Май 2010 г. **Том 180, № 5**

УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК

МЕТОДИЧЕСКИЕ ЗАМЕТКИ

О свойствах векторов поляризации акустических колебаний в кристаллах и фононном эффекте Холла

Л.А. Максимов, Т.В. Хабарова

Рассматриваются свойства векторов поляризации акустических фононов в кристаллах с высокой симметрией. Показано возникновение эллиптической поляризации фононов в присутствии магнитного поля в кристаллах со спин-фононным взаимодействием.

PACS numbers: **63.20.–e**, 72.15.Gd, 72.20.Pa DOI: 10.3367/UFNr.0179.201005c.0503

Имеется обширная литература, посвящённая теоретическому и экспериментальному исследованию спектров колебаний кристаллов [1, 2]. В частности, общие свойства поляризационных полей и скоростных ветвей упругих волн в кристаллах обсуждались в работах по поляризационной кристаллоакустике (см., например, [3–5]). Однако недавно был обнаружен [6] новый интересный эффект, получивший название фононного эффекта Холла, который заключается в том, что в твёрдых диэлектриках, в которых имеется перепад температуры, под действием внешнего магнитного поля появляется дополнительный градиент температуры, перпендикулярный исходному тепловому потоку и полю. Оказалось, что указанный эффект возникает благодаря эллиптической поляризации фононов, наведённой магнитным полем [7, 8]. Это стимулировало интерес не только к поведению векторов поляризации фононов (ВПФ) в магнитном поле, но и к их общим свойствам, которые также играют важную роль в задаче теплопроводности. В настоящей статье рассматривается физический пример реализации акустической активности (гиротропии) во внешнем магнитном поле. Исследуется возмущение тензора Кристоффеля в твёрдом диэлектрике, помещённом в магнитное поле. Обсуждается аналогия этого эффекта с упомянутым широко исследуемым явлением в акустике [9], а также с ещё более известной оптической гиротропией [10].

Векторы смещения атомов в элементарной ячейке при акустических колебаниях осциллируют синхронно, поэтому без ограничения общности ниже будем рассматривать одноатомную решётку. Акустические колебания кристалла можно разложить по ортонормированным собственным колебаниям:

$$U_n^i = \sum_{ks} \sqrt{\frac{1}{2m\omega_{ks}N}}\, \exp\left(\mathrm{i}\mathbf{k}\mathbf{R}_n\right)\left(u_{ks}^i a_{ks} + u_{-ks}^{i*} a_{-ks}^{+}\right), \quad (1)$$

$$u_{ks}^{i*} u_{ks'}^i = \delta_{ss'}\,.$$

Здесь ω_{ks} — энергия фонона s-й ветви, $\mathbf{k}$ — волновой вектор, m — масса атома, N — число узлов, $\mathbf{R}$ — координата узла решётки, $\mathbf{u}_{ks}$ — нормированный ВПФ ($\hbar = 1$).

В гармоническом приближении вектор поляризации представляет собой собственное решение дисперсионного уравнения

$$\omega^2 u_{ks}^i = D_k^{ij} u_{ks}^j\,. \quad (2)$$

Фактически (2) является системой трёх однородных линейных уравнений, собственные векторы которых определены с точностью до произвольной общей фазы. При разных $\mathbf{k}$ эти фазы не связаны между собой. В частности, поскольку выражение (1) явно эрмитово, векторы $\mathbf{u}_{ks}$ и $\mathbf{u}_{-ks}$ независимы. Обычно (см. [11]) накладывается условие

$$\mathbf{u}_{ks} = \mathbf{u}_{-ks}^*\,, \quad (3)$$

но мы этого делать не будем. (Заметим, что при учёте ангармонизма уравнение (2) становится нелокальным и возникают сложные связи, но при слабом ангармонизме эти связи слабы и ими можно пренебречь.)

Динамическая действительная симметричная матрица D_k^{ab} в длинноволновом приближении представляет собой квадратичную форму

$$D_k^{ad} = \lambda^{abcd}\,\frac{k^b k^c}{\rho} = \frac{\Gamma^{ad} k^2}{\rho}\,, \quad (4)$$

где λ^{abcd} — тензор модулей упругости, ρ — плотность, Γ^{ad} — тензор Кристоффеля. Свойства симметрии тензора λ^{abcd} для всех возможных типов симметрии кристал-

Л.А. Максимов, Т.В. Хабарова. Институт сверхпроводимости и физики твёрдого тела, Российский научный центр "Курчатовский институт",
пл. Академика Курчатова 1, 123182 Москва, Российская Федерация
E-mail: lam05@mail.ru, frau_sych@mail.ru

Статья поступила 19 августа 2008 г., после доработки 11 марта 2010 г.

лов подробно перечислены в [12]. В частности, если кристаллическая решётка имеет симметрию куба или квадрата, то при выборе осей координат вдоль рёбер имеем

$$D_k^{ab} = A_1\delta^{ab}k^2 + A_2\delta^{ab}k_a^2 + A_3k_ak_b\,. \tag{5}$$

В изотропном случае, когда $A_2 = 0$, продольная мода имеет энергию $\omega_{k\|} = k\sqrt{A_1 + A_3}$, а поперечные моды являются вырожденными ($\omega_{k\perp} = k\sqrt{A_1}$) и могут обладать любыми ортогональными волновому вектору ВПФ.

Из (4) следует, что тензор D_k^{ab} и собственные частоты ω_{ks} инвариантны относительно инверсии. При этом все ВПФ являются или нечётными функциями **k**, или, наоборот, все — чётными. Согласно [12], в кристаллах с высокой симметрией (кубических, ромбических, некоторых тетрагональных) недиагональные элементы динамической матрицы

$$D_k^{ab} \sim k_ak_b \tag{6}$$

и, следовательно, они меняют знак при изменении знака k_a или k_b, т.е. при отражении от соответствующей плоскости в обратном пространстве. В случае (6) при отражении частоты не меняются, но изменяется знак соответствующей компоненты ВПФ. Для того чтобы убедиться в этом, выделим из дисперсионных уравнений (2) недиагональные члены:

$$(\omega_{ks}^2 - D_k^{aa})e_{ks}^a = \sum_{b\neq a} D_k^{ab}e_{ks}^b\,, \tag{7}$$

где e_{ks}^a — компонента нормированного вектора поляризации в отсутствие внешнего магнитного поля. Мы видим, что при изменении знака k_a компонента e_{ks}^a должна изменить знак, а знак остальных компонент не меняется. Это свойство можно выразить формулой

$$e_{ks}^a = \bar{e}_s^a(k)\,\mathrm{sign}\,k_a\,, \tag{8}$$

где единичный вектор $\bar{e}_s^a(k)$, так же как и частота ω_{ks}, инвариантен относительно отражения σ_a в плоскости, перпендикулярной оси a.

Используя (8), находим, что знак векторного произведения поляризаций двух мод меняется при отражении:

$$(\mathbf{e}_s \times \mathbf{e}_{s'})^z = \mathrm{sign}\,k_x\,\mathrm{sign}\,k_y\,(\bar{\mathbf{e}}_s \times \bar{\mathbf{e}}_{s'})^z\,. \tag{9}$$

Рассмотрим подробнее двумерный случай [13]. Решение уравнения (2) определяет закон дисперсии для двух акустических ветвей и соответственно для двух ортонормированных ВПФ:

$$(\omega_{ks}^2 - D_k^{xx})\,e_{ks}^x = D_k^{xy}e_{ks}^y\,, \tag{10}$$

$$(\omega_{ks}^2 - D_k^{yy})\,e_{ks}^y = D_k^{xy}e_{ks}^x\,. \tag{11}$$

Отсюда следует

$$\omega_s^2 = \frac{1}{2}(D_k^{xx} + D_k^{yy}) + s\,\frac{1}{2}\,R\,, \qquad s = \pm 1\,, \tag{12}$$

$$R^2 = (D_k^{xx} - D_k^{yy})^2 + 4(D_k^{xy})^2\,. \tag{13}$$

Здесь и далее в очевидных случаях для краткости указание на зависимость от **k** опускаем. Вообще говоря, все три параметра D_k^{ab} отличны от нуля и не равны друг другу. Так что в двумерном (2D) кристалле, даже на рёбрах, где $D_k^{xy} = 0$, имеем $R^2 \neq 0$ и спектр акустических фононов является невырожденным. Если выполняется условие (6), то R^2 и $\omega_\pm^2$ инвариантны не только относительно инверсии, но и относительно отражений от рёбер $(k^x, k^y) \to (k^x, -k^y)$ и $(k^x, k^y) \to (-k^x, k^y)$ (в трёхмерном кристалле это отражение происходит от граней).

Найдём векторы поляризации. Из уравнения (11) получаем

$$e_s^x = (\omega_s^2 - D^{yy})C_s\,\mathrm{sign}\,k^x\,, \quad e_s^y = |D^{xy}|C_s\,\mathrm{sign}\,k^y\,. \tag{14}$$

Нормирование даёт

$$C_s^{-2} = (\omega_s^2 - D^{yy})^2 + D^{xy\,2} = sR(\omega_s^2 - D^{yy}) = \\ = -sR(\omega_{-s}^2 - D^{xx}) > 0\,.$$

Собственные векторы (14) и C_{ks} определены с точностью до фазы, произвольно зависящей от **k** и s. Для определённости примем $C_{ks} = |C_{ks}|$. Тогда нормированные ВПФ являются действительными:

$$e_s^x = s\,\mathrm{sign}\,k^x\sqrt{\frac{s(\omega_s^2 - D^{yy})}{R}}\,, \\ e_s^y = \mathrm{sign}\,k^y\sqrt{\frac{s(\omega_s^2 - D^{xx})}{R}}\,, \tag{15}$$

при этом

$$(\mathbf{e}_+\mathbf{e}_-) = 0\,, \quad (\mathbf{e}_+ \times \mathbf{e}_-)^z = C_+C_-D_k^{xy}R = \mathrm{sign}\,k^x\,\mathrm{sign}\,k^y\,. \tag{16}$$

Как и должно быть для полярного вектора, компоненты ВПФ (15) меняют знак как при инверсии, так и при отражении. В ходе плавного поворота **k** компоненты ВПФ не обращаются в нуль и изменяются скачком при пересечении вектором **k** соответствующей оси. При этом один из ВПФ является продольным, а другой — поперечным только в изотропной модели. В работах [3, 4] показано, что такой скачок может быть устранён переопределением векторов поляризации. Однако в задаче теплопроводности, где он играет существенную роль, проводится интегрирование по всем направлениям волнового вектора (см. соотношение (36) ниже) и такое переобозначение было бы неудобным.

Обратим внимание, что вектор (15) не удовлетворяет условию (3). Но если вектор (15) умножить на мнимую единицу, то условие (3) удовлетворяется, так что ВПФ можно считать или действительным, или эрмитовым, но чисто мнимым. Если выбрать ВПФ в виде действительных нечётных функций **k**, то разложение (1) примет вид

$$U_n^i = \sum_{ks}\sqrt{\frac{1}{2m\omega_{ks}N}}\,\exp(\mathrm{i}\mathbf{k}\mathbf{R}_n)\,e_{ks}^i(a_{ks} - a_{-ks}^+)\,. \tag{17}$$

Опишем теперь возникновение эллиптической поляризации фононов в случае, когда динамическая матрица является эрмитовой с комплексными членами. Пусть кристаллический диэлектрик содержит парамагнитные частицы (атомы или молекулы), подмагниченные внешним магнитным полем. Так называемое спин-фононное взаимодействие (СФВ) этих частиц с акустическими колебаниями решётки приводит к перенормировке фоно-

нов. Гамильтониан при включении в него СФВ принимает вид [7, 8]

$$H = \sum_n \frac{\mathbf{P}_n^2}{2m} + \frac{m}{2}\sum_{nn'} D_{nn'}^{ab} U_n^a U_{n'}^b + g\sum_n \left(\mathbf{M}_n, [\mathbf{U}_n \times \mathbf{P}_n]\right). \tag{18}$$

Здесь $\mathbf{U}_n$, $\mathbf{P}_n$ и $\mathbf{M}_n$ — соответственно вектор смещения, импульс и магнитный момент частицы в узле n. Величина энергии взаимодействия g определяется кристаллическим полем [14, 15]. При описании длинноволновых колебаний решётки магнитный момент узла можно заменить его средним значением $\mathbf{M}$, пропорциональным магнитному полю. Из (18) получаем уравнения движения

$$\frac{\mathrm{d}U_n^a}{\mathrm{d}t} = V_n^a = \frac{\partial H}{\partial P_n^a} = \frac{P_n^a}{m} + e_{abc}\, g M^b U_n^c\,, \tag{19}$$

$$\frac{\mathrm{d}P_n^a}{\mathrm{d}t} = -\frac{\partial H}{\partial U_n^a} = -\sum_{n'} m D_{nn'}^{ab} U_{n'}^b + e_{abc}\, g M^b P_n^c\,, \tag{20}$$

где e_{abc} — единичный тензор третьего ранга, антисимметричный по всем трём индексам, причём $e_{123} = 1$.

Существенно, что СФВ изменяет соотношение между скоростью и импульсом частицы (см. (19)). В металлах подобное соотношение, которое выполняется для электрона в поле магнитного атома, связывается с фазой Берри. Но имеется существенное различие. В металлах из этого соотношения следует закручивание траектории электрона, которое приводит к аномальному эффекту Холла [16–19]. Согласно этому уравнению в диэлектриках меняется характер осцилляций частиц, но движение фонона остаётся прямолинейным — меняется только его поляризация.

Здесь и далее СФВ будем учитывать в линейном приближении. Тогда в последнем члене (20) можно произвести замену $P_n^c \to mV_n^c$ и получить уравнение колебаний

$$\ddot{U}_n^a = \sum_{n'} D_{nn'}^{ab}(U_n^b - U_{n'}^b) + 2e_{abc}\, g M^b \dot{U}_n^c\,. \tag{21}$$

В импульсном представлении уравнение (21) принимает вид

$$\omega_{ks}^2 u_{ks}^a = \tilde{D}_k^{ab} u_{ks}^b\,, \tag{22}$$

где динамическая матрица возмущена теперь внешним магнитным полем:

$$\tilde{D}_k^{ab} = D_k^{ab} - \mathrm{i} e_{abc} G^c\,, \tag{23}$$

$\mathbf{G} = 2\omega g \mathbf{M}$, $(\mathbf{u}_{ks}^* \mathbf{u}_{ks'}) = \delta_{ss'}$. Отметим, что мнимая часть $\tilde{D}_k^{ab}$ — это антисимметричный тензор, нечётный по $\mathbf{G}$. В нулевом порядке по СФВ уравнение (22) эквивалентно уравнению (2).

Уравнение (22) будем решать в линейном приближении по СФВ. Перенормированный ВПФ ищем в виде малой добавки к нулевому приближению: $u_s^a = e_s^a + \delta e_s^a$. Перепишем (22) в виде

$$(\omega_s^2 + 2\omega_s \delta\omega_s)\,(e_s^a + \delta e_s^a) = D^{ab}(e_s^b + \delta e_s^b) - \mathrm{i}(e_{abc} G^c) e_s^b\,. \tag{24}$$

Действительная часть этого уравнения даёт $\delta\omega_s = 0$, т.е. спектр и групповая скорость фононов $\mathbf{c}_{ks} = \partial\omega_{ks}/\partial\mathbf{k}$ в линейном по СФВ приближении не перенормируются. Мнимая часть (24) определяет перенормировку вектора поляризации

$$(\omega_s^2 \delta^{ab} - D^{ab})\delta e_s^b = -\mathrm{i}(e_{abc} G^c) e_s^b\,.$$

Решение этого уравнения имеет вид

$$\delta e_s^b = \mathrm{i} \sum_{s'(s' \neq s)} K_{ss'} e_{s'}^b\,, \tag{25}$$

причём

$$K_{ss'}(k) = K_{s's}(k) = (\omega_{ks}^2 - \omega_{ks'}^2)^{-1} [\mathbf{e}_{ks} \times \mathbf{e}_{ks'}]\, \mathbf{G}\,, \qquad s' \neq s\,. \tag{26}$$

Таким образом, в результате СФВ действительный вектор $\mathbf{e}_{ks}$ приобретает ортогональную мнимую добавку, т.е. становится эллиптически поляризованным.

Из (26) следует, что перенормировка ВПФ возрастает, когда спектр двух соседних мод близок к вырождению. Поэтому интересно изучить этот вопрос в модели изотропного тела [20], поперечные моды которого ω_0 вырождены при всех направлениях $\mathbf{k}$. Уравнение (22) в этой модели принимает вид

$$We^a = \lambda \hat{k}^a (\hat{\mathbf{k}}\mathbf{e}) - \mathrm{i}[\mathbf{e} \times \mathbf{G}]^a\,. \tag{27}$$

Здесь $W = \omega^2 - \omega_0^2$, $\lambda = wk^2$, где w — разность квадратов продольной и поперечной скоростей звука в отсутствие магнитного поля,

$$\hat{\mathbf{k}} = \frac{\mathbf{k}}{k} = (\sin\theta\cos\varphi,\ \sin\theta\sin\varphi,\ \cos\theta)\,,$$

$\mathbf{G} = (0,\ 0,\ G)$, $\mathbf{G}\hat{\mathbf{k}} = G\cos\theta$, $Q = G\sin\theta$. Введём нормированные орты:

1) $\hat{\mathbf{k}}$,

2) $\hat{\mathbf{m}} = \dfrac{\left(\mathbf{G} - (\mathbf{G}\hat{\mathbf{k}})\hat{\mathbf{k}}\right)}{Q} = (-\cos\theta\cos\varphi,\ -\cos\theta\sin\varphi,\ \sin\theta)\,,$

3) $\hat{\mathbf{n}} = \hat{\mathbf{k}} \times \hat{\mathbf{m}} = Q^{-1}\,\hat{\mathbf{k}} \times \mathbf{G} = (\sin\varphi,\ -\cos\varphi, 0)\,.$

Из (27) находим компоненты вектора $\mathbf{e}$:

$$\mathbf{e} = \xi\left(\frac{Q}{W - \lambda}\,\hat{\mathbf{k}} - \frac{\mathbf{G}\hat{\mathbf{k}}}{W}\,\hat{\mathbf{m}} - \mathrm{i}\hat{\mathbf{n}}\right), \tag{28}$$

и получаем уравнение для собственных значений

$$\frac{Q^2 W}{\lambda - W} + W^2 - (\mathbf{G}\hat{\mathbf{k}})^2 = 0\,. \tag{29}$$

Дисперсионное уравнение (22) определяет векторы поляризации с точностью до фазы. Примем фазу параметра ξ равной нулю. Модуль параметра ξ задаётся нормировкой:

$$\xi^{-2} = \left(\frac{Q}{\lambda - W}\right)^2 + \left(\frac{\mathbf{G}\hat{\mathbf{k}}}{W}\right)^2 + 1\,. \tag{30}$$

Вектор поляризации (28) при инверсии $\hat{\mathbf{k}}, \hat{\mathbf{m}}, \hat{\mathbf{n}} \to -\hat{\mathbf{k}}, -\hat{\mathbf{m}}, -\hat{\mathbf{n}}$ меняет знак как полярный вектор. Комплексность вектора (28) означает, что он эллиптически поляризован.

Формулы (28)–(30) справедливы при любом G. Далее предполагаем взаимодействие фононов с внутренними

степенями свободы ионов (молекул) слабым, $G \ll \lambda$. В этом случае из (29) получаем одну продольную моду: $W_{\parallel} = \lambda$, $\mathbf{e} = \hat{\mathbf{k}}$.

Для поперечных мод величина W в нулевом приближении равна нулю, а при учёте G

$$W_\eta = \frac{1}{2}\left(-\frac{Q^2}{\lambda} + \eta\sqrt{\left(\frac{Q^2}{\lambda}\right)^2 + 4(\mathbf{G}\hat{\mathbf{k}})^2}\right), \quad \eta = \pm 1\,, \tag{31}$$

характеризует их расщепление

$$\varDelta = \omega_+ - \omega_- = \frac{1}{\omega_0}\sqrt{\left(\frac{Q^2}{2\lambda}\right)^2 + (\mathbf{G}\hat{\mathbf{k}})^2}\,. \tag{32}$$

Расщепление минимально на экваторе ($|\cos\theta| < G/\lambda$, $\varDelta = Q^2/(2\lambda\omega_0)$). Для остальных направлений $\hat{\mathbf{k}}$

$$W_\eta = \eta|\mathbf{G}\hat{\mathbf{k}}|\,, \qquad \varDelta = \frac{G\,|\cos\theta|}{\omega_0}\,. \tag{33}$$

Действительная и мнимая части каждого из $\mathbf{e}_\eta$ в нулевом приближении взаимно перпендикулярны и равны между собой:

$$\mathbf{e}_\eta \approx -\frac{1}{\sqrt{2}}\left[\eta(\operatorname{sign}\cos\theta)\,\hat{\mathbf{m}} + \mathrm{i}\hat{\mathbf{n}}\right]. \tag{34}$$

Это означает, что при бесконечно малом, но отличном от нуля $\mathbf{G}$, поперечные фононы уже имеют круговую поляризацию [21].

Направление вектора поляризации (34) изменяется скачком при пересечении экватора. Однако если изменить нумерацию поперечных мод и отбросить модуль в (33), $W_\eta = \eta\mathbf{G}\hat{\mathbf{k}}$, то проекция (34) на ось $\hat{\mathbf{m}}$ будет постоянной. Так всегда происходит при пересечении уровней.

В линейном по СФВ приближении обнаруживаем отклонение от поперечности:

$$\mathbf{e}_\eta\hat{\mathbf{k}} = -\frac{\xi_\eta Q}{\lambda}\left(1 + \frac{W_\eta}{\lambda}\right). \tag{35}$$

В результате решения задачи теплопроводности в твёрдых диэлектриках при низких температурах [7, 8] (когда в кристаллах возбуждаются только акустические ветви колебаний) было показано, что в системе координат, в которой магнитное поле и магнитный момент направлены по оси z, а градиент температуры ∇T направлен по оси x, поперечная компонента тензора теплопроводности выражается в виде

$$\varkappa_{12}^{yx} \approx \frac{2}{V}\sum_k K_{12}(\mathbf{k})\omega_{k1}\omega_{k2}(c_{k2}^y - c_{k1}^y)\,\mathrm{Re}\,A_{12}^x(\mathbf{k})\,, \tag{36}$$

где функция $K_{12}(\mathbf{k})$ определена согласно (26), а матрица плотности в нулевом приближении по СФВ имеет вид

$$\begin{gathered} A_{pq}^x(\mathbf{k}) = \frac{F_{ss'}(\mathbf{k})\,c_s^x(\mathbf{k}) + F_{s's}(\mathbf{k})\,c_{s'}^x(\mathbf{k})}{\omega_{ks} - \omega_{ks'}}\,, \\ F_{ss'}(\mathbf{k}) = -\frac{\omega_{ks}\Omega_{pq}}{2T^2\Omega_{pp}}\,N_{ks}(1 + N_{ks})\,, \end{gathered} \tag{37}$$

где $p = \mathbf{k}s$, $q = \mathbf{k}s'$, Ω_{pq}, Ω_{pp} — частоты столкновений фононов.

Как видно из (26), векторы поляризации акустических мод играют существенную роль в формировании эффекта. Множитель $K_{12}(\mathbf{k})$ в выражении (36) возникает из-за наличия эллиптической поляризации, а интеграл по направлениям волнового вектора отличен от нуля благодаря скачку векторного произведения (9), входящего в функцию $K_{12}(\mathbf{k})$.

В эксперименте [4] эффект наблюдался в кристалле тербий-галлиевого граната $Tb_3Ga_5O_{12}$ при температуре 5,45 К и наличии исходного градиента температуры и перпендикулярного ему магнитного поля. Поперечный тепловой поток возникает в результате комбинации двух важных факторов. Во-первых, это эллиптическая поляризация, возникающая вследствие спин-фононного взаимодействия фононов и парамагнитных ионов, мультиплеты которых расщеплены кристаллическим полем. Во-вторых, эффект связан с появлением под действием градиента температуры коррелированного движения двух фононных мод с образованием недиагональных по модам элементов матрицы плотности $A_{pq}^x(\mathbf{k})$. Отметим, что частоты столкновений входят в (36) только в виде отношения, поскольку явление происходит в два этапа: сначала неоднородность температуры вызывает неравновесное распределение фононов $f_p \sim 1/\Omega_{pp}$; и только затем на фоне этого распределения образуется коррелятор $\rho_{pq} \sim \Omega_{pq}$, формирующий поперечный поток тепла.

В заключение следует отметить напрашивающуюся аналогию рассмотренного явления с широко исследуемым явлением гиротропии в акустике [9], а также с ещё более известной оптической гиротропией [10].

Неслучайно толчком для обнаружения фононного эффекта Холла послужил другой, связанный с воздействием магнитного поля на распространение звука в материале, эффект (названный акустическим эффектом Фарадея по аналогии с магнитооптическим эффектом Фарадея), который проявляется во вращении плоскости поляризации сдвиговых волн [22]. Стоит отметить, что фотонный эффект Холла [23], обнаруженный незадолго до открытия фононного эффекта Холла, также обязан своим происхождением магнитооптическому эффекту Фарадея: различие в скорости распространения двух циркулярно поляризованных волн приводит к повороту диаграммы направленности рэлеевского вращения, что при множественном рассеянии на дефектах вызывает поперечный поток фотонов. Аналогично, наличие акустического эффекта Фарадея являлось косвенным свидетельством в пользу существования фононного эффекта Холла.

Перечисленные эффекты, по сути, являются различными проявлениями акустической или оптической активности (гиротропии). Этим объясняется схожесть полученных в данной статье уравнений с результатами работы [10], в которой рассмотрено вырождение изонормальных электромагнитных волн. Например, аналогично тому, как учёт гиротропии превращает тензор диэлектрической проницаемости в комплексный эрмитовый, магнитное поле точно так же возмущает тензор Кристоффеля в твёрдом диэлектрике. Но в отличие от естественной оптической активности кристаллов, рассматривавшейся в работе [10], анизотропия может быть наведённой, т.е. возникать в оптически (акустически) изотропных средах под внешним воздействием, изменяющим локальную симметрию. Такое воздействие в нашем случае осуществляет магнитное поле, поэтому с точки зрения проявления гиротропии наиболее близким к фононному эффекту Холла из вышеперечисленных явлений является акустический эффект Фарадея.

Список литературы

1. Maradudin A A "Theoretical and experimental aspects of the effects of point defects and disorder on the vibrations of crystals-1", in *Solid State Physics* Vol. 18 (Eds F Seitz, D Turnbull) (New York: Academic Press, 1966) p. 273; "Theoretical and experimental aspects of the effects of point defects and disorder on the vibrations of crystals-2", in *Solid State Physics* Vol. 19 (Eds F Seitz, D Turnbull) (New York: Academic Press, 1967) p. 1 [Марадудин А А *Дефекты и колебательный спектр кристаллов. Теоретический и экспериментальный аспекты влияния точечных дефектов и неупорядоченностей на колебания кристаллов* (М.: Мир, 1968)]
2. Ziman J M *Electrons and Phonons; the Theory of Transport Phenomena in Solids* (Oxford: Clarendon Press, 1960) [Займан Дж *Электроны и фононы. Теория явлений переноса в твердых телах* (М.: ИЛ, 1962)]
3. Альшиц В И, Лоте Е *Кристаллография* **24** 672 (1979) [Al'shits V I, Lothe J *Sov. Phys. Crystallogr.* **24** 387 (1979)]
4. Альшиц В И, Лоте Е *Кристаллография* **24** 1122 (1979) [Al'shits V I, Lothe J *Sov. Phys. Crystallogr.* **24** 644 (1979)]
5. Holm P *Phys. Scripta* **T44** 122 (1992)
6. Strohm C, Rikken G L J A, Wyder P *Phys. Rev. Lett.* **95** 155901 (2005)
7. Kagan Yu, Maksimov L A, arXiv:0707.2565
8. Kagan Yu, Maksimov L A *Phys. Rev. Lett.* **100** 145902 (2008)
9. Кизель В А *УФН* **147** 559 (1985) [Kizel' V A *Sov. Phys. Usp.* **28** 1015 (1985)]
10. Альшиц В И, Любимов В Н *ЖЭТФ* **133** 853 (2008) [Alshits V I, Lyubimov V N *JETP* **100** 744 (2008)]
11. Ландау Л Д, Лифшиц Е М *Статистическая физика* Ч. 1 (М.: Наука, 1976) [Landau L D, Lifshitz E M *Statistical Physics* Pt. 1 (Oxford: Pergamon Press, 1980)]
12. Ландау Л Д, Лифшиц Е М *Теория упругости* (М.: Наука, 1987) [Landau L D, Lifshitz E M *Theory of Elasticity* (Oxford: Pergamon Press, 1986)]
13. Максимов Л А, Хабарова Т В *Докл. РАН* **423** 465 (2008) [Maksimov L A, Khabarova T V *Dokl. Phys.* **53** 611 (2008)]
14. Capellmann H, Lipinski S *Z. Phys. B* **83** 199 (1991)
15. Ioselevich A S, Capellmann H *Phys. Rev. B* **51** 11446 (1995)
16. Jungwirth T, Niu Q, MacDonald A H *Phys. Rev. Lett.* **88** 207208 (2002)
17. Fang Z et al. *Science* **302** 92 (2003)
18. Haldane F D M *Phys. Rev. Lett.* **93** 206602 (2004)
19. Кикоин И К *ЖЭТФ* **10** 1242 (1940)
20. Максимов Л А, Хабарова Т В *ФТТ* **51** 665 (2009) [Maksimov L A, Khabarova T V *Phys. Solid State* **51** 702 (2009)]
21. Sheng L, Sheng D N, Ting C S *Phys. Rev. Lett.* **96** 155901 (2006)
22. Boyd J R, Gavenda J D *Phys. Rev.* **152** 645 (1966)
23. Rikken G L J A, van Tiggelen B A *Nature* **381** 54 (1996)

Properties of acoustic polarization vectors in crystals and the phonon Hall effect

L.A. Maksimov, T.V. Khabarova
Institute for Superconductivity and Solid State Physics, Russian Research Centre "Kurchatov Institute", pl. Akademika Kurchatova 1, 123182 Moscow, Russian Federation
E-mail: lam05@mail.ru, frau_sych@mail.ru

The properties of acoustic phonon polarization vectors in high-symmetry crystals are considered. Elliptic polarization of phonons in the presence of a magnetic field is shown to occur in crystals with the spin–phonon coupling.

PACS numbers: **63.20.–e**, 72.15.Gd, 72.20.Pa DOI: 10.3367/UFNr.0179.201005c.0503

Bibliography — 23 references *Received 19 August 2008, revised 11 March 2010*

Uspekhi Fizicheskikh Nauk **180** (5) 503 – 507 (2010) *Physics – Uspekhi* **53** (5) (2010)