

ОБЗОРЫ АКТУАЛЬНЫХ ПРОБЛЕМ

Поверхностные состояния в фотонных кристаллах

А.П. Виноградов, А.В. Дорофеев, А.М. Мерзликин, А.А. Лисянский

Рассматривается распространение поверхностных электромагнитных волн по границе фотонных кристаллов (ФК). Показано, что в ряде случаев эти волны могут быть обратными. Обсуждается природа поверхностных, локализованных на границе ФК электромагнитных состояний, не переносящих энергии вдоль этой границы (тангенциальное волновое число этих состояний равно нулю). Проводится аналогия с известными в физике твёрдого тела таммовскими и шоклиевскими поверхностными состояниями. Показано, что в случае ФК оба типа состояний можно рассматривать как таммовские. Приведены результаты экспериментов по обнаружению поверхностных состояний. Рассматривается система, позволяющая управлять поверхностным состоянием с помощью внешнего магнитного поля.

PACS numbers: 41.20.Jb, 42.70.Qs, 73.20.-r

DOI: 10.3367/UFNr.0180.201003b.0249

Содержание

1. Введение (249).
2. Поверхностные решения на границе однородных сред (250).
3. Поверхностные волны на границе фотонного кристалла (250).
4. Таммовские поверхностные состояния (253).
5. Подход Шокли (256).
6. Случай анизотропных фотонных кристаллов (259).
7. Заключение (262).

Список литературы (262).

1. Введение

В последнее время в литературе уделяется большое внимание исследованию свойств фотонных кристаллов (ФК) [1–3], что в первую очередь связано с перспективой их применения в квантовой оптике и оптоэлектронике. Однако даже с точки зрения традиционной оптики природных кристаллов взаимодействие электромагнитных волн с ФК вызывает интерес. Основное отличие ФК от традиционных оптических материалов заключается в том, что однородные среды при прохождении через них волн с длиной вплоть до ультрафиолетовой области можно рассматривать как инвариантные относительно непрерывной группы трансляций, в то время как ФК инвариантны лишь относительно дискретной группы трансляций соответствующей решётки. В этих условиях начинают действовать весьма необычные законы пре-

ломления и отражения [4]. Например, в ФК может реализоваться отрицательное преломление, интенсивно исследуемое сегодня в метаматериалах с диэлектрической проницаемостью $\epsilon < 0$ и магнитной проницаемостью $\mu < 0$ [5], эффект суперпризмы [6–9], каналирование электромагнитных волн [10]. При отражении от границы раздела, обладающей высоким индексом плоскости [11], даже на низких частотах могут возникнуть боковые лепестки (эффект Бормана) [12, 13], а при прохождении волн по ограниченному ФК — волны утечки [14]. Большую роль в изучении свойств ФК играет тесная аналогия электродинамики ФК с квантовой механикой обычных электронных кристаллов, что позволило быстро создать адекватный аппарат для описания явлений, заимствовав его из физики твёрдого тела. Однако и исследование ФК, в свою очередь, отдаёт долг физике твёрдого тела: отсутствие в линейной электродинамике взаимодействия между фотонами позволяет в чистом виде изучать интерференционные и дифракционные явления: это локализация Андерсона [15], осцилляции Бэрри [16–19], каналирование [10], а также возникающие поверхностные состояния, которым посвящён настоящий обзор. В конечных образцах как однородных сред, так и ФК появляются поверхностные решения, локализованные по обе стороны от границы [20–22], вследствие того, что граница нарушает трансляционную инвариантность.

В последнее время в литературе, посвящённой ФК, преобладает тенденция различать в ФК поверхностные состояния Тамма и Шокли [23–25]. В данном обзоре мы подробно рассмотрим те и другие, показав, что особых причин разделять эти состояния нет, так как физика их возникновения одинакова.

Для наглядности и упрощения математических выкладок рассмотрение ведётся на примере одномерных ФК (слоистых систем), что в простейшем случае изотропных материалов является физической реализацией модели Кронига–Пенни. Однако векторный характер полей в электродинамике делает одномерную задачу го-

А.П. Виноградов, А.В. Дорофеев, А.М. Мерзликин.
Институт теоретической и прикладной электродинамики РАН,
ул. Ижорская 13, 125412 Москва, Российская Федерация
Тел. (495) 485-83-55
E-mail: alexandor7@gmail.com
А.А. Лисянский. Department of Physics, Queens College
of the City University of New York, Flushing, New York 11367, USA

Статья поступила 27 августа 2009 г.,
после доработки 13 октября 2009 г.

раздо богаче квантово-механической. Особенно наглядным это различие становится при рассмотрении ФК, состоящих из анизотропных материалов.

2. Поверхностные решения на границе однородных сред

Начнём с задачи о распространении поверхностных электромагнитных волн. Хорошо известно [22, 26, 27], что вдоль границы изотропных сред, диэлектрические проницаемости которых имеют разные знаки, может распространяться поверхностная волна. Поле этой волны экспоненциально убывает при удалении от границы раздела. Убывание поля по направлению в глубь среды с отрицательной диэлектрической проницаемостью (ОДП) связано с чисто мнимым значением волнового числа в этой среде. Убывание волны в среде с положительной диэлектрической проницаемостью связано с выполнением условия полного внутреннего отражения: тангенциальная компонента волнового вектора поверхностной волны (ПВ) превосходит по модулю волновой вектор $k_{>0}$ в среде с положительной диэлектрической проницаемостью $\varepsilon_{>0}$ (см. [22]):

$$k_x^2 = k_0^2 \frac{|\varepsilon_{<0}| \varepsilon_{>0}}{|\varepsilon_{<0}| - \varepsilon_{>0}} > k_0^2 \varepsilon_{>0}. \quad (1)$$

Отметим, что рассмотренная ПВ является ТМ-поляризованной (рис. 1а). Если вместо ОДП-среды взять среду с отрицательной магнитной проницаемостью (ОМП), то ПВ будет являться ТЕ-поляризованной.

Вектор Пойнтинга по разные стороны от границы направлен в противоположные стороны [27], так что в ОДП-среде (ОМП-среде) он антипараллелен фазовой скорости, а в среде с положительными проницаемостями он параллелен фазовой скорости. Суммарный перенос энергии происходит вдоль фазовой скорости — ПВ является прямой волной.

Помимо поверхностных волн могут существовать иные локализованные вблизи границы решения. Если имеется граница ОДП- и ОМП-сред, то при условии

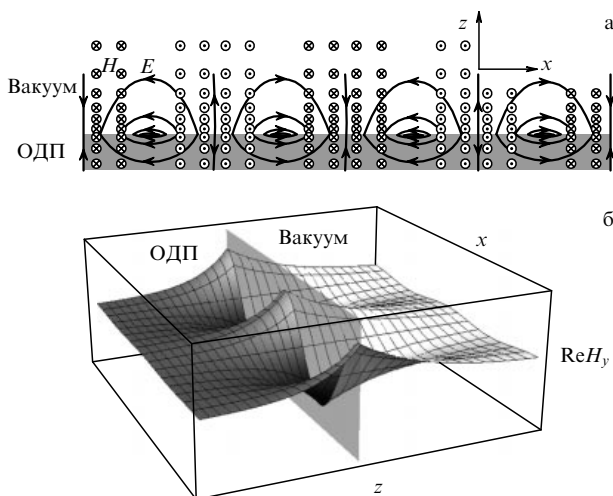


Рис. 1. Поверхностная волна на границе двух однородных сред ($\varepsilon_1 = 1$, $\varepsilon_2 = -2$). (а) Силовые линии электрического и магнитного полей вблизи поверхности (сверху среда с ε_1). (б) Зависимость величины магнитного поля от координаты. Параметры волны $k_x/k_0 = 1,414$.

$\mu_1/\varepsilon_1 = \mu_2/\varepsilon_2 < 0$ существует поверхностное состояние, имеющее нулевое волновое число вдоль поверхности [28, 29].

Требование смены знака диэлектрической проницаемости при переходе через поверхность раздела необходимо для того, чтобы согласовать условие непрерывности тангенциальных составляющих полей и экспоненциальное спадание полей по обе стороны от поверхности раздела. Действительно, непрерывность тангенциальной составляющей электрического поля $E_x \sim (1/\varepsilon)(\partial H_y/\partial z)$ требует компенсации смены знака производной $\partial H_y/\partial z$, возникающей из-за экспоненциального спадания магнитного поля при удалении от границы (рис. 1б).

3. Поверхностные волны на границе фотонного кристалла

ФК отличаются разнообразием поверхностных мод. Причиной этого является различие блоховских и плоских волн. Если на масштабах, больших размера элементарной ячейки, распространение блоховской волны достаточно хорошо описывается блоховским волновым вектором, что роднит её с плоской волной, то на масштабах, меньших размера элементарной ячейки, наблюдаются значительные отклонения в распределении полей плоской и блоховской волн, даже при совпадении их волновых векторов.

Рассмотрим в качестве примера ФК, ячейка которого состоит из двух однородных слоёв (рис. 2). В общем случае распространения волны под углом к плоскостям ФК, перпендикулярным оси z , задача является двумерной и сводится к двум скалярным задачам, соответствующим ТЕ-поляризации (ненулевые компоненты полей E_y , H_x , H_z) и ТМ-поляризации (ненулевые компоненты полей H_y , E_x , E_z) [30]. Для ТЕ-поляризации электрическое и магнитное поля этих волн в n -м слое имеют вид:

$$\begin{aligned} E_{yn} &= A_n \exp [ik_{zn}(z - z_n) + ik_x x] + \\ &+ B_n \exp [-ik_{zn}(z - z_n) + ik_x x], \\ H_{xn} &= i \frac{c}{\omega} \frac{\partial}{\partial z} E_y = -\frac{c}{\omega} k_{zn} \left\{ A_n \exp [ik_{zn}(z - z_n) + ik_x x] - \right. \\ &\left. - B_n \exp [-ik_{zn}(z - z_n) + ik_x x] \right\}, \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} H_{zn} &= -i \frac{c}{\omega} \frac{\partial}{\partial x} E_y = \frac{c}{\omega} k_{xn} \left\{ A_n \exp [ik_{zn}(z - z_n) + ik_x x] + \right. \\ &\left. + B_n \exp [-ik_{zn}(z - z_n) + ik_x x] \right\}, \end{aligned}$$

где z_n — одна из границ n -го слоя, $k_{zj} = \sqrt{\varepsilon_j \mu_j k_0^2 - k_x^2}$ — нормальная компонента волнового вектора в j -м слое.

Используя условия непрерывности E_y и H_x на границе слоёв и теорему Флоке ($E(z+d) = \exp(ik_B d) E(z)$, где

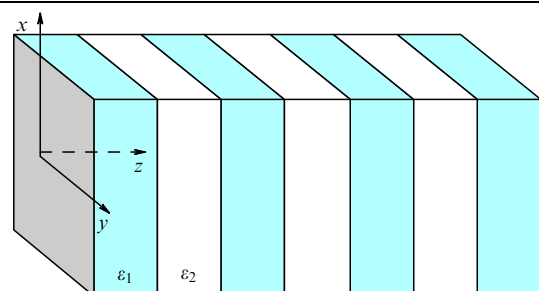


Рис. 2. Схема одномерного фотонного кристалла.

k_B — блоховское волновое число), можно получить однородную систему линейных уравнений для коэффициентов A_n, B_n [31–35]. Условие равенства нулю определителя соответствующей матрицы приводит к дисперсионному уравнению, определяющему блоховское волновое число. Если ячейка состоит из двух слоёв, то уравнение имеет вид [31–35]

$$\cos [k_B(d_1 + d_2)] = \cos(k_{z1}d_1) \cos(k_{z2}d_2) - \frac{1}{2} \left(\frac{\zeta_1}{\zeta_2} + \frac{\zeta_2}{\zeta_1} \right) \sin(k_{z1}d_1) \sin(k_{z2}d_2). \quad (3)$$

Здесь индексы 1, 2 означают номер слоя, ζ_n — нормальный импеданс¹ слоя [32]. Для ТМ-поляризации $\zeta_n = k_{zn}/(k_0\epsilon_n)$, а для ТЕ-поляризации² $\zeta_n = -(k_0\mu_n)/k_{zn}$.

Для дальнейшего очень важно то, что, хотя уравнение (3) определяет эффективное волновое число k_B блоховской волны, распространяющейся по ФК, приписать этой волне эффективные характеристический или нормальный импедансы в принципе невозможно. Данный факт связан с тем, что лишь для плоской волны, распространяющейся по однородному пространству, отношение полей имеет однозначную связь с указанными величинами. В каждом отдельном слое ФК блоховская волна является суммой двух идущих навстречу друг другу плоских волн [31, 32, 34]. В результате чего отношение $\zeta = E_t/H_t$ изменяется уже в пределах одного слоя. В целом, это отношение является периодической функцией координаты, что отличает блоховскую волну от плоской, имеющей постоянное в пространстве отношение $\zeta = E_t/H_t$.

Если на некоторой частоте правая часть в (3) по абсолютной величине больше единицы, то k_B имеет мнимую часть и для бесконечного ФК ограниченных решений нет. Такие частоты образуют запрещённую зону. Если ФК заполняет половину пространства, то на частотах запрещённой зоны существуют ограниченные, в среднем экспоненциально убывающие при удалении от границы решения. Отметим, что в запрещённой зоне блоховская волна не переносит энергии и её импеданс является чисто мнимой величиной (потерями мы пренебрегаем). Являясь периодической функцией координаты, нормальной к поверхности раздела, величина $\zeta = E_t/H_t$ принимает в пределах ячейки ФК все значения от $-\infty$ до $+\infty$ (рис. 3) и равняется входному импедансу полубесконечного ФК с границей, совпадающей с соответствующим сечением ячейки. Таким образом, ζ принимает любое чисто мнимое значение в зависимости от выбора расположения границы элементарной ячейки. На нижнем краю запрещённой зоны полюс входного импеданса наблюдается, когда граница элементарной ячейки проходит посередине слоя с большим ϵ (сплошная кривая на рис. 3). При увеличении частоты полюс смещается, и на частоте верхнего края запрещённой зоны он находится посередине слоя с меньшим ϵ (штриховая кривая на рис. 3).

¹ Следует отличать характеристический импеданс, равный $\sqrt{\mu/\epsilon}$, от нормального импеданса, возникающего в задаче о преломлении плоской волны на границе полупространства, заполненного однородным веществом. Только при нормальном падении эти импедансы совпадают.

² Заметим, что для ТЕ-поляризации нормальный импеданс, определённый как отношение E_t/H_t , является отрицательной величиной, равной взятому с обратным знаком импедансу ζ_L , вводимому равенством $E_t = \zeta_L \mathbf{H} \times \mathbf{n}$ [22], так как в случае $\mathbf{n} = (0, 0, 1)$ последнее определение даёт $E_y = -\tau_L H_x$.

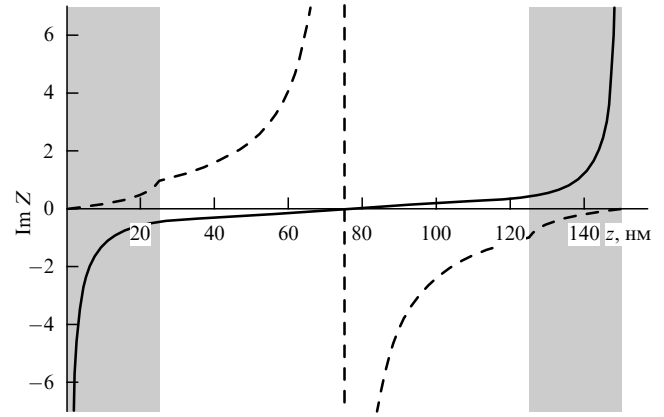


Рис. 3. Зависимость мнимой части импеданса от координаты в пределах одной элементарной ячейки ФК вида $\{(\epsilon_1, d_1/2), (\epsilon_2, d_2)\}$ для нижнего (сплошная кривая, частота $k_0 = 0,00807 \text{ нм}^{-1}$) и верхнего (штриховая кривая, частота $k_0 = 0,0159 \text{ нм}^{-1}$) краёв первой запрещённой зоны при $k_x = 0$. Слой с большей диэлектрической проницаемостью показан тёмным цветом. Действительная часть импеданса равна нулю, так как перенос энергии отсутствует. Параметры: $\epsilon_1 = 10, \epsilon_2 = 1, d_1 = 50 \text{ нм}, d_2 = 100 \text{ нм}$.

Нулевое или бесконечное значение импеданса возникает в месте расположения узлов электрического или магнитного поля, которые имеются у предэкспоненциального множителя блоховской волны на частотах запрещённой зоны. В общем случае входной импеданс может принимать любое промежуточное значение в зависимости от положения границы ФК. Этот факт обеспечивает существование поверхностных волн на границе ФК и среды с положительными диэлектрической и магнитной проницаемостями. При выполнении условия полного внутреннего отражения решение в среде с положительными диэлектрической и магнитной проницаемостями экспоненциально убывает при удалении от границы и имеет на границе чисто мнимый поверхностный импеданс. Это решение можно "сшить" с блоховской волной. Такое сшивание становится возможным благодаря осцилляциям поля блоховской волны внутри элементарной ячейки, приводящим к тому, что в отдельных точках знак $\partial H_y/\partial z$ может быть положительным, несмотря на экспоненциальное убывание волны на масштабе целого числа ячеек, в то время как убывающая экспонента сама по себе имеет отрицательную производную (рис. 4) (см. [36]).

Упомянутое выше условие равенства поверхностных импедансов волн, убывающих при удалении от границы в однородной среде и фотонном кристалле, является дисперсионным уравнением поверхностной волны.

Из (2) и (3) следует, что для кристалла с ячейкой из двух однородных слоёв поверхностный импеданс Z для ТМ-поляризации, или поверхностный адмитанс (величина обратная импедансу) для ТЕ-поляризации, определяется выражением [36]

$$Z = -\zeta_1 \left\{ (\zeta_2 \cos k_{z1}d_1 + i\zeta_1 \sin k_{z1}d_1) \exp(ik_{z2}d_2) - \zeta_2 \exp[ik_B(d_1 + d_2)] \right\} \times \left\{ (\zeta_1 \cos k_{z1}d_1 + i\zeta_2 \sin k_{z1}d_1) \exp(ik_{z2}d_2) - \zeta_1 \exp[ik_B(d_1 + d_2)] \right\}^{-1}, \quad (4)$$

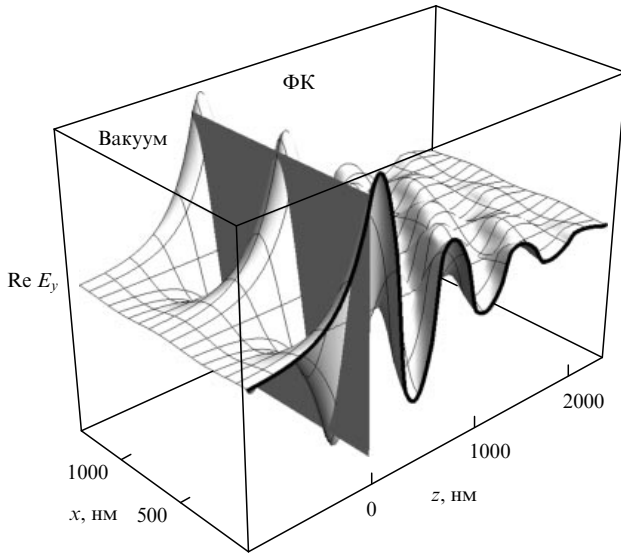


Рис. 4. ТЕ-поляризованная поверхностная волна (мгновенное значение электрического поля) на границе ФК с ячейкой $\{(\epsilon_1, d_1), (\epsilon_2, d_2)\}$ ($\epsilon_1 = 2, \epsilon_2 = 10, d_1 = 232$ нм, $d_2 = 100$ нм, частота $k_0 = 0,00835$ нм $^{-1}$) и вакуума. Тангенциальная составляющая волнового вектора $k_x/k_0 = 0,8\sqrt{\epsilon_1}$, что обеспечивает распространение волны в каждом из слоёв ФК и экспоненциальное убывание в вакууме.

где $\zeta_j = k_{zj}/(\epsilon_j k_0)$ — нормальный импеданс в j -м слое для ТМ-поляризации, $\zeta_j = -k_{zj}/(\mu_j k_0)$ — нормальный адмитанс в j -м слое для ТЕ-поляризации.

Волна в однородном полупространстве, находящемся слева от ФК, должна убывать в отрицательном направлении оси z , поэтому ей соответствует волновое число $-k_z$, и поверхностный импеданс равен нормальному импедансу с обратным знаком.

Приравнивая поверхностные импедансы, получим условие существования ТЕ-поляризованной поверхностной волны [31]

$$\frac{\sqrt{\epsilon\mu k_0^2 - k_x^2}}{\mu} = \frac{k_{z1}}{\mu_1} \left\{ \left[\frac{k_{z2}}{\mu_2} \cos(k_{z1}d_1) + i \frac{k_{z1}}{\mu_1} \sin(k_{z1}d_1) \right] \times \right. \\ \times \exp(ik_{z2}d_2) - \frac{k_{z2}}{\mu_2} \exp[ik_B(d_1 + d_2)] \left. \right\} \times \\ \times \left\{ \left[\frac{k_{z1}}{\mu_1} \cos(k_{z1}d_1) + i \frac{k_{z2}}{\mu_2} \sin(k_{z1}d_1) \right] \times \right. \\ \times \exp(ik_{z2}d_2) - \frac{k_{z1}}{\mu_1} \exp[ik_B(d_1 + d_2)] \left. \right\}^{-1}, \quad (5)$$

$k_{z1} = \sqrt{\epsilon_1\mu_1 k_0^2 - k_x^2}$, $k_{z2} = \sqrt{\epsilon_2\mu_2 k_0^2 - k_x^2}$, и условие существования ТМ-поляризованной поверхностной волны

$$\frac{\sqrt{\epsilon\mu k_0^2 - k_x^2}}{\epsilon} = \frac{k_{z1}}{\epsilon_1} \left\{ \left[\frac{k_{z2}}{\epsilon_2} \cos(k_{z1}d_1) + i \frac{k_{z1}}{\epsilon_1} \sin(k_{z1}d_1) \right] \times \right. \\ \times \exp(ik_{z2}d_2) - \frac{k_{z2}}{\epsilon_2} \exp[ik_B(d_1 + d_2)] \left. \right\} \times \\ \times \left\{ \left[\frac{k_{z1}}{\epsilon_1} \cos(k_{z1}d_1) + i \frac{k_{z2}}{\epsilon_2} \sin(k_{z1}d_1) \right] \times \right. \\ \times \exp(ik_{z2}d_2) - \frac{k_{z1}}{\epsilon_1} \exp[ik_B(d_1 + d_2)] \left. \right\}^{-1}. \quad (6)$$

Если в однородной среде, граничащей с ФК, ϵ и μ положительны, то такие локализованные вблизи границы ФК волны обязательно имеют ненулевое тангенциальное волновое число, поскольку для формирования неоднородной волны в однородном пространстве необходимо выполнение условия полного внутреннего отражения.

Для существования ПВ на поверхности ФК не требуется наличия границы, на которой диэлектрическая или магнитная проницаемости меняют знаки. Если в однородном полупространстве экспоненциальное спадание ПВ связано с условием полного внутреннего отражения ($k_x^2 > k_0^2$), то спадание поля ПВ по направлению внутрь ФК связано с существованием запрещённой зоны. ФК в этом случае играет роль среды с отрицательной диэлектрической (магнитной) проницаемостью. Отметим, что на границе ФК с положительными проницаемостями ПВ существует, если хотя бы в одном из слоёв решение является распространяющимся ($k_0^2 \epsilon_i > k_x^2$) [31].

Необходимо отметить, что ФК может поддерживать в пределах одной запрещённой зоны как ТЕ-ПВ, так и ТМ-ПВ, выступая то как среда с отрицательной диэлектрической проницаемостью, то как среда с отрицательной магнитной проницаемостью [36]. Поскольку для ненулевых значений тангенциального волнового числа ТЕ- и ТМ-запрещённые зоны в общем случае не совпадают, то для большей наглядности будем рассматривать зонную структуру целого класса ФК с различной толщиной первого слоя d_1 . Зафиксировав величину $\gamma = k_x/k_0$, введём параметр

$$D_1 = \frac{d_1 \sqrt{\epsilon_1 - \gamma^2}}{d_1 \sqrt{\epsilon_1 - \gamma^2} + d_2 \sqrt{\epsilon_2 - \gamma^2}},$$

имеющий смысл относительной оптической толщины первого слоя и характеризующий структуру ячейки ФК. На рисунке 5 тёмно-серым цветом выделены разрешённые для обеих поляризаций зоны, светло-серым — ТЕ-запрещённые зоны, а белым — ТМ-запрещённые зоны.

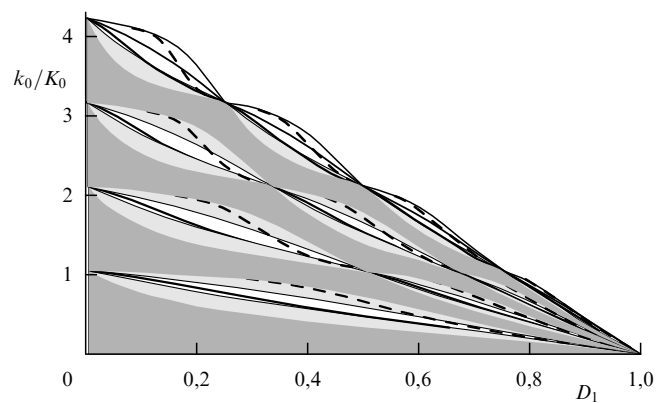


Рис. 5. Эволюция зонной структуры ФК при изменении d_1 . Запрещённые зоны для ТМ-поляризованных волн (показаны белым цветом) находятся внутри зон для ТЕ-поляризованных волн (показаны светло-серым и белым цветом). Штриховые линии — ТЕ-поверхностные волны, жирные сплошные — ТМ-поверхностные волны. По оси абсцисс отложена относительная оптическая толщина первого слоя D_1 . Ячейка ФК имеет вид $\{(\epsilon_1, d_1), (\epsilon_2, d_2)\}$, $\epsilon_1 = 2, \epsilon_2 = 10, \epsilon_{\text{ext}} = 1$, величина $\gamma = k_x/k_0 = 0,8\sqrt{\epsilon_1} k_0$ обеспечивает распространение в диэлектрике с проницаемостью ϵ_1 и экспоненциальное убывание в вакууме, необходимое для существования поверхностной волны. Частота нормирована на величину $K_0 = \pi/(d_2\sqrt{\epsilon_2 - \gamma^2})$.

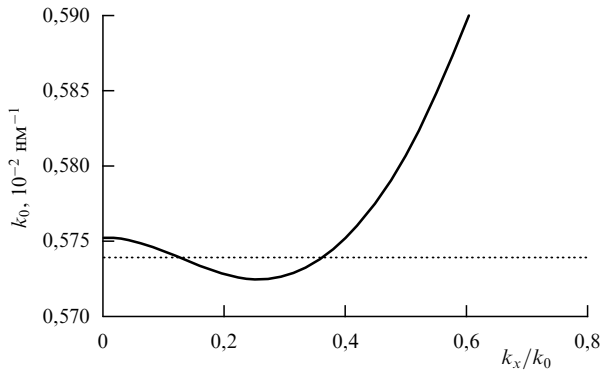


Рис. 6. Дисперсионная кривая ТМ-поляризованного поверхностного состояния из первой запрещённой зоны ФК с ячейкой $\{(\epsilon_1, d_1), (\epsilon_2, d_2)\}$, $\epsilon_1 = 2$, $\epsilon_2 = 10$, $d_1 = 200$ нм, $d_2 = 100$ нм, граничащего с ОДП-средой с $\epsilon = -0,1$. Отрицательный наклон дисперсионной кривой соответствует обратной волне.

Видно, что ТМ-запрещённые зоны находятся внутри ТЕ-запрещённых зон. Сплошные жирные и штриховые линии соответствуют поверхностным волнам соответственно с ТЕ- и ТМ-поляризацией. Таким образом, для одного и того же ФК (величина D_1 фиксирована), одного и того же номера запрещённой зоны мы можем наблюдать ПВ с обеими поляризациями, правда, на разных частотах. Если значения $\gamma = k_x/k_0$ для ТЕ- и ТМ-поляризаций различны, то можно получить ПВ с обеими поляризациями на одной и той же частоте, но при этом они будут находиться в запрещённых зонах с разными номерами.

Как говорилось выше, на границе однородных сред ПВ может распространяться, если $|\epsilon_{<0}| > \epsilon_{>0}$. Несмотря на то, что в ОДП-среде вектор Пойнтинга антипараллелен фазовой скорости ПВ, это неравенство делает поверхностную волну прямой (суммарный вектор Пойнтинга параллелен фазовой скорости ПВ). Тогда как в случае границы ФК – ОДП-среда (ФК выступает как среда с положительными проницаемостями) указанного ограничения на значения диэлектрических проницаемостей нет, что приводит к возможности существования обратной ПВ (суммарный вектор Пойнтинга и групповая скорость антипараллельны фазовой скорости ПВ). Данная ситуация проиллюстрирована на рис. 6. Наличие участка дисперсионной кривой с отрицательным наклоном (см. рис. 6) означает, что на одной и той же частоте могут существовать две поверхностных волны при разных значениях k_x : одна прямая, другая обратная. В одной волне больше энергии переносится по ФК, а в другой — по ОДП-среде.

Впервые внимание на существование обратных поверхностных волн было обращено в работах, посвящённых изучению ПВ на границе ФК и среды Веселаго (среда с отрицательными диэлектрической и магнитной проницаемостями) [37–39]. Как следует из вышесказанного, для существования обратных ПВ достаточно отрицательности только одной из проницаемостей, правда, при этом наблюдаются обратные ПВ лишь с одной поляризацией: ТМ в случае ОДП-среды и ТЕ в случае ОМП-среды.

4. Таммовские поверхностные состояния

Рассмотренные в разделе 3 поверхностные волны бегут вдоль поверхности ФК и среды с положительными проницаемостями. Комбинируя две такие волны, рас-

пространяющиеся в противоположных направлениях, можно получить состояние в виде стоячей поверхностной волны, которое не переносит энергию. При этом тангенциальное волновое число k_x не равно нулю, поскольку должно выполняться условие полного внутреннего отражения в диэлектрике, граничащем с ФК. Однако если ФК, изготовленный из немагнитных диэлектриков, граничит с ОДП-материалом, то выполнение указанного условия не требуется и на границе могут существовать однородные вдоль поверхности решения (поверхностные состояния) с $k_x = 0$, которые не переносят энергию³ (рис. 7). Используя аналогию с вышеупомянутым поверхностным состоянием Энгеты [28] на границе ОДП- и ОМП-сред, можно рассматривать ФК как среду с $\mu < 0$.

Необходимо также отметить, что уравнение для электрического поля является точным аналогом одноэлектронного уравнения Шрёдингера для полубесконечного кристалла, решением которого является таммовское поверхностное состояние⁴ [36]. Действительно, уравнения Максвелла сводятся в этом случае к уравнению Гельмгольца

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} E_y + k_0^2 \epsilon E_y = 0, \quad (7)$$

а граничные условия требуют непрерывности E_y и H_x . Учитывая, что $H_x \sim \partial E_y / \partial z$, получаем полное соответ-

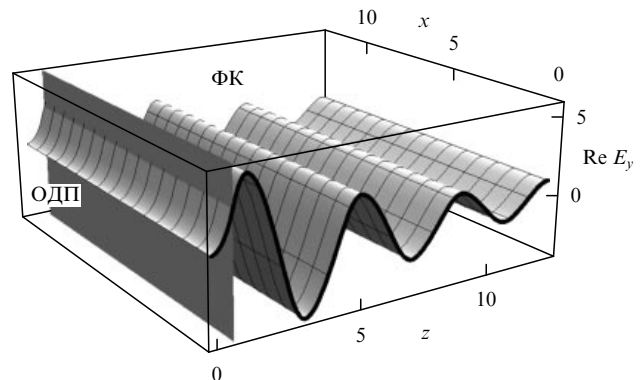


Рис. 7. Таммовское состояние на границе ФК ($\epsilon_1 = 2, \epsilon_2 = 1, d_1 = d_2 = 100$ нм, $k_0 = 0,0132$ нм⁻¹ — частота таммовского состояния, ячейка симметричная $\{(\epsilon_1, d_1/2), (\epsilon_2, d_2), (\epsilon_1, d_1/2)\}$ и среды с $\epsilon_{\text{SNG}} = -3$. Тангенциальная составляющая волнового вектора $k_x = 0$.

³ Впервые ситуация, в которой возможно существование однородных поверхностных решений, не переносящих энергию, была рассмотрена в [40, 41], где была решена задача о ФК, граничащем с идеально проводящей поверхностью. Среди найденных решений волноводного типа имелось также решение с $k_x = 0$. Однако на это не было обращено должного внимания (см. рис. 10).

⁴ В 1932 г. И.Е. Таммом [42] было предсказано новое квантовое явление — локализация электрона вблизи поверхности кристалла. Если для локализации классической частицы требуется, чтобы потенциальная энергия имела углубление в некоторой определённой области пространства и высота потенциального барьера по краям области превышала полную энергию частицы, то квантовая частица может быть "остановлена" периодическим потенциалом даже в случае надбарьерного отражения. Рассмотрение велось в рамках модели Кронига – Пенни. Роль отрицательной диэлектрической проницаемости играл внешний потенциал, превосходящий энергию таммовского состояния (см., например, [43]).

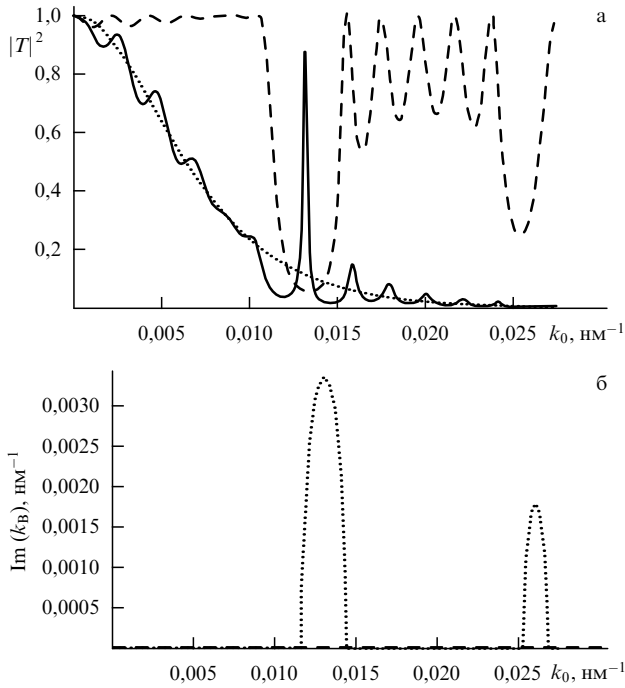


Рис. 8. Таммовское состояние на границе ФК (6 периодов) и ОДП-среды (толщина $d_{\text{SNG}} = 709$ нм), параметры соответствуют рис. 7. (а) Коэффициент прохождения через систему ФК и однородной среды (сплошная кривая), а также через ФК (штриховая кривая) и через слой однородной среды (пунктирная кривая) в отдельности. (б) Мнимая часть k_B , определяющая положение запрещённых зон в кристалле. На частоте $k_0 = 0,0132$ нм⁻¹ наблюдается прохождение волны, находящейся в запрещённой зоне кристалла.

ствие с квантово-механической задачей

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} + \frac{2m(E - U)}{\hbar^2} \psi = 0,$$

где ψ и $\partial\psi/\partial z$ непрерывны на границе.

В общем случае дисперсионное уравнение для рассматриваемого поверхностного состояния определяется формулой (5) с $k_x = 0$.

Подчеркнём, что речь идёт о решении, имеющем нулевое тангенциальное волновое число. Во всех рассмотренных выше системах, включающих в себя лишь материалы с положительными ϵ и μ , могли существовать только поверхностные волны. Для возбуждения этих волн падающей волной требуется наличие призмы или дифракционной решётки, обеспечивающих условия полного отражения. Теперь же мы имеем дело с поверхностным состоянием (рис. 10), которое можно наблюдать при падении волны по нормали к слоям [26]. Экспериментально таммовское состояние можно обнаружить, измеряя коэффициент прохождения волн через слой фотонного кристалла с конечной толщиной, сопряжённый со слоем вещества с $\epsilon < 0$. На частоте, соответствующей таммовскому состоянию, наблюдается узкий пик коэффициента прохождения (рис. 8), связанный с туннелированием света через таммовское состояние [36, 44]. Действительно, коэффициенты прохождения только через один однородный слой и только через один ФК (который работает в запрещённой зоне) оказываются много меньше, чем коэффициент прохождения через сопряжённую систему (см. рис. 8), так как свет в среднем экспоненциально затухает, проходя по ФК или по ОДП-среде.

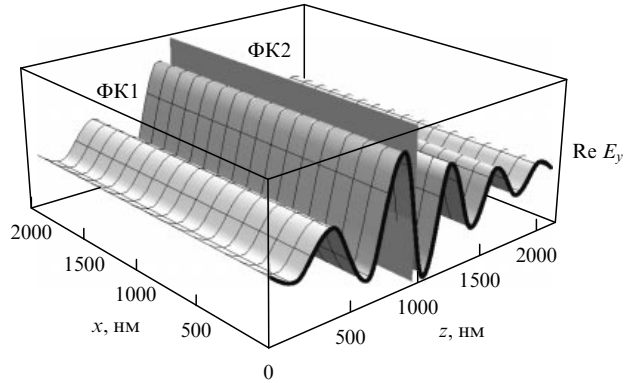


Рис. 9. Таммовское состояние на границе двух ФК (параметры первого: $\epsilon_1 = 1, \epsilon_2 = 4, d_1 = 157$ нм, $d_2 = 91$ нм; параметры второго: $\epsilon_1 = 4, \epsilon_2 = 2, d_1 = 79$ нм, $d_2 = 111$ нм). Частота волны $k_0 = \omega/c = 0,01$ нм⁻¹, тангенциальная составляющая волнового вектора $k_x = 0$.

Напомним, что ФК может выступать и как ОДП-среда, и как ОМП-среда. Следствием этого является возможность существования поверхностных состояний на границе двух разных ФК (рис. 9) [36, 44–51].

Естественно, что такое состояние лежит в частотном диапазоне, соответствующем пересечению запрещённых зон этих ФК. Такое состояние вызывает особый интерес, потому что оно не требует наличия сред с отрицательными ϵ или μ .

Уравнение, определяющее параметры такого состояния, соответствует равенству поверхностных импедансов волн в двух кристаллах. Эти величины вычисляются по формуле (4) с $k_x = 0$. Оба блоховских волновых числа должны быть комплексными, и волны должны убывать по направлениям от границы.

В системе двух сопряжённых фотонных кристаллов наличие таммовского состояния можно экспериментально обнаружить по пику коэффициента прохождения через образец, состоящий из конечных кусков ФК, на частотах перекрытия запрещённых зон кристаллов (рис. 11).

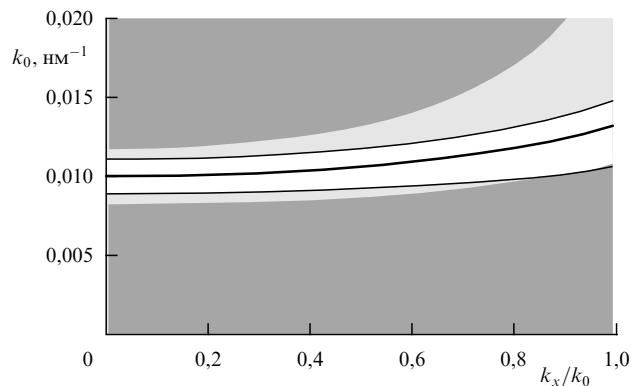


Рис. 10. Зависимость частоты ТЕ-поляризованной ПВ, распространяющейся вдоль границы двух ФК, от тангенциального волнового числа k_x (жирная кривая). Решение с $k_x = 0$ означает существование поверхностного состояния. Белым цветом показана общая запрещённая зона фотонных кристаллов. Разрешённые зоны выделены серым цветом, более тёмный цвет соответствует первому ФК (параметры ФК указаны в подписи к рис. 9).

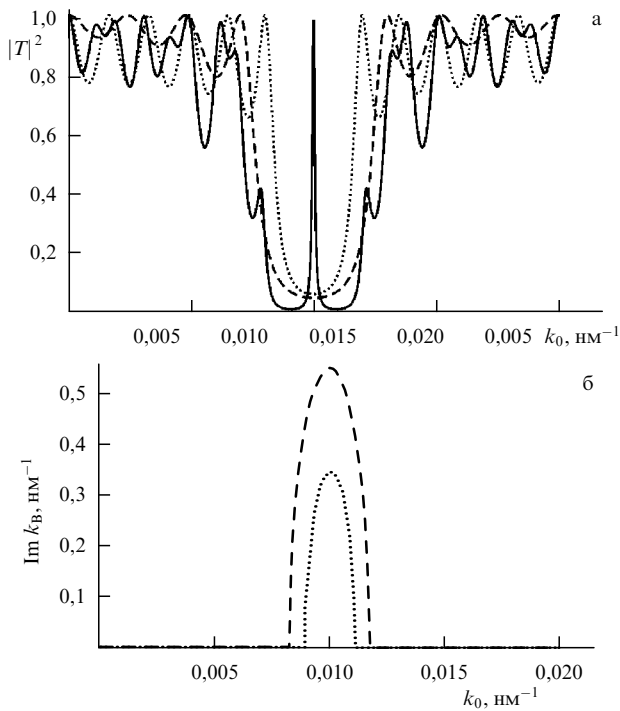


Рис. 11. Коэффициент прохождения через систему двух ФК (параметры соответствуют рис. 9). (а) Коэффициент прохождения через систему двух кристаллов (сплошная кривая) и через каждый из кристаллов в отдельности (штриховая и пунктирная кривые). (б) Мнимая часть k_B для двух кристаллов. На частоте $k_0 = 0,01 \text{ нм}^{-1}$ наблюдается прохождение волны, находящейся в запрещённой зоне кристалла.

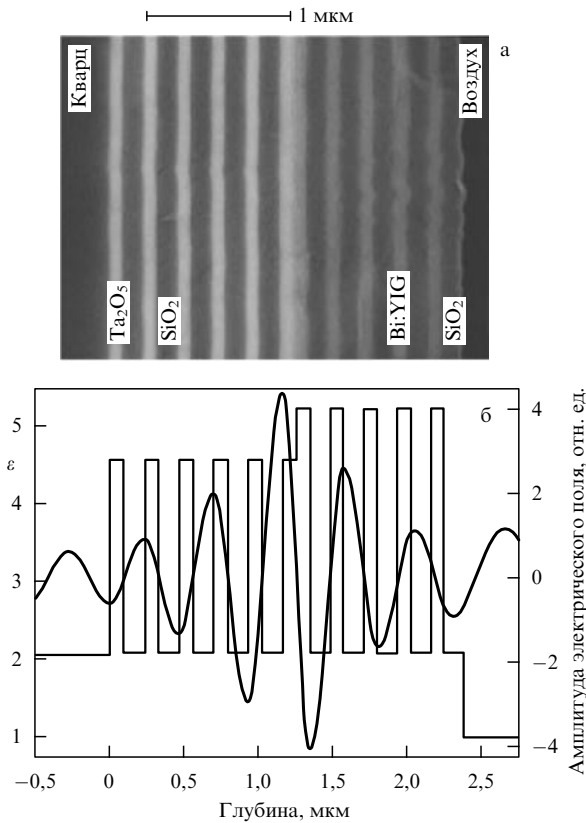


Рис. 12. (а) Фотография структуры, используемой в эксперименте. (б) Зависимость диэлектрической проницаемости от координаты и результат расчёта распределения поля в структуре.

Существование таммовского поверхностного состояния на поверхности между двумя ФК экспериментально наблюдалось в работе [44]. Образец первого ФК состоял из пяти двуслойных элементарных ячеек, каждая из которых состояла из слоя SiO_2 толщиной 138 нм и слоя Ta_2O_5 толщиной 93,6 нм. Элементарная ячейка второго ФК включала в себя магнитооптический слой из висмут-замещённого железо-иттриевого граната ($\text{Bi}:\text{YIG}$) толщиной 87 нм и слой SiO_2 толщиной 138 нм (рис. 12). В эксперименте измерялся коэффициент прохождения и угол фарадеевского вращения плоскости поляризации прошедшей волны (рис. 13).

Наблюдаемый в эксперименте характерный пик прохождения согласуется с предсказаниями теории, связывающей этот пик с существованием ПС.

Заметим, что при намагничивании ФК диэлектрическая проницаемость слоёв, состоящих из магнитооптического материала, принимает вид гиротропного тензора. Как следствие, собственными решениями уравнений Максвелла внутри магнитооптического слоя являются циркулярно поляризованные волны, волновые числа которых различны [52]. Как следствие, снимается вырождение блоховских волн по поляризации и возникают два

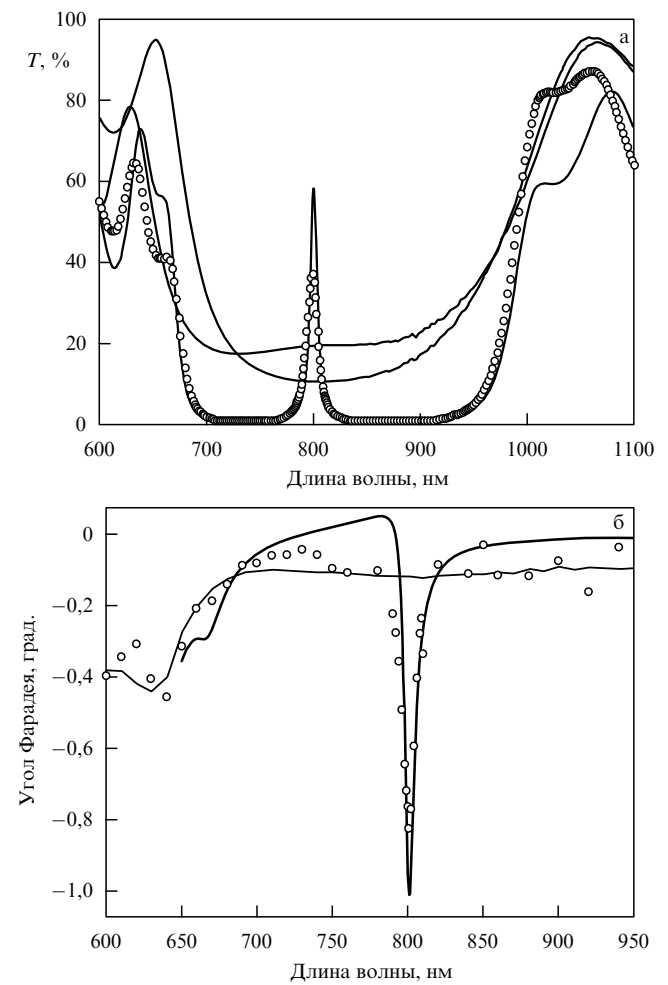


Рис. 13. Результаты расчётов (сплошные кривые) и эксперимента (кружки). (а) Коэффициент прохождения через структуру ФК/ФК (кривая с пиком) и через каждый из двух ФК в отдельности. (б) Угол Фарадея для структуры ФК/ФК (кривая с пиком) и для однородного слоя $\text{Bi}:\text{YIG}$ суммарной толщины.

близких по частоте ПС, а резонансное прохождение волн с различной поляризацией наблюдается на разных частотах. На частоте, лежащей посередине между этими резонансами, как и в случае наличия дефекта [36, 53, 54], наблюдается усиление эффекта Фарадея (рис. 13б).

5. Подход Шокли

Работы Тамма по поверхностным состояниям [20, 42] привели к появлению цепочки публикаций [21, 55–61] (см. также обзор [43]), рассматривавших различные модели полубесконечных или ограниченных кристаллов в разных приближениях. В 1939 г. вышла работа В. Шокли [21], в которой он, проследив эволюцию собственных состояний конечной цепочки одномерных атомов по мере уменьшения расстояния между ними, предсказал рождение из атомных состояний ПС, имеющих, по мнению Шокли, другую природу, отличную от природы таммовских ПС. Согласно Шокли новые ПС образовались вследствие пересечения *s*- и *p*-зон. Кроме того, было указано на существенное влияние граничных условий. Якобы для образования таммовских состояний необходимо возмущение потенциала на границе, в то время как для образования новых шоклиевских состояний этого не требуется.

Хотя полученные Шокли состояния возникают уже в рамках уравнений одноэлектронной задачи, для объяснения их природы Шокли прибегнул к рассмотрению свойств многоэлектронной системы, подчиняющейся статистике Ферми, т.е., по существу, ввёл дополнительные, не вытекающие из начальных уравнений ограничения на решения. Поэтому, несмотря на ряд тонких моментов, подмеченных Шокли, чёткого критерия различия таммовских и шоклиевских состояний в [21] дано не было [62, 63]. Как следствие, данная работа Шокли породила множество попыток вывести этот критерий. В частности, появились объяснения, связывающие состояния Шокли с образованием свободных связей на границе кристалла [64, 65].

Условие существования поверхностного состояния в ФК требует экспоненциального спада поля при удалении от поверхности. Из вышесказанного следует, что имеются лишь три возможные причины такого поведения: выполнение условия полного внутреннего отражения (что приводит к образованию поверхностных волн), наличие чисто мнимого волнового числа в ОДП- и ОМП-средах и существование запрещённой зоны. Приводят ли требования Шокли к возникновению нового механизма?

Начнем с "пересечения зон прозрачности". Собственно важно не пересечение зон прозрачности [21, 66], а пересечение краёв этих зон. Впоследствии [67, 68] это явление трактовалось как пересечение краёв запрещённой зоны, разделяющей зоны прозрачности, точнее как смыкание зон прозрачности и образование нулевой запрещённой зоны. Суть явления проще понять на примере ФК с элементарной ячейкой, состоящей из двух слоёв. Оказывается, что если оптические толщины слоёв кратны друг другу, то условие их прозрачности (равенство оптического пути целому числу длин волн) может быть достигнуто одновременно:

$$\begin{aligned}d_1 \sqrt{\varepsilon_1} k_0 &= \pi n_1, \\d_2 \sqrt{\varepsilon_2} k_0 &= \pi n_2.\end{aligned}$$

При этом, хотя и выполняется условие брэгговского отражения, необходимое для образования запрещённой зоны:

$$d \langle k \rangle = \pi n,$$

где $d = d_1 + d_2$, $\langle k \rangle = (d_1 \sqrt{\varepsilon_1} k_0 + d_2 \sqrt{\varepsilon_2} k_0) / (d_1 + d_2)$, $n_1 + n_2 = n$, самой запрещённой зоны не образуется, так как в этом случае *T*-матрица элементарной ячейки с точностью до знака равна единичной матрице (см. подробнее [67–70]), т.е. падающая на ячейку волна не испытывает отражения. Заметим, что для самой простой, двухслойной, ячейки данное явление возможно только в случае надбарьерного рассеяния. В случае более сложного потенциала, как, например, использованного в работе Шокли, запрещённая зона может закрыться при наличии небольших участков туннелирования, которые возникают при достаточно большом расстоянии между атомами.

Хотя само по себе явление нулевой запрещённой зоны не приводит к возникновению нового механизма локализации решения вблизи границы кристалла, оно играет, как будет показано ниже, важную роль в возможной классификации таммовских поверхностных состояний как шоклиевских и нешоклиевских.

Рассмотрим теперь более подробно проблему необходимости "возмущения потенциала на границе". Обычно считается, что шоклиевские состояния существуют в отсутствие этого возмущения, а таммовские появляются при достаточно большом возмущении (при этом шоклиевские состояния также могут существовать) [23, 24, 71, 72]. Заметим, что возмущение граничных условий (нанесение на границу дополнительных слоёв и т.д.) может изменить частоту поверхностного состояния, эволюционную картину при сближении "атомов", но не физику явления. Никакого нового механизма, приводящего к экспоненциальному спадаю поля при удалении от поверхности, при этом не возникает⁵.

Как было показано в работе [63], требование В. Шокли отсутствия возмущения на границе на самом деле сводится к требованию симметрии элементарной ячейки кристалла. Элементарная ячейка, используемая в работе И.Е. Тамма, была выбрана несимметричной относительно её центральной плоскости⁶. Шокли использовал симметричное представление элементарной ячейки. При рассмотрении полупространства, заполненного целым числом элементарных ячеек, переход от случая Тамма к случаю Шокли осуществляется с помощью добавления дополнительного слоя на границе. Действительно, в полубесконечном образце, состоящем из несимметричных ячеек, можно выделить последовательность симметричных ячеек, и в этом случае на границе кристалла остаётся часть несимметричной элементарной ячейки, которая выглядит как дополнительное "возмущение потенциала на границе" (рис. 14в). Шокли рассматривал это явление как нарушение периодичности. Более поздние исследователи стали говорить о нарушении

⁵ Ниже предполагается, что слева от ФК располагается ОДП-среда.

⁶ В частности потенциал Кронига–Пенни, соответствующий двухслойной ячейке ФК, может быть представлен как симметричный, если мы рассмотрим элементарную ячейку как один из слоёв, обложенный по бокам половинками другого слоя. Требования Шокли к симметрии системы совпадают тогда с требованием присутствия в системе целого числа ячеек (рис. 14а, б).

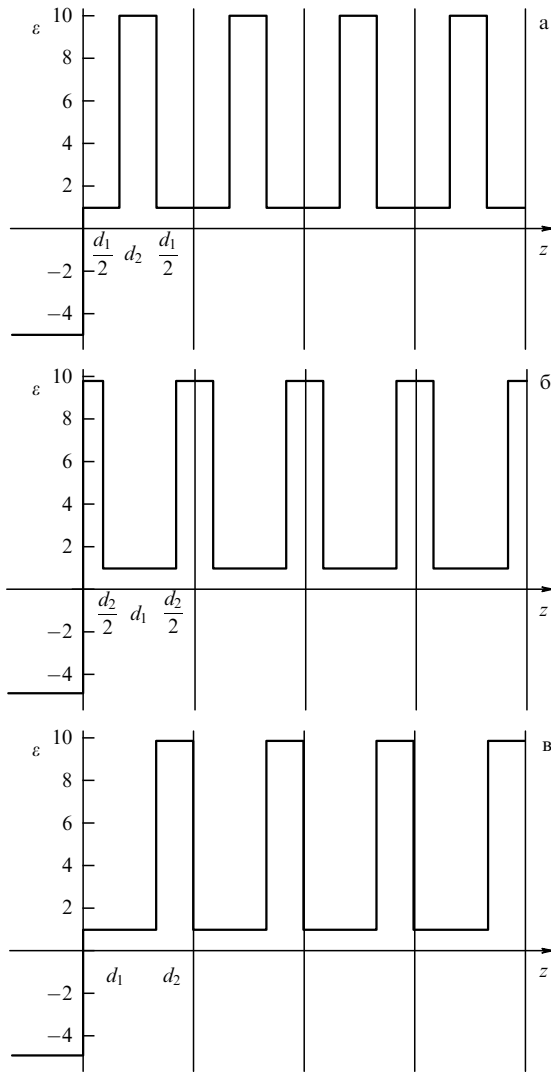


Рис. 14. Зависимость диэлектрической проницаемости от координаты в ФК, граничащем со слоем металла ($\epsilon_{\text{ext}} < 0$), при симметричной (а, б) и асимметричной (в) ячейке.

нии потенциала на границе кристалла. В результате таммовские состояния по некоторой случайности стали связывать с наличием возмущения потенциала вблизи поверхности [62, 71–74]. Эта же классификация была перенесена на фотонные кристаллы [23–25]. Так как всё различие между таммовскими и шоклиевскими ПС в таком подходе сводится лишь к выбору представления элементарной ячейки, то такая классификация ПС представляется нам несколько надуманной.

Однако в связи с широким использованием деления ПС на таммовские и шоклиевские проследим истоки такого подхода. По аналогии с тем, как это сделано в работе Шокли, проследим эволюцию зонной структуры и поверхностных состояний с изменением расстояния между "атомами". Роль атомов в нашем случае играют слои с большой диэлектрической проницаемостью⁷ ϵ_2 .

⁷ Для упрощения анализа мы рассматриваем поверхностное состояние на одной границе полубесконечного ФК, а не на двух границах конечного кристалла, как в работе Шокли. Заметим, что зонная картина не зависит от представления элементарной ячейки: симметричное и несимметричное представления ячейки дают одну и ту же зонную картину.

Слои с диэлектрической проницаемостью ϵ_1 ($\epsilon_1 < \epsilon_2$) играют роль пространства между атомами, их толщина d_1 будет изменяться. Увеличение расстояния между атомами в работе Шокли сопровождалось появлением участков туннелирования электрона. Поэтому ниже рассматриваются два случая, соответствующие положительным и отрицательным значениям ϵ_1 . Зонная структура и положение поверхностных состояний для обоих случаев изображены на рис. 15.

Сначала рассмотрим случай надбарьерного рассеяния, которое в модели Шокли происходит при достаточном сближении атомов, когда энергия электрона оказы-

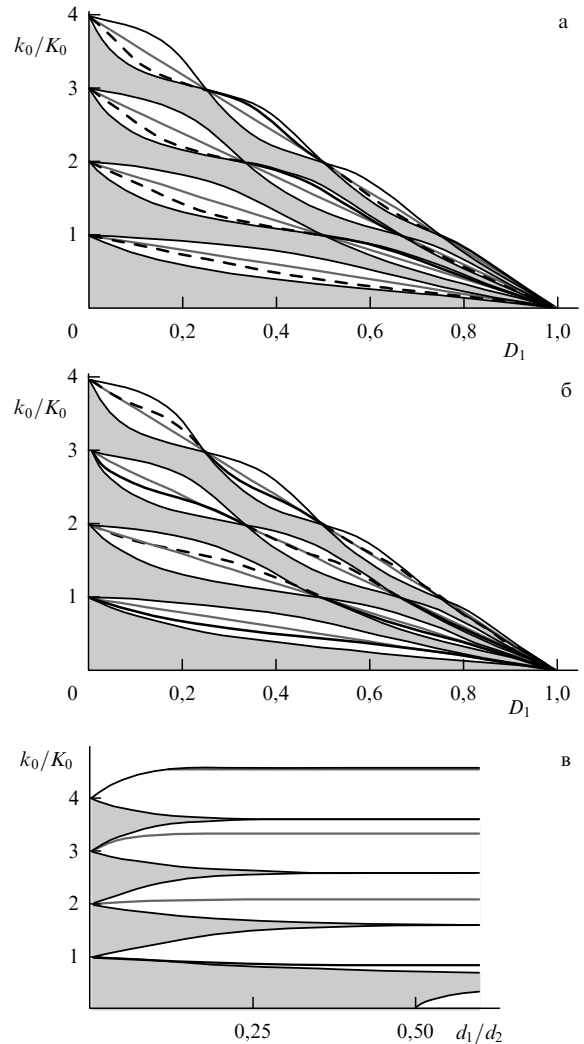


Рис. 15. Эволюция зонной структуры ФК при изменении d_1 (расстояния между "атомами"). Разрешённые зоны отмечены серым. Чёрные кривые в запрещённых зонах соответствуют поверхностным состояниям. (а) Надбарьерное отражение ($0 < \epsilon_1 < \epsilon_2$). По оси абсцисс отложена величина $D_1 = d_1 \sqrt{\epsilon_1} / (d_1 \sqrt{\epsilon_1} + d_2 \sqrt{\epsilon_2})$, которая изменяется от 0 до 1 при изменении d_1 от 0 до ∞ . Симметричная ячейка ФК вида $\{(e_1, d_1/2), (e_2, d_2), (e_1, d_1/2)\}$, $\epsilon_1 = 1$, $\epsilon_2 = 10$, $\epsilon_{\text{ext}} = -5$. Линии в запрещённых зонах соответствуют равенству импедансов волны в ФК и убывающей волны в ОДП-среде. Поверхностным состояниям соответствуют сплошные линии, а штриховые обозначают волны, возрастающие по направлению в глубь ФК. (б) То же для ФК с ячейкой $\{(e_2, d_2/2), (e_1, d_1), (e_2, d_2/2)\}$. (в) Туннелирование ($\epsilon_1 < 0 < \epsilon_2$). Асимметричная ячейка ФК вида $\{(e_2, 0,8d_2), (e_1, d_1), (e_2, 0,2d_2)\}$, $\epsilon_1 = 1$, $\epsilon_2 = -2$, $d_2 = 1$, $\epsilon_{\text{ext}} = -5$. В симметричном случае поверхностных состояний нет. На всех графиках частота нормирована на $K_0 = \pi / (d_2 \sqrt{\epsilon_2})$.

вается выше потенциала внутри решётки. Для ФК это означает, что $0 < \varepsilon_1 < \varepsilon_2$. Будем характеризовать строение элементарной ячейки ранее введённым параметром D_1 , учитывая, что при $\gamma = k_x/k_0 = 0$ этот параметр приобретает вид

$$D_1 = \frac{d_1 \sqrt{\varepsilon_1}}{d_1 \sqrt{\varepsilon_1} + d_2 \sqrt{\varepsilon_2}}.$$

Частоту будем измерять в единицах $K_0 = \pi/(d_2 \sqrt{\varepsilon_2})$. Условие Брэгга $k_0(d_1 \sqrt{\varepsilon_1} + d_2 \sqrt{\varepsilon_2}) = \pi n$ описывается линейной зависимостью частоты k_0 от D_1 : $k_0/K_0 = n(1 - D_1)$. Точка $d_1 = \infty$ соответствует точке $D_1 = 1$, которая является при $k_0 = 0$ точкой нулевой запрещённой зоны для всех n . Условие превращения n -й запрещённой зоны в нулевую $d_1 \sqrt{\varepsilon_1} k_0 = \pi n_1$, $d_2 \sqrt{\varepsilon_2} k_0 = \pi n_2$, $n = n_1 + n_2$, можно записать в виде

$$D_1 = \frac{n_1/n_2}{1 + n_1/n_2} = \frac{n_1}{n_1 + n_2} = \frac{n_1}{n}, \quad 0 \leq n_1 \leq n.$$

Иными словами, точки нулевой запрещённой зоны делят отрезок $0 \leq D_1 \leq 1$ на n равных частей. Каждый из таких участков, начинающийся и заканчивающийся точкой нулевой запрещённой зоны, мы будем называть областью существования n -й запрещённой зоны. На рисунке 15а представлена эволюция зонной структуры при изменении D_1 : области разрешённых зон показаны серым цветом, а поверхностные состояния ФК с симметричной ячейкой (как на рис. 14а) — сплошной жирной линией.

При прохождении точки нулевой запрещённой зоны мнимая часть блоховского волнового числа проходит через нуль и меняет знак, в то время как знак импеданса остаётся неизменным. В результате решение, убывающее по направлению в глубь ФК, становится возрастающим (на рис. 15а сплошные линии переходят в штриховые) и ПС исчезает, так как знак импеданса ОДП среды не изменяется (см. рис. 15).

Для ФК с симметричной ячейкой кривая эволюции ПС может выйти в область запрещённых зон только в точке нулевой запрещённой зоны (ЗЗ). Действительно, любой другой точке границы зоны соответствует входной импеданс симметричной ячейки, равный 0 или ∞ (рис. 16), поэтому при конечной и ненулевой величине ε_{ext} среды, с которой граничит кристалл, импедансы не могут быть равны друг другу.

Таким образом, в случае симметричной ячейки, кривая, описывающая эволюцию частоты поверхностного состояния при изменении структуры ячейки, входит в точки нулевой ЗЗ и выходит из этих точек (рис. 15а) (пересечение s- и p-зон по Шокли). При этом поверхностные состояния присутствуют только в чётных областях существования запрещённых зон (шоклиевские ЗЗ по терминологии Клоаса [72]). Области существования запрещённых зон, в которых нет поверхностных состояний, по терминологии Клоаса [72] называются "таммовскими", в них ПС может возникнуть при возмущении поверхностного потенциала. Заметим, что такая классификация однозначна лишь в постановке Шокли, в которой атом остаётся "неделимым". В терминах задачи Кронига–Пенни с прямоугольными ямами, физически реализуемой в полупроводниковых сверхрешётках и ФК, "неделимость" атома соответствует "неделимости" слоя с большей диэлектрической проницаемостью: симметричная ячейка имеет вид $\{(\varepsilon_2, d_2/2), (\varepsilon_1, d_1), (\varepsilon_2, d_2/2)\}$, а

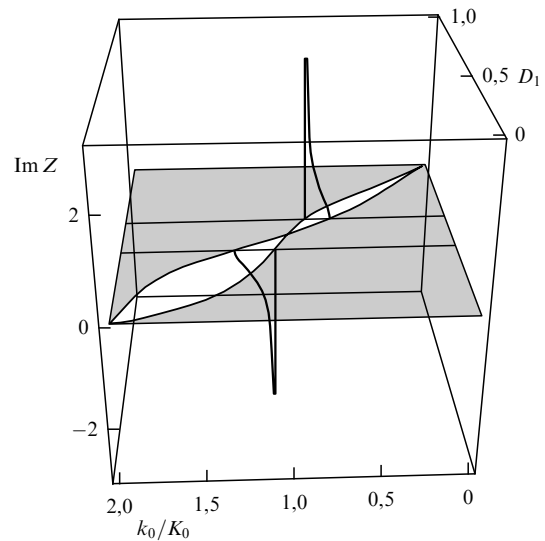


Рис. 16. Мнимая часть входного импеданса волны, убывающей по направлению от границы ФК с симметричной элементарной ячейкой для различных значений $D_1 = d_1 \sqrt{\varepsilon_1} / (d_1 \sqrt{\varepsilon_1} + d_2 \sqrt{\varepsilon_2})$. Белым цветом показана вторая запрещённая зона. Другие запрещённые зоны (см. рис. 15а) не показаны.

несимметричное представление элементарной ячейки при этом условии можно записать как $\{(\varepsilon_2, d_3), (\varepsilon_1, d_1), (\varepsilon_2, (d_2 - d_3))\}$, $0 \leq d_3 \leq d_2$. В таком подходе рассматривается только часть возможных представлений элементарной ячейки ФК. Позволив границе ячейки делить "атом" на части, мы получаем дополнительное множество ячеек: $\{(\varepsilon_1, d_3), (\varepsilon_2, d_2), (\varepsilon_1, d_1 - d_3)\}$, $0 \leq d_3 \leq d_1$, с симметричной ячейкой $\{(\varepsilon_1, d_1/2), (\varepsilon_2, d_2), (\varepsilon_1, d_1/2)\}$. Теперь ПС присутствуют только в нечётных областях существования запрещённых зон, которые ранее назывались "таммовскими", а теперь следует называть "шоклиевскими" [72] (ср. рис. 15а и 15б).

Рассмотрим теперь положение границы ФК, соответствующее несимметричному представлению бинарной ячейки. Вид ячейки будем характеризовать параметром α : $\{(\varepsilon_1, (1 - \alpha) d_1/2), (\varepsilon_2, d_2), (\varepsilon_1, (1 + \alpha) d_1/2)\}$. При $\alpha = 0$ мы имеем симметричное представление в случае, когда второй слой обложен двумя половинками первого (рис. 14а), а при $\alpha = \pm 1$ ячейка состоит из двух соседних слоёв (рис. 14б). Очевидно, что зонная структура не зависит от α , так как импеданс волны в кристалле изменяется внутри ячейки (см., например, рис. 3).

Для малых α кривая эволюции поверхностного состояния остаётся качественно той же, что и в случае симметричной ячейки: она полностью лежит внутри шоклиевских запрещённых зон. При переходе через некоторое критическое значение α в точке $D_1 = 1$ начинаются "фазовые превращения": в запрещённых зонах с чётными номерами, где имелось ПС, эволюционная кривая отрывается от точки $D_1 = 1$ (правая точка нулевой ЗЗ), и её правый конец начинает скользить по границе области ЗЗ к левой точке нулевой запрещённой зоны (вторая ЗЗ на рис. 17а); в зонах, где не было ПС, из точки $D_1 = 1$ выходит эволюционная кривая ПС и её левый конец начинает скользить по границе области запрещённых зон (первая ЗЗ на рис. 17б). При дальнейшем возрастании α происходит движение по направлению к точке $D_1 = 0$, причём прохождение различных

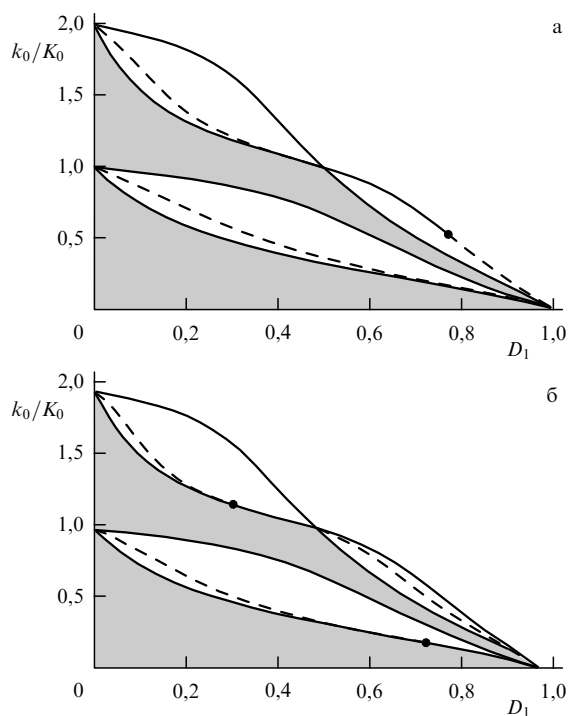


Рис. 17. Эволюция поверхностных состояний при исчезновении центральной симметрии ячейки: (а) $\alpha = 0,150$, (б) $\alpha = 0,508$.

областей ЗЗ происходит по тому же сценарию — в областях, где имелись ПС, они постепенно исчезают, а в областях, где их не было, они постепенно появляются (вторая ЗЗ на рис. 17б). При этом, во-первых, в каждой области существования запрещённых зон лежит максимум одна эволюционная кривая, которая, как и в случае симметричной ячейки, выходит из точки нулевой ЗЗ, причём, как можно убедиться из частотной зависимости импеданса для случая несимметричной ячейки, из каждой такой точки выходит ровно одна кривая. Во-вторых, этот процесс носит многократный характер — существует целый ряд критических параметров α , запускающих процесс из точки $D_1 = 1$.

Состояния, образованные на границе несимметричной ячейки и лежащие в "таммовских" по Клоусу областях запрещённых зон, принято называть "таммовскими", точнее, их правильнее было бы называть нешоклиевскими, так как механизм образования как этих "таммовских", так и шоклиевских состояний является единым — тем, который был предложен в работах Тамма. Разделение таммовских состояний на шоклиевские и нешоклиевские связано с их эволюцией, а не с физикой их образования.

Рассмотрим теперь случай подбарьерного прохождения, когда ФК состоит из чередующихся слоёв диэлектрика и ОДП-среды⁸. Слой с ОДП-средой соответствует большому расстоянию между атомами в модели Шокли, когда энергии атомов лежат в области дискретного спектра. Тогда поверхностные состояния могут существовать только в асимметричном ФК, где слой, имитирующий "атом", разделён. Естественно, "часть" атома

появляется только на границе ФК, внутри она примыкает к своему дополнению. По-видимому, именно этот факт привёл Шокли к утверждению о необходимости существования "дефектного" атома на границе для образования "таммовского" ПС. С нашей точки зрения было бы странно называть только такие состояния таммовскими, потому что в работе Тамма рассмотрены оба случая, как туннелирования, так и надбарьерного прохождения.

Таким образом, все поверхностные состояния, образующиеся на границе ФК — ОДП-среда, имеют одинаковую природу: они убывают по направлению как внутрь ФК из-за существования запрещённой зоны, так и внутрь ОДП-среды из-за чисто мнимого значения волнового числа, а частота соответствует условию равенства поверхностных импедансов.

6. Случай анизотропных фотонных кристаллов

В отличие от шрёдингеровской квантовой механики, в которой поведение электрона описывается скалярной пси-функцией, в электродинамике поля описываются не скаляром, а несколькими векторами, что проявляется, например, в отсутствии s-рассеяния в оптике. Направление этих векторов (поляризация) может качественно влиять на распространение электромагнитных волн. В случае нормального падения электромагнитных волн на слоистую структуру, изготовленную из изотропных материалов, все состояния двукратно вырождены: обе поляризации имеют одинаковые волновые векторы, и задача, как указывалось в разделе 3, сводится к скалярной. Если материал одного из слоёв элементарной ячейки является анизотропным (предположим для простоты — одноосным) кристаллом, и ось анизотропии параллельна слою, то вырождение снимается и существуют две блоховские волны — обыкновенная и необыкновенная. Каждая из этих блоховских волн является решением соответствующей независимой подсистемы уравнений Максвелла. Важно, что граничные условия тоже разделяются. Вследствие независимости подсистем и граничных условий возможное пересечение дисперсионных кривых этих блоховских волн не приводит к их взаимодействию⁹ и гибридизации этих волн, а также к расщеплению дисперсионных кривых в точке пересечения (рис. 18).

Снятие вырождения не приводит к качественному изменению зонной структуры. Для каждой поляризации наблюдается чередование разрешённых и запрещённых зон, причём запрещённые зоны располагаются на границах зон Бриллюэна. Запрещённые зоны, соответствующие различным поляризациям блоховских волн, не совпадают, хотя могут и пересекаться.

Ситуация принципиально меняется, если изотропные слои заменить гиротропными. Для наглядности рассмотрим намагничивание ФК в направлении, перпендикулярном слоям. Будем предполагать, что элементарная ячейка этого ФК состоит из изотропного магнитоопти-

⁸ В оптике в качестве ОДП-среды могут выступать благородные металлы.

⁹ Мы рассматриваем линейные уравнения, и никакого "взаимодействия" в терминах нелинейной физики, конечно, быть не может. Взаимодействие, каплинг (coupling) в терминах теории связанных мод, наступает, когда возникает связь первоначально независимых подсистем. Этот подход и терминология были развиты в пионерской работе [75].

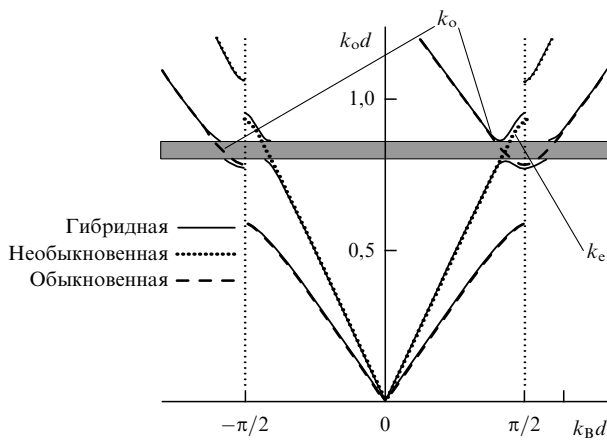


Рис. 18. Дисперсионные кривые обыкновенных и необыкновенных блоховских волн в ФК из изотропных и анизотропных слоёв и результат гибридации при появлении гиротропных свойств у изотропных слоёв. Период ФК состоит из одноосного кристалла с проницаемостями в направлении главных осей $\epsilon_{xx} = 2,0$, $\epsilon_{yy} = 8,0$ и магнитооптического слоя с проницаемостью $\epsilon_{diag} = 3,0$, $\epsilon_{off-diag} = i\alpha = 0,5i$. Для наглядности дисперсионной кривой материальные параметры (например, гиротропия) были искусственно завышены.

ческого слоя (намагничивающее поле направлено перпендикулярно слоям) и анизотропного слоя (ось анизотропии направлена параллельно слоям). До намагничивания магнитооптический слой являлся изотропным диэлектриком с диэлектрической проницаемостью ϵ_d , а после намагничивания становится гиротропным и его диэлектрическая проницаемость становится тензором вида

$$\epsilon = \begin{vmatrix} \epsilon_d & -\epsilon_{off} & 0 \\ \epsilon_{off} & \epsilon_d & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_d \end{vmatrix}.$$

До намагничивания по ФК в направлении, перпендикулярном слоям, могли распространяться две блоховские волны — обыкновенная (линейно поляризованная в направлении, перпендикулярном оси анизотропии) и необыкновенная (линейно поляризованная вдоль оси анизотропии). После намагничивания обыкновенная и необыкновенная волны уже не являются собственными решениями во всех слоях ФК, так как они не являются собственными решениями в гиротропном слое. Собственными решениями в этих слоях будут циркулярно поляризованные волны [52]. Очевидно, что на поверхностях слоёв граничные условия будут смешивать циркулярно поляризованные волны в магнитооптическом слое с линейно поляризованными в анизотропном слое¹⁰. Смешивание различных решений на границе слоёв приводит к тому, что дисперсионные кривые пересыкаются в точке пересечения дисперсионных кривых обыкновенной и необыкновенной волн соответствующего немагнитного кристалла (см. рис. 18). При этом образуется запрещённая зона, причём она может лежать не на границе, а внутри зоны Бриллюэна [76–80]. Аналогичная запрещённая зона наблюдается в периодическом фильтре Шольца. Этот фильтр представляет собой ФК, период которого образован двумя различ-

ными анизотропными одноосными материалами, оси которых параллельны слоям, но направлены под углом друг к другу [75, 81–84].

Эта запрещённая зона образуется одновременно для всех решений¹¹, в то время как положение запрещённых зон, формирующихся на бриллюэновской границе, может зависеть от выбора поляризации решения (см. рис. 18). Иными словами, образование дополнительных зон вырождено по поляризации [85], и мы будем называть такие зоны вырожденными. Важно отметить, что истинное вырождение — равенство волновых векторов (приведённых в первую зону Бриллюэна) для разных волн — происходит только на границе вырожденной ЗЗ, а для частот внутри этой зоны блоховский вектор для четырёх решений (два вперёд, два назад) имеет специальный вид: $k_{1,2}(k_0) = \pm(a(k_0) + ib(k_0))$ и $k_{3,4}(k_0) = \pm(a(k_0) - ib(k_0))$ [85].

Формирование вырожденной запрещённой зоны при намагничивании позволяет управлять появлением таммовского состояния.

Рассмотрим систему, состоящую из двух пластин одномерных фотонных кристаллов (рис. 19). Период первого ФК состоит из анизотропного и магнитооптического слоёв. Период второго ФК состоит из двух изотропных слоёв.

Рассмотрим частоты вблизи пересечения дисперсионных кривых первого ФК. Предполагается, что точка пересечения лежит в разрешённой зоне при отсутствии намагниченности, а второй ФК имеет на этой частоте запрещённую зону. До включения магнитного поля прохождение через рассматриваемую систему подавлено вследствие наличия ЗЗ второго ФК (рис. 20).

Включение магнитного поля приводит к появлению ЗЗ в первом ФК [85] (см. сплошную линию на рис. 20б) и, как следствие, к формированию таммовского состояния на границе между двумя ФК. Это таммовское состояние проявляется в спектре прозрачности как острый пик (см. рис. 20) [77].

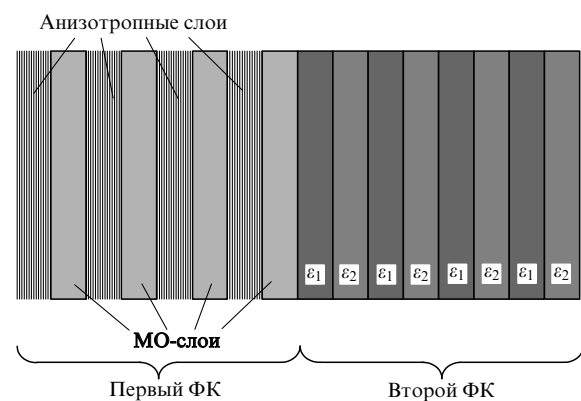


Рис. 19. Система двух ФК, в которой наблюдается таммовское состояние внутри зоны Бриллюэна одного из них. Период первого ФК состоит из одноосного кристалла с проницаемостями в направлении главных осей $\epsilon_{xx} = 2,7$, $\epsilon_{yy} = \epsilon_{zz} = 5,0$ и магнитооптического (МО) слоя с проницаемостью $\epsilon_{xx} = \epsilon_{yy} = \epsilon_{zz} = 3,0$, $\epsilon_{xy} = -\epsilon_{yx} = i\alpha = 0,02i$. Значения проницаемостей слоёв второго ФК равны $\epsilon_1 = 3,1$, $\epsilon_2 = 3,4$. Все слои взяты с одинаковой толщиной 100 нм.

¹⁰ Заметим, что ни циркулярно, ни эллиптически поляризованные волны не могут распространяться по анизотропному кристаллу.

¹¹ Мы не разделяем здесь решения по поляризации, так как невозможно однозначно определить понятие поляризации для гибридной блоховской волны (см. [85]).

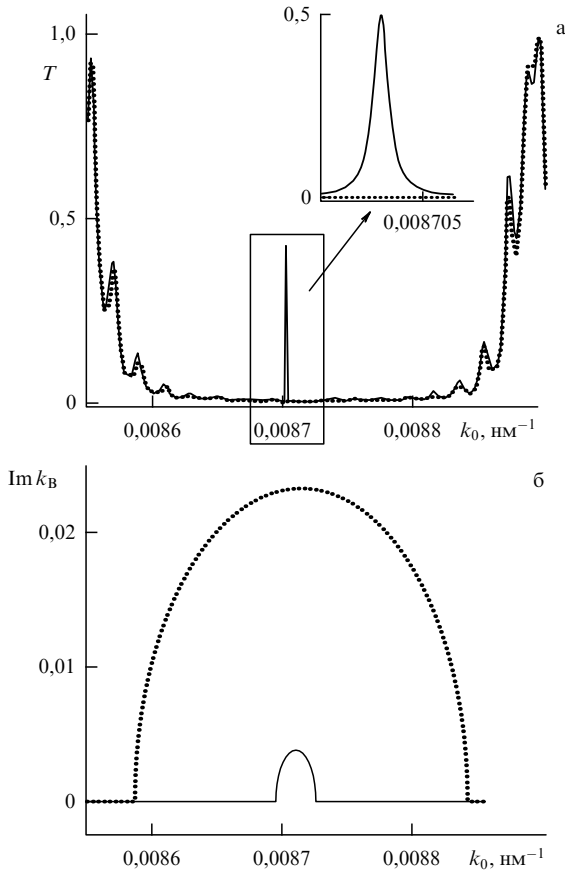


Рис. 20. (а) Коэффициент прохождения через систему двух ФК (см. рис. 19) при отсутствии (кривая с кружками) и при наличии (сплошная кривая) намагнитченности. (б) Мнимая часть блоховского волнового числа обычного (кривая с кружками) и магнитооптического (сплошная кривая) ФК при наличии намагнитченности. Данные образцов те же, что и на рис. 19.

Отметим, что в отличие от рассмотренного в разделах 4, 5 таммовского состояния в магнитофотонных кристаллах (МФК) на изотропных компонентах, таммовское состояние в данном случае при включении магнитного поля не расщепляется на два состояния с разными частотами, а просто возникает. При этом оно не является двукратно вырожденным по поляризации, как мы наблюдали в ФК на изотропных компонентах (в МФК без намагничивания), в результате имеется одно таммовское состояние, которое не расщепляется в магнитном поле. Такая особенность связана с гибридизацией решений в неоднородных магнитных материалах, содержащих анизотропные компоненты.

Фундаментальная разница между гибридными и негибридными решениями заключается в том, что в случае, когда гибридизация отсутствует, решения можно разделить по поляризациям (на циркулярно право- и левополяризованные, ТЕ- и ТМ-моды и т.д.) и тем самым свести векторную задачу к двум независимым скалярным задачам. При этом для сшивания собственных решений можно ввести скалярные (изотропные) входные адмитансы, равенство которых обеспечит сшивание собственных решений. В результате смешивания решений на границах слоёв блоховская волна в каждом слое состоит из четырёх волн (которые имеют различные поляризации и распространяются в противоположных

направлениях). Такое решение принято называть гибридным, так как оно не состоит из волн лишь определённой поляризации. Отличительным свойством гибридного блоховского решения является то, что оно обладает анизотропным адмитансом.

Рассмотрим структуру гибридного решения в анизотропном слое. В общем случае решение в анизотропном слое можно записать в виде

$$\mathbf{E} = \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \exp(ik_oz) + B \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \exp(-ik_oz) + C \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \exp(ik_oz) + D \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \exp(-ik_oz),$$

где A, B, C, D — амплитуды соответствующих четырёх плоских волн, являющиеся решениями уравнений Максвелла в рассматриваемом слое, k_o — волновой вектор обыкновенной волны, k_e — волновой вектор необыкновенной волны. На границе анизотропно-гиротропного ФК и ФК на изотропных компонентах нам необходимо сшить тангенциальные компоненты электрического и магнитного полей, т.е. четыре компоненты: E_x, E_y, H_x, H_y . Отметим, что в случае, когда нужно решить не задачу рассеяния с фиксированной амплитудой падающей волны, а задачу на собственные значения, достаточно сшить не абсолютные значения полей, а лишь их отношения $Y_x = H_x/E_y$ и $Y_y = -H_y/E_x$ (в квантовой механике это соответствует сшиванию логарифмической производной). Величины Y имеют смысл входного адмитанса. Для любой изотропной среды адмитанс изотропен, т.е. $Y_x = H_x/E_y = k/k_o = -H_y/E_x = Y_y$, что прямо следует из уравнения $\text{rot}(\mathbf{E}) = (1/c) d\mathbf{H}/dt$. Для одной гибридной волны равенство адмитансов не выполнено, так как в анизотропном слое

$$Y_x = \frac{H_x}{E_y} = \frac{k_1}{k_o} \neq \frac{k_2}{k_o} = -\frac{H_y}{E_x} = Y_y,$$

следовательно, только одно собственное решение анизотропно-гиротропного ФК не может быть сшито с решением в ФК на изотропных компонентах; необходимо искать решение в анизотропно-гиротропном ФК в виде суммы двух затухающих мод (с разными волновыми векторами) $k_1(k_o) = a(k_o) + ib(k_o)$ и $k_4(k_o) = -a(k_o) + ib(k_o)$.

$$\mathbf{E} = A \begin{pmatrix} f_{1x}(z) \\ f_{1y}(z) \end{pmatrix} \exp(ik_1z) + B \begin{pmatrix} f_{2x}(z) \\ f_{2y}(z) \end{pmatrix} \exp(ik_2z).$$

Соответственно магнитное поле

$$\mathbf{H} = A \begin{pmatrix} Y_{1y}f_{1y}(z) \\ -Y_{1x}f_{1x}(z) \end{pmatrix} \exp(ik_1z) + B \begin{pmatrix} Y_{2y}f_{2y}(z) \\ -Y_{2x}f_{2x}(z) \end{pmatrix} \exp(ik_2z),$$

где

$$Y_{\alpha\beta} = n_\alpha + \frac{f'_{\alpha\beta}}{f_{\alpha\beta} ik_o},$$

$\alpha = 1, 2$ — номер решения, $\beta = x, y$ — индекс соответствующей компоненты.

Приравнивая на границе ФК (которая взята в виде начала координат) соответствующие компоненты полей

в анизотропном МФК полям в ФК на изотропных компонентах,

$$\mathbf{E} = \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} af(z) \\ bf(z) \end{pmatrix} \exp(ikz),$$

$$\mathbf{H} = \begin{pmatrix} H_x \\ H_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b\left(n + \frac{f'}{fik_0}\right)f \\ -a\left(n + \frac{f'}{fik_0}\right)f \end{pmatrix} \exp(ikz),$$

получим систему уравнений

$$A \begin{pmatrix} f_{1x} \\ f_{1y} \end{pmatrix} + B \begin{pmatrix} f_{2x} \\ f_{2y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} af \\ bf \end{pmatrix},$$

$$A \begin{pmatrix} Y_{1y}f_{1y} \\ -Y_{1x}f_{1x} \end{pmatrix} \exp(ik_1z) + B \begin{pmatrix} Y_{2y}f_{2y} \\ -Y_{2x}f_{2x} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} bYf \\ -aYf \end{pmatrix}.$$

Выразив $af(z)$ и $bf(z)$ из первого уравнения и подставив во второе, получим

$$A(Y_{1y} - Y)f_{1y} + B(Y_{2y} - Y)f_{2y} = 0,$$

$$A(Y_{1x} - Y)f_{1x} + B(Y_{2x} - Y)f_{2x} = 0.$$

Эта система уравнений имеет нетривиальное решение, только когда её детерминант равен нулю:

$$\begin{vmatrix} (Y_{1y} - Y)f_{1y} & (Y_{2y} - Y)f_{2y} \\ (Y_{1x} - Y)f_{1x} & (Y_{2x} - Y)f_{2x} \end{vmatrix} = 0.$$

Именно это уравнение, а не привычное равенство импедансов и будет определять положение таммовского резонанса.

7. Заключение

Как и в случае электронных кристаллов, существование поверхностных состояний в ФК связано со значительным изменением блоховских функций на масштабах элементарной ячейки. При этом входной импеданс сильно меняется как при изменении положения границы ФК относительно элементарной ячейки, так и при изменении частоты внутри запрещённой зоны (см. рис. 16), позволяя найти решение не только с решениями для ОДП- или ОМП-сред, но и с решением для другого ФК, имеющего запрещённую зону. Так как ФК на частотах запрещённой зоны может проявлять себя как среда с положительной магнитной и отрицательной диэлектрической проницаемостями или как среда с положительной диэлектрической и отрицательной магнитной проницаемостями, то ПС, образующееся на границе двух ФК, можно рассматривать как аналог ПС, возникающего на границе ОДП- и ОМП-сред [36].

Локализация ПС на поверхности ФК связана с экспоненциальным в среднем затуханием блоховской волны по направлению внутрь ФК на частотах запрещённой зоны. В соответствии с этим механизмом образования ПС все ПС на границах ФК являются таммовскими. Разделение таммовских состояний на шоклиевские и нешоклиевские связано с симметрией выбранной элементарной ячейки, а не с физической природой этих состояний. Проявляется такое разделение лишь при рассмотрении эволюции зонной структуры с изменением параметров ФК и для конкретного ФК не имеет принципиального значения.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты № 08-02-00874-а, 09-02-12455-офи_м, 09-02-92484-МНКС_а).

Список литературы

- Joannopoulos J D, Meade R D, Winn J N *Photonic Crystals: Molding the Flow of Light* (Princeton, NJ: Princeton Univ. Press, 1995)
- Johnson S G, Joannopoulos J D *Photonic Crystals: The Road from Theory to Practice* (Boston: Kluwer Acad. Publ., 2002)
- Sakoda K *Optical Properties of Photonic Crystals* (Berlin: Springer, 2001)
- Силин Р А *Необычные законы преломления и отражения* (М.: ФАЗИС, 1999)
- Luo C et al. *Phys. Rev. B* **65** 201104(R) (2002)
- Russell P St J, Birks T A, in *Photonic Band Gap Materials* (Ed. C M Soukoulis) (Dordrecht: Kluwer Acad. Publ., 1996) p. 71
- Kosaka H et al. *Phys. Rev. B* **58** R10096 (1998)
- Baba T, Matsumoto T *Appl. Phys. Lett.* **81** 2325 (2002)
- Merzlikin A M, Vinogradov A P *Opt. Commun.* **259** 700 (2006)
- Belov P A, Simovski C R, Ikonen P *Phys. Rev. B* **71** 193105 (2005)
- Чупрунов Е В, Хохлов А Ф, Фаддеев М А *Основы кристаллографии* (М.: Физматлит, 2004)
- Batterman B W, Cole H *Rev. Mod. Phys.* **36** 681 (1964)
- Zhang Z, Satpathy S *Phys. Rev. Lett.* **65** 2650 (1990)
- Tikhodeev S G et al. *Phys. Rev. B* **66** 045102 (2002)
- John S *Phys. Rev. Lett.* **58** 2486 (1987)
- Berry M V, Popescu S J. *Phys. A Mat. Gen.* **39** 6965 (2006)
- Berry M V J. *Phys. A Mat. Gen.* **27** L391 (1994)
- Kempf A, Ferreira P J S G J. *Phys. A Mat. Gen.* **37** 12067 (2004)
- Ferreira P J S G, Kempf A *IEEE Trans. Signal Process.* **54** 3732 (2006)
- Tamm I Z. *Phys.* **76** 849 (1932)
- Shockley W *Phys. Rev.* **56** 317 (1939)
- Ландау Л Д, Лифшиц Е М *Электродинамика сплошных сред* (М.: Наука, 1982) [Landau L D, Lifshitz E M *Electrodynamics of Continuous Media* (Oxford: Pergamon Press, 1984)]
- Κλος J *Phys. Rev. B* **76** 165125 (2007)
- Malkova N, Ning C Z *Phys. Rev. B* **73** 113113 (2006)
- Malkova N, Ning C Z *Phys. Rev. B* **76** 045305 (2007)
- Agranovich V M, Mills D L (Eds) *Surface Polaritons: Electromagnetic Waves at Surfaces and Interfaces* (Amsterdam: North-Holland, 1982) [Агранович В М, Миллс Д Л (Ред.) *Поверхностные поляритоны: электромагнитные волны на поверхностях и границах раздела сред* (М.: Наука, 1985)]
- Дмитрук Н Л, Литовченко В Г, Стрижевский В Л *Поверхностные поляритоны в полупроводниках и диэлектриках* (Киев: Наукова думка, 1989)
- Alu A, Engheta N *IEEE Trans. Antennas Propag.* **51** 2558 (2003)
- Zouhdi S et al. *Phys. Rev. B* **75** 035125 (2007)
- Вайнштейн Л А *Электромагнитные волны 2-е изд.* (М.: Радио и связь, 1988)
- Yariv A, Yeh P *Optical Waves in Crystals* (New York: Wiley, 1984) [Ярив А, Юх П *Оптические волны в кристаллах* (М.: Мир, 1987)]
- Бреховских Л М *Волны в слоистых средах* (М.: Изд-во АН СССР, 1957) [Brekhovskikh L M *Waves in Layered Media* (New York: Academic Press, 1960)]
- Рыгов С М *ЖЭТФ* **29** 606 (1955) [Rytov S M *Sov. Phys. JETP* **2** 466 (1956)]
- Басс Ф Г, Булгаков А А, Тетервов А П *Высокочастотные свойства полупроводников со сверхрешетками* (М.: Наука, 1989)
- Kronig R, Penney W G *Proc. R. Soc. London A* **130** 499 (1931)
- Vinogradov A P et al. *Phys. Rev. B* **74** 045128 (2006)
- Namdar A, Shadrivov I V, Kivshar Yu S *Appl. Phys. Lett.* **89** 114104 (2006)
- Barvestani J et al. *Phys. Rev. A* **77** 013805 (2008)
- Namdar A, Shadrivov I V, Kivshar Yu S *Phys. Rev. A* **75** 053812 (2007)
- Bass F G, Teterov A P *Phys. Rep.* **140** 237 (1986)
- Kaliteevski M et al. *Phys. Rev. B* **76** 165415 (2007)
- Tamm I *Phys. Z. Sowjetunion* **1** 733 (1932)

43. Лифшиц И М, Пикар С И *УФН* **56** 531 (1955)
44. Goto T et al. *Phys. Rev. Lett.* **101** 113902 (2008)
45. Kavokin A, Shelykh I, Malpuech G *Appl. Phys. Lett.* **87** 261105 (2005)
46. Kavokin A V, Shelykh I A, Malpuech G *Phys. Rev. B* **72** 233102 (2005)
47. Villa F, Gaspar-Armenta J A *Opt. Commun.* **223** 109 (2003)
48. Villa F, Gaspar-Armenta J *Opt. Express* **12** 2338 (2004)
49. Ji-Yong Guo et al. *Chin. Phys. Lett.* **25** 2093 (2008)
50. Brand S, Kaliteevski M A, Abram R A *Phys. Rev. B* **79** 085416 (2009)
51. Булгаков А А, Мериуц А В, Ольховский Е А *ЖТФ* **74** (10) 103 (2004) [Bulgakov A A, Meriutz A V, Ol'khovskii E A *Tech. Phys.* **49** 1349 (2004)]
52. Звездин А К, Котов В А *Магнитооптика тонких пленок* (М.: Наука, 1988)
53. Inoue M et al. *J. Appl. Phys.* **83** 6768 (1998)
54. Steel M J, Levy M, Osgood R M (Jr.) *J. Lightwave Technol.* **18** 1297 (2000)
55. Goodwin E T *Proc. Camb. Philos. Soc.* **35** 205 (1939); **35** 221 (1939); **35** 232 (1939)
56. Maue A-W Z. *Phys.* **94** 717 (1935)
57. Rijanow S Z. *Phys.* **89** 806 (1934)
58. Sokolow A Z. *Phys.* **90** 520 (1934)
59. Соколов А А *ЖЭТФ* **6** 807 (1936)
60. Центер Э М *ЖЭТФ* **8** 682 (1938)
61. Levine J D *Phys. Rev.* **171** 701 (1968)
62. Davison S G, Levine J D "Surface states", in *Solid State Physics* Vol. 25 (Eds H Ehrenreich, F Seitz, D Turnbull) (New York: Academic Press, 1970) [Дэвисон С, Левин Дж *Поверхностные (таммовские) состояния* (М.: Мир, 1973)]
63. Zak J *Phys. Rev. B* **32** 2218 (1985)
64. Green M (Ed.) *Solid State Surface Science* Vol. 1 (New York: M. Dekker, 1969) [Грин М (Ред.) *Поверхностные свойства твердых тел* (М.: Мир, 1972)]
65. Беленький А Я *УФН* **134** 125 (1981)
66. Allen G *Phys. Rev.* **91** 531 (1953)
67. Leyva M D, Gondar J L *Phys. Status Solidi B* **128** 575 (1985)
68. Milanović V, Tjapkin D *Phys. Status Solidi B* **110** 687 (1982)
69. Nusinsky I, Hardy A A *Phys. Rev. B* **73** 125104 (2006)
70. Vinogradov A P, Merzlikin A M *Physica B* **338** 126 (2003)
71. Foo E-N, Wong H-S *Phys. Rev. B* **9** 1857 (1974)
72. Kłos J, Puzkarski H *Phys. Rev. B* **68** 045316 (2003)
73. Foo E-N, Wong H S *Phys. Rev. B* **10** 4819 (1974)
74. Stęślicka M et al. *Surf. Sci. Rep.* **47** 93 (2002)
75. Zengerle R J. *Mod. Opt.* **34** 1589 (1987)
76. Merzlikin A M et al. *J. Magn. Magn. Mater.* **300** 108 (2006)
77. Merzlikin A M et al. *Physica B* **394** 277 (2007)
78. Levy M, Jalali A A *J. Opt. Soc. Am. B* **24** 1603 (2007)
79. Jalali A A, Levy M J. *Opt. Soc. Am. B* **25** 119 (2008)
80. Wang F, Lakhtakia A *Appl. Phys. Lett.* **92** 011115 (2008)
81. Šolc I *Czech. J. Phys.* **4** 53 (1954); **4** 65 (1954)
82. Yeh P J. *Opt. Soc. Am.* **69** 742 (1979)
83. Cojocaru E *Appl. Opt.* **39** 4641 (2000)
84. Shabtay G et al. *Opt. Express* **10** 1534 (2002)
85. Merzlikin A M et al. *Phys. Rev. B* **79** 195103 (2009)

Surface states in photonic crystals

A.P. Vinogradov, A.V. Dorofeenko, A.M. Merzlikin

Institute for Theoretical and Applied Electromagnetics, Russian Academy of Sciences

ul. Izhorskaya 13, 125412 Moscow, Russian Federation

Tel. (7-495) 485-8355

E-mail: alexandor7@gmail.com

A.A. Lisyansky

Department of Physics, Queens College

of the City University of New York, Flushing, New York 11367, USA

Propagation of surface electromagnetic waves along photonic crystal (PC) boundaries is examined. It is shown that in a number of cases these waves are backward. The nature of the surface electromagnetic states, localized at the PC boundary, is discussed; these states transfer no energy along the boundary (their tangential wave number is zero). An analogy with the well-known Tamm and Shockley surface states in solid state physics is drawn. It is shown that in the case of PC both types of states can be considered as the Tamm ones. Experimental results on the observation of the surface states are presented. A system using an external magnetic field to control a surface state is considered.

PACS numbers: 41.20.Jb, 42.70.Qs, **73.20.-r**

DOI: 10.3367/UFNr.0180.201003b.0249

Bibliography — 85 references

Received 27 August 2009, revised 13 October 2009

Uspekhi Fizicheskikh Nauk **180** (3) 249–263 (2010)

Physics – Uspekhi **53** (3) (2010)