

ПРИБОРЫ И МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЙ

Проблемы автоматических вычислений
для физики на коллайдерах

Э.Э. Боос, М.Н. Дубинин

Представлен обзор различных систем автоматических вычислений древесных и петлевых диаграмм Фейнмана, интегрирования методом Монте-Карло по многомерному фазовому пространству, генерации событий для коллайдеров нового поколения, LHC и ILC, и других приложений. Более подробно рассмотрены возможности системы CompHEP.

PACS numbers: 02.70.-c, 12.10.-g, 12.38.Cy

DOI: 10.3367/UFNr.0180.201010d.1081

Содержание

1. Введение (1081).
 2. Полные наборы древесных диаграмм (1082).
 3. Программы для вычисления многочастичных состояний (1084).
 - 3.1. CompHEP. 3.2. GRACE. 3.3. MadGraph/MadEvent.
 - 3.4. Другие программы. 3.5. Приложения программ для вычисления многочастичных состояний.
 4. Программы для вычисления петлевых поправок (1091).
 - 4.1. FeynArts, FeynCalc, FormCalc, TwoCalc и LoopTools.
 - 4.2. MINCER и MATAD. 4.3. Другие программы. 4.4. Приложения программ для вычисления петлевых поправок.
 5. Заключение (1092).
- Список литературы (1093).

1. Введение

В настоящее время взаимодействия частиц успешно описываются Стандартной моделью (СМ), которая включает в себя все известные лептоны и кварки и описывает их взаимодействия локализацией группы симметрии $SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)$. В то же время Стандартная модель рассматривается скорее как эффективная теория на масштабе энергии порядка массы топ-кварка $m_t = 172$ ГэВ, а не как замкнутая калибровочная теория. Известные трудности с объяснением происхождения поколений фундаментальных фермионов и их смешиваний, большое число свободных параметров, сильная (квадратичная) чувствительность к масштабу масс

возможной новой физики в петлевых поправках к массе бозона Хиггса, трудности контроля квантовых поправок на масштабах, близких к масштабу Большого объединения взаимодействий, и открытые вопросы в связи с недавними астрофизическими данными (среди которых следует выделить вопросы о природе тёмной материи во Вселенной) вынуждают расширять состав фундаментальных частиц СМ и группу калибровочной симметрии. По этой же причине физические программы коллайдеров нового поколения — Большого адронного коллайдера (LHC) [1, 2] и Международного линейного коллайдера (ILC) [3] — нацелены на изучение эффектов на масштабе энергий порядка одного-нескольких ТэВ. Многочисленные гипотезы о том, какая именно новая физика могла бы наблюдаться на ТэВ-ном масштабе, предполагают существование как новых фундаментальных фермионов (например, правых массивных нейтрино), так и новых сил (например, модели с Z' , W') или же дополнительных измерений пространства-времени, а также новых симметрий природы. Минимальная суперсимметричная стандартная модель (МССМ), являющаяся одним из представителей расширенного набора, позволяет решить проблемы объединения взаимодействий и калибровочных иерархий, однако приводит к существенным осложнениям при расчёте процессов взаимодействия и распада частиц.

Большое количество экспериментальных данных, полученных в течение последних двадцати лет на e^+e^- -коллайдерах LEP1, LEP2 (ЦЕРН) и $p\bar{p}$ -коллайдере Tevatron (Национальная ускорительная лаборатория им. Э. Ферми (Fermilab)), позволило с высокой точностью измерить массы и константы связи частиц. Например, масса Z-бозона измерена в e^+e^- -столкновениях на LEP1 с точностью, которая сравнима с точностью измерения константы Ферми G_F при распадах частиц. Для осмысленного сравнения экспериментальных данных с предсказаниями теоретических моделей необходимо точное вычисление квантовых поправок в рамках различных калибровочных теорий. Предсказания подобного рода имели большое значение при обнаружении на коллайдере

Э.Э. Боос, М.Н. Дубинин. Научно-исследовательский институт ядерной физики им. Д.В. Скобельцына Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова, Воробьевы горы, 119991 Москва, Российская Федерация
Тел. (495) 939-34-73, (495) 939-23-93
E-mail: boos@theory.sinp.msu.ru,
dubinin@theory.sinp.msu.ru

Статья поступила 15 марта 2010 г.

Tevatron топ-кварка, масса которого была довольно точно предсказана при сравнении ряда прецизионных данных LEP (Large Electron-Positron Collider) и SLC (Stanford Linear Collider) с результатами теоретических расчётов, содержащих квантовые поправки от топ-кварка. В настоящее время похожая ситуация имеет место для оценки массы бозона Хиггса (хотя здесь она сложнее вследствие более слабой (логарифмической) зависимости квантовых поправок от m_H).

Эксперименты на современных и будущих коллайдерах невозможны без детального моделирования ожидаемых в их детекторах физических процессов. Моделирование физического эксперимента представляет собой сложный, многоступенчатый процесс, который начинается с формулировки калибровочной модели (т.е. задания лагранжиана взаимодействия), с последующим описанием процессов сигнала и фона, расчётом сигнала и фона и, если необходимо, интерференции между ними с достаточным уровнем точности, генерацией событий сигнала и фона с учётом эффектов начального и конечного состояний. Последнее включает в себя начальные и конечные излучения фотонов и глюонов, свёртку с адронными функциями распределения партонов в начальном состоянии и функциями фрагментации для перехода партонов в конечное состояние. Моделирование должно детально учитывать геометрические характеристики и физические свойства подсистем конкретного детектора, а также эффекты многочастичных состояний в сталкивающихся начальных пучках и мультипартоновых состояний в сталкивающихся адронах.

Как известно, прецизионные вычисления в квантовой теории поля основываются почти исключительно на теории возмущений, квантовые эффекты в которой представляются схематически в виде наборов диаграмм Фейнмана. Последние в совокупности с правилами Фейнмана, определяющими соответствие графических изображений для диаграмм математическим выражениям для наблюдаемых, однозначно соответствуют порядку теории возмущений. В рамках теории возмущений любую модель можно задать, зафиксировав правила Фейнмана для пропагаторов и вершин взаимодействия частиц. Физические процессы рассеяния и распада вычисляются на пути соединения вершин и пропагаторов всеми возможными способами, для того чтобы получить нужные начальное и конечное состояния, и конструированием соответствующих им математических выражений. Порядок теории возмущений определяется числом вершин в вышеуказанных связках. Если взять определённое начальное состояние, например e^+e^- , то возрастающее число вершин приводит или ко всё большему числу частиц в конечном состоянии (многочастичные эксклюзивные процессы), или к возрастающему числу замкнутых петель (многочастичные поправки к рассеянию или распаду). В первом случае появляются сложные многомерные интегралы по фазовому пространству, необходимые для расчёта сечения взаимодействия. Во втором случае возникают сложные интегралы по импульсам в замкнутых петлях, необходимые для расчёта многопетлевой поправки. Вычисления диаграмм с большим количеством внешних линий (полные наборы древесных диаграмм) и диаграмм с большим числом петель (многочастичные радиационные поправки) представляют собой два различных направления развития автоматических вычислений. В настоящей статье основное внима-

ние уделяется вычислению диаграмм с большим числом концов (описывающих многочастичные эксклюзивные процессы), хотя мы кратко упомянем также и системы для многопетлевых вычислений.

Впервые идея аналитического расчёта с помощью компьютера была осуществлена, по-видимому, в программе SCHOONSCHIP [4]. Среди более совершенных программ более общего назначения последующего периода (например, MACSYMA [5], REDUCE [6] и др.) следует выделить систему MATHEMATICA [7]. Однако непосредственным развитием SCHOONSCHIP следует признать систему FORM [8, 9], приспособленную к специфическим требованиям вычислений в физике высоких энергий. Ниже речь пойдёт не столько об этих программах, сколько об их приложениях, лежащих в основе автоматического вычисления фейнмановских диаграмм.

2. Полные наборы древесных диаграмм

Как упоминалось выше, метод теории возмущений и диаграммное представление амплитуд в калибровочных теориях хорошо известны и строго обоснованы. Вместе с тем, как уже показала практика описания процессов рождения калибровочных бозонов W^\pm и Z на коллайдере LEP2 (e^+e^- , $\sqrt{s}_{\max} = 209$ ГэВ, 1995–2002 гг.) [10–12], исследование которых являлось центральным вопросом его физической программы, применение метода теории возмущений к расчётам процессов на коллайдерах в Стандартной модели и в её расширениях связано с существенными техническими проблемами.

Известно, что калибровочные бозоны Стандартной модели, W^\pm и Z , а также t -кварк являются короткоживущими частицами с основными модами распада либо в два лептона/кварка (для W^\pm и Z), либо в три фермиона ($Wb \rightarrow 2$ лептона/кварка + b для распада t), т.е. даже наиболее простые процессы, парное рождение калибровочных бозонов W^+W^- , ZZ или кварков $t\bar{t}$, приводят к конечным состояниям из четырёх или шести фермионов. Процессы рождения бозона Хиггса также дают четырёхфермионные состояния. Вместе с тем очевидно, что те же самые состояния из четырёх или шести фермионов могут появляться за счёт амплитуд (диаграмм Фейнмана), в которых отсутствуют парное рождение калибровочных бозонов, парное рождение кварков $t\bar{t}$ или бозон Хиггса. Уже в древесном приближении общее число диаграмм Фейнмана при этом составляет несколько десятков или даже сотен. Ряд примеров четырёхфермионных состояний с минимальным и максимальным числом диаграмм Фейнмана для рождения калибровочных бозонов W^\pm , Z приведён в таблице. Далее для определённости рассмотрим задачу изучения парного рождения W^+W^- . Аналогичная постановка вопросов справедлива для общего случая эксклюзивной реакции с рождением Z , t , H и т.д. На рисунке 1 изображён полный набор 20 древесных диаграмм для четырёхфермионного состояния $e^+e^- \rightarrow e^-\bar{\nu}_e u\bar{d}$. Из этого набора парному рождению W^+W^- отвечают три диаграммы (1–3), содержащие по два W -бозона в s -канале. Поэтому эти диаграммы далее будем называть диаграммами сигнала W^+W^- , а остальные — диаграммами неприводимого (интерферирующего) фона (другие примеры сигнала и фона см. в последних двух столбцах таблицы). Тринадцать диаграмм (4–16) содержат по одному W -бозону в

Таблица. Число различных двух/четырёхфермионных состояний и число диаграмм сигнала и неприводимого фона для одиночного и парного рождения калибровочных бозонов (без КХД-диаграмм с обменом глюонами и диаграмм с бозоном Хиггса)

Состояние	Число конечных состояний			Число диаграмм*	
	Лептонные	Полулептонные	Адронные	Сигнал	Фон
Z	6	0	5	1	0
W ⁺ W ⁻	9	12	4	3	6 для (а), 53 для (б)
ZZ	21	30	15	2 или 4	4 для (в), 140 для (г)

* Число диаграмм приводится для каналов: а) e⁺e⁻ → μν_μν_ττ⁺, б) e⁺e⁻ → ν_eν_ee⁺e⁻, в) e⁺e⁻ → ν_μν_μν_τν_τ, г) e⁺e⁻ → e⁺e⁻e⁺e⁻. Для процесса (в) число диаграмм неприводимого фона — наименьшее среди всех четырёхфермионных каналов (равно 4), а для процесса (г) — наибольшее (равно 140).

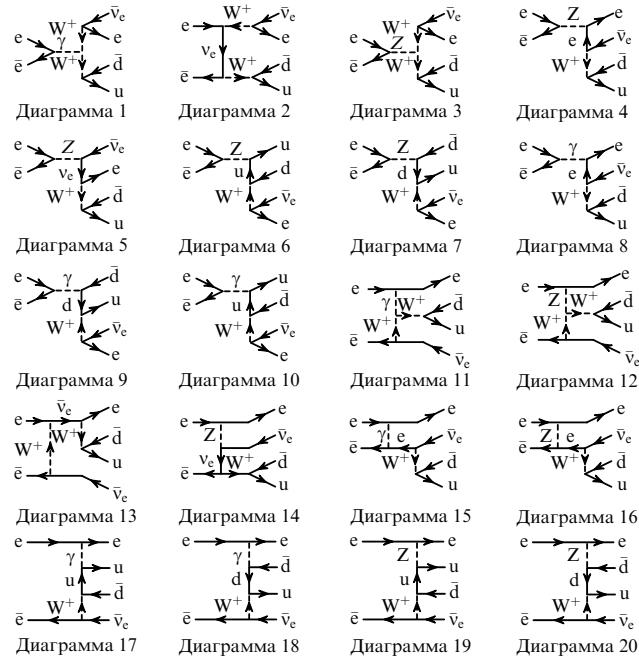


Рис. 1. Полный набор древесных диаграмм для процесса e⁺e⁻ → e⁻ν_eu \bar{d} . Диаграммы 1–10 (с калибровочными бозонами и фотоном в s-канале) и 11–20 (t-канальные) образуют два калибровочно-инвариантных поднабора в полном наборе 20 диаграмм.

s-канале и, таким образом, отвечают одиночному рождению W: e⁺e⁻ → e⁻ν_eW⁺ → e⁻ν_eu \bar{d} или e⁺e⁻ → u \bar{d} W⁻ → e⁻ν_eu \bar{d} . Четыре лестничные (мультипериферические) диаграммы (17–20) не содержат резонансов в s-канале и не отвечают парному либо одиночному рождению, представляя собой, тем не менее, неотъемлемую часть полного набора, без которой он не является калибровочно-инвариантным. Таким образом, говорить о возможности экспериментального обнаружения парного рождения W⁺W⁻ можно только тогда, когда вклады диаграмм одиночного рождения W, диаграмм лестничного типа и их интерференционных членов с диаграммами парного рождения W⁺W⁻ являются контролируруемыми и могут быть отделены. Относительные вклады указанных типов диаграмм изменяются с увеличением энергии (вклад парного рождения убывает, а одиночного — возрастает, превышая первый при энергиях √s ~ 300 ГэВ, характерных для линейных коллайдеров), и их разделение требует точно контролируемых вычислений квадрата суммы всех 20 диаграмм.

В связи с этим отметим, что известное приближение бесконечно малой ширины векторного бозона, основанное на представлении его пропагатора с помощью

дельта-функции:

$$\frac{g_{\mu\nu}}{(p_W^2 - m_W^2)^2 + m_W^2 \Gamma_W^2} \Rightarrow g_{\mu\nu} \frac{\pi}{m_W \Gamma_W} \delta(p_W^2 - m_W^2), \quad (1)$$

приводит лишь к полезным оценкам для тех или иных частей сечения. Например, сечение парного рождения W⁺W⁻ имеет вид

$$\sigma(e^+e^- \rightarrow e^-\bar{\nu}_e u\bar{d}) = \sigma(e^+e^- \rightarrow W^+W^-) \times \text{Br}(W^- \rightarrow e^-\bar{\nu}_e) \times \text{Br}(W^+ \rightarrow u\bar{d}),$$

где Br(W⁺ → f \bar{f}) = Γ_{f \bar{f}} /Γ_{tot} — вероятность распада по каналу f \bar{f} . В этом случае одиночное рождение W не учитывается. Распределений для конечных фермионов, необходимых для описания экспериментальных данных, вообще говоря, получить нельзя. Например, распределение по инвариантной массе M_{u \bar{d}} является в упоминаемом приближении дельта-функцией. Если ограничиться только тремя диаграммами для парного рождения W⁺W⁻ (1–3) (см. рис. 1) с векторными бозонами вне массовой поверхности p_W² ≠ m_W², то соответствующая амплитуда не будет калибровочно-инвариантной, что является принципиальным недостатком такого приближения.

Вышеупомянутые трудности возникают для любого пакета, использующего приближение бесконечно малой ширины. Конечно, перечень начальных состояний не исчерпывается только e⁺e⁻, pp и p \bar{p} . Например, в рамках проекта ILC обсуждается возможность экспериментов на коллайдере в нестандартных модах. Планируется использовать установку и детекторы не только в моде e⁺e⁻, но и в модах γe⁻, γγ и e⁻e⁻ при возможности высокой степени поляризации пучков. Пучки фотонов генерируются комптоновским рассеянием луча лазера назад [13, 14], что открывает новые возможности для исследований уже при умеренных энергиях [15]. При энергиях ILC применение поляризации пучков e⁺, e⁻, γ [16] приводит к нетривиальным изменениям сечений рождения соответствующих мультифермионных состояний для полных наборов диаграмм, что позволяет выбрать оптимальную комбинацию пучков и их поляризаций для выделения сигналов. Обсуждается также возможность экспериментов на встречных пучках мюонов [17], в которых минимальны потери энергии на тормозное излучение в кольцевых конфигурациях. При всех вариантах сталкивающихся пучков приближения бесконечно малой ширины, эквивалентных фотонов, векторных бозонов и др. могут работать плохо, а иногда могут оказаться вообще неприменимыми.

Таким образом, очевидно, что пакет программ для автоматических вычислений должен включать в себя алгоритмы:

- 1) генерации диаграмм;

2) конструирования аналитического выражения для каждой диаграммы на основе некоторого заданного набора правил Фейнмана;

3) вычисления аналитического выражения (алгебраические операции с индексами, вычисление следов) для амплитуды (квадрата амплитуды) процесса, пригодного для дальнейшего интегрирования по фазовому пространству;

4) вычисления сечения (или ширины распада) интегрированием по многомерному фазовому объёму;

5) генерации событий "без веса" для последующего моделирования в детекторе¹.

Набор пакетов программ для моделирования процессов взаимодействия частиц, имеющийся в настоящее время, можно разделить на две основные группы: а) системы вычислений, реализующие поэтапно (полностью или частично) перечисленные выше алгоритмы 1–5; б) программы вычисления, основанные на базах данных (библиотеках) "готовых" квадратов амплитуд. Программы расчётов процессов взаимодействия частиц, основанные на библиотеках всевозможных матричных элементов, в дальнейшем рассматриваться не будут. Эти программы начинают расчёт с этапа 5 вышеуказанной схемы, когда квадраты амплитуд процессов (как правило, типа распада $1 \rightarrow 2$ и рассеяния $2 \rightarrow 2$) в аналитической форме уже определены в библиотеке, а "настройка" до требуемого многочастичного состояния производится в приближении бесконечно малой ширины (см. формулу (1)). Диаграммы неприводимого фона при этом не принимаются во внимание. Если фоновые процессы рассматриваются отдельно от сигнала, то интерференция сигнал–фон для идентичных конечных состояний не учитывается.

Широко известными представителями программ, основанных на библиотеках, являются PYTHIA [18], HERWIG [19] и ISAJET [20]. Обладая целым рядом привлекательных особенностей, к которым, в первую очередь, следует отнести простоту использования и высокую скорость счёта сечения, эти программы вместе с тем не являются достаточно универсальными, поскольку любой процесс, не включённый в состав имеющейся библиотеки, недоступен для расчёта. В библиотеки программ ALPGEN [21], TopRex [22], MC@NLO [23], MCFM [24] встроены более сложные, весьма интересные с точки зрения физики процессы, не использующие (1). Однако число таких процессов весьма ограничено. Выше уже отмечалось, что для ряда случаев следует аккуратно оценивать точность расчёта, включающего в себя приближение бесконечно малой ширины промежуточных частиц.

3. Программы для вычисления многочастичных состояний

Первыми программами для вычисления полных наборов диаграмм, начало разработки которых относится к 1989–1990 гг., являются CompHEP [25–27], GRACE [28] и HELAS [29]. Программа HELAS впоследствии сменила разработчиков и начиная с конца 1990-х годов развивалась под названием MadGraph [30].

¹ Отметим, что большинство пакетов программ (но не все) соответствуют этой схеме. Пакеты ALPHEA и O'Mega (см. раздел 3) используют другие алгоритмы и иную архитектуру построения.

3.1. CompHEP

3.1.1. Общие характеристики и особенности. Особенности системы CompHEP [25–27], по сравнению с другими системами расчёта полных наборов диаграмм, являются:

1) графический интерфейс пользователя (Graphics User Interface — GUI). Управление основными операциями проводится с помощью экранного меню;

2) унифицированный наглядный формат записи правил Фейнмана, параметров и связей между ними для произвольных калибровочных моделей теории поля. Автоматическая генерация моделей в унифицированном формате исходя из лагранжианов в пространстве координат с помощью программы LanHEP [31–35];

3) автогенерация аналитических выражений для квадрата амплитуды процесса в различных форматах. CompHEP не использует метод спиральных амплитуд (см. раздел 3.2.1), суммируя по спиновым состояниям с помощью известного представления для прямого произведения биспиноров:

$$\sum_{s=1,2} u(\mathbf{p}, s) \bar{u}(\mathbf{p}, s) = \frac{\hat{p} \pm m}{2p_0}, \quad (2)$$

с последующим аналитическим вычислением следов произведений γ -матриц. Суммирование по спиновым состояниям в случае калибровочных полей производится с автоматическим вычитанием вкладов полей духов Фаддеева–Попова и нефизических голдстоуновских бозонов при вычислениях в ковариантных калибровках типа 't Хофта–Фейнмана;

4) возможность определения параметризации многомерного фазового пространства в соответствии с набором сингулярностей рассматриваемого процесса и регуляризация этих сингулярностей. Эта возможность в сочетании с адаптивными свойствами интегратора методом Монте-Карло (МК) VEGAS [36] позволяет критически увеличить эффективность МК-интегрирования и генерации событий без веса.

Пример формата записи правил соответствия Стандартной модели в калибровке 't Хофта–Фейнмана показан на рис. 2а, где индексы s и f указывают на поля духов и голдстоунов соответственно. В верхней части рисунка показано окно редактирования правил соответствия, где можно видеть знакомое выражение для пространственно-временной структуры вершины WWZ. В обозначениях CompHEP $m3.p2 = p_{2m3}, m1.m2 = g_{m1 m2}$ и т.д.

CompHEP версии 4 предоставляет возможности записи аналитического выражения для квадрата амплитуды в форматах REDUCE [6], MATHEMATICA [7] и FORM [8] (см. подробности об этих системах в конце раздела 1). Данные возможности (рис. 2б) рассматриваются в настоящее время как дополнительные к основной МК-структуре CompHEP, когда после записи кодов в формате ANSI C производится численное интегрирование и генерация событий.

Удобный графический интерфейс позволяет использовать пакет CompHEP в целях обучения. Отметим в связи с этим книгу Д. Грина [37], практикум К. Матчева [38] и лекции Дж. Ричмана [39].

На основе CompHEP версии 4.0 развивалась параллельная разработка, известная как пакет CalcHEP [40, 41]. Она легла в основу программы MicroMEGAS для вычисления реликтовой плотности тёмной материи в MССМ и ряде других расширений СМ.

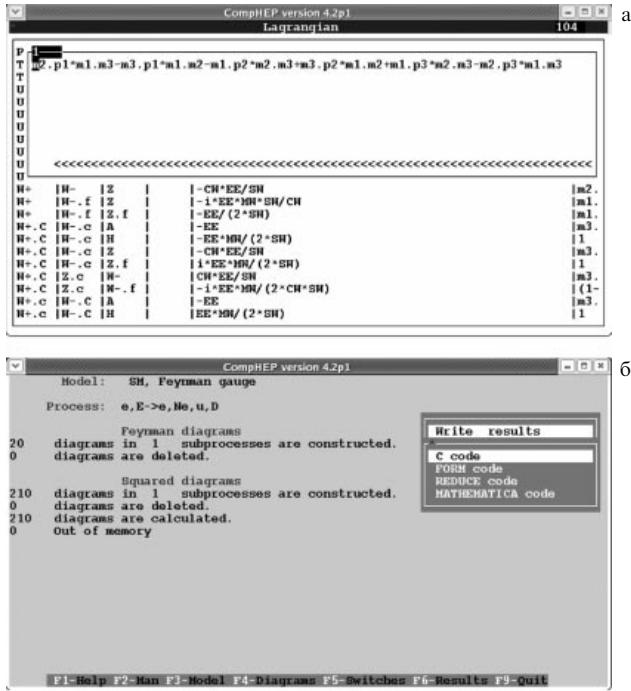


Рис. 2. (а) Формат ComrHEP записи правил соответствия для Стандартной модели в калибровке 'т Хофта–Фейнмана. В окне редактора показана вершина WWZ взаимодействия трёх калибровочных бозонов. Вершины W.c, Z.c соответствуют полям духов, W.f, Z.f обозначают голдстоуновские бозоны, переходящие в унитарной калибровке в продольные степени свободы W- и Z-бозонов. (б) Форматы вывода квадрата амплитуды ComrHEP.

3.1.2. Аналитические результаты для сечений. В случае вычислений сложных процессов с большим количеством внешних линий символьные ответы, как правило, являются очень громоздкими и сами по себе интереса не представляют. Однако символьные выражения очень полезны для получения формул для сечений и распределений простых процессов с участием новых частиц и взаимодействий. Формулы во многих случаях позволяют лучше понять основные зависимости от новых параметров.

Кратко проиллюстрируем это на примере s -канального резонансного рождения нового W' -бозона с распадом в t - и b -кварки [42]. Лагранжиан взаимодействия W' с кварками SM имеет следующий модельно независимый вид:

$$\mathcal{L} = \frac{V_{q_i q_j}}{2\sqrt{2}} \bar{q}_i \gamma_\mu \left[a_{q_i q_j}^R (1 + \gamma^5) + a_{q_i q_j}^L (1 - \gamma^5) \right] W' q_j + \text{h.c.}, \quad (3)$$

где $a_{q_i q_j}^R$, $a_{q_i q_j}^L$ — левые и правые константы взаимодействия, $g_W = e/s_W$ — электрослабая константа связи SM, $V_{q_i q_j}$ — элемент матрицы смешивания Кабиббо–Кобаяси–Маскавы (СКМ) в SM. Введение нового W' -бозона и его лагранжиана взаимодействия в ComrHEP не представляет никаких проблем. Для этого проще всего взять за основу лагранжиан SM в ComrHEP в унитарной калибровке и в точности в соответствии с W -бозоном SM добавить новую векторную частицу, заменив имя частицы, а также обозначения её массы и ширины, и ввести вместо вершины $G(m3) * (1 - G5)$ в лагранжиан модели (файл lgrnN.mdl, где N — номер модели)

структуру вида

$$al * G(m3) * (1 - G5) + ar * G(m3) * (1 + G5).$$

Сохраняя результат символьных вычислений, например, в обозначениях REDUCE, легко получить для квадрата матричного элемента основного процесса $u\bar{d} \rightarrow t\bar{b}$ выражение в виде

$$|M|^2 = V_{tb}^2 V_{ud}^2 (g_W)^4 \left[\frac{(p_u p_b)(p_d p_t)}{(\hat{s} - m_W^2)^2 + \gamma_W^2 m_W^2} + 2a_{ud}^L a_{tb}^L (p_u p_b)(p_d p_t) \times \frac{(\hat{s} - m_W^2)(\hat{s} - M_{W'}^2) + \gamma_{W'}^2 \Gamma_{W'}^2}{[(\hat{s} - m_W^2)^2 + \gamma_W^2 m_W^2][(\hat{s} - M_{W'}^2)^2 + \Gamma_{W'}^2 M_{W'}^2]} + \frac{(a_{ud}^L a_{tb}^L + a_{ud}^R a_{tb}^R)(p_u p_b)(p_d p_t)}{(\hat{s} - M_{W'}^2)^2 + \Gamma_{W'}^2 M_{W'}^2} + \frac{(a_{ud}^L a_{tb}^R + a_{ud}^R a_{tb}^L)(p_u p_t)(p_d p_b)}{(\hat{s} - M_{W'}^2)^2 + \Gamma_{W'}^2 M_{W'}^2} \right], \quad (4)$$

где a_{ud}^L , a_{ud}^R — левые и правые константы связи W' с u - и d -кварками, a_{tb}^L , a_{tb}^R — соответственно левые и правые константы связи W' с t - и b -кварками. Случаю так называемого SM-like- W' соответствуют константы связи W' , такие же как и для стандартного W -бозона: $a_{ud}^L = a_{tb}^L = 1$ и $a_{ud}^R = a_{tb}^R = 0$. С помощью простой программы на языке REDUCE можно проинтегрировать квадрат матричного элемента по фазовому объёму и получить компактную формулу для сечения этого подпроцесса:

$$\hat{\sigma}(\hat{s}) = \frac{\pi \alpha_W^2}{12} V_{tb}^2 V_{ud}^2 \frac{(\hat{s} - M_t^2)^2 (2\hat{s} + M_t^2)}{\hat{s}^2} \times \left[\frac{1}{(\hat{s} - m_W^2)^2 + \gamma_W^2 m_W^2} + 2a_{ud}^L a_{tb}^L \times \frac{(\hat{s} - m_W^2)(\hat{s} - M_{W'}^2) + \gamma_{W'}^2 \Gamma_{W'}^2}{[(\hat{s} - m_W^2)^2 + \gamma_W^2 m_W^2][(\hat{s} - M_{W'}^2)^2 + \Gamma_{W'}^2 M_{W'}^2]} + \frac{(a_{ud}^L a_{tb}^L + a_{ud}^R a_{tb}^R + a_{ud}^L a_{tb}^R + a_{ud}^R a_{tb}^L)}{(\hat{s} - M_{W'}^2)^2 + \Gamma_{W'}^2 M_{W'}^2} \right], \quad (5)$$

где $\alpha_W = g_W^2/(4\pi)$. Из приведённых выражений, в частности, видно, что интерференция (средний член в формулах (4), (5)) между новым W' -бозоном и стандартным W -бозоном пропорциональна произведению только левых констант связи. Этот факт приводит к тому, что из-за отрицательной интерференции экспериментальные ограничения на массу W' -бозона оказываются более слабыми для левого варианта взаимодействия [43].

3.1.3. Параметризация N -частичного фазового пространства и регуляризация квадрата амплитуды. Эффективное МК-интегрирование амплитуды для полного набора диаграмм древесного приближения весьма нетривиально не только вследствие очень большого размера аналитических выражений, но и из-за наличия многочисленных "пиков", связанных с узкими резонансами от скалярных и векторных бозонов в s -канале, а также излучения фотонов и глюонов, приводящего к хорошо известным инфракрасным и коллинеарным полюсам. Сингулярности амплитуд возникают также при расщеплении фотонов или глюонов в начальных и конечных состояниях на пары

лёгких фермионов/антифермионов, а также при расщеплении глюон \rightarrow пара безмассовых глюонов. При МК-интегрировании, например, амплитуды рождения бозона Хиггса с последующим распадом $H \rightarrow b\bar{b}$ с шириной порядка нескольких МэВ случайно разыгрываемые точки могут вообще не попасть "в резонанс", содержащийся в физической области размером порядка 1 ТэВ (характерным для LHC и ILC), что приведёт к ошибочному результату для сечения. Для эффективного счёта МК-интегратору нужно указать, где находятся пики.

Единственными существенными процедурами вне автоматического режима счёта ComrNER, которые должны проводиться пользователем и которые критически (в несколько десятков раз) сокращают время счёта и повышают качество результатов, являются процедуры задания кинематической схемы (т.е. параметризации многочастичного фазового объёма) и замены соответствующих ей переменных интегрирования. Поскольку эта "точная настройка численного интерфейса" вызывает наибольшее число вопросов, мы рассмотрим её подробно на примере уже упоминавшегося канала $e^-e^+ \rightarrow \bar{\nu}_e e^- u\bar{d}$ образования четырёх фермионов при энергиях LEP2.

Кинематические схемы ComrNER основаны на рекуррентной двухчастичной параметризации сечения [44, 45], которое определено для процесса $2 \rightarrow N$ как

$$\sigma = \frac{N}{4\sqrt{(p_1 p_2)^2 - m_1^2 m_2^2}} (2\pi)^4 \int \delta^4\left(p_1 + p_2 - \sum_3^{N+2} p_i\right) \times \\ \times \frac{d\mathbf{p}_3}{(2\pi)^3 2E_3} \dots \frac{d\mathbf{p}_{N+2}}{(2\pi)^3 2E_{N+2}} |M|^2.$$

Представление в виде свёртки двухчастичных фазовых объёмов для цепочек $p_{ij} \rightarrow p_i, p_j$ ($p_{ij} = p_i + p_j = (E_{ij}, \mathbf{p}_{ij})$) использует уравнение

$$\delta^4(p_{ij} - p_i - p_j) d^4 p_{ij} \frac{d\mathbf{p}_i}{(2\pi)^3 2E_i} \frac{d\mathbf{p}_j}{(2\pi)^3 2E_j} = \\ = \frac{d\mathbf{p}_{ij}}{(2\pi)^3 2E_{ij}} \frac{|\mathbf{p}_i|}{(2\pi)^3 4E_{ij}} dp_{ij}^2 d\Omega_i,$$

где $d\Omega_i$ — угловая часть $d\mathbf{p}_i$. В системе покоя $p_{ij} = (E_{ij}, 0, 0, 0)$ определяется двухчастичный элемент фазового объёма

$$d\Gamma_2(i, j) = \frac{|\mathbf{p}_i|}{(2\pi)^3 4\sqrt{s_{ij}}} ds_{ij} d\Omega_i,$$

где $s_{ij} = p_{ij}^2$, после чего рекуррентная процедура, на каждом шаге которой выбираются два "незанятых" четырёхвектора, приводит к сечению вида

$$\sigma = \frac{\pi N}{2|\mathbf{p}_i|\sqrt{s}} \int |M|^2 d\Gamma_2(I_1, J_1) \prod_{i=2}^{N-1} d\Gamma_2(I_i, J_i).$$

Нормировка $N = 0,39 \times 10^9$ пб ГэВ⁻². Выбор определённой цепочки последовательных расщеплений $p_{ij} \rightarrow p_i, p_j$ из нескольких возможных цепочек должен соответствовать сингулярностям квадрированной амплитуды, которую представим в виде

$$F(x) = f(x) \sum_{i=1}^N g_i(x).$$

Здесь функции $g_i(x)$ имеют сингулярности, соответствующие s - и t -канальным пропагаторам. После замены переменных (регуляризации)

$$dx = \frac{d\bar{y}}{\sum_{i=1}^N g_i(x(\bar{y}))}, \quad \bar{y}(x) = \sum_{i=1}^N G_i(x),$$

где $G_i(x) = \int g_i(x) dx$, и нормировки на интервал $[0, 1]$ $d\bar{y} = [G(b) - G(a)] dy$ получим

$$\int_a^b F(x) dx = \int_0^1 F(G^{-1}(y)) J_g^x(y) dy,$$

где якобиан

$$J_g^x(y) = \frac{G(b) - G(a)}{\sum_{i=1}^N g_i(x(y))}.$$

Эффективность введённых таким образом регуляризаций зависит от вида функций $g_i(x)$. Для резонансов в s -канале

$$g_i(s_k) = \frac{1}{(s_k - s_0)^2 + \gamma^2}, \quad G_i(s_k) = \frac{1}{\gamma} \arctg \frac{s_k - s_0}{\gamma}. \quad (6)$$

Для коллинеарной расходимости первого порядка в t -канале

$$g_i(\cos \theta) = \frac{1}{\cos \theta - c_0}, \quad G_i(\cos \theta) = \ln |\cos \theta - c_0|, \quad (7)$$

для расходимости второго порядка

$$g_i(\cos \theta) = \frac{1}{(\cos \theta - c_0)^2}, \quad G_i(\cos \theta) = \frac{1}{\cos \theta - c_0} \quad (8)$$

и т.д.

Вернёмся к процессу $e^-e^+ \rightarrow \bar{\nu}_e e^- u\bar{d}$, для которого полный набор двадцати диаграмм в древесном приближении изображён на рис. 1. На рисунке 3б показан набор регуляризаций для кинематической схемы рис. 3а, адекватной сингулярностям амплитуды процесса $e^-e^+ \rightarrow \bar{\nu}_e e^- u\bar{d}$. Кинематическая схема для процесса $e^-e^+ \rightarrow \bar{\nu}_e e^- u\bar{d}$ (рис. 3а) построена следующим образом: сначала выбираем расщепление на две группы: электрон e^- (частица номер четыре в списке частиц рассматриваемого процесса $2 \rightarrow 4$) и кластер $\bar{\nu}_e u\bar{d}$ (частицы 3, 5, 6 в списке). Это отражено в первой строке кинематической схемы. Затем расщепляем кластер $\bar{\nu}_e u\bar{d}$ на нейтрино $\bar{\nu}_e$ (частица 3) и пару кварков $u\bar{d}$ (частицы 5, 6) (см. вторую строку определения кинематической схемы на рис. 3а). В завершение кластер $u\bar{d}$ расщепляется на пару кварков. Выбор параметризации фазового объёма, отвечающий этой схеме, соответствует сингулярностям амплитуды процесса, наиболее существенными из которых являются t -канальный полюс первого порядка $1/t$ для рассеяния электрона вперёд (см. диаграммы 4, 8, 17, 18 на рис. 1), а также s -канальные полюсы второго порядка, соответствующие распадам W -бозона в пары $\bar{\nu}_e e^-$ или $u\bar{d}$ (см. диаграммы 1–16). В соответствии с такой структурой полюсов квадрированной амплитуды для улучшения сходимости адаптивного МК-интегрирования VEGAS при энергии LEP2 $\sqrt{s} = 210$ ГэВ используется набор из пяти регуляризаций фазового пространства (т.е. пяти замен переменных интегрирования (см. примеры (6)–(8))), показанных на рис. 3б. Первая регуляризация, обозначенная как "14" в левом столбце, сглаживает

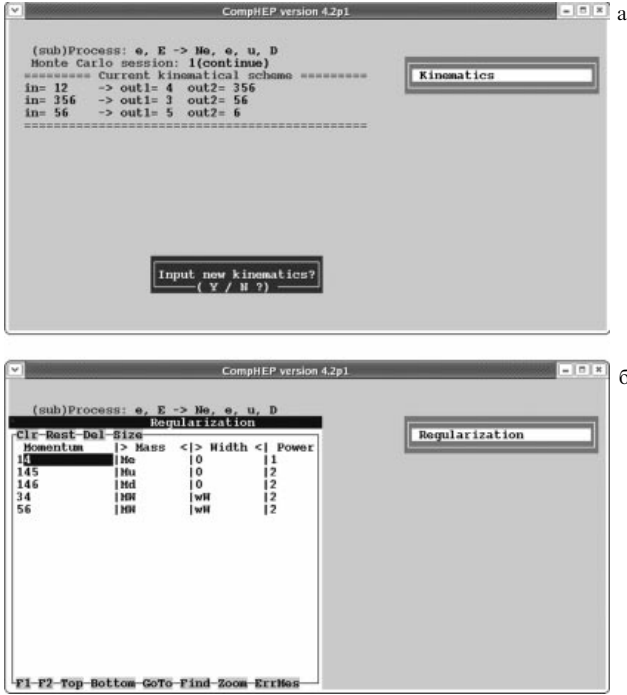


Рис. 3. Форматы ComrHEP (а) параметризации четырёхчастичного фазового объёма для процесса $e^+e^- \rightarrow \bar{\nu}_e e^- u \bar{d}$, (б) необходимого набора регуляризаций квадрата амплитуды процесса $e^+e^- \rightarrow \bar{\nu}_e e^- u \bar{d}$. Полный набор диаграмм приведён на рис. 1.

полус $1/t$ для переданного импульса $t = (p_1 - p_4)^2$, а две последние регуляризации, "34" и "56", сглаживают полюсы W-бозонов. В дополнение список содержит регуляризации, обозначенные как "145" и "146", необходимые для t -канальных полюсов второго порядка u - и d -кварков $(p_1 - p_4 - p_5)^2$ и $(p_1 - p_4 - p_6)^2$ соответственно, которые присутствуют в лестничных диаграммах 17–20 на рис. 1. Остальные сингулярности амплитуды (например, s -канальный Z-пик "12") находятся при используемой энергии вне кинематической области.

Отметим, что полюс по переменной $t = (p_1 - p_4)^2$ — первого порядка, что отражено в последней колонке ("Power") на рис. 3б. Хотя в амплитуду процесса $e^+e^- \rightarrow \bar{\nu}_e e^- u \bar{d}$ входит пропагатор $1/t$, т.е. в квадрированной амплитуде появляется фактор $1/t^2$, вторая степень t в знаменателе сокращается при суммировании двадцати диаграмм². Сокращение двойного полюса происходит вследствие $U(1)_{em}$ -калибровочной инвариантности амплитуды, оно известно под названием "калибровочное сокращение". В связи с тем, что кинематическое ограничение для минимального (по абсолютной величине) переданного импульса $t_{min} = -m_e^2(M^2/s)^2$, где $M^2 = (p_3 + p_5 + p_6)^2$, масса электрона $m_e = 0,511$ МэВ, наличие полюса второго порядка $1/t^2$ привело бы, очевидно, к неунитарному поведению полного сечения $\sigma = \int dt/t^2 \sim s^2$, в то время как полюс первого порядка обеспечивает правильное логарифмическое возрастание сечения с увеличением энергии. Очень существенно, что калибровочное сокращение может нарушаться в случае, когда вместо пропагаторов хронологических произведе-

ний в амплитуду подставляем пропагаторы Брейта–Вигнера (с конечной шириной (см. (1))). Это может привести к ошибочному численному результату для полного сечения, который, очевидно, на несколько порядков может отличаться от истинного. Для того чтобы обеспечить калибровочные сокращения, в системе ComrHEP предусмотрена опция "Width scheme: Overall". Её необходимо включить в рассматриваемом случае процесса $e^+e^- \rightarrow \bar{\nu}_e e^- u \bar{d}$. Подробности для калибровочных сокращений в амплитудах и точных пропагаторов можно найти в [46].

Отметим высокое, трудно достижимое для некоторых других систем, качество реконструированных распределений при расчёте без кинематических обрезаний (граница фазового объёма регулируется t_{min}), находящемся на пределе возможностей двойной точности (REAL * 16). Угловое распределение для электрона вперёд приведено на рис. 4. Для достижения высокой точности амплитуда должна вычисляться при конечных массах фермионов (даже если некоторые из масс пренебрежимо малы). В частности, приближение $m_e = 0$, обычное для формализма безмассовых спиральных амплитуд, приведёт к расходящемуся полному сечению для всей кинематической области.

Текущую справочную информацию по использованию системы ComrHEP можно найти в рубрике "Help", присутствующей в каждом из возникающих при работе с ComrHEP меню возможных операций. Отметим отдельно, в частности, возможности ComrHEP для эффективного счёта с суммированием вкладов лёгких кварков-конституентов (упрощение комбинаторики сортов кварков, необходимое для эффективного расчёта процессов с участием адронов в начальном состоянии) [47], наличие пакетных режимов (batch modes) вычислений как в символьном, так и в численном модулях программы, а также режимов вычислений для ферм с параллельными процессорами. Это позволяет проводить за разумное время вычисление амплитуды и генерацию событий для процессов с числом частиц в конечном состоянии более шести.

Исходные коды системы ComrHEP распространяются свободно (требуется регистрация) с сайта <http://comphep.sinp.msu.ru>.

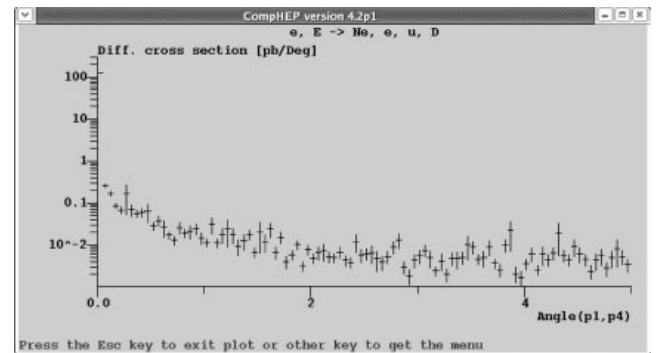


Рис. 4. Распределение по углу рассеянного e^- для процесса $e^+e^- \rightarrow \bar{\nu}_e e^- u \bar{d}$ (полный набор диаграмм см. на рис. 1). Интегратор ComrHEP использовал две последовательности десяти МК-итераций по 50 тыс. точек каждая, после первой последовательности статистика устранялась, оставалась только адаптивная "решётка". Сечение в первом бине 102 пб на градус, всего 100 бинов от 0 до 5 градусов.

² Точнее, сокращение двойного полюса происходит в калибровочно-инвариантном поднаборе десяти t -канальных диаграмм, 11–20 (см. рис. 1).

3.2. GRACE

3.2.1. Общие характеристики и особенности. Система GRACE [28], реализованная на языке Фортран, не имеет интерактивного GUI, т.е. пользователю нужно формировать задание для счёта с помощью специальных команд в управляющем файле. Общая архитектура системы GRACE напоминает архитектуру CompHEP, однако имеются существенные различия в модулях генерации диаграмм и модуле вычисления амплитуд (который имеет отдельное название CHANNEL (см. [48])). Для любого заданного процесса производится генерация не только полных наборов древесных диаграмм, но и однопетлевых. Для вычислений полных наборов древесных диаграмм, которые возможны в автоматическом режиме, применяется метод спиральных амплитуд. Ввиду большой распространённости этого формализма мы остановимся на некоторых деталях в разделе 3.2.2. Автоматической генерации переменных фазового пространства нет, пользователь должен выполнить соответствующие операции вручную. Численное МК-интегрирование проводится с помощью адаптивного интегратора BASES [49, 50], который по используемым подходам аналогичен интегратору VEGAS [36]. Модуль генерации событий без веса называется SPRING.

3.2.2. Численные вычисления методом спиральных амплитуд. Суммирование по поляризациям (2) приводит к шпуром большого числа γ -матриц, аналитическое вычисление которых требует значительных вычислительных ресурсов и приводит к громоздким выражениям. Альтернативные методы, основанные на численном вычислении амплитуды (а не квадратов амплитуды), явно представленной в определённом базисе, известны как методы спиральных амплитуд [51–56]. Они используют двухкомпонентные спиноры Вейля–Ван дер Вардена и киральное представление γ -матриц $\gamma^\mu = ((0, \sigma_+^\mu), (\sigma_-^\mu, 0))$, где $\sigma_\pm^\mu = (1, \pm \boldsymbol{\sigma})$, а компонентами вектора $\boldsymbol{\sigma}$ являются матрицы Паули $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$. Спинорное представление произвольного четырёхвектора $p = (p^0, p^1, p^2, p^3)$ имеет вид эрмитовой матрицы 2×2 вида $p^\mu \sigma_\mu = ((p^0 + p^3, p^1 + ip^2), (p^1 - ip^2, p^0 - p^3))$. Её собственными векторами являются спиральные состояния

$$\frac{\boldsymbol{\sigma} \mathbf{p}}{|\mathbf{p}|} \chi_\lambda(p) = \lambda \chi_\lambda(p), \quad \lambda = \pm, \quad (9)$$

которые удобно представить в виде

$$\chi_+(p) = \begin{pmatrix} \sin \frac{\theta}{2} \\ -\cos \frac{\theta}{2} \exp(i\varphi) \end{pmatrix}, \quad \chi_-(p) = \begin{pmatrix} \cos \frac{\theta}{2} \exp(-i\varphi) \\ \sin \frac{\theta}{2} \end{pmatrix}, \quad (10)$$

где использованы полярный и азимутальный углы единичного вектора $\mathbf{e} = \mathbf{p}/|\mathbf{p}| = (\cos \varphi \sin \theta, \sin \varphi \sin \theta, \cos \theta)$. Четырёхкомпонентные спиноры $u(p, \lambda)$ и $v(p, \lambda)$ расщепляются на двухкомпонентные спиральные состояния $\chi_\lambda(p)$:

$$u(p, \lambda)_\pm = \omega_\pm(p) \chi_\lambda(p), \quad v(p, \lambda)_\pm = \pm \lambda \omega_\mp(p) \chi_{-\lambda}(p), \quad (11)$$

где $\omega_\pm(p) = \sqrt{E \pm p}$. Ортонормированные векторы $\epsilon_\mu(q)$ поляризации частиц спина 1 также явно задаются в спиральном базисе:

$$\begin{aligned} \epsilon_+ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \{0, -\cos \theta \cos \varphi + i \sin \varphi, \\ &\quad -\cos \theta \sin \varphi - i \cos \varphi, \sin \theta\}, \\ \epsilon_- &= \frac{1}{\sqrt{2}} \{0, \cos \theta \cos \varphi + i \sin \varphi, \\ &\quad \cos \theta \sin \varphi - i \cos \varphi, -\sin \theta\}, \\ \epsilon_0 &= \frac{E_W}{m_W} \left\{ \frac{|\mathbf{p}_W|}{E_W}, \sin \theta \cos \varphi, \sin \theta \sin \varphi, \cos \theta \right\}, \end{aligned} \quad (12)$$

после чего генерируется аналитическое выражение для амплитуды. Возможны и другие явные представления. При моделировании в фазовом пространстве разыгрываются, в том числе, углы и фазы. Алгоритмизация метода спиральных амплитуд использует представления для вершин взаимодействия различного типа, которые вызываются последовательно командами CALL SUBROUTINE. Например, вершина взаимодействия фермион-фермион-векторный бозон FFV в пакете GRACE имеет вид

$$\bar{\chi}^{\rho'}(\lambda', p') \hat{\epsilon}(q) \Gamma \chi^\rho(\lambda, p) = \delta_{\rho'\lambda', \rho\lambda} A_{\rho\lambda}(B_1 - i\rho h B_2),$$

где $\Gamma = A_+ \omega_+ + A_- \omega_-$ (A_\pm — константы связи для лево- и правоспиральных вершин),

$$B_1 = \frac{(k_0 p')(\epsilon p) - (k_0 \epsilon)(p p') + (k_0 p)(p' \epsilon)}{\sqrt{(k_0 p')(k_0 p)}}, \quad B_2 = \frac{\epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} k_0^\mu \epsilon^\nu p'^\rho p^\sigma}{\sqrt{(k_0 p')(k_0 p)}}.$$

Для практических вычислений удобно выбрать четырёхвектор k_0 , например, в виде $(1, 1, 0, 0)$, тогда выражения для B_1, B_2 упрощаются. Подобного рода представления можно выписать и для массивных фермионов [48], с их использованием любая амплитуда может быть записана с помощью блоков FFV, FFS, VVV и т.д. и определена численно в заданной точке фазового пространства, а затем возведена в квадрат для вычисления сечения или ширины распада. Аналитические выражения для квадрата матричного элемента в рамках метода спиральных амплитуд отсутствуют. В то же время характерный размер аналитических выражений для амплитуды, конечно, существенно меньше, чем при её квадрировании с последующим вычислением шпуров.

Исходные коды системы GRACE не распространяются. Сайт проекта GRACE в KEK — <http://minami-home.kek.jp/>.

3.3. MadGraph/MadEvent

В основу системы MadGraph [30] заложены реализованные на языке Фортран процедуры вычисления спиральных амплитуд HELAS [29] в Стандартной модели, с помощью которых спиральные амплитуды для произвольной древесной диаграммы могут быть вычислены последовательностью команд CALL SUBROUTINE. Библиотека HELAS, первоначально не имевшая модуля для генерации и рисования диаграмм, позднее была существенно расширена и дополнена необходимым

образом [58]. В настоящее время система предоставляет возможности расчётов полных наборов древесных диаграмм не только Стандартной модели, но и МССМ [57] с последующей генерацией событий без веса [58]. Современный статус системы описан в работе [59]. Основные разработки последнего времени включают в себя: 1) алгоритмы генерации партонного ливня, инициированного конечным кварком/глюоном жёсткого процесса столкновения (так называемого *jet matching* в рамках схемы, основанной на процедуре MLM (M.L. Mangano) [60]. Эволюция партонного ливня в приближении главных логарифмов квантовой хромодинамики (КХД) задаётся алгоритмами пакета PYTHIA; 2) расширение алгоритмов генерации партонного ливня на нелидирующие (Next-to-Leading-Order, NLO) поправки КХД; 3) надстройку цепочек многочастичных распадов, актуальную для рождения суперпартнёров; 4) возможности использования параллельных процессоров. По аналогии со связкой CompHEP/LanHEP создаётся пакет FeynRules автоматической генерации правил Фейнмана для лагранжианов нестандартных моделей, которые имели бы необходимый формат для считывания системой MadGraph.

Хотя в случае необходимости можно получить исходные коды системы MadGraph, для большей надёжности пользователю предлагается запустить своё задание на сторонних компьютерах, используя спецификацию интересующего его процесса на одном из сайтов MadGraph. Дальнейшие детали см. на web-странице <http://madgraph.hep.uiuc.edu/>.

3.4. Другие программы

К системам вычисления полных калибровочно-инвариантных наборов древесных диаграмм, разрабатывавшимся в более поздний период, начиная с конца 1990-х – начала 2000-х гг., следует отнести O'Mega/WHIZARD [61, 62] и SHERPA [63].

Система O'Mega/WHIZARD [61, 62] реализует существенную оптимизацию при суммировании большого количества диаграмм Фейнмана полного набора, что приводит к увеличению скорости счёта и хорошей сходимости МК-итераций. Оптимизация основана на алгоритмах выделения калибровочно-инвариантных поднаборов диаграмм, содержащихся в полном наборе [64]. Возможны вычисления сечений как в Стандартной модели, так и в МССМ. Довольно просто можно включить в рассмотрение вершины, соответствующие эффективным лагранжевым членам размерностью равной четырём или более (аномальные вершины взаимодействия трёх и четырёх калибровочных бозонов содержатся в распространяемой версии как пример). Генерация событий без веса осуществляется с помощью интегрированного пакета WHIZARD. Исходные коды системы O'Mega/WHIZARD распространяются свободно. Детальное описание см. на <http://theorie.physik.uni-wuerzburg.de/~ohl/omega/>.

Система SHERPA [63] основана на библиотеке спиральных амплитуд AMEGIC++ [65]. Помимо возможностей расчёта в СМ и МССМ, она предоставляет "встроенные" возможности счёта в моделях с дополнительными измерениями. Алгоритмы генерации партонного ливня, инициированного конечным кварком/глюоном жёсткого процесса столкновения (*jet matching*), основаны на схеме CKKW (Catani – Krauss – Kuhn – Webber) [66]. За

более детальной информацией можно обратиться к сайту <http://www.sherpa-mc.de>.

3.5. Приложения программ для вычисления многочастичных состояний

Количество работ по вычислениям полных наборов древесных диаграмм в СМ и за её пределами начиная с середины 1990-х гг. исчисляется тысячами. Поскольку сложно представить их систематическое описание в ограниченных пределах настоящей статьи, мы упомянем лишь наиболее существенные этапы приложений системы CompHEP, которые осуществлялись совместно со многими другими интеграторами и генераторами событий для коллайдеров. Отметим, что общая поэтапная программа работ проекта CompHEP была предложена в [67] (1989 г.). Первоначальные версии CompHEP были реализованы на языке Паскаль для персонального компьютера. На основе таблицы правил соответствия для вершин СМ (унитарная калибровка) они осуществляли автогенерацию кодов [68] точного квадрата амплитуды, соответствующей калибровочно-инвариантному набору диаграмм, для систем аналитических вычислений REDUCE [6], FORM [8] и MATHEMATICA [7], с помощью которых предполагалось получать аналитические результаты для дифференциальных и полных сечений. Стандартная модель в калибровке 'т Хофта – Фейнмана была алгоритмизована в 1993 г. Никаких упрощающих приближений (бесконечно малой ширины, эквивалентных фотонам, безмассовых фермионов и т.п.) не было как в первых версиях CompHEP, так и в последующих. Метод спиральных амплитуд не использовался. Быстро ставшее очевидным на этом пути отсутствие возможностей приведения огромных аналитических выражений для полных наборов к более простому виду обусловило развитие модулей автогенерации кодов на Фортране, приспособленных для дальнейшего МК-интегрирования с помощью интегратора BASES [49, 50], предоставленного группой разработчиков системы GRACE (КЕК, Цукуба) [28]. Совместно, но разными методами было выполнено МК-вычисление сечений для большого набора процессов [69], что позволило надёжно отработать все необходимые алгоритмы. Первоначальные феноменологические приложения [70] были связаны с γe^- и $\gamma\gamma$ -модами линейных коллайдеров JLC (Japan Linear Collider) и TESLA (Tera-electronvolt Energy Superconducting Linear Accelerator), в которых генерация пучков фотонов должна была осуществляться обратным комптоновским рассеянием. Важный вопрос совместимости калибровочных сокращений и введения в амплитуду пропагаторов Брейта – Вигнера анализировался в [46, 71]. Генерация событий с единичным весом, необходимых для моделирования в реальных детекторах, была реализована в CompHEP версии 4 (2000 г.).

В 1995 г. энергия e^+e^- -коллайдера LEP2 (ЦЕРН) превысила порог рождения пар W^+W^- , Z^0Z^0 , в результате чего стали образовываться разнообразные четырёхфермионные состояния (как чисто лептонные, так и включающие в себя адронные струи). Возникла задача точного расчёта сечений и распределений LEP2 нового типа, по сравнению с таковыми для LEP1 (где $\sqrt{s} = m_Z = 91$ ГэВ и основной интерес представляют радиационные поправки в резонансе (см., например, пакет ZFITTER [72])). Было не ясно, например, с какой точностью PYTHIA описывает распределения для $e^+e^- \rightarrow 4$ струи. Сечения различ-

ных процессов рождения четырёхфермионных состояний (около 100 каналов), а также анализ теоретических неопределённостей и сравнение результатов различных систем и генераторов событий приведены в [10, 11]. При сравнении результатов предъявлялись жёсткие требования к совпадению результатов как для полных сечений (разница не более нескольких десятых процента), так и к распределениям по кинематическим переменным. В частности, была установлена степень точности приближений пакета PYTHIA. Существенными оказались учёт конечных масс фермионов, радиационные поправки в начальное состояние и излучение фотонов с большими p_T из начального и конечного состояний. Последний вопрос последствии дополнительно рассматривался в [12]. Из числа систем автоматических вычислений использовались ComrHEP, Grace, а также другие пакеты, основанные на библиотеках спиральных амплитуд: EXCALIBUR [73], WPHACT [74], WTO [75], HIGGSPV [76] и ALPHA [77]. В итоге был сделан вывод о необходимости пересмотра генераторов, не использующих полные наборы диаграмм, как не удовлетворяющих по точности результатов.

Параллельно с этим для $p\bar{p}$ -коллайдера Tevatron проводились сравнения [78] результатов ComrHEP с генератором VECBOS [79] безмассовых спиральных амплитуд для процессов рождения калибровочных бозонов в сопровождении адронных струй, что было важно для включения функций распределения партонов и правильного определения масштабов факторизации, весьма существенных для расчётов процессов с участием адронов.

Таким образом, модели и основные алгоритмы ComrHEP разносторонне проверены для большого количества как лептонных, так и адронных каналов посредством многократных сравнений с большим числом результатов, полученных с помощью других генераторов, основанных на совершенно других методах счёта. Это обуславливает надёжность и высокую эффективность пакета (при условии квалифицированного использования (см. пример выше)).

Большое внимание привлекала возможность наблюдения сигнала бозона Хиггса на LEP2 (особенно в свете известного ограничения МССМ $m_H < m_Z$ в случае малых радиационных поправок). Здесь очень важно рассчитывать полные наборы диаграмм, поскольку сигнал $e^+e^- \rightarrow HZ$ нужно отделить от фонового процесса $e^+e^- \rightarrow ZZ$ при $m_H \sim m_Z$ и КХД-фонон. Вычисление полного набора диаграмм $e^+e^- \rightarrow Zb\bar{b}$ [80] процесса $2 \rightarrow 3$ показало, что неприводимый фон не мал, но интерференция сигнал-фон в этом случае не столь существенна³. Интересно отметить, что при последующих вычислениях полных наборов диаграмм $2 \rightarrow 4$ для процесса $e^+e^- \rightarrow \nu_e \bar{\nu}_e b\bar{b}$ выяснилось [82], что предшествующее моделирование не учитывало электрослабую "лестничную" диаграмму рождения бозона Хиггса с излучением W-бозонов из линий начальных e^+ , e^- и слиянием $W^+W^- \rightarrow H$, поскольку соответствующая амплитуда отсутствовала в генераторах-библиотеках. Диаграмма с $W^+W^- \rightarrow H$ даёт новый (и существенный)

³ Заметим, что это было первое вычисление полного набора древесных диаграмм, содержащего одновременно вклады от рождения резонансов с последующим распадом и диаграмм неприводимого (интерферирующего) фона (см. подробнее в [81]).

вклад для рождения H "под порогом" $m_H < \sqrt{s} - m_Z$, где для вышеупомянутого процесса излучения H из линии Z ("Higgsstrahlung") $e^+e^- \rightarrow HZ$ сечение пренебрежимо мало. Начиная с 1997 г. в рамках коллаборации CMS (ЦЕРН) рассматривались приложения ComrHEP для детектирования сигнала бозона Хиггса на LHC. Анализ сигнала бозона Хиггса на LHC, как показали последующие работы, можно осмысленно проводить только для полных наборов диаграмм, когда есть возможность контроля характерных для pp -коллайдера огромных фонон. В связи с этим отметим предложенную в [83, 84] возможность искать сигнал от лёгкого (масса 115–150 ГэВ) бозона Хиггса в каналах $\gamma\gamma +$ струя, где можно добиться лучшего отношения сигнал/фон по сравнению с таковым в случае полностью инклюзивной моды $pp \rightarrow \gamma\gamma X$. В последнее время полное моделирование для коллаборации CMS проводилось и для канала $\gamma\gamma + 2$ струи [85, 86]. Полноценная генерация нескольких миллионов событий без веса, осуществлённая в этом канале, использовала возможности ComrHEP для вычислений на многопроцессорных комплексах, разработанные ранее для моделирования рождения одиночного t-кварка. Отметим, что кроме диаграмм неприводимого фона очень большие вклады могут давать полные наборы диаграмм для фонон "ошибочной идентификации струи как фотона" (так называемые fake backgrounds от распадов быстрых π^0 внутри струй, например в канале $\gamma + 3$ струи, когда одна из трёх струй экспериментально неотличима от фотона), которые также необходимо точно моделировать.

Принципиально новую разработку представляет собой упоминавшийся в разделе 3.1.1 пакет LanHEP (версия 1 [31–35] создана в 1996 г.), с помощью которого осуществляется автоматическая генерация правил Фейнмана, таблиц частиц, физических параметров и связей в формате ComrHEP. Исходные лагранжианы члены LanHEP записываются явно в конфигурационном пространстве, достаточно просто задаются смешивания и состояния в массовом базисе, впоследствии обрабатываемые системой для получения правил соответствия параллельно с необходимыми проверками (эрмитовость, правильность диагонализации и др.). Это позволило ввести в систему Минимальную суперсимметричную стандартную модель (МССМ) и её параметрически ограниченные разновидности: mSUGRA (minimal Supergravity Breaking) [87, 88] и GMSB (Gauge Mediated Supersymmetry Breaking) [89]. На основе LanHEP впоследствии рассматривались также различные эффективные операторы размерностью более четырёх и несуперсимметричные расширения СМ. Число работ по нестандартным моделям в формате ComrHEP, опубликованных пользователями системы, весьма велико. Вместе с тем отметим, что за пределами "размножения" киральных SU(2)-мультиплетов различных частиц и их смешиваний возможности использования моделей с мультиплетными частицами размерностью более двух и групп симметрии более высокого ранга в ComrHEP версии 4 очень ограничены. Значительно более широкие возможности системы ComrHEP будут предоставлены в версии 5, использующей ядро аналитических вычислений FORM.

В последнее время проводилось детальное моделирование рождения одиночного t-кварка на $p\bar{p}$ -коллайдере Tevatron. Экспериментальное обнаружение рожде-

ния одиночного t -кварка в 2008 г. является основным результатом физической программы Tevatron run II (эксперименты в режиме высокой светимости). Для правильного моделирования t -канального рождения одиночного t -кварка SM , доминирующего при энергиях как коллайдера Tevatron, так и коллайдера LHC, на основе CompHEP был создан специализированный генератор SingleTop [90]. Вычисления полных наборов диаграмм с помощью CompHEP позволили провести генерацию событий на уровне NLO и правильно воспроизвести все спиновые корреляции. Основанный на CompHEP генератор SingleTop был использован в первом прямом наблюдении сигнала одиночного топ-кварка на коллайдере Tevatron в эксперименте D0 [91]. Многочисленные результаты для полных наборов диаграмм рождения t -кварка в различных типах столкновений как в SM , так и в BSM (Beyond-the-Standard-Model) содержатся в работах [92–94]. Полученные ограничения на константы связи, участвующие в эффективных операторах размерностью 6, для LHC и ILC позволяют предсказать области параметров, в которых возможна регистрация проявления вкладов новой физики.

4. Программы для вычисления петлевых поправок

Вычисление петлевых поправок проводится в основном для пертурбативной КХД. Бегущая константа связи КХД существенно превосходит постоянную тонкой структуры квантовой электродинамики, но всё же является достаточно малой, что позволяет использовать теорию возмущений. Достаточно сложно вычислить электрослабые поправки более чем для двух петель даже в Стандартной модели, поскольку имеется большое количество возможных промежуточных частиц и масштабов их масс. В КХД калибровочные бозоны — безмассовые, а массами лёгких кварков u , d , s , c во многих случаях можно пренебречь, что облегчает вычисления.

Техника вычислений основывается на размерной регуляризации и схеме минимального вычитания, интегрировании по частям D -размерных интегралов, тензорной редукции, а также на различных схемах обработки мягких и коллинеарных сингулярностей. Много результатов получено для асимптотических разложений петлевых интегралов. Подчеркнём, что полностью автоматизированные пакеты программ для расчёта на NLO-уровне точности пока отсутствуют, хотя интенсивная работа по их созданию ведётся.

4.1. FeynArts, FeynCalc, FormCalc, TwoCalc и LoopTools

Программа FeynArts [95–97] генерации петлевых диаграмм, написанная на языке команд MATHEMATICA, используется в интерактивном режиме. После задания внешних частиц и числа петель программа генерирует всевозможные петлевые диаграммы, после чего для каждой из них конструируется амплитуда перехода, которая может быть вычислена с помощью программ FeynCalc, FormCalc [98–100] или TwoCalc [101]. Поскольку FeynArts работает в оболочке MATHEMATICA, возможны разнообразные манипуляции с результатами. FeynCalc ориентирована на вычисление однопетлевых диаграмм SM . После алгебраических преобразований γ -

матриц и тензорной редукции результат выражается через скалярные интегралы, которые вычисляются в среде MATHEMATICA. По этой причине скорость FeynCalc в случае больших промежуточных выражений невелика. Скорость счёта существенно увеличивается в модификации FormCalc, работающей в оболочке FORM. Возможности FormCalc ограничены однопетлевыми диаграммами. Пакет TwoCalc [101] (реализован на языке MATHEMATICA) представляет собой расширение FeynCalc для вычисления двухточечных двухпетлевых диаграмм. Некоторое ограничение типов диаграмм связано с тем, что только для двухточечных амплитуд можно обобщить алгоритм тензорной редукции.

На следующем этапе возможно численное вычисление скалярных однопетлевых интегралов. Для этого предназначен пакет LoopTools [99, 100], основанный на более ранней программе FF [102], написанной на Фортране. Программа LoopTools предназначена для среды MATHEMATICA, в которой она осуществляет численный счёт для аналитических результатов, полученных с помощью FeynCalc или FormCalc.

4.2. MINCER и MATAD

Пакет MINCER [103], предназначенный для среды FORM (первоначальная версия пакета [104] использовала SCHOOSHIP), может вычислять одно-, двух- и трёхпетлевые интегралы для безмассовых частиц в случае, когда только одна из внешних линий несёт ненулевой импульс. Конечный результат представляется в виде ϵ -разложения (для трёхпетлевых диаграмм выводится только конечная часть). Пакет основывается на алгоритме интегрирования по частям и обладает высокой эффективностью. Пакет MATAD [105], также работающий в среде FORM, предназначен для вычисления переходов вакуум–вакуум, вплоть до трёхпетлевого уровня (все внешние импульсы равны нулю) для промежуточных, либо безмассовых либо обладающих одинаковыми массами, частиц. Конечный результат представим в виде ряда по малым массам/импульсам. Область применения обоих пакетов довольно сильно ограничена.

4.3. Другие программы

В числе программ автоматической генерации диаграмм Фейнмана отметим написанный на Фортране пакет QGRAF [106], обладающий хорошим быстродействием. Генерация 10000 диаграмм занимает несколько секунд. Однако отсутствует графическое представление результатов, хотя возможны несколько разных форматов для результатов автоматической генерации, которые пользователь может комбинировать с нужными правилами Фейнмана вручную.

Удобной программой расчёта одно- и двухпетлевых диаграмм является XLOOPS [107]. Для выбранной пользователем диаграммы пакет проводит расчёты с γ -матрицами и сводит результат к скалярным одно- и двухпетлевым интегралам, которые затем вычисляются либо аналитически с помощью системы MAPLE [108] (однопетлевые), либо численно с помощью интегратора VEGAS (двухпетлевые).

Отметим программу для вычисления одно- и двухпетлевых интегралов SHELL2 [109], с помощью которой можно вычислять диаграммы с промежуточными частицами на массовой поверхности. Известным примером

такого рода является вычисление двухпетлевой поправки к $g - 2$ для электрона.

Были сделаны попытки комбинирования пакетов, упомянутых в разделе 5, в рамках единой оболочки. Примером такого рода является оболочка GEFICOM, которая объединяет генератор диаграмм QGRAF, пакеты вычисления петлевых интегралов MINCER и MATAD и специальные программы EXP и LMP [110, 111] асимптотического разложения амплитуд. Результат представляется в виде асимптотического разложения по массовым параметрам, которые разделены в рамках определённой иерархии масс частиц.

К специализированным программам вычисления петлевых поправок следует отнести пакеты для вычисления масс, связей и ширины для бозонов Хиггса двухдублетного сектора МССМ с учётом радиационных поправок (особенно заметными могут быть поправки за счёт сектора взаимодействия скалярных суперпартнёров кварков третьего поколения с бозонами Хиггса, содержащего так называемые F - и D -члены мягкого нарушения суперсимметрии). Такими пакетами являются HDECAY [112], FeynHiggs [113] и CPsuperH [114]. Не обладая возможностями генерации событий, эти пакеты являются вместе с тем прецизионными табуляторами аналитических выражений, определяющих радиационные поправки к массам и ширинам скаляров, что является необходимым для моделирования другими системами. Например, FeynHiggs интегрирован в состав МССМ-моделей CompHEP. Подробности можно найти на web-страницах: people.web.psi.ch/spira/hdecay — HDECAY; www.feynhiggs.de — FeynHiggs; www.hep.man.ac.uk/u/jslee/CPsuperH.html — CPsuperH.

Существует группа программ для вычисления радиационных поправок к массам и связям частиц МССМ и сечений их рождения в e^+e^- и pp -взаимодействиях. В неё входят пакеты ILCslepton [115], Prospino [116], SDecay [117], SoftSUSY [118], SPheno [119], SuSpect [120], Susygen3 [121]. Детальные описания пакетов и другие подробности приведены на сайте:

theory.fnal.gov/people/freitas/ — ILCslepton;

pheno.physics.wisc.edu/~plehn — Prospino;

lappweb.in2p3.fr/pg-nomin/muehleleitner/SDECAY/ — SDecay;

allanach.home.cern.ch/allanach/softsusy.html — SoftSUSY;

www-theorie.physik.unizh.ch/~porod/SPheno.html — SPheno;

www.ippp.dur.ac.uk/montecarlo/BSM/, www.lpta.univ-montp2.fr/users/kneuer/Suspect — SuSpect;

lyoinfo.in2p3.fr/susygen/susygen.html — Susygen3.

Отдельно отметим пакет SloopS [122], с помощью которого осуществляется вычисление полного набора однопетлевых поправок в МССМ. Пакет SloopS является гибридом LanHEP [31–35] и пакета LoopTools [99, 100]. Первый из пакетов генерирует в автоматическом режиме однопетлевые контрчлены, формат которых пригоден для дальнейших вычислений в FeynArts [95–97].

Отметим также пакет программ SANC [123] для вычисления однопетлевых интегралов в СМ (используется R_ξ -калибровка), на основе которых можно получить аналитические результаты для полного набора спиральных амплитуд определённого типа процессов. Используются языки FORM и Фортран. Подробное описание применяемых методов содержится в книге [81].

Распределённая система доступа к данным SANC реализована на языке Java, для представления данных принят формат XML (см. <http://sanc.jinr.ru/sanc.project.php>).

4.4. Приложения программ для вычисления петлевых поправок

"Классическим" примером вычисления поправок третьего порядка КХД α_s^3 являются поправки к наблюдаемой $R(s) = \sigma(e^+e^- \rightarrow \text{адроны})/\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)$. После вычисления поправок порядка α_s^2 для случая безмассовых кварков [124–126] понадобилось более десяти лет для вычисления "вручную" следующего порядка [127, 128], при котором появляется около ста петлевых диаграмм. При вычислениях "вручную" затруднительно проверить, например, независимость результата от калибровочного параметра. Автоматическая генерация петлевых диаграмм порядка α_s^3 и их автоматическое вычисление [129] были выполнены ещё позднее. Вычисление поправок к $R(s)$ порядка α_s^2 в случае массивных кварков [130–132] связано с вычислением небольшого (менее двадцати) числа петлевых диаграмм, но требует обработки огромных промежуточных аналитических выражений, что проблематично без применения специализированных систем.

Более сложным примером представляются поправки к распаду бозона Хиггса на два глюона, $H \rightarrow gg$, исключительно важные для установления достоверности сигнала $H \rightarrow \gamma\gamma$ в инклюзивной моде на коллайдере LHC. Поправка к $H \rightarrow gg$ порядка α_s даёт, как известно [133], сильное уменьшение (на 70 %) парциальной ширины, что свидетельствует о необходимости точного вычисления трёхпетлевых диаграмм порядка α_s^2 , число которых равно примерно одной тысяче. Это можно сделать в рамках эффективной теории поля для случая $m_H < 2m_W$, когда топ-кварк "отщепляется" (decoupling limit $m_t \rightarrow \infty$). Соответствующие эффективные операторы получены в [134]. Вычисления проводились в рамках оболочки GEFICOM (см. раздел 4.3). Ещё большее число петлевых диаграмм возникает на четырёхпетлевом уровне КХД, который рассматривался при вычислении β -функции (примерно 50000 диаграмм) [135] и аномальной размерности γ_m (приблизительно 2000 диаграмм) [136, 137]. Упомянем также сложные вычисления КХД-поправок к $\Delta\rho$ [138, 139] и Δr [140], а также моментов функций распределения партонов [141, 142]. Конечно, список расчётов радиационных поправок не ограничивается только КХД. Например, важными примерами вычисления двухпетлевых электрослабых вкладов являются аномальный магнитный момент мюона [143] и аномальный дипольный момент нейтрона [144].

5. Заключение

В течение последних двадцати лет существенно сократилась практика проведения сложных расчётов "вручную" для калибровочных моделей теории поля. Идеология автоматического конструирования амплитуд и точного вычисления обширных наборов диаграмм в теории возмущений с последующим расчётом распределений и генерацией событий, непосредственно предназначенных для моделирования процессов в детекторах коллайдеров Tevatron, LHC и ILC, продемонстрировала свою убедительность и эффективность.

Основными направлениями развития последних лет для систем автоматических вычислений стали: 1) реализация вычислений на многопроцессорных комплексах, в особенности для моделирования на ЛHC, в котором число процессов взаимодействия партонов, необходимое для учёта, исчисляется несколькими сотнями; 2) отработка унифицированных форматов файлов для событий; 3) создание интерфейсов к программам моделирования партонных ливней и адронизации, а также к пакетам моделирования детекторов, в особенности CMS (Compact Muon Solenoid) и ATLAS (A Toroidal LHC Apparatus).

В последней версии CompHEP 4.5 (2009 г.) [25] отработаны системы команд (так называемые скрипты) для проведения вычислений (неинтерактивных) на фермах с параллельными процессорами как в символьной, так и в численной модах. Реализован как первый унифицированный формат Les Houches Accord (LHA) [145] (для передачи событий от систем автоматических вычислений программам генерации партонных ливней и адронизации PYTHIA, HERWIG), так и последующие форматы LHAPDF [146] (для стандартизации функций распределения партонов), SUSY LHA [147] (для файлов, содержащих различные суперсимметричные расширения SM, например SUGRA и GMSB), а также LHE [148] (основной формат записи для событий без веса). CompHEP 4.5 поддерживает как старые форматы sruht, так и LHE с описанием в формате HepML. В настоящее время развивается поддержка формата BSM LHA [149]. Для эффективного построения гистограмм-распределений осуществлена генерация командных файлов формата ROOT. Обновлены интерфейсы к пакетам PYTHIA, HERWIG. Завершаются работы по созданию ядра символьных вычислений квадрированных амплитуд на основе системы FORM [8].

Авторы благодарны за финансовую поддержку в рамках грантов РФФИ 08-02-91002-CERN_a и 08-02-92499-CNRSL_a, 10-02-00525_a, NS.1456.2008.2, Государственных контрактов 02.740.11.0244, АБЦП 3341 и 5163 ФЦП.

Список литературы

- The CMS Collab. "CMS physics technical design report, Vol. II: Physics performance" *J. Phys. G Nucl. Part. Phys.* **34** 995 (2007)
- ATLAS Collab. "ATLAS: Detector and physics performance technical design report, Vol. 2", CERN/LHCC 99-15 (1999)
- Heuer R D et al. (Eds) "TESLA Technical design report, Pt. 3. Physics at an e^+e^- linear collider", hep-ph/0106315
- Veltman M "SCHOONSCHIP", CERN preprint (1967); Strubbe H *Comput. Phys. Commun.* **8** 1 (1974)
- Mathlab Group, MACSYMA Reference Manual, Version 9 (Cambridge, Mass.: Laboratory for Computer Science, MIT, 1977)
- Hearn A C, REDUCE User's Manual, Version 3.5 (Santa Monies, Calif.: RAND Corp., 1993)
- Wolfram S *Mathematica: a System for Doing Mathematics by Computer* (Redwood City, Calif.: Addison-Wesley, 1988)
- Vermaseren J A M *Symbolic Manipulation with FORM* (Amsterdam: Computer Algebra Nehterlands, 1991)
- Vermaseren J A M *Nucl. Phys. B Proc. Suppl.* **116** 343 (2003); hep-ph/0211297
- Bardin D et al., in *Physics at LEP2* (CERN Report 96-01, Eds G Altarelli, T Sjostrand, F Zwirner) Vol. 1 (Geneva: CERN, 1996) p. 3; hep-ph/9709270
- Boudjema F, Mele B et al., in *Physics at LEP2* (CERN Report 96-01, Eds G Altarelli, T Sjostrand, F Zwirner) Vol. 1 (Geneva: CERN, 1996) p. 207; hep-ph/9601224
- Grünewald M W, Passarino G et al., in *LEP2 Monte Carlo Workshop: Report of the Working Groups on Precision Calculations for LEP2 Physics, CERN, Geneva, Switzerland* (CERN Report, CERN-2000-009) (Geneva: CERN, 2000) p. 1; hep-ph/0005309
- Arutyunian F R, Tumanian V A *Phys. Lett.* **4** 176 (1963)
- Milburn R H *Phys. Rev. Lett.* **10** 75 (1963)
- Budnev V M et al. *Phys. Rep.* **15** 181 (1975)
- Moortgat-Pick G, Steiner H *Eur. Phys. J. Direct* **3** C6 (2001); hep-ph/0106155
- King B J *AIP Conf. Proc.* **530** 165 (2000); physics/9907026
- Sjostrand T, Mrenna S, Skands P, hep-ph/0603175
- Corcella G et al. *JHEP* (01) 010 (2001); hep-ph/0011363
- Paige F E et al., hep-ph/0312045
- Mangano M L et al. *JHEP* (07) 001(2003); hep-ph/0206293
- Slabospitsky S R, Sonnenschein L *Comput. Phys. Commun.* **148** 87 (2002); hep-ph/0201292
- Frixione S, Webber B R, Cavendish Report Cavendish-HEP-06/28; hep-ph/0612272
- Ellis R K *Nucl. Phys. B Proc. Suppl.* **160** 170 (2006)
- Boos E et al. "CompHEP 4.5 Status Report", arXiv:0901.4757
- Boos E et al. *Nucl. Instrum. Meth. Phys. Res. A* **534** 250 (2004); hep-ph/0403113
- Pukhov A et al., Preprint No. 98-41/542 (Moscow: Skobel'syn Institute of Nuclear Physics of Moscow State University, 1998); hep-ph/9908288
- Ishikawa T et al., KEK Report 92-19 (1993)
- Murayama H, Watanabe I, Hagiwara K, KEK Report 91-11 (1992)
- Stelzer T, Long W F *Comput. Phys. Commun.* **81** 357 (1998); hep-ph/9401258
- Semenov A V *Comput. Phys. Commun.* **180** 431 (2009); LAPTH-1249-08, LanHEP version 3; arXiv:0805.0555
- Semenov A V, LAPTH-926-02, LanHEP version 2; hep-ph/0208011
- Semenov A *Comput. Phys. Commun.* **115** 124 (1998)
- Semenov A V *Nucl. Instrum. Meth. Phys. Res. A* **389** 293 (1997)
- Semenov A V, Preprint No. 96-24/431 (Moscow: Skobel'syn Institute of Nuclear Physics of Moscow State University, 1996); hep-ph/9608488
- Lepage G P J. *Comput. Phys.* **27** 192 (1978)
- Green D *High PT Physics at Hadron Colliders* (Cambridge: Cambridge University Press, 2005)
- Matchev K "Practicum on simulations", <http://www.phys.ufl.edu/~matchev/pitp/>
- Richman J D "A particle physics tour with CompHEP", http://hep.ucsb.edu/cms/richman_comphep.pdf
- Bélanger G et al. *Comput. Phys. Commun.* **149** 103 (2002); hep-ph/0112278
- Bélanger G et al. *Comput. Phys. Commun.* **177** 894 (2007)
- Boos E et al. *Phys. Lett. B* **655** 245 (2007)
- Abazov V M et al. (D0 Collab.) *Phys. Rev. Lett.* **100** 211803 (2008); arXiv:0803.3256
- Kovalenko D N, Pukhov A E *Nucl. Instrum. Meth. Phys. Res. A* **389** 299 (1997)
- Ilyin V A, Kovalenko D N, Pukhov A E *Int. J. Mod. Phys. C* **7** 761 (1996); hep-ph/9612479
- Kurihara Y, Perret-Gallix D, Shimizu Y *Phys. Lett. B* **349** 367 (1995); hep-ph/9412215
- Boos E E, Ilyin V A, Skachkova A N *JHEP* (05) 052 (2000); hep-ph/0004194
- Tanaka H *Comput. Phys. Commun.* **58** 153 (1990)
- Kawabata S *Comput. Phys. Commun.* **41** 127 (1986)
- Kawabata S, in *New Computing Techniques in Physics Research, Proc. of 2nd International Workshop on Software Engineering, Artificial Intelligence and Expert Systems for High-energy and Nuclear Physics, La Londe Les Maures, France, 13–18 January 1992*, p. 745
- De Causmaecker P et al. *Nucl. Phys. B* **206** 53 (1982)
- Berends F A et al. *Nucl. Phys. B* **206** 61 (1982)
- Berends F A, Daverveldt P H, Kleiss R *Nucl. Phys. B* **253** 441 (1985)
- Passarino G *Nucl. Phys. B* **237** 249 (1984)
- Hagiwara K, Zeppenfeld D *Nucl. Phys. B* **274** 1 (1986)
- Dittmaier S *Phys. Rev. D* **59** 016007 (1998)
- Cho G C et al. *Phys. Rev. D* **73** 054002 (2006); hep-ph/0601063
- Maltoni F, Stelzer T *JHEP* (02) 027 (2003); hep-ph/0208156
- Alwall J et al. *JHEP* (09) 028 (2007); arXiv:0706.2334
- Mangano M L et al. *JHEP* (07) 001 (2003); hep-ph/0206293
- Moretti M, Ohl T, Reuter J, hep-ph/0102195
- Kilian W, Ohl T, Reuter J, arXiv:0708.4233
- Gleisberg T et al. *JHEP* (02) 056 (2004); hep-ph/0311263
- Boos E, Ohl T *Phys. Rev. Lett.* **83** 480 (1999); hep-ph/9903357
- Hagiwara K et al. *Phys. Rev. D* **73** 055005 (2006); hep-ph/0512260
- Catani S et al. *JHEP* (11) 063 (2001); hep-ph/0109231

67. Boos E E et al., Preprint No. 89-63/140 (Moscow: Skobel'tsyn Institute of Nuclear Physics of Moscow State University, 1989)
68. Boos E E et al., Preprint No. 91-9/213 (Moscow: Skobel'tsyn Institute of Nuclear Physics of Moscow State University, 1991)
69. Boos E E et al. *Int. J. Mod. Phys. C* **5** 615 (1994)
70. Boos E, Dubinin M N, Ilyin V A, Pukhov A E, in e^+e^- Collisions at 500 GeV: the Physics Potential. Proc. of the Workshop Munich, Anncy, Hamburg (DESY Report 93-123C, Ed. P Zerwas) (1993) p. 561
71. Boos E et al. *Phys. Lett. B* **326** 190 (1994)
72. Bardin D et al. *Comput. Phys. Commun.* **133** 229 (2001)
73. Berends F A, Pittau R, Kleiss R. *Nucl. Phys. B* **426** 344 (1994)
74. Ballestrero A, Maina E. *Phys. Lett. B* **350** 225 (1995)
75. Passarino G. *Nucl. Phys. B* **237** 249 (1984)
76. Montagna G, Nicosini O, Piccinini F. *Comput. Phys. Commun.* **90** 141 (1995)
77. Caravaglios F, Moretti M. *Phys. Lett. B* **358** 332 (1995)
78. Belyaev A, Boos E, Dudko L, Pukhov A, D0 Note 2784 (1995); hep-ph/9511306
79. Berends F A et al. *Nucl. Phys. B* **357** 32 (1991)
80. Boos E E, Dubinin M N. *Phys. Lett. B* **308** 147 (1993)
81. Bardin D, Passarino G. *The Standard Model in the Making: Precision Study of the Electroweak Interactions* (Oxford: Clarendon Press, 1999)
82. Boos E, Dubinin M, Dudko L. *Int. J. Mod. Phys. A* **11** 5015 (1996)
83. Abdullin S et al. *Phys. Lett. B* **431** 410 (1998)
84. Dubinin M N, Ilyin V A, Savrin V I, CMS Note 97-101 (1997)
85. Dubinin M et al., CMS Note 2006/097 (2006)
86. Dubinin M N, CMS Note 2001/022 (2001)
87. De Boer W. *Prog. Part. Nucl. Phys.* **33** 201 (1994)
88. Hall L, Lykken J, Weinberg S. *Phys. Rev. D* **27** 2359 (1983)
89. Dine M, Nelson A E. *Phys. Rev. D* **48** 1277 (1993); *Phys. Rev. D* **51** 1362 (1995)
90. Боос Е Е и др. *ЯФ* **69** 1352 (2006) [Boos E E et al. *Phys. Atom. Nucl.* **69** 1317 (2006)]
91. Abazov V M et al. (D0 Collab.) *Phys. Rev. D* **78** 012005 (2008); arXiv:0803.0739
92. Boos E et al. *Eur. Phys. J. C* **21** 81 (2001)
93. Boos E et al. *Eur. Phys. J. C* **16** 269 (2000)
94. Boos E, Dudko L, Ohl T. *Eur. Phys. J. C* **11** 473 (1999)
95. Küblbeck J, Böhm M, Denner A. *Comput. Phys. Commun.* **60** 165 (1990)
96. Eck H "Guide to FeynArts 2.0", Würzburg Report (1995)
97. Hahn T "FeynArts 2.2 User's Guide", Karlsruhe Report (1998)
98. Mertig R, Böhm M, Denner A. *Comput. Phys. Commun.* **64** 345 (1991)
99. Hahn T, Pérez-Victoria M. *Comput. Phys. Commun.* **118** 153 (1999); Karlsruhe Report KA-TP-7-1998; hep-ph/9807565
100. Hahn T "FormCalc and LoopTools 1.2 User's Guide", Karlsruhe Report (1998)
101. Weiglein G, Scharf R, Böhm M. *Nucl. Phys. B* **416** 606 (1994)
102. van Oldenborgh G J "FF — a package to evaluate one-loop Feynman diagrams", NIKHEF Report H/90-15 (1990)
103. Larin S A, Tkachev V F, Vermaseren J A M, NIKHEF Report H/91-18 (1991)
104. Горишний С Г, Ларин С А, Ткачев Ф В, Препринт Р-0330 (М.: ИЯИ, 1984)
105. Steinhauser M, Karlsruhe Report (1996)
106. Nogueira P J. *Comp. Phys.* **105** 279 (1993)
107. Brücher L, Franzkowski J, Kreimer D, Mainz Report MZ-TH/97-35; hep-ph/9710484
108. Char B W et al. *Maple V Language Reference Manual* (New York: Springer-Verlag, 1991)
109. Fleischer J, Tarasov O V. *Comput. Phys. Commun.* **71** 193 (1992)
110. Seidensticker Th, Karlsruhe Report (1996)
111. Harlander H, Karlsruhe Report (1998)
112. Djouadi A, Kalinowski J, Spira M. *Comput. Phys. Commun.* **108** 56 (1998); hep-ph/9704448
113. Heinemeyer S, Hollik W, Weiglein G. *Comput. Phys. Commun.* **124** 76 (2000); hep-ph/9812320
114. Lee J S et al. *Comput. Phys. Commun.* **156** 283 (2004); hep-ph/0307377
115. Freitas A, von Manteuffel A, Zerwas P M. *Eur. Phys. J. C* **40** 435 (2005); hep-ph/0408341
116. Beenakker W, Höpker R, Spira M, hep-ph/9611232
117. Mühlleitner M, Djouadi A, Mambriñi Y. *Comput. Phys. Commun.* **168** 46 (2005); hep-ph/0311167
118. Allanach B C. *Comput. Phys. Commun.* **143** 305 (2002); hep-ph/0104145
119. Porod W. *Comput. Phys. Commun.* **153** 275 (2003); hep-ph/0301101
120. Djouadi A, Kneur J-L, Moutaka G. *Comput. Phys. Commun.* **176** 426 (2007); hep-ph/0211331
121. Katsanevas S, Morawitz P. *Comput. Phys. Commun.* **112** 227 (1998); hep-ph/9711417
122. Baro N, Boudjema F, Semenov A. *Phys. Rev. D* **78** 115003 (2008); arXiv:0807.4668
123. Andonov A et al. *Comput. Phys. Commun.* **174** 481 (2006); hep-ph/0411186
124. Chetyrkin K G, Kataev A L, Tkachov F V. *Phys. Lett. B* **85** 277 (1979)
125. Dine M, Sapirstein J. *Phys. Rev. Lett.* **43** 668 (1979)
126. Celmaster W, Gonsalves R J. *Phys. Rev. Lett.* **44** 560 (1980)
127. Gorishny S G, Kataev A L, Larin S A. *Phys. Lett. B* **259** 144 (1991)
128. Surguladze L R, Samuel M A. *Phys. Rev. Lett.* **66** 560 (1991); *Phys. Rev. Lett.* **66** 2416 (1991), Erratum
129. Chetyrkin K G. *Phys. Lett. B* **391** 402 (1997)
130. Chetyrkin K G, Kühn J H, Steinhauser M. *Phys. Lett. B* **371** 93 (1996)
131. Chetyrkin K G, Kühn J H, Steinhauser M. *Nucl. Phys. B* **482** 213 (1996)
132. Chetyrkin K G, Kühn J H, Steinhauser M. *Nucl. Phys. B* **505** 40 (1997)
133. Inami T, Kubota T, Okada Y Z. *Phys. C* **18** 69 (1983)
134. Kluber-Stern H, Zuber J B. *Phys. Rev. D* **12** 467 (1975)
135. van Ritbergen T, Vermaseren J A M, Larin S A. *Phys. Lett. B* **400** 379 (1997)
136. Chetyrkin K G. *Phys. Lett. B* **404** 161 (1997)
137. Vermaseren J A M, Larin S A, van Ritbergen T. *Phys. Lett. B* **405** 327 (1997)
138. Avdeev L et al. *Phys. Lett. B* **336** 560 (1994)
139. Avdeev L et al. *Phys. Lett. B* **349** 597 (1995)
140. Chetyrkin K G, Kühn J H, Steinhauser M. *Phys. Rev. Lett.* **75** 3394 (1995)
141. Larin S A, Tkachov F V, Vermaseren J A M. *Phys. Lett. B* **272** 121 (1991)
142. Larin S A et al. *Nucl. Phys. B* **492** 338 (1997)
143. Czarnecki A, Krause B, Marciano W J. *Phys. Rev. Lett.* **76** 3267 (1996)
144. Czarnecki A, Krause B. *Phys. Rev. Lett.* **78** 4339 (1997)
145. Boos E et al., hep-ph/0109068
146. Whalley M R, Bourilkov D, Group R C, hep-ph/0508110
147. Skands P et al. *JHEP* (07) 036 (2004); hep-ph/0311123
148. Alwall J et al. *Comput. Phys. Commun.* **176** 300 (2007); hep-ph/0609017
149. Alwall J et al., arXiv:0712.3311

Problems of automatic calculation for collider physics

E.E. Boos, M.N. Dubinin

D.V. Skobel'tsyn Institute of Nuclear Physics of M.V. Lomonosov Moscow State University,
Vorob'evy gory, 119991 Moscow, Russian Federation
Tel. (7-495) 939-34 73, (7-495) 939-23 93
E-mail: boos@theory.sinp.msu.ru, dubinin@theory.sinp.msu.ru

A review of various automatic systems for the calculation of tree and loop Feynman diagrams and the integration over multidimensional phase space by means of the Monte Carlo method with the following unweighted events generation for the next generation colliders (LHC and ILC) is presented. The possibilities of CompHEP package are discussed in more detail.

PACS numbers: **02.70.-c**, **12.10.-g**, 12.38.Cy
Bibliography — 149 references
Uspekhi Fizicheskikh Nauk **180** (10) 1081–1094 (2010)

DOI: 10.3367/UFNr.0180.201010d.1081
Received 15 March 2010
Physics—Uspekhi **53** (10) (2010)