

замедления волн в нановолноводах, индивидуальных внутренних резонансов в волноводах и коллективных эффектов многократного рассеяния магнитооптические эффекты могут быть значительно усилены. Мы ожидаем, что эффекты резонансного усиления магнитооптических эффектов могут быть использованы для создания новых устройств записи и обработки информации и для диагностики магнитного состояния в композитных ферромагнитных плёнках.

В заключение хочу выразить благодарности А.А. Жарову и А.А. Андронову за многочисленные и плодотворные обсуждения. Работа выполнена при поддержке РФФИ (гранты 08-02-00379, 09-02-00863), программы № 27 Президиума РАН и программы ОФН РАН № П.5.

## Список литературы

1. Мишин Д Д *Магнитные материалы* (М.: Высшая школа, 1991)
2. Genet C, Ebbesen T W *Nature* **445** 39 (2007)
3. Zharov A A, Kurin V V *J. Appl. Phys.* **102** 123514 (2007)
4. White R M *Quantum Theory of Magnetism* 2nd ed. (Berlin: Springer-Verlag, 1983) [Уайт Р *Квантовая теория магнетизма* (М.: Мир, 1985) с. 197]
5. Mukai R, Uzumaki T, Tanaka A *J. Appl. Phys.* **97** 10 N119 (2005)
6. Yuan H et al. *J. Appl. Phys.* **103** 07F513 (2008)
7. Bethe H A *Phys. Rev.* **66** 163 (1944)
8. Garcia de Abajo F J *Rev. Mod. Phys.* **79** 1267 (2007)
9. Chu Y et al. *Appl. Phys. Lett.* **93** 181108 (2008)
10. Meier M, Wokaun A, Liao P F *J. Opt. Soc. Am. B* **2** 931 (1985)
11. Korringa J *Physica* **13** 392 (1947)
12. Kohn W, Rostoker N *Phys. Rev.* **94** 1111 (1954)
13. Wang X et al. *Phys. Rev. B* **47** 4161 (1993)
14. Bever S J, Allebach J P *Appl. Opt.* **31** 3524 (1992)
15. Градштейн И С, Рыжик И М *Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений* (М.: Физматгиз, 1963) [Gradshteyn I S, Ryzhik I M *Table of Integrals, Series, and Products* (New York: Academic Press, 1965)]
16. Ландау Л Д, Лифшиц Е М *Квантовая механика: Нерелятивистская теория* (М.: Наука, 1989) [Landau L D, Lifshitz E M *Quantum Mechanics: Non-Relativistic Theory* (Oxford: Pergamon Press, 1977)]
17. Ctistis G et al. *Nano Lett.* **9** 1 (2009)

PACS numbers: 42.25.Gy, **42.55.-f**, **78.67.-n**  
DOI: 10.3367/UFNr.0179.200909k.1018

## Сверхразрешение и усиление в метаматериалах

А.Н. Лагарьков, А.К. Сарычев,  
В.Н. Кисель, Г. Тартаковский

### 1. Введение

В статье обсуждаются оптические и сверхвысокочастотные (СВЧ) свойства искусственных материалов, которые могут одновременно иметь отрицательные диэлектрическую и магнитную проницаемости. В таких метаматериалах распространяются обратные электромагнитные волны, что приводит к отрицательной рефракции. Мы обсуждаем необычные свойства метаматериалов, в частности эффект сверхразрешения. Большие потери, предсказываемые в таких материалах в оптике, могут быть компенсированы за счёт использования усиливающей лазерной среды. Обсуждается возможность создания нанолазера с размером в несколько десятков раз меньшим, чем длина волны света. Статья может быть

использована для первоначального ознакомления с этим бурно развивающимся направлением.

Более 100 лет прошло со времени появления работы Г. Лэмба [1], в которой впервые была отмечена возможность существования обратных волн, т.е. необыкновенных волновых процессов, в которых фазовая и групповая скорости направлены в противоположные стороны. Свойства обратных электромагнитных волн обсуждались и в книге А. Шустера [2]. Почти в то же время Х.К. Поклингтон в статье "Growth of a wave-group when the group velocity is negative" [3] показал, что в среде, поддерживающей обратные волны, точечный источник возбуждает *сходящиеся* волны, в то время как групповая скорость волн направлена от источника. Эти работы не привлекали должного внимания в течение почти 40 лет, до тех пор пока не была опубликована известная работа Мандельштама [4], в которой он предсказал новое физическое явление — отрицательную рефракцию. Это явление может существовать только в том случае, если рефрагированные волны распространяются в среде, поддерживающей обратные волны. Обсуждение статьи [4] можно найти, например, в недавней работе [5].

Следующий важный шаг был сделан Д.В. Сивухиным в работе [6], где впервые было показано, что в среде с одновременно отрицательными значениями диэлектрической  $\epsilon$  и магнитной  $\mu$  проницаемостей групповая и фазовая скорости волны направлены в противоположные стороны. До появления [4] это достаточно тонкое обстоятельство оставалось незамеченным, возможно, из-за того, что волновое уравнение сохраняет свой вид при одновременной замене знаков  $\epsilon$  и  $\mu$  противоположными.

Революционным шагом в изучении отрицательной рефракции стала работа В.Г. Веселаго [7], который предложил идею совершенно оригинальной линзы, основанной на том, что плоскопараллельный слой материала со значениями  $\epsilon = \mu = -1$  (который сегодня называют метаматериалом) обладает удивительным свойством фокусировать изображение объекта, помещённого перед ним. Веселаго также заметил, что оптические свойства метаматериала с отрицательными  $\epsilon$  и  $\mu$  могут быть описаны путём введения отрицательного показателя преломления. Более того, в электромагнитной волне, распространяющейся в таком метаматериале, электрическое поле  $\mathbf{E}$ , магнитное поле  $\mathbf{H}$  и волновой вектор  $\mathbf{k}$  образуют *левую* тройку. Во всех известных в то время материалах эти векторы образовывали правую тройку. К другим предсказаниям Веселаго относится изменение знака светового давления в метаматериале с отрицательным показателем преломления. Работа Веселаго намного опередила своё время. Более чем 30 лет прошло после опубликования работы [7] до возникновения "большого взрыва" работ по метаматериалам, инициированного статьёй Пендри [8], который показал, что линза Веселаго обладает ещё более замечательным свойством: она может создавать изображение источника без обычных искажений на масштабе длины волны. Это означает, что такая линза даёт изображение, качество которого не ограничено дифракционным пределом, в связи с чем её часто называют суперлинзой. Пендри объяснил это явление усилением в среде с отрицательными значениями  $\epsilon$  и  $\mu$  тех волн, которые экспоненциально затухают в обычных оптических материалах и средах. Первый эксперимент, демонстрирующий такое сверхразрешение, был выполнен в 2003 г. [9, 10].

Заметим, что материалы с отрицательными  $\epsilon$  и  $\mu$  разрабатывались и использовались задолго до появления указанной работы Пендри. Достаточно напомнить, что большинство хорошо проводящих металлов (золото, серебро, алюминий и т.д.) обладают отрицательной диэлектрической проницаемостью в оптическом и инфракрасном спектральных диапазонах. С другой стороны, явление ферромагнитного резонанса, которое известно уже в течение многих десятков лет, очень часто сопровождается появлением отрицательной магнитной проницаемости. Но только после появления статьи [8] в 2000 г. создание и исследование метаматериалов с одновременно отрицательными  $\epsilon$  и  $\mu$  превратилось в новое научное направление, в котором работают десятки исследователей во многих странах мира.

Остановимся кратко на предыстории метаматериалов. В 1952 г. была опубликована монография [11], которая содержала главу, посвящённую композитным материалам, используемым для оптимизации работы радиоантенн. Для того чтобы создать искусственную магнитную проницаемость, было предложено использовать проводящие включения в форме подковы или в виде кольцевого резонатора с разрезом. Уравнения, приведённые в [11], демонстрируют типичное резонансное поведение  $\mu$  с отрицательным значением на высоких частотах. В 1990 г. в России была опубликована монография [12], в которой суммировались результаты некоторых исследований по электродинамике композитных материалов, проведённых в Институте теоретической и прикладной электродинамики РАН. Результаты дальнейшего развития этих работ опубликованы в статьях [13–15]. Так, в [14] приведены экспериментальные исследования диэлектрической проницаемости метаматериалов, содержащих отрезки металлических микропроводов (микродиполи), которые резонируют в СВЧ-диапазоне. Были выбраны два различных значения длины отрезков микропровода, которые обеспечивали резонанс на двух частотах, и был продемонстрирован композитный материал, имеющий два минимума в частотной зависимости диэлектрической проницаемости, причём оба минимума имеют отрицательные значения. Положение минимумов обусловлено разной длиной проводящих включений, используемых в смеси. В работе [16] было показано, что включения в виде пары проводящих цилиндров позволяют получить ненулевую магнитную проницаемость на оптических частотах, что позднее послужило основой для создания искусственного магнетизма в инфракрасном и оптическом диапазонах. В развитие этих работ в 1997 г. в [17] были получены экспериментальные данные для смеси с включениями в форме бифилярных спиралей, в том числе отрицательные значения  $\epsilon$ ,  $\mu$ , а также предложены уравнения, хорошо воспроизводящие экспериментальные данные. Упомянутые исследования не были направлены на получение отрицательной рефракции, а являлись частью систематической работы по получению метаматериалов с заданной частотной дисперсией диэлектрической и магнитной проницаемостей. Несмотря на большую свободу в выборе формы и концентрации проводящих включений, оказалось, что соотношения Крамерса–Кронига накладывают очень жёсткие ограничения на частотную зависимость эффективных параметров. Одним из возможных приложений этих исследований представлялось создание высокоэффективных радиопоглощающих материалов.

## 2. Сверхразрешение в плоских фокусирующих системах

Идеи работы [8] стимулировали исследование механизмов сверхразрешения. В появившихся почти одновременно статьях [18–24] было показано, что для достижения сверхразрешения необходимо иметь метаматериалы с исключительно малыми потерями. В работах [22, 23] отмечалось, что негативное влияние омических потерь может быть значительно уменьшено в очень тонкой линзе Веселаго, следовательно, сверхразрешение может быть достигнуто и в реальных условиях, с применением доступных метаматериалов [9, 10]. В работе [23] было также показано, что фокусировка и сверхразрешение в линзе Веселаго, в отличие от таковых в обычных линзах, могут быть достигнуты при малых размерах пластины (апертуры), которая может быть даже меньше длины волны.

В типичной линзе Веселаго, изготовленной из современного метаматериала, размер проводящих включений сопоставим с толщиной линзы. Поэтому понятие эффективных параметров (например, диэлектрической и магнитной проницаемостей) должно применяться с большой осторожностью. В работах [16, 25, 26] показано, что для плоских метаматериалов, содержащих сильно вытянутые проводящие включения, понятие диэлектрической проницаемости может быть введено только тогда, когда толщина слоя материала превосходит определённое критическое значение. Распределение электромагнитного поля в линзе также существенно отличается от того, что дают расчёты с использованием эффективных параметров.

С учётом изложенных соображений для эксперимента [10] была выбрана плоская линза, состоящая из одного слоя резонаторов (рис. 1). Такую структуру вряд ли можно рассматривать как пластину из однородного материала, хотя бы потому, что невозможно определить чёткие границы материала в направлении, перпендикулярном пластине. В разработанной нами компьютерной модели, описывающей работу плоской суперлинзы, не применялись эффективные параметры, а использовалось прямое решение уравнений Максвелла. В рассматриваемой

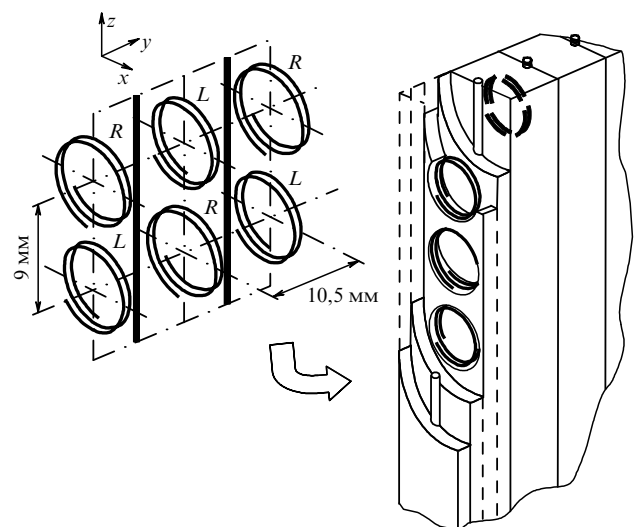


Рис. 1. Распределение включений в пластине метаматериала.

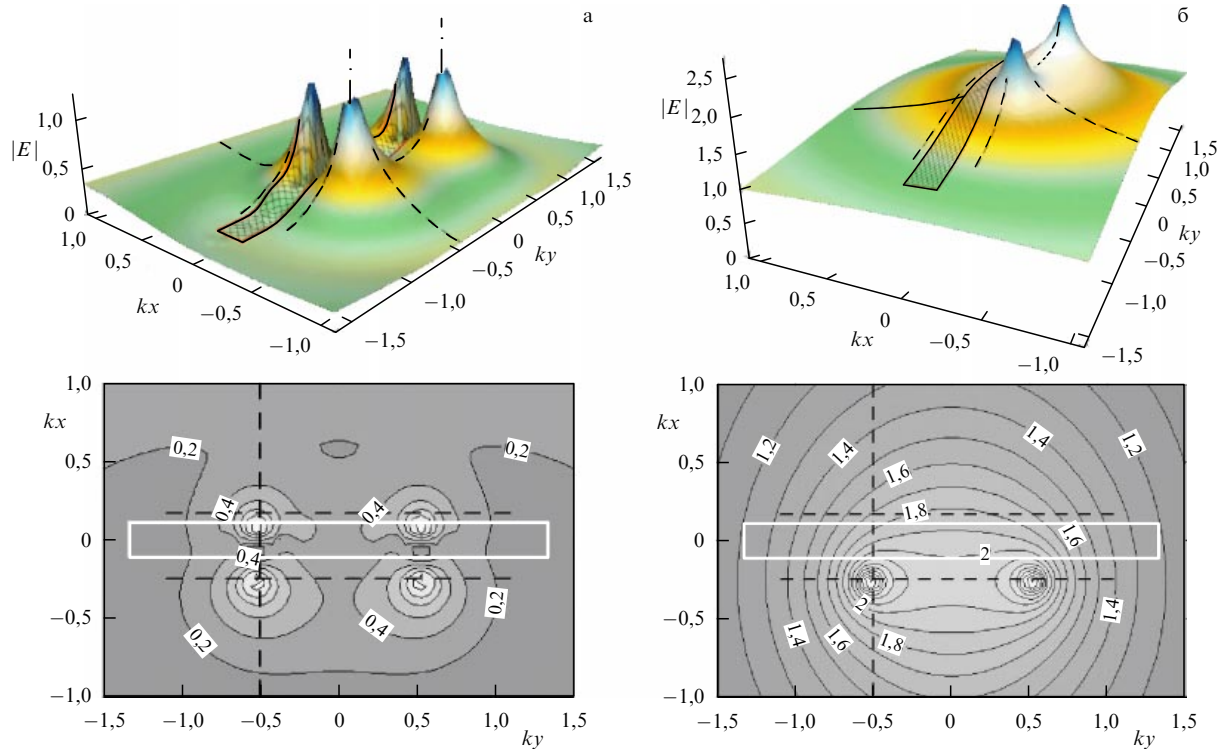


Рис. 2. Поле линейных источников (а) при установленной пластине из метаматериала и (б) без неё.

мом случае метаматериала, состоящего из проволочных включений, решение уравнений Максвелла было сведено к решению уравнений типа Поклингтона, которые основываются на тонкопроволочном приближении, с учётом ёмкостной нагрузки. В частности, двухвитковая короткая спираль, используемая в качестве включения в метаматериале, может быть аппроксимирована металлическим кольцом с конденсатором, вставленным в разрыв.

При расчётах учитывались также конечная проводимость металла и соответствующий скин-эффект. Разработанные вычислительные программы позволили рассчитать электромагнитные поля, порождаемые различными источниками, как в конечном наборе резонаторов, так и в бесконечной двумерно-периодической системе.

Вычисления не только воспроизводят эффекты фокусировки и сверхразрешения, но и позволяют сопоставить электродинамические свойства реального метаматериала и идеального, полностью однородного метавещества. В частности, было показано, что пластина, состоящая только из одного слоя резонаторов, отчасти демонстрирует свойства пластины, изготовленной из идеального метавещества. Например, имеется частотный диапазон (лежащий немного выше резонансной частоты включений), в котором наблюдается сверхразрешение. Это явление хорошо видно на рис. 2а, где верхняя часть рисунка представляет собой рельефное изображение уровня напряжённости электрического поля, а в нижней части рисунка показаны изолинии, рассчитанные как внутри, так и в окрестности пластины. Для сравнения на рис. 2б показано распределение поля тех же источников в свободном пространстве. Все расстояния на рисунках приведены в безразмерных единицах, т.е. умножены на  $k = 2\pi/\lambda$ .

В целом, пластина нашего метаматериала может быть описана как устройство, которое поддерживает

обратные волны, поскольку компьютерное моделирование указывает на наличие такой зоны вблизи пластины, где фазовая и групповая скорости имеют противоположные направления. Имеется, однако, важное различие в распределении локального поля в слое резонаторов и в идеальном метаматериале. Например, в идеальном однородном метаматериале с  $\varepsilon = \mu = -1$  фазовая и групповые скорости распространения электромагнитных волн противоположны друг другу только внутри слоя метаматериала. Возбуждение токов в слое резонаторов, которые образуют реальный метаматериал, приводит к появлению пространственной зоны обратных волн, выходящей за геометрические пределы реального метаматериала (детали вычислений описаны в [27, 28]). Также известно [10, 29], что когда возбуждается плоскопараллельный слой идеального метаматериала, энергия поля концентрируется вблизи дальней (по отношению к источнику излучения) грани слоя. В этом и заключается физическая причина явления сверхразрешения. В пластине резонаторов также происходит аккумуляция энергии, но эта энергия концентрируется вблизи определённых элементов. Ниже мы остановимся на физических причинах сверхразрешения в реальном метаматериале, состоящем из плоского слоя кольцевых резонаторов и вытянутых проводящих включений.

Как известно, электромагнитное поле, излучаемое точечным источником, может быть представлено в виде пространственного спектра плоских волн. Коэффициенты распространения волн при этом принимают действительные и мнимые значения. Гармоники с действительными коэффициентами распространения — это обычные, распространяющиеся волны. Гармоники с мнимыми коэффициентами распространения описывают экспоненциально затухающий с увеличением расстояния волновой процесс. Для описания распространяющихся волн

часто используется классическая лучевая картина. Лучи света фокусируются обыкновенной оптической линзой и дают изображение объекта с пространственным разрешением порядка длины волны. Для получения сверхразрешения необходимо дополнить изображение той частью электромагнитного поля, которая теряется в затухающих гармониках.

Проблема заключается в том, что экспоненциально затухающие колебания не взаимодействуют с обычной линзой таким образом, чтобы они могли фокусироваться в изображение, и их амплитуда неизбежно затухает как в свободном пространстве, так и в обыкновенном прозрачном материале. Но для получения сверхразрешения соотношение между амплитудами распространяющихся и затухающих волн в фокусе должно быть таким же, как и вблизи источника. Оригинальный результат Пендри заключается в том, что затухающие гармоники в пластине из метаматериала с отрицательным показателем преломления начинают экспоненциально возрастать по мере приближения к дальней, неосвещённой, грани. В частном случае  $\varepsilon = \mu = -1$  соотношение между амплитудами распространяющихся и затухающих волн восстанавливается в фокусе, где получается "точное" изображение объекта, не ограниченное дифракционным пределом. Поэтому мы можем рассматривать линзу Веселаго как оптический прибор, который пропускает без искажений распространяющиеся и затухающие гармоники с мнимыми коэффициентами распространения, сохраняя при этом необходимые фазовые соотношения.

В работе Пендри и в последовавших за ней нескольких десятках статей рассматривались объекты из идеального метавещества, однозначно характеризующиеся своими  $\varepsilon$  и  $\mu$ . Мы здесь рассмотрим "микроскопическую" теорию сверхразрешения в метаматериале, состоящем из электрических и магнитных резонаторов.

Пусть для простоты имеется один слой, состоящий из металлических иголок, которые играют роль электрических резонаторов, и разрезанных колец, которые играют роль магнитных резонаторов. Важно отметить, что распространяющиеся и затухающие гармоники возбуждают резонаторы по-разному. Разница возникает потому, что в распространяющихся волнах электрическое  $\mathbf{E}$  и магнитное  $\mathbf{H}$  поля находятся в фазе, в то время как в затухающих гармониках  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{H}$  сдвинуты на  $90^\circ$ . Электрические и магнитные резонаторы по-разному возбуждаются распространяющимися и затухающими колебаниями и соответственно по-разному излучают вторичное электромагнитное поле.

Таким образом, электромагнитный отклик пары "электрический резонатор – магнитный резонатор" зависит от природы возбуждающей волны, как и в линзе Веселаго. Например, ток в резонаторах (рис. 3а) определяет величины эквивалентных электрических и магнитных моментов (рис. 3б) и, в конечном счёте, значения эффективных  $\varepsilon$  и  $\mu$ . Дальнейшие исследования [27, 28] показали, что при правильно подобранных фазовых и амплитудных характеристиках диполей (эквивалентах резонаторов) система электрических и магнитных диполей даёт отчётливые отдельные изображения точечных источников в области за плоскостью пластины из такого метаматериала, при этом расстояние между источниками гораздо меньше длины волны. Частота, на которой проявляется эффект сверхразрешения, на 3–5% больше частоты электрического и магнитного резонансов. Если

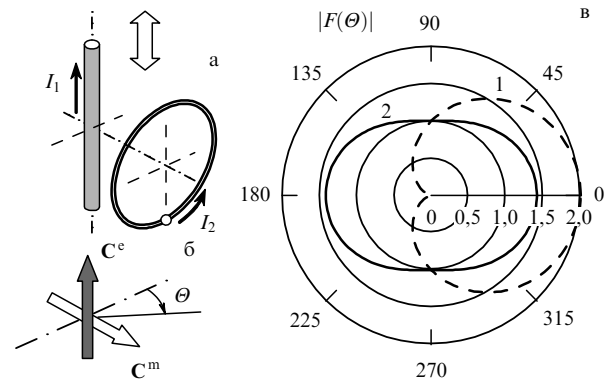


Рис. 3. (а) Электромагнитное возбуждение пары взаимодействующих резонаторов — электрического и магнитного. (б) Эквивалентные электрические и магнитные диполи. (в) Диаграмма направленности излучения этой пары.

бы можно было ввести эффективные диэлектрическую и магнитную проницаемости, то этот диапазон частот соответствовал бы отрицательным значениям  $\varepsilon$  и  $\mu$ .

### 3. Магнитный плазмонный резонанс в оптике и активные метаматериалы

Как показано в разделе 2, в СВЧ-диапазоне метаматериалы с отрицательным показателем преломления изготавливают с помощью разорванных кольцевых резонаторов или спиралей, которые обеспечивают отрицательные значения эффективной магнитной проницаемости  $\text{Re } \mu < 0$ . В СВЧ-диапазоне металлы могут рассматриваться как почти идеальные проводники, поскольку толщина скин-слоя ( $\sim 1-10$  мкм) много меньше характерных размеров металлических включений в метаматериалах. Магнитный отклик достигается в окрестности  $LC$ -резонанса в спиралах или разорванных кольцах [17, 30, 31]. Следовательно, частоты  $LC$ -резонансов полностью определяются формой и размерами включений. Резонанс возникает при определённых соотношениях между размером разорванного кольца и длиной волны возбуждающего поля. В дальнейшем мы будем называть  $LC$ -резонансы в идеально проводящих структурах геометрическими ( $GLC$ ) резонансами.

Ситуация драматически меняется в оптическом и инфракрасном спектральных диапазонах, где наноразмерные металлические включения ведут себя весьма специфически, когда их толщина становится меньше толщины скин-слоя. Например, возникает плазмонный резонанс вследствие коллективного колебания электронов. Эти колебания приводят к тому, что диэлектрическая проницаемость металлов  $\varepsilon_m$  оказывается отрицательной в оптическом и инфракрасном диапазонах. Многие интересные оптические явления обусловлены плазмонным резонансом: распространение поверхностных плазмонов, аномальное поглощение, гигантское комбинационное рассеяние, сверхпропускание света и т.д. (см., например, [31, 32]).

Ближнепольное сверхразрешение также возникает вследствие возбуждения плазмонов в метаматериале с  $\varepsilon = -1$  [6]. Ближнепольное сверхразрешение может быть объяснено на основе элементарного решения задачи электростатики, приведённого, например, в задачке [41] (задача N 209). Плазмонный отклик металлов — это

основная причина того, почему методика  $GLC$ -резонанса не применима напрямую в оптике.

Оптические метаматериалы с отрицательным показателем преломления впервые были продемонстрированы в работах [34–36]. В работах [34, 35] был использован плазмонный резонанс, возникающий в системе параллельных нанопроводов. Такие резонансы впервые были рассмотрены нами в работах [16, 31, 37]. В работе [36] наблюдалась отрицательная действительная часть показателя преломления на длине волны 2,0 мкм в системе, состоящей из двух параллельных золотых наноплёнок, в которых были сделаны отверстия размером много меньшим длины волны. Металлические перемычки между отверстиями играют роль нанопланшетов, аналогичных парам нанопроводов.

Первые работы по получению и изучению оптических метаматериалов были продолжены другими успешными экспериментами [38–43]. Например, в [43] было описано создание призмы из оптического метаматериала и продемонстрировано отрицательное отклонение луча света. Отрицательная оптическая магнитная проницаемость впервые была анонсирована в работе [44]. Мы, однако, полагаем, что геометрия, использованная в этом эксперименте (вертикальные металлические колонки перпендикулярные плоскости плёнки), не позволяет возбуждать магнитный резонанс при нормальном падении света на плёнку. Действительно, вне зависимости от поляризации падающей волны, электрическое поле является перпендикулярным оси металлических колонок и не может возбудить кольцевой электрический ток, текущий в разные стороны вдоль металлических включений. Другие проблемы, связанные с экспериментом [44], обсуждались в статье [45].

Как отмечалось выше, потери важны в СВЧ-области. С уменьшением длины волны (её сдвигом в сторону оптического диапазона) омические потери становятся решающим фактором, ограничивающим применение метаматериалов [46, 47]. В частности, потери радикально уменьшают возможность получения сверхразрешения и делают практически невозможным создание плоской оптической линзы Веселаго, обладающей сверхразрешением. В других оптических приборах, основанных на использовании метаматериалов, таких, например, как гиперлинза [48–52] или "шапка-невидимка" [53–56], потери не приводят к исчезновению полезного эффекта, но резко снижают оптическую силу перспективных приборов. Решение проблемы потерь возможно на пути использования усиливающих лазерных материалов.

Плазмонный резонанс в металлической нанополоске, помещённой в усиливающую среду, может быть использован для возбуждения магнитных и электрических диполей. Усиливающая среда увеличивает амплитуду возбуждаемых диполей и может, в принципе, привести к полной компенсации потерь в метаматериале. Поскольку усиление электромагнитного поля в лазерном материале предполагает наличие внешнего источника энергии, то метаматериал, включающий в себя активную среду, является неконсервативной системой. Следовательно, существенные ограничения на поведение эффективных параметров, накладываемые соотношением Крамерса–Кронига, становятся неочевидными.

В качестве примера использования усиливающей среды мы рассмотрим магнитный плазмонный резонанс (МПР) в оптической нанополоске, помещённой в такую

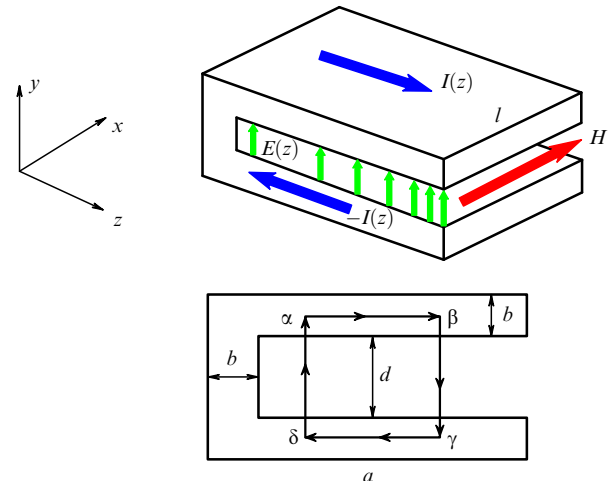


Рис. 4. Нанополоска в виде подковы (наноподковы); при компьютерном моделировании использовались параметры  $a = 300$  нм,  $d = 70$  нм,  $b = 34$  нм.

среду [69]. МПР имеет очень важное свойство: его частота зависит от структуры нанополоски, а не от её полного размера. МПР может быть возбуждён в металлической "наноподкове", показанной на рис. 4. Структуры такого вида действуют как оптические антенны, концентрируя электрическое и магнитное поля на масштабе много меньшем, чем длина волны света. Магнитный отклик наноподков характеризуется магнитной поляризуемостью  $\alpha_M$ , которая имеет лоренцевский резонанс: действительная часть меняет знак вблизи резонансной частоты и становится отрицательной, как это и необходимо для создания оптических метаматериалов с отрицательной магнитной проницаемостью.

Идея о магнитном плазмонном резонансе, приводящем к оптическому магнетизму, является относительно новой и, конечно, находится в противоречии с известным положением [57] о невозможности магнетизма в оптике. Это противоречие, однако, кажущееся, поскольку в [57] речь идёт о микроскопическом магнетизме, в то время как обсуждаемый отрицательный магнетизм возникает на мезоскопическом уровне вследствие коллективного движения электронов.

В дальнейшем всё изложение строится на рассмотрении коллективных эффектов в металлической наноподкове. Полученные результаты могут быть легко распространены на другие антенны.

Рассмотрим взаимодействие наноподковы с усиливающей средой, которую мы моделируем как двухуровневую усиливающую систему (ДУС), представленную, например, квантовыми точками или молекулами красителя. Мы полагаем, что металлическое нанополоско, взаимодействующее с ДУС, — это, по-видимому, простейшая плазмонная система, на примере которой можно изучать основные свойства активных метаматериалов, включая нанолазерование. Нерадиационный перенос энергии от активной среды к квазистатическим плазмонным колебаниям обсуждался в работе [58]. Распространение поверхностного плазмон-поляритона на границе металла и активной среды рассматривалось начиная с 60-х годов прошлого века [59–63]. Сверхразрешение в ближнепольной линзе за счёт компенсации

потерь при наличии усиливающей среды обсуждалось в работе Рамакришны и Пендри [64]. В обзоре [41] обсуждаются работы по активным метаматериалам, выполненным до 2006 г. Первые экспериментальные и теоретические работы по плазмонному резонансу в металлических наночастицах, помещённых в активную среду, были выполнены Лаванди [65–67]. Ближе всего к нашему подходу находится работа [68], в которой рассматривался дипольный лазер.

Выше мы упоминали, что простая компенсация потерь в метаматериалах может и не приводить непосредственно к соответствующему увеличению сверхразрешения. Тем не менее активные метаматериалы открывают новые возможности в оптимизации работы сверхразрешающих оптических систем. Активные метаматериалы важны также для практических приложений, отличных от сверхразрешения. Например, плазмонный нанолазер, обсуждаемый в разделе 4, — это источник когерентного излучения, размер которого может быть в несколько десятков раз меньше длины волны. Нанолазер может рассматриваться как наногенератор для питания будущих плазмонных устройств, предназначенных для обработки информации.

Рассмотрим металлическую наноподкову, в которую введена ДУС. Внешняя накачка обеспечивает инверсию в ДУС. Накачка может быть оптической или электрической, когда носители инжектируются в ДУС, например в квантовую точку, из окружающего материала. ДУС взаимодействует с электромагнитным полем, возбуждаемым внутри наноподковы. В уравнениях движения мы используем феноменологическое описание накачки, характеризуя ДУС величиной стационарной инверсии заселённости. Другими словами, мы характеризуем ДУС тем уровнем инверсии, который существовал бы, если бы ДУС не взаимодействовала с наноподковой. Внешнее переменное магнитное поле  $\mathbf{H} = (H_0(t), 0, 0)$  прикладывается в плоскости наноподковы, как это показано на рис. 4. Токи смещения в зазоре подковы замыкают цепь.

Кольцевой электрический ток  $I(z)$ , текущий в наноподкове, генерирует собственное магнитное поле  $H(z) = 4\pi I(z)/c$  в зазоре, где  $I(z)$  — плотность поверхностного тока в верхней обкладке (т.е. в обкладке  $\alpha\beta$  на рис. 4),  $c$  — скорость света. Для того чтобы получить замкнутое уравнение для определения тока, мы интегрируем уравнение Максвелла  $\text{rot } \mathbf{E} = -\dot{\mathbf{H}}/c$ , выражающее закон индукции Фарадея, по контуру  $\alpha\beta\gamma\delta$  и получаем следующее уравнение:

$$\left[ 2I(z)Z - \frac{\partial U}{\partial z} \right] \Delta z = -\frac{d}{c} \left( \frac{4\pi}{c} \dot{I}(z) + \dot{H}_0 \right) \Delta z, \quad (1)$$

где  $\Delta z$  — расстояние между точками  $\alpha$  и  $\beta$  на пути интегрирования, показанном на рис. 4, точками обозначены производные по времени,  $Z = 1/(\sigma b) = 4\pi/(\epsilon_m \omega b)$  — поверхностный импеданс,  $\epsilon_m$  — комплексная диэлектрическая проницаемость металла.

Мы подставляем в (1) разность потенциалов  $U(z) = E_y(z)d = -4\pi(Q(z) + P(z))d$ , где  $Q(z)$  — заряд на единицу площади,  $P(z)$  — поляризация среды внутри наноподковы. Затем мы берём производную по времени от обеих частей уравнения (1) и используем закон сохранения заряда  $\partial I/\partial z = -\partial I_1/\partial z = -\partial Q/\partial t$ , где  $I_1$  — ток в нижней обкладке. Так мы получаем основное

уравнение для тока в наноподкове:

$$\frac{\partial^2 I(z, t)}{\partial z^2} - \frac{\partial \dot{P}(z, t)}{\partial z} - \frac{Z}{2\pi d} \dot{I}(z, t) = \frac{1}{4\pi c} \left[ \frac{4\pi}{c} \ddot{I}(z) + \ddot{H}_0 \right]. \quad (2)$$

Это уравнение аналогично хорошо известному телеграфному уравнению [57, § 91]. К уравнению (2) необходимо добавить материальное уравнение для определения поляризации  $P$ . Поляризация среды внутри наноподковы представляет собой сумму двух поляризаций:  $P = P_1 + P_2$ , где  $P_1 = \chi_1 E_y$  — обычная поляризация диэлектрика, а  $P_2$  — "аномальная" поляризация за счёт накачки активной среды,  $\chi_1$  обозначает обычную, не резонансную, поляризуемость среды. Мы подставляем  $P = \chi_1 E_y + P_2$  в (1) и получаем

$$\frac{\partial^2 I(z, t)}{\partial z^2} - \frac{\partial \dot{P}_2(z, t)}{\partial z} - \frac{Z\epsilon_d}{2\pi d} \dot{I}(z, t) = \frac{\epsilon_d}{4\pi c} \left[ \frac{4\pi}{c} \ddot{I}(z) + \ddot{H}_0 \right], \quad (3)$$

где поляризуемость  $\chi_1$  входит теперь в "регулярную" часть диэлектрической проницаемости  $\epsilon_d = 1 + 4\pi\chi_1$ .

Рассмотрим сначала простейший случай, когда лазерная поляризуемость  $P_2$  линейна по отношению к приложенному полю  $P_2 = \chi_2 E_y$ . Такое возможно, если мы находимся вдали от порога генерации и, следовательно, взаимодействие с плазмонами не приводит к обеднению верхнего уровня ДУС. Предположим также, что внешнее поле осциллирует с частотой  $\omega$ , а именно  $H_0(t) = H_0 \exp(-i\omega t)$ . В этих предположениях уравнение (3) принимает вид

$$\frac{\partial^2 I(z)}{\partial z^2} = -g^2 I(z) - \frac{\epsilon_d \omega k}{4\pi} H_0, \quad (4)$$

где координата  $z$  изменяется в пределах  $0 < z < a$ , координаты  $z = 0$  и  $z = a$  соответствуют началу и концу наноподковы, так что  $dI(0)/dz = I(a) = 0$ ;  $k = \omega/c$ ; волновой вектор плазмона  $g$  определяется из уравнения

$$g^2 = \epsilon_d k^2 - \frac{2\epsilon_d}{bd\epsilon_m}, \quad (5)$$

где диэлектрическая проницаемость включает в себя как обыкновенную часть, так и вклад ДУС. Второй член в правой части уравнения (5) можно представить в виде  $\sim k^2(\delta/b)^2$ , где  $b$  — характерный размер системы (например, толщина обкладки),  $\delta$  — величина скин-слоя. Если  $\delta \ll b$ , что типично для СВЧ-диапазона, то мы получаем обыкновенный GLC-антенный резонанс. В обратном случае, когда  $k^2 bd|\epsilon_m| \ll 1$ , параметр  $g = \sqrt{-2\epsilon_d/(\epsilon_m bd)}$  не зависит от абсолютной длины наноподковы и не зависит явно от частоты. Это ситуация МПР, которая возникает для наноподков в оптическом диапазоне [69]. Интересно заметить, что электрическое поле не потенциально в условиях МПР: компонента  $E_y$  зависит от координаты  $z$ , а компонента электрического поля  $E_z$  зависит от координаты  $y$ . Наличие соленоидального оптического поля на масштабах много меньших длины волны — это характерная черта МПР.

Электрический ток  $I(x)$ , найденный из (4), позволяет рассчитать магнитный момент наноподковы. Магнитный момент  $m$  имеет резонанс при выполнении условия

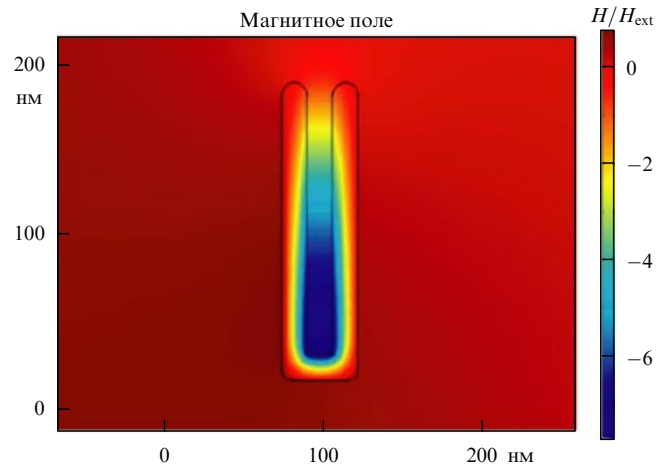


$ga = \pi/2$ , когда абсолютная величина  $m$  принимает большие значения. Заметим, что в условии резонанса входят не абсолютные размеры наноподковы, а только отношение длины наноподковы к её ширине. Для типичного металла частотное поведение диэлектрической проницаемости качественно описывается формулой Друде  $\epsilon_m = -(\omega_p/\omega)^2(1 + \omega_\tau/\omega)^{-1}$ , где  $\omega_p$  — плазменная частота,  $\omega_\tau$  — частота релаксации, которые оцениваются, скажем, для серебра как  $\hbar\omega_p = 9,6$  эВ,  $\hbar\omega_\tau = 0,02$  эВ. В этих обозначениях магнитный момент подкова выражается как

$$\alpha_M = V \frac{bd\omega_p^2}{\pi\lambda^2\omega_\tau^2} \frac{1}{1 - \omega/\omega_\tau - i(\kappa_m + \kappa_d)/2}, \quad (6)$$

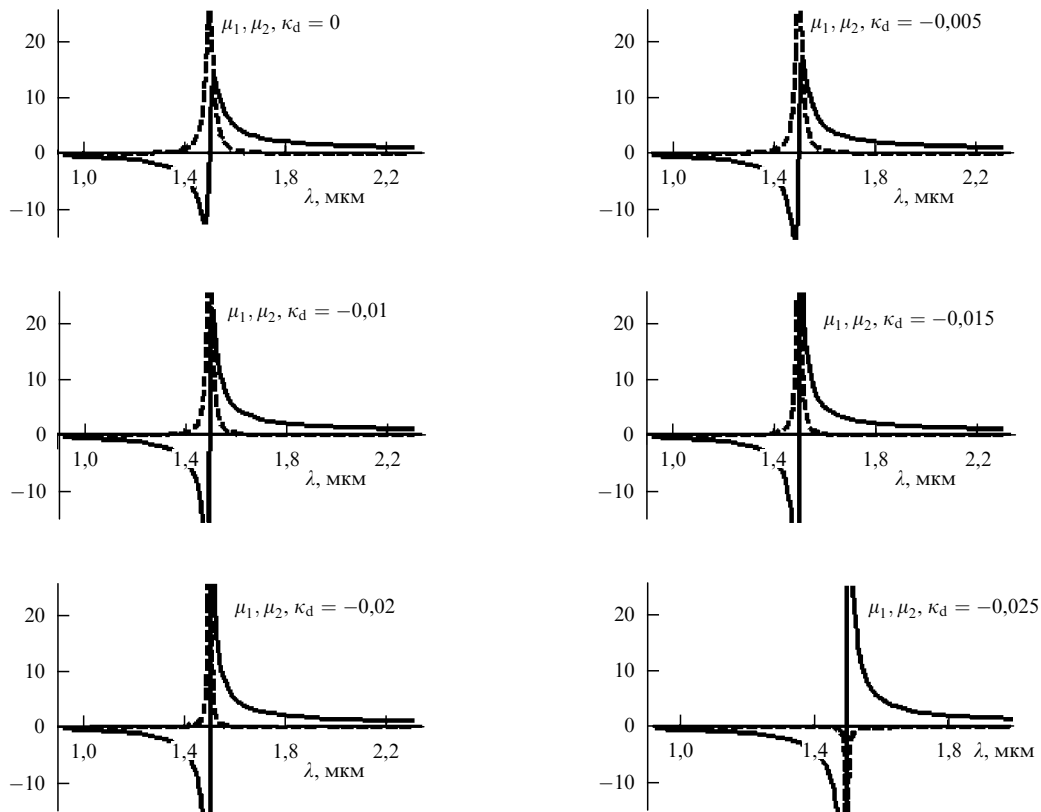
где резонансная частота  $\omega_r = \omega_p \pi \sqrt{bd/[8\text{Re}(\epsilon_d)a^2]}$ ,  $V$  — объём подкова,  $\kappa_m$  — безразмерные потери в металле,  $\kappa_m = \text{Im} \epsilon_m / \text{Re} \epsilon_m \approx \omega_\tau/\omega \ll 1$ ,  $\kappa_d$  — безразмерные потери в диэлектрике, которые мы также считаем малыми,  $\kappa_d = \text{Im} \epsilon_d / \text{Re} \epsilon_d \ll 1$ .

Выражение (6) для  $\alpha_M$  содержит фактор  $bd/\lambda^2 \ll 1$ , который мал для наноподков, однако вблизи резонанса возможно выполнение соотношения  $|\alpha_M| \gg 1$  в оптической и инфракрасной областях спектра, вследствие высокой добротности МПР. Наличие области частот, в которой магнитная поляризуемость  $\alpha_M$  отрицательна и велика по абсолютной величине, позволяет создавать оптические метаматериалы с отрицательной магнитной проницаемостью.



**Рис. 5.** Магнитный плазмонный резонанс в серебряном нанокопыте, возбуждаемом внешним магнитным полем  $H_{\text{ext}}$ , направленным перпендикулярно плоскости рисунка. Длина волны внешнего поля  $\lambda = 1,5$  мкм,  $\epsilon_d = 2$ . Магнитное поле  $H$  внутри копыта направлено противоположно внешнему полю, что соответствует отрицательной поляризуемости.

Распределение магнитного поля в наноподкове для частоты, близкой к резонансной, показано на рис. 5. Поведение оптической магнитной проницаемости для метаматериала, состоящего из наноподков, показано на рис. 6. Если диэлектрик является активной средой, то при



**Рис. 6.** Эффективная магнитная проницаемость  $\mu = \mu_1 + i\mu_2$  метаматериала, изготовленного из серебряных наноподков, помещённых в активную среду, имеющую диэлектрическую проницаемость  $\epsilon_d = 4(1 + i\kappa_d)$ , где фактор потерь отрицателен,  $\kappa < 0$ , вследствие накачки среды. При компьютерном моделировании использовались параметры наноподков  $a = 300$  нм,  $d = 70$  нм,  $b = 34$  нм; объёмная концентрация подков  $p = 0,3$ . Действительная часть магнитной проницаемости  $\mu_1$  показана сплошной линией, мнимая часть магнитной проницаемости  $\mu_2$  показана штриховой линией. При переходе через значения  $\kappa_d = -0,025$  метаматериал теряет устойчивость и начинает лазировать.

накачке безразмерные потери  $\kappa_d$  становятся отрицательными. Происходит компенсация потерь в металле. По мере компенсации потерь за счёт активной среды и уменьшения суммарных потерь  $\kappa = \kappa_m + \kappa_d$  линия поглощения (штриховая кривая на рис. 6) сужается. В какой-то момент потери становятся отрицательными, что означает потерю устойчивости. Метаматериал начинает лазеровать.

#### 4. Взаимодействие плазмонов с усиливающей средой и плазмонный нанолазер

Для объяснения природы плазмонного лазерования мы рассмотрим микроскопическую модель [70–72]. При этом уравнения движения выводятся из квантовой механики, но при их решении мы пренебрегаем флуктуациями, рассматривая квантово-механические операторы как комплексные величины. Такое приближение позволяет получить аналитическое решение и провести качественный анализ системы, показанной на рис. 4 и 7.

Гамильтониан наноподковы, взаимодействующей с ДУС, даётся суммой гамильтонианов  $H = H_0 + H_{\text{TLS}} + V_{\text{int}} + \Gamma$ , где  $H_0$  и  $H_{\text{TLS}}$  описывают наноподковы и ДУС соответственно,  $V_{\text{int}} = -P_2 \langle E_y \rangle S d = -p \langle E_y \rangle N S d$  — оператор усреднённого взаимодействия между ДУС и наноподковой,  $p$  — оператор дипольного момента,  $N$  — плотность ДУС, находящихся в наноподкове,  $S$  — площадь наноподковы,  $d$  — расстояние между обкладками, член  $\Gamma$  описывает эффекты диссипации и накачки.

Электроны и связанное с ними электрическое поле осциллируют с частотой  $\omega$ , близкой к частоте МПР. Эти колебания представляют собой плазмоны в наноподкове. Мы рассматриваем электрический заряд и поле как классические величины.

Введём операторы  $b$  и  $b^+$ , которые соответствуют переходу между возбуждённым и основным состояниями ДУС. В этих переменных гамильтониан ДУС имеет вид  $H_{\text{TLS}} = \hbar\omega_2 b^+ b$ . Тогда как оператор дипольного момента может быть записан в следующем виде:

$$P_2 = P b \exp(-i\omega t) + P^* b^+ \exp(i\omega t), \quad (7)$$

где  $P \approx \langle g|r|e \rangle$  — матричный элемент дипольного оператора ДУС. Мы также вводим оператор инверсии  $D(t) = n_g(t) - n_e(t)$ , где  $n_e(t) = b^+ b$  и  $n_g(t) = b b^+$  — операторы заселённости верхнего и нижнего уровней соответственно. Мы предполагаем, что ДУС осциллирует между возбуждённым и основным уровнями с частотой  $\omega$ , которая близка к частоте  $\omega_2$  ( $\hbar\omega_2$  — разность между энергетическими уровнями ДУС).

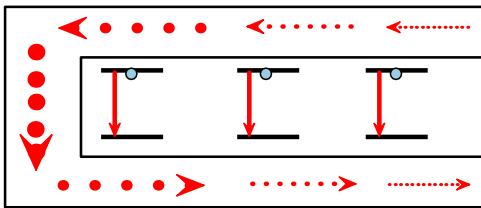


Рис. 7. Плазмон осциллирует в наноподкове (пунктирная линия); при этом его амплитуда увеличивается вследствие взаимодействия с возбуждёнными двухуровневыми системами, которые отдают энергию плазмону.

Используя известные коммутационные соотношения между операторами  $b$ ,  $b^+$  и  $n_{e,g}$ , можно вывести уравнения движения Гейзенберга для операторов  $i\hbar\dot{b} = [b, H]$  и  $i\hbar\dot{D} = [D, H]$ . Мы рассматриваем лазерование как процесс колебания электрического заряда в наноподкове даже в отсутствие внешнего магнитного поля. При этом мы полагаем, что это стационарный процесс, т.е. амплитуда колебаний не изменяется со временем. Тогда уравнение для заряда и уравнение для  $b$  и  $D$  могут быть записаны в следующем виде:

$$(i\delta + \gamma) q_2 - i b = 0, \quad (i\Delta + \Gamma) b - i A D q_2 = 0, \quad (8)$$

$$\frac{D - D_0}{\tau} - 2iA(q_2^* b - q_2 b^+) = 0,$$

где  $q_2 = q/(SNP)$  — безразмерный электрический заряд,  $\delta = 1 - (\omega/\omega_r)^2$ ,  $\gamma = (e_m''/|e_m'|)(\omega/\omega_r)^2 \approx e_m''/|e_m'|$ ,  $\Delta = (\omega_2 - \omega)/\omega_r$  [70–72]; члены с  $\Gamma$  и  $\tau$  учитывают процессы релаксации дипольного момента и заселённости соответственно. В "лазерной" терминологии — это процессы поперечной и продольной релаксации;  $D_0$  — это то значение заселённости, которое достигалось бы накачкой, если бы ДУС не взаимодействовала с наноподковой. Мы предполагаем, что имеет место инверсия, т.е.  $D_0 < 0$ . В пренебрежении квантовыми флуктуациями и корреляциями  $D$  и  $b$  можно считать просто комплексными величинами с заменой  $b^+ \rightarrow b^*$ . Безразмерная константа

$$A = \frac{4\pi N |P|^2}{\omega_r \hbar n^2} > 0,$$

где  $N$  — объёмная плотность ДУС,  $n$  — индекс рефракции среды, в которой расположены ДУС, например квантовые точки. Уравнение (8) имеет нетривиальное решение только тогда, когда выполняются условия, которые и являются условиями лазерования:

$$\frac{A}{\Gamma} = -\frac{\delta}{\gamma}, \quad \left(\frac{\delta}{\gamma}\right)^2 + 1 + \frac{A D_0}{\Gamma \gamma} = 0. \quad (9)$$

Первое условие даёт частоту лазерования, которая всегда находится между частотой МПР  $\omega_r$  и частотой  $\omega_2$  резонанса ДУС. Все члены (9) положительны, кроме заселённости во втором условии лазерования. Следовательно, это условие выполняется только в случае инверсии  $n_e > n_g$ , когда  $D_0 < 0$ . Согласно определению  $D_0$  не может быть меньше  $-1$ , что соответствует случаю, когда все ДУС находятся в возбуждённом состоянии. Таким образом, мы получаем условие, необходимое для лазерования:  $A/(\Gamma\gamma) > 1$ . Как только второе условие (9) выполнено, взаимодействие между ДУС и наноподковой приводит к когерентным колебаниям электрического заряда, тока и магнитного момента даже в отсутствие внешнего электромагнитного поля.

Условие лазерования может быть выражено через коэффициент усиления  $G$  в активной среде, находящейся в наноподкове. Усиление в среде должно быть настолько велико, чтобы выполнялось неравенство

$$\frac{G\lambda}{2\pi n \gamma} > 1, \quad (10)$$

где  $\gamma = e_m''/|e_m'| \ll 1$  — безразмерный фактор потерь в металле,  $n \sim 1$  — индекс рефракции.



Заметим, что условие лазерования зависит от усиления в активной среде и потерь в металле. Мы полагаем, что это — универсальное условие для работы плазмонного нанолазера при любой конфигурации металлической наноантенны. Например, серебряная наноантенна будет лазеровать на длине волны 1,5 мкм, если заполняющая её активная среда имеет коэффициент усиления больший, чем  $G_c \approx 5 \times 10^3 \text{ см}^{-1}$  на этой частоте.

Рассмотрим теперь воздействие внешнего магнитного поля на работу нанолазера. Высокочастотное магнитное поле возбуждает токи в наноподкове и действует как вынуждающая сила. В отсутствие такой силы плазмонный нанолазер, который должен рассматриваться как нелинейный осциллятор, совершает автоколебания и движется по своему предельному циклу с частотой лазерования, даваемой соотношением (9). Когда мы прикладываем внешнюю силу, плазмонный лазер продолжает двигаться по тому же предельному циклу, но уже с частотой внешней силы. Другими словами, внешняя электромагнитная волна может перестраивать нанолазер. Эта фантастическая возможность нуждается в дальнейшем изучении.

## 5. Заключение

Мы видим, что метаматериалы открывают новые возможности для разработки различных СВЧ- и оптических устройств. В их число входят фокусирующие системы, нанолазеры, поглотители, резонаторы и многие другие устройства. Разработка новых электромагнитных материалов, начинающаяся с конструирования элементарной ячейки с заранее заданными свойствами, которые могут и не встречаться в природе, — это новая технология, открывающая уникальные перспективы. Спектр потенциальных применений метаматериалов, обсуждающийся в современной литературе, простирается от уникальных датчиков комбинационного рассеяния до создания шапок- и ковров-невидимок. Более того, в последнее время получили развитие работы по созданию и исследованию механических (например, акустических) метаматериалов. Следует, тем не менее, подчеркнуть, что, несмотря на весь прогресс, достигнутый в экспериментальных и теоретических исследованиях, пока не создано коммерчески успешных метаматериалов или устройств на их основе. Частично это связано с проблемой потерь, обсуждавшейся в разделах 2 и 3. Мы пытались показать, что физика метаматериалов очень интересна не только благодаря своим захватывающим потенциальным приложениям, но и сама по себе, и многие принципиальные вопросы остаются открытыми.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ 09-02-01519.

## Список литературы

- Lamb H *Proc. London Math. Soc. Ser. 2* **1** 473 (1904)
- Schuster A, Sir *An Introduction to the Theory of Optics* (London: E. Arnold, 1904) p. 313
- Pocklington H C *Nature* **71** 607 (1905)
- Мандельштам Л И *Лекции по оптике, теории относительности и квантовой механике* (М.: Наука, 1972) с. 431, лекция прочитана 5.V.1944
- Агранович В М, Гартштейн Ю Н *УФН* **176** 1051 (2006) [Agranovich V M, Gartstein Yu N *Phys. Usp.* **49** 1029 (2006)]
- Сивухин Д В *Опт. и спектроск.* **3** 308 (1957)
- Veselago V G *Sov. Phys. Usp.* **10** 509 (1968)
- Pendry J B *Phys. Rev. Lett.* **85** 3966 (2000)
- Lagarkov A N, Kissel V N, in *Proc. of the 2nd Intern. Conf. on Materials for Advanced Technologies, Sym. F: Electromagnetic Materials, SUNTEC, Singapore, 7–12 December 2003* (Eds Lim Hock et al.) (Singapore: World Scientific, 2003) p. 157
- Lagarkov A N, Kissel V N *Phys. Rev. Lett.* **92** 077401 (2004)
- Schelkunoff S A, Friis H T *Antennas: Theory and Practice* (New York: Wiley, 1952)
- Антонов А С и др. *Электрические и магнитные свойства перколяционных систем* (Под ред. А Н Лагарькова) (М.: ИВТАН, 1990)
- Lagarkov A N, Panina L V, Sarychev A K, Smychkovich Y R, presented at the 1990 MRS Spring Meeting Symp., April 16–21, 1990, San Francisco, Calif., S 9.3 (1990)
- Kolesnikov A N et al., in *Optical and Electrical Properties of Polymers* No. 214 (Eds J A Emerson, J M Torkelson) (Pittsburgh: Material Research Society, 1991) p. 119
- Lagarkov A N et al. *J. Electromagn. Waves Appl.* **6** 1159 (1992)
- Lagarkov A N, Sarychev A K *Phys. Rev. B* **53** 6318 (1996)
- Lagarkov A N et al. *Electromagnetics* **17** 213 (1997)
- Fang N, Zhang X *Appl. Phys. Lett.* **82** 161 (2003)
- Smith D R et al. *Appl. Phys. Lett.* **82** 1506 (2003)
- Ong C K, Rao X S, in *Proc. of the 2nd Intern. Conf. on Materials for Advanced Technologies, Sym. F: Electromagnetic Materials, SUNTEC, Singapore, 7–12 December 2003* (Eds Lim Hock et al.) (Singapore: World Scientific, 2003) p. 123
- Rao X S, Ong C K *Phys. Rev. E* **68** 067601 (2003)
- Kissel V N, Lagarkov A N *Proc. of the 2nd Intern. Conf. on Materials for Advanced Technologies, Sym. F: Electromagnetic Materials, SUNTEC, Singapore, 7–12 December 2003* (Eds Lim Hock et al.) (Singapore: World Scientific, 2003) p. 145
- Лагарьков А Н, Кисель В Н *Докл. РАН* **394** 40 (2004) [Lagarkov A N, Kisel' V N *Dokl. Phys.* **49** 5 (2004)]
- Podolskiy V A, Narimanov E E *Opt. Lett.* **30** 75 (2005)
- Виноградов А П, Махновский Д П, Розанов К Н *Радиотехн. и электрон.* **44** 341 (1999) [Vinogradov A P, Makhnovskii D P, Rozanov K N *J. Commun. Technol. Electron.* **44** 317 (1999)]
- Liu L et al. *Electromagnetics* **25** 69 (2005)
- Kissel V N, Lagarkov A N *Phys. Rev. B* **72** 085111 (2005)
- Lagarkov A N, Kissel V N *Physica B* **394** 163 (2007)
- Cui T J et al. *Phys. Lett. A* **323** 484 (2004)
- Pendry J B et al. *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.* **47** 2075 (1999)
- Sarychev A K, Shalaev V M *Electrodynamics of Metamaterials* (Singapore: World Scientific, 2007)
- Sarychev A K, Shalaev V M *Phys. Rep.* **335** 275 (2000)
- Батыгин В В, Топтыгин И Н *Сборник задач по электродинамике 2-е изд.* (М.: Наука, 1970) [Batygin V V, Toptygin I N *Problems in Electrodynamics* 2nd ed. (London: Academic Press, 1978)]
- Shalaev V M et al. *Opt. Lett.* **30** 3356 (2005)
- Drachev V P et al. *Laser Phys. Lett.* **3** 49 (2006)
- Zhang S et al. *Phys. Rev. Lett.* **95** 137404 (2005)
- Sarychev A K, Shalaev V M *Proc. SPIE* **5508** 128 (2004)
- Dolling G et al. *Opt. Lett.* **31** 1800 (2006)
- Dolling G et al. *Science* **312** 892 (2006)
- Dolling G et al. *Opt. Lett.* **32** 53 (2007)
- Klar T A et al. *IEEE J. Select. Topics Quantum Electron.* **12** 1106 (2006)
- Shalaev V M *Nature Photon.* **1** 41 (2007)
- Valentine J et al. *Nature* **455** 376 (2008)
- Grigorenko A N et al. *Nature* **438** 335 (2005)
- Kildishev A V et al. *Opt. Lett.* **32** 1510 (2007)
- Dimmock J *Opt. Express* **11** 2397 (2003)
- Zhou J et al. *Phys. Rev. Lett.* **95** 223902 (2005)
- Jacob Z, Alekseyev L V, Narimanov E *Opt. Express* **14** 8247 (2006)
- Salandrino A, Engheta N *Phys. Rev. B* **74** 075103 (2006)
- Govyadinov A A, Podolskiy V A *Phys. Rev. B* **73** 155108 (2006)
- Liu Z et al. *Science* **315** 1686 (2007)
- Smolyaninov I I, Hung Y-J, Davis C C *Science* **315** 1699 (2007)
- Pendry J B, Schurig D, Smith D R *Science* **312** 1780 (2006)
- Leonhardt U *Science* **312** 1777 (2006)

55. Li J, Pendry J B *Phys. Rev. Lett.* **101** 203901 (2008)
56. Ma Y G et al. *Nature Mater.* **8** 639 (2009)
57. Ландау Л Д, Лифшиц Е М, Питаевский Л П *Электродинамика сплошных сред* (М.: Физматлит, 2001) [Landau L D, Lifshitz E M, Pitaevskii L P *Electrodynamics of Continuous Media* (Oxford: Pergamon Press, 1984)]
58. Bergman D J, Stockman M I *Phys. Rev. Lett.* **90** 027402 (2003)
59. Коган Б Я, Волков В М, Лебедев С А *Письма в ЖЭТФ* **16** 144 (1972) [Kogan B, Volkov V, Lebedev S *JETP Lett.* **16** 100 (1972)]
60. Plotz G, Simon H J, Tucciarone J M *J. Opt. Soc. Am.* **69** 419 (1979)
61. Сударкин А Н, Демкович П А *ЖТФ* **59** (7) 86 (1989) [Sudarkin A, Demkovich P *Sov. Phys. Tech. Phys.* **34** 764 (1989)]
62. Tredicucci A et al. *Appl. Phys. Lett.* **76** 2164 (2000)
63. Avrutsky I *Phys. Rev. B* **70** 155416 (2004)
64. Ramakrishna S A, Pendry J B *Phys. Rev. B* **67** 201101 (2003)
65. Lawandy N M et al. *Nature* **368** 436 (1994)
66. Lawandy N M *Appl. Phys. Lett.* **85** 5040 (2004)
67. Lawandy N M *Proc. SPIE* **5924** 59240G (2005)
68. Protsenko I E et al. *Phys. Rev. A* **71** 063812 (2005)
69. Sarychev A K, Shvets G, Shalaev V M *Phys. Rev. E* **73** 036609 (2006)
70. Sarychev A K, Tartakovsky G *Proc. SPIE* **6320** 63200A (2006)
71. Sarychev A K, Tartakovsky G *Phys. Rev. B* **75** 085436 (2007)
72. Sarychev A K, Pukhov A A, Tartakovsky G, in *Progress in Electromagnetics Research Symp. (PIERS), August 27–30, 2007, Prague, Czech Republic* (2007) p. 95; *PIERS Online* **3** 1264 (2007)

PACS numbers: **02.70.** – с, 42.25.Fx, 42.70.Qs  
DOI: 10.3367/UFNr.0179.2009091.1027

## Применение метода матрицы рассеяния для расчёта оптических свойств метаматериалов

Н.А. Гиппиус, С.Г. Тиходеев

В докладе рассматривается применение формализма матрицы рассеяния для расчёта собственных частот, радиационных ширин и распределения полей квазиволноводных мод в фотонно-кристаллических слоях (ФКС) с конечной толщиной.

В настоящее время исследуются одномерно-периодические (1D) или двумерно-периодические (2D) слои фотонных кристаллов, вертикальная геометрия которых может быть произвольно сложной [1–3]. Такие ФКС оказались весьма интересными и перспективными структурами: они могут быть изготовлены современными методами послойной литографии; их оптические свойства представляют практический интерес в связи с потенциальной интегрируемостью с микроэлектроникой.

Здесь следует отметить, что фотонно-кристаллические слои являются, по существу, дифракционными решётками. Дифракционные решётки играют чрезвычайно важную роль в оптике и её приложениях. Поэтому их история, конечно, является значительно более старой, чем термин "фотонный кристалл".

Первая дифракционная решётка была создана и исследована американским астрономом Д. Риттенхаусом в 1786 г. [4]. (Любопытная история создания первой дифракционной решётки изложена в заметке [5].) Однако это открытие осталось незамеченным, и создателем дифракционной решётки (в 1821 г.) в большинстве курсов оптики и энциклопедий считается Фраунгофер [6]. В 1902 г. Вуд [7] экспериментально обнаружил узкополосные особенности в спектрах отражения металлических дифракционных решёток, называемые с тех пор аномалиями Вуда. Различают два типа аномалий Вуда.

Дифракционные аномалии, или аномалии Рэлея [8], возникают при открытии (с возрастанием частоты падающего света) новых дифракционных каналов; пороговая частота открытия канала характеризуется тем, что возникающий дифрагированный луч параллелен поверхности решётки (см. также работу [9]). Резонансные аномалии связаны с возбуждением резонансных мод в решётке: поверхностных плазмонов, квазиволноводных (Фабри – Перо) мод — в зависимости от типа структуры. Качественные закономерности поведения таких резонансов впервые были проанализированы, насколько нам известно, Фано [10]. Спустя 20 лет Фано в знаменитой работе [11] проанализировал общие закономерности поведения дискретного уровня на фоне континуума; возникающие несимметричные резонансы теперь принято называть резонансами Фано. Резонансные аномалии Вуда относятся как раз к такому типу резонансов.

В связи с важностью эффекта резонансного оптического отклика дифракционных решёток для множества приложений, включая, например, лазеры с распределённой обратной связью, оптические фильтры и поляризаторы, этой теме было посвящено огромное количество исследований. В основе большинства методов лежит разложение рассеянного поля дифракционной решётки по пространственным фурье-гармоникам (плоским волнам), впервые предложенное Рэлеем [8]. После создания компьютеров были развиты весьма мощные методы расчёта оптических спектров произвольно сложных дифракционных решёток. Отметим в связи с этим важную работу Хесселя и Олинера [12], развитие формализма матрицы рассеяния в работах Невьера [13, 14]. Мощные методы расчёта были развиты Шестопаловым [15] и Никольским [16], но, к сожалению, они практически не известны современным исследователям, работающим в этой области.

Удобный метод построения матрицы рассеяния для 1D- или 2D-ФКС с произвольно сложной структурой поперёк слоя был развит в работах [17, 18]. Авторы распространили на электродинамику метод построения матрицы рассеяния [19] для расчёта электронного туннелирования в сложных гетероструктурах. Метод матрицы рассеяния позволяет эффективно устранить численные неустойчивости, возникающие в методе матриц переноса из-за наличия экспоненциально убывающих и экспоненциально возрастающих линейно независимых решений. Этот метод позволяет построить матрицу рассеяния на плоскости комплексной частоты [20] и разработать эффективные приближённые описания фотонных резонансов в таких структурах.

Необходимо отметить, что применение метода матрицы рассеяния для метаматериалов представляет определённые сложности вследствие плохой сходимости рядов Фурье для металло-диэлектрических структур. В последнее время нам удалось значительно улучшить сходимость метода [21], используя правила факторизации Ли [22] и метод адаптивного пространственного разрешения Гране [23], дополнив последние специальным криволинейным преобразованием координат, согласованным с формой интерфейса металл – диэлектрик.

Моды в плоском волноводе, как известно, имеют действительные собственные энергии  $\Omega$ , а соответствующие распределения полей являются локализованными вблизи волноводного слоя и экспоненциально затухают