# УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК

## ОБЗОРЫ АКТУАЛЬНЫХ ПРОБЛЕМ

# Квантовая хромодинамика и физика адронных столкновений

М.Л. Мангано

Рассмотрены основные принципы, лежащие в основе использования квантовой хромодинамики для объяснения структуры процессов с большими переданными импульсами в высокоэнергетичных адронных столкновениях. Проиллюстрировано несколько важных приложений для Тэватрона и Большого адронного коллайдера.

PACS numbers: 12.38.-t, 12.39.St, 13.87.-a

DOI: 10.3367/UFNr.0180.201002a.0113

## Содержание

- 1. Введение (113).
- 2. Квантовая хромодинамика и структура протона при больших  $Q^2$  (114).

2.1. Партонные плотности и их эволюция. 2.2. Общие свойства эволюции партонной плотности. 2.3. Решение эволюционных уравнений. 2.4. Пример: количественная эволюция партонных плотностей. 2.5. Пример: чармониевое состояние, содержащееся в протоне.

3. Эволюция кварков и глюонов в конечном состоянии (121).

3.1. Мягкая глюонная эмиссия. 3.2. Угловое упорядочение для эмиссии мягких глюонов. 3.3. Адронизация.

4. Приложения (127).

4.1. Процессы Дрелла – Яна. 4.2. Быстротная асимметрия W-бозона. 4.3. Образование струй. 4.4. Сравнение теоретических и экспериментальных данных.

5. Заключение (137).

Список литературы (137).

# 1. Введение

Скоро передний край физики высоких энергий продвинется благодаря экспериментам в ЦЕРНе на Большом адронном коллайдере (БАК, LHС), энергия протонпротонного (pp) столкновения в системе центра масс которого достигнет 14 ТэВ. Основная цель этих экспериментов — раскрыть тайну природы нарушения электрослабой симметрии с помощью регистрации бозона Хиггса и других новых частиц, связанных с возможным расширением Стандартной модели (СМ). Несмотря на то, что сильные взаимодействия между кварками и глюонами, описываемые квантовой хромодинамикой (КХД), не связаны непосредственно с электрослабыми явлениями, их роль в создании физической программы коллайдера тем не менее нельзя недооценивать. Процессы, приводящие к образованию бозона Хиггса и

**М.Л. Мангано (M.L. Mangano).** Theory Group, PH Department, CERN, Geneva, Switzerland

Статья поступила 8 июня 2009 г., после доработки 7 сентября 2009 г.

других интересных частиц, происходят за счёт взаимодействия кварков и глюонов, и это именно те взаимодействия, которые определят интенсивность генерации новых явлений, так же как и многочисленных процессов СМ, которые будут являться неустранимым фоном при регистрации новых явлений. Для максимального использования потенциала LHC необходимо чёткое качественное и количественное понимание роли сильных взаимодействий в физике на LHC. Большинство протонных столкновений является результатом сложной КХД на больших расстояниях, отвечающей за удержание кварков, и их количественное описание всё ещё нуждается в хорошем объяснении, исходящем из первых принципов. С другой стороны, основные процессы, отвечающие за образование тяжёлых элементарных частиц, являются результатом взаимодействий точечных составляющих протона на малых расстояниях. Эти сложные взаимодействия могут быть описаны с помощью пертурбативной КХД, которая позволяет делать количественные предсказания, основанные на первых принципах.

В настоящем обзоре иллюстрируются ключевые принципы, лежащие в основе использования пертурбативной КХД для предсказания структуры жёстких процессов в высокоэнергетичных адронных столкновениях. В разделе 2 обсуждается формула факторизации, которая является основой для описания всех жёстких процессов в терминах универсальных функций, параметризующих плотность кварков и глюонов в протоне. В разделе 3 рассматривается эволюция пертурбативных конечных состояний, образованных кварками и глюонами, в физические системы, состоящие из адронов. В разделе 4 приведено несколько приложений и примеров сравнения теоретических предсказаний и данных с протон-антипротонного (рр) коллайдера Тэватрон в Национальной лаборатории им. Э. Ферми (Fermilab). Это продемонстрирует, насколько успешна данная теоретическая конструкция и наскольно можно быть уверенным в надёжности её будущих приложений к изучению столкновений на LHC.

Изложение будет носить ознакомительный характер, и акцент будет делаться на объяснении основных интуитивных физических концепций. Ввиду большого числа работ, которые внесли вклад в развитие этой области, невозможно дать полную и беспристрастную библиографию. Поэтому я ограничился ссылками на несколько обзорных книг и ссылками на некоторые из обсуждаемых здесь ключевых результатов. Классической является книга Фейнмана [1], в которой дано превосходное описание ранних идей о кварках и их динамике. Развитие КХД как теории сильных взаимодействий подробно рассмотрено в [2]. Общее, но несколько формальное введение в КХД можно найти, например, в [3]. Для более современного педагогического введения, в контексте вводного курса по квантовой теории поля, я рекомендую прекрасную книгу Пескина и Шрёдера [4]. Общее введение в ускорительную физику дано в [5]. Приложения КХД к экспериментам на Большом электрон-позитронном коллайдере (LEP), Тэватроне и LHC приведены в [6] и отдельно для LHC — в [7]. Подробные расчёты, в том числе существенные детали вычислений и перенормировки в следующем за лидирующим порядке (СЛП), для нескольких представляющих интерес конкретных случаев даны в деталях в [8]. Множество идей, использованных в этом обзоре, было стимулировано очень физической перспективой, представленной в [9]. По ходу изложения периодически будут делаться ссылки на пертурбативные расчёты и монте-карловские генераторы, но систематический обзор ситуации в этих очень активно развивающихся областях проводиться не будет. Отчёт о современном состоянии дел можно найти в [10, 11].

# 2. Квантовая хромодинамика и структура протона при больших $Q^2$

Понимание структуры протона на малых расстояниях это одно из ключевых составляющих для предсказания сечений процессов с адронами в начальном состоянии. Все процессы адронных столкновений, даже те, которые имеют электрослабую природу, например процессы с рождением W/Z-бозонов или фотонов, на самом деле вызваны кварками и глюонами, содержащимися в адронах. В этом разделе вводятся некоторые важные концепции, такие как представление о партонных плотностях протона и эволюции партонов. Это необходимые методы, используемые теоретиками для предсказания выхода адронных реакций.

Мы ограничимся рассмотрением процессов, в которых pp- или pp-пара сталкивается при больших энергиях в системе центра масс ( $\sqrt{S}$ , обычно более нескольких сотен ГэВ) и претерпевает глубоконеупругое взаимодействие с переданным импульсом более нескольких ГэВ. Результатом этого жёсткого взаимодействия может быть простое рассеяние на большие углы некоторых элементарных составляющих адронов, их аннигиляция в новые массивные резонансы или комбинация обоих этих процессов. Во всех случаях конечное состояние включает в себя большое количество частиц, связанных с эволюцией фрагментов начальных адронов, а также полученные новые состояния. Как будет обсуждаться ниже, фундаментальная физическая концепция, с помощью которой возможно теоретическое описание этого явления, — это так называемая факторизация, т.е. разделение взаимодействия на независимые фазы. В этих фазах доминирует различная динамика, и можно выбрать наиболее подходящий метод для отдельного описания каждой из них. В частности, факторизация позволяет отделить сложную сущность протонной



Рис. 1. Общая структура жёсткого протон-протонного столкновения.

структуры и образования конечных состояний адронов от элементарной сущности пертурбативных жёстких взаимодействий между партонными конституентами.

Рисунок 1 иллюстрирует, как это работает. Пока левый протон свободно движется до встречи с адроном, летящим справа, его конституентные кварки удерживаются вместе посредством постоянного обмена виртуальными глюонами (например, глюонами а и b на рис. 1). Эти глюоны в основном являются мягкими, так как любой жёсткий обмен станет причиной вылета конституентных кварков, и для восстановления баланса импульсов и сохранения целостности протона потребуется второй жёсткий обмен. Поэтому глюоны с большой виртуальностью (глюон с на рис. 1) захватываются преимущественно тем же кварком в течение времени, обратно пропорционального их виртуальности, как предписывается принципом неопределённости. Однако состояние кварка в этом процессе остаётся неизменным. В целом, это означает, что глобальное состояние протона, хотя и характеризуется сложным набором глюонных обменов между кварками, тем не менее определяется взаимодействиями, имеющими временной масштаб порядка 1/m<sub>p</sub>. Если рассматривать лабораторную систему координат, в которой протон движется с энергией  $\sqrt{s}/2$ , то это время, кроме того, увеличивается за счёт лоренцевского фактора  $\gamma = \sqrt{s}/2m_{\rm p}$ . Если мы возмутим кварк пробником с виртуальностью  $Q \gg m_p$ , то время такого взаимодействия окажется настолько малым (1/Q), что взаимодействиями кварка с остальными частями протона можно будет пренебречь. Кварк, претерпевший жёсткое взаимодействие, не сможет разделить со своими партнёрами когерентный ответ на внешнее возмущение: у него просто не будет времени сообщить им, что он выброшен наружу. В этом временном масштабе возможно излучение только глюонов с энергиями порядка Q, и если это происходит согласованно с целым протоном, то оно подавлено фактором  $m_{\rm p}/Q$  (это подавление характеризует "упругий формфактор" протона). На рисунке 1 жёсткий процесс обозначен прямоугольником НР. В этом примере лобовое столкновение с глюоном из противоположного адрона приводит к qg — qg-рассеянию с переданным импульсом порядка Q. Этот и другие возможные процессы могут быть вычислены исходя из первых принципов пертурбативной КХД с использованием элементарных кварков и глюонов в качестве внешних состояний.

Когда конституент внезапно отклоняется, то только что испущенный им партон не может быть поглощён

снова (как это ранее произошло с глюоном с), так как уже отсутствует конституент, ожидающий возвращения партона. Так происходит, например, с глюоном d, испущенным кварком, и с кварком е из противоположного адрона; и испущенный глюон вовлекается в жёсткое взаимодействие. Число высвобождённых партонов будет зависеть от жёсткого масштаба Q: чем больше значение Q, тем более внезапное смещение получит рассеянный партон и тем меньше будет количество партонов, способных связаться с ним до его удаления (обычно это только партоны с виртуальностью большей Q).

По окончании жёсткого процесса партоны, освобождённые в течение эволюции перед столкновением, и партоны, возникшие во время жёсткого столкновения, начнут излучать. Процесс излучения, определяемый пертурбативной КХД, продолжается до тех пор, пока не будут достигнуты низкие виртуальности (на рис. 1 граничная область обозначена штриховой линией Н). При описании этой пертурбативной эволюционной фазы надо позаботиться о том, чтобы включить в рассмотрение эффекты квантовой когерентности, которые в принципе связывают вероятности излучения различными партонами. Как только достигнута граница низкой виртуальности, память о фазе жёсткого процесса теряется, опять в результате различия временных масштабов, и приходит черёд последней фазы - адронизации. Вследствие разрыва связи с жёстким процессом адронизация становится независимой от исходного жёсткого процесса, и её параметризация, подобранная из наблюдений за каким-нибудь эталонным процессом, может быть использована для других жёстких взаимодействий (универсальность адронизации). Близкие партоны сливаются в кластеры цветных синглетов (серые шарики на рис. 1), которые затем распадаются на физические адроны. Для завершения картины необходимо понять эволюцию фрагментов исходных адронов. Как показано на рисунке, эта эволюция не может быть вполне независимой от того, что происходит в жёстком событии, так как, по крайней мере, должен осуществляться обмен цветными квантовыми числами, для того чтобы гарантировать общую нейтральность и сохранение барионного числа. В нашем примере глюоны f и g, испущенные на раннем этапе во время пертурбативной эволюции начальных состояний, расщепляются на qq-пары, которые делятся между адронными фрагментами (все взаимодействия которых обозначены овалом UE — Underlying Events (основные события)) и кластерами, образующимися в результате эволюции исходного состояния.

Идеи, описанные выше, воплощаются в следующей факторизационной формуле, которая является исходной для любого теоретического анализа сечений и наблюдаемых в адронных столкновениях:

$$\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}X} = \sum_{j,k} \int_{\hat{X}} f_j(x_1, Q) f_k(x_2, Q) \ \frac{\mathrm{d}\hat{\sigma}_{jk}(Q)}{\mathrm{d}\hat{X}} \ F(\hat{X} \to X; Q) ,$$
(1)

где

• *Х* — какая-либо адронная наблюдаемая (например, поперечный импульс пиона, инвариантная масса комбинации частиц и т.д.);

• суммирование по *j* и *k* распространяется на все типы внутренних партонов взаимодействующих адронов;

• функция  $f_j(x, Q)$  (известная как функция распределения партонов, ФРП) параметризует плотность партонов типа j с долей импульса x в протоне, которая пробуется при масштабе Q (о смысле этого масштаба будет сказано позднее);

•  $\hat{X}$  — партонная кинематическая переменная (например, поперечный импульс партона из жёсткого рассеяния);

•  $\hat{\sigma}_{jk}$  — партонное дифференциальное (по переменной  $\hat{X}$ ) поперечное сечение;

•  $F(X \rightarrow X; Q)$  — функция перехода, задающая вероятность того, что партонное состояние, определяемое  $\hat{X}$ , переходит после адронизации в адронное с наблюдаемой X.

В разделах 2.1–2.3 мы рассмотрим вышеизложенный подход детально. Не приводя строгого доказательства правомерности этого подхода, я постараюсь обосновать его качественно, чтобы, по крайней мере, показать, что он вполне приемлем.

### 2.1. Партонные плотности и их эволюция

Как упоминалось выше, связывающие силы, ответственные за кварковый конфайнмент, возникают вследствие обмена достаточно мягкими глюонами. Если кварк обменялся всего одним жёстким виртуальным глюоном с другим кварком, то отдача стремится разорвать протон на части. Легко проверить, что тогда обмен глюонами с виртуальностью большей, чем Q, пропорционален некоторой большой степени  $m_p/Q$ , где  $m_p$  — масса протона. Так как глюонная константа связи уменьшается при больших Q, обмен жёсткими глюонами оказывается существенно подавленным<sup>1</sup>. Действительно, рассмотрим рис. 2. Обмен двумя глюонами требуется, чтобы обеспечить то, что импульс, переданный при испускании первого глюона, вернётся кварку и протон сохранит свою структуру. Вклад жёсткого глюона в этот процесс может быть оценён с помощью петлевого интегрирования по большому импульсу:

$$\int_{Q} \frac{\mathrm{d}^4 q}{q^6} \sim \frac{1}{Q^2} \,. \tag{2}$$

При больших Q этот вклад подавлен степенью  $(m_p/Q)^2$ , здесь масса протона  $m_p$  включена как единственная доступная размерная величина (можно также использовать фундаментальный масштаб КХД  $\Lambda_{QCD}$ , но численно это в любом случае величина порядка 1 ГэВ). Поэтому во взаимодействиях, удерживающих протон как целое, преобладают мягкие обмены с виртуальностью Qпорядка  $m_p$ . Согласно принципу неопределённости Гейзенберга типичный временной масштаб этих обменов



Рис. 2. Глюонный обмен внутри протона.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Тот факт, что глюонное взаимодействие уменьшается при больших Q, играет фундаментальную роль в этом доказательстве. В противном случае нельзя было бы использовать партонную теорию!

имеет порядок  $1/m_{\rm p}$ : это время, в течение которого могут существовать флуктуации виртуальности порядка m<sub>p</sub>. В лабораторной системе, в которой протон движется с энергией Е, имеет место лоренцевское замедление этого времени:  $\tau \sim \gamma/m_{\rm p} = E/m_{\rm p}^2$ . Если мы зондируем протон фотоном вне массовой поверхности, то взаимодействие происходит в течение ограниченного времени жизни виртуального фотона, которое снова, согласно принципу неопределённости, определяется обратной виртуальностью. Предположим, что виртуальность  $Q \gg m_{\rm p}$ . В этом случае, когда фотон проникает "внутрь" протона и встречается с кварком, у рассеянного кварка не хватает времени для того, чтобы согласовать когерентный ответ с остальными кварками, так как время, необходимое для его "разговора" с партнёрами, слишком велико по сравнению со временем его взаимодействия с фотоном. В результате у рассеянного кварка нет другого выбора, кроме как взаимодействовать с фотоном подобно свободной частице.

Рассмотрим более детально, что происходит во время такого процесса. На рисунке 3 мы видим протон перед жёстким столкновением с фотоном с виртуальностью Q. Для глюонов, испущенных с виртуальностью q > 0, велика вероятность быть поглощёнными тем же кварком, так как время их жизни очень мало. Их вклад в процесс может быть вычислен в пертурбативной КХД, поскольку виртуальность является достаточно большой и находится в области, где пертурбативные вычисления имеют смысл. Так как после поглощения глюона состояние кварка остаётся неизменным, то учёт вклада глюонов приводит только к общей перенормировке волновой функции — они не оказывают воздействия на кварковую плотность. Однако время жизни глюона, излучённого с виртуальностью q < Q, больше, чем время, необходимое кварку для взаимодействия с фотоном, и пока глюон пытается воссоединиться со своим материнским кварком, кварк выталкивается фотоном и его уже нет. Так как глюон забрал часть импульса кварка, доля импульса кварка х, с которым он вступает во взаимодействие с фотоном, отличается от той, которую он имел ранее, что влияет на его плотность f(x). Кроме того, когда величина q порядка 1 ГэВ, состояние кварка невозможно рассчитать в рамках пертурбативной КХД. Это состояние зависит от внутренней волновой функции протона, которую пертурбативная КХД не способна предсказать. Мы можем, однако, сказать, что волновая функция протона, а следовательно, и состояние "свободного" кварка определяются динамикой мягкого глюонного обмена внутри самого протона. Поскольку временной масштаб этой динамики велик по сравнению со временем взаимодействия фотон – кварк, мы можем уверенно утверждать,



Рис. 3. Испускание глюонов на разных масштабах перед жёстким столкновением.

что фотонное "зондирование" — это хорошая аппроксимация для статического снимка внутренней конфигурации протона. Другими словами, состояние кварка было приготовлено задолго до прибытия фотона. Это также предполагает, что состояние кварка не будет зависеть от природы внешнего пробника при условии, что время жёсткого взаимодействия очень мало по сравнению со временем, необходимым кварку для собственного восстановления. В результате, если бы мы могли осуществить какие-либо измерения состояния кварка, скажем, посредством пробного виртуального фотона, то тогда мы смогли бы использовать эти измерения для предсказаний взаимодействий протона с любым другим пробником (например, виртуальным W или даже глюоном из противоположного пучка адронов). В этом состоит суть универсальности партонных распределений.

Представленная выше картина приводит к важному результату: то, какие глюоны вновь поглощаются, а какие нет, зависит от величины Q жёсткого пробника. В результате партонная плотность f(x) оказывается зависящей от Q. Это иллюстрируется на рис. 4.

Время жизни глюона, испущенного на характерном масштабе  $\mu$ , достаточно мало, для того чтобы он поглотился до столкновения с фотоном с виртуальностью  $Q < \mu$ , но слишком велико для фотона с виртуальностью  $Q > \mu$ . Поэтому при переходе от  $\mu \ge Q$  партонная плотность f(x) изменяется. Это изменение мы можем легко описать следующим образом:

$$f(x,Q) = f(x,\mu) + \int_{x}^{1} dx_{in} f(x_{in},\mu) \int_{\mu}^{Q} dq^{2} \times \int_{0}^{1} dy \mathcal{P}(y,q^{2}) \,\delta(x-yx_{in}) \,.$$
(3)

Здесь мы получаем плотность на масштабе Q за счёт добавления к f(x) на масштабе  $\mu$  (которая обозначена как  $f(x,\mu)$ ) всех испускающих глюоны кварков с импульсами  $x_{in} > x$ , которые содержали доли импульса протона  $x = yx_{in}$ . Функция  $\mathcal{P}(y, Q^2)$  описывает "вероятность" того, что кварк испустит глюон на масштабе Q, сохранив долю y своего импульса. Эта доля не зависит от деталей жёсткого процесса, она просто описывает излучение из свободного кварка, подверженного взаимодействию с виртуальностью Q. Так как f(x, Q) не зависит от  $\mu$  ( $\mu$  используется в нашей аргументации просто как относительный масштаб), полная производная по  $\mu$  правой части равенства должна исчезнуть, что приведёт к следующему уравнению:

$$\frac{\mathrm{d}f(x,Q)}{\mathrm{d}\mu^2} = 0 \quad \Rightarrow \frac{\mathrm{d}f(x,\mu)}{\mathrm{d}\mu^2} = \int_x^1 \frac{\mathrm{d}y}{y} f(y,\mu) \,\mathcal{P}\left(\frac{x}{y},\,\mu^2\right). \tag{4}$$



Рис. 4. Масштабная зависимость глюонной эмиссии во время жёсткого столкновения.

Размерный анализ и то, что интенсивность испускания глюонов пропорциональна квадрату константы связи КХД, позволяют написать:

$$\mathcal{P}(x,Q^2) = \frac{\alpha_{\rm s}}{2\pi} \frac{1}{Q^2} P(x) , \qquad (5)$$

откуда следует уравнение Докшицера – Грибова – Липатова – Альтарелли – Паризи (ДГЛАП) [12–14]:

$$\frac{\mathrm{d}f(x,\mu)}{\mathrm{d}\log\mu^2} = \frac{\alpha_{\rm s}}{2\pi} \int_x^1 \frac{\mathrm{d}y}{y} f(y,\mu) P_{\rm qq}\left(\frac{x}{y}\right). \tag{6}$$

Так называемая функция расщепления  $P_{qq}(x)$  может быть вычислена в пертурбативной КХД. Индекс qq показывает, что x относится к доле импульса, сохранённой кварком после испускания глюона.

В общем случае необходимо рассматривать дополнительные процессы. Например, необходимо учесть случаи, в которых взаимодействие кварка с фотоном возникает вследствие расщепления глюона. Этот вариант показан на рис. 5: диаграмма на рис. 5а соответствует рассмотренному выше случаю, а диаграмма на рис. 5б процессам, в которых у испущенного глюона есть время распасться на qq-пару и один из этих кварков как раз и взаимодействует с фотоном. Полное эволюционное уравнение, учитывающее эффект глюонного расщепления, имеет вид

$$\frac{\mathrm{d}q(x,Q)}{\mathrm{d}t} = \frac{\alpha_{\rm s}}{2\pi} \int_{x}^{1} \frac{\mathrm{d}y}{y} \left[ q(y,Q) P_{\rm qq}\left(\frac{x}{y}\right) + g(y,Q) P_{\rm qg}\left(\frac{x}{y}\right) \right], \tag{7}$$

где  $t = \log Q^2$ .

Для внешних пробников, взаимодействующих с глюонами (например, внешнего глюона, приходящего, скажем, из налетающего протона), получается аналогичная эволюция глюонной плотности (рис. 6):

$$\frac{\mathrm{d}g(x,Q)}{\mathrm{d}t} = \frac{\alpha_{\mathrm{s}}}{2\pi} \int_{x}^{1} \frac{\mathrm{d}y}{y} \left[ g(y,Q) P_{\mathrm{gg}}\left(\frac{x}{y}\right) + \sum_{q,\bar{q}} q(y,Q) P_{\mathrm{gq}}\left(\frac{x}{y}\right) \right].$$
(8)



Рис. 5. Процессы, приводящие к изменению кварковой плотности.



Рис. 6. Процессы, приводящие к изменению глюонной плотности.

В лидирующем порядке (ЛП) теории возмущений явное вычисление функции расщепления  $P_{ij}(x)$  (см., например, [8]) даёт следующее выражение<sup>2</sup>:

$$P_{\rm qq}(x) = P_{\rm gq}(1-x) = C_{\rm F} \, \frac{1+x^2}{1-x} \,, \tag{9}$$

$$P_{\rm qg}(x) = \frac{1}{2} \left[ x^2 + (1-x)^2 \right], \tag{10}$$

$$P_{\rm gg}(x) = 2C_{\rm A} \left[ \frac{1-x}{x} + \frac{x}{1-x} + x(1-x) \right], \tag{11}$$

где  $C_{\rm F} = (N_{\rm c}^2 - 1)/2N_{\rm c}$  и  $C_{\rm A} = 2N_{\rm c}$  — инварианты Казимира фундаментального и присоединённого представлений группы SU $(N_{\rm c})$  (для КХД  $N_{\rm c} = 3$ ). Далее мы установим некоторые основные свойства эволюции ФРП и приведём несколько конкретных примеров.

Конечно, факторизация, данная соотношением (1), не может описать все явления в адронных столкновениях. Такие процессы, как упругое рассеяние или мягкие столкновения, не могут быть описаны в терминах кварков и глюонов, поскольку они происходят за счёт структуры протона на больших расстояниях. Кроме того, для описания таких процессов, как жёсткая дифракция, может потребоваться модификации этого простого факторизационного соотношения. Более того, для ДГЛАП-эволюции партонных плотностей требуется также модификация, когда х настолько мало, что  $\alpha_{\rm s} \log 1/x$  порядка единицы, или когда глюонная плотность становится настолько большой, что оказывается возможной глюонная рекомбинация. Так как процессы, которые рассматриваются в нашем обзоре, не относятся к этим случаям, далее мы не будем обсуждать эти вопросы.

### 2.2. Общие свойства эволюции партонной плотности

Определяя моменты произвольной функции g(x) следующим образом:

$$g_n = \int_0^1 \frac{\mathrm{d}x}{x} \, x^n \, g(x) \,,$$

легко доказать, что эволюционные уравнения для моментов превращаются в обычные линейные дифференциальные уравнения:

$$\frac{\mathrm{d}f_{i}^{(n)}}{\mathrm{d}t} = \frac{\alpha_{\rm s}}{2\pi} \left[ P_{\rm qq}^{(n)} f_{i}^{(n)} + P_{\rm qg}^{(n)} f_{\rm g}^{(n)} \right],\tag{12}$$

$$\frac{\mathrm{d}f_{\rm g}^{(n)}}{\mathrm{d}t} = \frac{\alpha_{\rm s}}{2\pi} \left[ P_{\rm gg}^{(n)} f_{\rm g}^{(n)} + P_{\rm gq}^{(n)} f_{\rm i}^{(n)} \right].$$
(13)

Удобно ввести понятия *валентных* V(x, t) и *синглетных*  $\Sigma(x, t)$  плотностей:

$$V(x) = \sum_{i} f_i(x) - \sum_{\overline{i}} f_{\overline{i}}(x), \qquad (14)$$

$$\Sigma(x) = \sum_{i} f_i(x) + \sum_{\bar{i}} f_{\bar{i}}(x), \qquad (15)$$

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Выражение, приведённое здесь, строго применимо только в случае  $x \neq 1$ . Требующаяся незначительная доработка для распространения его на случай x = 1 будет проведена и обоснована в разделе 2.2.

$$\frac{\mathrm{d}V^{(n)}}{\mathrm{d}t} = \frac{\alpha_{\rm s}}{2\pi} P_{\rm qq}^{(n)} V^{(n)} \,, \tag{16}$$

$$\frac{\mathrm{d}\Sigma^{(n)}}{\mathrm{d}t} = \frac{\alpha_{\rm s}}{2\pi} \left[ P_{\rm qq}^{(n)} \Sigma^{(n)} + 2n_{\rm f} P_{\rm qg}^{(n)} f_{\rm g}^{(n)} \right],\tag{17}$$

$$\frac{\mathrm{d}f_{g}^{(n)}}{\mathrm{d}t} = \frac{\alpha_{\rm s}}{2\pi} \left[ P_{\rm gq}^{(n)} \Sigma^{(n)} + P_{\rm gg}^{(n)} f_{\rm g}^{(n)} \right].$$
(18)

Заметим, что уравнение для валентной плотности становится независимым от уравнений эволюции глюонных и синглетных плотностей, которые связаны между собой. И это физически очень разумно, так как в пертурбативной теории вклад в кварковые и антикварковые плотности от эволюции глюонов (вследствие их распада на qq̄пары) одинаков и он сократится при определении валентных кварков. Поэтому валентность развивается за счёт испускания глюонов. И наоборот, глюоны и qq̄-пары в протонном *море* эволюционируют друг в друга.

протонном *море* эволюционируют друг в друга. Первый момент V(x),  $V^{(1)} = \int_0^1 dx V(x)$ , подсчитывает число валентных кварков. Поэтому мы ожидаем, что он не зависит от  $Q^2$ :

$$\frac{\mathrm{d}V^{(1)}}{\mathrm{d}t} \equiv 0 = \frac{\alpha_{\rm s}}{2\pi} P_{\rm qq}^{(1)} V^{(1)} = 0.$$
(19)

Так как  $V^{(1)}$  отличен от нуля, мы получаем ограничение на первый момент функции расщепления:  $P_{qq}^{(1)} = 0$ . Это ограничение выполняется за счёт включения эффекта виртуальных поправок, которые дают вклад в  $P_{qq}(z)$ пропорциональный  $\delta(1-z)$ . Эти поправки вводятся в  $P_{qq}(z)$  путём её реинтерпретации как распределения:

$$P_{qq}(z) \rightarrow \left(\frac{1+z^2}{1-z}\right)_+,$$
 (20)

где так называемое +-распределение соответствует функции (обобщённой) g(x), определённой как

$$\int_{0}^{1} [g(x)]_{+} f(x) \, \mathrm{d}x \equiv \int_{0}^{1} g(x) [f(x) - f(1)] \, \mathrm{d}x \,. \tag{21}$$

Тогда по определению  $\int_{0}^{1} dz P_{qq}(z) = 0$  и валентное правило сумм выполняется при всех  $Q^{2}$ .

Другое правило сумм, которое не зависит от  $Q^2$ , импульсное правило сумм, которое накладывает следующее ограничение: полный импульс протона переносится его конституентами (валентными кварками, морскими кварками и глюонами):

$$\int_{0}^{1} \mathrm{d}x \, x \left( \sum_{i, \bar{i}} f_{i}(x) + f_{g}(x) \right) \equiv \Sigma^{(2)} + f_{g}^{(2)} = 1 \,. \tag{22}$$

Ещё раз обратим внимание на то, что это соотношение должно выполняться для всех значений  $Q^2$  и, используя эволюционные уравнения, можно показать, что

$$P_{\rm qq}^{(2)} + P_{\rm gq}^{(2)} = 0, \qquad (23)$$

$$P_{\rm gg}^{(2)} + 2n_{\rm f} P_{\rm qg}^{(2)} = 0.$$
 (24)

Используя определение второго момента и явные выражения для функций расщепления  $P_{qq}$  и  $P_{gq}$ , можно убедиться, что первое условие удовлетворяется автоматически. Второе условие выполняется за счёт включения в глюонный пропагатор виртуальных эффектов, которые добавляют слагаемое, пропорциональное  $\delta(1-x)$ . Легко убедиться в том, что конечная форма функции расщепления  $P_{gg}(x)$ , удовлетворяющей соотношению (24), имеет вид

$$P_{gg} \to 2C_{A} \left\{ \frac{x}{(1-x)_{+}} + \frac{1-x}{x} + x(1-x) \right\} + \delta(1-x) \left[ \frac{11C_{A} - 2n_{f}}{6} \right].$$
(25)

#### 2.3. Решение эволюционных уравнений

Эволюционные уравнения, сформулированные в разделе 2.2, могут быть решены аналитически в импульсном пространстве. Граничные условия даются моментами партонных плотностей на данном масштабе  $\mu$ , при которых в принципе они могут быть получены из прямых измерений. Тогда решения при различных значениях Qможно получить, обратив выражение для моментов назад в *x*-пространство. Полученные эволюционирующие плотности затем могут быть использованы для вычисления сечений для произвольного процесса, включающего адроны, при произвольном масштабе Q. Здесь мы ограничимся рассмотрением некоторых свойств аналитических решений, а также приведём и прокомментируем некоторые имеющиеся в литературе графики, полученные численно.

Легко показать, что решение эволюционного уравнения для валентной плотности имеет следующий вид:

$$V^{(n)}(Q^{2}) = V^{(n)}(\mu^{2}) \left(\frac{\log Q^{2}/\Lambda^{2}}{\log \mu^{2}/\Lambda^{2}}\right)^{P_{qq}^{(n)}/2\pi b_{0}} =$$
$$= V^{(n)}(\mu^{2}) \left[\frac{\alpha_{s}(\mu^{2})}{\alpha_{s}(Q^{2})}\right]^{P_{qq}^{(n)}/2\pi b_{0}},$$
(26)

где для получения правильного результата необходимо учесть бег  $\alpha_s(\mu^2)$ . Так как все моменты  $P^{(n)}$  отрицательны, эволюция к большим значениям Q делает распределение валентных кварков всё мягче и мягче. И это физически разумно, поскольку единственное, что могут валентные кварки, — это терять энергию вследствие излучения глюонов.

Решения для глюонного и синглетного распределений  $f_{\rm g}$  и  $\Sigma$  могут быть получены с помощью диагонализации  $2 \times 2$ -системы в (17) и (18). Мы рассмотрим случай второго момента, который соответствует долям импульса, переносимым по отдельности кварками и глюонами. В асимптотическом пределе  $\Sigma^{(2)}$  выходит на константу и  $d\Sigma^{(2)}/dt = 0$ . Используя импульсное правило сумм, получим

$$P_{qq}^{(2)} \Sigma^{(2)} + 2n_{\rm f} P_{qg}^{(2)} f_{\rm g}^{(2)} = 0, \qquad (27)$$

$$\Sigma^{(2)} + f_{\sigma}^{(2)} = 1.$$
<sup>(28)</sup>

Решение этой системы имеет вид

$$\Sigma^{(2)} = \frac{1}{1 + 4C_{\rm F}/n_{\rm f}} \left( = \frac{15}{31} \text{ при } n_{\rm f} = 5 \right),$$
 (29)

$$f_{\rm g}^{(2)} = \frac{4C_{\rm F}}{4C_{\rm F} + n_{\rm f}} \left( = \frac{16}{31} \quad \text{при} \ n_{\rm f} = 5 \right). \tag{30}$$

Таким образом, доля импульса, переносимого глюонами, приблизительно равна 50 % от импульса всего протона. Интересно отметить, что величина в 50 % получена экспериментально уже при достаточно низких значениях Q. Первый глубоконеупругий ер-эксперимент, который продемонстрировал возможность присутствия кварков в протоне, фактически обнаружил, что только около 50 % протонного импульса переносится заряженными конституентами. Это явилось одним из первых свидетельств в пользу существования глюонов. Примерное совпадение значения при низких энергиях с асимптотическим тем не менее является достаточно случайным и представляет собой результат частичного замедления эволюции по  $Q^2$  и возрастания значения  $n_f$  при пересечении порогов тяжёлых кварков.

# 2.4. Пример: количественная эволюция партонных плотностей

Как отмечалось ранее, полное решение для эволюционирующих партонных плотностей в *х*-пространстве может быть найдено только с помощью численного анализа. Это решение, которое было получено несколькими группами (см. [15, 16]), постоянно уточняется [17–21] посредством включения наиболее современных экспериментальных результатов, используемых для определения вводимых плотностей при фиксированном масштабе. На рисунке 7а показано распределение плотности валентного импульса и-кварка при различных Q, полученное в одном из этих исследований. Отметим смягчение импульсной плотности на больших масштабах и явную эволюцию как  $\log Q^2$ . При увеличении  $Q^2$  валентные кварки излучают сильнее, так как они начинают чаще менять направление (увеличивается ускорение). Поэтому они теряют больший импульс на излучение глюонов и их спектр становится более размазанным. Наиболее вероятная доля импульса, переносимая валентным и-кварком в протоне, изменяется от  $x \sim 20$ % при Q = 3 ГэВ до  $x \leq 10$ % при Q = 1000 ГэВ. Наконец, заметим, что плотность стремится к нулю при малых x.

На рисунке 76 представлена плотность глюонного импульса. Она возрастает при малых x приблизительно как  $g(x) \sim 1/x^{1+\delta}$ , и  $\delta > 0$  медленно увеличивается при больших  $Q^2$ . Возрастание при малых x обусловлено пропорциональной 1/x вероятностью испускания глюонов, которая обсуждалась в разделе 2.3 и которая представлена множителями 1/x в функциях расщепления  $P_{gq}(x)$  и  $P_{gg}(x)$ . При возрастании  $Q^2$  увеличивается число глюонов при малых x в результате возрастания излучения как из кварков, так и из более тяжёлых глюонов.

На рисунке 8а показана эволюция плотности импульса морского u-кварка. Её форма и эволюция соответствуют глюонной плотности вследствие того факта,



Рис. 7. (а) Распределение импульсной плотности валентного и-кварка для разных Q. (б) Распределение импульсной плотности глюонов.



**Рис. 8.** (а) Распределение импульсной плотности морского u-кварка для разных *Q*. (б) Распределение импульсной плотности для нескольких типов партонов при *Q* = 1000 ГэВ.



Рис. 9. Неопределённость в функциях партонной светимости на Тэватроне [22].



что морские кварки появляются при расщеплении глюонов. Так как вероятность глюонного расщепления

пропорциональна  $\alpha_s$ , приблизительное соотношение sea/gluon ~ 0,1, которое можно получить, сравнив рис. 7 и 8, вполне обосновано.

Наконец, распределения импульсной плотности для глюонов, морских u-, с-кварков и валентных u-кварков показаны для случая Q = 1000 ГэВ на рис. 8б. Отметим, что эти распределения для u<sub>sea</sub>- и с-кварков практически совпадают при очень больших Q и малых x (см. подробнее в разделе 2.5). Импульс протона в основном распределён между валентными кварками и глюонами. Вклад морских кварков исчезающе мал.

Партонные плотности извлекаются из экспериментальных данных. Поэтому на их определение влияют статистические и систематические неопределённости экспериментов и теоретического анализа (например, трактовка непертурбативных эффектов, влияние неучтённых пертурбативных поправок высших порядков). Недавно были представлены методы учёта этих погрешностей и вычисления их влияния на конкретные наблюдаемые. Итог такого анализа [22] дан на рис. 9 (для Тэватрона) и 10 (для LHC). Представлены графики полос погрешностей партонных светимостей<sup>3</sup>, соответствующих различным каналам исходных состояний, таким как gg, qg или qq. Партонный поток даётся как функция от ŝ, инвариантной массы партонов в системе центра масс (СЦМ). Основной чертой является возрастание неопределённости gg-плотности при большой массе, связанное с недостатком данных для глюонной плотности в области больших х. В результате заметим, что неопределённость в интенсивности образования, например,  $gg \rightarrow t\bar{t}$  на LHC меньше, чем на Тэватроне, так как данный диапазон масс (немного больше, чем

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> Определение партонной светимости см. в разделе 4.1.

 $2m_{\rm t} \sim 350 \ \Gamma$ эВ) соответствует на LHC глюонным плотностям в более исследованных областях *х*.

# 2.5. Пример: чармониевое состояние, содержащееся в протоне

Если виртуальность внешнего пробника достаточно велика, то время жёсткого взаимодействия настолько мало, что глюонные флуктуации в виртуальный тяжёлый кварк могут проявиться непосредственно и виртуальные тяжёлые кварки (очарованные кварки в нашем примере) могут выйти на массовую поверхность при взаимодействии с фотоном (рис. 11). Поэтому внешнему фотону будет казаться, что в протоне содержится некоторое чармониевое состояние. В то время как в случае глюонов и лёгких кварков граничные условия для ДГЛАП-эволюции при малых Q непертурбативны и не могут быть определены из первых принципов, в случае тяжёлого кварка Q граничное условие  $f_{\rm O}(x, Q_0) = 0$ выполняется на масштабе  $Q_0 \sim m_Q$ , который достаточен для применения теории возмущений. Чармониевая плотность может быть вычислена в допущении, что плотность тяжёлых кварков равняется нулю при  $Q \sim m_c$ , согласно уравнению эволюции ДГЛАП:

$$\frac{\mathrm{d}c(x,Q)}{\mathrm{d}t} = \frac{\alpha_{\rm s}}{2\pi} \int_{x}^{1} \frac{\mathrm{d}y}{y} g(y,Q) P_{\rm qg}\left(\frac{x}{y}\right). \tag{31}$$

Предполагая, что глюонная плотность ведёт себя как  $g(x,Q) \sim A/x$ , что является первым приближением для спектра тормозного излучения, можно легко вычис-



Рис. 11. Глюонная эволюция, приводящая к появлению чармониевого содержания в протоне.

ЛИТЬ

$$\frac{\mathrm{d}c(x,Q)}{\mathrm{d}t} = \frac{\alpha_{\mathrm{s}}}{2\pi} \int_{x}^{1} \frac{\mathrm{d}y}{y} g\left(\frac{x}{y},Q\right) P_{\mathrm{qg}}(y) =$$
$$= \frac{\alpha_{\mathrm{s}}}{2\pi} \int_{x}^{1} \mathrm{d}y \,\frac{A}{x} \frac{1}{2} \left[y^{2} + (1-y)^{2}\right] = \frac{\alpha_{\mathrm{s}}}{6\pi} \frac{A}{x} \,, \quad (32)$$

$$c(x,Q) \sim \frac{\alpha_{\rm s}}{6\pi} \log\left(\frac{Q^2}{m_{\rm c}^2}\right) g(x,Q)$$
. (33)

Поэтому чармониевая плотность пропорциональна глюонной с точностью до общего фактора, пропорционального  $\alpha_s$ . Когда Q становится очень большим, влияние кварковой массы оказывается второстепенным и предполагается, что все морские кварки асимптотически приближаются к такой же плотности.

Несмотря на то, что такой подход к оценке плотности тяжёлых кварков в протоне является упрощённым, полученное приближение оказывается достаточно точным. Это отражено на рис. 12, где ФРП для с и b (чарма и боттома), вычисленные из (33), сравниваются с результатом, полученным из полного набора ФПР. Сплошные гистограммы показывают точный результат для трёх значений эволюционного масштаба О. Ромбами обозначены результаты приближённых вычислений. Заметим, что наилучшее согласие достигается при малых x и меньших значениях *Q*. При больших *х* точность приближённых вычислений ухудшается, так как становится несправедливым допущение  $g(x) \sim 1/x$ . При увеличении Q точный результат становится меньше приближённого, так как в последнем пренебрегается потерями импульса из-за увеличения глюонного излучения (т.е. вкладом в эволюционное уравнение, пропорциональным  $P_{qq}(y) Q(x/y)$ ). Конечно, любое точное вычисление сечения, учитывающее тяжёлые кварки в начальном состоянии, требует использования точных результатов, но интересно заметить, что даже в таком сложном процессе можно установить полезное аналитическое приближение, которое способно давать неплохие оценки по порядку величины!

### 3. Эволюция кварков и глюонов в конечном состоянии

В разделе 2 мы обсудили эволюцию кварков и глюонов начального состояния, когда протон приближается к



Рис. 12. ФРП для с и b (чарма и боттома), полученная из точных и приближённых вычислений.

жёсткому соударению. Здесь мы изучим, как кварки и глюоны, появившиеся из жёсткого процесса, эволюционируют и в конце концов превращаются в адроны, нейтрализуя свой цвет. Сначала рассмотрим простейший случай: е<sup>+</sup>е<sup>-</sup>-столкновения, обеспечивающие наилучшие условия для изучения приложений КХД при высоких энергиях. Это та область, в которой теоретические вычисления проведены наиболее подробно и для которой имеются наиболее точные экспериментальные данные, в особенности благодаря огромной статистике, накопленной на LEP, LEP2 и SLC (Stanford Linear Collider). Ключевым процессом является аннигиляция  $e^+e^-$ -пары в виртуальный фотон или  $Z^0$ -бозон, которые затем распадаются на  $q\bar{q}$ -пару. Поэтому  $e^+e^-$ -столкновения имеют большое преимущество, поскольку обеспечивают почти точечный источник кварковых пар, в отличие от взаимодействий с участием адронов в начальном состоянии, и мы, по крайней мере, очень точно знаем состояние кварков в начале процесса взаимолействия.

Тем не менее совершенно не очевидно, что этой информации достаточно для предсказания свойств конечного адронного состояния. Мы знаем, что этим адронным состоянием является не просто qq̄-пара, а некоторый набор адронов с большой множественностью. Например, как показано на рис. 13, средняя множественность заряженных адронов в распаде Z<sup>0</sup> равна приблизительно 20. Поэтому не очевидно, что результаты вычисления на основе простой картины  $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$  (рис. 14) будут иметь что-то общее с реальностью. Например, можно поинтересоваться, почему не нужно вычислять



**Рис. 13.** Распределение множественности заряженных частиц в распаде  $Z^0$ .



**Рис. 14.** Образование на древесном уровне  $q\bar{q}$ -пар в  $e^+e^-$ -столкновениях.

 $\sigma(e^+e^- \to q\bar{q}g...g...)$  для всех возможных глюонных множественностей, чтобы получить точную оценку  $\sigma(e^+e^- \to a a p o h a b)$ . И так как в любом случае конечное состояние построено не из q и g, а из  $\pi$ , K,  $\rho$  и т.д., почему можно ограничиться только  $\sigma(e^+e^- \to q\bar{q}g...g)$ ?

Решение этой загадки находится как в вопросе о временном и энергетическом масштабах, так и в динамике КХД. Когда рождается qq-пара, сила, связывающая q и  $\bar{q}$ , пропорциональна  $\alpha_s(s)$  ( $\sqrt{s}$  — энергия  $e^+e^-$  в СЦМ). Поэтому эта сила слаба и q и q ведут себя почти как свободные частицы. Излучение, испущенное в первое мгновение после рождения пары, также пертурбативно, и оно будет оставаться таким до тех пор, пока время, прошедшее после взаимодействия, не станет порядка (1 ГэВ)-1, когда начинается излучение с длинами волн  $\gtrsim (1 \ \Gamma \Im B)^{-1}$ . На этом масштабе константа связи велика и начинают играть роль непертурбативные явления и адронизация. Однако, как будет показано, эмиссия цвета во время пертурбативной эволюции организуется таким образом, чтобы формировать нейтральные по цвету лёгкие партонные кластеры, хорошо локализованные в фазовом пространстве. В результате полная цветовая нейтрализация (т.е. адронизация) не включает в себя взаимодействия на больших расстояниях между партонами, удалёнными в фазовом пространстве. Это очень важно, так как силы, действующие между цветными объектами, в таком временном масштабе будут огромны. Если бы пертурбативная эволюция разводила на большие расстояния цветовые синглетные qq-пары, то взаимодействия в конечном состоянии, имеющие место во время фазы адронизации, полностью расстроили бы структуру конечного состояния.

Согласно такому представлению идентификация пертурбативного сечения  $\sigma(e^+e^- \rightarrow q\bar{q})$  с наблюдаемым адронным конечным состоянием с большой множественностью осуществляется с помощью струй, т.е. коллимированных потоков адронов, которые являются результатами пертурбативной и непертурбативной эволюции каждого кварка.

Большая множественность конечных состояний, показанная на рис. 13, связана со многими частицами, которые возникают из коллинеарного излучения многих глюонов каждым кварком. Динамика этих эмиссий приводит к тому, что частицы главным образом следуют направлению первоначального кварка и возникающий пучок, струя, наследует кинематику первичного кварка. Это представлено на рис. 15а. Трёхструйные события, показанные на рис. 15б, появляются из  $O(\alpha_s)$ -поправок к древесному процессу, т.е. таких диаграмм, которые приведены на рис. 16.

Важным дополнительным результатом этой "предконфайнментной" эволюции является то, что полностью утрачивается память о том, откуда появляются локальные нейтральные по цвету кластеры. Поэтому можно предположить, что свойства адронизации универсальны: модель, объясняющая адронизацию с заданной энергией, будет также хорошо работать и при какой-то другой энергии. Более того, проходит так много времени с момента создания исходной пары  $q\bar{q}$ , что фаза адронизации не может заметно влиять на полный выход адронов. Пертурбативные поправки за счёт эмиссии первых тяжёлых партонов должны быть вычислимы в теории возмущений, обеспечивая осмысленный конечный результат для сечения.



Рис. 15. Экспериментальная картина двух- и трёхструйных конечных состояний после е<sup>+</sup>е<sup>-</sup>-столкновений.



Природа непертурбативных поправок для этой картины также может быть изучена. Можно доказать, например, что лидирующая поправка к полному выходу  $R_{e^+e^-}$  порядка  $F/s^2$ , где  $F \propto \langle 0 | \alpha_s F_{\mu\nu}^a F^{\mu\nu a} | 0 \rangle$  — так называемый глюонный конденсат. Поскольку  $F \sim O(1 \ \Gamma \Rightarrow B^4)$ , то непертурбативные поправки обычно очень малы, например, порядка  $O(10^{-8})$  на  $Z^0$ -пике. Тем не менее поправки, ведущие себя как  $\Lambda^2/s$  или  $\Lambda/\sqrt{s}$ , могут появиться в других менее инклюзивных величинах, например, таких как формы событий или функции фрагментации.

Теперь вернёмся снова к рассмотрению пертурбативной эволюции и в разделе 3.1 дадим обоснование картины, описанной выше.

### 3.1. Мягкая глюонная эмиссия

Излучение мягких глюонов играет фундаментальную роль в эволюции конечного состояния [6, 9]. Мягкие глюоны испускаются с большой вероятностью, поскольку спектр излучения ведёт себя как dE/E, что типично для тормозного излучения, так хорошо знакомого из квантовой электродинамики (КЭД). Мягкие глюоны становятся источником для основной части множественности конечных адронов. Изучение эмиссии мягких глюонов облегчается благодаря их простой связи. Являясь мягкими (т.е. имея большую длину волны), глюоны оказываются невосприимчивыми к деталям динамики на очень коротких расстояниях: они не могут различить элементы взаимодействий, которые имеют место на временных масштабах меньших, чем их длина волны. Они также нечувствительны к спину партонов: единственным свойством, которое они воспринимают, является цветной заряд. Для того чтобы это доказать, рассмотрим испускание мягких глюонов в распаде виртуального

фотона на qq-пару:



$$A_{\text{soft}} = \bar{u}(p) \epsilon(k) (\text{ig}) \frac{-i}{\not p + \not k} \Gamma^{\mu} v(\bar{p}) \lambda_{ij}^{a} + + \bar{u}(p) \Gamma^{\mu} \frac{i}{\not p + \not k} (\text{ig}) \epsilon(k) v(\bar{p}) \lambda_{ij}^{a} = = \left[ \frac{g}{2pk} \bar{u}(p) \epsilon(k) (\not p + \not k) \Gamma^{\mu} v(\bar{p}) - - \frac{g}{2\bar{p}k} \bar{u}(p) \Gamma^{\mu} (\not p + \not k) \epsilon(k) v(\bar{p}) \right] \lambda_{ij}^{a}.$$
(34)

Для описания вершины взаимодействия с фотоном использован общий символ  $\Gamma_{\mu}$ , чтобы подчеркнуть, что последующие манипуляции не зависят от конкретного вида  $\Gamma_{\mu}$ . В частности,  $\Gamma_{\mu}$  может представлять собой произвольно сложный вершинный формфактор. Пренебрегая фактором k в числителях (так как  $k \ll p, \bar{p}$  по определению мягкости) и используя уравнения Дирака, получаем

$$A_{\rm soft} = g\lambda_{ij}^{a} \left(\frac{p\epsilon}{pk} - \frac{\bar{p}\epsilon}{\bar{p}k}\right) A_{\rm Born} \,. \tag{35}$$

Таким образом, мы заключаем, что излучение мягких глюонов может быть представлено как произведение эмиссионного параметра и борновской амплитуды. Отсюда можно извлечь общие правила Фейнмана для излучения мягких глюонов:

$$\underbrace{p, j}_{p, i} \underbrace{p, i}_{p, i} = g\lambda_{ij}^a 2p^{\mu}.$$
(36)

Аналогично приходим к правилам мягкой эмиссии  $g \to gg$ :

$$c, \mathbf{v} = \operatorname{ig} f^{abc} 2p^{\mu} g^{\nu \rho}.$$
(37)

Теперь рассмотрим распад виртуального глюона на кварковую пару. Необходимо добавить ещё одну диаграмму к рассмотренным в случае электромагнитного распада. Тот факт, что кварковая пара не является более синглетом по цвету, делает всё немного интереснее:



Два последних слагаемых соответствуют двум возможным путям, по которым цвет может перетекать в этом процессе:



Основой для таких представлений цветовых потоков является следующая диаграмма, которая делает явной связь между цветами кварков, антикварков и глюонов, входящих к КХД-вершину:



Поэтому мы можем обозначить глюон двойной линией: одна линия несёт цвет, наследуемый от кварка, другая антицвет, наследуемый от антикварка. На первой из диаграмм (39) антиварк (цветовой индекс j) связан по цвету с мягким глюоном (цветовой индекс b), а кварк (цветовой индекс i) связан с распадающимся глюоном (цветовой индекс a). Во втором случае порядок обратный. Эти два эмиссионных фактора соответствуют испусканию мягкого глюона из антикварковой и кварковой линий соответственно. При возведении в квадрат полной амплитуды и суммировании по начальным и конечным цветовым состояниям интерференция между этими двумя частями подавляется сильнее (как  $1/N^2$ ) по сравнению с подавлением каждого из квадратов:

$$\sum_{a,b,i,j} \left| (\lambda^a \lambda^b)_{ij} \right|^2 = \sum_{a,b} \operatorname{tr}(\lambda^a \lambda^b \lambda^b \lambda^a) =$$
$$= \frac{N^2 - 1}{2} C_{\mathrm{F}} = O(N^3) , \qquad (41)$$

$$\sum_{a,b,i,j} (\lambda^a \lambda^b)_{ij} [(\lambda^b \lambda^a)_{ij}]^* = \sum_{a,b} \operatorname{tr}(\lambda^a \lambda^b \lambda^a \lambda^b) =$$
$$= \frac{N^2 - 1}{2} \underbrace{\left(C_{\mathrm{F}} - \frac{C_{\mathrm{A}}}{2}\right)}_{-1/(2N)} = O(N) \,. \tag{42}$$

В результате эмиссия мягкого глюона может быть описана в лидирующем порядке по  $1/N^2$  как некогерентная сумма эмиссий из двух цветовых токов. Возможность разделить эти эмиссии как некогерентные суммы является основным фактом, который позволяет провести последовательное, марковское описание эволюции партонного ливня, как это реализуется при численном моделировании адронных конечных состояний в жёстких столкновениях. Пренебрежение следующими за лидирующим по порядку вкладами является поэтому приближением, свойственным всем этим методам.

# 3.2. Угловое упорядочение для эмиссии мягких глюонов

Результаты, представленные выше, имеют важное следствие для пертурбативной эволюции кварков. Ключевым свойством эмиссии мягких глюонов является так называемое угловое упорядочение (см. о цветной когерентности и её связи с угловым упорядочением в [9, 23]). Это явление заключается в непрерывном уменьшении угла раствора, в который последовательно испускаются мягкие глюоны эволюционирующим кварком. В результате это излучение ограничивается все меньшим и меньшим конусом вокруг направления движения кварка и конечное состояние будет выглядеть как коллимированная струя партонов. Кроме того, структура цветового потока в течение эволюции струи удерживает близко в фазовом пространстве находящиеся в цветосинглетном состоянии qq-пары, тем самым достигается "предконфайнмент" кластеров цветовых синглетов, упоминавшийся выше.

Сначала докажем свойства цветового упорядочения. Рассмотрим qq-пару, рождённую при распаде быстро движущегося виртуального фотона. Амплитуда испускания мягкого глюона дана в (35). Возводя в квадрат, суммируя по цветам и учитывая глюонное фазовое пространство, получим

$$d\sigma_{g} = \sum |A_{\text{soft}}|^{2} \frac{d^{3}k}{(2\pi)^{3}2k^{0}} = \sum |A_{0}|^{2} \frac{-2p^{\mu}\bar{p}^{\nu}}{(pk)(\bar{p}k)} g^{2} \times \times \sum \epsilon_{\mu}\epsilon_{\nu}^{*} \frac{d^{3}k}{(2\pi)^{3}2k^{0}} = = d\sigma_{0} \frac{2(p\bar{p})}{(pk)(\bar{p}k)} g^{2}C_{\text{F}} \left(\frac{d\phi}{2\pi}\right) \frac{k^{0} dk^{0}}{8\pi^{2}} d\cos\theta = = d\sigma_{0} \frac{\alpha_{\text{s}}C_{\text{F}}}{\pi} \frac{dk^{0}}{k^{0}} \frac{d\phi}{2\pi} \frac{1-\cos\theta_{ij}}{(1-\cos\theta_{i})(1-\cos\theta_{jk})} d\cos\theta,$$
(43)

где  $\theta_{\alpha\beta} = \theta_{\alpha} - \theta_{\beta}$ , индексы *i*, *j*, *k* относятся к q-,  $\bar{q}$ - и глюонному направлениям соответственно. Можно записать следующее тождество:

$$\frac{1 - \cos \theta_{ij}}{(1 - \cos \theta_{ik})(1 - \cos \theta_{jk})} =$$

$$= \frac{1}{2} \left( \frac{\cos \theta_{jk} - \cos \theta_{ij}}{(1 - \cos \theta_{ik})(1 - \cos \theta_{jk})} + \frac{1}{1 - \cos \theta_{ik}} \right) +$$

$$+ \frac{1}{2} [i \leftrightarrow j] \equiv W_{(i)} + W_{(j)}.$$
(44)

Нам хотелось бы интерпретировать обе функции,  $W_{(i)}$  и  $W_{(j)}$ , как вероятности излучения из кварковой и антикварковой линий. Каждая из них сингулярна на самом деле только в пределе излучения глюона, параллельного соответствующему кварку:

$$W_{(i)}$$
 конечна, если  $k \parallel j (\cos \theta_{ik} \rightarrow 1)$ , (45)

$$W_{(i)}$$
 конечна, если  $k \parallel i (\cos \theta_{ik} \to 1)$ . (46)

Интерпретация этих функций в качестве вероятностей, однако, ограничена тем, что ни  $W_{(i)}$ , ни  $W_{(j)}$  не являются положительно определёнными. Однако можно легко доказать, что

$$\int \frac{\mathrm{d}\phi}{2\pi} W_{(i)} = \begin{cases} \frac{1}{1 - \cos\theta_{ik}} & \text{при } \theta_{ik} < \theta_{ij}, \\ 0 & \text{при } \theta_{ik} \ge \theta_{ij}, \end{cases}$$
(47)

где интеграл является азимутальным средним вокруг направления импульса q-кварка. Аналогичный результат получается для  $W_{(j)}$ :

$$\int \frac{\mathrm{d}\phi}{2\pi} W_{(j)} = \begin{cases} \frac{1}{1 - \cos\theta_{jk}} & \text{при } \theta_{jk} < \theta_{ij}, \\ 0 & \text{при } \theta_{jk} \ge \theta_{ij}. \end{cases}$$
(48)

В результате излучение мягких глюонов вне двух конусов, полученных при вращении импульса антикварка вокруг импульса кварка и наоборот, в среднем равно нулю. Внутри этих двух конусов можно рассматривать излучение из источников как некоррелированное. Другими словами, эти две цветовые линии, определённые токами кварка и антикварка, действуют как независимые источники, и квантовая когерентность (т.е. эффекты интерференции между двумя диаграммами, дающими вклад в амплитуду глюонного излучения) учитывается ограничением излучения только внутрь этих двух фиксированных конусов.

Простой вывод углового упорядочения, который наглядно раскрывает его физическую природу, может быть получен следующим образом. Рассмотрим рис. 17а, на котором представлена фейнмановская диаграмма излучения глюона кварковой линией. Импульс кварка обозначен как l, импульс глюона — как k,  $\theta$  — угол раствора между кварком и антикварком,  $\alpha$  — угол между ближайшим кварком и испущенным глюоном. Мы будем рассматривать мягкую,  $k^0 \ll l^0$ , и коллинеарную,  $\alpha \ll 1$ , область, дважды логарифмически усиленную. Пропагатор внутреннего кварка p = l + k, который лежит вне массовой поверхности, устанавливает временную шкалу излучения глюона:

$$\Delta t \simeq \frac{1}{\Delta E} = \frac{l^0}{\left(k+l\right)^2} \to \Delta t \simeq \frac{1}{k^0 \alpha^2} .$$
(49)



Рис. 17. Излучение из qq-пар, рождённых виртуальным фотоном.

Для того чтобы различить отдельные кварки, поперечная длина волны глюона  $\lambda_{\perp} = 1/E_{\perp}$  должна быть меньше, чем расстояние между кварками  $b(t) \simeq \theta \Delta t$ , что даёт ограничение  $1/(\alpha k^0) < \theta \Delta t$ . Используя результат (49) для  $\Delta t$ , мы получаем ограничение на угловое распределение:  $\alpha < \theta$ . Излучение глюонов под углом, меньшим  $\theta$ , может различить два отдельных цветных кварка и является разрешённым; излучение с большими углами не видит цветовой заряд и поэтому оказывается подавленным. В процессах с большим числом партонов угол  $\theta$ определяется не по ближайшему партону, а по партону, связанному по цвету (т.е. партону, который образует цветовой синглет с испущенным партоном). На рисунке 17б показана цветовая связь для дд после испускания глюона. Линия цвета начинается на кварке и заканчивается на антикварке. В связи с тем, что глюоны являются цветными октетами, они содержат начало одной линии и конец другой, как показано в (39).

Аналогично можно найти подобное ограничение на угол излучения дополнительного глюона, но на этот раз наложенное на цветовые линии, определяемые ранее установленным излучением. Как показано в разделе 3.1, состояние qqg может быть разложено в ведущем порядке по 1/N на два независимых источника, один даётся цветовой линией, следующей из глюона в кварк, другой — цветовой линией, следующей из антикварка в глюон. Поэтому излучение дополнительного глюона будет ограничено или внутренностью конуса, сформированного кварком и глюоном, или внутренностью конуса, сформированного глюоном и антикварком. В любом случае угол этого излучения будет меньше, чем угол излучения первого глюона. Это приводит к концепции углового упорядочения, заключающейся в том, что излучение последующих мягких глюонов, происходит внутрь всё уменьшающегося конуса, как показано на рис. 18.



Рис. 18. Коллимация эмиссии мягких глюонов во время эволюции струи.

То, что цвет всегда перетекает прямо от излучающего партона к испущенному, коллимация струи и смягчение излучения, испущенного на более поздних стадиях, гарантируют, что партоны, формирующие кластеры цветовых синглетов, близки в фазовом пространстве. В результате адронизация (непертурбативный процесс, при котором связываются партонные пары цветовых синглетов) происходит локально внутри струи и не является процессом, действующим на больших расстояниях и связывающим партоны, расположенные далеко друг от друга на эволюционном дереве: в неё вовлекаются только пары соседних партонов. В частности, нет прямой связи между специфической природой жёсткого процесса и адронизацией. Эти две фазы полностью разъединены и, как и в случае партонных плотностей, можно сделать вывод, что адронизацию можно факторизовать, отделив от жёсткого процесса, и описывать универсальным образом (т.е. независимо от жёсткого процесса). Инклюзивные свойства струи (например, множественность частиц, масса струи, уширение струи) независимы от модели адронизации, с точностью до поправки порядка  $(\Lambda/\sqrt{s})^n$  (где n — некоторая целая степень, зависящая от наблюдаемой),  $\Lambda \leq 1$  ГэВ.

Окончательная картина в случае события глубоконеупругого рассеяния (ГНР) представлена на рис. 19. Рассеянный фотоном кварк испускает первый глюон, который забирает цвет у кварка и передаёт свой антицвет высвободившемуся кварку. Поэтому этот глюон связан цветом с глюоном, испущенным последним перед жёстким взаимодействием. Кварк продолжает эволюционировать, излучая всё больше и больше глюонов, которые каждый раз утрачивают свой цвет и передают свой антицвет получившемуся кварку.

Угловое упорядочение удерживает все эти глюоны близко друг к другу в фазовом пространстве до тех пор, пока эта эволюция не остановится, когда виртуальность кварка достигнет порядка масштаба сильных взаимодействий по порядку величины. Цвет кварка уже забыт, и к тому времени, когда начинается адронизация, остаются только близкие, связанные цветом глюоны, которые преобразуются согласно феноменологической модели в адроны. Механизм передачи цвета через последовательную глюонную эмиссию аналогичен механизму передачи заряда в случае, когда мы помещаем заряд вблизи поверхности диэлектрической среды. Среда становится поляризованной, и заряд появляется с её противоположной стороны. Появление заряда — результат последовательных локальных сдвигов заряда, в результате чего



Рис. 19. Диаграмма цветового потока при глубоконеупругом рассеянии.



Рис. 20. Передача заряда в диэлектрической среде посредством последовательной локальной поляризации.

соседние атомы становятся поляризованными, как показано на рис. 20.

Заметим, что передача заряда между конечной струёй и струёй, связанной с начальным состоянием, приводит к образованию кластера цветовых синглетов, содержащего партоны из обеих струй. Поэтому частицы, рождённые из такого кластера, не могут быть ассоциированы ни с одной из струй, это будут адроны, которые происходят из комбинации двух жёстких партонов в событии. Это свойство, присущее любому жёсткому процессу, неминуемое следствие нейтрализации цвета партонов, участвующих в жёстком рассеянии.

### 3.3. Адронизация

Теория возмущений для описания эволюции струй с последовательным излучением партонов, определяемым вероятностями расщепления КХД и угловым упорядочением, обеспечивающим квантово-механическую когерентность, перестаёт быть применимой, как только масштаб излучений достигает значений в области 1 ГэВ. Это называется инфракрасным обрезанием. Существует две причины, по которым мы вынуждены остановить эмиссию глюонов на этом масштабе. Прежде всего, мы не можем контролировать с помощью теории возмущений область с меньшим масштабом, в которой константа сильного взаимодействия  $\alpha_s$  становится очень большой. Более того, мы знаем, что число физических частиц, которые могут образоваться в струе, должно быть конечным, так как легчайший объект, который может родиться, — это пион, а закон сохранения энергии устанавливает предельное число пионов, которые могут быть образованы. Это отличается от случая каскада в КЭД, где эволюция ускоренного заряда может привести к излучению произвольного числа фотонов. Это возможно потому, что фотон является безмассовым и может иметь произвольно малую энергию. Глюоны в КХД-каскаде, напротив, должны обладать достаточно большей энергией для создания пионов.

Когда пертурбативная эволюция струй заканчивается, мы имеем некоторое количество глюонов. Как было показано в разделе 3.1 (см. рис. 19), эти глюоны попарно связаны цветом. Если связанные цветом глюоны движутся в разные стороны, то постоянная сила притягивает их друг к другу. Для описания того, как эта сила действует на дальнейшую эволюцию системы, используются феноменологические модели (см. [6] для более полного обзора). Здесь мы рассмотрим так называемую *кластерную модель* [24], реализованную в монте-карловском генераторе HERWIG (Hadron Emission Reactions with Interfering Gluons) [25, 26], но основные качественные свойства присущи и альтернативным подходам, таким как лундовский струнный подход [27], реализованный в генераторе "Pythia" [28, 29].

Известно, что большинство адронов, появившихся вследствие эволюции струи, состоит из кварков; наличия глюболов, т.е. адронов, состоящих из связанных глюонов, также можно в принципе ожидать, однако их рождение сильно подавлено по сравнению с рождением частиц из кварков. Поэтому первым шагом при описании адронизации будет предположение, что силы между глюонами превращают их в qq-пары и что эти кварки являются источниками образования адронов. Распад на кварки не параметризуется с помощью  $g \rightarrow q\bar{q}$ -функции расщепления ДГЛАП, так как мы имеем дело с непертурбативным переходом. Поэтому обычно просто используют распад глюона на qq-пару по фазовому объёму, вводя как феноменологические параметры относительные вероятности выбора различных активных ароматов (u, d, s и т.д.). Кварк  $q_i$  из одного глюона (*i* относится к аромату) затем формирует цветосинглетную пару с антикварком  $\bar{q}_i$ , появившимся в результате распада соседнего глюона. Эта  $q_i \bar{q}_i$ -пара, однако, не может непосредственно сформировать адрон, так как в общем случае кварки будут двигаться обособленно и инвариантная масса пары не будет совпадать с массой какого-либо существующего физического состояния.

Когда q<sub>i</sub>q<sub>i</sub>-пара разделится под действием постоянной силы, её кинетическая энергия превращается в линейно возрастающую потенциальную. Потенциальная энергия, накопленная в системе, сможет перейти в новую кварк-антикварковую пару,  $q_k \bar{q}_k$ , как только её величина превысит соответствующий массовый порог. Тогда возникнет две пары цветовых синглетов,  $q_i \bar{q}_k$  и  $q_k \bar{q}_i$ . При превращении потенциальной энергии в массу и кинетическую энергию вновь рождённой пары можно использовать свободу в выборе пространственной кинематики  $\mathbf{q}_k$  и  $\bar{\mathbf{q}}_k$  так, чтобы обе инвариантные массы,  $\mathbf{q}_i \bar{\mathbf{q}}_k$  и  $q_k \bar{q}_i$ , совпадали с массами каких-либо резонансов с подходящими ароматами. Оставшаяся энергия системы затем предполагается полностью кинетической, и эти два резонанса свободно разлетаются. Феноменологические параметры снова можно связать с вероятностями выбора ароматов k данного типа. Так как пара индексов ароматов ik не определяет однозначно адрон (например, система ud может представлять собой  $\pi^+$ ,  $\rho^+$  или множество других объектов), модель имеет дополнительный набор правил и/или параметров для выбора точного типа аромата. Например, феноменологически успешное описание отношения  $\pi/\rho$  может быть получено с помощью простого предположения, что интенсивность образования пропорциональна числу спиновых состояний (одно состояние для скалярного л, три — для векторного  $\rho$ ) и множителю Больцмана  $\exp(-M/T)$ , где M — масса резонанса, T — универсальный параметр, который нужно подогнать под данные. Кроме того, можно ввести вероятность превращения потенциальной энергии в дикварк-антидикварковую пару, т.е.  $(\mathbf{q}_k \mathbf{q}_l) (\bar{\mathbf{q}}_k \bar{\mathbf{q}}_l)$ . Возникающие в результате адроны  $\mathbf{q}_i \mathbf{q}_k \mathbf{q}_l$  и  $\bar{\mathbf{q}}_i \bar{\mathbf{q}}_k \bar{\mathbf{q}}_l$  будут являться барион-антибарионными парами.

Измерение множественности адронов в распадах  $Z^0$ используется для подгонки нескольких феноменологических параметров модели, и эти параметры могут быть применены для описания адронизации при разных энергиях в различных высокоэнергетичных процессах рождения адронов. Внутренняя согласованность этих допущений подтверждается результатами, представленными на рис. 21 [30], на котором показано распределение инвариантной массы кластеров синглетных по цвету кварков после непертурбативного глюонного расщепления для



Рис. 21. Распределение инвариантной массы кластеров цветовых синглетов из кварков после непертурбативного глюонного распада, полученное с помощью генератора HERWIG [30]. Спектр конечных состояний, соответствующий разным энергиям системе центра масс, нормированный на одну и ту же площадь, демонстрирует энергетическую независимость формы.

 $e^+e^-$ -столкновений при различных энергиях центра масс. Все кривые, которые нормированы на единицу, практически точно совпадают. Этим подтверждается обоснованность введения факторизации в монте-карловских методах: большие начальные энергии обеспечивают большее пространство для пертурбативной эволюции, приводя к большему количеству распадов и испущенного излучения; но структура и распределение синглетных по цвету кластеров в конце эволюции не зависит он начальной энергии, и можно использовать одну и ту же модель адронизации.

Пример подгонки данных по распадам  $Z^0$  дан в табл. 1, которая взята из [30]. Там приведено больше деталей для возможных вариантов модели кластерной адронизации и для выбора параметров, используемых при подгонке. В целом, согласие отличное!

Отличное согласие также наблюдается в кинематическом распределении конечных адронов [30], в частности в функциях фрагментации, которые описывают распределение по импульсу. Они возникают из конволюции спектров импульсов партонов в конце пертурбативной эволюции с размазыванием импульса в результате процесса адронизации. Так как последний не зависит от исходного масштаба жёсткого рассеяния, зависимость функции фрагментации от масштаба отражается логарифмической зависимостью пертурбативной эволюции, подобно ФРП протона.

### 4. Приложения

В адронных столкновениях все явления связаны КХД. Динамика сложнее, чем  $e^+e^-$  или ГНР-динамика, так как и пучок, и мишень имеют нетривиальную партонную структуру. В результате вычисления и экспериментальные исследования усложняются. Пертурбативные поправки к борновским амплитудам (лидирующий порядок, ЛП) требуют вычислений большого числа петель и древесных диаграмм высокого порядка. Например, первая поправка к четырём диаграммам ЛП gg  $\rightarrow$  gg для сечения образования струй в чисто глюонном канале

Частица	Эксперимент	Результат измерения	Старая модель	HERWIG (C <sup>++</sup> )	HERWIG (Fortran)
Все заряженные	M, A, D, L, O	$20,924 \pm 0,117$	20,22*	20,814	20,532*
$\begin{matrix} \gamma \\ \pi^{0} \\ \rho(770)^{0} \\ \pi^{\pm} \\ \rho(770)^{\pm} \\ \eta \\ \omega(782) \\ \eta(958) \end{matrix}$	A, O A, D, L, O A, D A, O O A, L, O A, L, O A, L, O	$\begin{array}{c} 21, 27 \pm 0, 6\\ 9, 59 \pm 0, 33\\ 1, 295 \pm 0, 125\\ 17, 04 \pm 0, 25\\ 2, 4 \pm 0, 43\\ 0, 956 \pm 0, 049\\ 1, 083 \pm 0, 088\\ 0, 152 \pm 0, 03\\ \end{array}$	23,03 10,27 1,235 16,30 1,99 0,886 0,859 0,13	22,67 10,08 1,316 16,95 2,14 0,893 0,916 0,136	20,74 9,88 1,07 16,74 2,06 0,669* 1,044 0,106
$\begin{matrix} K^{0} \\ K^{*}(892)^{0} \\ K^{*}(1430)^{0} \\ K^{\pm} \\ K^{*}(892)^{\pm} \\ \phi(1020) \end{matrix}$	S, A, D, L, O A, D, O D, O A, D, O A, D, O A, D, O A, D, O	$\begin{array}{c} 2,027 \pm 0,025 \\ 0,761 \pm 0,032 \\ 0,106 \pm 0,06 \\ 2,319 \pm 0,079 \\ 0,731 \pm 0,058 \\ 0,097 \pm 0,007 \end{array}$	2,121* 0,667 0,065 2,335 0,637 0,107	2,062 0,681 0,079 2,286 0,657 0,114	2,026 0,583* 0,072 2,250 0,578 0,134*
$\begin{array}{c} p \\ \Delta^{++} \\ \Sigma^{-} \\ \Lambda \\ \Sigma^{0} \\ \Sigma^{+} \\ \Sigma(1385)^{\pm} \\ \Xi^{-} \\ \Xi(1530)^{0} \\ \Omega^{-} \end{array}$	A, D, O D, O O A, D, L, O A, D, O O A, D, O A, D, O A, D, O A, D, O	$\begin{array}{c} 0,991 \pm 0,054 \\ 0,088 \pm 0,034 \\ 0,083 \pm 0,011 \\ 0,373 \pm 0,008 \\ 0,074 \pm 0,009 \\ 0,099 \pm 0,015 \\ 0,0471 \pm 0,0046 \\ 0,0262 \pm 0,001 \\ 0,0058 \pm 0,001 \\ 0,00125 \pm 0,00024 \end{array}$	0,981 0,185 0,063 0,325* 0,078 0,067 0,057 0,024 0,026* 0,001	0,947 0,092 0,071 0,384 0,091 0,077 0,0312* 0,0286 0,0288* 0,00144	1,027 0,209* 0,071 0,347* 0,063 0,088 0,061* 0,029 0,009* 0,0009*
$\begin{array}{c} f_{2}(1270) \\ f_{2}'(1525) \\ D^{\pm} \\ D^{*}(2010)^{\pm} \\ D_{s}^{\pm} \\ D_{s}^{s\pm} \\ J/\Psi \\ \Lambda_{c}^{+} \\ \Psi'(3685) \end{array}$	D, L, O D A, D, O A, D, O A, D, O A, D, O O A, D, L, O D, O D, L, O	$\begin{array}{c} 0,168\pm 0,021\\ 0,02\pm 0,008\\ 0,184\pm 0,018\\ 0,182\pm 0,009\\ 0,473\pm 0,026\\ 0,129\pm 0,013\\ 0,096\pm 0,046\\ 0,00544\pm 0,00029\\ 0,077\pm 0,016\\ 0,00229\pm 0,00041\\ \end{array}$	0,113 0,003 0,322* 0,168 0,625* 0,218* 0,082 0,006 0,006* 0,001*	0,150 0,012 0,319* 0,180 0,570* 0,195* 0,066 0,00361* 0,023* 0,00178	0,173 0,012 0,283* 0,151* 0,501 0,127 0,043 0,002* 0,001* 0,0008*

**Таблица 1.** Средние множественности частиц на одно событие в  $e^+e^-$ -столкновениях при 91,2 ГэВ. Измерения проводились на LEP и SLC коллаборациями ALEPH (A), DELPHI (D), L3 (L), OPAL (O), MARK2 (M) и SLD (S). Теоретические предсказания в последних трёх колонках, взятые из [30], соответствуют различным реализациям модели кластерной адронизации (см. подробности в [30]).

\* — представления, отличающиеся от измеренной величины больше, чем на три стандартных отклонения.

требует определения однопетлевых вставок к четырём диаграммам ЛП, а также расчёта 25 диаграмм ЛП для процесса  $gg \rightarrow ggg$ . Подобные следующие за лидирующим порядком (СЛП) вычисления, тем не менее, сегодня выполнены для большинства процессов с числом конечных партонов до двух или трёх, и недавно появились новые методы, которые продвигают рубежи СЛП-результатов ещё дальше (см. недавний обзор [10]). Следующие за следующим после лидирующего порядка (ССЛП) результаты, которые требуют вычисления двухпетлевых поправок, до сих пор получены только для процессов, в которых в борновском приближении имеется всего одна частица в конечном состоянии, таких как рождение массивных калибровочных бозонов (W, Z) или бозона Хиггса. По этим причинам точность КХД-вычислений адронных столкновений обычно меньше, чем в случае е<sup>+</sup>е<sup>-</sup>- или ГНР-процессов. Тем не менее физика рр- или рр-коллайдеров — в первую очередь, физика открытий и только затем физика точных измерений. (Существуют исключения, такие как измерение массы W и свойств b-адронов, однако эти измерения не связаны с КХД.) Как таковое знание КХД необходимо как для оценки ожидаемых сигналов, так и для вычисления фонов. Проверки

КХД в р $\bar{p}$ -столкновениях подтверждают наше понимание пертурбативной теории или, когда подтверждение отсутствует, указывают на те области, в которых наши приближения требуют усовершенствования. (Например, прогресс теории, стимулированный измерениями рождения  $\psi$  в эксперименте CDF).

В разделах 4.1–4.4 кратко рассматриваются некоторые приложения к наиболее часто изучаемым КХДпроцессам адронных столкновений: рождению калибровочных бозонов и струй. Более детальное рассмотрение можно найти в [6, 7].

### 4.1. Процессы Дрелла – Яна

Z-бозон, который был открыт вместе с W-бозоном в экспериментах UA1 и UA2 в ЦЕРНе в pp̄-столкновениях, недавно был изучен с большой точностью в экспериментах на LEP. W-физика подробно изучалась на LEP2, но самые точные прямые измерения массы W были проведены в pp̄-экспериментах (коллаборациями CDF и D0 на Тэватроне). До тех пор, пока не будет построен новый линейный e<sup>+</sup>e<sup>-</sup>-коллайдер, монополия W-исследований останется за адронными коллайдерами, такими как Тэватрон, а вскоре и LHC. Точные измерения рождения W в адронных столкновениях важны по нескольким причинам:

• Это единственный процесс в адронных столкновениях, рассчитанный с точностью до ССЛП.

• Распределение по быстроте заряженных лептонов из распадов W является чувствительным к соотношению плотностей верхних и нижних кварков и может помочь в понимании структуры протона.

• Отклонение от ожидаемых интенсивностей рождения сильно виртуальных W ( $p\bar{p} \rightarrow W^* \rightarrow e\nu$ ), возможно, указывает на существование новых W-бозонов и, следовательно, новых калибровочных взаимодействий. Более того, хвост в распределении по инвариантной массе W обеспечивает наиболее точное на сегодня определение ширины W.

Скорость рождения W-бозона даётся следующей факторизационной формулой:

$$d\sigma(p\bar{p} \to W + X) = \int dx_1 \, dx_2 \sum_{i,j} f_i(x_1, Q) f_j(x_2, Q) \times d\hat{\sigma}(ij \to W).$$
(50)

Можно легко вычислить партонное сечение  $\hat{\sigma}(ij \rightarrow W)$ , получив следующий результат [5, 6]:

$$\hat{\sigma}(\mathbf{q}_{i}\bar{\mathbf{q}}_{j} \to \mathbf{W}) = \pi \frac{\sqrt{2}}{3} |V_{ij}|^{2} G_{\mathrm{F}} M_{\mathrm{W}}^{2} \,\delta(\hat{s} - M_{\mathrm{W}}^{2}) =$$
$$= A_{ij} M_{\mathrm{W}}^{2} \,\delta(\hat{s} - M_{\mathrm{W}}^{2}) \,, \tag{51}$$

где  $\hat{s}$  — квадрат партонной энергии в системе центра масс,  $V_{ij}$  — элемент матрицы Кабиббо-Кобаяси – Маскавы. Дельта-функция появляется из 2 — 1-фазового пространства, обеспечивая равенство энергии центра масс начального состояния и массы W. Полезно ввести две переменные:

$$\tau = \frac{\hat{s}}{S_{\text{had}}} \equiv x_1 x_2 \,, \tag{52}$$

$$y = \frac{1}{2} \log \left( \frac{E_{\rm W} + p_{\rm W}^z}{E_{\rm W} - p_{\rm W}^z} \right) \equiv \frac{1}{2} \log \left( \frac{x_1}{x_2} \right), \tag{53}$$

где  $S_{had}$  — квадрат адронной энергии центра масс. Переменная у называется быстротой. Для медленно движущихся объектов она сводится к стандартной скорости, но в отличие от скорости быстрота преобразуется аддитивно, даже при больших энергиях, лоренцевским бустом вдоль направления движения. В терминах  $\tau$  и у мера интегрирования по импульсам партонов начального состояния  $dx_1 dx_2 = d\tau dy$ . Подставив последнее выражение и (51) в (50), получим следующий ЛП-результат для полного сечения рождения W:

$$\sigma_{\rm DY} = \sum_{i,j} \frac{\pi A_{ij}}{M_{\rm W}^2} \tau \int_{\tau}^{1} \frac{\mathrm{d}x}{x} f_i(x) f_j\left(\frac{\tau}{x}\right) \equiv$$
$$\equiv \sum_{i,j} \frac{\pi A_{ij}}{M_{\rm W}^2} \tau \mathcal{L}_{ij}(\tau) , \qquad (54)$$

где функция  $\mathcal{L}_{ij}(\tau)$  обычно называется *партонной светимостью*. В случае иd-столкновений полный множитель в начале этого выражения равняется примерно 6,5 нб. 2 УФН, т. 180, № 2 Представляется интересным исследовать партонную светимость как функцию адронной энергии центра масс. Это может быть проделано с помощью применения простого приближения для партонных плотностей. Следуя указаниям, представленным в разделе 3, предположим, что  $f_i(x) \sim 1/x^{1+\delta}$ , где  $\delta < 1$ . Тогда

$$\mathcal{L}(\tau) = \int_{\tau}^{1} \frac{\mathrm{d}x}{x} \frac{1}{x^{1+\delta}} \left(\frac{x}{\tau}\right)^{1+\delta} =$$
$$= \frac{1}{\tau^{1+\delta}} \int_{\tau}^{1} \frac{\mathrm{d}x}{x} = \frac{1}{\tau^{1+\delta}} \log\left(\frac{1}{\tau}\right), \tag{55}$$

$$\sigma_{\rm W} \sim \tau^{-\delta} \log\left(\frac{1}{\tau}\right) = \left(\frac{S_{\rm had}}{M_{\rm W}^2}\right)^{\delta} \log\left(\frac{S_{\rm had}}{M_{\rm W}^2}\right).$$
 (56)

Поэтому сечение этого и других процессов Дрелла – Яна возрастает, по крайней мере логарифмически, с увеличением адронной энергии в системе центра масс. Напротив, сечение рождения Z в е<sup>+</sup>е<sup>-</sup>-столкновениях резко уменьшается для значений s, значительно превышающих порог рождения. Причина такого поведения сечения при адронных столкновениях заключается в том, что когда энергия начальных адронных состояний возрастает, всегда найдутся партоны внутри адронов с энергией, подходящей для рождения W прямо на массовой поверхности. Число партонов, пригодных для генерации W, возрастает с увеличением адронной энергии, так как, чем больше адронная энергия, тем меньше доля адронного импульса x, необходимая для рождения W. Увеличение числа партонов при уменьшении х является причиной возрастания полного сечения рождения W.

Сравнение лучших из имеющихся предсказаний для скоростей рождения W- и Z-бозонов в адронных столкновениях [31] и экспериментальных данных показано на рис. 22. Экспериментальные неопределённости скоро будут определяться неточностью знания о светимости установки и превышать точность предсказаний в приближении ССЛП. Из этого можно сделать вывод о том, что на LHC полная скорость рождения W- и Z-бозонов может быть использована как точный измеритель светимости. Превосходное согласие между теоретическими и экспериментальными результатами наблюдается, хотя и с более низкой статистической значимостью, при сравнении сечений рождения нескольких калибровочных бозонов, таких как Wγ, Zγ, WW, WZ и ZZ (рис. 23).

Интересно также заметить, что точность измерения относительных скоростей рождения W и Z (которые не зависят от полной интегрированной светимости, так как она сокращается в их отношении) обеспечивает способ измерения полной ширины W. Это можно увидеть из следующего уравнения:

Использование этой формулы для косвенного извлечения ширины W в комбинации с данными CDF- и D0экспериментов [33] приводит к результату  $\Gamma_{\rm W} = 2141 \pm 57$  MэB. Используя большую статистику, доступную сегодня на Тэватроне, можно *непосредственно* определить ширину W, анализируя хвосты распределения



**Рис. 22.** Сравнение измеренных коллаборациями CDF и D0 (a)  $\sigma B(W \rightarrow ev)$  и (б)  $\sigma B(Z^0 \rightarrow e^+e^-)$  с двухпетлевыми теоретическими предсказаниями.



Рис. 23. Сравнение величины электрослабого сечения, измеренного на Тэватроне [32], с результатами теоретических вычислений.

Брейта – Вигнера, которые приводят к сильновнемассовым конечным состояниям  $W^* \rightarrow lv_l$ . Хвост больших масс, показанный на рис. 24, в случае мюонных конечных состояний даёт  $\Gamma_W = 2032 \pm 73$  МэВ [34]. Комбинация этих измерений с предыдущими и с предварительными результатами D0 даёт  $\Gamma_W = 2056 \pm 58$  МэВ [35].

#### 4.2. Быстротная асимметрия W-бозона

Измерение зарядовой асимметрии в распределении по быстроте W-бозонов, рождённых в pp̄-столкновениях, поможет выполнить важное измерение отношения импульсных распределений u- и d-кварков. Используя формулы, полученные выше, действительно, можно легко проверить, что:

$$\frac{d\sigma_{W^+}}{dy} \propto f_u^p(x_1) f_{\bar{d}}^{\bar{p}}(x_2) + f_{\bar{d}}^p(x_1) f_u^{\bar{p}}(x_2) , \qquad (57)$$

$$\frac{d\sigma_{W^-}}{dy} \propto f_{\bar{u}}^{p}(x_1) f_{d}^{\bar{p}}(x_2) + f_{d}^{p}(x_1) f_{\bar{u}}^{\bar{p}}(x_2) .$$
(58)

Далее можно построить следующую зарядовую асимметрию (предположив преобладание кварковых плот-



Рис. 24. Распределение поперечной массы W-бозона с конечным состоянием µv, используемое для извлечения ширины W.

ностей над антикварковыми, которое существует в кинематической области, представляющей интерес для рождения W на Тэватроне):

$$A(y) = \frac{d\sigma_{W^+}/dy - d\sigma_{W^-}/dy}{d\sigma_{W^+}/dy + d\sigma_{W^-}/dy} = \frac{f_u^p(x_1)f_d^p(x_2) - f_d^p(x_1)f_u^p(x_2)}{f_u^p(x_1)f_d^p(x_2) + f_d^p(x_1)f_u^p(x_2)}.$$
(59)

Положив  $f_d(x) = f_u(x) R(x)$ , получим уравнение

$$A(y) = \frac{R(x_2) - R(x_1)}{R(x_2) + R(x_1)},$$
(60)

которое определяет отношение R(x), так как  $x_{1,2}$  в принципе известны из кинематики:  $x_{1,2} = \sqrt{\tau} \exp(\pm y)$ . Определить  $x_{1,2}$  с произвольной точностью при пособытийном анализе нельзя, так как при вычислении продольного импульса нейтрино возникают два реше-



**Рис. 25.** Полученный на Тэватроне спектр быстрот  $W^+$ -бозонов, по которому определяют асимметрию W-быстрот A(y).

ния, соответствующие двум разным значениям быстроты W. Приписывая двум кинематическим решениям вес, пропорциональный сечению, тем не менее можно извлечь W статистически; большие массивы данных, доступные сейчас на Тэватроне, позволяют выполнить весьма аккуратные измерения. Действительно, текущие данные CDF и D0 стали точнее, чем неопределённость, связанная с доступными параметризациями ФРП, как показано на рис. 25, взятом из предварительных результатов CDF [36]. Поэтому данное измерение обеспечит важное дополнительное ограничение в определении кварковых плотностей.

### 4.3. Образование струй

Образование струй — это наиболее интенсивный жёсткий процесс в адронных столкновениях. Например, сечение рождения на Тэватроне ( $\sqrt{S_{had}} = 1,96$  ТэВ) струй с поперечной энергией  $E_T^{jet} \gtrsim 50$  ГэВ порядка нескольких мкб, т.е. ~  $10^4$  событий за 1 с при светимостях, доступных на Тэватроне. Данные, набранные до настоящего времени на Тэватроне, дотягиваются до значений  $E_T$  порядка 600 ГэВ. Эти события генерируются в результате столкновений между партонами, которые несут более 60 % от имеющейся энергии рр и позволяют исследовать самые малые расстояния из когда-либо достигнутых. Основной механизм генерации струй показан на рис. 26.

Двухструйное инклюзивное сечение может быть получено из формулы

$$d\sigma = \sum_{ijkl} dx_1 dx_2 f_i^{(H_1)}(x_1, \mu) f_j^{(H_2)}(x_2, \mu) \frac{d\hat{\sigma}_{ij \to k+l}}{d\Phi_2} d\Phi_2,$$
(61)

которая должна быть выражена в терминах быстрот и поперечных импульсов кварков (или струй) для того, чтобы установить связь с физической реальностью. Двухчастичное фазовое пространство даётся форму-



Рис. 26. Диаграммы рождения пар струй в адронных столкновениях.

лой

$$d\Phi_2 = \frac{d^3k}{2k^0(2\pi)^3} 2\pi \,\delta\big((p_1 + p_2 - k)^2\big)\,,\tag{62}$$

откуда в системе центра масс сталкивающихся партонов получаем

$$\mathrm{d}\Phi_2 = \frac{1}{2(2\pi)^2} \,\mathrm{d}^2 k_{\mathrm{T}} \,\mathrm{d}y 2\,\delta(\hat{s} - 4(k^0)^2)\,,\tag{63}$$

где  $k_{\rm T}$  — поперечные импульсы конечных партонов, y — быстрота рождённого партона в системе центра масс партонов:

$$y = \frac{y_1 - y_2}{2} \,, \tag{64}$$

где *y*<sub>1</sub> и *y*<sub>2</sub> — быстроты полученных партонов в лабораторной системе (на самом деле в любой системе). Также можно ввести

$$y_0 = \frac{y_1 + y_2}{2} = \frac{1}{2} \log \frac{x_1}{x_2}, \qquad \tau = \frac{\hat{s}}{S_{\text{had}}} = x_1 x_2, \tag{65}$$

отсюда

$$\mathrm{d}x_1\,\mathrm{d}x_2 = \,\mathrm{d}y_0\,\mathrm{d}\tau\,.\tag{66}$$

Тогда

$$d\sigma = \sum_{ijkl} dy_0 \frac{1}{S_{had}} f_i^{(H_1)}(x_1, \mu) \times f_j^{(H_2)}(x_2, \mu) \frac{d\hat{\sigma}_{ij \to k+l}}{d\Phi_2} \frac{1}{2(2\pi)^2} 2 \, dy \, d^2 k_{\rm T} \,, \tag{67}$$

что также может быть записано как

$$\frac{d\sigma}{dy_1 \, dy_2 \, d^2 k_{\rm T}} = \frac{1}{S_{\rm had} \, 2(2\pi)^2} \sum_{ijkl} f_i^{(\rm H_1)}(x_1,\mu) \times f_j^{(\rm H_2)}(x_2,\mu) \, \frac{d\hat{\sigma}_{ij\to k+l}}{d\Phi_2} \,. \tag{68}$$

Переменные  $x_1$ ,  $x_2$  могут быть получены из  $y_1$ ,  $y_2$  и  $k_T$  с помощью уравнений

$$v_0 = \frac{y_1 + y_2}{2} , \tag{69}$$

$$y = \frac{y_1 - y_2}{2} , \tag{70}$$

$$x_{\rm T} = \frac{2k_{\rm T}}{\sqrt{S_{\rm had}}} \,, \tag{71}$$

$$x_1 = x_{\mathrm{T}} \exp\left(y_0\right) \cosh y\,,\tag{72}$$

$$x_2 = x_{\mathrm{T}} \exp\left(-y_0\right) \cosh y \,. \tag{73}$$

Для партонных переменных нам понадобится  $\hat{s}$  и угол рассеяния в системе центра масс партонов  $\theta$ , так как

$$t = -\frac{\hat{s}}{2} (1 - \cos \theta), \quad u = -\frac{\hat{s}}{2} (1 + \cos \theta).$$
 (74)

Пренебрегая партонными массами, можно показать, что быстрота может быть также записана в виде

$$y \approx -\log \tan \frac{\theta}{2} \equiv \eta$$
, (75)

где *п* обычно называется псевдобыстротой.

Сечения партон-партонного рассеяния в лидирующем борновском приближении приведены в табл. 2.

**Таблица 2.** Сечение для слабого партонного рассеяния. Обозначения:  $p_1 p_2 \rightarrow kl, \hat{s} = (p_1 + p_2)^2, \hat{t} = (p_1 - k)^2, \hat{u} = (p_1 - l)^2$ 

Процесс	$\frac{\mathrm{d}\hat{\sigma}}{\mathrm{d}\Phi_2}$			
$qq' \rightarrow qq'$	$\frac{1}{2\hat{s}} \frac{4}{9} \frac{\hat{s}^2 + \hat{u}^2}{\hat{t}^2}$			
$qq \rightarrow qq$	$\frac{1}{2} \frac{1}{2\hat{s}} \left[ \frac{4}{9} \left( \frac{\hat{s}^2 + \hat{u}^2}{\hat{t}^2} + \frac{\hat{s}^2 + \hat{t}^2}{\hat{u}^2} \right) - \frac{8}{27} \frac{\hat{s}^2}{\hat{u}\hat{t}} \right]$			
$q\bar{q} \rightarrow q^{\prime}\bar{q}^{\prime}$	$\frac{1}{2\hat{s}}\frac{4}{9}\frac{\hat{t}^2+\hat{u}^2}{\hat{s}^2}$			
$q\bar{q} \to q\bar{q}$	$\frac{1}{2\hat{s}} \left[ \frac{4}{9} \left( \frac{\hat{s}^2 + \hat{u}^2}{\hat{t}^2} + \frac{\hat{t}^2 + \hat{u}^2}{\hat{s}^2} \right) - \frac{8}{27} \frac{\hat{u}^2}{\hat{s}\hat{t}} \right]$			
$q\bar{q} \to gg$	$\frac{1}{2} \frac{1}{2\hat{s}} \left[ \frac{32}{27} \frac{\hat{t}^2 + u^2}{\hat{t}\hat{u}} - \frac{8}{3} \frac{\hat{t}^2 + \hat{u}^2}{\hat{s}^2} \right]$			
$gg \to q\bar{q}$	$\frac{1}{2\hat{s}} \left[ \frac{1}{6} \frac{\hat{t}^2 + \hat{u}^2}{\hat{t}\hat{u}} - \frac{3}{8} \frac{\hat{t}^2 + \hat{u}^2}{\hat{s}^2} \right]$			
$gq \to gq$	$\frac{1}{2\hat{s}} \left[ -\frac{4}{9} \frac{\hat{s}^2 + \hat{u}^2}{\hat{s}\hat{u}} + \frac{\hat{u}^2 + \hat{s}^2}{\hat{t}^2} \right]$			
$gg \to gg$	$\frac{1}{2} \frac{1}{2\hat{s}} \frac{9}{2} \left( 3 - \frac{\hat{t}\hat{u}}{\hat{s}^2} - \frac{\hat{s}\hat{u}}{\hat{t}^2} - \frac{\hat{s}\hat{t}}{\hat{u}^2} \right)$			

Интересно отметить, что хорошее приближение к точным результатам можно легко получить, используя технику мягких глюонов, введённую ранее. Основываясь на том, что даже при рассеянии под углом 90° min(|t|, |u|) не превышает s/2 и поэтому пропагаторы в t- или u-каналах дают вклады в квадраты амплитуд в четыре раза бо́льшие, чем пропагатор в s-канале, разумно предположить, что доминируют амплитуды диаграмм с глюонным обменом в t-канале (или u-канале). Амплитуды в этом пределе легко вычислить, используя приближение мягких глюонов. Например, амплитуда обмена мягким глюоном в qq'-паре задаётся следующим образом:

$$(\lambda_{ij}^{a})(\lambda_{kl}^{a}) 2p_{\mu} \frac{1}{t} 2p'_{\mu} = \lambda_{ij}^{a} \lambda_{kl}^{a} \frac{4pp'}{t} = \frac{2s}{t} \lambda_{ij}^{a} \lambda_{kl}^{a}.$$
(76)

Факторы  $p_{\mu}$  и  $p'_{\mu}$  показывают связь обменного глюона с q- и q'-кварковыми линиями соответственно (см. (36)). Возводя в квадрат, суммируя и усредняя по спинам и цветам, получим

$$\overline{\sum}_{\text{цвета, спин}} |M_{qq'}|^2 = \frac{1}{N^2} \left(\frac{N^2 - 1}{4}\right) \frac{4s^2}{t^2} = \frac{8}{9} \frac{s^2}{t^2} .$$
 (77)

Так как для этого процесса диаграмма с глюонным обменом в t-канале симметрична при замене  $s \leftrightarrow u$  и поскольку  $u \rightarrow -s$  в пределе  $t \rightarrow 0$ , результат, полученный выше, можно переписать в явносимметричной по s, u форме:

$$\frac{4}{9}\frac{s^2+u^2}{t^2}\,,\tag{78}$$

что, действительно, полностью совпадает с результатом точного вычисления, приведённым в табл. 2. Поправки, появляющиеся из s- или u-глюонного обмена, когда кварковые ароматы одинаковы или когда мы изучаем qq-процесс, малы, как можно увидеть, сравнив результат, полученный выше, с выражениями в табл. 2

В качестве другого примера рассмотрим случай  $qg \rightarrow qg$ -рассеяния. Амплитуда будет абсолютно такой же, как и в случае  $qq' \rightarrow qq'$ , с точностью до разных цветовых факторов. Простое вычисление даёт

$$\overline{\sum}_{\text{цвет, спин}} |M_{\text{qg}}|^2 = \frac{9}{4} \overline{\sum} |M_{\text{qq}'}|^2 = \frac{s^2 + u^2}{t^2} \,. \tag{79}$$

Точный результат

$$\frac{u^2+s^2}{t^2} - \frac{4}{9}\frac{u^2+s^2}{us}$$
(80)

даже при угле рассеяния  $\theta = 90^\circ$ , т.е. когда приближение обмена в t-канале является наихудшим, отличается от (79) не более чем на 25 %.

В качестве последнего примера рассмотрим случай рассеяния  $gg \rightarrow gg$ , для которого в нашем приближении получаем

$$\overline{\sum} |M_{\rm gg}|^2 = \frac{9}{2} \frac{s^2}{t^2} \,. \tag{81}$$

Можно улучшить точность наших оценок, воспользовавшись и ↔ t-симметрией:

$$\overline{\sum} |M_{\rm gg}|^2 \sim \frac{9}{2} \left( \frac{s^2}{t^2} + \frac{s^2}{u^2} \right).$$
(82)

Это выражение отличается от точного результата при  $\theta = 90^{\circ}$  всего на 20 %.

Заметим, что при малых *t* справедливо следующее соотношение:

$$\hat{\sigma}_{gg}: \hat{\sigma}_{qg}: \hat{\sigma}_{q\bar{q}} = \left(\frac{9}{4}\right): 1: \left(\frac{4}{9}\right).$$
(83)

Множители 9/4 — просто отношение цветовых факторов константы связи с глюонами глюона ( $C_A$ ) и кварка ( $T_F$ ) после включения соответствующих усреднённых по цвету факторов:  $1/(N^2 - 1)$  для глюона и 1/N для кварка. Используя (83), можно записать

$$d\sigma_{\text{hadr}} = \int dx_1 \, dx_2 \, \sum_{i,j} f_i(x_1) f_j(x_2) \, d\hat{\sigma}_{ij} =$$
$$= \int dx_1 \, dx_2 \, F(x_1) \, F(x_2) \, d\hat{\sigma}_{\text{gg}}(\text{gg} \to \text{струи}) \,, \quad (84)$$



**Рис. 27.** Относительный вклад в инклюзивный *E*<sub>T</sub>-спектр струй из разных каналов рождения.

где

$$F(x) = f_{g}(x) + \frac{4}{9} \sum_{f} \left[ q_{f}(x) + \bar{q}_{f}(x) \right]$$
(85)

обычно называют эффективной структурной функцией. Этот результат показывает, что измерение сечения инклюзивных струй не позволяет в принципе разделить независимые вклады различных партонных компонентов протона, если, конечно, не рассматривается кинематическая область, в которой преобладает вклад единственного процесса. Относительные вклады различных каналов, рассчитанные с использованием современных параметризаций для партонных плотностей, для коллайдера Тэватрон при 1,8 ТэВ показаны на рис. 27.

# 4.4. Сравнение теоретических и экспериментальных данных

Предсказания для образования струй на коллайдерах сегодня доступны в следующем за лидирующем порядком КХД (см. обзор [7]). Одно из предпочтительных наблюдаемых — инклюзивный спектр по  $E_{\rm T}$ . Если бы точное сравнение экспериментальных и теоретических данных выявило расхождения при наибольших значениях  $E_{\rm T}$ , то оно могло бы указать на новые явления, такие как существование внутренней структуры кварков.

В течение многих лет было известно [37], что если кварки являются составными, то это увеличит выход струй с максимальными Ет. Однако вопрос заключается в том, как мы удостоверимся, что предсказание на самом деле является точным. Этот вопрос стал особенно актуальным в 1995 г., когда CDF измерила сечения струй, которые, как оказалось, отклоняются от рассчитанного теоретически в точности, как было предсказано в теории кварковых составляющих (рис. 28). Как мы можем удостовериться, что это происходит не из-за плохо известных кварковых и глюонных плотностей при больших х? В принципе можно подвергнуть ФРП глобальной подгонке к данным CDF и проверить, можно ли модифицировать ФРП так, чтобы не нарушалось согласие с другими данными и в то же время результат подгонки удовлетворительно описывал бы сами струй-



**Рис. 28.** Сравнение экспериментальных и теоретических данных для ранних измерений сечений струй на Тэватроне в эксперименте CDF [38].

ные данные. С другой стороны, такие действия могут помешать нам использовать спектр струй как пробник для новой физики. Иными словами, мы можем потерять возможный сигнал новой физики, приписав его ФРП.

Можно ли сделать такое дополнительное определение  $\Phi P\Pi$  при больших *x*, которое ограничит возможную связанную с ними систематику сечений струй и в то же время сохранит хвост с большими E<sub>T</sub> в качестве независимой и удобной наблюдаемой? Это в самом деле возможно при полном использовании кинематики рождения двух струй и при широкой области покрытия быстрот детекторами. Действительно, можно рассмотреть конечное состояние, в котором система двух струй сильно смещена в переднюю или заднюю область. Например, можно рассмотреть случаи  $x_1 \rightarrow 1$  и  $x_2 \ll 1$ . Здесь инвариантная масса системы двух струй будет малой (так как  $M_{ii}^2 = x_1 x_2 S \ll S$ ), и нам известно из низкоэнергетичных измерений, что при таких масштабах струи должны вести себя как точечные частицы, точно следуя предсказанному КХД-выходу. Эти конечные состояния характеризуются наличием струй с большими положительными быстротами. Поэтому можно представить измерения с передними струями и использовать эти данные для фитирования поведения кварковых и глюонных ФРП при  $x_1 \rightarrow 1$  без риска отбросить возможные эффекты новой физики. При этом ФРП при больших х, ограниченных таким образом, могут безопасно применяться к кинематическим конфигурациям, в которых и x<sub>1</sub>, и x<sub>2</sub> велики, т.е. к состояниям с наибольшими E<sub>T</sub>, и если обнаружатся любые оставшиеся несоответствия между экспериментом и теорией, то можно будет сделать вывод о возможном наличии новой физики.

В случае данных с Тэватрона результаты изучения конфигураций передних струй были представлены D0 [39]. На рисунке 29 показано сравнение экспериментальных и теоретических данных для разных интервалов быстрот струй. Использованы два разных набора ФРП,



**Рис. 29.** Инклюзивные *Е*<sub>Т</sub>-спектры для струй в разных областях быстрот, измеренные на Тэватроне коллаборацией D0 [39].

СТЕQ4М и СТЕQ4НЈ [40], последний подстроен для объяснения хвоста данных CDF с большими  $E_{\rm T}$ . Отметим общее хорошее согласие этих предсказаний для всего набора быстрот. После этой подстройки оставшиеся несоответствия между данными CDF с большими E<sub>T</sub> и КХД находятся в рамках теоретических и экспериментальных систематических неопределённостей, подтверждая, что струи ведут себя так, как ожидается в Стандартной модели. Это заключение подкрепляется анализом данных других экспериментов [41, 42], при  $\sqrt{S} = 1.96$  ТэВ (рис. 30, 31). При этой энергии центра масс наблюдаются струи с энергией вплоть до 600 ГэВ. То есть х≥0,6 и  $Q^2 \simeq 400000 \ \Gamma \mathfrak{g} B^2$ . Текущее согласие между теорией и экспериментом остаётся превосходным при изменении сечения более чем на восемь порядков величины, от  $E_{\rm T} \sim 50$  ГэВ до  $E_{\rm T} \sim \sim 600$  ГэВ. Экспериментальные и теоретические систематические неопределённости, тем не менее, становятся более 30 %, когда  $E_{\rm T} \gtrsim 400$  ГэВ, препятствуя точной проверке мельчайших масштабов. Большее количество данных о рождении струй при больших быстротах позволит уменьшить неопределённости ФРП при больших х. Неопределённость абсолютной энергетической шкалы, однако, остаётся критической, и преодолеть экспериментальное ограничение при наибольших энергиях сложно. Это ещё более верно для LHC, на котором будут регистрироваться и изучаться струи с энергиями вплоть до 4 ТэВ.

Рождение tt было хорошо проверено на Тэватроне [43, 44]. Теоретические СЛП-вычисления, улучшенные суммированием лидирующих и нелидирующих судаковских логарифмов [45], правильно предсказывают полное сечение, как показано на рис. 32. Ожидается, что предсказания для LHC будут точными в той же степени, если не более, так как основной источник неопределённости, ФРП, проявляется на LHC в области значений *x*, при



Рис. 30. Инклюзивные струйные спектры  $E_{\rm T}$ , измеренные в разных областях быстрот в эксперименте CDF на Тэватроне [41] в сравнении с СЛП-вычислениями в КХД.

которых они известны с точностью лучшей, чем на Тэватроне. Кинематические свойства рождения, такие как распределение по поперечному импульсу или инвариантной массе tī-пар, также хорошо описываются теорией, и существуют монте-карловские генераторы событий для моделирования полной структуры конечного состояния, включая и полный набор поправок СЛП [49], и эмиссию множественных дополнительных струй [50], которые важны для фонов к суперсимметрии.

Процессы W+ струи и Z+ струи очень схожи с точки зрения КХД. Есть второстепенные различия, связанные с возможными различиями по аромату в структуре начальных состояний, но основные теоретические систематические ошибки, появляющиеся вследствие чувствительности к ренормализационному масштабу в результате недостатка пертурбативных поправок высокого порядка, сильно коррелированы.

Для случая в W/Z + 1 струя и W/Z + 2 струи имеются СЛП-вычисления на партонном уровне [51]. Они находятся в превосходном согласии с измерениями на Тэватроне [52, 53], как показано, например, для случая Z + 1 струя и Z + 2 струи в результатах CDF [52] (рис. 33). Переход к бо́лышим струйным множественностям и генерация реалистичного изображения полностью адронного конечного состояния возможны с ЛП-вычислениями.

Точность ЛП-вычислений матричного элемента мультипартонного рождения может быть улучшена за счёт их внедрения в программы ливневых монте-карловских генераторов, соединяющих полный пертурбативный глюонный ливень с последующей адронизацией. Пример качества этих предсказаний дан на рис. 34, который показывает отношение измеренного [54] и предсказанного сечений W + N-струй для струй с  $E_T > 25$  ГэВ. Теоретические предсказания включают в себя ЛП-результаты из [55] (обозначены как MLM) и из [56] (обозначены как SMPR), MCFM относится к СЛП-предсказанииям [51] для одно- и двухструйных выходов. Показаны систематические неопределённости отдельных вычисле-



Рис. 31. Сравнение сечений инклюзивных струй, полученных D0 [42] с КХД-вычислениями. Штриховыми линиями показаны систематические ошибки, связанные с неопределённостями ФРП.



**Рис. 32.** Измерения сечения рождения tī на Тэватроне [43, 44] в сравнении с принятыми в настоящее время КХД-предсказаниями [46–48] (затемнённая полоса).

ний, возникшие в основном в результате выбора масштаба ренормировки. Результаты ЛП, дающие абсолютную нормировку для всех N-струйных значений, находятся в хорошем согласии с экспериментальными данными с точностью до общего K-фактора, порядка 1,4. Предсказание для отношений выходов N и N - 1 струй также хорошо согласуется с экспериментальными данными. СЛП-вычисления включают в себя K-фактор и точно воспроизводят одно- и двухструйные выходы.

Были выполнены тщательные сравнения [57] наборов независимых вычислений для конечного состояния W+мультиструя [55, 58-61]. Все результаты оценок матричных элементов этих сложных процессов отлично согласуются; различия же в предсказаниях на уровне адронов могут появиться из-за использования разных

моделей партонных ливней и вследствие различных способов распределения излучения жёстких струй между матричными элементами и ливнем. Пример разброса в предсказаниях показан на рис. 35, который представляет  $E_{\rm T}$ -спектр четырёх струй с наибольшими  $E_{\rm T}$  в событиях W+ мультиструя на LHC. За исключением предсказания одного из кодов все результаты находятся в пределах  $\pm$  50% относительно друг друга; эта точность будет улучшаться при подстройке параметров различных вычислений при наличии данных. Эти различия имеют величину, сравнимую с внутренними неопределённостями вычислений, которые определяются, например, шириной полосы на рис. 34. Ожидается, что они могут быть устранены подстройкой входных параметров, в частности, выбором ренормализационной шкалы при



**Рис. 33.** Спектры  $E_{T}$ -струй в Z+струя(и), измеренные CDF на Тэватроне [52].

подгонке данных. Точное определение нормировки и формы фона СМ для суперсимметричного сигнала поэтому может быть проведено при анализе контрольных наборов данных. Описание процесса  $(Z \rightarrow v\bar{v}) +$ струи может быть обосновано, а абсолютная нормировка выхода подстроена с помощью измерения свободного от сигнала процесса  $(Z \to e^+e^-) + струи в конечном$ состоянии. Эту информацию можно затем прямо использовать для подстройки предсказаний W+струи, или можно измерить (W → ev)+струи в области, где электрон чётко детектируется, и с помощью полученной подстройки провести экстраполяцию для случая т-распада или распадов, в которых е и µ не регистрируются. Тот факт, что вычисления, как оказывается, хорошо воспроизводят отношения  $\sigma[N$ -струй]/ $\sigma[(N-1)$ -струй], обусловливает дальнейшие действия.



**Рис. 34.** Сравнение данных CDF и теории для сечений W + N струй [54].

Следовательно, ясно, как определить точность теоретических методов и обеспечить надёжные оценки фона для исследуемых аномалий в конечных состояниях с мультиструями плюс  $E_{\rm T}$ , которые вместе с рождением tкварков и инклюзивных струй дают наибольший фон при поисках большого количества ожидаемых новых явлений, которые могут быть открыты на LHC. Сейчас нет причин сомневаться в том, что предсказания для LHC сделаны на очень хорошем уровне и не должно появиться никаких больших сюрпризов. Тем не менее, как всегда, дьявол — в деталях. Как было показано в анализе данных с Тэватрона, даже измерение сечений фона W+мультиструя — непростая задача из-за сильного засорения bb-фоном (когда оба b-адрона распадаются полулептонно, один — с образованием жёсткого и изолированно-заряженного лептона, а другой - с рож-



Рис. 35. Предсказанный для LHC *E*<sub>T</sub>-спектр струй с конечными состояниями W+ струя (струи) [57].

дением очень энергичного нейтрино) и tī-фоном, которые на LHC являются основными источниками событий W+мультиструя. Поэтому заранее сложно предсказать объём стоящей задачи, он станет ясен только при прямом взаимодействии с данными!

### 5. Заключение

Несмотря на существенную сложность протона, метод факторизации позволяет сделать полное, точное и успешное описание выходов и свойств жёстких процессов в адронных столкновениях. Одним из ключевых составляющих этого описания является универсальность феноменологической параметризации различных непертурбативных компонент вычислений (партонных плотностей и фазы адронизации). Эта универсальность даёт возможность извлечь непертурбативную информацию из сопоставления экспериментальных и теоретических результатов для набора базовых измерений и применить эти знания к различным наблюдаемым или различным экспериментальным условиям. Все различия поэтому будут описаны чисто пертурбативной частью эволюции.

Многие годы опыта, приобретённого на коллайдере Тэватрон, на HERA )Hadron-Electron Ring Accelarator) и LEP, обеспечили колоссальное улучшение нашего понимания и проверки этого метода и привели нас сегодня к уверенному положению, позволяющему надёжно количественно предсказывать свойства конечных состояний на LHC. На LEP, в дополнение к проверке с большой точностью сектора электрослабых взаимодействий, были подтверждены на уровне процента предсказания пертурбативной КХД, от бегущей константы связи сильных взаимодействий, до описания пертурбативной эволюции отдельных кварков и глюонов, вплоть до непертурбативной границы, где начинают сильные взаимодействия, которые вызывают конфайнмент партонов в адроны. Описание этого перехода согласно факторизационной теореме, которая позволяет последовательно разделить пертурбативную и непертурбативную фазы, обосновано с помощью изучения данных с LEP при различных энергиях и их сопоставления с данными с низкоэнергетичных е<sup>+</sup>е<sup>-</sup>-коллайдеров, что позволяет определить введённые в модель адронизации феноменологические параметры. Факторизационная теорема подтверждает справедливость использования этих параметров для описания адронизационного перехода в других экспериментальных условиях. Эксперимент HERA сделал возможным прозондировать с высокой точностью свойства протона на малых расстояниях с помощью измерений его партонного содержимого в широком спектре долей импульса x. Эта информация из LEP и HERA прекрасно объединяется в методы, которые были разработаны для описания протон-антипротонных столкновений на Тэватроне, и согласие между теоретическими предсказаниями и данными подтвердило, что фундамент общего подхода прочен.

Точность пертурбативных исходных данных опирается как на полные вычисления высших порядков, так и на возможные ресуммирования ведущих вкладов во всех порядках теории возмущений. Сегодняшняя теоретическая точность колеблется от уровня нескольких процентов для сечений W и Z, известных в следующем за следующим за лидирующим порядке, до уровня 10 % для нескольких процессов, известных до следующего за лидирующим порядка (инклюзивные сечения струй, рождение t-кварка, рождение пар электрослабых калибровочных бозонов), и до очень сырых оценок для сложнейших многоструйных конечных состояний, в которых неопределённости в имеющемся лидирующем порядке могут достигать фактора 2 и более. Если эти неопределённости скомбинировать с неопределённостями непертурбативных начальных данных, например, партонных плотностей, то теоретические предсказания будут очень хорошо согласовываться со всеми данными с коллайдера Тэватрон. В некоторых примерах теоретическая погрешность, к сожалению, не может быть проверена с помощью измерений, поскольку экспериментальные неопределённости часто слишком велики вследствие ограниченной статистики или большой систематической ошибки. Эта ситуация будет радикально изменена на LHC, где статистическая и систематическая ошибки таких измерений, как полные сечения W, Z или tt, как предполагается, будут сведены к нескольким процентам, что сравнимо с теоретической точностью. Эти и другие измерения позволят провести критическую проверку нашего моделирования основных явлений на LHC и заложить основы для успешного исследования новых областей, которые будут открыты на новом энергетическом рубеже.

> Перевёл с английского О.В. Теряев Научная редакция перевода П.Н. Пахлов

### Список литературы

- 1. Feynman R P Photon-Hadron Interactions (Reading, Mass.: W.A. Benjamin, 1972)
- Gross D J Nucl. Phys. B Proc. Suppl. 74 426 (1999); hep-th/9809060; 't Hooft G Nucl. Phys. B Proc. Suppl. 74 413 (1999); hep-th/9808154
- Muta T Foundations of Quantum Chromodynamics: An Introduction to Perturbative Methods in Gauge Theories (Singapore: World Scientific, 1998)
- 4. Peskin M E, Schroeder D V An Introduction to Quantum Field Theory (Reading, Mass.: Addison-Wesley, 1995)
- 5. Barger V D, Phillips R J N Collider Physics (Reading, Mass.: Addison-Wesley, 1997)
- 6. Ellis R K, Stirling W J, Webber B R *QCD and Collider Physics* (Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1996)
- Campbell J M, Huston J W, Stirling W J Rep. Prog. Phys. 70 89 (2007); hep-ph/0611148
- Field R D Applications of Perturbative QCD (Redwood City, Calif.: Addison-Wesley, 1989)
- 9. Dokshitzer Yu L et al. *Basics of Perturbative QCD* (Ed. J Tran Thanh Van) (Gif-sur-Yvette Calif.: Editions Frontières, 1991)
- 10. Dixon L J, arXiv:0712.3064
- 11. Dobbs M A et al., hep-ph/0403045
- 12. Грибов В Н, Липатов Л Н *ЯФ* **15** 781 (1972) [Gribov V N, Lipatov L N *Sov. J. Nucl. Phys.* **15** 438 (1972)]
- 13. Altarelli G, Parisi G Nucl. Phys. B 126 298 (1977)
- Докшицер Ю Л ЖЭТФ 73 1216 (1977) [Dokshitzer Yu L Sov. Phys. JETP 46 641 (1977)
- 15. Dittmar M et al., arXiv:0901.2504
- 16. Jung H et al., arXiv:0903.3861
- 17. Nadolsky P M et al. Phys. Rev. D 78 013004 (2008); arXiv:0802.0007
- 18. Martin A D et al. Eur. Phys. J. C 63 189 (2009); arXiv:0901.0002
- Alekhin S, Melnikov K, Petriello F *Phys. Rev. D* 74 054033 (2006); hep-ph/0606237
- Ball R D et al. (NNPDF Collab.) Nucl. Phys. B 809 1 (2009); 816 293 (2009), erratum; arXiv:0808.1231
- 21. Reisert B C (H1 and ZEUS Collab.), arXiv:0809.4946
- 22. Pumplin J et al. JHEP (07) 012 (2002); hep-ph/0201195
- 23. Dokshitzer Yu L et al. Rev. Mod. Phys. 60 373 (1988)
- 24. Webber B R Nucl. Phys. B 238 492 (1984)

- 25. Marchesini G, Webber B R Nucl. Phys. B 310 461 (1988)
- 26. Corcella G et al. JHEP (01) 010 (2001); hep-ph/0011363
- 27. Andersson B et al. Phys. Rep. 97 31 (1983)
- Sjöstrand T et al. Comput. Phys. Commun. 135 238 (2001); hep-ph/ 0010017
- Sjöstrand T, Mrenna S, Skands P JHEP (05) 026 (2006); hep-ph/ 0603175
- 30. Gieseke S et al. JHEP (02) 005 (2004); hep-ph/0311208
- 31. Melnikov K, Petriello F Phys. Rev. D 74 114017 (2006); hep-ph/ 0609070
- 32. Halkiadakis E (for the CDF and D0 Collab.), presented at the Results and Perspectives in Particles Physics: 2009 Rencontres de Physique de la Vallée d'Aoste, La Thuile, Italy, 2009
- 33. Abazov V M et al. (CDF Collab. and D0 Collab.) *Phys. Rev. D* **70** 092008 (2004); hep-ex/0311039
- 34. Aaltonen T et al. (CDF Collab.) *Phys. Rev. Lett.* **100** 071801 (2008); arXiv:0710.4112
- 35. (CDF and D0 Collab.), arXiv:0808.0147
- The CDF Collab. "Direct measurement of W boson charge asymmetry with 1 fb<sup>-1</sup> of Run II data", CDF public note 8942, http://www-cdf.fnal.gov/physics/ewk/2007/WChargeAsym/Pub-Note.pdf
- 37. Eichten E, Lane K D, Peskin M E Phys. Rev. Lett. 50 811 (1983)
- Abe F et al. (CDF Collab.) *Phys. Rev. Lett.* 77 438 (1996); hep-ex/ 9601008
- Abbott B et al. (D0 Collab.) *Phys. Rev. Lett.* 86 1707 (2001); hep-ex/ 0011036
- 40. Lai H L et al. Phys. Rev. D 55 1280 (1997); hep-ph/9606399
- 41. Aaltonen T et al. (CDF Collab.) Phys. Rev. D 78 052006 (2008); arXiv:0807.2204

- 42. Abazov V M et al. (D0 Collab.) *Phys. Rev. Lett.* **101** 062001 (2008); arXiv:0802.2400
- Plager C (CDF and D0 Collab.) Nucl. Phys. B Proc. Suppl. 186 407 (2009)
- 44. Abazov V M et al. (D0 Collab.) *Phys. Rev. D* **80** 071102(R) (2009); arXiv:0903.5525
- 45. Bonciani R et al. *Nucl. Phys. B* **529** 424 (1998); Cacciari M et al. *JHEP* (04) 068 (2004)
- 46. Moch S, Uwer P Phys. Rev. D 78 034003 (2008); arXiv:0804.1476
- 47. Cacciari M et al. JHEP (09) 127 (2008); arXiv:0804.2800
- Kidonakis N, Vogt R Phys. Rev. D 78 074005 (2008); ar-Xiv:0805.3844
- Frixione S, Ridolfi G, Nason P JHEP (09) 126 (2007); Frixione S, Nason P, Webber B R JHEP (08) 007 (2003)
- 50. Mangano M L et al. JHEP (01) 013 (2007)
- Campbell J, Ellis R K Phys. Rev. D 65 113007 (2002); Campbell J, Ellis R K, Rainwater D Phys. Rev. D 68 094021 (2003); hep-ph/ 0308195
- 52. Aaltonen T et al. (CDF Collab.) *Phys. Rev. Lett.* **100** 102001 (2008); arXiv:0711.3717
- 53. Abazov V M et al. (D0 Collab.) Phys. Lett. B 658 112 (2008)
- 54. Aaltonen T et al. (CDF Collab) *Phys. Rev. D* 77 011108(R) (2008); arXiv:0711.4044
- 55. Mangano M L et al. *JHEP* (07) 001 (2003)
- 56. Mrenna S, Richardson P JHEP (05) 040 (2004)
- 57. Alwall J et al. *Eur. Phys. J. C* **53** 473 (2008)
- Krauss F et al. Phys. Rev. D 70 114009 (2004); Phys. Rev. D 72 054017 (2005)
- 59. Lavesson N, Lönnblad N JHEP (07) 054 (2005)
- 60. Maltoni F, Stelzer T JHEP (07) 027 (2003)
- 61. Papadopoulos C G, Worek M Eur. Phys. J. C 50 843 (2007)

### QCD and the physics of hadronic collisions

#### M.L. Mangano

Theory Group, PH Department, CERN, Geneva, Switzerland

We review the basic principles underlying the use of quantum chromodynamics in understanding the structure of high- $Q^2$  processes in high-energy hadronic collisions. Several applications of relevance to the Tevatron and the LHC are illustrated.

PACS numbers: 12.38.-t, 12.39.St, 13.87.-a

Uspekhi Fizicheskikh Nauk 180 (2) 113-138 (2010)

Bibliography - 61 references

DOI: 10.3367/UFNr.0180.201002a.0113

Received 8 June, revised 7 September 2009

Physics – Uspekhi **53** (2) (2010)