тщательно изучены. Поскольку эти этапы были описаны во многих учебниках, в рамках настоящей короткой статьи они не обсуждаются.

Благодарности. Выражаю благодарность Дж.Д. Джексону и Ю.В. Новожилову за плодотворную электронную переписку. Я благодарен за поддержку РФФИ (грант № 96-0218010) и фонду Александра фон Гумбольдта.

¹ Работа [27] была перепечатана в публикациях [21] и [28].

Дополнения. Август 2010

Я хотел бы сделать несколько дополнений к переводу моей статьи [1] и прокомментировать некоторые публикации, посвящённые ранней истории калибровочной инвариантности и роли Фока в её создании.

1. В приложении к лекциям "Введение в калибровочные теории" на школе ОИЯИ – ЦЕРН [30] приведены копии и избранные места из статей В. Фока, Ф. Лондона, О. Клейна, и Г. Вейля с 1919 по 1938 годы. В 1986 г. эти лекции и приложения к ним были воспроизведены отдельным изданием [21].

2. В 2001 году в обзоре "Исторические корни калибровочной теории" [31] была обсуждена предыстория калибровочных идей от Ампера и Фарадея до Фока и Клейна.

3. Для понимания статьи Фока [7] очень важна предшествовавшая ей статья [32], о чём, к сожалению, не было сказано в основном тексте моей статьи [1]. В статье [32] был предложен метод, использованный в [7].

4. В сноске к заголовку своей статьи [7] В.А. Фок пишет: "идея этой работы возникла в беседе с проф. В. Фредериксом, ему же я обязан некоторыми ценными советами". Так как сейчас, возможно, что не все читатели знают о Всеволоде Константиновиче Фредериксе, то, хотелось бы порекомендовать о нём книгу [33], а также его статьи в *УФН* [34, 35].

5. В книге [36] был опубликован перевод статьи В.А. Фока [7] на английский язык. И в оглавлении книги, и в подзаголовке самой статьи она датируется 1927 г., тогда как в действительности статья В.А. Фока была опубликована в 1926 г. Эта опечатка, возможно, обусловила превратную оценку роли Фока в открытии калибровочной симметрии в книге [36] и в основывающихся на ней публикациях других авторов.

Благодарю М.С. Аксентьеву, Ю. А. Камышкова и З.К. Силагадзе за помощь при написании этого дополнения.

Список литературы

- Okun L B, in *Quantum Theory, in Honour of Vladimir A. Fock* (Proc. of the VIII UNESCO Intern. School of Physics, St. Petersburg, 25 May–6 June 1998) Pt. 2 (Eds Yu Novozhilov, V Novozhilov) (St. Petersburg: Univ. Euro-Asian Phys. Soc., 1998) p. 13–17
- Weyl H *Ann. Physik* **364** 101 (1919), том указан по единой нумерации томов, введённой на сайте Wiley InterScience, в печатном издании — том **59**
- Kaluza Th *Berl. Ber.* 966 (1921)
- de Broglie L *Ann. Physique* **3** (10) 22 (1925)
- Schrödinger E *Ann. Phys.* **384** 361 (1926); **384** 489 (1926), том указан по единой нумерации томов, введённой на сайте Wiley InterScience, в печатном издании — том **79**
- Klein O *Z. Phys.* **37** 895 (1926)
- Fock V *Z. Phys.* **39** 226 (1926)
- Gordon W *Z. Phys.* **40** 117 (1926)
- Ландау Л Д, Лифшиц Е М *Теория поля* (М.: ГИФМЛ, 1960) [Landau L D, Lifshitz E M *The Classical Theory of Fields* (Oxford: Pergamon Press, 1962) § 18]

V.A. Fock and gauge symmetry**L.B. Okun**

Russian Federation State Scientific Center "A.I. Alikhanov Institute of Theoretical and Experimental Physics",
ul. B. Chermushkinskaya 25, 117218 Moscow, Russian Federation
Tel. (7-499) 123-31 92, (7-499) 125-96 60. E-mail: okun@itep.ru

V.A. Fock, in 1926, was the first to have the idea of an Abelian gradient transformation and to discover that the electromagnetic interaction of charged particles has a gradient invariance in the framework of quantum mechanics. These transformation and invariance were respectively named Eichtransformation and Eichinvarianz by H. Weyl in 1929 (the German verb *zu eichen* means *to gauge*). The first non-Abelian gauge theory was suggested by O. Klein in 1938, and in 1954, C. N. Yang and R. L. Mills rediscovered the non-Abelian gauge symmetry. Gauge invariance is the underlying principle of the current Standard Model of strong and electroweak interactions.

PACS numbers: **01.65. +g, 11.15. -q, 11.30. -j**

Bibliography — 36 references

Uspekhi Fizicheskikh Nauk **180** (8) 871–873 (2010)

- Jackson J D *Classical Electrodynamics* 3rd ed. (John Wiley, 1999) [Джексон Дж *Классическая электродинамика* (М.: Мир, 1965)]
- London F *Z. Phys.* **42** 375 (1927)
- London F *Naturwissenschaften* **15** 187 (1927)
- Weyl H *Gruppentheorie und Quantenmechanik* (Leipzig: S. Hirzel, 1928) § 19, Seite 88
- Weyl H *Z. Phys.* **56** 330 (1929)
- Ландау Л Д, Лифшиц Е М *Теория поля* (М.–Л.: ГИТТЛ, 1941) § 16 [Landau L D, Lifshitz E M *The Classical Theory of Fields* (Cambridge: Addison-Wesley, 1951)]
- Фок В А, в кн. Котельников А П, Фок В А *Некоторые применения идей Лобачевского в механике и физике* (М.–Л.: ГИТТЛ, 1950) с. 59
- Fock V *Z. Phys.* **57** 261 (1929)
- Weyl H *Symmetry* (Princeton: Princeton Univ. Press, 1952)
- Огиевецкий В И, Полубаринов И В *ЖЭТФ* **41** 247 (1961) [Ogievetskii V I, Polubarinov I V *Sov. Phys. JETP* **14** 179 (1962)]
- Окунь Л Б *Лептоны и кварки* (М.: Наука, 1981) [Okun L B *Leptons and Quarks* (Amsterdam: North-Holland Publ. Co., 1982)]
- Okun L B *Surv. High Energy Phys.* **5** 199 (1986)
- Okun L B, Zeldovich Ya B *Phys. Lett. B* **78** 597 (1978)
- Волошин М Б, Окунь Л Б *Письма в ЖЭТФ* **28** 156 (1978) [Voloshin M B, Okun L B *JETP Lett.* **28** 145 (1978)]
- Окунь Л Б *УФН* **158** 293 (1989) [Okun L B *Sov. Phys. Usp.* **32** 543 (1989)]; *Comments Nucl. Part. Phys.* **19** (1989); *Phys. Rev. D* **45** (11) (1992) Part II, Section VI.10
- Lorentz H A, in *Encyklopädie der mathematischen Wissenschaften* (Leipzig: B.G. Teubner, 1904) Band V2, Heft 1, Seite 157
- Maxwell J C *A Treatise on Electricity and Magnetism* Vol. 2 (Oxford: Clarendon Press, 1873) Sect. 616, Eq. (7); reprinted (New York: Dover Publ., 1954)
- Klein O "On the theory of charged fields", in *New Theories in Physics. Conf. Organized in Collab. with the Intern. Union of Physics and the Polish Intellectual Co-operation Committee, Warsaw, May 30–June 3, 1938* (Paris, 1939)
- Ekspong G (Ed.) *The Oskar Klein Memorial Lectures* Vol. 1 *Lectures by C N Yang and S Weinberg with Translated Reprints by O Klein* (Singapore: World Scientific, 1991)
- Yang C N, Mills R L *Phys. Rev.* **95** 631 (1954); **96** 191 (1954)
- Okun L "Introduction to gauge theories", in *1983 JINR–CERN School of Physics (Tabor, Czechoslovakia, 5–18 June 1983)* Vol. II (Dubna, 1984) pp. 3–81
- Jackson J D, Okun L B "Historical roots of gauge invariance" *Rev. Mod. Phys.* **73** 663 (2001)
- Fock V "Zur Schrödingerschen Wellenmechanik" *Z. Phys.* **38** 242 (1926)
- Сонин А С, Френкель В Я *Всеволод Константинович Фредерикс: 1885–1944* (Отв. ред. Б К Вайнштейн) (М.: Физматлит, 1995)
- Фредерикс В К "Общий принцип относительности Эйнштейна" *УФН* **2** 162 (1921); **169** 1339 (1999) [Frederiks V K "Einstein's general principle of relativity" *Phys. Usp.* **42** 1235 (1999)]
- Фредерикс В К "Начала механики Ньютона и принцип относительности" *УФН* **7** (2) 75 (1927)
- Fock V "On the invariant form of the wave and Motion Equation for a Charged Point-Mass", in *The Dawning of Gauge Theory* (Ed. L O'Raifeartaigh) (Princeton Series in Physics) (Princeton, New Jersey: Princeton University Press, 1997)

DOI: 10.3367/UFN.0180.201008g.0871

Received 9 January 2010

Physics – Uspekhi **53** (8) (2010)