

24. Toropov A A et al. *Phys. Rev. Lett.* **103** 037403 (2009)
25. Jmerik V N et al. *J. Cryst. Growth* **301** – **302** 469 (2007)
26. Ivanov S V et al. *J. Cryst. Growth* **301** – **302** 465 (2007)
27. Lakowicz J R *Anal. Biochem.* **298** 1 (2001)
28. Farahani J N et al. *Phys. Rev. Lett.* **95** 017402 (2005)
29. Gersten J, Nitzan A *J. Chem. Phys.* **75** 1139 (1981)
30. Головашкин А И и др. *ЖЭТФ* **51** 1623 (1966) [Golovashkin A I et al. *Sov. Phys. JETP* **24** 1093 (1967)]
31. Westphalen M et al. *Solar Energy Mater. Solar Cells* **61** 97 (2000)
32. Shubina T V et al. *Phys. Status Solidi A* **202** 377 (2005)
33. Shubina T V et al. *Phys. Status Solidi C* **4** 2474 (2007)
34. Wu J et al. *J. Appl. Phys.* **94** 6477 (2003)
35. Komissarova T A et al. *ФТП* **43** 304 (2009) [*Semicond.* **43** 285 (2009)]
36. Шубина Т В и др., в сб. *Труды I-го Междунар. форума по нанотехнологиям, Москва, Россия, 3–5 декабря 2008 г.* (М.: Rusnanotech, 2008) с. 183
37. Шубина Т В и др. *Изв. РАН, Сер. физ.* (в печати, 2009)
38. Shalygin V A et al. *Appl. Phys. Lett.* **90** 161128 (2007)
39. Mikhailov S A *SPIE Proc.* **3828** 139 (1999)
40. Höpfel R A, Vass E, Gornik E *Phys. Rev. Lett.* **49** 1667 (1982)

PACS numbers: 42.25.Fx, 78.20.Ls, **78.67**. – n
DOI: 10.3367/UFNr.0179.200909j.1012

Резонансное рассеяние света на наноструктурированных металлических и ферромагнитных плёнках

В.В. Курин

1. Введение

В докладе показано, что магнитооптические эффекты могут быть значительно усилены в композитных наноструктурированных метаматериалах и ферромагнитных фотонных кристаллах. Причиной усиления могут быть как индивидуальные резонансы в наночастицах, плазменные или геометрические, так и коллективные резонансы, обусловленные эффектами многократного рассеяния в решётках нанонеоднородностей.

Магнитооптические эффекты, заключающиеся в изменении поляризации света при взаимодействии с ферромагнитными материалами, интенсивно изучаются на протяжении уже довольно длительного времени и практически используются для магнитооптической записи информации [1].

Кажется очевидным, что магнитооптические эффекты могут быть значительно усилены в наноструктурированных композитных материалах благодаря электродинамическим резонансным эффектам, изучению которых в последнее время уделяется повышенное внимание [2]. Природа резонансов может быть различной. Это могут быть, в частности, резонансы, связанные с возбуждением собственных мод индивидуальных нанонеоднородностей. Пример усиления магнитооптических эффектов, обусловленного индивидуальными резонансами в среде, состоящей из ферромагнитных наночастиц, впервые был рассмотрен в работе [3].

В данном сообщении демонстрируется, что к усилению магнитооптических эффектов могут приводить также резонансные эффекты другой природы, такие как возбуждение замедленных волноводных мод, резонансное рассеяние на нановолноводах и эффекты многократного рассеяния.

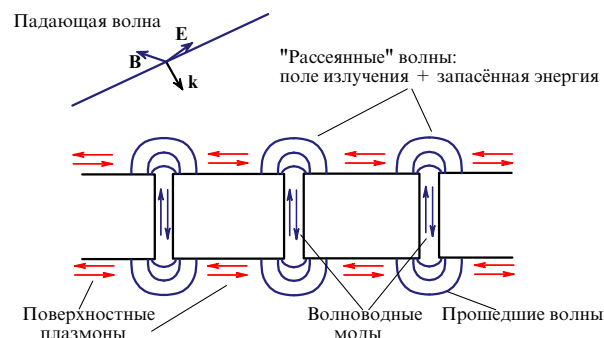


Рис. 1. Схема рассеяния электромагнитной волны на наноперфорированной ферромагнитной плёнке. Показаны основные виды волн, возбуждаемых в процессе рассеяния.

Для того чтобы продемонстрировать эффекты резонансного усиления магнитооптических эффектов, мы рассмотрим простую модель искусственной среды, представляющую собой ферромагнитную плёнку с цилиндрическими отверстиями. Вектор намагниченности будем полагать направленным по нормали к плёнке. Размеры неоднородностей будем считать меньшими как длины волны, так и толщины скин-слоя в металле. На рисунке 1 приведена схема рассеяния электромагнитной волны на такой структуре и показаны основные возбуждающиеся волны.

В оптическом диапазоне частот гиротропия ферромагнетика связана с гироэлектрическим механизмом [1], обусловленным спин-орбитальным взаимодействием [4], которое проявляется только в недиагональных элементах тензора диэлектрической проницаемости. Магнитную проницаемость можно принять равной единичному диагональному тензору $\mu_{ik} = \delta_{ik}$. В системе координат, в которой ось z ориентирована вдоль направления вектора намагниченности $\mathbf{M}$, а вектор $\mathbf{r}_\perp = (x, y)$ лежит в перпендикулярной плоскости, тензор диэлектрической проницаемости ферромагнитной плёнки является аналогичным по структуре тензору электронного газа в магнитном поле и записывается в виде

$$\hat{\epsilon} = \begin{pmatrix} \epsilon & ig & 0 \\ -ig & \epsilon & 0 \\ 0 & 0 & \eta \end{pmatrix}, \quad (1)$$

где ϵ , η — продольная и поперечная диэлектрические проницаемости, g — параметр гиротропии, пропорциональный величине намагниченности. Характерная величина гиротропии типичного ферромагнетика So $g \sim 10^{-2}$, что соответствует эффективному магнитному полю 10^6 Гс. Диагональные элементы тензора $\epsilon \approx \eta \sim 1$ имеют порядок, характерный для металлов.

2. Распространение волн в ферромагнитном нановолноводе

Решение задачи рассеяния на перфорированной плёнке естественно начать с изучения собственных мод цилиндрической нанодырки. Будем считать, что вектор намагниченности параллелен оси волновода, которая направлена по нормали к плёнке. Следует заметить, что такое направление намагниченности в сплошной плёнке довольно трудно осуществить ввиду большого вклада магнитостатической энергии и поэтому для достижения

вертикальной намагниченности необходимо использовать ферромагнетики с большой внутренней анизотропией. Известно, например, что такое направление $\mathbf{M}$ может быть реализовано в плёнках CoPt и CoPd [5, 6]. Следует, однако, отметить, что из-за наличия отверстий в плёнке магнитное состояние может измениться, так как поля в отверстиях вносят вклад в свободную энергию магнетика, и магнитное состояние плёнки с нанонеоднородностями должно быть определено с помощью микромагнитных расчётов.

Рассмотрим задачу о собственных волнах нановолновода в ферромагнетике с намагниченностью вдоль оси волновода. Находя решения уравнений Максвелла в форме $(\mathbf{E}, \mathbf{B}) \sim (\mathbf{e}, \mathbf{b}) \exp(i\omega t + im\varphi + ihz)$, где ω — частота, m — азимутальный индекс, h — продольное волновое число, и сшивая решения в наружной и внутренней областях согласно требованию непрерывности тангенциальных (z, φ) -компонент полей, мы получим дисперсионное уравнение, которое в случае слабой гиротропии имеет вид

$$\begin{aligned} [\varepsilon_i f(x) - \eta F(y)] [f(x) - F(y)] - \frac{m^2 \zeta^2}{u^2} \left(\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} \right)^2 = \\ = \frac{gm}{y^4 x^2} \left[(2\zeta^2 + x^2)(x^2 f(x) + y^2 F(y)) + \right. \\ \left. + \zeta^2 (x^2 + y^2) \frac{\partial y^2 F(y)}{y \partial y} \right]. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь мы обозначили диэлектрическую постоянную внутри волновода как ε_i и ввели безразмерные поперечные волновые числа $x = q_i a$, $y = i q_e a$ (q_i и q_e — поперечные волновые числа для внутренней и внешней областей соответственно), безразмерное продольное волновое число $\zeta = ha$ и частоту $u = ka$, безразмерную плазменную частоту $v = \omega_p a / c$, $\eta = 1 - v^2 / u^2$, где a — радиус нановолновода, $k = \omega / c$ — волновое число в вакууме; использованы также обозначения $f(x) = J'_m(x) / (x J_m(x))$, $F(y) = -K'_m(y) / (y K_m(y))$, где J_m , K_m — функции Бесселя и Макдональда.

Приравнивание нулю левой части уравнения (2) даёт хорошо известное дисперсионное соотношение для волновода в изотропном, не ферромагнитном металле, правая часть выражает поправки первого порядка по g из-за гиротропии, снимающие вырождение по азимутальному индексу m . Падающей плоской волной могут быть возбуждены только волны с $m = \pm 1$, анализ которых мы и проведём для узких каналов, таких, что $x, y \ll 1$. Выражая частоту u , продольное волновое число ζ и проницаемость η через поперечные волновые числа и используя невозмущённые дисперсионные соотношения $\zeta^2 (\varepsilon_i - 1)^{-1} (\varepsilon_i x^2 + y^2 - \varepsilon_i v^2)$, $u^2 = (\varepsilon_i - 1)^{-1} (x^2 + y^2 - v^2)$, мы придём к замкнутому уравнению относительно x, y , которое при использовании разложений $f = x^{-2} - 0,25$, $F = y^{-2} + \ln 2 (\gamma y)^{-1}$, справедливых в пределе узкого волновода и малого параметра гиротропии g , решается явно. Характерные дисперсионные кривые показаны на рис. 2

При $h \rightarrow 0$ частоты мод с азимутальными индексами $m = \pm 1$ стремятся к частоте поверхностного плазмона $\omega_{sp} = \omega_p (1 + \varepsilon_i)^{-1/2}$, вне зависимости от размера отверстий. Этим выражается хорошо известный факт, заключающийся в том, что сколь угодно узкий волновод в реальном металле может нести дипольную моду.

Рассмотрим теперь изменение поляризации при распространении волны по волноводу. Для этого примем в

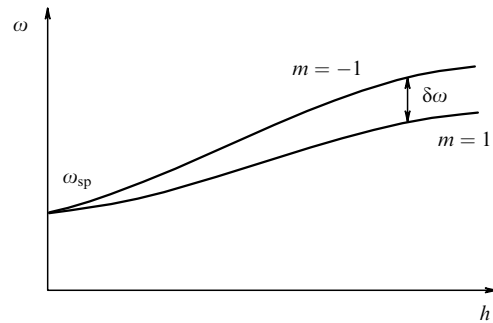


Рис. 2. Дисперсионные кривые дипольных волноводных мод в ферромагнитном нановолновode.

качестве направления поляризации волноводной моды направление вектора электрического поля на оси волновода. При малом параметре гиротропии g мы можем воспользоваться правильными собственными векторами нулевого приближения и найти, что угол поворота поляризации, который даётся выражением

$$\theta = (h_1(\omega) - h_{-1}(\omega)) d \approx \frac{\delta\omega d}{v_g},$$

будет аномально велик вследствие сильного замедления волн в нановолновode. Здесь $h_{\pm 1}$ — продольные волновые числа волн с азимутальными индексами $m = \pm 1$, d — толщина ферромагнитной плёнки, $\delta\omega$ — расщепление дисперсионных кривых с $m = \pm 1$, v_g — групповая скорость. Отметим, что замедление увеличивает не только скорость фарадеевского вращения, но и затухание волноводных мод. Характерная длина пробега волноводных мод зависит от диаметра волновода и при его диаметре порядка 50 нм составляет около 10 мкм.

3. Индивидуальный резонанс при рассеянии на одиночном волновode

В этом разделе мы рассмотрим задачу о прохождении и отражении внешнего электромагнитного излучения при взаимодействии с одиночным нановолноводом в ферромагнитной плёнке. Как и ранее, считаем, что намагниченность перпендикулярна поверхности плёнки. Для решения задачи мы должны оценить эффективность возбуждения волноводных мод падающей волной на верхней границе и возбуждения прошедшей и отражённой волн возникшими волноводными модами. Приблизительно задача может быть решена следующим образом. Хорошо известно [7, 8], что отверстие в металле может быть заменено эффективными электрическим и магнитными токами, сосредоточенными на обеих сторонах плёнки в области толщиной порядка толщины скин-слоя в металле, как показано на рис. 3.

Выделив окрестность около концов волновода, имеющую глубину и радиус порядка толщины скин-слоя в окружающем металле, там, где текут эффективные магнитные и электрические токи [4], и предположив, что их мультипольные моменты известны, найдём поля, внешние по отношению к этим областям. В открытом пространстве перед плёнкой это будет совокупность полей мультиполей, падающей на плоскую поверхность и отражённой от неё волн, в волновode — поля встречных волн, в пространстве за плёнкой — только поля мультиполей. Следует написать также решение для внутренних

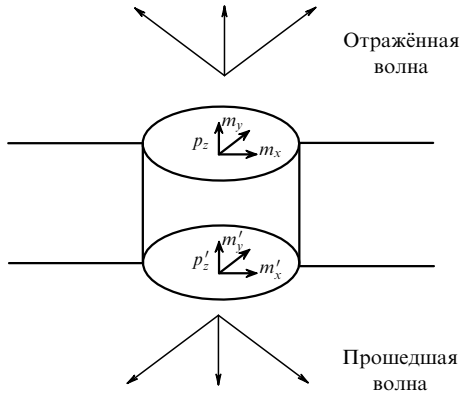


Рис. 3. Отклик нановолновода на внешнее излучение. Эффективные дипольные моменты.

областей окрестностей концов волновода. Следующим шагом является сшивка тангенциальных компонент внутреннего и внешнего представления полей на поверхности, разделяющей эти области, и нахождение амплитуд бесконечного числа мод в волноводе, в том числе нераспространяющихся, величин всех мультипольных моментов и распределения поля в окрестностях концов волновода.

Если бы такая процедура была проведена, то мы получили бы точное решение задачи. К сожалению, эта задача приводит к сложным интегральным уравнениям, решение которых может быть найдено только с помощью численных методов. Однако для нановолноводов с диаметром, малым по сравнению с длиной волны и толщиной скин-слоя, мы можем получить приближённое решение, ограничившись снаружи только полями диполей и распространяющимися волнами внутри нановолновода. Для простоты мы пренебрежём промежуточной областью и сошьём компоненты решения $E_{\pm}$, $B_{\pm}$ в одной точке, в качестве которой выберем точку на оси z , расположенную на расстоянии радиуса волновода от плоскости плёнки. При таком подходе, однако, мы пренебрегаем эффектами, связанными с существованием плазменного резонанса на частоте поверхностного плазмона ω_{sp} , полагая, что частота волны далека от неё.

Рассмотрим случай нормального падения, при котором рассеяние будет идти только в магнитодипольном канале, причём магнитные диполи будут иметь только перпендикулярные оси z компоненты. Падающую волну будем предполагать поляризованной линейно вдоль оси x . Разложим поля $(\mathbf{E}, \mathbf{B})_{\pm}$ на оси z и магнитные дипольные моменты с одной и другой стороны плёнки M^L , M^R на левые и правые вращающиеся компоненты $(E, B, M)_{\pm} = (E, B, M)_x \pm i(E, B, M)_y$, которые являются собственными как для поля снаружи, так и для поля в волноводе, и запишем для них выражения для поля со стороны падения волны (L):

$$E_{\pm} = \exp(ikz) - \exp(-ikz) \pm kM_{\pm}^L(ik - |z|^{-1}) \frac{\exp(ik|z|)}{|z|},$$

$$B_{\pm} = \pm i[\exp(ikz) + \exp(-ikz)] + M_{\pm}^L(k^2 + ik|z|^{-1} - z^{-2}) \frac{\exp(ik|z|)}{|z|},$$

для поля на оси волновода:

$$E_{\pm} = c_{\pm} \exp(ik_{\pm}z) + d_{\pm} \exp(-ik_{\pm}z),$$

$$B_{\pm} = \pm i \frac{k_{\pm}}{k} [c_{\pm} \exp(ik_{\pm}z) + d_{\pm} \exp(-ik_{\pm}z)],$$

где $k_{\pm}$ — решения дисперсионного уравнения (2), и для прошедшего поля (R):

$$E_{\pm} = \mp kM_{\pm}^R(ik - |z|^{-1}) \frac{\exp(ik|z|)}{|z|},$$

$$B_{\pm} = M_{\pm}^R(k^2 + ik|z|^{-1} - z^{-2}) \frac{\exp(ik|z|)}{|z|}.$$

В двух последних выражениях координата z отсчитывается от правого конца волновода. Во всех выражениях мы опустили общий множитель $\exp(-i\omega t + im\phi)$, а в выражении для отражённой волны пренебрегли отличием от -1 коэффициента отражения от металла и изменением поляризации. Эти простые эффекты могут быть легко учтены в рамках предлагаемой схемы. Кроме того, при вычислении полей диполей мы пренебрегли возбуждением поверхностного плазмона. Сшивая решения, мы найдём величины магнитных дипольных моментов на левой и правой границах нановолновода и амплитуды распространяющихся в волноводе мод. Приведём выражения для магнитных моментов на левой,

$$M_{\pm}^L = \mp i \frac{(h_{\pm}/k) G^E - iG^H \tan(h_{\pm}d)}{(h_{\pm}/k) G^E G^H - (i/2)[(G^H)^2 + (h_{\pm}^2/k^2)(G^E)^2] \tan(h_{\pm}d)},$$

и на правой,

$$M_{\pm}^R = \pm i \frac{(h_{\pm}/k) G^E \cos^{-1}(h_{\pm}d)}{(h_{\pm}/k) G^E G^H - (i/2)[(G^H)^2 + (h_{\pm}^2/k^2)(G^E)^2] \tan(h_{\pm}d)},$$

границах слоя. Здесь d — толщина плёнки, k — волновое число в вакууме, G^E , G^H — электрические и магнитные компоненты магнитодипольной функции Грина, определённые как $G^E = -ika^{-2}(ika - 1) \exp(ika)$, $G^H = G^E - a^{-3} \exp(ika)$. Эти выражения напоминают формулы для коэффициентов отражения плоской волны от слоя диэлектрической среды и прохождения её через эту среду, однако следует заметить, что в отличие от закона сохранения потока энергии в задаче о слое закон сохранения потока энергии в рассматриваемом случае даётся так называемой оптической теоремой:

$$\mp \text{Re } M_{\pm}^L = \frac{1}{3} k^3 (|M_{\pm}^L|^2 + |M_{\pm}^R|^2 + Q),$$

где Q — потери энергии в волноводе. Левая часть представляет собой поток, выбывший из падающей и отражённой плоских волн. Формулы для $M_{\pm}^{L,R}$ дают его положительную определённость. Однако условие того, что этот поток должен быть равен сумме рассеянного и поглощённого потоков, вообще говоря, нарушается из-за приближённости удовлетворения условий сшивки. Поэтому полученные выражения применимы только при условии малости радиационных потерь по сравнению с диссипацией. Имея формулы для $M_{\pm}^{L,R}$ нетрудно найти декартовы проекции дипольных моментов M_x , M_y .

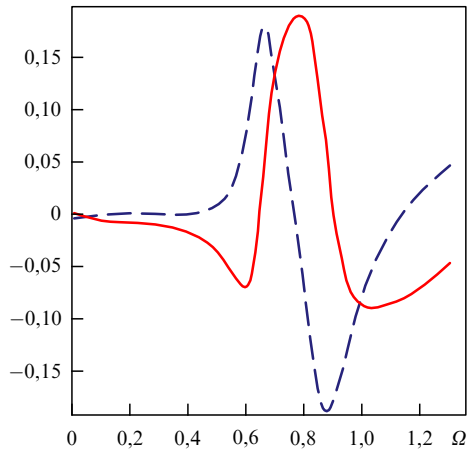


Рис. 4. Типичная частотная зависимость параметров эллипса поляризации отражённого света в окрестности одного из резонансов с модой конечного волновода. Сплошная кривая показывает отношение главных осей эллипса поляризации магнитного дипольного момента; штриховая кривая демонстрирует угол поворота его большой оси по отношению к направлению поляризации в падающей волне.

На рисунке 4 качественно показана частотная зависимость поляризационных параметров при рассеянии назад линейно поляризованного излучения в окрестности резонанса $kd \sim \pi$. Приведены зависимости угла наклона большой оси эллипса поляризации магнитного дипольного момента по отношению к направлению магнитного поля в падающей волне поляризации $\tan \theta = \text{Re}(M_x^L/M_y^L)$ (штриховая кривая) и отношения величины малой полуоси эллипса поляризации к большой $b \approx \text{Im}(M_x^L/M_y^L)$ (сплошная кривая) от безразмерной частоты $\Omega = u/u_{\text{res}}$ в окрестности одного из резонансов, частоты которых u_{res} определяются соотношениями $h_{+1}(u)d \approx h_{-1}(u)d \approx \pi d$. Аналогичные резонансные эффекты будут наблюдаться и в прошедшем через плёнку излучении. Из рисунка видно, что угол наклона поляризации значительно возрастает при приближении к резонансу. При типичных параметрах плёнок и комнатной температуре следует ожидать примерно десятикратного резонансного усиления магнитооптического эффекта по сравнению с таковым в сплошной ферромагнитной плёнке. Для охлаждаемых образцов резонансы будут ещё более ярко выраженными. Интересно отметить, что для рассматриваемого резонансного магнитооптического эффекта характерна смена знака угла вращения плоскости поляризации в окрестности резонанса.

4. Эффекты многократного рассеяния

Если теперь мы рассмотрим не один нановолновод, а решётку волноводов, то внешнее электромагнитное поле в окрестности концов волноводов будет определяться не только полем падающей на поверхность металла и отражённой от неё волн, но и полями, созданными эффективными источниками, расположенными на концах других нановолноводов.

В случае регулярной решётки взаимодействие индивидуальных нанонеоднородностей резонансно усилится, когда какой-либо дифракционный максимум станет скользким и произойдёт перестройка дифрагирован-

ного поля от поля излучения к полю, прижатому к поверхности. Резонансы такого типа были обнаружены экспериментально [9] и описаны теоретически [10]. Экспериментально измеренные значения резонансного усиления локального поля значительно превышают усиление поля на одиночных частицах и для золотых наночастиц составляют несколько тысяч. Совершенно очевидно, что описываемые коллективные резонансы, которые естественно называть дифракционными, будут сильно влиять и на магнитооптические эффекты.

Описание резонансного рассеяния должно быть проведено с большой тщательностью, поскольку, казалось бы, естественные приближения, ведущие к замене бесконечной системы для амплитуд собственных волн конечной, типа сделанных нами в разделе 3, или, например, приближения заданной поляризуемости, описанные в [8], приводят к нарушению физически естественных законов сохранения. Это ограничивает область применимости получаемых формул условием доминирования столкновительных, а не радиационных потерь. Очевидно, что с увеличением размера системы роль столкновительных потерь в случае дифракционного резонанса будет уменьшаться из-за увеличения запасённой энергии и требования к точности расчётов радиационных эффектов должны значительно повыситься. Обычно для достижения физически осмысленных результатов приходится применять численные методы [10]. Однако мы опишем здесь пример задачи, допускающей самосогласованное аналитическое решение, и покажем, как оно может быть обобщено для случая гиротропной среды.

Рассмотрим простую задачу о рассеянии плоской электромагнитной волны на решётке эквидистантно расположенных в точках ($x = 0, y = jL$) узких параллельных цилиндров с образующими, параллельными оси z . Плоскость падения будем считать перпендикулярной образующим цилиндров, угол падения обозначим как χ . В этом случае задача распадается на две скалярные задачи, соответствующие двум независимым поляризациям: Н и Е, с векторами напряжённости магнитного или электрического полей, направленными вдоль оси z . Проведём вычисления для Н-поляризации как более интересной, поскольку для этой поляризации при рассеянии на цилиндре существует индивидуальный квазистатический резонанс, частота которого определяется из уравнения $\varepsilon + 1 = 0$. Вычисления для второй поляризации проводятся аналогично. Запишем выражения для полей снаружи и внутри цилиндров:

$$B_z^{\text{out}} = \exp(ik_x x + ik_y y) + \sum_{m,j} i^m \exp(im\varphi_j) D_m^j H_m^1(k\rho_j),$$

$$B^{\text{in}} = \sum_{m,j} i^m \exp(im\varphi_j) F_m^j J_m(k\sqrt{\varepsilon}\rho_j), \quad (3)$$

где D_m^j, F_m^j — мультипольные коэффициенты, характеризующие поля снаружи и внутри соответственно, $H_m^1(k\rho_j)$ — функция Ханкеля первого рода, описывающая расходящуюся волну, $J_m(k\rho_j)$ — функция Бесселя, радиус ρ_j отсчитывается от центра j -го цилиндра. Используя разложение плоской волны по функциям Бесселя и теорему сложения Графа для цилиндрических функций сдвинутого аргумента $\mathbf{p}_j = \mathbf{x}_0 x + \mathbf{y}_0(y - jL)$, где L — расстояние между цилиндрами, для наружного поля в окрестности

j -го цилиндра получим следующее представление:

$$B_z = \sum_m i^m \exp(im\varphi) \left\{ J_m(k\rho_j) [\exp(ikLj \sin \chi - im\chi) + \sum_{n,l < j} D_{-n}^l H_{n+m}^1(kL|j-l|) + \sum_{n,l > j} (-1)^{m+n} D_{-n}^l H_{n+m}^1(kL|j-l|) + D_m^j H_m^1(k\rho_j) \right\}, \quad (4)$$

откуда следует, что вследствие излучения цилиндров с номерами $l \neq j$ происходит перенормировка падающей волны. Если теперь мы сошьём на поверхности этого цилиндра наружные и внутренние тангенциальные поля B_z и $E_\varphi = i/(\varepsilon k) \partial B_z / \partial \rho$, то получим систему уравнений для мультипольных коэффициентов D_m^j, F_m^j . В отличие от процедуры, применённой в разделе 3, данный подход позволяет удовлетворить граничным условиям точно на всей поверхности цилиндра. Рассматриваемый способ решения представляет собой применение метода Корринги–Кона–Ростокера [11, 12], впервые предложенного для скалярных квантово-механических задач и широко используемого для расчётов зонной структуры твёрдых тел. (Обобщение этого метода для векторных электродинамических задач см. в [13].) В работе [14] аналогичный метод был применён для численного решения задачи рассеяния электромагнитной волны на решётке изотропных цилиндров.

Теперь, используя трансляционную симметрию задачи, проведём дискретное преобразование Фурье по номеру цилиндра j . Формулы прямого и обратного преобразования определяются соотношениями

$$D_m^j = \int_{-\pi/L}^{\pi/L} D_m(q) \exp(iqLj) \frac{L dq}{2\pi}, \quad D_m(q) = \sum_j D_m^j \exp(-iqLj). \quad (5)$$

Преобразование для падающей волны имеет вид $\delta(qL - kL \sin \chi) \exp(-im\chi)$, поэтому, выделив эту сингулярность, $(D_m(q), F_m(q)) = \delta(qL - kL \sin \chi)(D_m, F_m)$, для коэффициентов (D_m, F_m) получим систему уравнений

$$J_m(ka) \left[\exp(-im\chi) + \sum_n D_{-n} G_{n+m}(kL, \sin \chi) \right] + D_m H_m^1(ka) = F_m J_m(k\sqrt{\varepsilon}a), \\ J_m'(ka) \left[\exp(-im\chi) + \sum_n D_{-n} G_{n+m}(kL, \sin \chi) \right] + D_m' H_m^1(ka) = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon}} F_m J_m'(k\sqrt{\varepsilon}a), \quad (6)$$

идентичную по структуре системе, определяющей мультипольные коэффициенты при рассеянии волны на одиночном цилиндре. Единственное различие — добавочный член в квадратных скобках, выражающий перенормировку падающей волны. Коэффициенты G_m , отвечающие за перенормировку, определены как

$$G_m(kL, \sin \chi) = \sum_{j>0} H_m^1(kL|j|) \times [\exp(ikLj \sin \chi) + (-1)^m \exp(-ikLj \sin \chi)].$$

Если теперь предположить, что радиус рассеивателей мал по сравнению с длиной оптической волны, так что

$ka \ll 1$, то основной вклад будут давать дипольные компоненты $D_{\pm 1}$ и система (6) превратится в систему четырёх уравнений для четырёх неизвестных — $D_{\pm 1}, F_{\pm 1}$. В качестве коэффициентов в неё входят два фактора перенормировки: G_0 и G_2 .

Вводя коэффициенты $2(D, F)_y = (D, F)_1 + (D, F)_{-1}$ и $2i(D, F)_x = (D, F)_1 - (D, F)_{-1}$, нетрудно заметить, что уравнения для них расщепляются и могут быть легко решены. Мы выпишем здесь лишь выражения для дипольных моментов, определяющих дифрагированное поле:

$$D_{x,y} = \begin{pmatrix} \sin \chi \\ -\cos \chi \end{pmatrix} \times \frac{J_1'(u) J_1(\sqrt{\varepsilon}u) - (1/\sqrt{\varepsilon}) J_1(u) J_1'(\sqrt{\varepsilon}u)}{[H_1^1(u) + G_{x,y} J_1(u)] J_1(\sqrt{\varepsilon}u) - (1/\sqrt{\varepsilon}) [H_1^1(u) + G_{x,y} J_1(u)] J_1'(\sqrt{\varepsilon}u)}, \quad (7)$$

где $u = ka$, а декартовы факторы перенормировки представляют собой линейные комбинации G_m ,

$$G_x = \sum_{j=1}^{\infty} [H_0^1(kL) - H_2^1(kL)] \cos(kLj \sin \chi), \\ G_y = \sum_{j=1}^{\infty} [H_0^1(kL) + H_2^1(kL)] \cos(kLj \sin \chi). \quad (8)$$

При малых $u \ll 1$ цилиндрические функции можно разложить в ряд и прийти к выражению

$$D_{x,y} = \frac{\pi u^2}{4i} \left\{ \frac{\varepsilon + 1}{\varepsilon - 1} - \frac{\pi}{4} i u^2 (1 + \operatorname{Re} G_{x,y}) - \frac{u^2}{8} \left(\left[\varepsilon + 2 - 4 \left(\ln \frac{u}{2} + \gamma \right) \right] - 2\pi i \operatorname{Im} G_{x,y} \right) \right\}^{-1}, \quad (9)$$

допускающему простую физическую интерпретацию. Мы выделили в знаменателе три группы членов. Первый член отвечает за индивидуальную квазистатическую поляризацию, остальные две группы членов дают волновые поправки. Мнимая часть знаменателя ответственна за потери энергии, в том числе, на излучение. Действительная часть даёт реактивные поправки и определяет частоту резонанса. При действительной диэлектрической проницаемости ε единственным каналом потерь являются радиационные потери, определяемые вторым членом в знаменателе. Коллективные эффекты перенормировки полей излучения и "прижатых", неизлучающих, полей определяются факторами $G_{x,y} = G_0 \mp G_2$, типичные зависимости действительных и мнимых частей которых показаны на рис. 5. Как действительная, так и мнимая части факторов $G_{0,2}$ имеют корневые особенности в окрестности частот или углов падения, когда какой-либо дифракционный максимум становится скользким и распространяющееся вдоль оси z поле превращается в нераспространяющееся, прижатое к решётке цилиндров. Разумеется, для конечных решёток или решёток с беспорядком не будут иметь места как обращение в бесконечность, так и бесконечно крутой разрыв. Асимптотика вблизи залегания дифракционного максимума, которая может быть найдена аналитически (см., например, формулы 8.522 в [15]), определяется действительной и мнимой частями выражения

$$G_{0,2} \sim [(kL)^2 - (2\pi l \pm kL \sin \chi)^2]^{-1/2}, \quad (10)$$

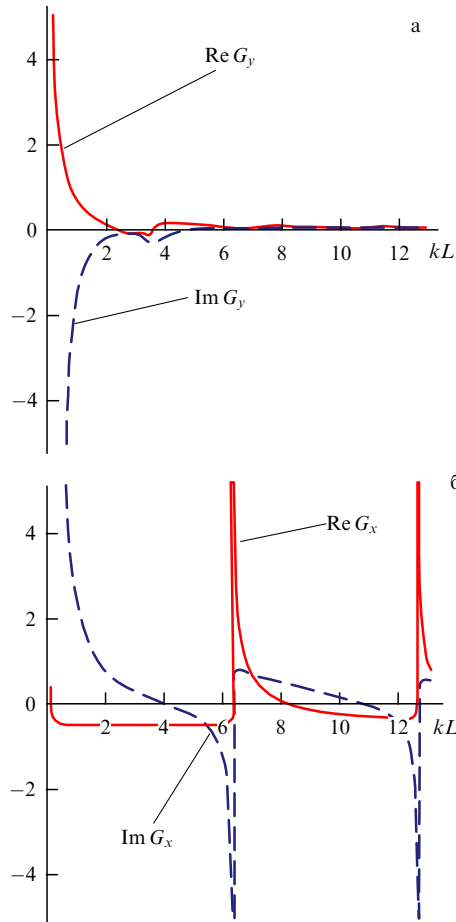


Рис. 5. Типичные частотные зависимости действительных (сплошные кривые) и мнимых (штриховые кривые) частей факторов перенормировки декартовых компонент дипольных моментов G_y (а) и G_x (б), определяющие диссипативные и реактивные вклады коллективного поля. Графики построены при фиксированном угле падения χ , $\sin \chi = 0,8$.

где l — целое число, характеризующее номер дифракционного максимума. Из графиков, представленных на рис. 5, видно, что поведение действительных и мнимых частей описывается характерными резонансными кривыми, имеющими несимметричную форму, зеркально симметричную относительно точки особенности. Следует обратить внимание на отсутствие обращения в бесконечность фактора G_y , очевидно, связанное с тем, что y -компоненты дипольных моментов взаимодействуют друг с другом только посредством квазистатических полей, поскольку диполи вдоль себя не излучают.

Теперь, используя известные коэффициенты (7) и обращая дискретное преобразование Фурье, мы можем найти локальные мультипольные коэффициенты $(D, F)_m^j = (D, F)_m \exp(ikLj \sin \chi)$ и вычислить рассеянное поле и поля внутри цилиндров. Анализ дальнего поля при известных коэффициентах проводится стандартно [10], путём перехода от разложения (3) к разложения по пространственным гармоникам вида

$$B_z^{\text{scatter}} = \sum_l C_l \exp \left[i \sqrt{k^2 - \left(k \sin \chi + \frac{2\pi l}{L} \right)^2} x + i \left(k \sin \chi + \frac{2\pi l}{L} \right) y \right]. \quad (11)$$

Анализ поведения коэффициентов C_l показывает, что вблизи закрытия l -го дифракционного максимума мощность излучения в соответствующую частичную волну $P_l \sim \text{Re} \left[k^2 - \left(k \sin \chi + \frac{2\pi l}{L} \right)^2 \right]^{1/2} |C_l|^2$ как функция частоты имеет пороговый характер. Мощности излучения в открытые каналы как функции частоты имеют изломы производных. Ситуация здесь во многом аналогична ситуации с поведением сечений вблизи порогов реакций [16].

Теперь обсудим, к каким последствиям приведут неперпендикулярность плоскости падения оси цилиндров и наличие гиротропии, обусловленной ферромагнетизмом диэлектрических цилиндров. Вектор намагниченности ферромагнетика, как и ранее, направим вдоль осей цилиндров. Прежде всего заметим, что существование параллельного оси волнового вектора падающей волны в отсутствие гиротропии приведёт к гибридизации E - и H -мод, которые до сих пор мы рассматривали независимо. Если мы припишем коэффициентам D , F дополнительный индекс, принимающий значения E или H , в зависимости от того, какая из z -компонент отлична от нуля, и напомним уравнения, аналогичные (6), то они уже не будут диагональными по этому индексу. Однако вырожденность по азимутальному числу $m = \pm 1$ останется. Тогда, вводя декартовы компоненты, мы сможем свести систему восьмого порядка для $(D, F)_{\pm 1}^{E, H}$ к двум системам четвёртого порядка. В этом случае вследствие гибридизации электрических и магнитных компонент появятся индивидуальные резонансы, определяемые обращением в нуль множителя $\varepsilon + 1$, также и в электрических компонентах. Факторы перенормировки G , отвечающие за коллективные эффекты, тоже изменятся, однако вследствие сохранения поляризационного вырождения новые $G_y^{E, H}$ по-прежнему будут определяться только квазистатическими полями.

Учёт гиротропии приведёт к тому, что система, аналогичная (6), в дипольном приближении останется общей системой восьмого порядка, произойдёт гибридизация также по векторным x - и y -компонентам электрических и магнитных дипольных моментов, что вызовет смешивание уравнений для x - и y -проекции полей и дипольных моментов. В дипольных компонентах $D_{\pm 1}$ будут присутствовать все резонансы, как индивидуальные, так и коллективные. Вследствие того, что в разных компонентах эти резонансы будут сдвинуты из-за гиротропии, как в отражённом, так и в прошедшем излучении будут наблюдаться резонансные эффекты вращения плоскости поляризации. Особенно перспективным для усиления магнитооптических эффектов представляется дифракционный резонанс: из-за наличия особенностей производных коэффициента возбуждения открытого канала по частоте разность коэффициентов возбуждения лево- и правовращающихся компонент будет аномально велика, что должно приводить к аномально сильным эффектам Керра и Фарадея. Возможно, наблюдавшееся недавно в экспериментах [17] значительное усиление магнитооптических эффектов связано именно с этим механизмом.

5. Заключение

Итак, в докладе было рассмотрено влияние нанонеоднородностей на магнитооптические эффекты в ферромагнитных плёнках. Продemonстрировано, что вследствие

замедления волн в нановолноводах, индивидуальных внутренних резонансов в волноводах и коллективных эффектов многократного рассеяния магнитооптические эффекты могут быть значительно усилены. Мы ожидаем, что эффекты резонансного усиления магнитооптических эффектов могут быть использованы для создания новых устройств записи и обработки информации и для диагностики магнитного состояния в композитных ферромагнитных плёнках.

В заключение хочу выразить благодарности А.А. Жарову и А.А. Андронову за многочисленные и плодотворные обсуждения. Работа выполнена при поддержке РФФИ (гранты 08-02-00379, 09-02-00863), программы № 27 Президиума РАН и программы ОФН РАН № II.5.

Список литературы

1. Мишин Д.Д. *Магнитные материалы* (М.: Высшая школа, 1991)
2. Genet C, Ebbesen T W *Nature* **445** 39 (2007)
3. Zharov A A, Kurin V V *J. Appl. Phys.* **102** 123514 (2007)
4. White R M *Quantum Theory of Magnetism* 2nd ed. (Berlin: Springer-Verlag, 1983) [Уайт Р. *Квантовая теория магнетизма* (М.: Мир, 1985) с. 197]
5. Mukai R, Uzumaki T, Tanaka A *J. Appl. Phys.* **97** 10 N119 (2005)
6. Yuan H et al. *J. Appl. Phys.* **103** 07F513 (2008)
7. Bethe H A *Phys. Rev.* **66** 163 (1944)
8. Garcia de Abajo F J *Rev. Mod. Phys.* **79** 1267 (2007)
9. Chu Y et al. *Appl. Phys. Lett.* **93** 181108 (2008)
10. Meier M, Wokaun A, Liao P F *J. Opt. Soc. Am. B* **2** 931 (1985)
11. Korringa J *Physica* **13** 392 (1947)
12. Kohn W, Rostoker N *Phys. Rev.* **94** 1111 (1954)
13. Wang X et al. *Phys. Rev. B* **47** 4161 (1993)
14. Bever S J, Allebach J P *Appl. Opt.* **31** 3524 (1992)
15. Градштейн И.С., Рыжик И.М. *Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений* (М.: Физматгиз, 1963) [Gradshteyn I S, Ryzhik I M *Table of Integrals, Series, and Products* (New York: Academic Press, 1965)]
16. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. *Квантовая механика: Нерелятивистская теория* (М.: Наука, 1989) [Landau L D, Lifshitz E M *Quantum Mechanics: Non-Relativistic Theory* (Oxford: Pergamon Press, 1977)]
17. Ctistis G et al. *Nano Lett.* **9** 1 (2009)

PACS numbers: 42.25.Gy, **42.55.-f**, **78.67.-n**
DOI: 10.3367/UFNr.0179.200909k.1018

Сверхразрешение и усиление в метаматериалах

А.Н. Лагарьков, А.К. Сарычев,
В.Н. Кисель, Г. Тартаковский

1. Введение

В статье обсуждаются оптические и сверхвысококачественные (СВЧ) свойства искусственных материалов, которые могут одновременно иметь отрицательные диэлектрическую и магнитную проницаемости. В таких метаматериалах распространяются обратные электромагнитные волны, что приводит к отрицательной рефракции. Мы обсуждаем необычные свойства метаматериалов, в частности эффект сверхразрешения. Большие потери, предсказываемые в таких материалах в оптике, могут быть компенсированы за счёт использования усиливающей лазерной среды. Обсуждается возможность создания нанолазера с размером в несколько десятков раз меньшим, чем длина волны света. Статья может быть

использована для первоначального ознакомления с этим бурно развивающимся направлением.

Более 100 лет прошло со времени появления работы Г. Лэмба [1], в которой впервые была отмечена возможность существования обратных волн, т.е. необыкновенных волновых процессов, в которых фазовая и групповая скорости направлены в противоположные стороны. Свойства обратных электромагнитных волн обсуждались и в книге А. Шустера [2]. Почти в то же время Х.К. Поклингтон в статье "Growth of a wave-group when the group velocity is negative" [3] показал, что в среде, поддерживающей обратные волны, точечный источник возбуждает *сходящиеся* волны, в то время как групповая скорость волн направлена от источника. Эти работы не привлекали должного внимания в течение почти 40 лет, до тех пор пока не была опубликована известная работа Мандельштама [4], в которой он предсказал новое физическое явление — отрицательную рефракцию. Это явление может существовать только в том случае, если рефрагированные волны распространяются в среде, поддерживающей обратные волны. Обсуждение статьи [4] можно найти, например, в недавней работе [5].

Следующий важный шаг был сделан Д.В. Сивухиным в работе [6], где впервые было показано, что в среде с одновременно отрицательными значениями диэлектрической ϵ и магнитной μ проницаемостей групповая и фазовая скорости волн направлены в противоположные стороны. До появления [4] это достаточно тонкое обстоятельство оставалось незамеченным, возможно, из-за того, что волновое уравнение сохраняет свой вид при одновременной замене знаков ϵ и μ противоположными.

Революционным шагом в изучении отрицательной рефракции стала работа В.Г. Веселаго [7], который предложил идею совершенно оригинальной линзы, основанной на том, что плоскопараллельный слой материала со значениями $\epsilon = \mu = -1$ (который сегодня называют метаматериалом) обладает удивительным свойством фокусировать изображение объекта, помещённого перед ним. Веселаго также заметил, что оптические свойства метаматериала с отрицательными ϵ и μ могут быть описаны путём введения отрицательного показателя преломления. Более того, в электромагнитной волне, распространяющейся в таком метаматериале, электрическое поле **E**, магнитное поле **H** и волновой вектор **k** образуют *левую* тройку. Во всех известных в то время материалах эти векторы образовывали правую тройку. К другим предсказаниям Веселаго относится изменение знака светового давления в метаматериале с отрицательным показателем преломления. Работа Веселаго намного опередила своё время. Более чем 30 лет прошло после опубликования работы [7] до возникновения "большого взрыва" работ по метаматериалам, инициированного статьёй Пендри [8], который показал, что линза Веселаго обладает ещё более замечательным свойством: она может создавать изображение источника без обычных искажений на масштабе длины волны. Это означает, что такая линза даёт изображение, качество которого не ограничено дифракционным пределом, в связи с чем её часто называют суперлинзой. Пендри объяснил это явление усилением в среде с отрицательными значениями ϵ и μ тех волн, которые экспоненциально затухают в обычных оптических материалах и средах. Первый эксперимент, демонстрирующий такое сверхразрешение, был выполнен в 2003 г. [9, 10].