

ПРИБОРЫ И МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЙ

Маскировка материальных тел методом волнового обтекания

А.Е. Дубинов, Л.А. Мытарева

Представлено современное состояние физики электромагнитной маскировки материальных тел методом волнового обтекания. Описаны эксперименты, доказывающие осуществимость этого метода маскировки. Рассмотрены особенности расчёта профилей маскирующих оболочек, представлены основные достижения и нерешиённые проблемы в теории взаимодействия волн с оболочками. Обсуждаются перспективы метода маскировки в волнах иной физической природы: в акустических волнах и волнах плотности вероятности.

PACS numbers: 41.20.Jb, 42.25.Bs, 42.30.Wb, 43.20.Gp

DOI: 10.3367/UFNr.0180.201005b.0475

Содержание

1. Введение (475).
2. Методы маскировки (476).
3. Идея метода волнового обтекания (477).
4. Первая экспериментальная демонстрация маскировки по методу волнового обтекания (478).
5. Возможности выбора других параметров для цилиндрической маскирующей оболочки кругового сечения (480).
6. Разнообразие форм маскирующих покрытий (481).
 - 6.1. Эллиптический цилиндр.
 - 6.2. Произвольный цилиндр.
 - 6.3. Трёхмерные оболочки.
7. Ключевые проблемы маскировки волновым обтеканием (485).
 - 7.1. Дисперсия.
 - 7.2. Диссипативные потери.
 - 7.3. Обращение компонент проницаемостей в нуль или бесконечность.
8. Борьба с дисперсией и анизотропией: маскировка плоским слоем (486).
9. Некоторые практические трудности, связанные с маскировкой (488).
 - 9.1. Неоднородность внешней среды.
 - 9.2. Слепота маскируемого объекта.
10. Теоретическое описание маскировки (489).
11. За пределами электродинамики (491).
 - 11.1. Акустическая маскировка.
 - 11.2. Квантово-механическая маскировка.
 - 11.3. Маскировка, использующая преобразование типа волны.
12. Родственные идеи (493).
 - 12.1. Малые направленные антенны.
 - 12.2. Лабораторная модель чёрной дыры.
 - 12.3. Модели "кротовой норы" и магнитного монополя.

А.Е. Дубинов, Л.А. Мытарева. Саровский государственный физико-технический институт,
ул. Духова 6, 607186 Саров, Нижегородская обл.,
Российская Федерация,
Тел.: (83130) 45-144, (83130) 51-235,
E-mail: dubinov-ae@yandex.ru, mytareva-la@yandex.ru

Статья поступила 19 августа 2009 г.,
после доработки 3 декабря 2009 г.

13. Недавние эксперименты по маскировке методом волнового обтекания (495).
 - 13.1. Широколосная невидимость цилиндрического гофрированного рассеивателя в волноводе.
 - 13.2. Моделирование маскировки электрической схемой на основе сосредоточенных LC-элементов.
14. Заключение (496).
15. Приложения (497).
 - I. Доказательство инвариантности уравнений Максвелла по отношению к координатному преобразованию общего вида.
 - II. Вычисление траекторий лучей в маскирующих оболочках.
 - III. Историческое дополнение. Знали ли о маскировке методом волнового обтекания несколько десятилетий назад?

Список литературы (500).

1. Введение

Способы маскировки чрезвычайно интересовали людей во все времена. Мечта о полной невидимости нашла воплощение в сказках многих народов, а также в фантастических романах и фильмах. Всевозможные пластины и шапки-невидимки, а также другие сказочные "устройства" придавали героям произведений невидимость и множество связанных с ней преимуществ.

Мечты человечества о невидимости материальных объектов и попытки их воплотить существуют и в наши дни. В XX в. такие попытки только усилились с развитием радиолокации и звуколокации, а одним из примеров, показывающим практическую значимость невидимости, явилось создание технологии "Стелс", которая основана на придании укрываемым объектам специальной формы и/или покрытии их специальной твёрдой оболочкой.

В последние два-три года в этом направлении произошёл концептуальный и методологический прорыв, позволяющий рассматривать невидимость материальных тел в самом ближайшем будущем как реальную технологию. Считается, что метод маскировки, о котором пойдёт здесь речь, был изобретён в 2006 г. сэром Джоном Пенди (Империал Колледж, Великобритания)

[1, 2], известным специалистом в области электродинамики левых сред и метаматериалов, а его изобретение было основано на математических работах другого английского учёного — Ульфа Леонхардта [3, 4]. Предложенный ими метод маскировки был назван Н.Н. Розановым *методом волнового обтекания* [5], а в англоязычной литературе за этим методом закрепился термин *cloaking*.

Прорыв в области маскировки вызвал настоящий бум среди специалистов. Число публикаций, развивающих теорию новых невидимок на основе волнового обтекания, возрастает лавинообразно (сейчас появляется до нескольких статей в неделю), и уже более десяти зарубежных лабораторий активно включились в гонку за лидерство в этой области.

Результаты исследований маскировки методом волнового обтекания достигли такого уровня, что уже сейчас можно подвести некоторые итоги, проанализировать достижения и выделить нерешённые проблемы. Но оказалось, что пока не существует обзоров и книг, целиком посвящённых маскировке методом волнового обтекания, в ряде обзоров [6, 7] это направление лишь кратко упомянуто. Кроме того, по этому вопросу имеется популярная статья [5] и краткое учебное пособие для студентов [8].

Цель данной статьи — представить исчерпывающую на конец 2009 г. информацию о достижениях и проблемах в области волновой маскировки.

Перед изложением основного материала сделаем некоторые существенные замечания. Так сложилось, что для многих людей, слышавших или читавших о новом методе маскировки, он устойчиво ассоциируется с такими понятиями как "левая среда" или "отрицательное преломление" (очень часто связка этих понятий встречается в различных популярных статьях и газетных заметках). Дело, как нам кажется, в том, что свои маскирующие покрытия Дж. Пендри с коллегами предложили конструировать из элементов метаматериалов (композитных магнитных сред). Метаматериалы впервые были созданы в конце 1990-х годов, и с тех пор они активно исследовались именно как среды, в которых на определённых частотах можно наблюдать отрицательное преломление (левые среды). Тем не менее метаматериалы маскирующих покрытий в рабочем диапазоне частот чаще всего проявляют себя как обычные, "правые", среды.

Сам метод волнового обтекания, как мы увидим ниже, не требует обязательного применения веществ с отрицательным преломлением, по крайней мере, для простых (сферической, цилиндрической и др.) форм маскирующих покрытий. По этой причине мы здесь не будем рассматривать физику левых сред и метаматериалов, а интересующегося ими читателя можно отослать к обзорам [9–14], монографиям [15–17] и популярным книгам [18, 19].

Ещё одно замечание: новое, как часто бывает, — это хорошо забытое старое. В конце статьи (см. приложение III) мы представим некоторые доводы, доказывающие, что метод волнового обтекания был понятен задолго до появления метаматериалов. Возможно, что в середине прошлого века уже были предприняты попытки реализовать его с помощью оболочек из обычных правых сред.

2. Методы маскировки

Для маскировки, сокрытия или уменьшения заметности материальных тел придумано много различных методов. Популярный обзор этих методов приведён в [5], и мы частично будем ему следовать в данном разделе, привлекая для иллюстрации дополнительные примеры.

В оптической области основным методом маскировки, конечно, является *камуфляж* (или маскировка *под цвет*), который затрудняет опознавание объекта оптическими средствами (глазом или различными приборами). Камуфляжная окраска не делает объект невидимым, а лишь уменьшает контраст между ним и фоном, что заставляет наблюдателя потратить какое-то время на обнаружение объекта, даже если наблюдатель заранее приблизительно знает его местонахождение. Всем известный пример такой маскировки под цвет — камуфляжная одежда военных, охотников и др. У представителей животного мира различают сразу несколько видов маскировки под цвет: *криптическая окраска* под цвет окружающей среды (примеры: зелёные ящерицы, кузнечики, гусеницы в травянистой местности, жёлто-бурые саранча, сайгаки в песчаной местности, белые медведи, барсы в заснеженной местности, сезонная или возрастная линька зайцев, котиков); *дизruptивная окраска* — маскировка на основе контрастной окраски, уменьшающая заметность в местности со сложным рельефом (зебры, бурундук); *скрадывающая окраска*, основанная на эффекте светотени, при котором более освещённые участки тела животного (спина) окрашены в более тёмный цвет (встречается у многих животных).

Ещё один способ достижения невидимости, заимствованный у природы, — маскировка не под цвет, а *под свойства* окружающей среды. Например, у медуз и некоторых рыб показатель преломления тела почти равен показателю преломления морской воды. Объект, обладающий таким свойством, практически невозможно заметить даже при самом внимательном разглядывании. Этим способом воспользовался герой романа Г. Уэллса *Человек-невидимка* мистер Гриффин, который с помощью введённых в свой организм химических веществ добился равенства показателей преломления собственного тела и окружающего воздуха. К сожалению, этим свойством нельзя наделить произвольный объект, поэтому такой способ маскировки имеет очень ограниченную область применения.

Появление локационной техники значительно расширило понятие невидимости. Раньше под словом "невидимый" подразумевали нечто недоступное зрению, однако сейчас это понятие иногда применяют к объектам, которые не способен обнаружить радар.

У противолокационной маскировки есть свои особенности, по сравнению с оптической. Эти особенности связаны, прежде всего, с тем, что локатор "видит" объекты в собственном отражённом излучении. Если излучение локатора будет полностью поглощено каким-то предметом, то это будет воспринято так же, как если бы оно ушло в пустоту, поскольку в обоих случаях отражённая волна отсутствует. Получается, что этот предмет невидим. Однако глаз, в отличие от радара, видит объекты в свете внешнего источника, поэтому объект с поглощающим покрытием хорошо видим почти на любом фоне, так как имеет чёрный цвет.

Для противолокационной маскировки применяют и рассеивающие покрытия. Например, технология "Стелс" основана на придании самолёту специфической угловой формы, благодаря которой он рассеивает падающее радиоизлучение не назад (в направлении излучателя), а в каком-то совсем другом направлении (кстати, такая форма значительно ухудшает аэродинамику самолёта), тогда как в оптической области рассеивающее покрытие не придаёт объекту незаметность, а лишь размывает его очертания.

Однако технологии маскировки, подобные "Стелс", теряют эффективность, если локационная система состоит из нескольких радаров: отражённое от объекта излучение одного радара попадает в поле зрения другого. С помощью системы локаторов можно обнаружить и поглощающие объекты: каждый радар "видит" уже не только в собственном, но и во внешнем излучении, поэтому поглощающий излучение объект будет замечен радару так же, как глазу заметен чёрный предмет на светлом фоне.

Технологии обнаружения в последние десятилетия не отставали от технологий маскировки: для каждого нового способа маскировки очень быстро находился свой способ обнаружения объекта по косвенным признакам (тени, рассеянному излучению или спутному следу). В связи с этим имеется острая потребность в такой маскировке, которая минимизировала бы все эти косвенные признаки.

В последние годы было предложено несколько новых типов маскировки. Наибольшее развитие благодаря своей универсальности получила идея маскировки по методу волнового обтекания, о котором и пойдёт речь в разделе 3.

3. Идея метода волнового обтекания

Кардинально новый метод маскировки предложили в 2006 г. Дж. Пен드리 с коллегами [1, 2]. Их основная идея состоит в том, что маскирующее покрытие должно искривлять фронт падающего электромагнитного излучения, заставляя лучи огибать объект, а на выходе принимать прежнее направление (рис. 1). Тогда внешне всё выглядит так, как будто на пути волны ничего не было, т.е. наблюдатель вместо объекта, защищённого маскирующей оболочкой, увидит пустое пространство позади неё.

Для того чтобы наблюдатель не заметил никаких признаков присутствия неоднородности, нужно соблюсти ещё одно условие: оптическая длина пути каждого луча в оболочке должна быть такой же, как если бы он

распространялся прямолинейно в свободном пространстве. Иначе лучи, прошедшие через оболочку, просто не "впишутся" в общую картину: они будут интерферировать с лучами, не взаимодействовавшими с оболочкой, искакажа картину поля.

Осуществлять идею предлагается за счёт неоднородности вещества маскирующего покрытия. Действительно, явление преломления луча на границе двух сред всем хорошо знакомо. Но если показатель преломления среды изменяется непрерывно, то луч непрерывно преломляется и его траектория представляет собой гладкую кривую. Кстати, именно на этом основано объяснение такого хорошо известного явления, как мираж, при котором становятся видимыми объекты, находящиеся за горизонтом. Этот тип миража можно наблюдать в тихую, сухую и очень жаркую погоду, когда стоячий воздух вблизи земной поверхности имеет выраженное радиальное распределение показателя преломления. В результате лучи света огибают поверхность Земли, позволяя увидеть загоризонтные объекты и оставляя невидимым участок земной поверхности между наблюдателем и миражом.

Встаёт вопрос: как же рассчитать параметры маскирующего покрытия (а именно тензоры диэлектрической и магнитной проницаемостей), чтобы получить нужные лучевые траектории? В [1] предлагается не менее интересная, чем сама идея искривления лучей, процедура. Эта процедура заключается в том, что внутри оболочки мысленно создаётся пространство с искривлённой метрикой, для чего находится необходимое преобразование координат. В основе процедуры лежит тот факт, что уравнения Максвелла инвариантны по отношению к пространственным преобразованиям (см. приложение I).

Эту процедуру легче всего пояснить на следующем простом примере. Пусть нужно создать маскирующее покрытие в виде шарового слоя $R_1 < r < R_2$, внешней средой которого является вакуум (или воздух). Сделаем преобразование, переводящее шар радиусом R_2 с центром в начале координат в этот шаровой слой:

$$r' = R_1 + r \frac{R_2 - R_1}{R_2}, \quad \theta' = \theta, \quad \varphi' = \varphi. \quad (1)$$

Уравнения Максвелла

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}, \quad \nabla \times \mathbf{H} = \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \quad (2)$$

после таких координатных преобразований формально сохраняют свой вид:

$$\nabla \times \tilde{\mathbf{E}} = -\frac{\hat{\mu}}{c} \frac{\partial \tilde{\mathbf{H}}}{\partial t}, \quad \nabla \times \tilde{\mathbf{H}} = \frac{\hat{\epsilon}}{c} \frac{\partial \tilde{\mathbf{E}}}{\partial t}, \quad (3)$$

где $\tilde{\mathbf{E}}$ и $\tilde{\mathbf{H}}$ — компоненты поля в новых координатах, $\hat{\mu}$ и $\hat{\epsilon}$ — тензоры с диагональными компонентами

$$\begin{aligned} \epsilon_{rr} = \mu_{rr} &= \frac{R_2}{R_2 - R_1} \frac{(r - R_1)^2}{r^2}, & \epsilon_{\theta\theta} = \mu_{\theta\theta} &= \frac{R_2}{R_2 - R_1}, \\ \epsilon_{\phi\phi} = \mu_{\phi\phi} &= \frac{R_2}{R_2 - R_1}. \end{aligned} \quad (4)$$

(вывод общих выражений для произвольного преобразования содержится в приложении I).

Поскольку вид уравнений одинаков, то и решения будут иметь одинаковый вид по отношению к своим

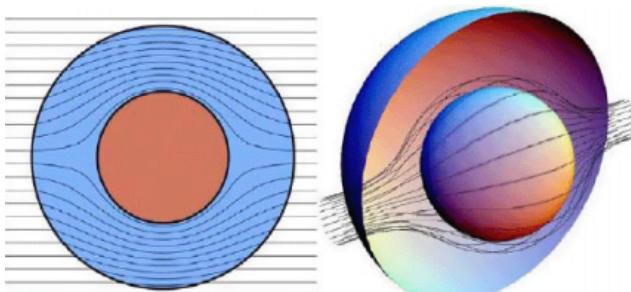


Рис. 1. Траектории лучей в маскирующей оболочке [1].

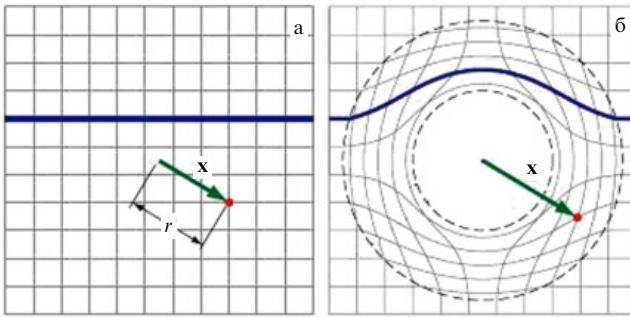


Рис. 2. (а) Прямая линия и вектор x в исходной (декартовой) системе координат. (б) Декартова сетка, те же линия и вектор в новых координатах (из работы [20]).

системам координат. Это означает, что среда, в которой создано распределение параметров (4), будет искривлять прямой луч так же, как преобразование (1) искривляет прямую линию, пересекающую шар с радиусом $r < R_2$ (рис. 2).

Так как преобразование не затронуло временной области, то фазы каждого луча в оригинальной и преобразованной системах будут равны между собой в каждый момент времени. Таким образом, с помощью преобразования координат нам удалось вычислить параметры маскирующего покрытия, удовлетворяющего всем названным требованиям невидимости.

Следует отметить, что к эквивалентному эффекту могла бы приводить и так называемая антигравитация (если бы она существовала в природе). Антигравитация при наличии отталкивающего тела вызывает такое искривление метрики пространства, при котором геодезические линии как бы раздвигаются (в обычной гравитации они сближаются).

Как видно из выражений (4), полученных чисто математически, компоненты проницаемостей $\varepsilon_r = \mu_r$ принимают значения, меньшие единицы (это можно было бы сказать и без вывода выражений (4), поскольку геометрический путь луча в оболочке длиннее, чем в вакууме, в то время как оптические пути и набеги фазы должны быть равны).

Если делать аналогичные вычисления не для шара, а, например, для куба, то некоторые компоненты проницаемостей окажутся отрицательными. Это можно наглядно показать (рис. 3). Лучи, проходящие выше

штрихпунктирной линии (которая делит прямоугольник пополам), преломляются на входе в оболочку: как обычно, падающий и преломлённый лучи находятся по разные стороны нормали к границе раздела. Лучи, проходящие ниже штрихпунктирной линии, преломляются отрицательно: падающий и преломлённый лучи оказываются по одну сторону от нормали, т.е. здесь уже необходима левая среда. В то же время нетрудно понять, что любой падающий на оболочку кругового сечения луч будет преломляться положительно.

Отрицательное преломление также необходимо присутствует в маскирующих оболочках многих других форм. Прежде всего, это относится к невыпуклым оболочкам, например, в форме сердца (такие формы будут рассмотрены ниже). Но вместе с тем понятно, что если необходимо замаскировать любое, даже невыпуклое, тело, то это можно сделать с помощью сферической оболочки достаточно большого радиуса и поэтому можно обойтись и без помощи левых сред!

Но что действительно необходимо для маскировки обтеканием (это видно из (4)), так это наличие анизотропных градиентных материалов с компонентами проницаемостей, меньшими единицы, или — в некоторых случаях — отрицательными. Далее рассмотрим, как изложенные в этом разделе идеи можно реализовать на практике.

Примечание. Итак, маскирующее покрытие является анизотропной средой. Возникает вопрос: почему каждый луч преломляется в ней единственным образом? Где же обыкновенный и необыкновенный лучи? Ведь анизотропные среды, как правило, снимают поляризационное вырождение для волн.

Авторы метода объясняют такую сохранность поляризационного вырождения тем, что у маскирующего покрытия тензоры диэлектрической и магнитной проницаемостей равны между собой [20]. Действительно, среда маскирующего покрытия — это преобразованный вакуум, который обладает тем же свойством ($\varepsilon = \mu = 1$). Но вакуум преломляет луч единственным образом, так почему же маскирующая оболочка должна расцеплять его надвое?

Помимо этих общих рассуждений, авторы [20] предлагают вполне строгое доказательство отсутствия двулучепреломления в маскирующем покрытии. Определяя оператор \hat{K} выражением

$$\mathbf{k} \times (\hat{\mu}^{-1}(\mathbf{k} \times \mathbf{E})) + \hat{\epsilon}\mathbf{E} = \hat{K}\mathbf{E} \quad (5)$$

и обозначая $\hat{\epsilon} = \hat{\mu} = \hat{n}$, они выводят дисперсионное соотношение для маскирующей оболочки в виде

$$\det(\hat{K}\hat{n}^{-1}\hat{K} + \hat{n}) = \frac{1}{\det \hat{n}}(\mathbf{k}\hat{n}\mathbf{k} - \det \hat{n})^2. \quad (6)$$

Уравнение (6) — это уравнение четвёртого порядка относительно \mathbf{k} , однако оно имеет только два различных решения (с противоположными знаками). В средах с двулучепреломлением, напротив, все четыре решения дисперсионного уравнения различны.

4. Первая экспериментальная демонстрация маскировки по методу волнового обтекания

О первом экспериментальном осуществлении маскировки методом волнового обтекания объектов оболочками из метаматериалов стоит рассказать отдельно. Успех этих экспериментов во многом обусловил ту волну интереса, которую вызвал в научном мире этот

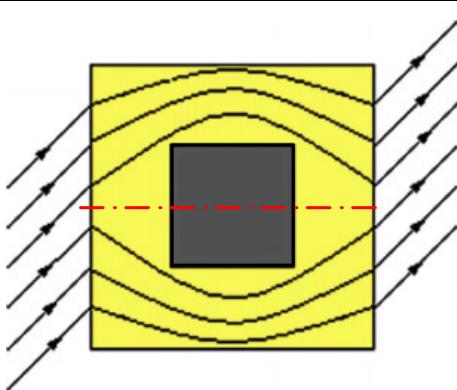


Рис. 3. Схема падения лучей на маскирующую оболочку (светлая область) прямоугольного сечения (лучи падают слева направо).

метод маскировки. Он же выявил и основные проблемы, над решением которых специалисты работали в последние два-три года.

Экспериментам предшествовало исследование [21], которое включало в себя численное моделирование обтекания в бесконечно длинной цилиндрической оболочке кругового сечения. Взаимодействие оболочки с линейно поляризованной электромагнитной волной моделировалось методом FDTD (Finite-Difference Time-Domain), не использующим приближение геометрической оптики и позволяющим рассчитать волновую картину полностью (full-wave simulation).

Параметры цилиндрического покрытия были рассчитаны по методу координатных преобразований:

$$\begin{aligned}\varepsilon_{rr} &= \mu_{rr} = \frac{r-a}{r}, & \varepsilon_{\phi\phi} &= \mu_{\phi\phi} = \frac{r}{r-a}, \\ \varepsilon_{zz} &= \mu_{zz} = \left(\frac{b}{b-a}\right)^2 \frac{r-a}{r},\end{aligned}\quad (7)$$

в котором использовано линейное преобразование

$$r' = \frac{b-a}{b} r + a, \quad \varphi' = \varphi, \quad z' = z, \quad (8)$$

где a и b — внутренний и внешний радиусы цилиндрической оболочки соответственно.

Картина взаимодействия линейно поляризованной волны, вектор \mathbf{E} которой параллелен оси цилиндра, с таким маскирующим покрытием показана на рис. 4а. Эффект маскировки налицо: излучение не проникает внутрь полости и практически не рассеивается на поверхности оболочки, фронт волны после прохождения через оболочку снова становится плоским.

Расчёты в работе [21] являлись подготовкой к экспериментам, поэтому её авторы не остановились на идеальной маскирующей оболочке. Понимая, что в действительности невозможно создать оболочку с непрерывным распределением параметров и без диссипатив-

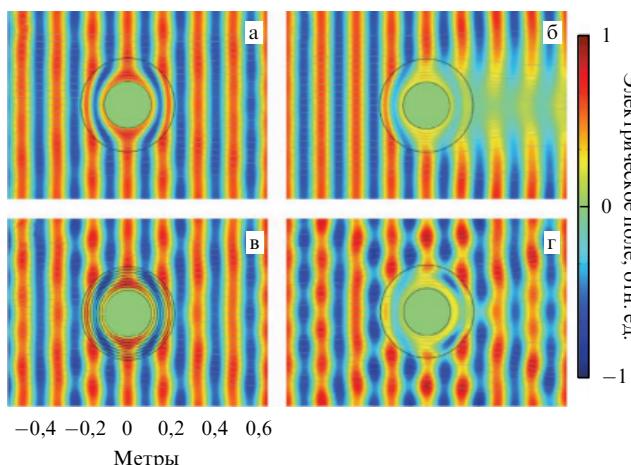


Рис. 4. Распределение нормированной амплитуды электрического поля вблизи цилиндрической маскирующей оболочки. Тонкие горизонтальные линии показывают траектории лучей, направление потока энергии поля во всех случаях слева направо. (а) Покрытие с идеальными параметрами (7), (б) покрытие с идеальными параметрами (7) и тангенсом угла потерь, равным 0,1, (в) восемьслойное приближение идеального покрытия, (г) покрытие с упрощёнными параметрами (12). (Из работы [21].) (См. цветную версию рисунка на сайте <http://www.ufn.ru/>.)

ных потерь, они смоделировали также взаимодействие плоской волны со слоистым покрытием (восемь слоёв, каждый из которых имеет свой показатель преломления) и покрытием с потерями.

Из рисунка 4б, в видно, что дискретность оболочки несколько ухудшает картину (траектории лучей вне оболочки перестают быть прямолинейными из-за рассеяния), а ненулевое поглощение приводит к появлению тени.

К сожалению, пока очень трудно воплотить в жизнь покрытие с параметрами (7), так как все компоненты проницаемостей пространственно неоднородны. Однако если, например, вектор \mathbf{E} падающей волны параллелен оси цилиндра z , то картина становится двумерной и z -компоненты проницаемостей можно положить постоянными ($D_z = \varepsilon_{zz} E_z$, $\varepsilon_{zz} = \text{const}$). Тогда уравнения Максвелла внутри оболочки примут следующий вид:

$$i\omega D_z = \frac{1}{r} \left[\frac{\partial(rH_\varphi)}{\partial r} - \frac{\partial H_r}{\partial\varphi} \right], \quad (9)$$

$$i\omega \mu_{rr} H_r = \frac{1}{r} \frac{\partial(D_z/\varepsilon_{zz})}{\partial\phi}, \quad (10)$$

$$i\omega \mu_{\phi\phi} H_\varphi = -\frac{\partial(D_z/\varepsilon_{zz})}{\partial r}. \quad (11)$$

В выражения (9)–(11) компоненты проницаемостей входят в виде произведений $\mu_{rr}\varepsilon_{zz}$ и $\mu_{\phi\phi}\varepsilon_{zz}$, поэтому вместо параметров (7) можно взять более простые выражения, дающие тот же результат.

В [21] предлагается такой набор:

$$\varepsilon_{zz} = \left(\frac{b}{b-a}\right)^2, \quad \mu_{rr} = \left(\frac{r-a}{r}\right)^2, \quad \mu_{\phi\phi} = 1. \quad (12)$$

Несомненно, это сильно упрощает дело, поскольку здесь только одна компонента пространственно неоднородна! На рисунке 4г показана маскирующая оболочка с параметрами (12). По искривлённым траекториям лучей вне оболочки видно, что рассеяние во всех направлениях весьма значительно. Тем не менее эффект маскировки имеет место, так как излучение все же не проникает в область $r < a$.

Для экспериментов (работа [2] тех же авторов, вышедшая вскоре после [21]) была создана оболочка, обладающая всеми вышеперечисленными отклонениями от идеала: упрощёнными материальными параметрами (12), дискретностью, поглощением. Кроме того, цилиндр имел конечную (и очень небольшую) высоту.

Покрытие содержало десять слоёв, каждый из которых, в свою очередь, состоял из множества кольцевых резонаторов (наиболее распространённый тип структурных элементов метаматериалов). Резонаторы каждого слоя имели свои геометрические размеры, которые были подобраны так, чтобы достичь зависимости $\mu_{rr}(r)$, максимально приближенной к (12). Радиусы слоёв выбирались таким образом, чтобы на их окружностях укладывалось по целому числу резонаторов. Оболочка и параметры её элементов показаны на рис. 5, 6. В качестве маскируемого объекта взят полый проводящий цилиндр радиусом $r = 0,26$ м.

Из рисунка 7, на котором представлены результаты экспериментов, видно, что, несмотря на все свои несовершенства, цилиндрическая оболочка всё же даёт

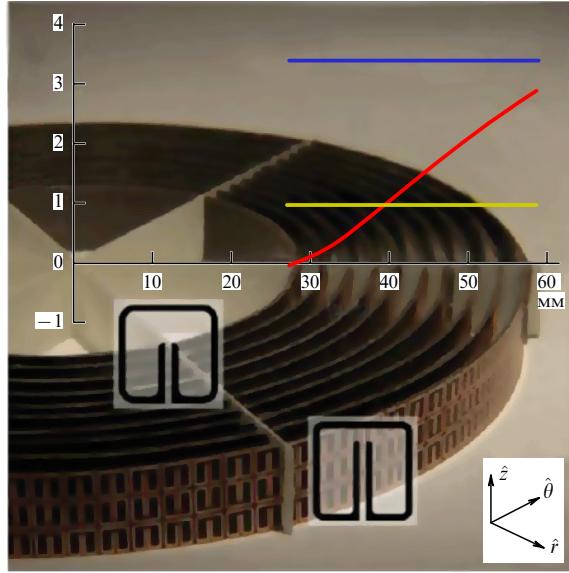


Рис. 5. Цилиндрическая маскирующая оболочка (фоновое изображение) с графиками $\mu_{rr}(r)$ (наклонная линия), $\mu_{\phi\phi}(r)$ (нижняя горизонтальная прямая) и $\varepsilon_{zz}(r)$ (верхняя горизонтальная прямая). (Из работы [2].)

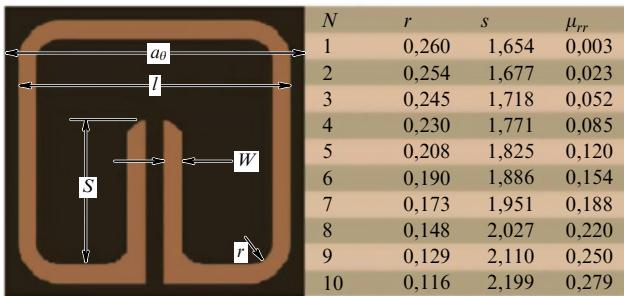


Рис. 6. Геометрические параметры кольцевых резонаторов (N — номер слоя). (Из работы [2].)

частичный маскирующий эффект, приводящий к уменьшению заметности маскируемого объекта: проводящий цилиндр, покрытый этой оболочкой, значительно меньше рассеивает излучение, чем тот же цилиндр без оболочки (ср. рис. 7а и б). Именно этот первый успех и стал отправной точкой нового направления в технике маскировки.

5. Возможности выбора других параметров для цилиндрической маскирующей оболочки кругового сечения

В работе [21] выражения для компонент проницаемостей (7) получены с помощью линейного преобразования (8). В то же время существует бесконечно много способов трансформировать сплошной цилиндр в цилиндр с полостью, и линейное преобразование было выбрано исключительно ввиду его простоты.

Общий вид преобразования для цилиндрической оболочки следующий:

$$r' = f(r), \quad \varphi' = \varphi, \quad z' = z, \quad f(a) = 0, \quad f(b) = b. \quad (13)$$

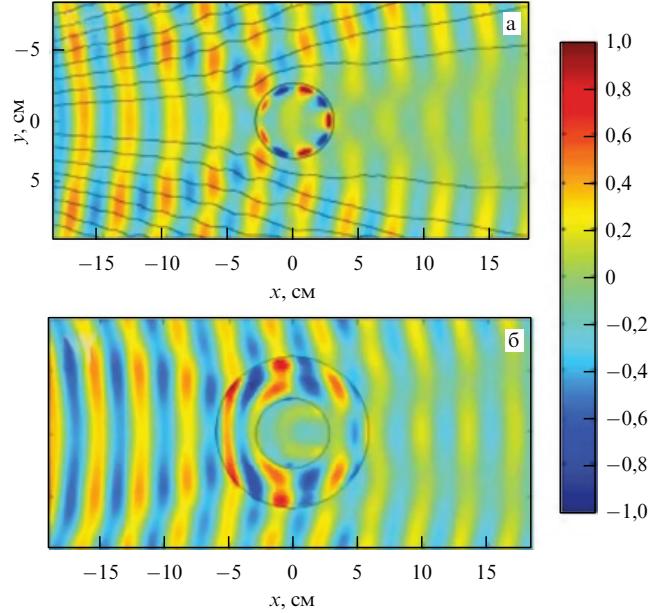


Рис. 7. Распределение нормированной амплитуды электрического поля: (а) экспериментальные измерения с цилиндром без покрытия (тонкие тёмные кривые показывают направление потока энергии поля), (б) экспериментальные измерения для замаскированного цилиндра. (Из работы [2].)

Компоненты проницаемостей тогда имеют вид

$$\begin{aligned} \varepsilon_{rr} &= \mu_{rr} = \frac{f(r)}{rf'(r)}, & \varepsilon_{\phi\phi} &= \mu_{\phi\phi} = \frac{rf'(r)}{f(r)}, \\ \varepsilon_{zz} &= \mu_{zz} = \frac{f(r)f'(r)}{r}, \end{aligned} \quad (14)$$

где $f'(r) = df(r)/dr$ (соотношения (14) следуют из общих выражений для тензоров \hat{e} и $\hat{\mu}$, выведенных в приложении I).

Идеальный эффект маскировки можно получить, используя линейное преобразование, достаточно только при создании покрытия соблюсти параметры (7). Но на практике это оказалось весьма сложным, поэтому много внимания было уделено поиску возможности уменьшения числа неоднородных компонент тензоров \hat{e} и $\hat{\mu}$.

Первая попытка, в результате которой были получены параметры (12), оказалась неудовлетворительной: такая оболочка давала слишком большое рассеяние (рис. 4г). Лучший результат был достигнут в работах [22, 23], где для создания упрощённых покрытий применялись, как ни странно, более сложные преобразования.

Рассмотрению квадратичного преобразования

$$r' = f(r) = \frac{-ar^2 + (b^2 + a^2)r - ab^2}{(b - a)^2} \quad (15)$$

посвящена работа [22], в которой предложены следующие параметры для маскирующей оболочки:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{rr} &= \frac{(b^2 - ra)^2(r - a)^2}{(b - a)^4 r^2}, \\ \varepsilon_{\phi\phi} &= \frac{(a^2 + b^2 - 2ra)^2}{(b - a)^4}, \quad \mu_{zz} = 1. \end{aligned} \quad (16)$$

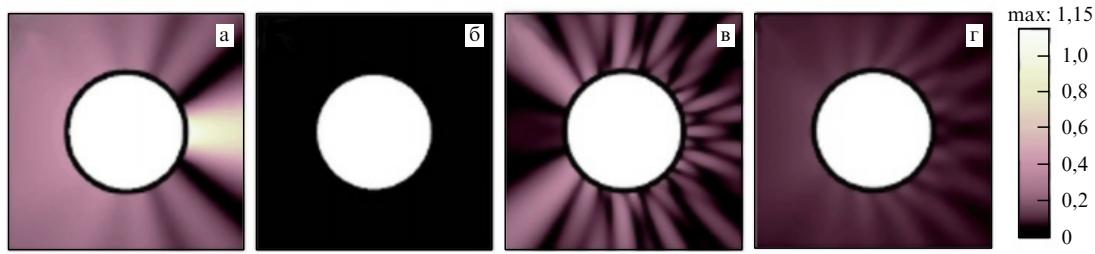


Рис. 8. Распределение нормированной амплитуды излучения, рассеянного на проводящем цилиндре без покрытия (а), на идеальной маскирующей оболочке (б), на линейной немагнитной оболочке (в) и квадратичной немагнитной оболочке (г) (из [23]).

Эти выражения получены по аналогии с выражениями (12), но только для падающего излучения, поляризованного иначе (вектор \mathbf{B} параллелен оси z).

Такой набор параметров имеет два важных преимущества по сравнению с (12). Во-первых, импеданс оболочки на её внешней границе согласован с импедансом окружающей среды:

$$Z|_{r=b} = \sqrt{\frac{\mu_{zz}}{\varepsilon_{\phi\phi}}}|_{r=b} = 1. \quad (17)$$

Благодаря этому свойству, покрытие с параметрами (16) значительно меньше рассеивает падающее излучение, чем первое упрощённое покрытие с параметрами (12). Во-вторых, поскольку $\mu_z = 1$, оболочку можно считать немагнитной для волны с указанной поляризацией (отсутствие у среды магнитных свойств, как правило, значительно упрощает практическое решение задачи). Поэтому, несмотря на сложность выражений для компонент \hat{e} , в целом параметры (16) представляются менее сложными для воплощения, чем параметры (7).

Авторы работы [23] подошли к этому вопросу с несколько другой стороны, задав преобразование, наоборот, как функцию $r = g(r')$:

$$r = g(r') = \left[\frac{a}{b} \left(\frac{r'}{b} - 2 \right) + 1 \right] r' + a. \quad (18)$$

В итоге в [23] предложен соответствующий набор упрощённых параметров для случая падающего излучения, вектор \mathbf{B} которого параллелен оси z :

$$\varepsilon_{rr} = \left(\frac{r'}{r} \right)^2, \quad \varepsilon_{\phi\phi} = \left[\frac{\partial g(r')}{\partial r'} \right]^{-2}, \quad \mu_{zz} = 1. \quad (19)$$

Оболочка с параметрами (19) обладает теми же преимуществами: немагнитностью и согласованным с внешней средой импедансом. Её недостаток состоит в ограничении толщины: $a/b < 0,5$, в противном случае преобразование (13) не было бы монотонным.

В [23] также приведены результаты сравнительного анализа эффективности линейного немагнитного (с преобразованием $g(r') = (1 - a/b)r' + a$), квадратичного немагнитного (с $g(r')$, заданным выражением (18)) и идеального линейного (с параметрами (7)) покрытий (рис. 8). Можно сделать вывод о том, что использование преобразований высших порядков даёт очень хороший результат: квадратичное немагнитное покрытие рассеивает значительно меньше, чем линейное немагнитное.

6. Разнообразие форм маскирующих покрытий

Эксперименты с цилиндрической оболочкой вызвали появление целой лавины публикаций, посвящённых расчётом маскирующих покрытий других форм. Надо сказать, что во всех появившихся работах приведены результаты лишь численных экспериментов. Действительно, технологии на тот момент не позволяли создавать достаточно качественные оболочки. Из-за несовершенства технологий эксперименты (кроме первого, который доказывал реальность эффекта маскировки) теряли смысл, поскольку картина получалась бы слишком размытой для того, чтобы делать выводы о свойствах, обусловленных формой покрытия.

Рассмотрим эти работы.

Прежде всего, заметим, что и цилиндрическая оболочка может не хуже сферической скрывать любой объект, который можно в ней поместить. Однако для большинства практических приложений цилиндр неудобен, например, сферическая оболочка в этом смысле более универсальна. Тем не менее из-за сложностей моделирования маскировки нецилиндрическими оболочками их изучению долгое время уделялось значительно меньше внимания.

В самом деле, при прямом падении волны на цилиндрическую оболочку (фронт волны параллелен образующей цилиндра) поток энергии поля вдоль образующей отсутствует и в любом поперечном сечении картина поля одинакова, т.е. она является плоской (поэтому такие покрытия называют 2D-цилиндрическими). Подчеркнём, однако, что такую задачу нельзя считать строго двумерной, так как цилиндрическая оболочка имеет вполне определённые компоненты проницаемостей ε_{zz} и μ_{zz} , где ось z параллельна образующей цилиндра (см. выражения (7)). Тем не менее такие условно плоские задачи значительно менее громоздки, чем полноценные трёхмерные. Собственно, благодаря этой относительной простоте цилиндрические оболочки и заслужили столько внимания.

Итак, перечислим основные исследованные формы оболочек.

6.1. Эллиптический цилиндр

Одно из простейших покрытий с формой эллиптического цилиндра рассмотрено в работе [24] (рис. 9). Для расчёта его параметров используется линейное преобразование координат эллиптического цилиндра $x = c\xi\eta$, $y = c[(\xi^2 - 1)(1 - \eta^2)]^{1/2}$, $z = z$, "сжимающее" сплошной эллиптический цилиндр в цилиндр с по-

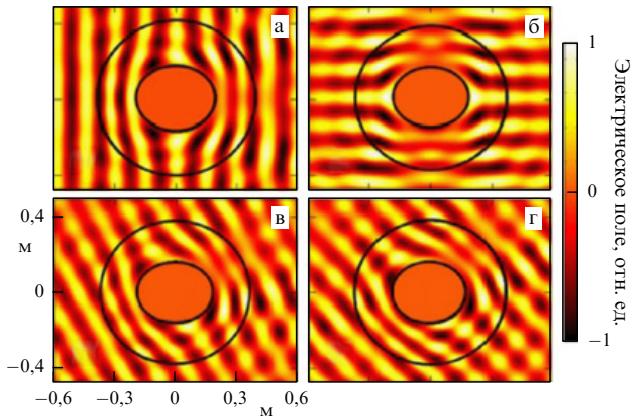


Рис. 9. Распределение нормированной амплитуды электрического поля для различных углов падения излучения на эллиптическую оболочку: (а) 0° , (б) 90° , (в) 30° , (г) 45° (из [24]).

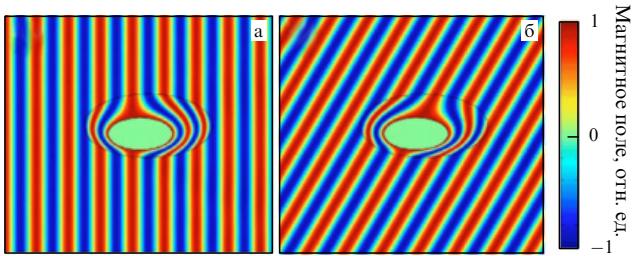


Рис. 10. Распределение нормированной амплитуды магнитного поля для различных углов падения излучения на эксцентрическую эллиптическую оболочку: (а) 0° , (б) 30° (из [25]).

лостью:

$$\xi' = \xi_1 + (\xi - 1) \frac{\xi_2 - \xi_1}{\xi_2 - 1}, \quad \eta' = \eta, \quad z' = z. \quad (20)$$

В [24] отмечено, что эллиптический цилиндр обладает меньшей степенью симметрии, чем круговой, поэтому направление падающего излучения для него небезразлично. Из рисунка 9, на котором показаны ситуации с различными углами падения излучения по отношению к большей оси эллипса, видно, что наилучшей маскировки можно достичь при нулевом угле.

Более общий, асимметричный, вид эллиптической оболочки рассмотрен в [25] (рис. 10). Любопытно, что такая оболочка, несмотря на полное отсутствие симметрии, даёт маскирующий эффект для любого направления падающего излучения.

Маскирующего эффекта можно достичь за счёт соответствующего выбора системы координат и преобразования. С этой целью авторы [25] вводят свою неортогональную (!) систему координат (q_1, q_2, q_3) , связанную с (x, y, z) соотношениями

$$q_1 = \sqrt{\left(\frac{x - q_1 x_c}{a}\right)^2 + \left(\frac{y - q_1 y_c}{b}\right)^2}, \quad (21)$$

$$q_2 = \arctan \frac{(y - q_1 y_c)/b}{(x - q_1 x_c)/a}, \quad q_3 = z.$$

Координатные линии $q_1 = \text{const}$ (в плоскости xy) представляют собой эллипсы с одинаковым отноше-

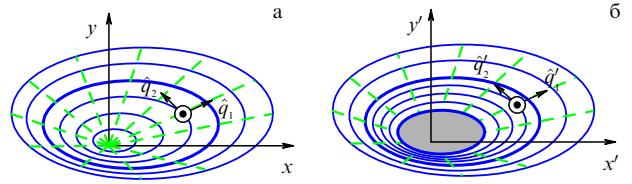


Рис. 11. Системы координат для эксцентрической эллиптической оболочки: (а) система координат (q_1, q_2, q_3) с координатными линиями $q_1 = \text{const}$ (сплошные) и $q_2 = \text{const}$ (штриховые), (б) система координат (q'_1, q'_2, q'_3) с соответствующими координатными линиями (из [25]).

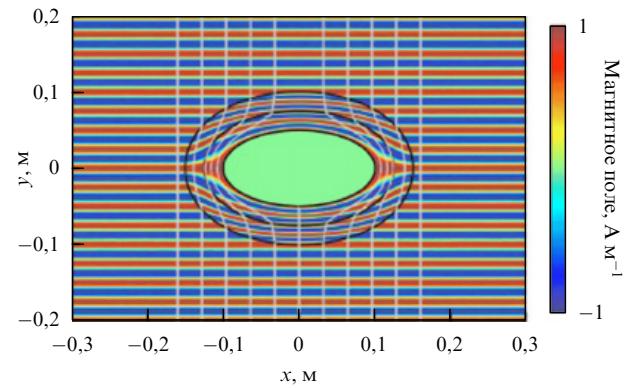


Рис. 12. Распределение амплитуды магнитного поля при падении на эллиптический маскирующий слой постоянной толщины (из [26]).

нием малой и большой полуосей b/a , координаты их центров: $(x, y) = (q_1 x_c, q_1 y_c)$. Координатные линии $q_2 = \text{const}$ — радиальные линии, проходящие через точку $(0, 0)$ (рис. 11а). Линейное преобразование

$$(q'_1, q'_2, q'_3) = \left(1 + \frac{s-1}{s} q_1, q_2, q_3\right), \quad 0 \leq q_1 \leq s, \quad (22)$$

переводит эллиптический цилиндр в цилиндр с эксцентрической полостью, как показано на рис. 11б. Так как система координат (q_1, q_2, q_3) не является ортогональной, то тензоры \hat{e} и $\hat{\mu}$ такой оболочки, рассчитанные методом координатных преобразований, имеют недиагональные компоненты $e_{12} = e_{21} = \mu_{12} = \mu_{21}$ (громоздкие выражения из [25] мы здесь приводить не будем).

Работа [25] убедительно показала, что несимметричные оболочки могут давать очень даже симметричный маскирующий эффект, достаточно только создать в них нужное (правда, весьма сложное) распределение параметров.

В работе [26] тех же авторов содержится ещё одно любопытное обобщение эллиптической формы маскирующего покрытия: эллиптический цилиндрический слой постоянной толщины (рис. 12). Такая форма интересна тем, что внутренняя и внешняя поверхности маскирующего слоя не являются подобными фигурами, что вносит свои сложности, заставляя также применять преобразование неортогональных координат.

Эллиптическая форма удобна своей универсальностью: в зависимости от отношения полуосей эллипс может быть очень вытянутым или почти круглым и тем самым удовлетворять разнообразным практическим задачам. На это обращается внимание в [27], где содер-

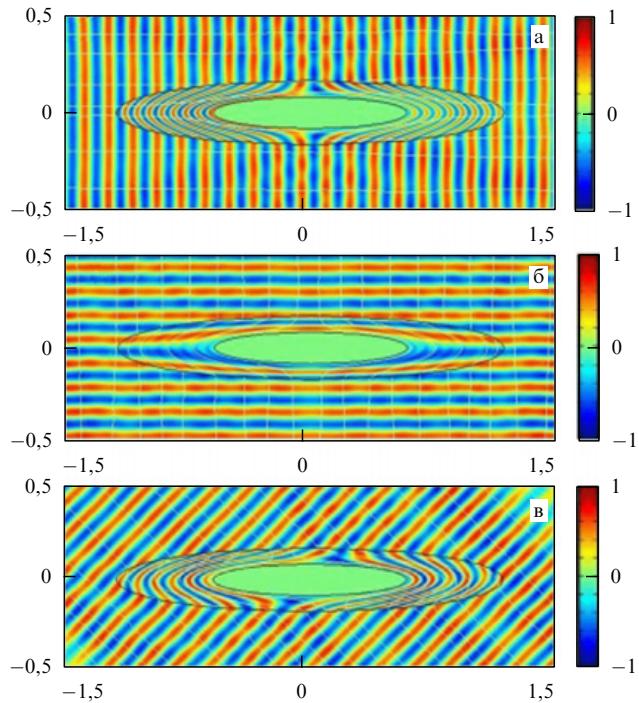


Рис. 13. Распределение нормированной амплитуды электрического поля для различных углов падения излучения (по отношению к горизонтальной оси) на эллиптическую маскирующую оболочку: (а) 0°, (б) 90°, (в) 45° (из [27]).

жится вывод тензоров $\hat{\epsilon}$ и $\hat{\mu}$ для концентрической эллиптической оболочки.

Приведём для справки выражения, полученные в [27]:

$$\epsilon_{xx} = \frac{r_1}{r_1 - ka} + \frac{k^2 a^2 R^2 - 2k a r_1^3}{(r_1 - ka)r_1^5} x^2, \quad (23a)$$

$$\epsilon_{xy} = \frac{k^2 a^2 R^2 - 2ka(1+k^2)r_1^3}{(r_1 - ka)r_1^5} xy = \epsilon_{yx}, \quad (23b)$$

$$\epsilon_{yy} = \frac{r_1}{r_1 - ka} + \frac{k^2 a^2 R^2 - 2k^3 a r_1^3}{(r_1 - ka)r_1^5} y^2, \quad (23b)$$

$$\epsilon_{zz} = \left(\frac{b}{b - a} \right)^2 \frac{r_1 - ka}{r_1}. \quad (23g)$$

Здесь k — отношение большой и малой полуосей, одинаковое для внутреннего и внешнего эллипсов, a и

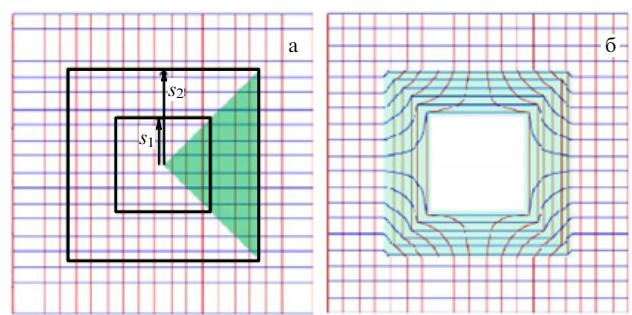


Рис. 14. Координатное преобразование для цилиндрической оболочки квадратного сечения: для каждого сектора, выделенного на рис. а, делается своё преобразование координат (из [28]).

b — их малые полуоси, $r_1 = (x^2 + k^2 y^2)^{1/2}$ и $R = (x^2 + k^4 y^2)^{1/2}$.

Хотя форма оболочки та же, что и в [24], в работе [27] использовано более сложное, нелинейное, преобразование

$$(x', y') = \left[\frac{b - a}{b} + \frac{ka}{\sqrt{x^2 + k^2 y^2}} \right] x, y, \quad z' = z.$$

В результате такая оболочка даёт симметричный маскирующий эффект (рис. 13).

6.2. Произвольный цилиндр

Параметры оболочки любой формы также можно рассчитать методом координатных преобразований. Однако в общем случае не существует преобразования, переводящего односвязную область в подобную ей двусвязную (например, если граница области является ломаной линией). Тогда $\hat{\epsilon}$ и $\hat{\mu}$ задают кусочно, делая сразу несколько преобразований.

В качестве простого примера можно привести цилиндрическую оболочку квадратного сечения, параметры которой рассчитаны в [28]. Для каждого "сектора" квадрата сделано своё преобразование и заданы свои материальные параметры (рис. 14).

Более сложную ломаную границу также можно разбить на куски и выполнить для каждого из них своё преобразование, как было сделано в [29] (рис. 15). К счастью, современные численные методы позволяют сделать множество таких операций за небольшое время. Этот метод можно использовать и для расчёта двумер-

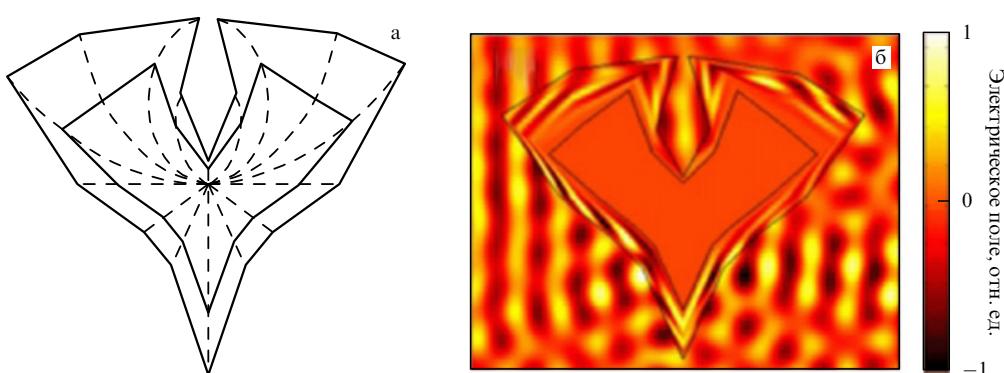


Рис. 15. Маскирующая оболочка с ломаной границей в форме птицы: (а) эскиз, (б) распределение нормированной амплитуды электрического поля при горизонтальном падении излучения на такую оболочку (из [29]).

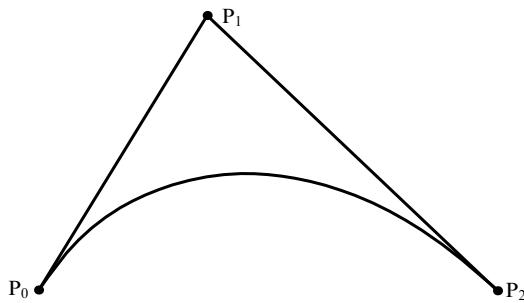


Рис. 16. Кривая Безье второго порядка с тремя контрольными точками: P_0 , P_1 и P_2 (из [30]).

ных оболочек, границы которых являются гладкими кривыми (в таком случае криволинейную границу нужно аппроксимировать ломаной линией).

Метод неравномерных рациональных бисплайнов (Non-Uniform Rational B-Spline — NURBS), используемый в [30], в этом смысле является более точным. В этом методе гладкая граница маскирующей оболочки аппроксимируется несколькими кривыми Безье второго порядка. Эти кривые могут представлять собой любые конические сечения (эллипсы, параболы, гиперболы), в зависимости от параметров.

Для задания кривой Безье второго порядка определяют три точки: $P_0(a_0, b_0)$, $P_1(a_1, b_1)$, $P_2(a_2, b_2)$ (рис. 16), и три параметра: w_0, w_1, w_2 , называемых весами. Параметрические уравнения кривой имеют вид

$$x(u) = \frac{w_0 a_0 (1-u)^2 + 2w_1 a_1 (1-u)u + w_2 a_2 u^2}{w_0 (1-u)^2 + 2w_1 (1-u)u + w_2 u^2}, \quad (24a)$$

$$y(u) = \frac{w_0 b_0 (1-u)^2 + 2w_1 b_1 (1-u)u + w_2 b_2 u^2}{w_0 (1-u)^2 + 2w_1 (1-u)u + w_2 u^2}. \quad (24b)$$

Хотя этот метод кажется более сложным, чем метод ломаной, он имеет важное преимущество: для того чтобы достаточно точно аппроксимировать гладкую кривую, потребуется ломаная, состоящая из нескольких сотен отрезков, а кривых Безье для этого нужно гораздо меньше. Например, форма сердца описывается всего двумя кривыми Безье, соответствующими его левой и правой половинам (рис. 17). Любопытно, что эти кривые были изобретены совсем недавно, в 1960-х годах, французским инженером Пьером Безье (фирма "Рено") для аппроксимации профилей обтекаемых кузовов автомобилей.

Ещё один интересный метод расчёта цилиндрических маскирующих оболочек с произвольным сечением изложен в работе [31]. В ней предлагается уравнения внутренней и внешней границ оболочки (в плоскости поперечного сечения) задавать в полярных координатах:

$$f_{\text{in}}(\varphi) = a\rho(\varphi), \quad (25)$$

$$f_{\text{out}}(\varphi) = b\eta(\varphi), \quad (26)$$

где $\rho(\varphi)$ и $\eta(\varphi)$ — безразмерные функции, a и b — "радиусы", или коэффициенты масштаба (фигуры, заданные уравнениями с одной функцией $\rho(\varphi)$, но разными "радиусами", подобны). Тогда линейное по r преобразование односвязной области с границей f_{out} в двусвяз-

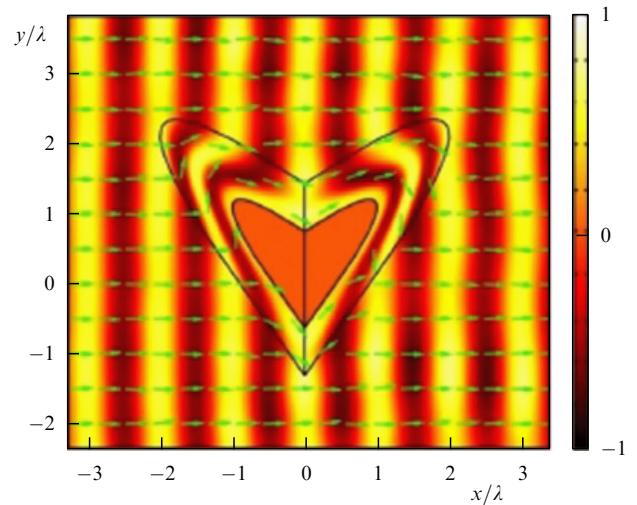


Рис. 17. Распределение нормированной амплитуды электрического поля при падении излучения на маскирующую оболочку в форме сердца; стрелками показаны направления потока энергии (из [30]).

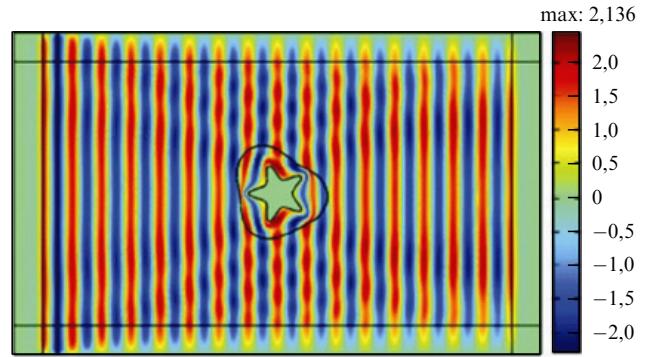


Рис. 18. Распределение нормированной амплитуды электрического поля для цилиндрической маскирующей оболочки с произвольной формой внешней и внутренней границ (из [31]).

ную область с границами f_{out} и f_{in} будет выглядеть следующим образом:

$$r' = a + \frac{b\eta(\varphi) - a\rho(\varphi)}{b\eta(\varphi)} r. \quad (27)$$

Подход, предложенный в [31], интересен тем, что он позволяет избежать подобия внутренней и внешней поверхностей оболочки. На рисунке 18 в качестве примера показана маскировка одной из оболочек, параметры которой получены этим методом. Такая маскировка имеет важные особенности: во-первых, маскируемый объект не является выпуклым, во-вторых, детали его геометрии имеют размер менее длины волны!

6.3. Трёхмерные оболочки

Трёхмерных оболочек пока рассмотрено немного, ещё не появились исследования трёхмерных оболочек с произвольной формой. Это связано, как уже говорилось выше, с трудностями моделирования таких задач. Кроме самой первой предложенной сферической формы, исследованы формы эллипсоида вращения (рис. 19а), а также незамкнутые оболочки в виде гиперболоида (рис. 19б) и конуса (рис. 19в) [32, 33].

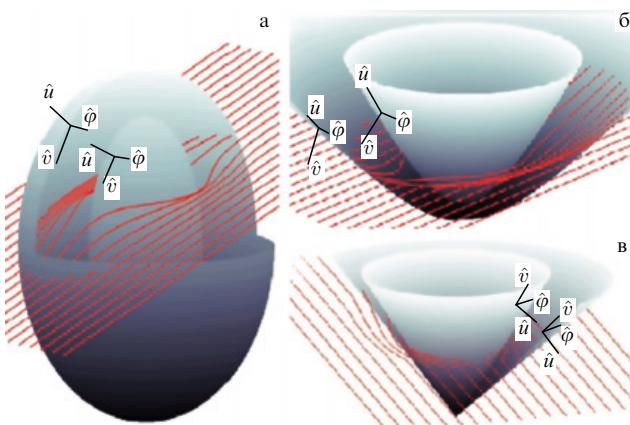


Рис. 19. Прохождение лучей через маскирующие оболочки в виде сфероида (а), гиперболоида (б) (из [32]) и конуса (в) (из [33]).

7. Ключевые проблемы маскировки волновым обтеканием

Ещё в работе [1] были названы некоторые препятствия на пути создания "плаща-невидимки" с помощью координатных преобразований. Экспериментальные исследования [2] и [21] показали серьёзность этих проблем. Перечислим их.

7.1. Дисперсия

Уже упоминалось, что в маскирующей оболочке геометрический путь луча длиннее, чем в вакууме, при равных оптических путях. Фактически это означает, что фазовая скорость волны в оболочке больше скорости света в вакууме c . Так как групповая скорость не может пре- восходить c , то она не равняется фазовой скорости, а это само по себе означает наличие частотной дисперсии ($\epsilon_{ij} = \epsilon_{ij}(\omega)$, $\mu_{ij} = \mu_{ij}(\omega)$). Таким образом, маскирующее покрытие может быть полностью эффективным только на одной частоте, для которой компоненты проницаемостей имеют нужный вид (например, (4) для сферической оболочки). Кроме того, сам материал покрытия может обладать более или менее выраженной дисперсией, в зависимости от его структуры.

Всего этого можно было бы избежать, если бы маскировка осуществлялась не в вакууме, а в оптически более плотной среде (допустим, с показателем преломления $n = 5$). Для маскировки нужны материалы с меньшим, чем у окружающей среды, показателем преломления, т.е. в данном случае можно обойтись обычными материалами с показателем $1 < n < 5$. К сожалению, на практике это мало применимо, поскольку, в основном, необходимо маскировать объекты в воздухе, но некоторые демонстрационные эксперименты тут возможны уже сейчас.

7.2. Диссипативные потери

Как можно видеть из рис. 4б, покрытие с поглощением (как, собственно, и любой другой поглащающий излучение предмет) даёт тень, по которой объект может быть обнаружен. Потери в маскирующей оболочке неизбежны, в первую очередь, потому, что она обладает довольно сильною дисперсией. Из известных соотношений Крамерса–Кронига следует, что мнимая часть диэлектрической (магнитной) проницаемости тем

больше, чем быстрее изменяется с возрастанием частоты её действительная часть. То есть среды, проявляющие в некотором диапазоне частот сильную дисперсию, обладают в этом диапазоне большим поглощением.

7.3. Обращение компонент проницаемостей в нуль или бесконечность

Ещё раз взглянем на выражения (4). Можно заметить, что на внутренней поверхности сферического маскирующего покрытия $\epsilon_{rr} = \mu_{rr} = 0$. То же самое имеет место и для цилиндрической оболочки. Получается, что внутренняя поверхность целиком состоит из особенных точек, наличие которых сильно усложняет анализ в любой электромагнитной задаче.

С особенными точками можно бороться, выбирая подходящие преобразования. Например, в работе [34], где предложен ещё один вариант оболочки в виде эллиптического цилиндра, используется линейное преобразование классических координат эллиптического цилиндра, в которых координатными линиями (в плоскости поперечного сечения) служат эллипсы с фокусами в одних и тех же точках (рис. 20). Напомним, что в других указанных нами работах по эллиптическим оболочкам координатные эллипсы выбраны иначе (например, в [27] они имеют постоянное отношение полуосей).

В работе [34] утверждается, что наличие или отсутствие особенных точек зависит от меры того множества точек, из которого при координатном преобразовании "раздувается" полость. Особенных точек не будет, если меры оригинального множества точек и его образа совпадают. Так как образ — это всегда поверхность (внутренняя поверхность оболочки), то оригиналом также должно быть множество меры 2.

Это требование не выполняется для сферической оболочки, полученной преобразованием (1), поскольку её полость "вырастает" из центра сферы (множество меры нуль). Для круглой цилиндрической оболочки (преобразование (8)) внутренняя поверхность получается из оси цилиндра (прямая — множество меры 1). Это же имеет место для эллиптических цилиндрических оболочек, рассмотренных в разделе 6. В результате все эти маскирующие покрытия имеют особенные точки на внутренней поверхности.

Напротив, внутренняя поверхность эллиптической оболочки, предложенной в [34], получается из участка

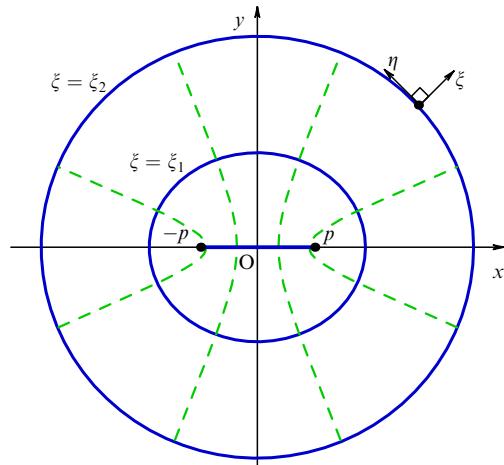


Рис. 20. Система координат эллиптического цилиндра (из [34]).

плоскости (в сечении, показанном на рис. 20, — это отрезок $[-p, p]$), поэтому компоненты диэлектрической и магнитной проницаемостей данной оболочки нигде не обращаются в нуль.

8. Борьба с дисперсией и анизотропией: маскировка плоским слоем

Итак, мы выяснили, что частотная дисперсия является неотъемлемым свойством маскирующего покрытия и в то же время мешает ему быть идеальным. Логично ожидать, что чем более плавный вид имеют зависимости $\epsilon_{ij}(\omega)$, $\mu_{ij}(\omega)$ компонент проницаемостей от частоты, тем меньше поглощение и соответственно тем ближе к идеалу эффект маскировки. Поэтому важной задачей становится поиск оптимального координатного преобразования, которое давало бы оболочку с как можно меньшей дисперсией, сохраняющую тем не менее маскирующие свойства.

Поиску такого преобразования посвящена работа [35]. Авторы [35] рассудили, что степень дисперсии оболочки прямо зависит от степени её анизотропии. Они переформулировали задачу, поставив непосредственной целью сглаживание анизотропии посредством выбора формы маскирующего покрытия и соответствующего координатного преобразования.

Название статьи [35], которое переводится с английского как "Прячемся под ковриком: новая стратегия маскировки", образно описывает маскировку плоским слоем на фоне ровной поверхности, имеющим на нижней стороне небольшое углубление, в которое помещается скрываемый объект (рис. 21).

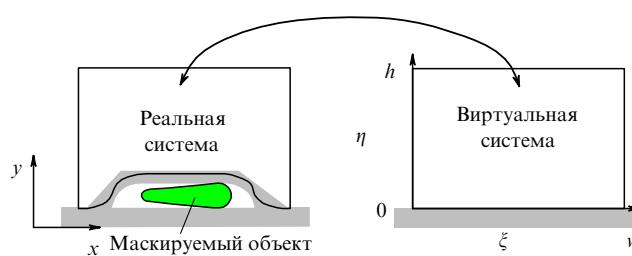


Рис. 21. Реальная и виртуальная (та, что представляется наблюдателю) системы (из [35]).

Поиск преобразования, превращающего прямоугольник $w \times h$ в прямоугольник с углублением и дающего при этом наименьшую анизотропию, ведётся следующим образом. Во-первых, предполагается, что маскирующий слой преломляет излучение так же, как диэлектрическая пластина с $\epsilon = \epsilon_{\text{ref}}$ и $\mu = 1$.

Таким образом, само маскирующее покрытие видимо в среде с $\epsilon = 1$, $\mu = 1$ (в отличие от покрытий во всех предыдущих случаях) и прозрачно, но наблюдатель не догадывается о наличии под слоем какого-либо объекта, видя только "пол" (похожие фокусы с зеркалами показывают в цирке).

Маскирующий слой можно сделать и вовсе невидимым, добавив к нему сверху и с торцов так называемый согласующий слой (impedance-matched layer). Этот слой имеет линейный профиль показателя преломления, который изменяется от $n_0 = 1$ на внешней поверхности до $n = \sqrt{\epsilon_{\text{ref}}}$ на внутренней. Тогда импедансы на грани-

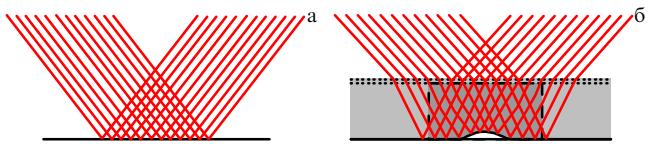


Рис. 22. Траектории лучей, падающих на фоновую поверхность (а), на маскирующий слой (б) (из [36]).

цах раздела оказываются согласованными, поэтому отражения на них не происходит и все части системы, кроме фоновой поверхности, становятся невидимыми (рис. 22).

Далее, рассмотрев произвольное отвечающее условию задачи преобразование из декартовых (x, y) координат в криволинейные (ξ, η), авторы [35] приходят к следующим выражениям для диэлектрической и магнитной проницаемостей:

$$\epsilon = \frac{\epsilon_{\text{ref}}}{\sqrt{\det g}}, \quad [\mu^{ij}] = \frac{\Lambda \Lambda^T}{\sqrt{\det g}}. \quad (28)$$

Здесь Λ — матрица преобразования, а $g = \Lambda^T \Lambda$ — его метрика (заметим, что ϵ — скалярная величина, которая является функцией координат, $[\mu^{ij}]$ — тензор, компоненты которого также пространственно неоднородны).

Затем вводится такая величина, как *фактор анизотропии*:

$$\alpha = \max \left(\frac{n_T}{n_L}, \frac{n_L}{n_T} \right), \quad (29)$$

где $n_{T,L} = \sqrt{\epsilon \mu_{T,L}}$ — показатели преломления вдоль главных осей тензора магнитной проницаемости, а μ_T и μ_L — его главные значения.

Чем больше α , тем сильнее анизотропия. Соответственно, вся задача сводится к поиску такого преобразования, для которого фактор анизотропии α (зависящий только от вида матрицы Λ) будет минимальным. Этую вариационную задачу авторы [35] предлагают решать уже численно. Они полагают, что в итоге α будет почти равным единице, так что анизотропией можно будет пренебречь.

Изложенная идея нашла воплощение в работе [36], в которой получено численное решение задачи поиска оптимального преобразования, поставленной в [35]. Фактор анизотропии, действительно, оказался примерно равным единице ($\alpha = 1,04$), поэтому маскирующий слой в [36] считается практически изотропным, т.е. имеющим один пространственно неоднородный показатель преломления.

На рисунке 23 показано распределение этого показателя в маскирующем слое. Показатель преломления нигде не принимает значения, меньшего единицы! Таким образом, здесь находит воплощение идея о маскировке в оптически плотной среде. Правда, при таком подходе полная невидимость невозможна без согласующего слоя.

Хотя теперь нет необходимости в соблюдении условия $\epsilon, \mu < 1$, авторы [36] для создания маскирующего покрытия используют метаматериалы. На этот раз материалы, состоящие из I-образных элементов, работают на частотах *ниже* резонансной (отметим, что чаще

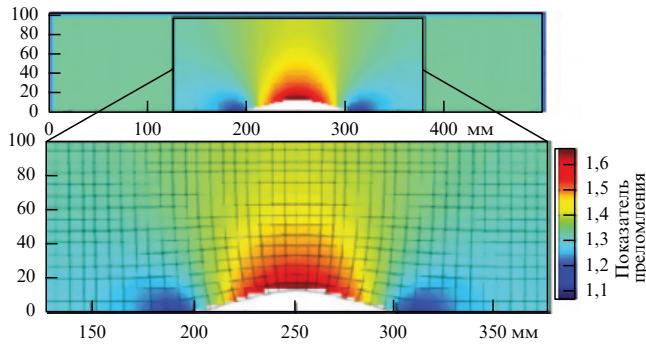


Рис. 23. Распределение показателя преломления в маскирующем слое (из [36]).

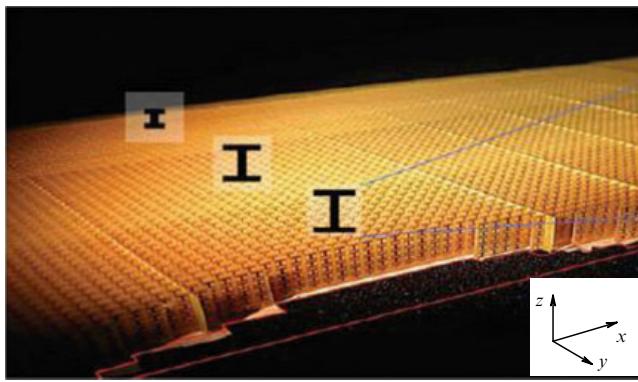


Рис. 24. Структура маскирующего слоя (из [36]).

всего метаматериалы имеют $\varepsilon, \mu < 1$ для частот выше резонансной, а на низких частотах в них тоже $\varepsilon, \mu > 1$.

В [36] представлены результаты экспериментов по маскировке плоским слоем. Был создан маскирующий слой, состоящий примерно из 10000 I-элементов, более 6000 из которых уникальны (рис. 24, 25).

Разработчиками слоя была создана специальная библиотека данных о показателе преломления и импедансе метаматериалов, состоящих из одинаковых I-элементов, в зависимости от их геометрических размеров (данные, разумеется, получены численно). Имея такую библиотеку, уже можно построить структуру с требуемым распределением показателя преломления и импеданса. Место каждого отдельного элемента (или, как его называют, метаатома) в такой структуре определяется не "ручную", а с помощью несложного алгоритма, использующего метод Монте-Карло.

I-образная форма метаатома выбрана неслучайно. Если делать такой маскирующий слой, например, из кольцевых резонаторов, то все усилия по минимизации анизотропии окажутся напрасными. В самом деле, цель этих усилий — уменьшение дисперсии, но кольцевые резонаторы сами по себе обладают значительной дисперсией в диапазоне, где $\varepsilon, \mu > 1$, так как он находится вблизи резонанса.

Численные эксперименты работы [36] показали, что I-образные элементы также имеют резонансную частоту, но для них существует диапазон частот (ниже резонансной), в котором практически отсутствует дисперсия — так называемая нерезонансная область (рис. 26). Размеры I-элементов подбирались так, чтобы они имели

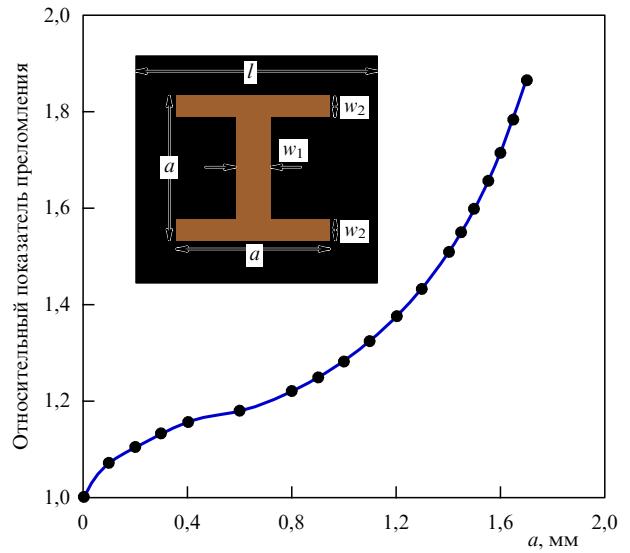


Рис. 25. Геометрия I-элемента и его вклад в показатель преломления (из [36]).

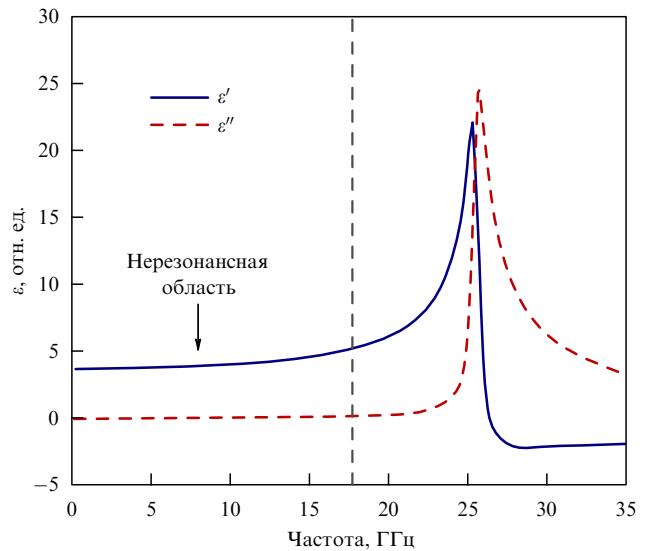


Рис. 26. Примерный вид зависимости $\varepsilon(\omega)$ для I-элемента (из [36]).

требуемые значения проницаемостей как раз в нерезонансном диапазоне частот. В результате синтезированный из этих элементов метаматериал оказался средой с пренебрежимо малой дисперсией.

Итак, было создано маскирующее покрытие с очень малой дисперсией. Кроме уменьшения поглощения, это даёт ещё одно большое преимущество: расширение частотного диапазона, в котором наблюдается эффект маскировки.

Эксперименты в работе [36] были проведены на четырёх разных частотах: 13, 14, 15 и 16 ГГц. На рисунке 27 представлены результаты этих экспериментов. Картинки поля для всех частот практически идентичны, что позволяет заключить: широкополосный эффект маскировки имеет место! Авторы эксперимента полагают, что на самом деле диапазон работы этого маскирующего покрытия ещё шире, но проверить это они не смогли из-за ограниченных возможностей экспериментальной установки.

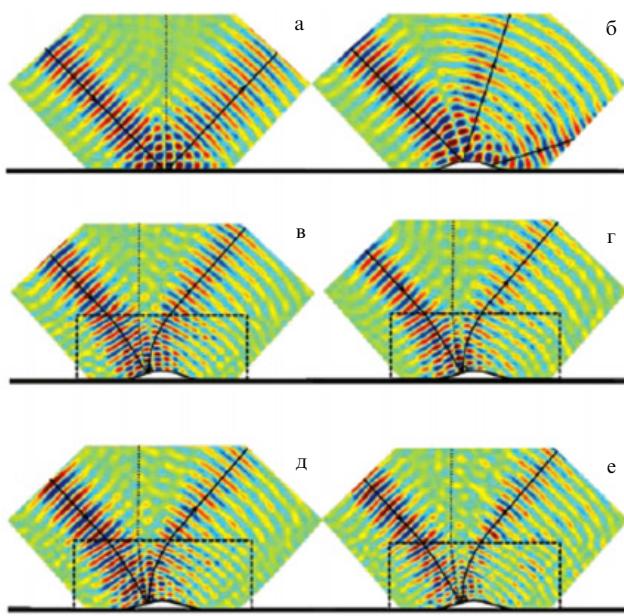


Рис. 27. Косое падение луча (а) на фоновую поверхность (14 ГГц), (б) на объект (14 ГГц), (в) на замаскированный объект (14 ГГц), (г) на замаскированный объект (13 ГГц), (д) на замаскированный объект (15 ГГц), (е) на замаскированный объект (16 ГГц) (из [36]).

Итак, плоский маскирующий слой решает сразу несколько больших задач:

- расширение полосы частот;
- уменьшение поглощения;
- устранение осложнений, связанных с особенностями точками (углубление в слое "вырастает" из плоского участка под ним).

То, что слой — плоский, на самом деле не является принципиальным: все перечисленные проблемы решены не за счёт формы слоя, а благодаря его минимальной анизотропии. Поэтому можно надеяться, что вскоре будут разработаны покрытия более сложной формы, но обладающие теми же замечательными свойствами.

9. Некоторые практические трудности, связанные с маскировкой

Благодаря эксперименту с плоским маскирующим слоем [36], мы теперь можем утверждать, что почти идеальный эффект маскировки по методу координатных преобразований *принципиально возможен*. Однако этот эксперимент пока остаётся единственным, если не считать первых экспериментов с цилиндрической оболочкой [2], которые проводились, можно сказать, в "рафинированных" лабораторных условиях: падающее излучение — плоское, внешняя среда — однородная, а маскируемый объект — пассивный.

Для практических задач всё это не подходит. Применная задача может ставиться так: сделать невидимой, например, ракету, летящую в воздухе со скоростью 2 км с^{-1} , в диапазоне частот 1–5 ГГц. Тогда сразу возникают новые вопросы.

- Движущийся предмет всегда рассеивает иначе, чем покоящийся. Не повлияет ли движение объекта на его невидимость, например, вследствие эффекта Доплера?

- Воздух, особенно след отработанного топлива, может быть довольно неоднородным. Можно ли при

создании маскирующей оболочки заранее учсть неоднородность внешней среды?

- Ракета (если, конечно, она управляемая, как большинство современных ракет) должна принимать и передавать радиосигналы. Но объект, заключённый в маскирующую оболочку, становится слепым! По крайней мере, в диапазоне маскировки он не может принимать сигналы (которые просто не проникнут внутрь), да и в других диапазонах сигнал может рассеяться в оболочке самым непредсказуемым образом.

И это лишь те трудности, которые лежат на поверхности. А сколько ещё проблем всплыт при попытке осуществить маскировку реальной ракеты!

Обозначенные проблемы с ракетой были, разумеется, давно замечены. Уже предложены первые способы их решения, которые мы сейчас рассмотрим.

9.1. Неоднородность внешней среды

Метод преобразования координат предполагает возможность маскировки в неоднородной и даже анизотропной внешней среде (хотя в оригинале (см. приложение I) тензоры $\hat{\epsilon}$ и $\hat{\mu}$ маскирующего покрытия выведены в предположении изотропии внешней среды, этот вывод может быть легко обобщён и для анизотропного случая [37]). Однако усложнение свойств внешней среды влечёт за собой и усложнение свойств покрытия.

В качестве примера рассмотрим результаты работы [38], в которой исследуется цилиндрическая оболочка для маскировки в двухслойной среде. Параметры задачи показаны на рис. 28. Полученные компоненты проницаемостей имеют вид (7), различие заключается только в том, что все компоненты тензора $\hat{\epsilon}$ домножены на выражение $\epsilon_1 \text{sign}(d - r \sin \varphi) + \epsilon_2 \text{sign}(r \sin \varphi - d)$. Таким образом, диэлектрическая проницаемость оболочки неоднородна не только по r , но и по φ , все её компоненты зависят от проницаемостей слоёв ϵ_1 , ϵ_2 и положения границы раздела d . Ясно, что если сместить маскирующую оболочку относительно границы слоёв, то эффект маскировки сильно исказится.

При таком подходе нужно заранее знать распределение показателя преломления внешней среды, причём маскировка будет иметь место только при определённом положении оболочки относительно её окружения. Это отсутствие гибкости означает, что такая оболочка вряд ли может удовлетворять практическим требова-

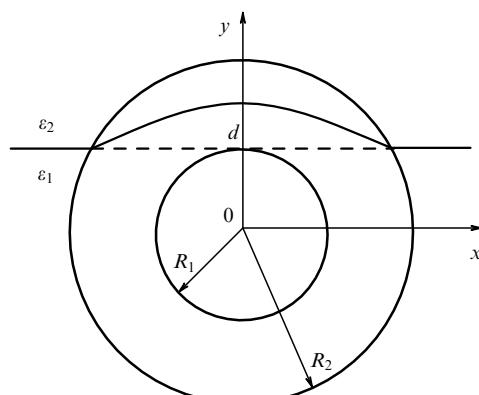


Рис. 28. Цилиндрическая маскирующая оболочка в двухслойной среде (из [38]).

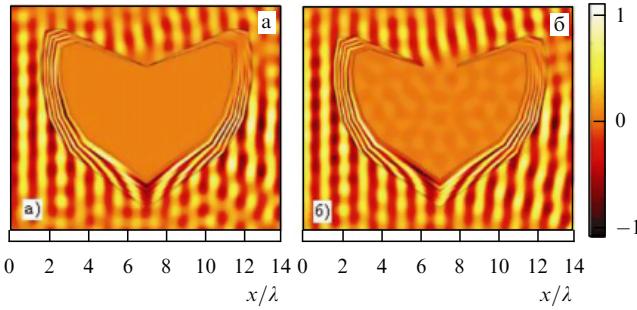


Рис. 29. Распределение нормированной амплитуды электрического поля при падении излучения на закрытую (а) и открытую (б) маскирующие оболочки в форме сердца (из [39]).

ниям, т.е. проблема маскировки в неоднородной среде пока остаётся открытой.

9.2. Слепота маскируемого объекта

Во многих практических случаях маскировка действительно оказывается бесполезной, если она лишает маскируемый объект возможности общения с внешним миром. Наиболее очевидное решение этой проблемы — сделать в оболочке "окно". Но как добиться того, чтобы это окно не нарушило эффекта маскировки?

В [39] предлагается создать цилиндрическую оболочку в виде слоя с переменной толщиной (рис. 29). Причём в самом узком месте тензоры проницаемостей оболочки и внешней среды должны быть примерно равны: $\varepsilon_{ij} \approx \varepsilon'_{ij}$, $\mu_{ij} \approx \mu'_{ij}$ (в общем случае строгого равенства компонент нельзя добиться, сохранив при этом идеальный эффект маскировки). Тогда эту узкую область можно будет удалить без особого ущерба, в результате чего образуется окно.

Конечно, удаление части покрытия влечёт за собой некоторое искажение эффекта маскировки, степень которого определяется тем, насколько сильно в итоге различаются компоненты тензоров $\hat{\epsilon}$ и $\hat{\mu}$ ($\hat{\mu}$ и $\hat{\mu}'$) в области окна. Если, например, в простом сферическом покрытии сделать отверстие, то искажение будет намного сильнее.

Соответствующее преобразование для такой разомкнутой оболочки находится численно. Такое преобразование задаётся кусочно (методом многоугольника), что даёт возможность сделать даже несколько окон.

10. Теоретическое описание маскировки

До сих пор, говоря о маскировке, её успехах и проблемах, мы ссылались на численные эксперименты, подтверждающие какие-либо предположения. Но в этой области (как и в любой другой области физики) исследователи не стали ограничиваться эмпирическими данными и создали модели теоретического описания маскировки по методу обтекания. Что означает теоретически описать явление маскировки? Это значит вывести аналитические выражения, которые давали бы величины компонент векторов электрического и магнитного полей в любой точке в любой момент времени, исходя из условий задачи (вида падающей волны, геометрических и материальных параметров оболочки).

Можно, конечно, подставить параметры задачи непосредственно в систему уравнений Максвелла и, решив её, получить точные значения компонент векторов \mathbf{B} и \mathbf{D} .

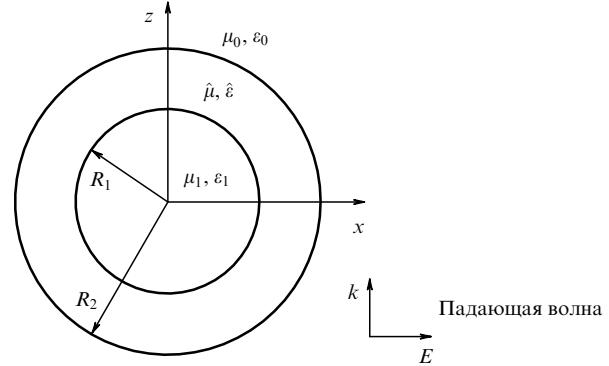


Рис. 30. Сферическое маскирующее покрытие (из работы [41]).

Проблема состоит лишь в том, что уравнения Максвелла поддаются аналитическому решению только в некоторых простых случаях. Задачи маскировки, главным образом из-за своей анизотропии, для этого слишком сложны. Поэтому для непосредственного решения уравнений Максвелла приходится прибегать к численным методам.

В основе теоретической модели маскировки, которой сейчас пользуется большинство специалистов, лежит разложение векторов \mathbf{B} и \mathbf{D} в каждой точке на две взаимно перпендикулярные компоненты, которые рассматриваются как независимые (согласно теории рассеяния Ми это правомерно в отсутствие источников поля). Эта теоретическая модель в общем виде изложена в работе [40]. Рассмотрим её действие на примере сферической маскирующей оболочки, разобранном в статье [41].

Пусть на покрытую маскирующей оболочкой сферу падает в направлении оси z линейно поляризованная электромагнитная волна (рис. 30), так что $\mathbf{E} = \mathbf{e}_x \exp(i k_0 z)$, где $k_0 = \omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_0}$ — волновой вектор в свободном пространстве. Временную зависимость вида $\exp(-i\omega t)$ всюду далее будем опускать.

Можно показать, что векторы электромагнитного поля в каждой точке представимы в виде двух взаимно перпендикулярных составляющих, каждой из которых соответствует свой векторный потенциал:

$$\mathbf{B}_{\text{TM}} = \nabla \times \mathbf{A}_{\text{TM}}, \quad (30\text{a})$$

$$\mathbf{D}_{\text{TM}} = \frac{i}{\omega} \{ \nabla \times [\hat{\mu}^{-1} \nabla \times \mathbf{A}_{\text{TM}}] \}, \quad (30\text{b})$$

$$\mathbf{B}_{\text{TE}} = \frac{i}{\omega} \{ \nabla \times [\hat{\epsilon}^{-1} \nabla \times \mathbf{A}_{\text{TE}}] \}, \quad (30\text{c})$$

$$\mathbf{D}_{\text{TE}} = -\nabla \times \mathbf{A}_{\text{TE}}. \quad (30\text{d})$$

Индекс TM соответствует TM-моде по отношению к вектору \mathbf{r} : $\mathbf{B}_{\text{TM}} \perp \mathbf{r}$, $\mathbf{D}_{\text{TM}} \parallel \mathbf{r}$, а индекс TE соответствует TE-моде по отношению к вектору \mathbf{r} : $\mathbf{D}_{\text{TE}} \perp \mathbf{r}$, $\mathbf{B}_{\text{TE}} \parallel \mathbf{r}$.

Например, при направлении падения, показанном на рис. 30, падающая волна в точке $(R_2, 0, 0)$ находится в форме TM-моды: $\mathbf{D}_{\text{TM}} = \epsilon_0 \mathbf{E}$, $\mathbf{B}_{\text{TM}} = \mu_0 \mathbf{H}$ ($\mathbf{D}_{\text{TE}} = 0$, $\mathbf{B}_{\text{TE}} = 0$). А в точке $(0, 0, R_2)$, наоборот, имеет место только TE-мода: $\mathbf{D}_{\text{TE}} = \epsilon_0 \mathbf{E}$, $\mathbf{B}_{\text{TE}} = \mu_0 \mathbf{H}$ ($\mathbf{D}_{\text{TM}} = 0$, $\mathbf{B}_{\text{TM}} = 0$). В других точках присутствуют оба режима и $\mathbf{D} = \mathbf{D}_{\text{TE}} + \mathbf{D}_{\text{TM}}$, $\mathbf{B} = \mathbf{B}_{\text{TE}} + \mathbf{B}_{\text{TM}}$.

Соответствующие TE- и TM-модам векторные потенциалы \mathbf{A}_{TE} и \mathbf{A}_{TM} в каждой точке параллельны вектору \mathbf{r} (так как именно по отношению к вектору \mathbf{r} мы разложили

поле на ТМ- и TE-составляющие), поэтому их можно представить в виде

$$\mathbf{A}_{\text{TE}} = \mathbf{e}_r \Phi_{\text{TE}}, \quad \mathbf{A}_{\text{TM}} = \mathbf{e}_r \Phi_{\text{TM}}, \quad (31)$$

где Φ_{TM} и Φ_{TE} — так называемые скалярные потенциалы (не следует путать с электростатическим потенциалом!).

В выражениях (30) $\hat{\epsilon}$ и $\hat{\mu}$ — тензоры диэлектрической и магнитной проницаемостей оболочки, их компоненты заданы выражениями (4). Поскольку $\epsilon_{\theta\theta} = \epsilon_{\phi\phi}$, будем обозначать их одним символом ϵ_t , аналогично $\mu_{\theta\theta} = \mu_{\phi\phi} = \mu_t$.

Из выражений (30) и (31) получается волновое уравнение для Φ_{TE} и Φ_{TM} (работаем в сферических координатах):

$$\left[\frac{1}{\text{SR}} \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} + \frac{1}{\text{SR}} k_t^2 \right] \Phi = 0, \quad (32)$$

где $k_t = \omega \sqrt{\epsilon_t \mu_t}$, для ТМ-составляющей $\text{SR} = \epsilon_t / \epsilon_{rr}$, для TE-составляющей $\text{SR} = \mu_t / \mu_{rr}$.

Уравнение (32) решается стандартным методом разделения переменных: положив $\Phi = f(r) g(\theta) h(\phi)$, получим $h(\phi) = \exp(\pm im\phi)$ — гармонические функции, $g(\theta) = P_n^m(\cos \theta)$ — присоединённые полиномы Лежандра, $f(r) = k_t(r - R_1) b_n [k_t(r - R_1)]$, где b_n — сферические функции Бесселя.

Полученные решения можно представить в виде:

$$\begin{aligned} \Phi_{\text{TM}}^c &= \frac{\cos \varphi}{\omega} \sum_n \left\{ d_n^{(M)} \psi_n [k_t(r - R_1)] + \right. \\ &\quad \left. + f_n^{(M)} \chi_n [k_t(r - R_1)] \right\} P_n^1(\cos \theta), \\ \Phi_{\text{TE}}^c &= \frac{\sin \varphi}{\omega \eta_0} \sum_n \left\{ d_n^{(N)} \psi_n [k_t(r - R_1)] + \right. \\ &\quad \left. + f_n^{(N)} \chi_n [k_t(r - R_1)] \right\} P_n^1(\cos \theta). \end{aligned} \quad (33)$$

Здесь $d_n^{(M)}$, $d_n^{(N)}$, $f_n^{(M)}$, $f_n^{(N)}$ — неизвестные коэффициенты разложения, $\psi_n(\xi)$ и $\chi_n(\xi)$ — функции Риккетти–Бесселя первого и второго рода, $\eta_0 = \sqrt{\mu_0 / \epsilon_0}$, $n = 1, 2, 3, \dots$. Скалярные потенциалы отмечены верхним индексом с (от англ. cloak — мантия, покров), указывающим на то, что решения получены внутри маскирующей оболочки, т.е. для $R_1 < r < R_2$.

Теперь их нужно спить со скалярными потенциалами полей падающего (incident — индекс i) и рассеянного (scattered — индекс s) излучения для $r > R_2$ и поля внутри полости маскирующей оболочки (internal — индекс in), т.е. для $r < R_1$. Для удобства спшивания эти потенциалы также представляются через сферические гармоники:

$$\Phi_{\text{TM}}^i = \frac{\cos \varphi}{\omega} \sum_n a_n \psi_n(k_0 r) P_n^1(\cos \theta), \quad (34)$$

$$\Phi_{\text{TE}}^i = \frac{\sin \varphi}{\omega \eta_0} \sum_n a_n \psi_n(k_0 r) P_n^1(\cos \theta),$$

$$\Phi_{\text{TM}}^s = \frac{\cos \varphi}{\omega} \sum_n a_n T_n^{(M)} \zeta_n(k_0 r) P_n^1(\cos \theta), \quad (35)$$

$$\Phi_{\text{TE}}^s = \frac{\sin \varphi}{\omega \eta_0} \sum_n a_n T_n^{(N)} \zeta_n(k_0 r) P_n^1(\cos \theta),$$

$$\Phi_{\text{TM}}^{\text{in}} = \frac{\cos \varphi}{\omega} \sum_n c_n^{(M)} \psi_n(k_1 r) P_n^1(\cos \theta), \quad (36)$$

$$\Phi_{\text{TE}}^{\text{in}} = \frac{\sin \varphi}{\omega \eta_0} \sum_n c_n^{(N)} \psi_n(k_1 r) P_n^1(\cos \theta).$$

Здесь $a_n = (-i)^{-n} (2n+1) / [n(n+1)]$, $c_n^{(M)}$, $c_n^{(N)}$, $T_n^{(M)}$, $T_n^{(N)}$ — коэффициенты разложения, $\zeta_n(\xi)$ — функции Риккетти–Бесселя 3-го рода, $k_1 = \omega \sqrt{\epsilon_1 \mu_1}$.

Из условий спшивания на границах $r = R_1$ и $r = R_2$ (непрерывность потенциалов и их первых производных) можно видеть, что некоторые коэффициенты разложения должны быть тождественно равны нулю. Это коэффициенты $c_n^{(M)}$, $c_n^{(N)}$, $T_n^{(M)}$, $T_n^{(N)}$, $f_n^{(M)}$ и $f_n^{(N)}$. Таким образом, получается, что в полости оболочки поля отсутствуют, как и поля рассеяния. Это как раз соответствует идеальному эффекту маскировки.

Подставляя выражения для скалярных потенциалов в формулы (60) и затем в (59), можем легко получить аналитические выражения для компонент векторов \mathbf{B} и \mathbf{D} в любой точке пространства.

Такую же процедуру можно проделать для маскирующей оболочки любой формы, только предварительно нужно выразить все параметры задачи в сферических координатах. Иногда бывает удобнее работать в координатах, отвечающих форме оболочки, но тогда Φ^i , Φ^s и Φ^{in} следует представлять в виде разложения не по сферическим функциям, а по другим специальным функциям, соответствующим геометрии задачи. Например, так сделано в работе [42], посвящённой теоретическому анализу цилиндрической маскирующей оболочки с параметрами (7), — все потенциалы разложены по цилиндрическим функциям (Бесселя, Ханкеля, Неймана). И ещё один момент: в цилиндрической задаче поля раскладываются на TE- и TM-составляющие относительно оси цилиндра, а не радиуса-вектора.

Теоретический анализ выявил много интересных особенностей маскирующих оболочек. Например, в той же работе [42] проводился анализ неидеальной цилиндрической оболочки, у которой отсутствует тонкий внутренний слой δ (рис. 31). На внутренней поверхности цилиндрической оболочки компоненты $\epsilon_{\phi\phi} = \mu_{\phi\phi} = r/(r-a)$ обращаются в бесконечность, и авторы [42] решили проверить, насколько сильно влияет на эффект маскировки удаление тонкого внутреннего слоя (что позволило бы избежать особенных точек).

Пользуясь изложенной теоретической моделью, авторы [42] записали выражение для амплитуды излучения, рассеянного на оболочке с внесённым возмущением δ .

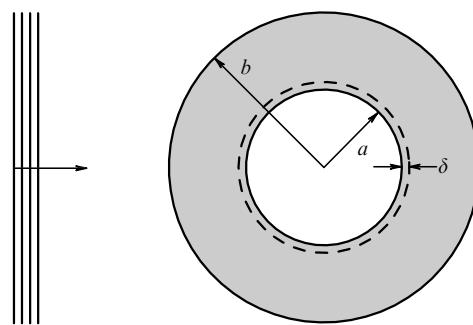


Рис. 31. Цилиндрическое маскирующее покрытие с возмущением δ (из работы [42]).

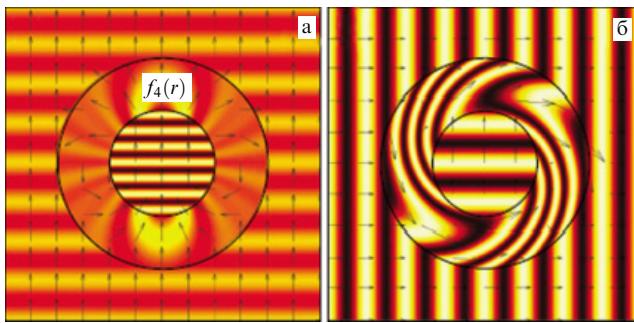


Рис. 32. Взаимодействие концентратора и вращателя с электромагнитным полем: (а) распределение амплитуды электрического поля при падении на концентратор поля, (б) распределение амплитуды магнитного поля при падении на вращатель поля (тёмными стрелками показаны направления вектора Пойнтинга). (Из работы [40].)

Устремляя δ к нулю, они обнаружили, что при уменьшении δ на три порядка рассеяние уменьшается максимум на один порядок! Такая медленная сходимость говорит о том, что малейшее отклонение геометрии оболочки от идеала вызовет появление значительного рассеяния. Это делает цилиндрическую оболочку с параметрами (7) заведомо неэффективной. Собственно говоря, именно эти исследования и побудили учёных искать возможность создания цилиндрических покрытий без особенных точек, о которых мы уже говорили в разделе 7.

Та же теоретическая модель использовалась при описании взаимодействия маскирующих оболочек со сферической и цилиндрической волнами [43, 44] (напомним, что во всех ранее упомянутых работах фронт падающего излучения считался плоским). Было показано, что покрытия с идеальными параметрами сохраняют маскирующие свойства для сферических и цилиндрических электромагнитных волн.

Наконец, благодаря этой теории были найдены новые применения метода координатных преобразований. Авторы работы [40] обнаружили, что, меняя вид преобразования для сферической оболочки, можно вместо маскирующего покрытия получить концентратор или вращатель электромагнитного поля (рис. 32).

Заметим, что решения (33) получены с учётом конкретного вида тензоров диэлектрической и магнитной проницаемостей. Если бы последние были представлены в общем виде (через функции преобразования $r' = f(r, \theta, \varphi)$, $\theta' = g(r, \theta, \varphi)$, $\varphi' = h(r, \theta, \varphi)$), то выражения для скалярных потенциалов оказались бы сложнее. Приведём для примера общее выражение, полученное в работе [40]:

$$\Phi = \hat{B}_n(k_0 f) P_n^m(\cos g)(A_m \cos mh + B_m \sin mh), \quad (37)$$

где $\hat{B}_n(\xi)$ — функция Риккати–Бесселя, A_m и B_m — неизвестные коэффициенты разложения.

Выражение для скалярного потенциала (37) непосредственно входят функции преобразования, следовательно, они будут входить и в окончательные выражения для векторов электрического и магнитного полей. Таким образом, меняя вид преобразования, можно добиться нужной конфигурации поля. Именно так и были получены преобразования, дающие концентратор и вращатель электромагнитного поля. В первом случае — это линейное преобразование $r' = cr + d$, $\theta' = \theta$,

$\varphi' = \varphi$, и только граничные условия — иные, чем для маскирующей оболочки. Во втором случае — это преобразование логарифмического вида: $r' = r$, $\theta' = \theta$, $\varphi' = \varphi_0[(\ln r - \ln R_2)/(\ln R_1 - \ln R_2)]$.

11. За пределами электродинамики

Электромагнитные волны описываются системой уравнений Максвелла, инвариантной по отношению к пространственным преобразованиям. Именно этот факт и лежит в основе рассматриваемого нами метода маскировки. Кроме электромагнитных, существует множество других видов волн: упругие, плазменные, гравитационные, волны плотности вероятности и т.д. Каждый вид описывается уравнениями, имеющими решения волнового типа. Если эти уравнения также инвариантны по отношению к преобразованиям координат, то все идеи, изложенные в разделе 3 для электромагнитных волн, можно применить к волнам другого типа.

11.1. Акустическая маскировка

В работе [45] показано, что уравнения, описывающие упругие волны, обладают такой инвариантностью. Это дало толчок развитию акустической маскировки, которая полностью аналогична электромагнитной. Аналогом тензоров проницаемостей здесь выступает тензор массовой плотности.

Вещество с анизотропной плотностью, на первый взгляд, кажется чем-то экзотическим, тем не менее возможность получения таких сред можно легко проиллюстрировать с помощью модели, показанной на рис. 33. Если вертикально и горизонтально расположенные пружинки обладают неодинаковой жёсткостью, то такая среда имеет разные свойства по отношению к различным направлениям, т.е. является анизотропной.

Тензор плотности акустического маскирующего покрытия можно легко получить исходя из параметров его электромагнитного аналога [46]. Действительно, уравнение непрерывности, которое следует из уравнений Максвелла, имеет вид

$$\nabla[\sigma(x)\nabla V(x)] = f(x), \quad (38)$$

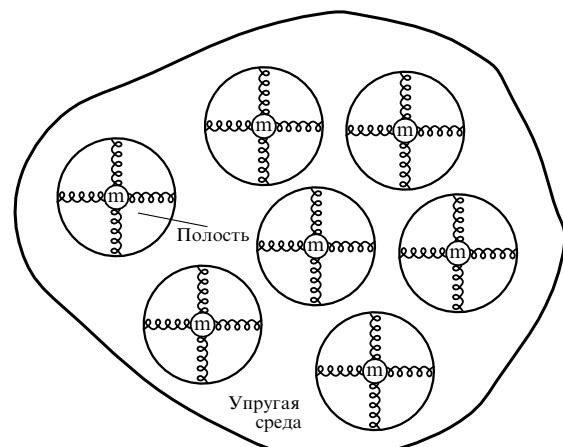


Рис. 33. Среда с анизотропной массовой плотностью. Жёсткости горизонтальных и вертикальных пружин не равны между собой, в центре каждой полости находится груз массой m , прикреплённый к пружинам (из [45]).

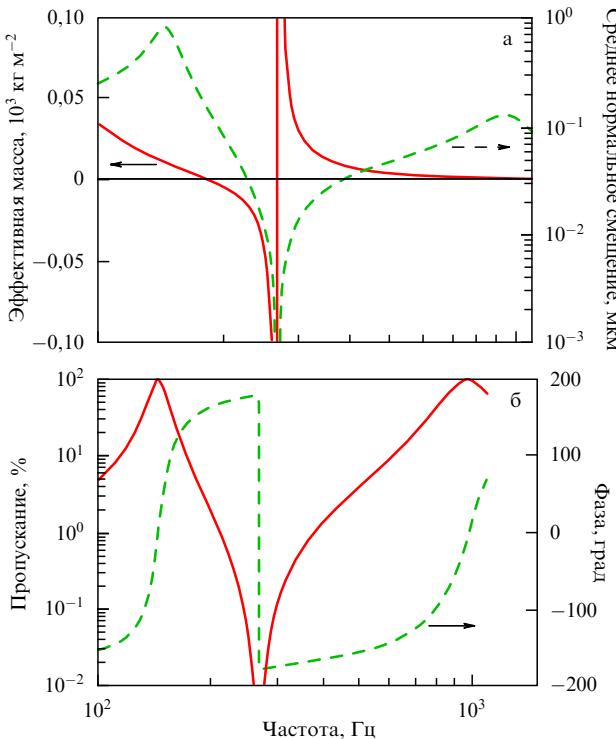


Рис. 34. Характеристики резонатора в виде тонкой мембрани с конечной массой: (а) эффективная масса (сплошные кривые, левая ось) и нормированная амплитуда колебаний (штриховая кривая, правая ось); (б) амплитуда (сплошная кривая, левая ось) и фаза (штриховая кривая, правая ось) прошедшей волны (из [47]).

где $V(x)$ — электрический потенциал, $\sigma(x)$ — проводимость, $f(x)$ — функция источника.

Для звуковых колебаний можно написать аналогичное уравнение, следующее из закона сохранения импульса и соотношения деформация — напряжение:

$$\nabla \left[\frac{1}{\rho(x)} \nabla p(x) \right] = - \frac{\omega^2}{\lambda(x)} p(x), \quad (39)$$

где $\rho(x)$ — плотность, $p(x)$ — давление, $\lambda(x)$ — модуль упругости, ω — частота колебаний.

Можно увидеть соответствие:

$$[V(x), \sigma(x), f(x)] \leftrightarrow \left[p(x), \frac{1}{\rho(x)}, - \frac{\omega^2}{\lambda(x)} p(x) \right]. \quad (40)$$

В электромагнитном случае после преобразования $(x_1, x_2, x_3) \rightarrow (x'_1, x'_2, x'_3)$ с матрицей A ($A_{ki} = \partial x'_k / \partial x_i$) находим

$$\hat{\sigma}'(x') = \frac{A \sigma(x) A^T}{\det A}, \quad (41)$$

$$f'(x') = \frac{f(x)}{\det A}, \quad (42)$$

где $\hat{\sigma}'(x')$ — теперь уже тензор проводимости. Тогда из соответствия (40) получим: $1/[\hat{\rho}'(x')] = A[1/\rho(x)]A^T/\det A$ и $\lambda'(x') = \lambda(x)/\det A$. Например, для сферической оболочки, используя преобразование (1), получим:

$$\rho'_{rr} = \frac{R_2 - R_1}{R_2} \frac{r'^2}{(r' - R_1)^2}, \quad \rho'_{\theta\theta} = \rho'_{\phi\phi} = \frac{R_2 - R_1}{R_2}, \quad (43)$$

$$\lambda'(r) = \frac{(R_2 - R_1)^3}{R_2^3} \frac{r'^2}{(r' - R_1)^2}. \quad (44)$$

Такое маскирующее покрытие можно сконструировать из акустических метаматериалов, которые также являются аналогами электромагнитных материалов и представляют собой композитные среды: в изотропной матрице периодически расположены включения — метаатомы. В качестве метаатомов могут выступать пружинки, мембранны с конечной массой или структуры, подобные показанным на рис. 33. Вблизи резонансной частоты эффективная масса отдельного резонатора (например, мембранны) может принимать отрицательные значения, однако в этой же области наблюдается и наиболее сильное поглощение, как и у электромагнитных метаматериалов (рис. 34) [47]. Ещё один пример акустического метаматериала, выполненного из полых цилиндров в толще полимерного материала, приведён на рис. 35.

Маскирующие оболочки сферической и многих других форм не требуют отрицательных значений параметров вещества. Однако в электромагнитном случае приходится использовать анизотропные по своей природе метаматериалы для достижения значений $0 < \epsilon, \mu < 1$, так как в обычных диэлектриках $\epsilon, \mu > 1$. Что касается плотности, то среди естественных сред можно найти обладающие практически любым её положительным значением. Поэтому идеальное акустическое покрытие можно приблизительно заменить многослойным покрытием, состоящим из нескольких слоёв изотропного вещества. Толщина каждого слоя должна быть много меньше длины падающей волны, но для звуковых волн это не представляет сложности.

Как показано в работе [48], многослойное (20 слоёв) акустическое покрытие даёт хороший маскировочный эффект. Поскольку слои в данном случае изотропны, маскировка имеет место для достаточно широкого

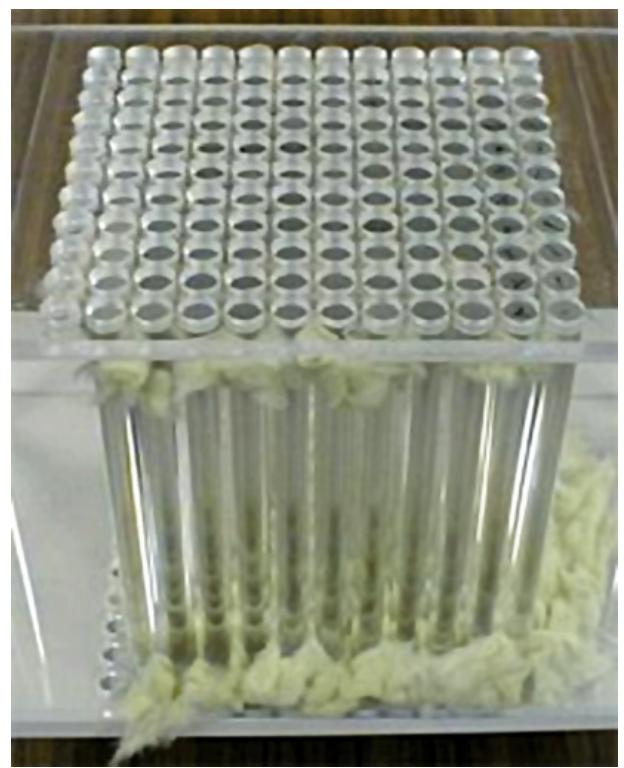


Рис. 35. Прототип акустического метаматериала (из T. Miyashita et al., in Proc. 5th World Congress on Ultrasonics; TO-PM04.02).

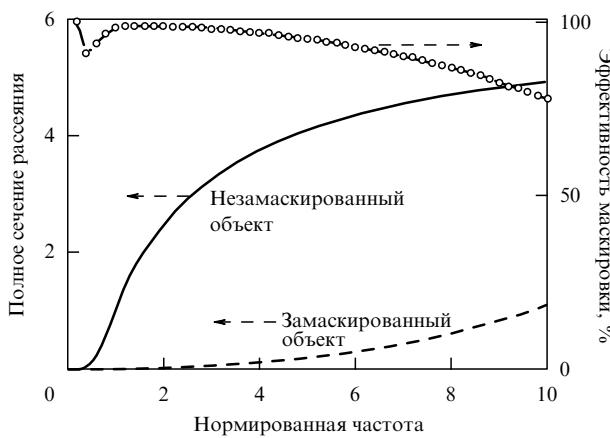


Рис. 36. Акустическое полное сечение рассеяния в зависимости от частоты: сплошная кривая соответствует объекту без маскировки, штриховая — замаскированному многослойной оболочкой объекту. Кружками обозначена эффективность маскировки (из [48]).

диапазона частот (рис. 36). Таким образом, проблема расширения диапазона, в котором можно наблюдать маскировочный эффект, для акустических покрытий решается проще, чем в электромагнитном случае.

11.2. Квантово-механическая маскировка

Инвариантность по отношению к координатным преобразованиям можно доказать и для стационарного уравнения Шредингера [49, 50]. Действительно, при преобразовании $(x_1, x_2, x_3) \rightarrow (q_1, q_2, q_3)$ записанное в статье [49] уравнение Шредингера с эффективным тензором массы

$$-\frac{\hbar^2}{2} \nabla [(\hat{m}^*)^{-1} \nabla \psi] + V(\mathbf{r})\psi = E\psi, \quad (45)$$

сохраняет свой вид, если положить

$$\hat{m}' = \frac{\hat{h}\hat{m}\hat{h}}{|\det \hat{h}|}, \quad (46)$$

$$V' = E + |\det \hat{h}|(V - E), \quad (47)$$

где $\hat{m}^* = m_0 \hat{m}$ — тензор эффективной массы, $\hat{h}_{ij} = h_i \delta_{ij}$, $h_i = |\partial \mathbf{x} / \partial q_i|$ — коэффициенты Ламе.

Например, делая преобразование $r' = g(r)$, $\theta' = \theta$, $\varphi' = \varphi$, получим параметры для сферической маскирующей оболочки:

$$V'(\mathbf{r}, E) = \left[1 - \left(\frac{g}{r} \right)^2 g'(r) \right] E, \quad (48)$$

$$m'_{rr} = g'(r) \left(\frac{r}{g} \right)^2 m_0, \quad m'_{\theta\theta} = m'_{\phi\phi} = \frac{1}{g'(r)} m_0. \quad (49)$$

Таким образом, теоретически метод маскировки работает и для волн плотности вероятностей, однако вопрос создания соответствующих сред пока остаётся открытым. Скорее всего, первые аналоги таких сред будут иметь вид полупроводниковыхnanoструктур.

11.3. Маскировка, использующая преобразование типа волны

Существует ещё одна красивая идея маскировки, основанная на преобразовании типа волны в маскирующей оболочке или даже трансформации её физической при-

роды. Идея заключается в том, чтобы придать поверхности тела некоторые определённые свойства (в том числе импеданс), при которых основная доля энергии падающей плоской электромагнитной волны уносится возбуждаемыми волнами другого типа (вторичная волна), а остальная её часть поглощается поверхностью. Вторичная волна "обтекает" маскируемое тело, а затем снова преобразуется в электромагнитную волну, высвечиваясь с его тыльной стороны, и в итоге частично восстанавливает форму падающей волны.

Вторичная волна может иметь самую разнообразную физическую природу: поверхностная электромагнитная волна (соответствующие расчёты выполнены в [51–53]), поверхностная плазменная волна (поверхностные плазмоны (см. [54, 55])) и др. Однако необходимо учитывать, что фазовая скорость вторичной волны должна превышать фазовую скорость первичной, для того чтобы обеспечить восстановление фазового фронта на тыльной стороне маскируемого тела. Если при этом вторичная волна является поверхностной, как было рассмотрено в работах [51–55], то преобразование волны может позволить существенно уменьшить толщину маскирующего слоя. Кроме того, с помощью вторичных волн может быть решена указанная в разделе 9.2 проблема слепоты маскируемого объекта. Так, в [56] высказана и обоснована идея датчика, окружённого маскирующей оболочкой, в которой маскировка происходит по методу вторичных волн — плазмонов: датчик может принимать, обрабатывать и передавать сигнал, оставаясь невидимым для внешнего наблюдателя. И ещё одно преимущество вторичных волн в виде поверхностных плазмонов было продемонстрировано в [57]: возможность маскировки микрообъектов, имеющих nanoструктуру, в оптическом диапазоне частот (рис. 37).

12. Родственные идеи

В данном разделе представлены некоторые новые идеи, хотя непосредственно и не связанные с маскировкой, но вытекающие из уже изложенного материала. Для их понимания ещё раз акцентируем внимание на известных ключевых моментах оптики левых сред: плоский слой [58] и сферический слой [59, 60] из левого материала могут обладать свойствами идеальных линз; при определённом выборе координатного преобразования можно построить концентратор и вращатель волны (см. рис. 32) [40]. Развивая идею концентратора, можно показать принципиальную возможность создания узкоизлучающих антенн размером, не превышающим длины волны! А вращатель волны — первый шаг к реализации лабораторной модели чёрной дыры.

12.1. Малые направленные антенны

Как известно, традиционный подход в создании узкоизлучающих антенн заключается в использовании или фазированных антенных решёток, или квазиоптических антенн (параболоиды и т.п.), размеры которых намного превышают длину волны. Антенны, размер которых сравним с длиной волны или даже меньше её, дают слабо выраженную направленность излучения: например, элементарные диполи имеют диаграмму направленности в виде "бублика без дырки".

В работе [61] продемонстрировано, что с помощью оболочки, в которой реализовано координатное преоб-

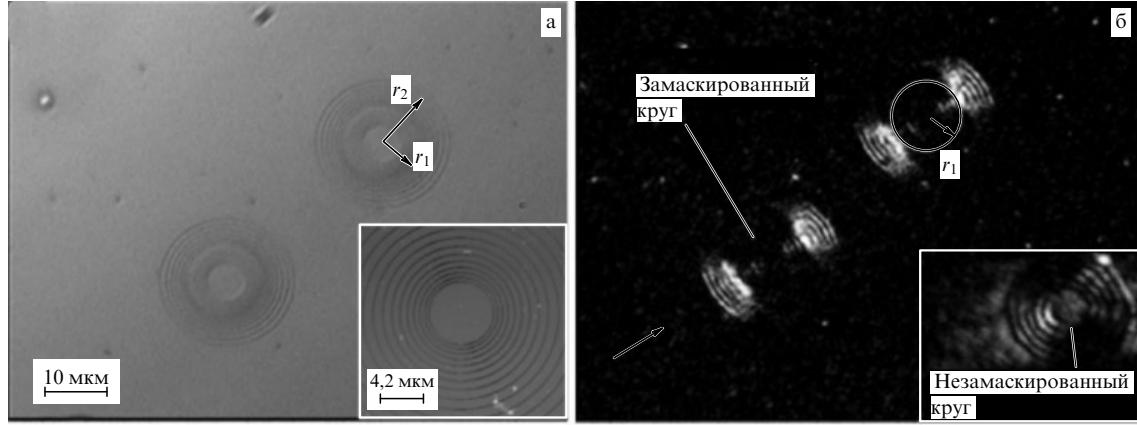


Рис. 37. Фотографии кольцевых микроструктур, полученные в [57] с помощью микроскопа: (а) подсветка белым светом; (б) поверхностно-плазмонная маскировка при $\lambda = 532$ нм.

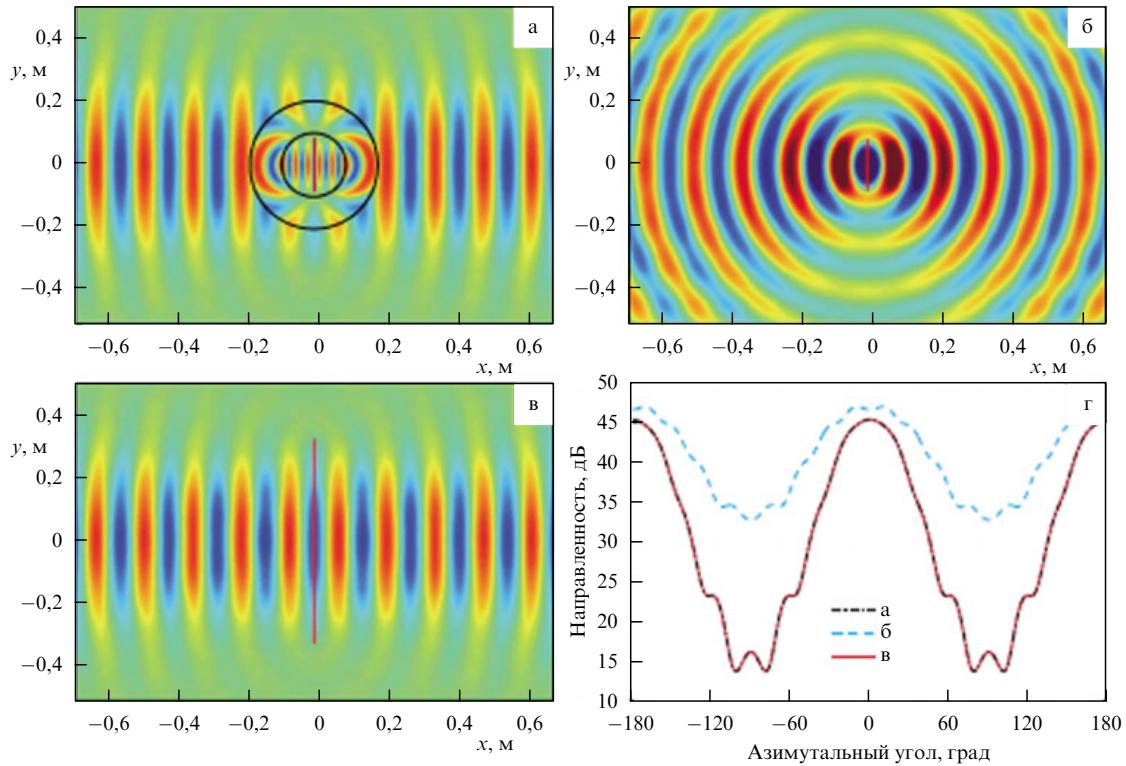


Рис. 38. Результаты расчётов узконаправленной антенны малых размеров (из [61]): (а) антenna длиной 8 см в концентрирующей оболочке с внешним и внутренним радиусами 20 и 10 см; (б) та же антenna без оболочки; (в) эквивалентная антenna длиной 32 см, дающая аналогичную направленность; (г) рассчитанные диаграммы направленности.

разование типа концентратор, можно создать направленную antennу с малыми размерами. На рисунке 38 приведён пример результатов расчётов из работы [61] волновой картины для плоской, окружённой оболочкой радиусом 20 см, антены длиной 8 см, работающей на частоте 2 ГГц. Аналогичные расчёты были выполнены в [62] для уменьшенной параболической антены.

12.2. Лабораторная модель чёрной дыры

Мы уже отмечали в разделе 3, что при реализации маскировки методом волнового обтекания ход лучей в среде оболочки геометрически эквивалентен координатным линиям (и метрике) в условиях антигравитации, когда геодезические линии раздвинуты. Это иллюстри-

рует шарж из [63], приведённый на рис. 39. Конечно, такая "антигравитация" в оболочке — виртуальная, массивная частица при этом не будет отклоняться.

А можно ли смоделировать отклонение электромагнитной волны в поле тяготения, когда координатные линии, наоборот, сближаются? Оказывается, да. Для этого можно воспользоваться координатным преобразованием типа "вращатель". На рисунке 40 приведены результаты расчётов захвата волны оболочкой из работы [64]. Такой же захват волны, согласно представлениям общей теории относительности (ОТО), осуществляется вблизи массивной чёрной дыры: лучи, попавшие в оболочку под любым углом будут накапливаться вблизи виртуальной "линии горизонта" и поглощаться



Рис. 39. Дружеский шарж на А. Эйнштейна из [63], символизирующий математическую эквивалентность маскировки и антигравитации.

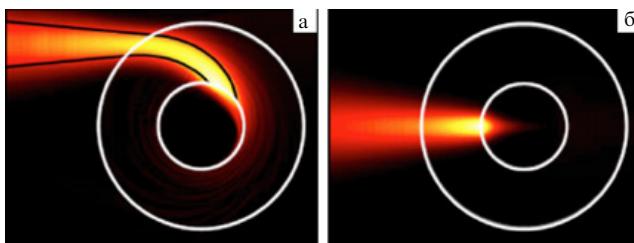


Рис. 40. Результаты расчётов захвата гауссова пучка оболочкой, моделирующей чёрную дыру, из [64]: (а) боковой захват (тёмные кривые — лучевые траектории); (б) центральный захват.

там. Таким образом, действующая лабораторная модель чёрной дыры может стать прототипом солнечного нагревательного элемента нового поколения с эффективностью поглощения, близкой к 100 %. В ближайшем будущем следует рассмотреть возможность использования подобной капсулы для лазерного управляемого термоядерного синтеза.

12.3. Модели "кротовой норы" и магнитного монополя
В развитие идей объёмных моделей гравитирующих объектов ОТО, в работе [65] была предложена простая конструкция "кротовой норы" — типовая конструкция нетривиальной метрики, которая в обычной гравитации допускает сверхсветовой транспорт и даже так называемую машину времени [66, 67]. Её модель строится на основе маскирующей цилиндрической трубы, и она применима, конечно, только для электромагнитных волн, а не для массивных частиц. Укажем её мыслимые технические приложения — это новые оптические кабели, оптические компьютеры, трёхмерные видеодисплеи, оптические видеоустройства для магниторезонансной визуализации и т.д. Одним из любопытных предложений представляется электромагнитная модель магнитного монополя, также описанная в [65]. Согласно этой

модели, маскирующая трубка охватывает линии магнитного поля между двумя противоположными магнитными полюсами, локализованными с разных концов трубы.

Идей здесь много. Во всяком случае, мы видим, что открываются очень широкие возможности синтеза электромагнитных полей в сетях, содержащих маскирующие трубчатые элементы.

13. Недавние эксперименты по маскировке методом волнового обтекания

Темп развития практических технологий маскировки на основе метода волнового обтекания достиг апогея: еженедельно публикуются статьи и отчёты, рассказывающие о последних идеях, расчётах и экспериментах. В этом разделе представлены некоторые новые экспериментальные данные, которые, как нам кажется, получены в весьма необычных геометрических и инструментальных схемах и которые позволяют выявить в рассматриваемом методе новые, порой неожиданные свойства.

13.1. Широкополосная невидимость цилиндрического гофрированного рассеивателя в волноводе

В экспериментах, описанных в работе [68], исследуемый металлический объект в форме цилиндра, окружённый гофрированной маскирующей оболочкой, помещался в прямоугольный волновод. Оболочка представляла собой набор металлических пластин в виде усечённых конусов, надеваемых на цилиндр. Геометрия этих экспериментов с указанием необходимых размеров показана на рис. 41. В итоге оболочка вблизи цилиндра работала как периодическая последовательность ("стопка") радиальных волноводов с переменной шириной (от H до h). При возбуждении в основном волноводе волны с электрическим полем, направленным вдоль оси цилиндра, наблюдался маскировочный эффект: волна, обогнув рассеиватель, восстановливала свою форму, причём эффект наблюдался в широком диапазоне частот (рис. 42).

13.2. Моделирование маскировки электрической схемой на основе сосредоточенных LC-элементов

Как известно, анизотропную диэлектрическую среду с тензорами $\hat{\epsilon}$ и $\hat{\mu}$ можно представить в виде эквивалентной сетевой электрической цепи, состоящей из сосредоточенных RLC-элементов [69]. При этом индуктивности L моделируют диагональные элементы тензора $\hat{\mu}$, ёмкости C — элементы тензора $\hat{\epsilon}$, сопротивления R — диссипацию, а компоненты электромагнитного поля эквивалентны напряжениям и токам в элементах цепи.

Эта простая идея позволила поставить эксперимент [70], моделирующий маскировку методом волнового обтекания в схеме на основе сосредоточенных LC-элементов. Была собрана плоская круговая схема на основе 30 азимутальных слоёв по 90 микросхем в каждом (15 внутренних слоёв — для моделирования маскирующей оболочки, 15 внешних — для моделирования окружающего фона), показанная на рис. 43. Каждая микросхема содержала X-образную сборку из четырёх индуктивных элементов, центр которой через конденсатор подсоединялся к "земле". Параметры LC-элементов выбирались таким образом, чтобы смоделировать координатное преобразование (7).

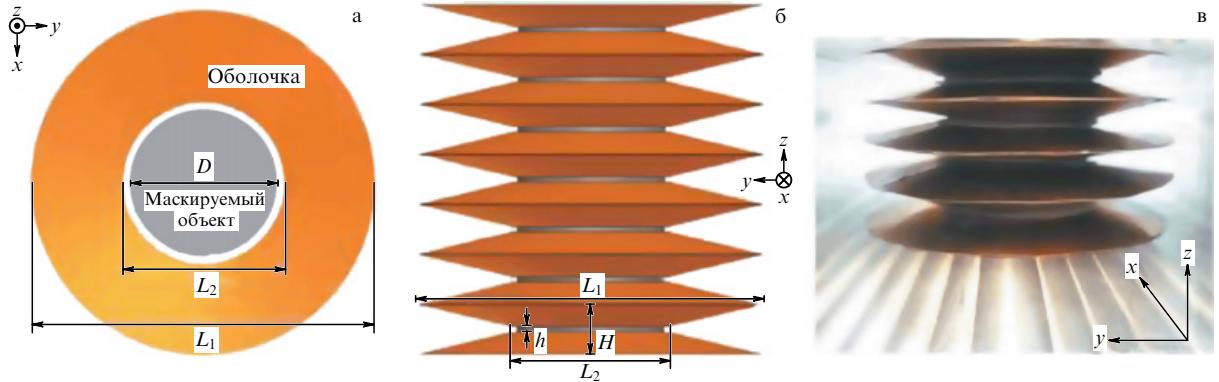


Рис. 41. Геометрия широкополосной сверхвысокочастотной (СВЧ) маскировки с помощью гофрированной слоистой структуры [68], размеры: $L_1 = 70$ мм, $L_2 = 32$ мм, $H = 9,2$ мм, $h = 1$ мм, $D = 30$ мм, структура помещена в прямоугольный волновод (длина \times ширина \times высота = = $432 \times 86,36 \times 36,8$ мм): (а) вид сверху; (б) вид спереди; (в) фотография.

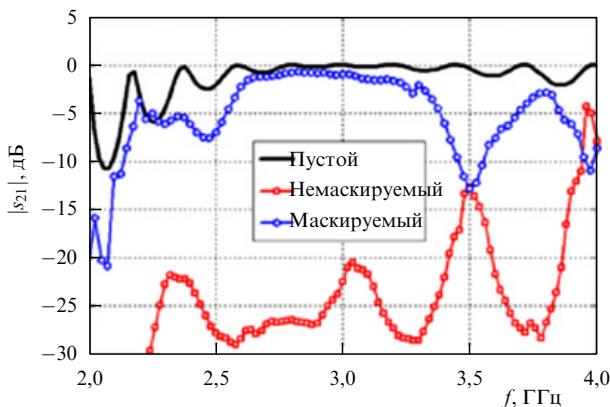


Рис. 42. Коеффициент прохождения волн в волноводе (сверху вниз: пустой волновод, волновод с немаскируемой оболочкой, волновод с маскируемой оболочкой) (из [68]).

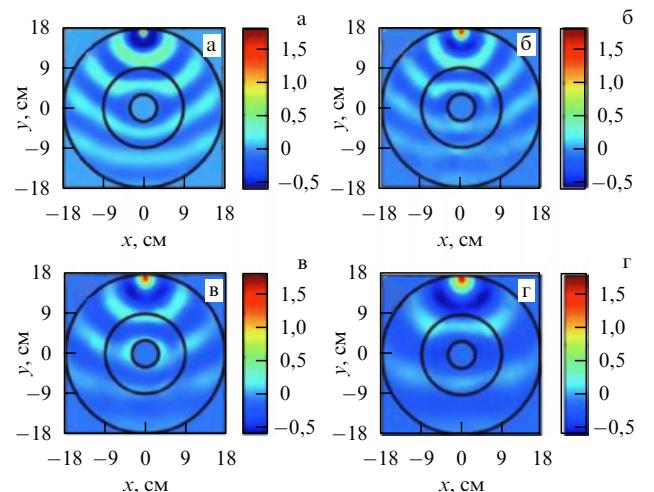


Рис. 44. Результаты исследований маскировки в LC-цепи из [70]: (а) результаты расчётов на частоте 40,1 МГц; измерения на частоте (б) 40,1 МГц, (в) 32 МГц, (г) 24 МГц.

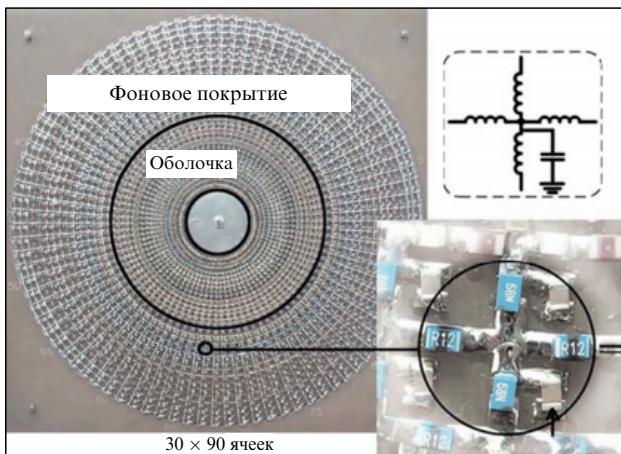


Рис. 43. Фотография LC-цепи, моделирующей маскировку обтеканием; на верхней правой вставке — эквивалентная цепь микросхемы, на нижней вставке — фотография микросхемы (из [70]).

Результаты измерений представлены на рис. 44. Видно, что для трёх значений частоты отчётливо проявляется маскировочный эффект для волны с круговым фазовым фронтом.

14. Заключение

Данная статья посвящена изложению теоретических основ и идей волновой маскировки обтеканием. Показано, что главной математической задачей маскировки каждого конкретного объекта является нахождение соответствующего пространственного преобразования координат, на основе которого можно получить выражения для компонент тензоров диэлектрической и магнитной проницаемостей.

Представлены результаты расчётов маскирующих оболочек различной формы. Показано, что основные задачи, возникающие при их создании, такие как расширение частотного диапазона маскировки, уменьшение анизотропии, обеспечение немагнитности, устранение слепоты маскируемого объекта и др., могут быть эффективно решены специальным подбором координатного преобразования.

Представлены результаты нескольких серий экспериментов, демонстрирующих принципиальную реализуемость маскировки методом обтекания.

Домножив правую и левую части уравнения Максвелла $\nabla \times \mathbf{E} = -\mu\mu_0 \partial \mathbf{H} / \partial t$ на выражение $(\mathbf{u}_1 \times \mathbf{u}_2)Q_1 Q_2$ и применив (59) и (61), получим

$$\begin{aligned} (\nabla \times \mathbf{E})(\mathbf{u}_1 \times \mathbf{u}_2)Q_1 Q_2 &= \mu_0 \mu \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} (\mathbf{u}_1 \times \mathbf{u}_2)Q_1 Q_2 = \\ &= -\mu_0 \mu \sum_{j=1}^3 g^{3j} \frac{\partial H_j}{\partial t} \mathbf{u}_3 (\mathbf{u}_1 \times \mathbf{u}_2)Q_1 Q_2. \end{aligned} \quad (62)$$

Введём обозначения

$$\tilde{H}_j = Q_j H_j, \quad (63)$$

$$\mu^{ij} = \mu g^{ij} |\mathbf{u}_1 (\mathbf{u}_2 \times \mathbf{u}_3)| Q_1 Q_2 Q_3 (Q_i Q_j)^{-1}. \quad (64)$$

Тогда из выражений (64) и (57) находим

$$(\nabla_q \times \tilde{\mathbf{E}})^i = -\mu_0 \sum_{j=1}^3 \mu^{ij} \frac{\partial \tilde{H}_j}{\partial t}. \quad (65)$$

Учитывая симметрию, которая существует между электрическим и магнитным полями, можем записать

$$(\nabla_q \times \tilde{\mathbf{H}})^i = +\epsilon_0 \sum_{j=1}^3 \epsilon^{ij} \frac{\partial \tilde{E}_j}{\partial t}, \quad (66)$$

где

$$\epsilon^{ij} = \epsilon g^{ij} |\mathbf{u}_1 (\mathbf{u}_2 \times \mathbf{u}_3)| Q_1 Q_2 Q_3 (Q_i Q_j)^{-1}. \quad (67)$$

Таким образом, уравнения Максвелла (50) сохраняют вид при переходе к координатам (q_1, q_2, q_3) .

II. Вычисление траекторий лучей

в маскирующих оболочках

Вычисления проведём, следуя работе [71].

Как известно из геометрической оптики, траектории лучей определяются уравнениями

$$\frac{d\mathbf{x}}{d\tau} = \frac{\partial H}{\partial \mathbf{k}}, \quad (68)$$

$$\frac{d\mathbf{k}}{d\tau} = -\frac{\partial H}{\partial \mathbf{x}}. \quad (69)$$

Здесь $\mathbf{x} = \{x, y, z\}$ — радиус-вектор в декартовых координатах, \mathbf{k} — волновой вектор, τ — параметр, имеющий размерность длины. Здесь и далее под $\partial f / \partial \mathbf{a}$ следует понимать вектор с компонентами

$$\left\{ \frac{\partial f}{\partial a_x}, \frac{\partial f}{\partial a_y}, \frac{\partial f}{\partial a_z} \right\}.$$

Можно показать [71], что гамильтониан H в анизотропной среде с $\epsilon = \mu = n$ имеет вид

$$H = f(\mathbf{x})(knk - \det n), \quad (70)$$

где $f(\mathbf{x})$ — произвольная функция радиуса-вектора.

При прохождении через маскирующую оболочку луч преломляется два раза — на входе в оболочку и на выходе из неё. В обеих точках преломления нужно соблюсти граничные условия. Если на оболочку падает плоская волна, то граничные условия имеют вид

$$(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2) \times \mathbf{v} = 0, \quad (71)$$

$$H(\mathbf{k}_2) = 0, \quad (72)$$

где \mathbf{k}_1 и \mathbf{k}_2 — волновые векторы по одну и по другую сторону границы раздела, \mathbf{v} — нормаль к границе раздела. Условие (71) означает непрерывность нормальной компоненты вектора \mathbf{k} , условие (72) — требование сохранения плоского фронта волны.

Уравнения (71) и (72) определяют все компоненты вектора \mathbf{k}_2 , но, поскольку гамильтониан квадратичен по отношению к \mathbf{k} , система этих уравнений имеет два решения, соответствующих переносу энергии из первой среды во вторую и наоборот. Поэтому к уравнениям (71) и (72) необходимо добавить условие, определяющее направление переноса энергии. Для волнового вектора, направленного из первой среды во вторую, это условие имеет вид

$$\frac{\partial H}{\partial \mathbf{k}} \mathbf{v} > 0. \quad (73)$$

Для того чтобы вычислить траекторию конкретного луча, ему необходимо присвоить начальное направление и точку исхода. Затем нужно проинтегрировать систему уравнений (68), (69), исключая переменную τ и учитывая начальные условия. Подставляя в выражение (70) в качестве n тензор, полученный методом координатных преобразований, и единичный тензор, получим траектории луча $\mathbf{k}(\mathbf{x})$ соответственно внутри и вне оболочки. Их нужно сшить с учётом условий (71)–(73).

Рассмотрим в качестве примера траектории лучей в сферической маскирующей оболочке. Для неё тензор n в декартовых координатах имеет вид

$$n = \frac{b}{b-a} \left(I - \frac{2ar-a^2}{r^4} \mathbf{r} \otimes \mathbf{r} \right), \quad (74)$$

где a и b — соответственно внутренний и внешний радиусы оболочки, $\mathbf{r} \otimes \mathbf{r}$ — внешнее произведение радиуса-вектора \mathbf{r} на самого себя [71]. Внешнее произведение векторов \mathbf{x} и \mathbf{y} определяется умножением вектора-столбца на вектор-строку:

$$\mathbf{x} \otimes \mathbf{y} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} (y_1 \ y_2 \ y_3) = \begin{pmatrix} x_1 y_1 & x_1 y_2 & x_1 y_3 \\ x_2 y_1 & x_2 y_2 & x_2 y_3 \\ x_3 y_1 & x_3 y_2 & x_3 y_3 \end{pmatrix}. \quad (75)$$

Подставив (74) в (70) и для простоты выбрав в качестве произвольной функции в выражении (70) $f(\mathbf{x}) = (b-a)/2b$, находим гамильтониан для сферической оболочки:

$$H = \frac{1}{2} \mathbf{k} \mathbf{k} - \frac{1}{2} \frac{2ar-a^2}{r^4} (\mathbf{x} \mathbf{k})^2 - \frac{1}{2} \left[\frac{b(r-a)}{r(b-a)} \right]^2, \quad (76)$$

где r — модуль вектора \mathbf{x} .

Взяв производные, получим

$$\frac{\partial H}{\partial \mathbf{k}} = \mathbf{k} - \frac{2ar-a^2}{r^4} (\mathbf{x} \mathbf{k}) \mathbf{x}, \quad (77)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial H}{\partial \mathbf{x}} &= -\frac{2ar-a^2}{r^4} (\mathbf{x} \mathbf{k}) \mathbf{k} + \frac{3ar-2a^2}{r^6} (\mathbf{x} \mathbf{k})^2 \mathbf{x} - \\ &- \left(\frac{b}{b-a} \right)^2 \left(\frac{ar-a^2}{r^4} \right) \mathbf{x}. \end{aligned} \quad (78)$$

Поделив (78) на (77) и проинтегрировав полученное выражение с учётом начальных условий, находим траекторию луча в маскирующей оболочке. В результате

численного интегрирования для ряда лучей с различными точками выхода получаются траектории, показанные на рис. 1.

III. Историческое дополнение.

Знали ли о маскировке методом волнового обтекания несколько десятилетий назад?

Мы увидели, что маскировка методом волнового обтекания основана на весьма прозрачной физической идеи и достаточно простом математическом обосновании, а в своём простейшем варианте, когда маскирующая оболочка имеет $0 < \varepsilon < 1$ и $\mu = 1$, она вполне могла бы быть предложена и опробована задолго до появления работ Дж. Пенди [1, 2]. Действительно, знаний для этого хватало: например, траектории лучей в произвольной сферически симметричной радиально неоднородной среде были исследованы достаточно подробно ещё в середине XX в.: для сферических линз типа Люнеберга и Максвелла ("рыбий глаз") [72, 73], для объяснения уже упоминавшихся миражей [74], для целей, продиктованных развитием дальней радиосвязи [75] и пр. Например, в технике дальней радиосвязи давно известно весьма близкое к маскировке явление, называемое критической рефракцией. Суть этого явления заключается в компенсации кривизны поверхности, огибаемой лучами, градиентом показателя преломления, в результате чего лучи становятся прямыми, а это и означает невидимость выступающей поверхности.

Оказывается, в литературе имеются указания и на проведение экспериментов по созданию невидимости крупного объекта методом волнового обтекания, которые якобы были осуществлены в США и в связи с которыми упоминается имя Альберта Эйнштейна.

Итак, в околонаучной беллетристике описывается так называемый филадельфийский эксперимент 1943 г. (код проекта — "Радуга"), в котором была предпринята попытка сделать невидимым для радаров американский эсминец DE 173 "Элдридж". Эти описания пока имеют статус легенды, поскольку военно-морское ведомство США не дало им официального подтверждения.

Загадочному происшествию с эсминцем посвящено более двух десятков книг, а в 1984 г. на мировые экраны вышел американский боевик "Эксперимент Филадель-

фия" режиссёра С. Рэффила. На русском языке об эксперименте можно прочитать в книгах [76, 77], которые являются почти дословным переводом книги [78] 1979 г. Некоторую информацию об эксперименте Филадельфия можно получить и в популярной on-line-энциклопедии *Wikipedia* на странице http://en.wikipedia.org/wiki/Philadelphia_experiment, где, кстати, упомянута и маскировка с помощью метаматериалов.

Вкратце, суть экспериментов заключалась в установке на борту эсминца и одновременном включении нескольких высокочастотных (ВЧ) трансформаторов. Идея состояла в том, что мощные ВЧ- поля создадут вокруг эсминца достаточно сильную ионизацию воздуха (для плазмы как раз справедливо $0 < \varepsilon < 1$ и $\mu = 1$). "Предполагалось сгенерировать огромные электромагнитные области, которые при правильной конфигурации должны были вызватьогибание световых и радиоволн вокруг эсминца" [77], в результате чего эсминец должен был пропасть с экранов радаров. И ещё: "...речь шла о достижении 10 % кривизны света...", и далее: «*При этом речь шла о кипящей воде, об ионизации окружающего воздуха и даже о "зетизации" атомов...*». Почти дословные английские оригиналы этих фраз есть и в [78].

Однако при проведении экспериментов проявились незапланированные эффекты: в оптическом диапазоне корабль погрузился в туман и стал практически незамечен и в момент исчезновения эсминец якобы видели в другом городе — Норфолке, а после его "возвращения" с экипажем произошли страшные вещи — многие из членов экипажа получили сильнейшие ожоги или погибли.

Утверждается, что к обоснованию этих экспериментов и руководству ими были привлечены А. Эйнштейн, Р. Оппенгеймер, Дж. фон Нейман, Н. Тесла. Например, Альберта Эйнштейна в те годы часто можно было видеть в окружении моряков.

Объяснений происходившему на эсминце было очень много, но большинство из них не заслуживает даже упоминания в серьёзном физическом журнале ввиду их абсурдности. Достаточно указать, что согласно некоторым толкователям А. Эйнштейн и Р. Оппенгеймер были приглашены как специалисты по практической антигра-



Эсминец DE 173 "Элдридж".



Альберт Эйнштейн в окружении морских офицеров, 24 июля 1943 г. (National Archives, USA, Photo No. 80-G-42919). (Из книги [78].)

визации (опять она!) и квантовой телепортации. Они должны были "разложить корабль" на отдельные атомы и с помощью антигравитации переместить эти атомы в другой город, а там собрать обратно, как пазл. А роль Н. Теслы при этом сводилась к обеспечению связи с внеземными цивилизациями.

Мы не будем рассуждать о том, действительно ли в легенде описываются реальные эксперименты или их не было. Для нашего обзора важнее другое: первые сведения о таких экспериментах просочились в печать в 1964 г., а из этих публикаций следует, что задолго до Дж. Пендри, уже тогда или, по крайней мере, в 1979 г. (согласно [78]) журналисты от кого-то узнали о том, что можно сделать невидимым крупный объект, заставив лучи огибать его. Они понимали это!

А что означает загадочное слово "зеемизация", упомянутое в [76, 77]? Оказывается, авторы этих русскоязычных книг не смогли перевести на русский язык слово *Zeemanizing*; по-видимому, не понимали его и авторы [78], выделив слово кавычками. Достаточно сказать, что "zeeman" в некоторых западноевропейских языках (например, голландском) означает "моряк". Но любой образованный физик легко догадается, что "зееманизация" — это магнитное зеемановское расщепление электронных и ядерных уровней атомов среды и, как следствие, изменение её преломляющих свойств на частоте перехода между подуровнями. Эта частота, рассчитанная для магнитного поля устройств противоминного размагничивания кораблей времён Второй мировой войны, как раз и лежит в частотном диапазоне радаров. Теперь понятно и то, зачем была нужна "кипящая вода". Дело в том, что зеемановское расщепление происходит лишь в тех атомах и молекулах, в которых есть неспаренные электроны. В основных компонентах воздуха, N_2 , O_2 , H_2 и He , все валентные электроны спарены и зеемановское расщепление запрещено. Для "зееманизации" воздуха нужно либо ионизовать воздух, либо диссоциировать, либо возбудить некоторые его компоненты, а это требует больших энергетических затрат. Одним из простых решений могло бы стать насыщение окружающего корабль воздуха парами морской воды, содержащей несимметричные молекулы хлоридов металлов.

Какой способ создания невидимости для радаров мог быть реализован для искривления лучей радара в первую очередь, ионизация воздуха вблизи отсечки на плазменной частоте или магнитная "зееманизация" паров и брызг морской воды, нам неизвестно. Однако слово "зееманизация" позволяет достаточно точно определить время возникновения идеи о том, как сделать невидимым для радаров такой крупный объект, как корабль. Читатель уже догадался, что для этого есть специальный термин — электронный парамагнитный (или спиновый) резонанс (ЭПР), который был открыт Е.К. Завойским [79] в 1944 г. именно на растворах солей — хлоридов металлов, и уже в 1950-х годах термин ЭПР стал известным повсеместно. Следовательно, слово "зееманизация" мог употребить лишь тот специалист, который разбирался в сути ЭПР, но не знал, как это называется, т.е. в 1940-х годах. Кстати, сам Е.К. Завойский неоднократно подчёркивал (см. [80]), что некоторые зарубежные учёные ещё до него догадывались о существовании резонанса и даже предпринимались попытки его зарегистрировать, но безуспешные.

Таким образом, можно предположить, что выбор был сделан в пользу ионизации ввиду малости изменения показателя преломления в областях резонансов и других технических сложностей при эффекте Зеемана.

Теперь становится понятной и роль научных руководителей опыта: А. Эйнштейн и Р. Оппенгеймер были тогда как раз теми необходимыми авторитетными специалистами, которые разбирались в метриках пространств и координатных преобразованиях, Дж. фон Нейман мог организовать расчёты профилей плазмы и энерговклада для реализации данного координатного преобразования, а Н. Тесла мог заниматься установкой и настройкой ВЧ-индукторов (известных экспериментаторам как трансформаторы Тесла [81]) для ионизации окружающего воздуха.

Таким образом, можно считать, что уже, по крайней мере, несколько десятилетий назад были специалисты, которые знали и понимали маскировку методом волнового обтекания.

Список литературы

1. Pendry J B , Schurig D, Smith D R *Science* **312** 1780 (2006)
2. Schurig D et al. *Science* **314** 977 (2006)
3. Leonhardt U *New J. Phys.* **8** 118 (2006)
4. Leonhardt U, Philbin T G *New J. Phys.* **8** 247 (2006)
5. Розанов Н Н *Природа* (6) 3 (2008)
6. Litchinister N M et al. *Prog. Optics* **51** 1 (2008)
7. Гуляев Ю В, Лагарьков А Н, Никитов С А *Вестн. РАН* **78** 438 (2008) [Gulyaev Yu V, Lagar'kov A N, Nikitov S A *Herald Russ. Acad. Sci.* **78** 264 (2008)]
8. Дубинов А Е, Мытарева Л А *Элементы физики "плацневидимки"* (Саров: СарФТИ, 2009)
9. Веселаго В Г *УФН* **92** 517 (1967) [Veselago V G *Sov. Phys. Usp.* **10** 509 (1968)]
10. Веселаго В Г *УФН* **173** 790 (2003) [Veselago V G *Phys. Usp.* **46** 764 (2003)]
11. Блиох К Ю, Блиох Ю П *УФН* **174** 439 (2004) [Bliokh K Yu, Bliokh Yu P *Phys. Usp.* **47** 393 (2004)]
12. Eleftheriades G V *Radio Sci. Bull.* (312) 57 (2005)
13. Veselago V et al. *J. Comp. Theor. Nanosci.* **3** 189 (2006)
14. Soukoulis C M et al. *J. Phys. Condens. Matter* **20** 304217 (2008)
15. Maier S A *Plasmonics: Fundamentals and Applications* (New York: Springer, 2007)
16. Krownie C M, Zhang Y *Physics of Negative Refraction and Negative Index Materials* (Berlin: Springer, 2007)
17. Zouhdi S, Sihvola A, Vinogradov A P (Eds) *Metamaterials and Plasmonics: Fundamentals, Modelling, Applications* (Dordrecht: Springer, 2009)
18. Силин Р А *Необычные законы преломления и отражения* (М.: Фазис, 1999)
19. Белотелов В И, Звездин А К *Фотонные кристаллы и другие метаматериалы* (Приложение к журналу "Квант") (М.: Бюро Квантум, 2006)
20. Schurig D, Pendry J B, Smith D R *Opt. Express.* **14** 9794 (2006)
21. Cummer S A et al. *Phys. Rev. E* **74** 036621 (2006)
22. Yan W, Yan M, Qiu M *Appl. Phys. Lett.* **93** 021909 (2008)
23. Cai W et al. *Appl. Phys. Lett.* **91** 111105 (2007)
24. Ma H et al. *Phys. Rev. A* **77** 013825 (2008)
25. Kwon D-H, Werner D H *Appl. Phys. Lett.* **92** 013505 (2008)
26. Kwon D-H, Werner D H *Appl. Phys. Lett.* **92** 113502 (2008)
27. Jiang W X et al. *J. Phys. D* **41** 085504 (2008)
28. Rahm M et al. *Photon. Nanostruct. Fund. Appl.* **6** 87 (2008)
29. Ma H et al. *Phys. Rev. E* **78** 036608 (2008)
30. Jiang W X et al. *Phys. Rev. E* **77** 066607 (2008)
31. Yao K, Li C, Li R *Appl. Phys. B* **96** 355 (2009)
32. Luo Y et al. *J. Phys. D* **41** 235101 (2008)
33. Luo Y et al. *Phys. Rev. B* **78** 125108 (2008)
34. Jiang W X et al. *Appl. Phys. Lett.* **93** 194102 (2008)
35. Li J, Pendry J B *Phys. Rev. Lett.* **101** 203901 (2008)

36. Liu R et al. *Science* **323** 366 (2009)
37. Hua M et al. *Chinese Phys. B* **18** 1025 (2009)
38. Zhang J et al. *Phys. Rev. B* **77** 035116 (2008)
39. Ma H et al. *Appl. Phys. Lett.* **94** 103501 (2009)
40. Luo Y et al. *Phys. Rev. B* **77** 125127 (2008)
41. Chen H et al. *Phys. Rev. Lett.* **99** 063903 (2007)
42. Ruan Z et al. *Phys. Rev. Lett.* **99** 113903 (2007)
43. Meng F-Y et al. *Appl. Phys. A* **95** 881 (2009)
44. Wu Q et al. *Appl. Phys. A* **95** 335 (2009)
45. Milton G W, Briane M, Willis J R *New J. Phys.* **8** 248 (2006)
46. Chen H, Chan C T *Appl. Phys. Lett.* **91** 183518 (2007)
47. Yang Z et al. *Phys. Rev. Lett.* **101** 204301 (2008)
48. Cheng Y, Liu X J *Appl. Phys. A* **94** 25 (2009)
49. Zhang S et al. *Phys. Rev. Lett.* **100** 123002 (2008)
50. Greenleaf A et al. *Phys. Rev. Lett.* **101** 220404 (2008)
51. Каценеленбаум Б З *Радиотехника и электроника* **53** 673 (2008) [Katsenelenbaum B Z *J. Commun. Technol. Electron.* **53** 639 (2008)]
52. Каценеленбаум Б З *Радиотехника и электроника* **54** 308 (2009) [Katsenelenbaum B Z *J. Commun. Technol. Electron.* **54** 292 (2009)]
53. Katsenelenbaum B Z, Voitovich N N *IEEE Trans. Antennas Propag.* **57** 2123 (2009)
54. Alù A, Engheta N *Phys. Rev. E* **78** 045602(R) (2008)
55. Silveirinha M G, Alù A, Engheta N *Phys. Rev. B* **78** 205109 (2008)
56. Alù A, Engheta N *Phys. Rev. Lett.* **102** 233901 (2009)
57. Smolyaninov I I, Hung Y J, Davis C C *Opt. Lett.* **33** 1342 (2008)
58. Pendry J B *Phys. Rev. Lett.* **85** 3966 (2000)
59. Pendry J B, Ramakrishna S A *J. Phys. Condens. Matter* **14** 8463 (2002)
60. Ramakrishna S A, Pendry J B *Phys. Rev. B* **69** 115115 (2004)
61. Luo Y et al. *Appl. Phys. Lett.* **95** 193506 (2009)
62. Lu W et al. *J. Phys. D* **42** 212002 (2009)
63. Nicolet A, Zolla F *Science* **323** 46 (2009)
64. Narimanov E E, Kildishev A V *Appl. Phys. Lett.* **95** 041106 (2009)
65. Greenleaf A et al. *Phys. Rev. Lett.* **99** 183901 (2007)
66. Frolov V P, Novikov I D *Phys. Rev. D* **42** 1057 (1990)
67. Visser M *Lorentzian Wormholes: from Einstein to Hawking* (Woodbury, NY: Am. Inst. of Phys., 1996)
68. Tretyakov S et al. *Phys. Rev. Lett.* **103** 103905 (2009)
69. Климов К Н и др. *Электродинамический анализ двумерных неоднородных сред и плазмы* (М.: МАКС Пресс, 2005)
70. Liu X et al. *Appl. Phys. Lett.* **95** 191107 (2009)
71. Schurig D, Pendry J B Smith D R *Opt. Express* **14** 9794 (2006)
72. Morgan S P *J. Appl. Phys.* **29** 1358 (1958)
73. Корнблит С СВЧ оптика: *Оптические принципы в приложении к конструированию СВЧ антенн* (М.: Связь, 1980)
74. Fraser A B, Mach W H *Sci. Am.* **234** (1) 102 (1976); Фрэйзер А, Мах У *УФН* **124** 333 (1978)
75. Фейнберг Е Л *Распространение радиоволн вдоль земной поверхности* (М.: Физматлит, 1999)
76. Кузовкин А С, Непомнящий Н Н *Что случилось с эсминцем "Элдридж"?* (Сер. "Знак вопроса", Вып. 3) (М.: Знание, 1991)
77. Телицын В *Никола Тесла и тайна филадельфийского эксперимента* (М.: Яуза, Эксмо, 2009).
78. Moore W, Berlitz Ch *The Philadelphia Experiment: Project Invisibility* (London: Souvenir Press Ltd., 1979)
79. Zavoisky E *J. Phys. USSR* **8** 377 (1944)
80. Альтшулер С А, Завойский Е К, Козырев Б М *Изб. АН СССР. Сер. физ.* **20** 1199 (1956)
81. Ельчанинов А С и др. *Релятивистская высокочастотная электроника: проблема повышения мощности и частоты излучения* (Горький: ИПФ АН СССР, 1981)

Invisible cloaking of material bodies using the wave flow method

A.E. Dubinov, L.A. Mytareva

Sarov State Institute of Physics and Technology,
ul. Dukhova 6, 607186 Sarov, Nizhny Novgorod region, Russian Federation
Tel. (7-83130) 45-144, (7-83130) 51-235
E-mail: dubinov-ae@yandex.ru, mytareva-la@yandex.ru

The current knowledge of the physics of electromagnetic cloaking of material objects by the wave flow method is reviewed. Experiments demonstrating the feasibility of this cloaking method are described. Some aspects of calculating cloak profiles are examined, and achievements and unsolved problems in the theory of the interaction of electromagnetic waves with shells are considered. Prospects for developing the cloaking method for waves of other physical nature (acoustic and probability density waves) are discussed.

PACS numbers: 41.20.Jb, 42.25.Bs, 42.30.Wb, 43.20.Gp

DOI: 10.3367/UFNr.0180.201005b.0475

Bibliography — 81 references

Received 19 August 2009, revised 3 December 2009

Uspekhi Fizicheskikh Nauk **180** (5) 475–501 (2010)

Physics – Uspekhi **53** (5) (2010)