

КОНФЕРЕНЦИИ И СИМПОЗИУМЫ

Наноплазмоника и метаматериалы

Научная сессия Отделения физических наук
Российской академии наук, 27 апреля 2009 г.

С.Г. Тиходеев, Н.А. Гиппиус; Т.В. Шубина, С.В. Иванов, А.А. Торопов, П.С. Копьев;
В.В. Курин; А.Н. Лагарьков, А.К. Сарычев; Н.А. Гиппиус, С.Г. Тиходеев

PACS number: 01.10.Fv

DOI: 10.3367/UFNr.0179.200909g.1003

27 апреля 2009 г. в конференц-зале Физического института имени П.Н. Лебедева РАН состоялась Научная сессия Отделения физических наук Российской академии наук "Наноплазмоника и метаматериалы". На сессии были заслушаны доклады:

1. **Тиходеев С.Г., Гиппиус Н.А.** (Институт общей физики им. А.М. Прохорова РАН, Москва). *Плазмон-поляритонные эффекты в наноструктурированных металл-диэлектрических фотонных кристаллах и метаматериалах.*

2. **Шубина Т.В., Иванов С.В., Торопов А.А., Копьев П.С.** (Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН, С.-Петербург). *Плазмонные эффекты в наноструктурах на основе In(Ga)N.*

3. **Курин В.В.** (Институт физики микроструктур РАН, Нижний Новгород). *Резонансное рассеяние света на наноструктурированных металлических и ферромагнитных плёнках.*

4. **Лагарьков А.Н., Сарычев А.К.** (Институт теоретической и прикладной электродинамики Объединённого института высоких температур РАН, Москва). *Активные оптические метаматериалы.*

5. **Гиппиус Н.А., Тиходеев С.Г.** (Институт общей физики им. А.М. Прохорова РАН, Москва). *Применение метода матрицы рассеяния для расчёта оптических свойств метаматериалов.*

Краткое содержание докладов 1–3, 5 и статьи, написанной на основе доклада 4, публикуются ниже.

PACS numbers: 42.70.Qs, **71.36.+c**, 73.20.Mf
DOI: 10.3367/UFNr.0179.200909h.1003

Плазмон-поляритонные эффекты в наноструктурированных металл-диэлектрических фотонных кристаллах и метаматериалах

С.Г. Тиходеев, Н.А. Гиппиус

В докладе даётся краткое введение в наноплазмонику, оптические свойства плазмон-поляритонных фотонных кристаллов и метаматериалов. Более подробно проана-

лизирован вопрос об определении эффективного электромагнитного отклика тонких слоёв метаматериалов произвольной симметрии, включая гиротропные.

Поверхностные плазмоны — это возбуждённые светом коллективные колебания электронов проводимости металла вблизи его поверхности — границы раздела с диэлектриком. В зависимости от геометрии структуры металл–диэлектрик различают локализованные плазмоны (в металлических кластерах или порах внутри металла с размером много меньшим длины волны света, т.е. в нанокластерах) и делокализованные поверхностные плазмоны (на бесконечной плоской поверхности раздела металл–диэлектрик). Однако даже в случае делокализованных плазмонов, для того чтобы они могли возбуждаться светом, необходима наноструктуризация поверхности металла. Поэтому эту бурно развивающуюся в последнее время область физики часто называют *наноплазмоникой*.

По существу, наноплазмоника очень давно используется человечеством. Локализованные плазмоны в серебряных и золотых нанокластерах в стекле обеспечивают чрезвычайную яркость и долговечность цветных витражей средневековых соборов. Часто приводят даже более старый пример — знаменитый кубок Ликурга, изготовленный, по-видимому, в Риме в IV веке н.э. и хранящийся ныне в Британском музее, также сделан из стекла с металлическими нанокластерами. Однако только в последнее время в связи с развитием нанотехнологии и расчётных электродинамических методов началось по-настоящему бурное развитие и применение наноплазмоники [1–5].

Привлекательность наноплазмоники состоит прежде всего в том, что благодаря плазмонам можно концентрировать электромагнитную энергию в малых (по сравнению с длиной волны света) объёмах. При этом плазмоны, обладая гигантским дипольным моментом, являются эффективными посредниками при взаимодействии этих малых объёмов со светом. Кроме того, свойствами плазмонов можно управлять в чрезвычайно широких пределах.

Подробный обзор достижений наноплазмоники выходит за рамки данного доклада. Упомянем здесь лишь то, что одним из основных способов управления плазмо-

нами является конструирование так называемых поляритонных кристаллов. Поляритонные кристаллы — это искусственные периодические среды, в которых, наряду с фотонными резонансами (возникающими благодаря периодической модуляции диэлектрической проницаемости), имеются также оптически активные электронные резонансы. Связанные фотонные и электронные резонансы принято называть поляритами, поэтому фотонные кристаллы со взаимодействующими электронными и фотонными резонансами стали называть поляритонными кристаллами. Исходно исследовались фотонные кристаллы, сделанные из прозрачных диэлектриков с не зависящими от частоты света диэлектрическими проницаемостями [6–9]. Первые поляритонные кристаллы использовали брэгговские сверхрешетки полупроводниковых квантовых ям [10, 11]. Роль электронных резонансов в этом случае играли экситоны в квантовых ямах. Затем были предложены экситон-поляритонные кристаллы с другой геометрией — в виде так называемых фотонно-кристаллических слоёв [12–14], которые представляли собой планарные волноводные слои, модулированные одномерными или двумерными решётками углублений, заполненных слоистым полупроводником с сильными экситонными резонансами.

Однако наиболее интересными оказались поляритонные эффекты в модулированных металл-диэлектрических структурах. Здесь роль электронных резонансов играют локализованные или поверхностные плазмоны. Первые образцы таких "поляритонных кристаллических слоёв" были исследованы ещё более ста лет назад, однако назывались они по-другому — дифракционными решётками. Резонансные аномалии Вуда [15] в оптических спектрах решёток на поверхности металла, впервые объяснённые возбуждением поверхностных плазмонов в работе Фано [16], и представляли собой первые плазмон-поляритонные кристаллы.

В дальнейшем значительное внимание к таким структурам было привлечено благодаря обнаружению так называемого аномального пропускания света сквозь решётку субдлинноволновых отверстий в слое металла [17]. Упомянем также образование плазмон-волноводных поляритонов в решётках металлических нанокластеров или нанонитей на поверхности планарного диэлектрического волновода [18, 19], а также интересные плазмонные эффекты в слоях металла с решётками пор [20, 21].

В последнее время выяснилось, что при использовании ферромагнетиков (для изготовления либо диэлектрического волновода, либо нанокластеров) в таких системах возникают чрезвычайно интересные и потенциально важные для приложений магнито-оптические эффекты [22, 23].

Однако наибольший всплеск интереса к металл-диэлектрическим поляритонным кристаллам возник в связи с возможностью создания на их основе искусственных сред, так называемых метаматериалов, с контролируемым электромагнитным откликом. Среди обсуждающихся возможностей — метаматериалы с отрицательным показателем преломления [24] для создания необычных новых оптических устройств и новых способов управления светом [3, 25–31].

Среда с отрицательным показателем преломления должна обладать отрицательными диэлектрической и магнитной проницаемостями. (Более точная формулировка для поглощающих сред — разные знаки действитель-

тельной и мнимой частей показателя преломления.) Отрицательность диэлектрической проницаемости обеспечивается использованием металла. Тогда как для отрицательности магнитной восприимчивости необходима структуризация: нужно обеспечить магнито-индукционный резонанс, который требует наличия круговых контуров для тока. Первая реализация среды с отрицательным показателем преломления была осуществлена для микроволнового диапазона с помощью кольцевых щелевых резонаторов [26]. Затем было осознано [27], что в ближнем инфракрасном и оптическом диапазонах роль кольцевых контуров для тока могут играть связанные локализованные плазмоны, например, на двойных металлических нанонитях. Были предложены метаматериалы на основе пар периодически перфорированных металлических слоёв, так называемые структуры типа "рыболовная сеть" (fishnet) [28, 32], созданы среды с сильной естественной оптической активностью [31, 33, 34] и сильными оптическими нелинейностями [35, 36].

Метаматериалы представляют собой коротко-периодические металл-диэлектрические плазмонные кристаллы. Идея состоит в том, чтобы период метаматериала был меньше длины волны света, для которого он конструируется. Тогда слой метаматериала в дальней волновой зоне проявляет себя как слой однородного вещества: нет дифракции, только пропускание, отражение и поглощение света. Проблема правильного описания эффективного электромагнитного отклика метаматериалов является поэтому очень важной [37, 38]. Один из способов получить эффективные диэлектрическую и магнитную восприимчивости метаматериала ϵ и μ — параметризовать экспериментально измеренные или теоретически рассчитанные коэффициенты пропускания и отражения слоя метаматериала с конечной толщиной [39, 40]. Ниже мы кратко опишем схему такой параметризации, которая становится весьма нетривиальной в случае пониженной симметрии метаматериала.

Известно, что для полного описания электромагнитных свойств однородной (в том числе, без центра инверсии, т.е. гиротропной) среды достаточно ввести тензор нелокальной диэлектрической проницаемости $\epsilon_{ij}(\omega, \mathbf{k})$ и положить $\mu = 1$ [37]. Такое описание — с помощью нелокальной диэлектрической восприимчивости — включает в себя в качестве частного случая традиционный подход для негиротропной среды с использованием локальных $\epsilon_{ij}(\omega)$ и $\mu_{ij}(\omega) \neq 1$, обычно применяемый для описания сред с отрицательным показателем преломления.

Рассмотрим самый общий случай гиротропного метаматериала, гиротропия которого возникает исключительно благодаря наноструктуризации без центра инверсии, в то время как составляющие метаматериала вещества являются негиротропными (и нет стационарного магнитного поля). Тогда, в дополнение к эффективным $\epsilon_{ij}(\omega)$ и $\mu_{ij}(\omega)$, необходимо ввести локальные восприимчивости, отвечающие нечётным членам в разложении общей нелокальной диэлектрической восприимчивости по степеням \mathbf{k} (начиная с линейного). Эти дополнительные восприимчивости, которые иногда называют коэффициентами хиральности $\chi(\omega)$ и бианизотропии $\beta(\omega)$, отвечают линейной связи магнитной индукции \mathbf{B} с электрическим полем \mathbf{E} и электрической индукции \mathbf{D} с магнитным полем \mathbf{H} [41–44].

Известно, что необходимым условием существования таких восприимчивостей является отсутствие как

центра инверсии, так и обратимости во времени [45]. В случае металл-диэлектрических метаматериалов первое обеспечивается несимметричностью элементарной ячейки, а второе выполняется всегда, поскольку металлы являются поглощающими средами.

Рассмотрим в качестве примера случай нормального падения плоской электромагнитной волны (распространяющейся вдоль оси z) на слой метаматериала в плоскости xy . Тогда в самом общем случае гиротропного метаматериала, изготовленного из негиротропных составляющих, эффективный электромагнитный отклик можно полностью описать, введя *десять* линейно независимых коэффициентов отклика в дальнем поле, связывающих тангенциальные компоненты полей ($\mathbf{D}_{\parallel}, \mathbf{B}_{\parallel}$) с ($\mathbf{E}_{\parallel}, \mathbf{H}_{\parallel}$),

$$\begin{pmatrix} D_x \\ D_y \\ B_x \\ B_y \end{pmatrix} = \hat{\eta}_{\parallel}(\omega, \mathbf{k}_{\parallel})|_{\mathbf{k}_{\parallel}=0} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ H_x \\ H_y \end{pmatrix}, \quad (1)$$

где

$$\hat{\eta}_{\parallel} = \begin{pmatrix} \epsilon_{xx} & \epsilon_{xy} & i\chi_x & i\beta_x \\ \epsilon_{xy} & \epsilon_{yy} & -i\beta_y & -i\chi_y \\ -i\chi_x & i\beta_y & \mu_{xx} & \mu_{xy} \\ -i\beta_x & i\chi_y & \mu_{xy} & \mu_{yy} \end{pmatrix}. \quad (2)$$

Введённые таким образом десять компонент эффективного отклика слоя метаматериала $\epsilon_{xx}, \epsilon_{yy}, \epsilon_{xy}, \mu_{xx}, \mu_{yy}, \mu_{xy}, \beta_x, \beta_y, \chi_x$ и χ_y (для нормального падения света) можно получить [46] параметризацией рассчитанной для этого слоя матрицы рассеяния в дальнем поле [19, 47, 48]. Для нормального падения света, длина волны которого превышает период решётки метаматериала (так что нет дифракции и слой метаматериала ведёт себя как слой однородного материала), матрица рассеяния в дальнем поле имеет размерность 4×4 и является симметричной,

$S_{ij} = S_{ji}$, вследствие взаимности каналов рассеяния. Поэтому только *десять* из 16 компонент S_{ij} являются линейно независимыми, например с $i \leq j$, что в точности соответствует числу линейно независимых коэффициентов отклика в формуле (1).

Результаты параметризации матрицы рассеяния для слоёв метаматериалов типа "двойная рыболовная сеть" (bi-fishnet) [28] проиллюстрированы на рис. 1 для несимметричного диэлектрического окружения и на рис. 2 — для симметричного. Показана область вблизи плазмонного магнитного резонанса при $\hbar\omega = 0,6$ эВ, в которой система обладает отрицательным коэффициентом преломления. Несмотря на то, что слой метаматериала сам по себе обладает инверсной симметрией, видно, что в случае несимметричного диэлектрического окружения его эффективный электромагнитный отклик обладает достаточно сильной резонансно возникающей бианизотропией (рис. 1в). Однако, если слой находится в симметричном диэлектрическом окружении (см. рис. 2), бианизотропия исчезает, как и должно быть для инверсно-симметричной структуры. Данные результаты являются непосредственной демонстрацией нелокальности электромагнитного отклика тонких слоёв метаматериалов: эффективные восприимчивости не являются характеристиками только самой структуры, но зависят от диэлектрического окружения. Поэтому использовать эффективные восприимчивости можно только с большой осторожностью, помня, что они не являются характеристиками объёмного метаматериала и характеризуют адекватно только отклик конкретной структуры с конечной толщиной в данном диэлектрическом окружении.

На рисунке 3 показаны результаты параметризации матрицы рассеяния для тонкого слоя хирального стереометаматериала [31], обладающего сильной естественной оптической активностью. В данном случае система имеет полный набор отличных от нуля компонент матрицы отклика $\hat{\eta}_{\parallel}$.

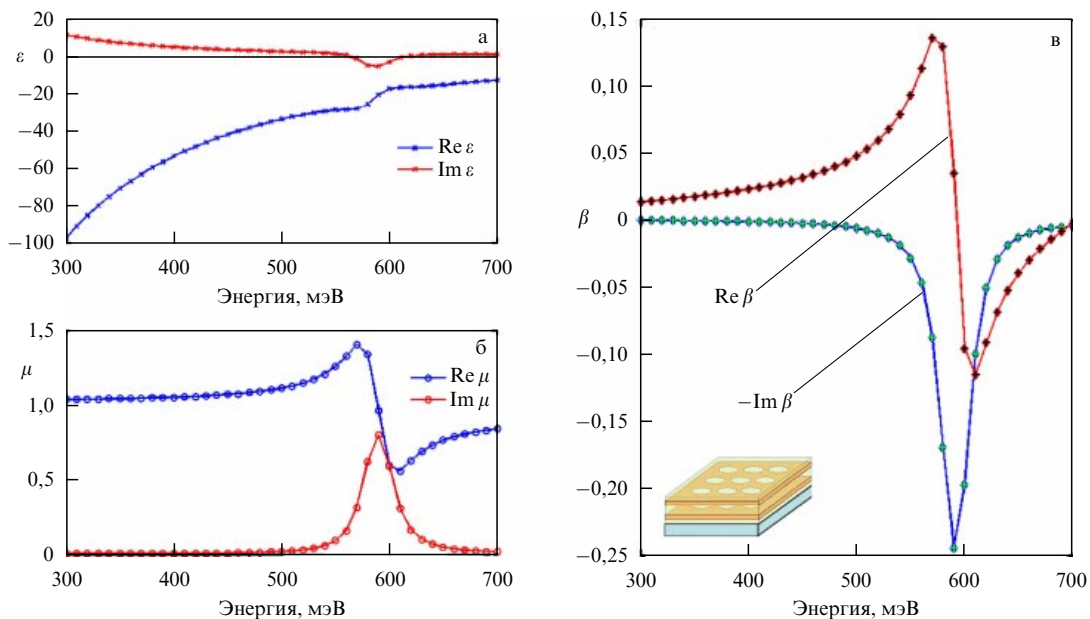


Рис. 1. Частотная зависимость эффективных коэффициентов электромагнитного отклика ϵ , μ и β для слоя метаматериала типа "двойная рыболовная сеть" [28] на стеклянной подложке ($\epsilon = 2,32$). Слои представляют собой перфорированные квадратной решёткой отверстий (период 838 нм, диаметр отверстий 360 нм) золотые плёнки толщиной 30 нм, разделённые диэлектриком ($\epsilon = 2,72$) толщиной 60 нм.

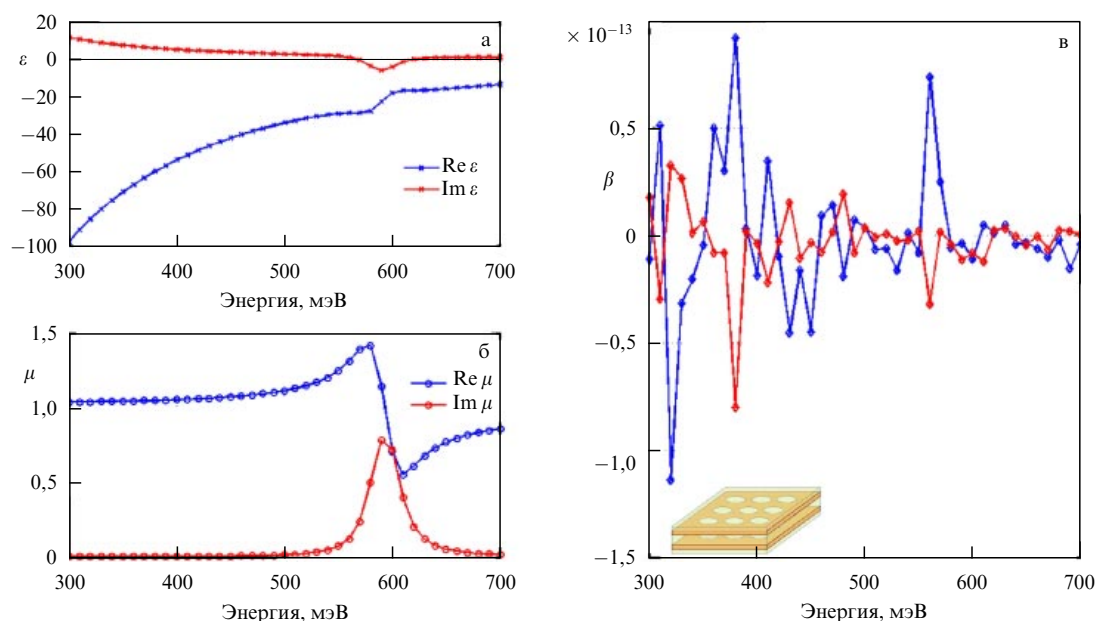


Рис. 2. Частотная зависимость эффективных коэффициентов электромагнитного отклика ϵ , μ и β для слоя метаматериала типа "двойная рыболовная сеть", аналогичного материалу на рис. 1, но в симметричном диэлектрическом окружении (воздух сверху и снизу). Коэффициент бианизотропии в этом случае исчезает, что отвечает инверсной симметрии всей структуры как целого.

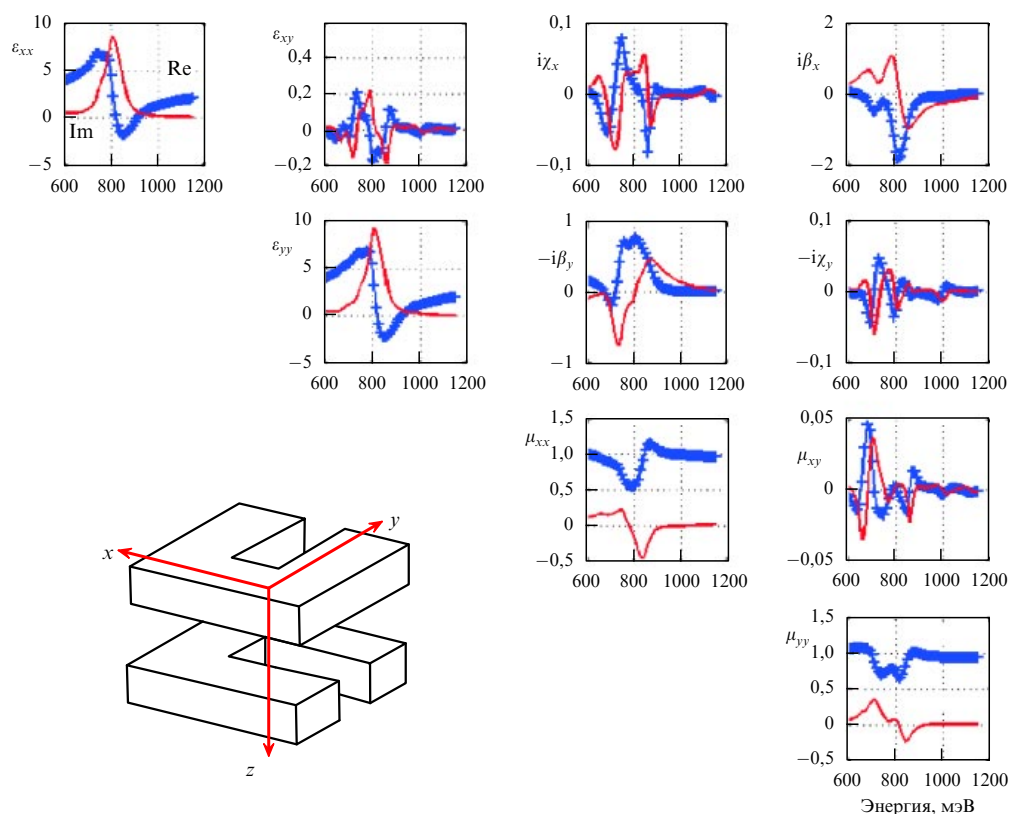


Рис. 3. Частотная зависимость эффективных коэффициентов электромагнитного отклика $\hat{\eta}_{\parallel}$ (см. уравнение (1)) для слоя метаматериала в виде поворнутых на 90° С-резонаторов. Толстые линии с символами отвечают действительным частям соответствующих коэффициентов, а тонкие линии — мнимым. Элементарная ячейка слоя показана на вставке. Горизонтальные размеры С-резонатора $230 \times 230 \text{ nm}^2$, толщина линии по горизонтали 90 нм, толщина 50 нм, расстояние между слоями поворнутых С-резонаторов 70 нм. Слой метаматериала получается в результате трансляций элементарной ячейки по горизонтали с квадратной решёткой $700 \times 700 \text{ nm}^2$. С-резонаторы из золота находятся внутри слоя диэлектрика с $\epsilon = 2,4$, на поверхности стекла ($\epsilon = 2,25$).

Авторы благодарны Т. Ишихаре (Т. Ishihara), Х. Гиссену (Н. Giessen), Т. Вайсу (Т. Weiss) и А. Криту (А. Christ) за многочисленные обсуждения и совместные

работы. Работа частично поддержана грантами РФФИ и Президиума и ОФН РАН.

Список литературы

1. Barnes W L, Dereux A, Ebbesen T W *Nature* **424** 824 (2003)
2. Smith D R, Pendry J B, Wiltshire M C K *Science* **305** 788 (2004)
3. Shalae V M *Nature Photon.* **1** 41 (2007)
4. Климов В В *УФН* **178** 875 (2008) [Klimov V V *Phys. Usp.* **51** 839 (2008)]
5. Polman A *Science* **322** 868 (2008)
6. Быков В П *ЖЭТФ* **62** 505 (1972) [Bykov V P *Sov. Phys. JETP* **35** 269 (1972)]
7. Zengerle R J. *Mod. Opt.* **34** 1589 (1987)
8. Yablonovitch E *Phys. Rev. Lett.* **58** 2059 (1987)
9. John S *Phys. Rev. Lett.* **58** 2486 (1987)
10. Ивченко Е Л, Незвижский А Н, Йорда С *ФТТ* **36** 2118 (1994) [Ivchenko E L, Nezvizhskii A N, Jorda S *Phys. Solid State* **36** 1156 (1994)]
11. Kochereshko V P et al. *Superlatt. Microstruct.* **15** 471 (1994)
12. Fujita T et al. *Phys. Rev. B* **57** 12428 (1998)
13. Yablonskii A L et al. *J. Phys. Soc. Jpn.* **70** 1137 (2001)
14. Shimada R et al. *IEEE J. Quantum Electron.* **38** 872 (2002)
15. Wood R W *Philos. Mag.* **4** 396 (1902)
16. Fano U J. *Opt. Soc. Am.* **31** 213 (1941)
17. Ebbesen T W et al. *Nature* **391** 667 (1998)
18. Linden S, Kuhl J, Giessen H *Phys. Rev. Lett.* **86** 4688 (2001)
19. Christ A et al. *Phys. Rev. Lett.* **91** 183901 (2003)
20. Teperik T V, Popov V V, García de Abajo F J *Phys. Rev. B* **71** 085408 (2005)
21. Teperik T V et al. *Nature Photon.* **2** 299 (2008)
22. Belotelov V I, Doskolovich L L, Zvezdin A K *Phys. Rev. Lett.* **98** 077401 (2007)
23. Zharov A A, Kurin V V J. *Appl. Phys.* **102** 123514 (2007)
24. Веселаро В Г *УФН* **92** 517 (1967) [Veselago V G *Sov. Phys. Usp.* **10** 509 (1968)]
25. Pendry J B *Phys. Rev. Lett.* **85** 3966 (2000)
26. Smith D R et al. *Phys. Rev. Lett.* **84** 4184 (2000)
27. Podolskiy V, Sarychev A, Shalae V *Opt. Express* **11** 735 (2003)
28. Zhang S et al. *Phys. Rev. Lett.* **95** 137404 (2005)
29. Pendry J B, Schurig D, Smith D R *Science* **312** 1780 (2006)
30. Liu N et al. *Nature Mater.* **7** 31 (2008)
31. Liu N et al. *Nature Photon.* **3** 157 (2009)
32. Valentine J et al. *Nature* **455** 376 (2008)
33. Papakostas A et al. *Phys. Rev. Lett.* **90** 107404 (2003)
34. Kuwata-Gonokami M et al. *Phys. Rev. Lett.* **95** 227401 (2005)
35. Ishihara T, Koshino K, Nakashima H *Phys. Rev. Lett.* **91** 253901 (2003)
36. Hatano T et al. *Phys. Rev. Lett.*, in press (2009); arXiv:0904.4800
37. Агранович В М, Гартштейн Ю Н *УФН* **176** 1051 (2006) [Agranovich V M, Gartstein Yu N *Phys. Usp.* **49** 1029 (2006)]
38. Simovski C R, Tretyakov S A *Phys. Rev. B* **75** 195111 (2007)
39. Smith D R et al. *Phys. Rev. B* **65** 195104 (2002)
40. Smith D R, Schurig D, Mock J J *Phys. Rev. E* **74** 036604 (2006)
41. Pendry J B *Science* **306** 1353 (2004)
42. Chen X et al. *Phys. Rev. E* **71** 046610 (2005)
43. Rill M S et al. *Nature Mater.* **7** 543 (2008)
44. Kwon D-H et al. *Opt. Express* **16** 11822 (2008)
45. Figotin A, Vitebsky I *Phys. Rev. E* **63** 066609 (2001)
46. Tikhodeev S G, Weiss T, Gippius N A, in preparation (2009)
47. Tikhodeev S G et al. *Phys. Rev. B* **66** 045102 (2002)
48. Gippius N A, Tikhodeev S G, Ishihara T *Phys. Rev. B* **72** 045138 (2005)

PACS numbers: 36.40.Gk, 73.20.Mf, **78.67**. — n
DOI: 10.3367/UFNr.0179.200909i.1007

Плазмонные эффекты в наноструктурах на основе In(Ga)N

Т.В. Шубина, С.В. Иванов,
А.А. Торопов, П.С. Копьев

В докладе рассмотрено влияние эффектов, связанных с локализованными плазмонами в металлических нано-

частицах, на оптические процессы в структурах на основе In(Ga)N. Исследованы особенности излучения и поглощения света и генерации фотовозбуждённых носителей, а также приведены данные по оценке усреднённого усиления в InN/In-наноккомпозитах.

Плазмоника представляет собой быстроразвивающуюся область прикладной физики и нанотехнологии, для которой характерно использование эффектов, связанных с коллективными колебаниями электронов проводимости в металлических структурах — плазмонов, причём часто для самых неординарных применений [1]. Многогранность плазмоники проявляется в таких её приложениях, как реализация сред с отрицательным показателем преломления [2], создание маркеров, используемых при расшифровке человеческого генома [3], усиление люминесценции органических полупроводников [4], повышение эффективности фотодетекторов [5] и светоизлучающих диодов [6], управление жидко-кристаллическими слоями [7] и генерация излучения терагерцевого диапазона [8]. Весьма интересны и фундаментальные свойства плазмонных метаструктур, например образование сильных плазмон-поляритонных резонансов, которыми можно эффективно управлять, изменяя строение структуры [9, 10].

Существует ещё одно перспективное направление для реализации потенциала плазмоники. Это — создание однофотонных источников, работающих при комнатной температуре. Локальное усиление электромагнитного поля плазмонами и соответственно увеличение скорости спонтанной рекомбинации около металлической поверхности являются аналогом эффекта Парселла [11] в микрорезонаторах. Отметим, что воспроизводимое изготовление для той же цели микрорезонаторов с квантовыми точками на основе широкозонных полупроводников в настоящее время представляется достаточно проблематичным.

В данном докладе проводится рассмотрение оптических эффектов в полупроводниковых слоях и наноккомпозитах, обусловленных локализованными плазмонами (Ми-резонансами), возбуждаемыми в металлических наночастицах. Применение частиц вместо сплошной плёнки имеет преимущества [12]. В частности, вследствие кривизны поверхности частиц происходит отмена запрета на взаимодействие плазмонного возбуждения и светового излучения, связанного с различием волновых векторов. По сути, исследование, результаты которого представлены в данном докладе, особенно в части, касающейся наноккомпозитов, является продолжением цикла исследований слоёв InN со спонтанно формируемыми кластерами In [13–19]. В ходе данного исследования были обнаружены Ми-резонансы в спектрах термически детектируемого оптического поглощения (ТДОП) и установлено, что плазмоны оказывают заметное воздействие на излучение. В качестве иллюстрации на рис. 1 представлены совмещённые изображения, полученные с помощью сканирующей электронной микроскопии (СЭМ) и микро-католюминесценции (микро-КЛ), одного и того же участка слоя InN. Эти изображения показывают усиление инфракрасной микро-КЛ около металлических кластеров и около пор, окружённых преципитатами In.

Современные исследования проводились в основном с использованием двух систем: 1) InGaN и Au-наночастица, 2) InN со специально сформированными клас-

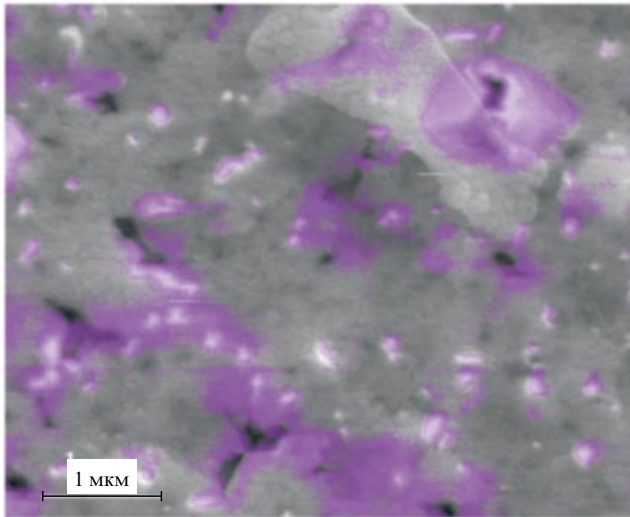


Рис. 1. Совмещённые изображения одного и того же участка слоя InN, полученные с помощью СЭМ и микро-КЛ. Кластеры и поры видны соответственно как светлые и тёмные пятна. Фиолетовые пятна (см. электронную версию статьи на <http://www.ufn.ru>) соответствуют интенсивной инфракрасной (0,75 эВ) КЛ.

терами In. Выбор материальных пар не случаен. Энергия плазменных резонансов в Au-частицах близка к энергии экситонных переходов в слоях твёрдого раствора $\text{In}_{0,25}\text{Ga}_{0,75}\text{N}$. Индий как плазменный металл менее известен, чем золото. Однако применимость металла для усиления оптических процессов определяется силой осциллятора плазменного резонанса. Спектральная зависимость этого параметра может быть охарактеризована отношением действительной части комплексной диэлектрической функции металла к её мнимой части: $|\text{Re } \epsilon|/\text{Im } \epsilon$. В инфракрасной области (0,7–1 эВ), где наблюдаются излучательные оптические переходы в InN, это отношение для In не уступает величине для Au в видимой области (около 2 эВ) (рис. 2).

Повышение эффективности излучения предполагает формирование связанных состояний локализованных плазмон – излучающий диполь. При радиационном затухании

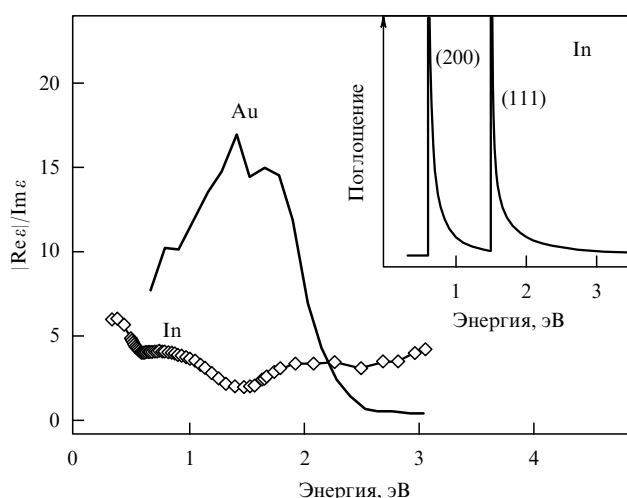


Рис. 2. Спектры $|\text{Re } \epsilon|/\text{Im } \epsilon$ для Au и In. На вставке показан спектр поглощения в In (без учёта рассеяния электронов) за счёт переходов (200) и (111) между параллельными зонами.

плазмона металлическая частица выполняет функции излучающей антенны, однако при нерезонансном затухании (при больших внутренних потерях в частице) плазмон может гасить возбуждение в излучающем диполе. Баланс между этими составляющими зависит, в том числе, от размера частицы [20]. В общем случае для обеспечения взаимодействия излучающего диполя и локализованного плазмона необходимо выполнение ряда условий: 1) пространственная близость диполя и металлической частицы, 2) правильная ориентация диполя относительно направления поляризации плазмона и 3) совпадение резонансных частот.

При аппроксимации металлического кластера эллипсоидом вращения (сфероидом) (c — полуось вращения, полуоси a и b равны между собой) частота ω_i плазмона, поляризованного вдоль i -й оси сфероиды ($i = x, y, z$), определяется резонансным условием $\epsilon(\omega) = -\epsilon_1(L_i^{-1} - 1)$, где $\epsilon_1(\omega)$ — проницаемость окружающей среды, L_i — коэффициент деполяризации, зависящий от соотношения длин осей. Приближённое выражение для частоты записывается как [21]

$$\omega_i = \omega_p [\epsilon_\infty + \epsilon_1(L_i^{-1} - 1)]^{-1/2}, \quad (1)$$

где ω_p и ϵ_∞ — плазменная частота и диэлектрическая константа объёмного металла соответственно. Согласно уравнению (1) ω_i существенно зависит от проницаемости окружающей среды и формы кластера. Например, плазменная частота в объёмном индии равна 11,2 эВ, а в сферическом In-кластере, помещённом в InN ($\epsilon_1 \sim 8$), частота резонанса ω_i оказывается порядка 2,8 эВ. Резонансы в кластерах с соотношением полуосей c/a , значительно отличающимся от единицы, попадают в инфракрасную область спектра при поляризации плазмона вдоль длинной оси сфероиды.

В первом приближении плазмонное усиление люминесценции и поглощения пропорционально $|g|^2$, где $g = E/E_0$ определяется как отношение величины локального электрического поля к полю падающей световой волны E_0 [22]. При поляризации вдоль i -й оси локальный коэффициент усиления поля в окрестности i -го полюса сфероиды равен

$$|g_i(\omega)| = \left| \frac{\epsilon(\omega)}{\epsilon_1(\omega) + L_i(\epsilon(\omega) - \epsilon_1(\omega))} \right|. \quad (2)$$

На резонансной частоте ω_i локальный коэффициент $|g_i(\omega)|$ достигает значения $L_i^{-1}|\text{Re } \epsilon|/\text{Im } \epsilon \gg 1$. Вообще, коэффициент усиления $|g_i(\omega, \mathbf{r})|$ как функция положения \mathbf{r} на поверхности сфероиды варьируется от значения, задаваемого уравнением (2), до крайне небольшого значения $L_i^{-1}|\text{Re } \epsilon|/\text{Im } \epsilon \sim 1$ на полюсе ортогональной оси (не равной i -й оси) [19, 23].

Применение ближнепольной сканирующей оптической микроскопии позволило исследовать взаимодействие локализованного плазмона в одиночной Au-частице с ограниченным числом экситонных дипольных переходов в слое InGaN [24]. Слои выращивались методом молекулярно-пучковой эпитаксии (МПЭ) с использованием режима, способствующего образованию нанокончатого рельефа поверхности [25], что было подтверждено данными просвечивающей электронной микроскопии (ПЭМ) (рис. 3а). Флуктуация состава твёрдых растворов приводила к появлению глубоко локализованных состояний, подобных квантовым точкам [26]. Микроскоп

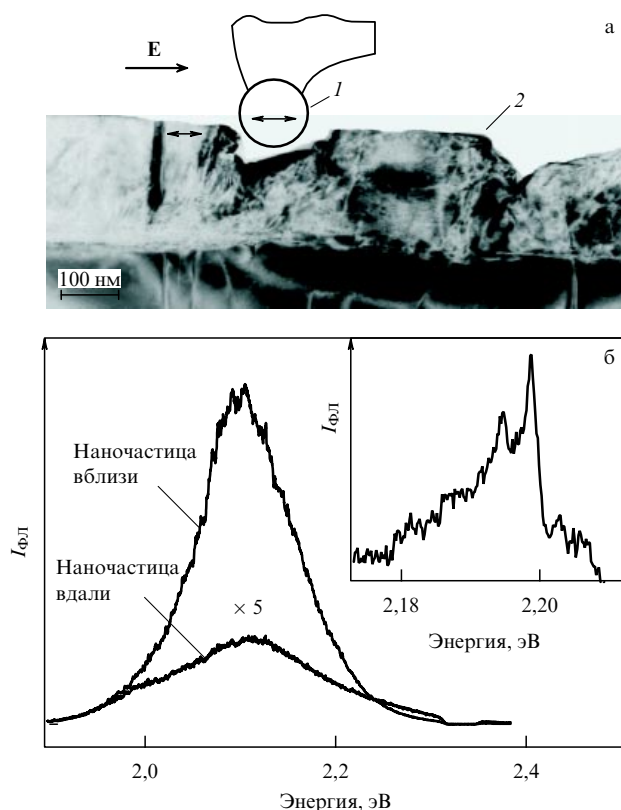


Рис. 3. (а) Схематическое изображение зонда с Au-наночастицей 1, показанное совместно с ПЭМ-изображением 2 поперечного сечения слоя InGaN. Двусторонние стрелки соответствуют ориентации диполя в слое и поляризации плазмона в частице при эффективном усилении. (б) Спектры микро-ФЛ, измеренные при расположении Au-наночастицы вблизи и вдали от поверхности слоя (при $T \approx 300 \text{ K}$). На вставке показаны узкие линии экситонной ФЛ в низкотемпературном спектре ($T = 12 \text{ K}$).

"Nanonics CryoView 2000" позволял одновременно измерять карты интенсивности микро-фотолюминесценции (микро-ФЛ) и пространственного рельефа поверхности. Золотая наночастица сферической формы, имеющая характерный размер от 50 до 200 нм, прикреплялась на острие безапертурного зонда. Это давало возможность прецизионного позиционирования частицы в произвольной относительно слоя InGaN области.

Основным результатом этого эксперимента явилось наблюдение усиления интенсивности излучения при приближении золотой частицы к поверхности слоя InGaN (рис. 3б). Также отмечалось появление в низкотемпературных спектрах узких линий, соответствующих рекомбинации одиночных экситонов, что является предпосылкой для исследования системы InGaN/Au в целях создания однофотонных излучателей. Следует отметить, что интенсивность ФЛ при комнатной температуре усиливалась в несколько десятков раз, тогда как предыдущие исследования одиночных молекул органических красителей и коллоидных квантовых точек показывали умеренное (всего до нескольких раз) усиление [27, 28]. Возможно, одной из причин такого различия является шероховатость исследуемых образцов. Сопоставление карт интенсивности ФЛ и изображений атомно-силовой микроскопии, зарегистрированных для одной и той же области, показало, что наиболее яркие пятна ФЛ соответствовали, как правило, углублениям рельефа, в кото-

рые мог опускаться наконечник зонда. Именно в такой конфигурации при конфокальной оптической микроскопии, согласно электродинамике, плазмон в металлической частице, поляризованный вдоль вектора электрического поля, может эффективно взаимодействовать с диполем экситона. Отметим, что усиление, наблюдаемое для Au-частиц диаметром 100 нм, отсутствовало для частиц диаметром 50 нм. Это хорошо согласуется с оценкой, выполненной в модели [29]. Критический размер сферической частицы Au, допускающий усиление, близок к 100 нм.

Исследование нанокompозитов InN/In позволило понять особенности воздействия плазмонных резонансов на основные оптические процессы (излучение, поглощение, генерацию носителей светом) в случае, когда металлические кластеры находятся внутри оптически активной полупроводниковой матрицы. Наиболее отчетливые результаты получены при исследовании серии структур с периодическими вставками In, выращенных с помощью метода МПЭ [23]. Вставки (числом 6 или 20) имели номинальную толщину от 2 до 48 монослоев (МС); толщина одного МС порядка 0,3 нм. Вставки были разделены слоем InN толщиной 25 нм, выращиваемым при отношении потока N к потоку In, слегка превышающем единицу, с целью подавления спонтанного формирования кластеров In. Однако данные ПЭМ свидетельствуют о том, что кластеры In образуются даже при этих условиях.

Исследования образцов методом микро-КЛ проводились с использованием микроскопа "Hitachi S4300SE", оснащенного детектором с порогом чувствительности 0,6 эВ. Критическая толщина металлических вставок In в InN составляет $\sim 1 \text{ МС}$. При превышении этой толщины плоские вставки трансформируются в наборы кластеров. Затем происходят процессы укрупнения кластеров, скопления их около дефектов и формирования агломератов. Именно эти агломераты хорошо видны в СЭМ-изображениях как более светлые области (рис. 4). В образце без вставок видимые скопления кластеров отсутствовали, КЛ была слаба и почти однородна. Яркие пятна КЛ всегда совпадали со скоплениями кластеров In. Исследование в так называемом точечном режиме образца со вставками толщиной в 48 МС показало, что интенсивность излучения в скоплениях кластеров In в 70 раз превышает интенсивность сигнала из областей между ними. В среднем этот образец демонстрирует излучение в 5 раз более яркое, чем слой без вставок.

В реальных нанокompозитах кластеры могут иметь случайную форму и ориентацию относительно вектора электрического поля. Для того чтобы оценить усиление, усредненное по ансамблю кластеров, была рассмотрена модель сфероидов со случайным отношением полуосей a/c , имеющих равный (единичный) объем [23]. Неоднородно уширенный спектр усиления $G(\omega) = \langle |g(\omega, \mathbf{r})|^2 \rangle$, определяемый полным набором плазмонов, был получен усреднением по форме кластеров, задаваемой отношением a/c . При этом проводился учет изменения соотношения площадей областей с малой и большой кривизной поверхности, а также глубины проникновения поля в полупроводник. Электронная структура индия характеризуется наличием параллельных участков электронных зон, между которыми возможны интенсивные переходы около поверхности Ферми, приводящие к дополнительному поглощению в инфракрасном диапа-

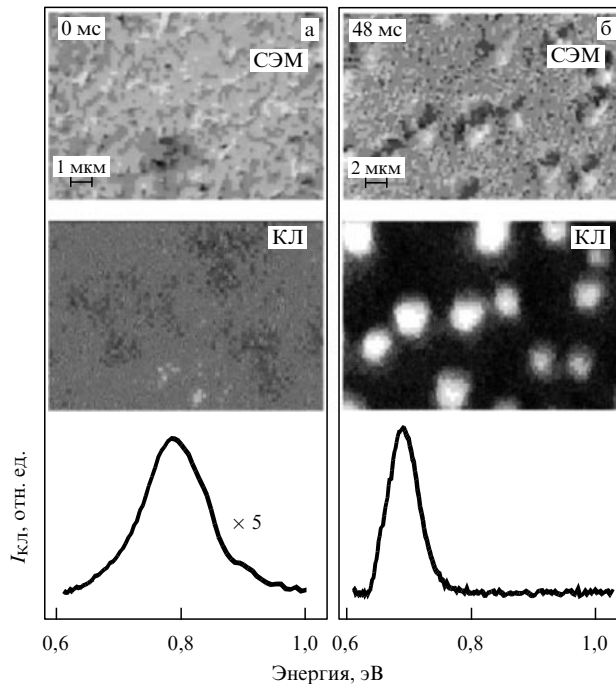


Рис. 4. Сопоставление изображений СЭМ, микро-КЛ и спектров излучения, полученных для одного и того же участка структур: (а) без металлических вставок, (б) со вставками In толщиной 48 МС. Яркие пятна излучения совпадают с агломератами кластеров In.

зоне (обозначение переходов (111) и (200) на рис. 2 дано по классификации [30]). Эта особенность учитывалась в расчётах.

Максимальное значение коэффициента усиления излучения и поглощения $|g(\omega_i)|^2$ для элементарного плазменного возбуждения в InN/In согласно уравнению (2) равно 10^3 – 10^4 на участках поверхности с большой кривизной. Однако из-за малой доли таких участков и разброса формы сфероидов среднее значение усиления в нанокompозитах не превышает 10^2 на энергии 0,7 эВ при значениях положения центра распределения $a/c = 1$ (сфера) и ширины распределения $\delta < 10$. Найденное значение усреднённого усиления хорошо согласуется с данными по усилению микро-КЛ около кластеров. Спектральные зависимости, приведённые на рис. 5, показывают, что увеличение δ должно сдвигать основной пик в спектрах поглощения в область низких энергий и обострять его край, поскольку элементарные резонансы наиболее сильны в этой области. Сопоставление рис. 5а и 5б иллюстрирует подавление плазмонного усиления межзонными переходами в полупроводниковой матрице, отмеченное в [14]. Такое же действие оказывают переходы между параллельными зонами в In. Это, в частности, вызывает нередко наблюдаемую в спектрах ТДОП впадину [15–17] на энергии 1,5 эВ, соответствующую (111)-переходам.

Металл-полупроводниковые нанокompозиты представляют собой крайне неоднородные среды. Можно предположить, что некоторые оптические процессы в них могут идти в разных областях, находящихся под различным влиянием плазмонов. Наиболее отчётливые результаты, подтверждающие это, были получены при сопоставлении спектров ТДОП и фототока в InN/In. Термически детектируемое поглощение фиксирует повы-

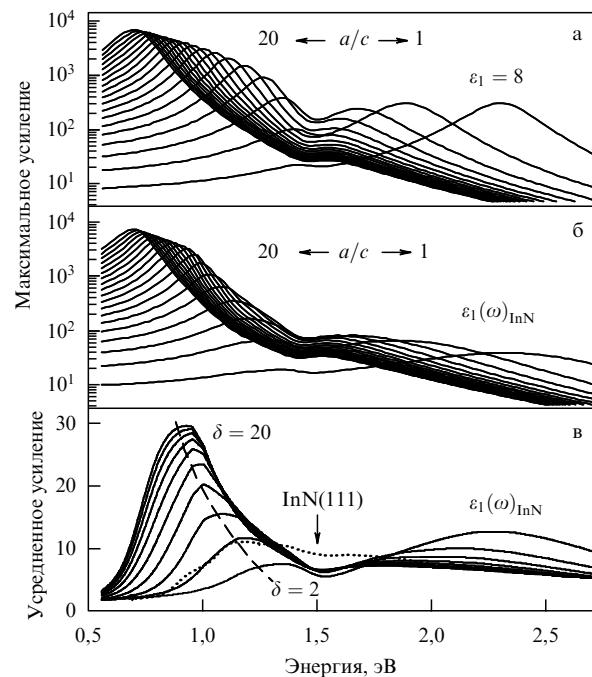


Рис. 5. Спектры максимального усиления при различных значениях отношения a/c (диапазон и направление изменения a/c указаны на рисунке): (а) матрица без поглощения ($\epsilon_1 = 8$); (б) матрица с поглощением (ширина запрещённой зоны $E_g \sim 1$ эВ). (в) Усреднённые спектры усиления, рассчитанные для различных значений δ ($E_g \sim 1$ эВ). Хорошее соответствие наблюдается между расчётным спектром ($\beta = 4$) и экспериментальным спектром ТДОП (пунктирная кривая) образца толщиной 48 МС.

шение температуры образца, вызванное двумя причинами: межзонным поглощением в матрице и диссипативным распадом плазмонов в металлических кластерах. Между тем генерация носителей заряда при возбуждении светом возникает только в области межзонного поглощения в InN. Таким образом, разница в спектрах ТДОП и фототока указывает на существование плазмонных резонансов.

Спектры фототока были зарегистрированы при возбуждении полупроводниковыми лазерами с мощностью 100 мВт, имеющими различную длину волны. При возбуждении лампой накаливания сигнал в области края поглощения был пренебрежимо мал, в отличие от сигналов в других полупроводниках, например GaN и GaAs, в которых фототок легко возбуждался светом лампы при той же экспериментальной конфигурации. Край спектров поглощения и фототока, измеренные в этих полупроводниках, практически совпадали. Тогда как в нанокompозитах край ТДОП оказался существенно ниже края фототока (рис. 6а), что может быть объяснено вкладом оптических потерь, вызванных диссипативным распадом плазмонных резонансов. Следует подчеркнуть, что плазмоны могли бы увеличивать скорость генерации носителей, формирующих фототок [31], если бы имела какая-либо плотность состояний в этой области. Следовательно, матрица действительно имеет край поглощения, сдвинутый в область высоких энергий, что может быть вызвано отчасти нестехиометрией, сопутствующей формированию кластеров [32, 33].

В настоящее время существует широкий интерес к InN как к перспективному материалу для солнечных

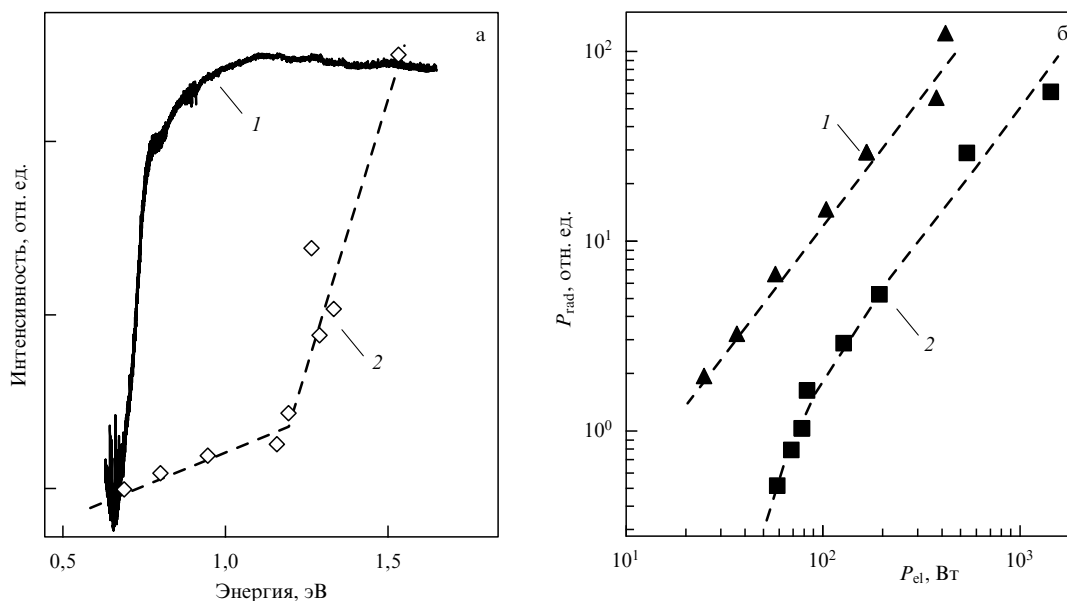


Рис. 6. (а) Спектры ТДОП (кривая 1) и фототока (кривая 2) в нанокompозите InN/In. (б) Зависимость мощности терагерцевого излучения (~ 3 ТГц) в структурах с параметрами: $n = 5 \times 10^{18} \text{ см}^{-3}$, $\mu = 1000 \text{ см}^2 \text{ В}^{-1} \text{ с}^{-1}$ (кривая 1) и $n = 1 \times 10^{19} \text{ см}^{-3}$, $\mu = 200 \text{ см}^2 \text{ В}^{-1} \text{ с}^{-1}$ (кривая 2).

батарей [34]. На основе полученных данных можно заключить, что отсутствие реальных достижений в этой области, возможно, связано с пренебрежением спонтанным формированием кластеров In. С одной стороны, плазмоны в этих кластерах усиливают ФЛ, с другой — в таких структурах эффективный край поглощения матрицы сдвинут в сторону больших энергий и плотность дефектов увеличена [35]. Это подавляет фотовольтаический отклик в InN при энергиях возбуждения, меньших 1,3–1,5 эВ.

В нанокompозитах InN/In было зарегистрировано терагерцевое излучение (с частотой около 3 ТГц) при накачке электрическими импульсами [36, 37]. Измерения проводились при температуре 4,2 К так, как это было описано в [38]. Природа терагерцевого излучения в настоящее время уточняется. Достоверно установлено, что его интенсивность зависит от концентрации свободных электронов n и подвижности μ (рис. 6б). Спектральный диапазон излучения согласуется с механизмом терагерцевого излучения за счёт поверхностных плазмонов, возбуждаемых в полупроводниковой матрице n -типа [39]. В этом случае наблюдаемое возрастание интенсивности терагерцевого излучения при увеличении мощности накачки может быть связано с повышением температуры электронного газа, способствующего термическому заполнению плазмонных мод [40]. Исследования с помощью СЭМ и последующим фурье-преобразованием изображений показали, что нанокompозиты часто имеют периодичность в расположении нанокolонков, кластеров и пор. Выполнение условия брэгговской дифракции на структурных неоднородностях может способствовать эффективному выводу терагерцевого излучения. В то же время радиационное затухание локализованных плазмонов в достаточно больших кластерах In имеет характерные времена, соответствующие близким частотам, что может указывать на вовлечение данных плазмонов в процесс генерации излучения.

Итак, в настоящем докладе рассмотрены эффекты, связанные с возбуждением локализованных плазмонов в

металлических наночастицах, и их взаимодействие с дипольными переходами в полупроводнике. Экспериментальные результаты приведены для систем на основе In(Ga)N. Однако предварительные изыскания показывают, что сходные результаты могут быть получены и при использовании других полупроводников. Это открывает широкие возможности для применения плазмонных эффектов в оптоэлектронике.

Авторы признательны исследователям, принимающим участие в данной работе, в особенности Н.А. Гиппиусу, В.А. Шалыгину, В.А. Кособукину, Т.А. Комисаровой. Работа проводилась при финансовой поддержке РФФИ (гранты 07-02-00786а и 09-02-01305а) и Президиума РАН (Программа № 27).

Список литературы

1. Ozbay E *Science* **311** 189 (2006)
2. Shalaev V M *Nature Photon.* **1** 41 (2007)
3. Wabuyele M B, Vo-Dinh T *Anal. Chem.* **77** 7810 (2005)
4. Bellessa J et al. *Phys. Rev. Lett.* **93** 036404 (2004)
5. Hetterich J et al. *IEEE J. Quantum Electron.* **43** 855 (2007)
6. Shen K-C et al. *Appl. Phys. Lett.* **93** 231111 (2008)
7. Kamaga C et al. *Appl. Phys. Lett.* **91** 173119 (2007)
8. Chen H-T et al. *Nature* **444** 597 (2006)
9. Christ A et al. *Phys. Rev. Lett.* **91** 183901 (2003)
10. Christ A et al. *Nano Lett.* **8** 2171 (2008)
11. Purcell E M *Phys. Rev. B* **69** 681 (1946)
12. Климов В В *УФН* **178** 875 (2008) [Klimov V V *Phys. Usp.* **51** 839 (2008)]
13. Shubina T V et al. *Phys. Rev. Lett.* **92** 117407 (2004); **95** 209901 (2005)
14. Shubina T V et al. *Phys. Rev. Lett.* **93** 269702 (2004)
15. Shubina T V et al. *Phys. Status Solidi A* **202** 2633 (2005)
16. Shubina T V et al. *Phys. Status Solidi A* **203** 13 (2006)
17. Shubina T V et al. *J. Cryst. Growth* **288** 230 (2006)
18. Bartel T P et al. *Appl. Phys. Lett.* **91** 101908 (2007)
19. Shubina T V et al. *Phys. Status Solidi C* **4** 2445 (2007)
20. Crowell J, Ritchie R H *Phys. Rev.* **172** 436 (1968)
21. Kreibitz U, Vollmer M *Optical Properties of Metal Clusters* (Berlin: Springer, 1995)
22. Moskovits M *Rev. Mod. Phys.* **57** 783 (1985)
23. Shubina T V et al. *Phys. Rev. B* **79** 153105 (2009)

24. Toropov A A et al. *Phys. Rev. Lett.* **103** 037403 (2009)
25. Jmerik V N et al. *J. Cryst. Growth* **301** – **302** 469 (2007)
26. Ivanov S V et al. *J. Cryst. Growth* **301** – **302** 465 (2007)
27. Lakowicz J R *Anal. Biochem.* **298** 1 (2001)
28. Farahani J N et al. *Phys. Rev. Lett.* **95** 017402 (2005)
29. Gersten J, Nitzan A *J. Chem. Phys.* **75** 1139 (1981)
30. Головашкин А И и др. *ЖЭТФ* **51** 1623 (1966) [Golovashkin A I et al. *Sov. Phys. JETP* **24** 1093 (1967)]
31. Westphalen M et al. *Solar Energy Mater. Solar Cells* **61** 97 (2000)
32. Shubina T V et al. *Phys. Status Solidi A* **202** 377 (2005)
33. Shubina T V et al. *Phys. Status Solidi C* **4** 2474 (2007)
34. Wu J et al. *J. Appl. Phys.* **94** 6477 (2003)
35. Komissarova T A et al. *ФТП* **43** 304 (2009) [*Semicond.* **43** 285 (2009)]
36. Шубина Т В и др., в сб. *Труды I-го Междунар. форума по нанотехнологиям, Москва, Россия, 3–5 декабря 2008 г.* (М.: Rusnanotech, 2008) с. 183
37. Шубина Т В и др. *Изв. РАН, Сер. физ.* (в печати, 2009)
38. Shalygin V A et al. *Appl. Phys. Lett.* **90** 161128 (2007)
39. Mikhailov S A *SPIE Proc.* **3828** 139 (1999)
40. Höpfel R A, Vass E, Gornik E *Phys. Rev. Lett.* **49** 1667 (1982)

PACS numbers: 42.25.Fx, 78.20.Ls, **78.67**. – n
DOI: 10.3367/UFNr.0179.200909j.1012

Резонансное рассеяние света на наноструктурированных металлических и ферромагнитных плёнках

В.В. Курин

1. Введение

В докладе показано, что магнитооптические эффекты могут быть значительно усилены в композитных наноструктурированных метаматериалах и ферромагнитных фотонных кристаллах. Причиной усиления могут быть как индивидуальные резонансы в наночастицах, плазменные или геометрические, так и коллективные резонансы, обусловленные эффектами многократного рассеяния в решётках нанонеоднородностей.

Магнитооптические эффекты, заключающиеся в изменении поляризации света при взаимодействии с ферромагнитными материалами, интенсивно изучаются на протяжении уже довольно длительного времени и практически используются для магнитооптической записи информации [1].

Кажется очевидным, что магнитооптические эффекты могут быть значительно усилены в наноструктурированных композитных материалах благодаря электродинамическим резонансным эффектам, изучению которых в последнее время уделяется повышенное внимание [2]. Природа резонансов может быть различной. Это могут быть, в частности, резонансы, связанные с возбуждением собственных мод индивидуальных нанонеоднородностей. Пример усиления магнитооптических эффектов, обусловленного индивидуальными резонансами в среде, состоящей из ферромагнитных наночастиц, впервые был рассмотрен в работе [3].

В данном сообщении демонстрируется, что к усилению магнитооптических эффектов могут приводить также резонансные эффекты другой природы, такие как возбуждение замедленных волноводных мод, резонансное рассеяние на нановолноводах и эффекты многократного рассеяния.

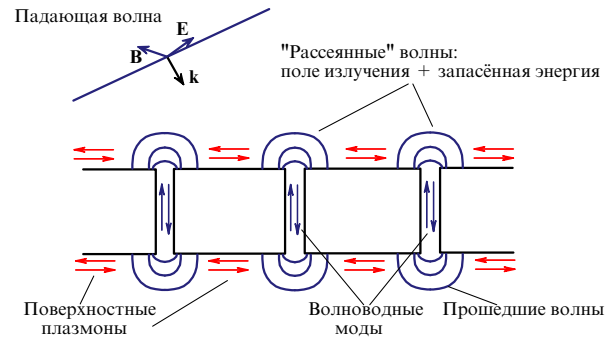


Рис. 1. Схема рассеяния электромагнитной волны на наноперфорированной ферромагнитной плёнке. Показаны основные виды волн, возбуждаемых в процессе рассеяния.

Для того чтобы продемонстрировать эффекты резонансного усиления магнитооптических эффектов, мы рассмотрим простую модель искусственной среды, представляющую собой ферромагнитную плёнку с цилиндрическими отверстиями. Вектор намагниченности будем полагать направленным по нормали к плёнке. Размеры неоднородностей будем считать меньшими как длины волны, так и толщины скин-слоя в металле. На рисунке 1 приведена схема рассеяния электромагнитной волны на такой структуре и показаны основные возбуждающиеся волны.

В оптическом диапазоне частот гиротропия ферромагнетика связана с гироэлектрическим механизмом [1], обусловленным спин-орбитальным взаимодействием [4], которое проявляется только в недиагональных элементах тензора диэлектрической проницаемости. Магнитную проницаемость можно принять равной единичному диагональному тензору $\mu_{ik} = \delta_{ik}$. В системе координат, в которой ось z ориентирована вдоль направления вектора намагниченности \mathbf{M} , а вектор $\mathbf{r}_\perp = (x, y)$ лежит в перпендикулярной плоскости, тензор диэлектрической проницаемости ферромагнитной плёнки является аналогичным по структуре тензору электронного газа в магнитном поле и записывается в виде

$$\hat{\epsilon} = \begin{pmatrix} \epsilon & ig & 0 \\ -ig & \epsilon & 0 \\ 0 & 0 & \eta \end{pmatrix}, \quad (1)$$

где ϵ , η — продольная и поперечная диэлектрические проницаемости, g — параметр гиротропии, пропорциональный величине намагниченности. Характерная величина гиротропии типичного ферромагнетика $So \sim 10^{-2}$, что соответствует эффективному магнитному полю 10^6 Гс. Диагональные элементы тензора $\epsilon \approx \eta \sim 1$ имеют порядок, характерный для металлов.

2. Распространение волн в ферромагнитном нановолноводе

Решение задачи рассеяния на перфорированной плёнке естественно начать с изучения собственных мод цилиндрической нанодырки. Будем считать, что вектор намагниченности параллелен оси волновода, которая направлена по нормали к плёнке. Следует заметить, что такое направление намагниченности в сплошной плёнке довольно трудно осуществить ввиду большого вклада магнитостатической энергии и поэтому для достижения

вертикальной намагниченности необходимо использовать ферромагнетики с большой внутренней анизотропией. Известно, например, что такое направление \mathbf{M} может быть реализовано в плёнках CoPt и CoPd [5, 6]. Следует, однако, отметить, что из-за наличия отверстий в плёнке магнитное состояние может измениться, так как поля в отверстиях вносят вклад в свободную энергию магнетика, и магнитное состояние плёнки с нанонеоднородностями должно быть определено с помощью микромагнитных расчётов.

Рассмотрим задачу о собственных волнах нановолновода в ферромагнетике с намагниченностью вдоль оси волновода. Находя решения уравнений Максвелла в форме $(\mathbf{E}, \mathbf{B}) \sim (\mathbf{e}, \mathbf{b}) \exp(i\omega t + im\varphi + ihz)$, где ω — частота, m — азимутальный индекс, h — продольное волновое число, и сшивая решения в наружной и внутренней областях согласно требованию непрерывности тангенциальных (z, φ) -компонент полей, мы получим дисперсионное уравнение, которое в случае слабой гиротропии имеет вид

$$\begin{aligned} [\varepsilon_i f(x) - \eta F(y)] [f(x) - F(y)] - \frac{m^2 \zeta^2}{u^2} \left(\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} \right)^2 = \\ = \frac{gm}{y^4 x^2} \left[(2\zeta^2 + x^2)(x^2 f(x) + y^2 F(y)) + \right. \\ \left. + \zeta^2(x^2 + y^2) \frac{\partial y^2 F(y)}{y \partial y} \right]. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь мы обозначили диэлектрическую постоянную внутри волновода как ε_i и ввели безразмерные поперечные волновые числа $x = q_i a$, $y = i q_e a$ (q_i и q_e — поперечные волновые числа для внутренней и внешней областей соответственно), безразмерное продольное волновое число $\zeta = ha$ и частоту $u = ka$, безразмерную плазменную частоту $v = \omega_p a / c$, $\eta = 1 - v^2 / u^2$, где a — радиус нановолновода, $k = \omega / c$ — волновое число в вакууме; использованы также обозначения $f(x) = J'_m(x) / (x J_m(x))$, $F(y) = -K'_m(y) / (y K_m(y))$, где J_m , K_m — функции Бесселя и Макдональда.

Приравнивание нулю левой части уравнения (2) даёт хорошо известное дисперсионное соотношение для волновода в изотропном, не ферромагнитном металле, правая часть выражает поправки первого порядка по g из-за гиротропии, снимающие вырождение по азимутальному индексу m . Падающей плоской волной могут быть возбуждены только волны с $m = \pm 1$, анализ которых мы и проведём для узких каналов, таких, что $x, y \ll 1$. Выражая частоту u , продольное волновое число ζ и проницаемость η через поперечные волновые числа и используя невозмущённые дисперсионные соотношения $\zeta^2(\varepsilon_i - 1)^{-1}(\varepsilon_i x^2 + y^2 - \varepsilon_i v^2)$, $u^2 = (\varepsilon_i - 1)^{-1}(x^2 + y^2 - v^2)$, мы придём к замкнутому уравнению относительно x, y , которое при использовании разложений $f = x^{-2} - 0,25$, $F = y^{-2} + \ln 2(\gamma y)^{-1}$, справедливых в пределе узкого волновода и малого параметра гиротропии g , решается явно. Характерные дисперсионные кривые показаны на рис. 2

При $h \rightarrow 0$ частоты мод с азимутальными индексами $m = \pm 1$ стремятся к частоте поверхностного плазмона $\omega_{sp} = \omega_p(1 + \varepsilon_i)^{-1/2}$, вне зависимости от размера отверстий. Этим выражается хорошо известный факт, заключающийся в том, что сколь угодно узкий волновод в реальном металле может нести дипольную моду.

Рассмотрим теперь изменение поляризации при распространении волны по волноводу. Для этого примем в

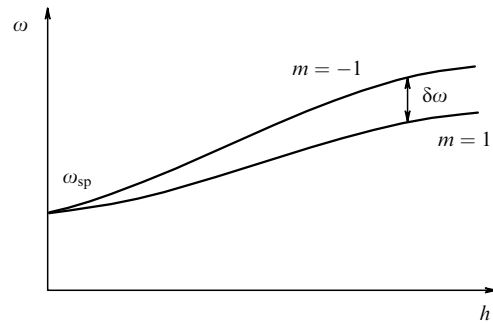


Рис. 2. Дисперсионные кривые дипольных волноводных мод в ферромагнитном нановолновode.

качестве направления поляризации волноводной моды направление вектора электрического поля на оси волновода. При малом параметре гиротропии g мы можем воспользоваться правильными собственными векторами нулевого приближения и найти, что угол поворота поляризации, который даётся выражением

$$\theta = (h_1(\omega) - h_{-1}(\omega)) d \approx \frac{\delta\omega d}{v_g},$$

будет аномально велик вследствие сильного замедления волн в нановолновode. Здесь $h_{\pm 1}$ — продольные волновые числа волн с азимутальными индексами $m = \pm 1$, d — толщина ферромагнитной плёнки, $\delta\omega$ — расщепление дисперсионных кривых с $m = \pm 1$, v_g — групповая скорость. Отметим, что замедление увеличивает не только скорость фарадеевского вращения, но и затухание волноводных мод. Характерная длина пробега волноводных мод зависит от диаметра волновода и при его диаметре порядка 50 нм составляет около 10 мкм.

3. Индивидуальный резонанс при рассеянии на одиночном волновode

В этом разделе мы рассмотрим задачу о прохождении и отражении внешнего электромагнитного излучения при взаимодействии с одиночным нановолноводом в ферромагнитной плёнке. Как и ранее, считаем, что намагниченность перпендикулярна поверхности плёнки. Для решения задачи мы должны оценить эффективность возбуждения волноводных мод падающей волной на верхней границе и возбуждения прошедшей и отражённой волн возникшими волноводными модами. Приблизительно задача может быть решена следующим образом. Хорошо известно [7, 8], что отверстие в металле может быть заменено эффективными электрическим и магнитными токами, сосредоточенными на обеих сторонах плёнки в области толщиной порядка толщины скин-слоя в металле, как показано на рис. 3.

Выделив окрестность около концов волновода, имеющую глубину и радиус порядка толщины скин-слоя в окружающем металле, там, где текут эффективные магнитные и электрические токи [4], и предположив, что их мультипольные моменты известны, найдём поля, внешние по отношению к этим областям. В открытом пространстве перед плёнкой это будет совокупность полей мультиполей, падающей на плоскую поверхность и отражённой от неё волн, в волновode — поля встречных волн, в пространстве за плёнкой — только поля мультиполей. Следует написать также решение для внутренних

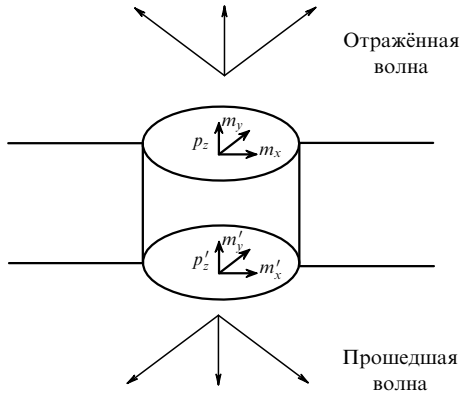


Рис. 3. Отклик нановолновода на внешнее излучение. Эффективные дипольные моменты.

областей окрестностей концов волновода. Следующим шагом является сшивка тангенциальных компонент внутреннего и внешнего представления полей на поверхности, разделяющей эти области, и нахождение амплитуд бесконечного числа мод в волноводе, в том числе нераспространяющихся, величин всех мультипольных моментов и распределения поля в окрестностях концов волновода.

Если бы такая процедура была проведена, то мы получили бы точное решение задачи. К сожалению, эта задача приводит к сложным интегральным уравнениям, решение которых может быть найдено только с помощью численных методов. Однако для нановолноводов с диаметром, малым по сравнению с длиной волны и толщиной скин-слоя, мы можем получить приближённое решение, ограничившись снаружи только полями диполей и распространяющимися волнами внутри нановолновода. Для простоты мы пренебрежём промежуточной областью и сошьём компоненты решения E_{\pm} , B_{\pm} в одной точке, в качестве которой выберем точку на оси z , расположенную на расстоянии радиуса волновода от плоскости плёнки. При таком подходе, однако, мы пренебрегаем эффектами, связанными с существованием плазменного резонанса на частоте поверхностного плазмона ω_{sp} , полагая, что частота волны далека от неё.

Рассмотрим случай нормального падения, при котором рассеяние будет идти только в магнитодипольном канале, причём магнитные диполи будут иметь только перпендикулярные оси z компоненты. Падающую волну будем предполагать поляризованной линейно вдоль оси x . Разложим поля $(\mathbf{E}, \mathbf{B})_{\pm}$ на оси z и магнитные дипольные моменты с одной и другой стороны плёнки \mathbf{M}^L , \mathbf{M}^R на левые и правые вращающиеся компоненты $(E, B, M)_{\pm} = (E, B, M)_x \pm i(E, B, M)_y$, которые являются собственными как для поля снаружи, так и для поля в волноводе, и запишем для них выражения для поля со стороны падения волны (L):

$$E_{\pm} = \exp(ikz) - \exp(-ikz) \pm kM_{\pm}^L(ik - |z|^{-1}) \frac{\exp(ik|z|)}{|z|},$$

$$B_{\pm} = \pm i[\exp(ikz) + \exp(-ikz)] + M_{\pm}^L(k^2 + ik|z|^{-1} - z^{-2}) \frac{\exp(ik|z|)}{|z|},$$

для поля на оси волновода:

$$E_{\pm} = c_{\pm} \exp(ik_{\pm}z) + d_{\pm} \exp(-ik_{\pm}z),$$

$$B_{\pm} = \pm i \frac{k_{\pm}}{k} [c_{\pm} \exp(ik_{\pm}z) + d_{\pm} \exp(-ik_{\pm}z)],$$

где k_{\pm} — решения дисперсионного уравнения (2), и для прошедшего поля (R):

$$E_{\pm} = \mp kM_{\pm}^R(ik - |z|^{-1}) \frac{\exp(ik|z|)}{|z|},$$

$$B_{\pm} = M_{\pm}^R(k^2 + ik|z|^{-1} - z^{-2}) \frac{\exp(ik|z|)}{|z|}.$$

В двух последних выражениях координата z отсчитывается от правого конца волновода. Во всех выражениях мы опустили общий множитель $\exp(-i\omega t + im\phi)$, а в выражении для отражённой волны пренебрегли отличием от -1 коэффициента отражения от металла и изменением поляризации. Эти простые эффекты могут быть легко учтены в рамках предлагаемой схемы. Кроме того, при вычислении полей диполей мы пренебрегли возбуждением поверхностного плазмона. Сшивая решения, мы найдём величины магнитных дипольных моментов на левой и правой границах нановолновода и амплитуды распространяющихся в волноводе мод. Приведём выражения для магнитных моментов на левой,

$$M_{\pm}^L = \mp i \frac{(h_{\pm}/k) G^E - iG^H \tan(h_{\pm}d)}{(h_{\pm}/k) G^E G^H - (i/2)[(G^H)^2 + (h_{\pm}^2/k^2)(G^E)^2] \tan(h_{\pm}d)},$$

и на правой,

$$M_{\pm}^R = \pm i \frac{(h_{\pm}/k) G^E \cos^{-1}(h_{\pm}d)}{(h_{\pm}/k) G^E G^H - (i/2)[(G^H)^2 + (h_{\pm}^2/k^2)(G^E)^2] \tan(h_{\pm}d)},$$

границах слоя. Здесь d — толщина плёнки, k — волновое число в вакууме, G^E , G^H — электрические и магнитные компоненты магнитодипольной функции Грина, определённые как $G^E = -ika^{-2}(ika - 1) \exp(ika)$, $G^H = G^E - a^{-3} \exp(ika)$. Эти выражения напоминают формулы для коэффициентов отражения плоской волны от слоя диэлектрической среды и прохождения её через эту среду, однако следует заметить, что в отличие от закона сохранения потока энергии в задаче о слое закон сохранения потока энергии в рассматриваемом случае даётся так называемой оптической теоремой:

$$\mp \text{Re } M_{\pm}^L = \frac{1}{3} k^3 (|M_{\pm}^L|^2 + |M_{\pm}^R|^2 + Q),$$

где Q — потери энергии в волноводе. Левая часть представляет собой поток, выбывший из падающей и отражённой плоских волн. Формулы для $M_{\pm}^{L,R}$ дают его положительную определённость. Однако условие того, что этот поток должен быть равен сумме рассеянного и поглощённого потоков, вообще говоря, нарушается из-за приближённости удовлетворения условий сшивки. Поэтому полученные выражения применимы только при условии малости радиационных потерь по сравнению с диссипацией. Имея формулы для $M_{\pm}^{L,R}$ нетрудно найти декартовы проекции дипольных моментов M_x , M_y .

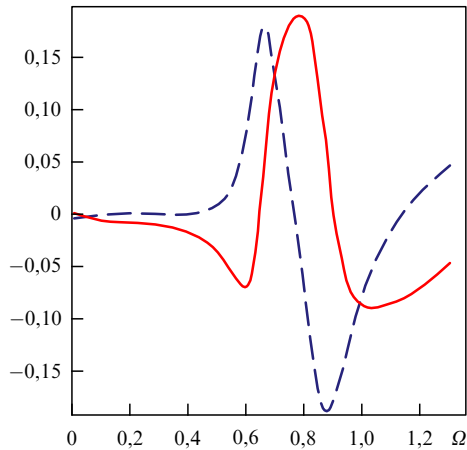


Рис. 4. Типичная частотная зависимость параметров эллипса поляризации отражённого света в окрестности одного из резонансов с модой конечного волновода. Сплошная кривая показывает отношение главных осей эллипса поляризации магнитного дипольного момента; штриховая кривая демонстрирует угол поворота его большой оси по отношению к направлению поляризации в падающей волне.

На рисунке 4 качественно показана частотная зависимость поляризационных параметров при рассеянии назад линейно поляризованного излучения в окрестности резонанса $kd \sim \pi$. Приведены зависимости угла наклона большой оси эллипса поляризации магнитного дипольного момента по отношению к направлению магнитного поля в падающей волне поляризации $\tan \theta = \text{Re}(M_x^L/M_y^L)$ (штриховая кривая) и отношения величины малой полуоси эллипса поляризации к большой $b \approx \text{Im}(M_x^L/M_y^L)$ (сплошная кривая) от безразмерной частоты $\Omega = u/u_{\text{res}}$ в окрестности одного из резонансов, частоты которых u_{res} определяются соотношениями $h_{+1}(u)d \approx h_{-1}(u)d \approx \pi d$. Аналогичные резонансные эффекты будут наблюдаться и в прошедшем через плёнку излучении. Из рисунка видно, что угол наклона поляризации значительно возрастает при приближении к резонансу. При типичных параметрах плёнок и комнатной температуре следует ожидать примерно десятикратного резонансного усиления магнитооптического эффекта по сравнению с таковым в сплошной ферромагнитной плёнке. Для охлаждаемых образцов резонансы будут ещё более ярко выраженными. Интересно отметить, что для рассматриваемого резонансного магнитооптического эффекта характерна смена знака угла вращения плоскости поляризации в окрестности резонанса.

4. Эффекты многократного рассеяния

Если теперь мы рассмотрим не один нановолновод, а решётку волноводов, то внешнее электромагнитное поле в окрестности концов волноводов будет определяться не только полем падающей на поверхность металла и отражённой от неё волн, но и полями, созданными эффективными источниками, расположенными на концах других нановолноводов.

В случае регулярной решётки взаимодействие индивидуальных нанонеоднородностей резонансно усилится, когда какой-либо дифракционный максимум станет скользким и произойдёт перестройка дифрагирован-

ного поля от поля излучения к полю, прижатому к поверхности. Резонансы такого типа были обнаружены экспериментально [9] и описаны теоретически [10]. Экспериментально измеренные значения резонансного усиления локального поля значительно превышают усиление поля на одиночных частицах и для золотых наночастиц составляют несколько тысяч. Совершенно очевидно, что описываемые коллективные резонансы, которые естественно называть дифракционными, будут сильно влиять и на магнитооптические эффекты.

Описание резонансного рассеяния должно быть проведено с большой тщательностью, поскольку, казалось бы, естественные приближения, ведущие к замене бесконечной системы для амплитуд собственных волн конечной, типа сделанных нами в разделе 3, или, например, приближения заданной поляризуемости, описанные в [8], приводят к нарушению физически естественных законов сохранения. Это ограничивает область применимости получаемых формул условием доминирования столкновительных, а не радиационных потерь. Очевидно, что с увеличением размера системы роль столкновительных потерь в случае дифракционного резонанса будет уменьшаться из-за увеличения запасённой энергии и требования к точности расчётов радиационных эффектов должны значительно повыситься. Обычно для достижения физически осмысленных результатов приходится применять численные методы [10]. Однако мы опишем здесь пример задачи, допускающей самосогласованное аналитическое решение, и покажем, как оно может быть обобщено для случая гиротропной среды.

Рассмотрим простую задачу о рассеянии плоской электромагнитной волны на решётке эквидистантно расположенных в точках ($x = 0, y = jL$) узких параллельных цилиндров с образующими, параллельными оси z . Плоскость падения будем считать перпендикулярной образующим цилиндров, угол падения обозначим как χ . В этом случае задача распадается на две скалярные задачи, соответствующие двум независимым поляризациям: Н и Е, с векторами напряжённости магнитного или электрического полей, направленными вдоль оси z . Проведём вычисления для Н-поляризации как более интересной, поскольку для этой поляризации при рассеянии на цилиндре существует индивидуальный квазистатический резонанс, частота которого определяется из уравнения $\varepsilon + 1 = 0$. Вычисления для второй поляризации проводятся аналогично. Запишем выражения для полей снаружи и внутри цилиндров:

$$B_z^{\text{out}} = \exp(ik_x x + ik_y y) + \sum_{m,j} i^m \exp(im\varphi_j) D_m^j H_m^1(k\rho_j),$$

$$B^{\text{in}} = \sum_{m,j} i^m \exp(im\varphi_j) F_m^j J_m(k\sqrt{\varepsilon}\rho_j), \quad (3)$$

где D_m^j, F_m^j — мультипольные коэффициенты, характеризующие поля снаружи и внутри соответственно, $H_m^1(k\rho_j)$ — функция Ханкеля первого рода, описывающая расходящуюся волну, $J_m(k\rho_j)$ — функция Бесселя, радиус ρ_j отсчитывается от центра j -го цилиндра. Используя разложение плоской волны по функциям Бесселя и теорему сложения Графа для цилиндрических функций сдвинутого аргумента $\mathbf{p}_j = \mathbf{x}_0 x + \mathbf{y}_0(y - jL)$, где L — расстояние между цилиндрами, для наружного поля в окрестности

j -го цилиндра получим следующее представление:

$$B_z = \sum_m i^m \exp(im\varphi) \left\{ J_m(k\rho_j) [\exp(ikLj \sin \chi - im\chi) + \sum_{n,l < j} D_{-n}^l H_{n+m}^1(kL|j-l|) + \sum_{n,l > j} (-1)^{m+n} D_{-n}^l H_{n+m}^1(kL|j-l|) + D_m^j H_m^1(k\rho_j) \right\}, \quad (4)$$

откуда следует, что вследствие излучения цилиндров с номерами $l \neq j$ происходит перенормировка падающей волны. Если теперь мы сошьём на поверхности этого цилиндра наружные и внутренние тангенциальные поля B_z и $E_\varphi = i/(\varepsilon k) \partial B_z / \partial \rho$, то получим систему уравнений для мультипольных коэффициентов D_m^j, F_m^j . В отличие от процедуры, применённой в разделе 3, данный подход позволяет удовлетворить граничным условиям точно на всей поверхности цилиндра. Рассматриваемый способ решения представляет собой применение метода Корринги–Кона–Ростокера [11, 12], впервые предложенного для скалярных квантово-механических задач и широко используемого для расчётов зонной структуры твёрдых тел. (Обобщение этого метода для векторных электродинамических задач см. в [13].) В работе [14] аналогичный метод был применён для численного решения задачи рассеяния электромагнитной волны на решётке изотропных цилиндров.

Теперь, используя трансляционную симметрию задачи, проведём дискретное преобразование Фурье по номеру цилиндра j . Формулы прямого и обратного преобразования определяются соотношениями

$$D_m^j = \int_{-\pi/L}^{\pi/L} D_m(q) \exp(iqLj) \frac{L dq}{2\pi}, \quad D_m(q) = \sum_j D_m^j \exp(-iqLj). \quad (5)$$

Преобразование для падающей волны имеет вид $\delta(qL - kL \sin \chi) \exp(-im\chi)$, поэтому, выделив эту сингулярность, $(D_m(q), F_m(q)) = \delta(qL - kL \sin \chi)(D_m, F_m)$, для коэффициентов (D_m, F_m) получим систему уравнений

$$J_m(ka) \left[\exp(-im\chi) + \sum_n D_{-n} G_{n+m}(kL, \sin \chi) \right] + D_m H_m^1(ka) = F_m J_m(k\sqrt{\varepsilon}a), \\ J_m'(ka) \left[\exp(-im\chi) + \sum_n D_{-n} G_{n+m}(kL, \sin \chi) \right] + D_m' H_m^1(ka) = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon}} F_m J_m'(k\sqrt{\varepsilon}a), \quad (6)$$

идентичную по структуре системе, определяющей мультипольные коэффициенты при рассеянии волны на одиночном цилиндре. Единственное различие — добавочный член в квадратных скобках, выражающий перенормировку падающей волны. Коэффициенты G_m , отвечающие за перенормировку, определены как

$$G_m(kL, \sin \chi) = \sum_{j>0} H_m^1(kL|j|) \times [\exp(ikLj \sin \chi) + (-1)^m \exp(-ikLj \sin \chi)].$$

Если теперь предположить, что радиус рассеивателей мал по сравнению с длиной оптической волны, так что

$ka \ll 1$, то основной вклад будут давать дипольные компоненты $D_{\pm 1}$ и система (6) превратится в систему четырёх уравнений для четырёх неизвестных — $D_{\pm 1}, F_{\pm 1}$. В качестве коэффициентов в неё входят два фактора перенормировки: G_0 и G_2 .

Вводя коэффициенты $2(D, F)_y = (D, F)_1 + (D, F)_{-1}$ и $2i(D, F)_x = (D, F)_1 - (D, F)_{-1}$, нетрудно заметить, что уравнения для них расщепляются и могут быть легко решены. Мы выпишем здесь лишь выражения для дипольных моментов, определяющих дифрагированное поле:

$$D_{x,y} = \begin{pmatrix} \sin \chi \\ -\cos \chi \end{pmatrix} \times \frac{J_1'(u) J_1(\sqrt{\varepsilon}u) - (1/\sqrt{\varepsilon}) J_1(u) J_1'(\sqrt{\varepsilon}u)}{[H_1^1(u) + G_{x,y} J_1(u)] J_1(\sqrt{\varepsilon}u) - (1/\sqrt{\varepsilon}) [H_1^1(u) + G_{x,y} J_1(u)] J_1'(\sqrt{\varepsilon}u)}, \quad (7)$$

где $u = ka$, а декартовы факторы перенормировки представляют собой линейные комбинации G_m ,

$$G_x = \sum_{j=1}^{\infty} [H_0^1(kL) - H_2^1(kL)] \cos(kLj \sin \chi), \\ G_y = \sum_{j=1}^{\infty} [H_0^1(kL) + H_2^1(kL)] \cos(kLj \sin \chi). \quad (8)$$

При малых $u \ll 1$ цилиндрические функции можно разложить в ряд и прийти к выражению

$$D_{x,y} = \frac{\pi u^2}{4i} \left\{ \frac{\varepsilon + 1}{\varepsilon - 1} - \frac{\pi}{4} i u^2 (1 + \operatorname{Re} G_{x,y}) - \frac{u^2}{8} \left(\left[\varepsilon + 2 - 4 \left(\ln \frac{u}{2} + \gamma \right) \right] - 2\pi i \operatorname{Im} G_{x,y} \right) \right\}^{-1}, \quad (9)$$

допускающему простую физическую интерпретацию. Мы выделили в знаменателе три группы членов. Первый член отвечает за индивидуальную квазистатическую поляризацию, остальные две группы членов дают волновые поправки. Мнимая часть знаменателя ответственна за потери энергии, в том числе, на излучение. Действительная часть даёт реактивные поправки и определяет частоту резонанса. При действительной диэлектрической проницаемости ε единственным каналом потерь являются радиационные потери, определяемые вторым членом в знаменателе. Коллективные эффекты перенормировки полей излучения и "прижатых", неизлучающих, полей определяются факторами $G_{x,y} = G_0 \mp G_2$, типичные зависимости действительных и мнимых частей которых показаны на рис. 5. Как действительная, так и мнимая части факторов $G_{0,2}$ имеют корневые особенности в окрестности частот или углов падения, когда какой-либо дифракционный максимум становится скользким и распространяющееся вдоль оси z поле превращается в нераспространяющееся, прижатое к решётке цилиндров. Разумеется, для конечных решёток или решёток с беспорядком не будут иметь места как обращение в бесконечность, так и бесконечно крутой разрыв. Асимптотика вблизи залегания дифракционного максимума, которая может быть найдена аналитически (см., например, формулы 8.522 в [15]), определяется действительной и мнимой частями выражения

$$G_{0,2} \sim [(kL)^2 - (2\pi l \pm kL \sin \chi)^2]^{-1/2}, \quad (10)$$

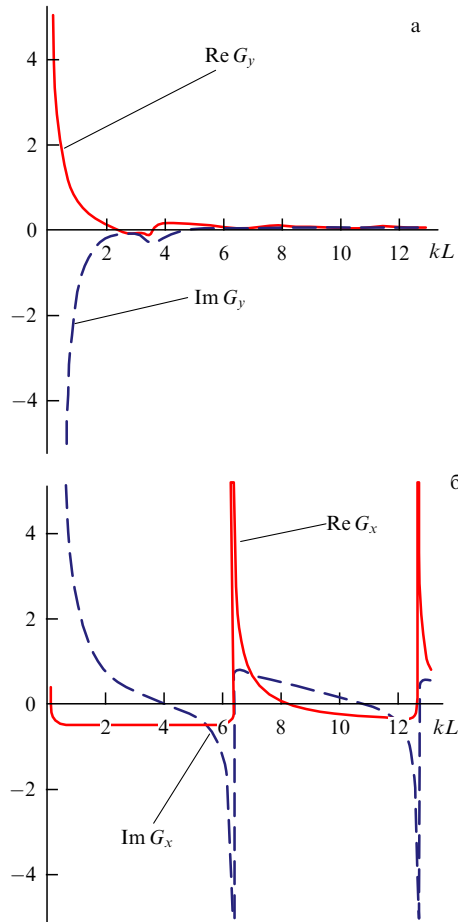


Рис. 5. Типичные частотные зависимости действительных (сплошные кривые) и мнимых (штриховые кривые) частей факторов перенормировки декартовых компонент дипольных моментов G_y (а) и G_x (б), определяющие диссипативные и реактивные вклады коллективного поля. Графики построены при фиксированном угле падения χ , $\sin \chi = 0,8$.

где l — целое число, характеризующее номер дифракционного максимума. Из графиков, представленных на рис. 5, видно, что поведение действительных и мнимых частей описывается характерными резонансными кривыми, имеющими несимметричную форму, зеркально симметричную относительно точки особенности. Следует обратить внимание на отсутствие обращения в бесконечность фактора G_y , очевидно, связанное с тем, что y -компоненты дипольных моментов взаимодействуют друг с другом только посредством квазистатических полей, поскольку диполи вдоль себя не излучают.

Теперь, используя известные коэффициенты (7) и обращая дискретное преобразование Фурье, мы можем найти локальные мультипольные коэффициенты $(D, F)_m^j = (D, F)_m \exp(ikLj \sin \chi)$ и вычислить рассеянное поле и поля внутри цилиндров. Анализ дальнего поля при известных коэффициентах проводится стандартно [10], путём перехода от разложения (3) к разложения по пространственным гармоникам вида

$$B_z^{\text{scatter}} = \sum_l C_l \exp \left[i \sqrt{k^2 - \left(k \sin \chi + \frac{2\pi l}{L} \right)^2} x + i \left(k \sin \chi + \frac{2\pi l}{L} \right) y \right]. \quad (11)$$

Анализ поведения коэффициентов C_l показывает, что вблизи закрытия l -го дифракционного максимума мощность излучения в соответствующую частичную волну $P_l \sim \text{Re} \left[k^2 - \left(k \sin \chi + \frac{2\pi l}{L} \right)^2 \right]^{1/2} |C_l|^2$ как функция частоты имеет пороговый характер. Мощности излучения в открытые каналы как функции частоты имеют изломы производных. Ситуация здесь во многом аналогична ситуации с поведением сечений вблизи порогов реакций [16].

Теперь обсудим, к каким последствиям приведут неперпендикулярность плоскости падения оси цилиндров и наличие гиротропии, обусловленной ферромагнетизмом диэлектрических цилиндров. Вектор намагниченности ферромагнетика, как и ранее, направим вдоль осей цилиндров. Прежде всего заметим, что существование параллельного оси волнового вектора падающей волны в отсутствие гиротропии приведёт к гибридизации E - и H -мод, которые до сих пор мы рассматривали независимо. Если мы припишем коэффициентам D , F дополнительный индекс, принимающий значения E или H , в зависимости от того, какая из z -компонент отлична от нуля, и напомним уравнения, аналогичные (6), то они уже не будут диагональными по этому индексу. Однако вырожденность по азимутальному числу $m = \pm 1$ останется. Тогда, вводя декартовы компоненты, мы сможем свести систему восьмого порядка для $(D, F)_{\pm 1}^{E, H}$ к двум системам четвёртого порядка. В этом случае вследствие гибридизации электрических и магнитных компонент появятся индивидуальные резонансы, определяемые обращением в нуль множителя $\varepsilon + 1$, также и в электрических компонентах. Факторы перенормировки G , отвечающие за коллективные эффекты, тоже изменятся, однако вследствие сохранения поляризационного вырождения новые $G_y^{E, H}$ по-прежнему будут определяться только квазистатическими полями.

Учёт гиротропии приведёт к тому, что система, аналогичная (6), в дипольном приближении останется общей системой восьмого порядка, произойдёт гибридизация также по векторным x - и y -компонентам электрических и магнитных дипольных моментов, что вызовет смешивание уравнений для x - и y -проекции полей и дипольных моментов. В дипольных компонентах $D_{\pm 1}$ будут присутствовать все резонансы, как индивидуальные, так и коллективные. Вследствие того, что в разных компонентах эти резонансы будут сдвинуты из-за гиротропии, как в отражённом, так и в прошедшем излучении будут наблюдаться резонансные эффекты вращения плоскости поляризации. Особенно перспективным для усиления магнитооптических эффектов представляется дифракционный резонанс: из-за наличия особенностей производных коэффициента возбуждения открытого канала по частоте разность коэффициентов возбуждения лево- и правовращающихся компонент будет аномально велика, что должно приводить к аномально сильным эффектам Керра и Фарадея. Возможно, наблюдавшееся недавно в экспериментах [17] значительное усиление магнитооптических эффектов связано именно с этим механизмом.

5. Заключение

Итак, в докладе было рассмотрено влияние нанонеоднородностей на магнитооптические эффекты в ферромагнитных плёнках. Продemonстрировано, что вследствие

замедления волн в нановолноводах, индивидуальных внутренних резонансов в волноводах и коллективных эффектов многократного рассеяния магнитооптические эффекты могут быть значительно усилены. Мы ожидаем, что эффекты резонансного усиления магнитооптических эффектов могут быть использованы для создания новых устройств записи и обработки информации и для диагностики магнитного состояния в композитных ферромагнитных плёнках.

В заключение хочу выразить благодарности А.А. Жарову и А.А. Андронову за многочисленные и плодотворные обсуждения. Работа выполнена при поддержке РФФИ (гранты 08-02-00379, 09-02-00863), программы № 27 Президиума РАН и программы ОФН РАН № II.5.

Список литературы

1. Мишин Д.Д. *Магнитные материалы* (М.: Высшая школа, 1991)
2. Genet C, Ebbesen T W *Nature* **445** 39 (2007)
3. Zharov A A, Kurin V V *J. Appl. Phys.* **102** 123514 (2007)
4. White R M *Quantum Theory of Magnetism* 2nd ed. (Berlin: Springer-Verlag, 1983) [Уайт Р. *Квантовая теория магнетизма* (М.: Мир, 1985) с. 197]
5. Mukai R, Uzumaki T, Tanaka A *J. Appl. Phys.* **97** 10 N119 (2005)
6. Yuan H et al. *J. Appl. Phys.* **103** 07F513 (2008)
7. Bethe H A *Phys. Rev.* **66** 163 (1944)
8. Garcia de Abajo F J *Rev. Mod. Phys.* **79** 1267 (2007)
9. Chu Y et al. *Appl. Phys. Lett.* **93** 181108 (2008)
10. Meier M, Wokaun A, Liao P F *J. Opt. Soc. Am. B* **2** 931 (1985)
11. Korringa J *Physica* **13** 392 (1947)
12. Kohn W, Rostoker N *Phys. Rev.* **94** 1111 (1954)
13. Wang X et al. *Phys. Rev. B* **47** 4161 (1993)
14. Bever S J, Allebach J P *Appl. Opt.* **31** 3524 (1992)
15. Градштейн И.С., Рыжик И.М. *Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений* (М.: Физматгиз, 1963) [Gradshteyn I S, Ryzhik I M *Table of Integrals, Series, and Products* (New York: Academic Press, 1965)]
16. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. *Квантовая механика: Нерелятивистская теория* (М.: Наука, 1989) [Landau L D, Lifshitz E M *Quantum Mechanics: Non-Relativistic Theory* (Oxford: Pergamon Press, 1977)]
17. Ctistis G et al. *Nano Lett.* **9** 1 (2009)

PACS numbers: 42.25.Gy, **42.55.-f**, **78.67.-n**
DOI: 10.3367/UFNr.0179.200909k.1018

Сверхразрешение и усиление в метаматериалах

А.Н. Лагарьков, А.К. Сарычев,
В.Н. Кисель, Г. Тартаковский

1. Введение

В статье обсуждаются оптические и сверхвысококачественные (СВЧ) свойства искусственных материалов, которые могут одновременно иметь отрицательные диэлектрическую и магнитную проницаемости. В таких метаматериалах распространяются обратные электромагнитные волны, что приводит к отрицательной рефракции. Мы обсуждаем необычные свойства метаматериалов, в частности эффект сверхразрешения. Большие потери, предсказываемые в таких материалах в оптике, могут быть компенсированы за счёт использования усиливающей лазерной среды. Обсуждается возможность создания нанолазера с размером в несколько десятков раз меньшим, чем длина волны света. Статья может быть

использована для первоначального ознакомления с этим бурно развивающимся направлением.

Более 100 лет прошло со времени появления работы Г. Лэмба [1], в которой впервые была отмечена возможность существования обратных волн, т.е. необыкновенных волновых процессов, в которых фазовая и групповая скорости направлены в противоположные стороны. Свойства обратных электромагнитных волн обсуждались и в книге А. Шустера [2]. Почти в то же время Х.К. Поклингтон в статье "Growth of a wave-group when the group velocity is negative" [3] показал, что в среде, поддерживающей обратные волны, точечный источник возбуждает *сходящиеся* волны, в то время как групповая скорость волн направлена от источника. Эти работы не привлекали должного внимания в течение почти 40 лет, до тех пор пока не была опубликована известная работа Мандельштама [4], в которой он предсказал новое физическое явление — отрицательную рефракцию. Это явление может существовать только в том случае, если рефрагированные волны распространяются в среде, поддерживающей обратные волны. Обсуждение статьи [4] можно найти, например, в недавней работе [5].

Следующий важный шаг был сделан Д.В. Сивухиным в работе [6], где впервые было показано, что в среде с одновременно отрицательными значениями диэлектрической ϵ и магнитной μ проницаемостей групповая и фазовая скорости волн направлены в противоположные стороны. До появления [4] это достаточно тонкое обстоятельство оставалось незамеченным, возможно, из-за того, что волновое уравнение сохраняет свой вид при одновременной замене знаков ϵ и μ противоположными.

Революционным шагом в изучении отрицательной рефракции стала работа В.Г. Веселаго [7], который предложил идею совершенно оригинальной линзы, основанной на том, что плоскопараллельный слой материала со значениями $\epsilon = \mu = -1$ (который сегодня называют метаматериалом) обладает удивительным свойством фокусировать изображение объекта, помещённого перед ним. Веселаго также заметил, что оптические свойства метаматериала с отрицательными ϵ и μ могут быть описаны путём введения отрицательного показателя преломления. Более того, в электромагнитной волне, распространяющейся в таком метаматериале, электрическое поле \mathbf{E} , магнитное поле \mathbf{H} и волновой вектор \mathbf{k} образуют *левую* тройку. Во всех известных в то время материалах эти векторы образовывали правую тройку. К другим предсказаниям Веселаго относится изменение знака светового давления в метаматериале с отрицательным показателем преломления. Работа Веселаго намного опередила своё время. Более чем 30 лет прошло после опубликования работы [7] до возникновения "большого взрыва" работ по метаматериалам, инициированного статьёй Пендри [8], который показал, что линза Веселаго обладает ещё более замечательным свойством: она может создавать изображение источника без обычных искажений на масштабе длины волны. Это означает, что такая линза даёт изображение, качество которого не ограничено дифракционным пределом, в связи с чем её часто называют суперлинзой. Пендри объяснил это явление усилением в среде с отрицательными значениями ϵ и μ тех волн, которые экспоненциально затухают в обычных оптических материалах и средах. Первый эксперимент, демонстрирующий такое сверхразрешение, был выполнен в 2003 г. [9, 10].

Заметим, что материалы с отрицательными ε и μ разрабатывались и использовались задолго до появления указанной работы Пендри. Достаточно напомнить, что большинство хорошо проводящих металлов (золото, серебро, алюминий и т.д.) обладают отрицательной диэлектрической проницаемостью в оптическом и инфракрасном спектральных диапазонах. С другой стороны, явление ферромагнитного резонанса, которое известно уже в течение многих десятков лет, очень часто сопровождается появлением отрицательной магнитной проницаемости. Но только после появления статьи [8] в 2000 г. создание и исследование метаматериалов с одновременно отрицательными ε и μ превратилось в новое научное направление, в котором работают десятки исследователей во многих странах мира.

Остановимся кратко на предыстории метаматериалов. В 1952 г. была опубликована монография [11], которая содержала главу, посвящённую композитным материалам, используемым для оптимизации работы радиоантенн. Для того чтобы создать искусственную магнитную проницаемость, было предложено использовать проводящие включения в форме подковы или в виде кольцевого резонатора с разрезом. Уравнения, приведённые в [11], демонстрируют типичное резонансное поведение μ с отрицательным значением на высоких частотах. В 1990 г. в России была опубликована монография [12], в которой суммировались результаты некоторых исследований по электродинамике композитных материалов, проведённых в Институте теоретической и прикладной электродинамики РАН. Результаты дальнейшего развития этих работ опубликованы в статьях [13–15]. Так, в [14] приведены экспериментальные исследования диэлектрической проницаемости метаматериалов, содержащих отрезки металлических микропроводов (микродиполи), которые резонируют в СВЧ-диапазоне. Были выбраны два различных значения длины отрезков микропровода, которые обеспечивали резонанс на двух частотах, и был продемонстрирован композитный материал, имеющий два минимума в частотной зависимости диэлектрической проницаемости, причём оба минимума имеют отрицательные значения. Положение минимумов обусловлено разной длиной проводящих включений, используемых в смеси. В работе [16] было показано, что включения в виде пары проводящих цилиндров позволяют получить ненулевую магнитную проницаемость на оптических частотах, что позднее послужило основой для создания искусственного магнетизма в инфракрасном и оптическом диапазонах. В развитие этих работ в 1997 г. в [17] были получены экспериментальные данные для смеси с включениями в форме бифилярных спиралей, в том числе отрицательные значения ε , μ , а также предложены уравнения, хорошо воспроизводящие экспериментальные данные. Упомянутые исследования не были направлены на получение отрицательной рефракции, а являлись частью систематической работы по получению метаматериалов с заданной частотной дисперсией диэлектрической и магнитной проницаемостей. Несмотря на большую свободу в выборе формы и концентрации проводящих включений, оказалось, что соотношения Крамерса–Кронига накладывают очень жёсткие ограничения на частотную зависимость эффективных параметров. Одним из возможных приложений этих исследований представлялось создание высокоэффективных радиопоглощающих материалов.

2. Сверхразрешение в плоских фокусирующих системах

Идеи работы [8] стимулировали исследование механизмов сверхразрешения. В появившихся почти одновременно статьях [18–24] было показано, что для достижения сверхразрешения необходимо иметь метаматериалы с исключительно малыми потерями. В работах [22, 23] отмечалось, что негативное влияние омических потерь может быть значительно уменьшено в очень тонкой линзе Веселаго, следовательно, сверхразрешение может быть достигнуто и в реальных условиях, с применением доступных метаматериалов [9, 10]. В работе [23] было также показано, что фокусировка и сверхразрешение в линзе Веселаго, в отличие от таковых в обычных линзах, могут быть достигнуты при малых размерах пластины (апертуры), которая может быть даже меньше длины волны.

В типичной линзе Веселаго, изготовленной из современного метаматериала, размер проводящих включений сопоставим с толщиной линзы. Поэтому понятие эффективных параметров (например, диэлектрической и магнитной проницаемостей) должно применяться с большой осторожностью. В работах [16, 25, 26] показано, что для плоских метаматериалов, содержащих сильно вытянутые проводящие включения, понятие диэлектрической проницаемости может быть введено только тогда, когда толщина слоя материала превосходит определённое критическое значение. Распределение электромагнитного поля в линзе также существенно отличается от того, что дают расчёты с использованием эффективных параметров.

С учётом изложенных соображений для эксперимента [10] была выбрана плоская линза, состоящая из одного слоя резонаторов (рис. 1). Такую структуру вряд ли можно рассматривать как пластину из однородного материала, хотя бы потому, что невозможно определить чёткие границы материала в направлении, перпендикулярном пластине. В разработанной нами компьютерной модели, описывающей работу плоской суперлинзы, не применялись эффективные параметры, а использовалось прямое решение уравнений Максвелла. В рассматриваемой

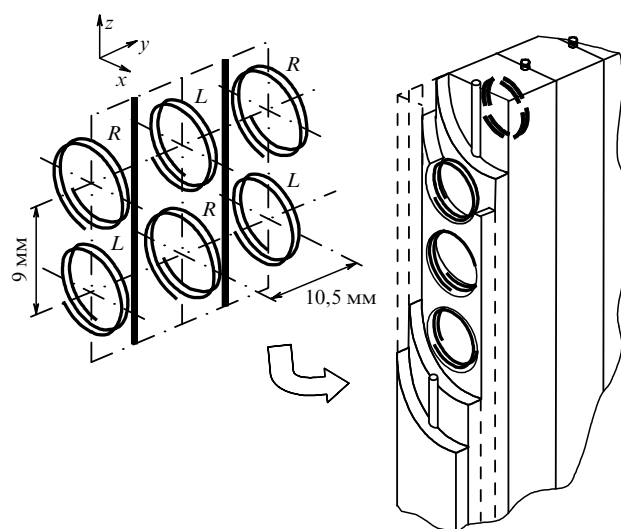


Рис. 1. Распределение включений в пластине метаматериала.

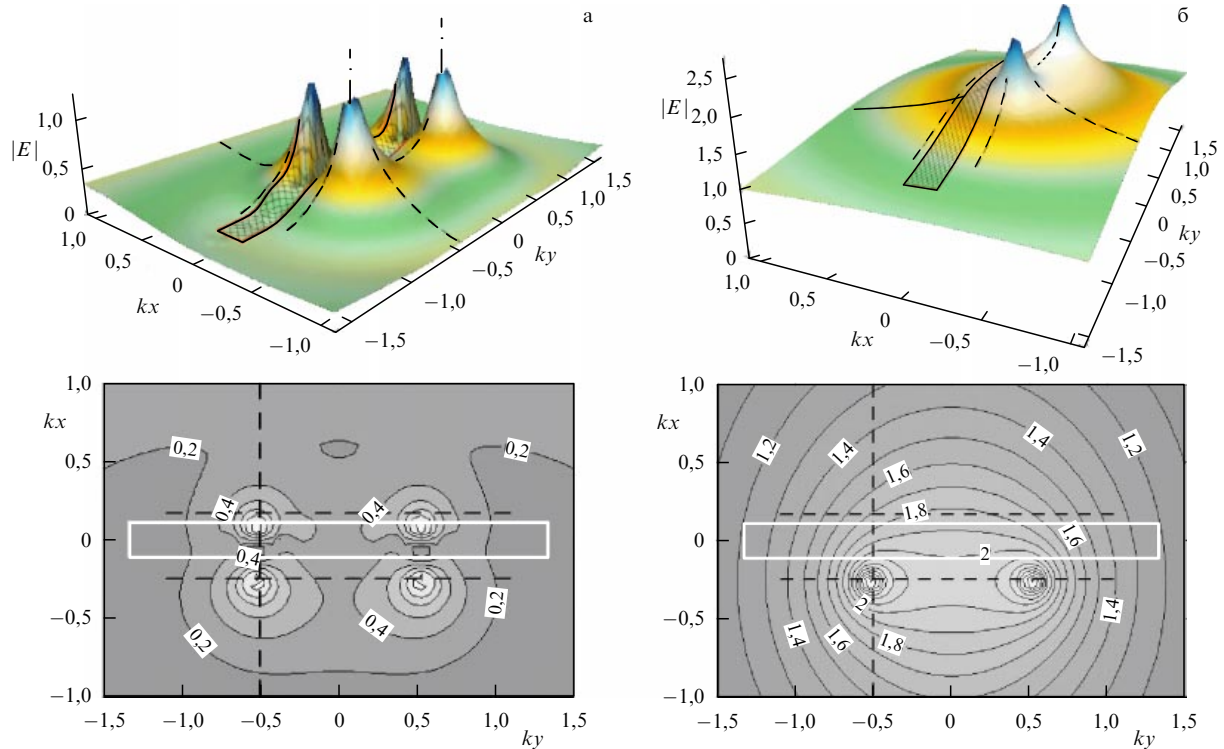


Рис. 2. Поле линейных источников (а) при установленной пластине из метаматериала и (б) без неё.

мом случае метаматериала, состоящего из проволочных включений, решение уравнений Максвелла было сведено к решению уравнений типа Поклингтона, которые основываются на тонкопроволочном приближении, с учётом ёмкостной нагрузки. В частности, двухвитковая короткая спираль, используемая в качестве включения в метаматериале, может быть аппроксимирована металлическим кольцом с конденсатором, вставленным в разрыв.

При расчётах учитывались также конечная проводимость металла и соответствующий скин-эффект. Разработанные вычислительные программы позволили рассчитать электромагнитные поля, порождаемые различными источниками, как в конечном наборе резонаторов, так и в бесконечной двумерно-периодической системе.

Вычисления не только воспроизводят эффекты фокусировки и сверхразрешения, но и позволяют сопоставить электродинамические свойства реального метаматериала и идеального, полностью однородного метавещества. В частности, было показано, что пластина, состоящая только из одного слоя резонаторов, отчасти демонстрирует свойства пластины, изготовленной из идеального метавещества. Например, имеется частотный диапазон (лежащий немного выше резонансной частоты включений), в котором наблюдается сверхразрешение. Это явление хорошо видно на рис. 2а, где верхняя часть рисунка представляет собой рельефное изображение уровня напряжённости электрического поля, а в нижней части рисунка показаны изолинии, рассчитанные как внутри, так и в окрестности пластины. Для сравнения на рис. 2б показано распределение поля тех же источников в свободном пространстве. Все расстояния на рисунках приведены в безразмерных единицах, т.е. умножены на $k = 2\pi/\lambda$.

В целом, пластина нашего метаматериала может быть описана как устройство, которое поддерживает

обратные волны, поскольку компьютерное моделирование указывает на наличие такой зоны вблизи пластины, где фазовая и групповая скорости имеют противоположные направления. Имеется, однако, важное различие в распределении локального поля в слое резонаторов и в идеальном метаматериале. Например, в идеальном однородном метаматериале с $\varepsilon = \mu = -1$ фазовая и групповые скорости распространения электромагнитных волн противоположны друг другу только внутри слоя метаматериала. Возбуждение токов в слое резонаторов, которые образуют реальный метаматериал, приводит к появлению пространственной зоны обратных волн, выходящей за геометрические пределы реального метаматериала (детали вычислений описаны в [27, 28]). Также известно [10, 29], что когда возбуждается плоскопараллельный слой идеального метаматериала, энергия поля концентрируется вблизи дальней (по отношению к источнику излучения) грани слоя. В этом и заключается физическая причина явления сверхразрешения. В пластине резонаторов также происходит аккумуляция энергии, но эта энергия концентрируется вблизи определённых элементов. Ниже мы остановимся на физических причинах сверхразрешения в реальном метаматериале, состоящем из плоского слоя кольцевых резонаторов и вытянутых проводящих включений.

Как известно, электромагнитное поле, излучаемое точечным источником, может быть представлено в виде пространственного спектра плоских волн. Коэффициенты распространения волн при этом принимают действительные и мнимые значения. Гармоники с действительными коэффициентами распространения — это обычные, распространяющиеся волны. Гармоники с мнимыми коэффициентами распространения описывают экспоненциально затухающий с увеличением расстояния волновой процесс. Для описания распространяющихся волн

часто используется классическая лучевая картина. Лучи света фокусируются обыкновенной оптической линзой и дают изображение объекта с пространственным разрешением порядка длины волны. Для получения сверхразрешения необходимо дополнить изображение той частью электромагнитного поля, которая теряется в затухающих гармониках.

Проблема заключается в том, что экспоненциально затухающие колебания не взаимодействуют с обычной линзой таким образом, чтобы они могли фокусироваться в изображение, и их амплитуда неизбежно затухает как в свободном пространстве, так и в обыкновенном прозрачном материале. Но для получения сверхразрешения соотношение между амплитудами распространяющихся и затухающих волн в фокусе должно быть таким же, как и вблизи источника. Оригинальный результат Пендри заключается в том, что затухающие гармоники в пластине из метаматериала с отрицательным показателем преломления начинают экспоненциально возрастать по мере приближения к дальней, неосвещённой, грани. В частном случае $\varepsilon = \mu = -1$ соотношение между амплитудами распространяющихся и затухающих волн восстанавливается в фокусе, где получается "точное" изображение объекта, не ограниченное дифракционным пределом. Поэтому мы можем рассматривать линзу Веселаго как оптический прибор, который пропускает без искажений распространяющиеся и затухающие гармоники с мнимыми коэффициентами распространения, сохраняя при этом необходимые фазовые соотношения.

В работе Пендри и в последовавших за ней нескольких десятках статей рассматривались объекты из идеального метавещества, однозначно характеризующиеся своими ε и μ . Мы здесь рассмотрим "микроскопическую" теорию сверхразрешения в метаматериале, состоящем из электрических и магнитных резонаторов.

Пусть для простоты имеется один слой, состоящий из металлических иголок, которые играют роль электрических резонаторов, и разрезанных колец, которые играют роль магнитных резонаторов. Важно отметить, что распространяющиеся и затухающие гармоники возбуждают резонаторы по-разному. Разница возникает потому, что в распространяющихся волнах электрическое \mathbf{E} и магнитное \mathbf{H} поля находятся в фазе, в то время как в затухающих гармониках \mathbf{E} и \mathbf{H} сдвинуты на 90° . Электрические и магнитные резонаторы по-разному возбуждаются распространяющимися и затухающими колебаниями и соответственно по-разному излучают вторичное электромагнитное поле.

Таким образом, электромагнитный отклик пары "электрический резонатор – магнитный резонатор" зависит от природы возбуждающей волны, как и в линзе Веселаго. Например, ток в резонаторах (рис. 3а) определяет величины эквивалентных электрических и магнитных моментов (рис. 3б) и, в конечном счёте, значения эффективных ε и μ . Дальнейшие исследования [27, 28] показали, что при правильно подобранных фазовых и амплитудных характеристиках диполей (эквивалентах резонаторов) система электрических и магнитных диполей даёт отчётливые отдельные изображения точечных источников в области за плоскостью пластины из такого метаматериала, при этом расстояние между источниками гораздо меньше длины волны. Частота, на которой проявляется эффект сверхразрешения, на 3–5 % больше частоты электрического и магнитного резонансов. Если

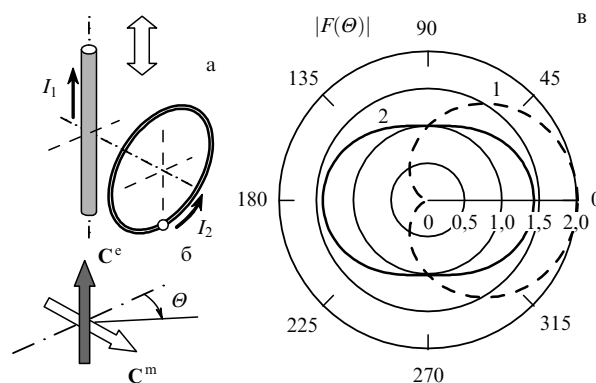


Рис. 3. (а) Электромагнитное возбуждение пары взаимодействующих резонаторов — электрического и магнитного. (б) Эквивалентные электрические и магнитные диполи. (в) Диаграмма направленности излучения этой пары.

бы можно было ввести эффективные диэлектрическую и магнитную проницаемости, то этот диапазон частот соответствовал бы отрицательным значениям ε и μ .

3. Магнитный плазмонный резонанс в оптике и активные метаматериалы

Как показано в разделе 2, в СВЧ-диапазоне метаматериалы с отрицательным показателем преломления изготавливают с помощью разорванных кольцевых резонаторов или спиралей, которые обеспечивают отрицательные значения эффективной магнитной проницаемости $\text{Re } \mu < 0$. В СВЧ-диапазоне металлы могут рассматриваться как почти идеальные проводники, поскольку толщина скин-слоя (~ 1 – 10 мкм) много меньше характерных размеров металлических включений в метаматериалах. Магнитный отклик достигается в окрестности LC -резонанса в спиральях или разорванных кольцах [17, 30, 31]. Следовательно, частоты LC -резонансов полностью определяются формой и размерами включений. Резонанс возникает при определённых соотношениях между размером разорванного кольца и длиной волны возбуждающего поля. В дальнейшем мы будем называть LC -резонансы в идеально проводящих структурах геометрическими (GLC) резонансами.

Ситуация драматически меняется в оптическом и инфракрасном спектральных диапазонах, где наноразмерные металлические включения ведут себя весьма специфически, когда их толщина становится меньше толщины скин-слоя. Например, возникает плазмонный резонанс вследствие коллективного колебания электронов. Эти колебания приводят к тому, что диэлектрическая проницаемость металлов ε_m оказывается отрицательной в оптическом и инфракрасном диапазонах. Многие интересные оптические явления обусловлены плазмонным резонансом: распространение поверхностных плазмонов, аномальное поглощение, гигантское комбинационное рассеяние, сверхпропускание света и т.д. (см., например, [31, 32]).

Ближнепольное сверхразрешение также возникает вследствие возбуждения плазмонов в метаматериале с $\varepsilon = -1$ [6]. Ближнепольное сверхразрешение может быть объяснено на основе элементарного решения задачи электростатики, приведённого, например, в задачнике [41] (задача N 209). Плазмонный отклик металлов — это

основная причина того, почему методика *GLC*-резонанса не применима напрямую в оптике.

Оптические метаматериалы с отрицательным показателем преломления впервые были продемонстрированы в работах [34–36]. В работах [34, 35] был использован плазмонный резонанс, возникающий в системе параллельных нанопроводов. Такие резонансы впервые были рассмотрены нами в работах [16, 31, 37]. В работе [36] наблюдалась отрицательная действительная часть показателя преломления на длине волны 2,0 мкм в системе, состоящей из двух параллельных золотых наноплёнок, в которых были сделаны отверстия размером много меньшим длины волны. Металлические перегородки между отверстиями играют роль нанопроводов, аналогичных парам нанопроводов.

Первые работы по получению и изучению оптических метаматериалов были продолжены другими успешными экспериментами [38–43]. Например, в [43] было описано создание призмы из оптического метаматериала и продемонстрировано отрицательное отклонение луча света. Отрицательная оптическая магнитная проницаемость впервые была анонсирована в работе [44]. Мы, однако, полагаем, что геометрия, использованная в этом эксперименте (вертикальные металлические колонки перпендикулярные плоскости плёнки), не позволяет возбуждать магнитный резонанс при нормальном падении света на плёнку. Действительно, вне зависимости от поляризации падающей волны, электрическое поле является перпендикулярным оси металлических колонок и не может возбудить кольцевой электрический ток, текущий в разные стороны вдоль металлических включений. Другие проблемы, связанные с экспериментом [44], обсуждались в статье [45].

Как отмечалось выше, потери важны в СВЧ-области. С уменьшением длины волны (её сдвигом в сторону оптического диапазона) омические потери становятся решающим фактором, ограничивающим применение метаматериалов [46, 47]. В частности, потери радикально уменьшают возможность получения сверхразрешения и делают практически невозможным создание плоской оптической линзы Весага, обладающей сверхразрешением. В других оптических приборах, основанных на использовании метаматериалов, таких, например, как гиперлинза [48–52] или "шапка-невидимка" [53–56], потери не приводят к исчезновению полезного эффекта, но резко снижают оптическую силу перспективных приборов. Решение проблемы потерь возможно на пути использования усиливающих лазерных материалов.

Плазмонный резонанс в металлической нанополоске, помещённой в усиливающую среду, может быть использован для возбуждения магнитных и электрических диполей. Усиливающая среда увеличивает амплитуду возбуждаемых диполей и может, в принципе, привести к полной компенсации потерь в метаматериале. Поскольку усиление электромагнитного поля в лазерном материале предполагает наличие внешнего источника энергии, то метаматериал, включающий в себя активную среду, является неконсервативной системой. Следовательно, существенные ограничения на поведение эффективных параметров, накладываемые соотношением Крамерса – Кронига, становятся неочевидными.

В качестве примера использования усиливающей среды мы рассмотрим магнитный плазмонный резонанс (МПР) в оптической нанополоске, помещённой в такую

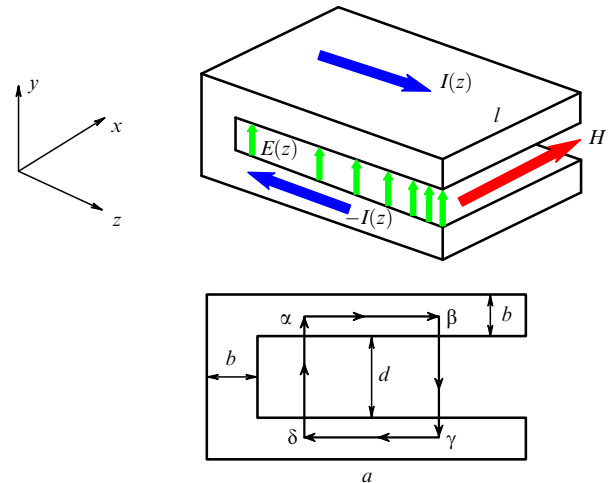


Рис. 4. Нанополоска в виде подковы (наноподковы); при компьютерном моделировании использовались параметры $a = 300$ нм, $d = 70$ нм, $b = 34$ нм.

среду [69]. МПР имеет очень важное свойство: его частота зависит от структуры нанополоски, а не от её полного размера. МПР может быть возбуждён в металлической "наноподковке", показанной на рис. 4. Структуры такого вида действуют как оптические антенны, концентрируя электрическое и магнитное поля на масштабе много меньшем, чем длина волны света. Магнитный отклик наноподковок характеризуется магнитной поляризуемостью α_m , которая имеет лоренцевский резонанс: действительная часть меняет знак вблизи резонансной частоты и становится отрицательной, как это и необходимо для создания оптических метаматериалов с отрицательной магнитной проницаемостью.

Идея о магнитном плазмонном резонансе, приводящем к оптическому магнетизму, является относительно новой и, конечно, находится в противоречии с известным положением [57] о невозможности магнетизма в оптике. Это противоречие, однако, кажущееся, поскольку в [57] речь идёт о микроскопическом магнетизме, в то время как обсуждаемый отрицательный магнетизм возникает на мезоскопическом уровне вследствие коллективного движения электронов.

В дальнейшем всё изложение строится на рассмотрении коллективных эффектов в металлической наноподковке. Полученные результаты могут быть легко распространены на другие антенны.

Рассмотрим взаимодействие наноподковок с усиливающей средой, которую мы моделируем как двухуровневую усиливающую систему (ДУС), представленную, например, квантовыми точками или молекулами красителя. Мы полагаем, что металлическое нанополоско, взаимодействующее с ДУС, — это, по-видимому, простейшая плазмонная система, на примере которой можно изучать основные свойства активных метаматериалов, включая нанолазерование. Нерадиационный перенос энергии от активной среды к квазистатическим плазмонным колебаниям обсуждался в работе [58]. Распространение поверхностного плазмон-поляритона на границе металла и активной среды рассматривалось начиная с 60-х годов прошлого века [59–63]. Сверхразрешение в ближнепольной линзе за счёт компенсации

потерь при наличии усиливающей среды обсуждалось в работе Рамакришны и Пендри [64]. В обзоре [41] обсуждаются работы по активным метаматериалам, выполненным до 2006 г. Первые экспериментальные и теоретические работы по плазмонному резонансу в металлических наночастицах, помещённых в активную среду, были выполнены Лаванди [65–67]. Ближе всего к нашему подходу находится работа [68], в которой рассматривался дипольный лазер.

Выше мы упоминали, что простая компенсация потерь в метаматериалах может и не приводить непосредственно к соответствующему увеличению сверхразрешения. Тем не менее активные метаматериалы открывают новые возможности в оптимизации работы сверхразрешающих оптических систем. Активные метаматериалы важны также для практических приложений, отличных от сверхразрешения. Например, плазмонный нанолазер, обсуждаемый в разделе 4, — это источник когерентного излучения, размер которого может быть в несколько десятков раз меньше длины волны. Нанолазер может рассматриваться как наногенератор для питания будущих плазмонных устройств, предназначенных для обработки информации.

Рассмотрим металлическую наноподкову, в которую введена ДУС. Внешняя накачка обеспечивает инверсию в ДУС. Накачка может быть оптической или электрической, когда носители инжектируются в ДУС, например в квантовую точку, из окружающего материала. ДУС взаимодействует с электромагнитным полем, возбуждаемым внутри наноподковы. В уравнениях движения мы используем феноменологическое описание накачки, характеризуя ДУС величиной стационарной инверсии заселённости. Другими словами, мы характеризуем ДУС тем уровнем инверсии, который существовал бы, если бы ДУС не взаимодействовала с наноподковой. Внешнее переменное магнитное поле $\mathbf{H} = (H_0(t), 0, 0)$ прикладывается в плоскости наноподковы, как это показано на рис. 4. Токи смещения в зазоре подковы замыкают цепь.

Кольцевой электрический ток $I(z)$, текущий в наноподкове, генерирует собственное магнитное поле $H(z) = 4\pi I(z)/c$ в зазоре, где $I(z)$ — плотность поверхностного тока в верхней обкладке (т.е. в обкладке $\alpha\beta$ на рис. 4), c — скорость света. Для того чтобы получить замкнутое уравнение для определения тока, мы интегрируем уравнение Максвелла $\text{rot } \mathbf{E} = -\dot{\mathbf{H}}/c$, выражающее закон индукции Фарадея, по контуру $\alpha\beta\gamma\delta$ и получаем следующее уравнение:

$$\left[2I(z)Z - \frac{\partial U}{\partial z} \right] \Delta z = -\frac{d}{c} \left(\frac{4\pi}{c} \dot{I}(z) + \dot{H}_0 \right) \Delta z, \quad (1)$$

где Δz — расстояние между точками α и β на пути интегрирования, показанном на рис. 4, точками обозначены производные по времени, $Z = 1/(\sigma b) = 4\pi/(\varepsilon_m \omega b)$ — поверхностный импеданс, ε_m — комплексная диэлектрическая проницаемость металла.

Мы подставляем в (1) разность потенциалов $U(z) = E_y(z)d = -4\pi(Q(z) + P(z))d$, где $Q(z)$ — заряд на единицу площади, $P(z)$ — поляризация среды внутри наноподковы. Затем мы берём производную по времени от обеих частей уравнения (1) и используем закон сохранения заряда $\partial I/\partial z = -\partial I_1/\partial z = -\partial Q/\partial t$, где I_1 — ток в нижней обкладке. Так мы получаем основное

уравнение для тока в наноподкове:

$$\frac{\partial^2 I(z, t)}{\partial z^2} - \frac{\partial \dot{P}(z, t)}{\partial z} - \frac{Z}{2\pi d} \dot{I}(z, t) = \frac{1}{4\pi c} \left[\frac{4\pi}{c} \ddot{I}(z) + \ddot{H}_0 \right]. \quad (2)$$

Это уравнение аналогично хорошо известному телеграфному уравнению [57, § 91]. К уравнению (2) необходимо добавить материальное уравнение для определения поляризации P . Поляризация среды внутри наноподковы представляет собой сумму двух поляризаций: $P = P_1 + P_2$, где $P_1 = \chi_1 E_y$ — обычная поляризация диэлектрика, а P_2 — "аномальная" поляризация за счёт накачки активной среды, χ_1 обозначает обычную, не резонансную, поляризуемость среды. Мы подставляем $P = \chi_1 E_y + P_2$ в (1) и получаем

$$\frac{\partial^2 I(z, t)}{\partial z^2} - \frac{\partial \dot{P}_2(z, t)}{\partial z} - \frac{Z\varepsilon_d}{2\pi d} \dot{I}(z, t) = \frac{\varepsilon_d}{4\pi c} \left[\frac{4\pi}{c} \ddot{I}(z) + \ddot{H}_0 \right], \quad (3)$$

где поляризуемость χ_1 входит теперь в "регулярную" часть диэлектрической проницаемости $\varepsilon_d = 1 + 4\pi\chi_1$.

Рассмотрим сначала простейший случай, когда лазерная поляризуемость P_2 линейна по отношению к приложенному полю $P_2 = \chi_2 E_y$. Такое возможно, если мы находимся вдали от порога генерации и, следовательно, взаимодействие с плазмонами не приводит к обеднению верхнего уровня ДУС. Предположим также, что внешнее поле осциллирует с частотой ω , а именно $H_0(t) = H_0 \exp(-i\omega t)$. В этих предположениях уравнение (3) принимает вид

$$\frac{\partial^2 I(z)}{\partial z^2} = -g^2 I(z) - \frac{\varepsilon_d \omega k}{4\pi} H_0, \quad (4)$$

где координата z изменяется в пределах $0 < z < a$, координаты $z = 0$ и $z = a$ соответствуют началу и концу наноподковы, так что $dI(0)/dz = I(a) = 0$; $k = \omega/c$; волновой вектор плазмона g определяется из уравнения

$$g^2 = \varepsilon_d k^2 - \frac{2\varepsilon_d}{bd\varepsilon_m}, \quad (5)$$

где диэлектрическая проницаемость включает в себя как обыкновенную часть, так и вклад ДУС. Второй член в правой части уравнения (5) можно представить в виде $\sim k^2(\delta/b)^2$, где b — характерный размер системы (например, толщина обкладки), δ — величина скин-слоя. Если $\delta \ll b$, что типично для СВЧ-диапазона, то мы получаем обыкновенный GLC-антенный резонанс. В обратном случае, когда $k^2 bd|\varepsilon_m| \ll 1$, параметр $g = \sqrt{-2\varepsilon_d/(\varepsilon_m bd)}$ не зависит от абсолютной длины наноподковы и не зависит явно от частоты. Это ситуация МПР, которая возникает для наноподков в оптическом диапазоне [69]. Интересно заметить, что электрическое поле не потенциально в условиях МПР: компонента E_y зависит от координаты z , а компонента электрического поля E_z зависит от координаты y . Наличие соленоидального оптического поля на масштабах много меньших длины волны — это характерная черта МПР.

Электрический ток $I(x)$, найденный из (4), позволяет рассчитать магнитный момент наноподковы. Магнитный момент m имеет резонанс при выполнении условия

$ga = \pi/2$, когда абсолютная величина m принимает большие значения. Заметим, что в условие резонанса входят не абсолютные размеры наноподковы, а только отношение длины наноподковы к её ширине. Для типичного металла частотное поведение диэлектрической проницаемости качественно описывается формулой Друде $\epsilon_m = -(\omega_p/\omega)^2(1 + \omega_\tau/\omega)^{-1}$, где ω_p — плазменная частота, ω_τ — частота релаксации, которые оцениваются, скажем, для серебра как $\hbar\omega_p = 9,6$ эВ, $\hbar\omega_\tau = 0,02$ эВ. В этих обозначениях магнитный момент подкова выражается как

$$\alpha_M = V \frac{bd\omega_p^2}{\pi\lambda^2\omega_\tau^2} \frac{1}{1 - \omega/\omega_\tau - i(\kappa_m + \kappa_d)/2}, \quad (6)$$

где резонансная частота $\omega_r = \omega_p \sqrt{bd/[8\text{Re}(\epsilon_d)a^2]}$, V — объём подкова, κ_m — безразмерные потери в металле, $\kappa_m = \text{Im} \epsilon_m / \text{Re} \epsilon_m \approx \omega_\tau/\omega \ll 1$, κ_d — безразмерные потери в диэлектрике, которые мы также считаем малыми, $\kappa_d = \text{Im} \epsilon_d / \text{Re} \epsilon_d \ll 1$.

Выражение (6) для α_M содержит фактор $bd/\lambda^2 \ll 1$, который мал для наноподков, однако вблизи резонанса возможно выполнение соотношения $|\alpha_M| \gg 1$ в оптической и инфракрасной областях спектра, вследствие высокой добротности МПР. Наличие области частот, в которой магнитная поляризуемость α_M отрицательна и велика по абсолютной величине, позволяет создавать оптические метаматериалы с отрицательной магнитной проницаемостью.

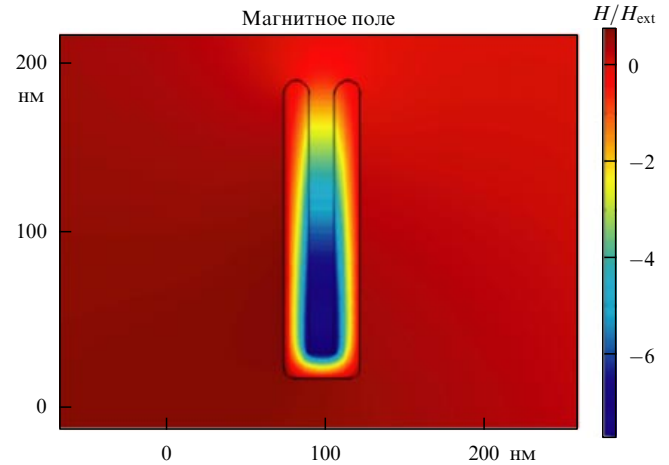


Рис. 5. Магнитный плазмонный резонанс в серебряном нанокопыте, возбуждаемом внешним магнитным полем H_{ext} , направленным перпендикулярно плоскости рисунка. Длина волны внешнего поля $\lambda = 1,5$ мкм, $\epsilon_d = 2$. Магнитное поле H внутри копыта направлено противоположно внешнему полю, что соответствует отрицательной поляризуемости.

Распределение магнитного поля в наноподкове для частоты, близкой к резонансной, показано на рис. 5. Поведение оптической магнитной проницаемости для метаматериала, состоящего из наноподков, показано на рис. 6. Если диэлектрик является активной средой, то при

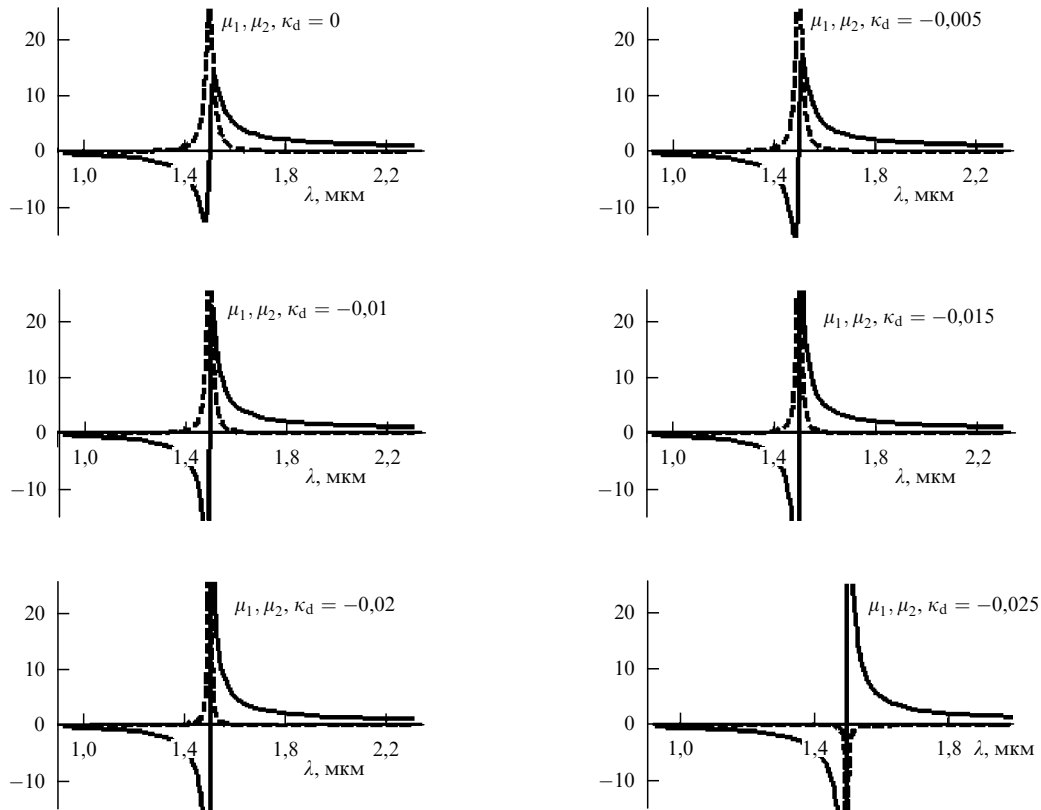


Рис. 6. Эффективная магнитная проницаемость $\mu = \mu_1 + i\mu_2$ метаматериала, изготовленного из серебряных наноподков, помещённых в активную среду, имеющую диэлектрическую проницаемость $\epsilon_d = 4(1 + i\kappa_d)$, где фактор потерь отрицателен, $\kappa < 0$, вследствие накачки среды. При компьютерном моделировании использовались параметры наноподков $a = 300$ нм, $d = 70$ нм, $b = 34$ нм; объёмная концентрация подков $p = 0,3$. Действительная часть магнитной проницаемости μ_1 показана сплошной линией, мнимая часть магнитной проницаемости μ_2 показана штриховой линией. При переходе через значения $\kappa_d = -0,025$ метаматериал теряет устойчивость и начинает лазировать.

накачке безразмерные потери κ_d становятся отрицательными. Происходит компенсация потерь в металле. По мере компенсации потерь за счёт активной среды и уменьшения суммарных потерь $\kappa = \kappa_m + \kappa_d$ линия поглощения (штриховая кривая на рис. 6) сужается. В какой-то момент потери становятся отрицательными, что означает потерю устойчивости. Метаматериал начинает лазеровать.

4. Взаимодействие плазмонов с усиливающей средой и плазмонный нанолазер

Для объяснения природы плазмонного лазерования мы рассмотрим микроскопическую модель [70–72]. При этом уравнения движения выводятся из квантовой механики, но при их решении мы пренебрегаем флуктуациями, рассматривая квантово-механические операторы как комплексные величины. Такое приближение позволяет получить аналитическое решение и провести качественный анализ системы, показанной на рис. 4 и 7.

Гамильтониан наноподковы, взаимодействующей с ДУС, даётся суммой гамильтонианов $H = H_0 + H_{\text{TLS}} + V_{\text{int}} + \Gamma$, где H_0 и H_{TLS} описывают наноподковы и ДУС соответственно, $V_{\text{int}} = -P_2 \langle E_y \rangle S d = -p \langle E_y \rangle N S d$ — оператор усреднённого взаимодействия между ДУС и наноподковой, p — оператор дипольного момента, N — плотность ДУС, находящихся в наноподкове, S — площадь наноподковы, d — расстояние между обкладками, член Γ описывает эффекты диссипации и накачки.

Электроны и связанное с ними электрическое поле осциллируют с частотой ω , близкой к частоте МПР. Эти колебания представляют собой плазмоны в наноподковке. Мы рассматриваем электрический заряд и поле как классические величины.

Введём операторы b и b^+ , которые соответствуют переходу между возбуждённым и основным состояниями ДУС. В этих переменных гамильтониан ДУС имеет вид $H_{\text{TLS}} = \hbar \omega_2 b^+ b$. Тогда как оператор дипольного момента может быть записан в следующем виде:

$$P_2 = P b \exp(-i\omega t) + P^* b^+ \exp(i\omega t), \quad (7)$$

где $P \approx \langle g | r | e \rangle$ — матричный элемент дипольного оператора ДУС. Мы также вводим оператор инверсии $D(t) = n_g(t) - n_e(t)$, где $n_e(t) = b^+ b$ и $n_g(t) = b b^+$ — операторы заселённости верхнего и нижнего уровней соответственно. Мы предполагаем, что ДУС осциллирует между возбуждённым и основным уровнями с частотой ω , которая близка к частоте ω_2 ($\hbar \omega_2$ — разность между энергетическими уровнями ДУС).

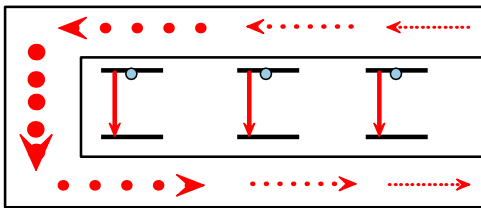


Рис. 7. Плазмон осциллирует в наноподкове (пунктирная линия); при этом его амплитуда увеличивается вследствие взаимодействия с возбуждёнными двухуровневыми системами, которые отдают энергию плазмону.

Используя известные коммутационные соотношения между операторами b , b^+ и $n_{e,g}$, можно вывести уравнения движения Гейзенберга для операторов $i\hbar \dot{b} = [b, H]$ и $i\hbar \dot{D} = [D, H]$. Мы рассматриваем лазерование как процесс колебания электрического заряда в наноподкове даже в отсутствие внешнего магнитного поля. При этом мы полагаем, что это стационарный процесс, т.е. амплитуда колебаний не изменяется со временем. Тогда уравнение для заряда и уравнение для b и D могут быть записаны в следующем виде:

$$(i\delta + \gamma) q_2 - ib = 0, \quad (i\Delta + \Gamma) b - iADq_2 = 0, \quad (8)$$

$$\frac{D - D_0}{\tau} - 2iA(q_2^* b - q_2 b^+) = 0,$$

где $q_2 = q/(SNP)$ — безразмерный электрический заряд, $\delta = 1 - (\omega/\omega_r)^2$, $\gamma = (e_m''/|e_m'|)(\omega/\omega_r)^2 \approx e_m''/|e_m'|$, $\Delta = (\omega_2 - \omega)/\omega_r$ [70–72]; члены с Γ и τ учитывают процессы релаксации дипольного момента и заселённости соответственно. В "лазерной" терминологии — это процессы поперечной и продольной релаксации; D_0 — это то значение заселённости, которое достигалось бы накачкой, если бы ДУС не взаимодействовала с наноподковой. Мы предполагаем, что имеет место инверсия, т.е. $D_0 < 0$. В пренебрежении квантовыми флуктуациями и корреляциями D и b можно считать просто комплексными величинами с заменой $b^+ \rightarrow b^*$. Безразмерная константа

$$A = \frac{4\pi N |P|^2}{\omega_r \hbar n^2} > 0,$$

где N — объёмная плотность ДУС, n — индекс рефракции среды, в которой расположены ДУС, например квантовые точки. Уравнение (8) имеет нетривиальное решение только тогда, когда выполняются условия, которые и являются условиями лазерования:

$$\frac{A}{\Gamma} = -\frac{\delta}{\gamma}, \quad \left(\frac{\delta}{\gamma}\right)^2 + 1 + \frac{AD_0}{\Gamma\gamma} = 0. \quad (9)$$

Первое условие даёт частоту лазерования, которая всегда находится между частотой МПР ω_r и частотой ω_2 резонанса ДУС. Все члены (9) положительны, кроме заселённости во втором условии лазерования. Следовательно, это условие выполняется только в случае инверсии $n_e > n_g$, когда $D_0 < 0$. Согласно определению D_0 не может быть меньше -1 , что соответствует случаю, когда все ДУС находятся в возбуждённом состоянии. Таким образом, мы получаем условие, необходимое для лазерования: $A/(\Gamma\gamma) > 1$. Как только второе условие (9) выполнено, взаимодействие между ДУС и наноподковой приводит к когерентным колебаниям электрического заряда, тока и магнитного момента даже в отсутствие внешнего электромагнитного поля.

Условие лазерования может быть выражено через коэффициент усиления G в активной среде, находящейся в наноподкове. Усиление в среде должно быть настолько велико, чтобы выполнялось неравенство

$$\frac{G\lambda}{2\pi n\gamma} > 1, \quad (10)$$

где $\gamma = e_m''/|e_m'| \ll 1$ — безразмерный фактор потерь в металле, $n \sim 1$ — индекс рефракции.

Заметим, что условие лазерования зависит от усиления в активной среде и потерь в металле. Мы полагаем, что это — универсальное условие для работы плазмонного нанолазера при любой конфигурации металлической наноантенны. Например, серебряная наноантенна будет лазеровать на длине волны 1,5 мкм, если заполняющая её активная среда имеет коэффициент усиления больший, чем $G_c \approx 5 \times 10^3 \text{ см}^{-1}$ на этой частоте.

Рассмотрим теперь воздействие внешнего магнитного поля на работу нанолазера. Высокочастотное магнитное поле возбуждает токи в наноподкове и действует как вынуждающая сила. В отсутствие такой силы плазмонный нанолазер, который должен рассматриваться как нелинейный осциллятор, совершает автоколебания и движется по своему предельному циклу с частотой лазерования, даваемой соотношением (9). Когда мы прикладываем внешнюю силу, плазмонный лазер продолжает двигаться по тому же предельному циклу, но уже с частотой внешней силы. Другими словами, внешняя электромагнитная волна может перестраивать нанолазер. Эта фантастическая возможность нуждается в дальнейшем изучении.

5. Заключение

Мы видим, что метаматериалы открывают новые возможности для разработки различных СВЧ- и оптических устройств. В их число входят фокусирующие системы, нанолазеры, поглотители, резонаторы и многие другие устройства. Разработка новых электромагнитных материалов, начинающаяся с конструирования элементарной ячейки с заранее заданными свойствами, которые могут и не встречаться в природе, — это новая технология, открывающая уникальные перспективы. Спектр потенциальных применений метаматериалов, обсуждающийся в современной литературе, простирается от уникальных датчиков комбинационного рассеяния до создания шапок- и ковров-невидимок. Более того, в последнее время получили развитие работы по созданию и исследованию механических (например, акустических) метаматериалов. Следует, тем не менее, подчеркнуть, что, несмотря на весь прогресс, достигнутый в экспериментальных и теоретических исследованиях, пока не создано коммерчески успешных метаматериалов или устройств на их основе. Частично это связано с проблемой потерь, обсуждавшейся в разделах 2 и 3. Мы пытались показать, что физика метаматериалов очень интересна не только благодаря своим захватывающим потенциальным приложениям, но и сама по себе, и многие принципиальные вопросы остаются открытыми.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ 09-02-01519.

Список литературы

- Lamb H *Proc. London Math. Soc. Ser. 2* **1** 473 (1904)
- Schuster A, Sir *An Introduction to the Theory of Optics* (London: E. Arnold, 1904) p. 313
- Pocklington H C *Nature* **71** 607 (1905)
- Мандельштам Л И *Лекции по оптике, теории относительности и квантовой механике* (М.: Наука, 1972) с. 431, лекция прочитана 5.V.1944
- Агранович В М, Гартштейн Ю Н *УФН* **176** 1051 (2006) [Agranovich V M, Gartstein Yu N *Phys. Usp.* **49** 1029 (2006)]
- Сивухин Д В *Оптика и спектроскопия* **3** 308 (1957)
- Beselaro V G *УФН* **92** 517 (1967) [Veselago V G *Sov. Phys. Usp.* **10** 509 (1968)]
- Pendry J B *Phys. Rev. Lett.* **85** 3966 (2000)
- Lagarkov A N, Kissel V N, in *Proc. of the 2nd Intern. Conf. on Materials for Advanced Technologies, Sym. F: Electromagnetic Materials, SUNTEC, Singapore, 7–12 December 2003* (Eds Lim Hock et al.) (Singapore: World Scientific, 2003) p. 157
- Lagarkov A N, Kissel V N *Phys. Rev. Lett.* **92** 077401 (2004)
- Schellkunoff S A, Friis H T *Antennas: Theory and Practice* (New York: Wiley, 1952)
- Антонов А С и др. *Электрические и магнитные свойства перколяционных систем* (Под ред. А Н Лагарькова) (М.: ИВТАН, 1990)
- Lagarkov A N, Panina L V, Sarychev A K, Smychkovich Y R, presented at the 1990 MRS Spring Meeting Symp., April 16–21, 1990, San Francisco, Calif., S 9.3 (1990)
- Kolesnikov A N et al., in *Optical and Electrical Properties of Polymers* No. 214 (Eds J A Emerson, J M Torkelson) (Pittsburgh: Material Research Society, 1991) p. 119
- Lagarkov A N et al. *J. Electromagn. Waves Appl.* **6** 1159 (1992)
- Lagarkov A N, Sarychev A K *Phys. Rev. B* **53** 6318 (1996)
- Lagarkov A N et al. *Electromagnetics* **17** 213 (1997)
- Fang N, Zhang X *Appl. Phys. Lett.* **82** 161 (2003)
- Smith D R et al. *Appl. Phys. Lett.* **82** 1506 (2003)
- Ong C K, Rao X S, in *Proc. of the 2nd Intern. Conf. on Materials for Advanced Technologies, Sym. F: Electromagnetic Materials, SUNTEC, Singapore, 7–12 December 2003* (Eds Lim Hock et al.) (Singapore: World Scientific, 2003) p. 123
- Rao X S, Ong C K *Phys. Rev. E* **68** 067601 (2003)
- Kissel V N, Lagarkov A N *Proc. of the 2nd Intern. Conf. on Materials for Advanced Technologies, Sym. F: Electromagnetic Materials, SUNTEC, Singapore, 7–12 December 2003* (Eds Lim Hock et al.) (Singapore: World Scientific, 2003) p. 145
- Лагарьков А Н, Кисель В Н *Докл. РАН* **394** 40 (2004) [Lagarkov A N, Kissel V N *Dokl. Phys.* **49** 5 (2004)]
- Podolskiy V A, Narimanov E E *Opt. Lett.* **30** 75 (2005)
- Виноградов А П, Махновский Д П, Розанов К Н *Радиотехн. и электрон.* **44** 341 (1999) [Vinogradov A P, Makhnovskii D P, Rozanov K N *J. Commun. Technol. Electron.* **44** 317 (1999)]
- Liu L et al. *Electromagnetics* **25** 69 (2005)
- Kissel V N, Lagarkov A N *Phys. Rev. B* **72** 085111 (2005)
- Lagarkov A N, Kissel V N *Physica B* **394** 163 (2007)
- Cui T J et al. *Phys. Lett. A* **323** 484 (2004)
- Pendry J B et al. *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.* **47** 2075 (1999)
- Sarychev A K, Shalaev V M *Electrodynamics of Metamaterials* (Singapore: World Scientific, 2007)
- Sarychev A K, Shalaev V M *Phys. Rep.* **335** 275 (2000)
- Батыгин В В, Топтыгин И Н *Сборник задач по электродинамике 2-е изд.* (М.: Наука, 1970) [Batygin V V, Toptygin I N *Problems in Electrodynamics* 2nd ed. (London: Academic Press, 1978)]
- Shalaev V M et al. *Opt. Lett.* **30** 3356 (2005)
- Drachev V P et al. *Laser Phys. Lett.* **3** 49 (2006)
- Zhang S et al. *Phys. Rev. Lett.* **95** 137404 (2005)
- Sarychev A K, Shalaev V M *Proc. SPIE* **5508** 128 (2004)
- Dolling G et al. *Opt. Lett.* **31** 1800 (2006)
- Dolling G et al. *Science* **312** 892 (2006)
- Dolling G et al. *Opt. Lett.* **32** 53 (2007)
- Klar T A et al. *IEEE J. Select. Topics Quantum Electron.* **12** 1106 (2006)
- Shalaev V M *Nature Photon.* **1** 41 (2007)
- Valentine J et al. *Nature* **455** 376 (2008)
- Grigorenko A N et al. *Nature* **438** 335 (2005)
- Kildishev A V et al. *Opt. Lett.* **32** 1510 (2007)
- Dimmock J *Opt. Express* **11** 2397 (2003)
- Zhou J et al. *Phys. Rev. Lett.* **95** 223902 (2005)
- Jacob Z, Alekseyev L V, Narimanov E *Opt. Express* **14** 8247 (2006)
- Salandrino A, Engheta N *Phys. Rev. B* **74** 075103 (2006)
- Goyadinov A A, Podolskiy V A *Phys. Rev. B* **73** 155108 (2006)
- Liu Z et al. *Science* **315** 1686 (2007)
- Smolyaninov I I, Hung Y-J, Davis C C *Science* **315** 1699 (2007)
- Pendry J B, Schurig D, Smith D R *Science* **312** 1780 (2006)
- Leonhardt U *Science* **312** 1777 (2006)

55. Li J, Pendry J B *Phys. Rev. Lett.* **101** 203901 (2008)
56. Ma Y G et al. *Nature Mater.* **8** 639 (2009)
57. Ландау Л Д, Лифшиц Е М, Питаевский Л П *Электродинамика сплошных сред* (М.: Физматлит, 2001) [Landau L D, Lifshitz E M, Pitaevskii L P *Electrodynamics of Continuous Media* (Oxford: Pergamon Press, 1984)]
58. Bergman D J, Stockman M I *Phys. Rev. Lett.* **90** 027402 (2003)
59. Коган Б Я, Волков В М, Лебедев С А *Письма в ЖЭТФ* **16** 144 (1972) [Kogan B, Volkov V, Lebedev S *JETP Lett.* **16** 100 (1972)]
60. Plotz G, Simon H J, Tucciarone J M *J. Opt. Soc. Am.* **69** 419 (1979)
61. Сударкин А Н, Демкович П А *ЖТФ* **59** (7) 86 (1989) [Sudarkin A, Demkovich P *Sov. Phys. Tech. Phys.* **34** 764 (1989)]
62. Tredicucci A et al. *Appl. Phys. Lett.* **76** 2164 (2000)
63. Avrutsky I *Phys. Rev. B* **70** 155416 (2004)
64. Ramakrishna S A, Pendry J B *Phys. Rev. B* **67** 201101 (2003)
65. Lawandy N M et al. *Nature* **368** 436 (1994)
66. Lawandy N M *Appl. Phys. Lett.* **85** 5040 (2004)
67. Lawandy N M *Proc. SPIE* **5924** 59240G (2005)
68. Protsenko I E et al. *Phys. Rev. A* **71** 063812 (2005)
69. Sarychev A K, Shvets G, Shalaev V M *Phys. Rev. E* **73** 036609 (2006)
70. Sarychev A K, Tartakovsky G *Proc. SPIE* **6320** 63200A (2006)
71. Sarychev A K, Tartakovsky G *Phys. Rev. B* **75** 085436 (2007)
72. Sarychev A K, Pukhov A A, Tartakovsky G, in *Progress in Electromagnetics Research Symp. (PIERS), August 27–30, 2007, Prague, Czech Republic* (2007) p. 95; *PIERS Online* **3** 1264 (2007)

PACS numbers: **02.70.** – с, 42.25.Fx, 42.70.Qs

DOI: 10.3367/UFNr.0179.2009091.1027

Применение метода матрицы рассеяния для расчёта оптических свойств метаматериалов

Н.А. Гиппиус, С.Г. Тиходеев

В докладе рассматривается применение формализма матрицы рассеяния для расчёта собственных частот, радиационных ширин и распределения полей квазиволноводных мод в фотонно-кристаллических слоях (ФКС) с конечной толщиной.

В настоящее время исследуются одномерно-периодические (1D) или двумерно-периодические (2D) слои фотонных кристаллов, вертикальная геометрия которых может быть произвольно сложной [1–3]. Такие ФКС оказались весьма интересными и перспективными структурами: они могут быть изготовлены современными методами послойной литографии; их оптические свойства представляют практический интерес в связи с потенциальной интегрируемостью с микроэлектроникой.

Здесь следует отметить, что фотонно-кристаллические слои являются, по существу, дифракционными решётками. Дифракционные решётки играют чрезвычайно важную роль в оптике и её приложениях. Поэтому их история, конечно, является значительно более старой, чем термин "фотонный кристалл".

Первая дифракционная решётка была создана и исследована американским астрономом Д. Риттенхаусом в 1786 г. [4]. (Любопытная история создания первой дифракционной решётки изложена в заметке [5].) Однако это открытие осталось незамеченным, и создателем дифракционной решётки (в 1821 г.) в большинстве курсов оптики и энциклопедий считается Фраунгофер [6]. В 1902 г. Вуд [7] экспериментально обнаружил узкочастотные особенности в спектрах отражения металлических дифракционных решёток, называемые с тех пор аномалиями Вуда. Различают два типа аномалий Вуда.

Дифракционные аномалии, или аномалии Рэлея [8], возникают при открытии (с возрастанием частоты падающего света) новых дифракционных каналов; пороговая частота открытия канала характеризуется тем, что возникающий дифрагированный луч параллелен поверхности решётки (см. также работу [9]). Резонансные аномалии связаны с возбуждением резонансных мод в решётке: поверхностных плазмонов, квазиволноводных (Фабри – Перо) мод — в зависимости от типа структуры. Качественные закономерности поведения таких резонансов впервые были проанализированы, насколько нам известно, Фано [10]. Спустя 20 лет Фано в знаменитой работе [11] проанализировал общие закономерности поведения дискретного уровня на фоне континуума; возникающие несимметричные резонансы теперь принято называть резонансами Фано. Резонансные аномалии Вуда относятся как раз к такому типу резонансов.

В связи с важностью эффекта резонансного оптического отклика дифракционных решёток для множества приложений, включая, например, лазеры с распределённой обратной связью, оптические фильтры и поляризаторы, этой теме было посвящено огромное количество исследований. В основе большинства методов лежит разложение рассеянного поля дифракционной решётки по пространственным фурье-гармоникам (плоским волнам), впервые предложенное Рэлеем [8]. После создания компьютеров были развиты весьма мощные методы расчёта оптических спектров произвольно сложных дифракционных решёток. Отметим в связи с этим важную работу Хесселя и Олинера [12], развитие формализма матрицы рассеяния в работах Невьера [13, 14]. Мощные методы расчёта были развиты Шестопаловым [15] и Никольским [16], но, к сожалению, они практически не известны современным исследователям, работающим в этой области.

Удобный метод построения матрицы рассеяния для 1D- или 2D-ФКС с произвольно сложной структурой поперёк слоя был развит в работах [17, 18]. Авторы распространили на электродинамику метод построения матрицы рассеяния [19] для расчёта электронного туннелирования в сложных гетероструктурах. Метод матрицы рассеяния позволяет эффективно устранить численные неустойчивости, возникающие в методе матриц переноса из-за наличия экспоненциально убывающих и экспоненциально возрастающих линейно независимых решений. Этот метод позволяет построить матрицу рассеяния на плоскости комплексной частоты [20] и развить эффективные приближённые описания фотонных резонансов в таких структурах.

Необходимо отметить, что применение метода матрицы рассеяния для метаматериалов представляет определённые сложности вследствие плохой сходимости рядов Фурье для металло-диэлектрических структур. В последнее время нам удалось значительно улучшить сходимость метода [21], используя правила факторизации Ли [22] и метод адаптивного пространственного разрешения Гране [23], дополнив последние специальным криволинейным преобразованием координат, согласованным с формой интерфейса металл – диэлектрик.

Моды в плоском волноводе, как известно, имеют действительные собственные энергии Ω , а соответствующие распределения полей являются локализованными вблизи волноводного слоя и экспоненциально затухают

вне волновода. Однако в случае периодической модуляции волновода происходит связывание мод с континуумом в вакууме и подложке и у квазиволноводных мод появляется конечная радиационная ширина. Только волноводные моды с энергиями, меньшими всех дифракционных порогов, остаются незатухающими [24]. Пространственные распределения электромагнитных полей квазиволноводных мод, рассчитанные при собственной комплексной частоте моды, оказываются экспоненциально расходящимися при $z \rightarrow \pm\infty$. Хотя, на первый взгляд, такие решения представляются лишёнными физического смысла, детальный анализ показывает, что это не так [15, 25]. Эти нарастающие при $z \rightarrow \pm\infty$ решения имеют физический смысл затухающих во времени собственных колебаний поля в волноводе, причём распространяющиеся в вакуум и подложку решения оказываются конечными, так как их экспоненциальное пространственное возрастание оказывается скомпенсированным затухающим во времени распадом собственной моды $\exp(-|\operatorname{Im} \Omega| t)$. Пространственно-временная зависимость решения, пропорциональная $\exp[|\operatorname{Im} \Omega|(z - ct)/c]$, описывает распространение фронта затухающего во времени решения.

В теории дифракционных решёток традиционным является построение матрицы рассеяния как функции комплексной постоянной распространения [13, 14], а не комплексной частоты [15]. Сторонники такого подхода полагают, что, поскольку матрица рассеяния на плоскости комплексной частоты приводит к "нефизическим" экспоненциально возрастающим в пространстве решениям, этот метод является математически противоречивым. Такие нарастающие решения известны со времени работы Томсона [26], вычислившего излучение идеально проводящей сферы. (При этом почему-то не замечается то, что и при построении матрицы рассеяния как функции комплексной постоянной распространения такие экспоненциально возрастающие решения возникают с неизбежностью.) Это кажущееся математическое противоречие снимается при переходе к нестационарному рассеянию, например распаду: экспоненциальное нарастание по мере удаления от системы обрезается экспоненциально убывающим временным множителем, в итоге возникает движение распадного фронта с ограниченной амплитудой. Отметим также, что существенным преимуществом построения матрицы рассеяния на комплексной плоскости частоты является возможность использования соотношений причинности.

Собственные моды линейной системы являются нетривиальными решениями уравнения

$$\mathbf{B}_{\text{out}} = S(\omega, \mathbf{k}) \mathbf{B}_{\text{in}}, \quad (1)$$

соответствующими нулевому вектору амплитуд входящих волн \mathbf{B}_{in} . Для того чтобы найти собственные частоты системы, необходимо определить матрицу рассеяния на комплексной плоскости. Принцип причинности обеспечивает отсутствие особенностей у матрицы рассеяния в верхней полуплоскости комплексных частот ω , однако S -матрица может иметь полюсы при $\omega = \Omega - i\gamma$, $\gamma \geq 0$, в том числе на действительной оси. Такие полюсы соответствуют распаду моды во времени $\propto \exp(-i\Omega t - \gamma t)$ при $t \rightarrow \infty$, и γ определяет их обратное время жизни. При $0 < \gamma \ll \Omega$ этим модам соответствуют резкие изменения в

спектрах пропускания фотонно-кристаллической структуры и сильное резонансное увеличение поля вблизи неё.

Для каждого заданного значения волнового вектора в плоскости \mathbf{k} S -матрица (1) как функция ω на комплексной плоскости может быть задана аналитическим продолжением с действительной оси ω , на которой она определяется однозначно [20]. Важно отметить, что аналитическое продолжение S -матрицы с действительной оси ω в нижнюю полуплоскость зависит от выбора отрезка оси, ограниченного точками открытия дифракционных каналов, с которого оно производится. Рассмотрим этот вопрос подробнее.

Двумерная дифракционная решётка связывает падающую электромагнитную волну с частотой ω и волновым вектором $\mathbf{k} = (k_x, k_y, k_z)$,

$$k_x = \frac{\omega}{c} \sin \vartheta \cos \varphi, \quad k_y = \frac{\omega}{c} \sin \vartheta \sin \varphi, \quad k_z = \frac{\omega}{c} \cos \vartheta, \quad (2)$$

со всеми брэгговскими гармониками на той же частоте ω и с волновыми векторами

$$\mathbf{k}_{\mathbf{G},a}^{\pm} = (k_{x,\mathbf{G}}, k_{y,\mathbf{G}} \pm k_{z,\mathbf{G},a}), \quad (3)$$

где

$$k_{x,\mathbf{G}} = k_x + G_x, \quad k_{y,\mathbf{G}} = k_y + G_y, \quad (4)$$

$$k_{z,\mathbf{G},a} = \sqrt{\frac{\omega^2 \varepsilon_a}{c^2} - (k_x + G_x)^2 - (k_y + G_y)^2}, \quad (5)$$

$a = v$ в вакууме ($\varepsilon_v = 1$) и $a = s$ в подложке,

$$\mathbf{G} = \frac{2\pi}{d} (g_x, g_y, 0), \quad g_{x,y} = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (6)$$

являются векторами обратной 2D-решётки. В дальнейшем используется следующее правило выбора знака квадратного корня: $\operatorname{Re} \sqrt{A} \geq 0$ для всех комплексных A , и $\operatorname{Im} \sqrt{B} > 0$ для $\operatorname{Im} B = 0$, $\operatorname{Re} B < 0$.

Для прозрачной непоглощающей подложки $\operatorname{Im} \varepsilon_s = 0$. При этом условии брэгговские гармоники (3) являются в зависимости от частоты падающего света ω (действительное число) или распространяющимися ($\operatorname{Im}(k_{z,\mathbf{G}}) = 0$), или экспоненциальными ($\operatorname{Re}(k_{z,\mathbf{G}}) = 0$). В дальнейшем гармоники, которые экспоненциально нарастают (затухают) при удалении от фотонно-кристаллического слоя, будут именоваться экспоненциальными (нарастающими или затухающими). Их не следует путать с затухающими решениями для двумерного фотонного кристалла внутри запрещённой зоны. Если $k_{z,\mathbf{G},a}^2 > 0$, $a = v, s$, то соответствующие гармоники являются незатухающими распространяющимися решениями в вакууме и подложке. В случае $k_{z,\mathbf{G},v}^2 < 0$ и $k_{z,\mathbf{G},s}^2 > 0$ гармоники являются экспоненциальными в вакууме и распространяющимися в подложке. Наконец, если $k_{z,\mathbf{G},a}^2 < 0$, то соответствующие гармоники являются экспоненциальными с обеих сторон фотонно-кристаллического слоя.

Таким образом, $k_{\mathbf{G},v}^+$ - и $k_{\mathbf{G},s}^-$ -гармоники на действительной оси ω , в зависимости от того, открыт или не открыт дифракционный канал, соответствующий вектору \mathbf{G} обратной решётки, представляют собой решения либо распространяющиеся в сторону фотонно-кристаллического слоя, либо экспоненциально возрастающие по мере удаления от него. Они образуют набор "сходящихся" волн.

На комплексной плоскости ω для "распространяющихся" гармоник, т.е. для $\text{Re} k_{z,G,a}^2 > 0$, стандартное определение комплексного корня в (5) имеет разрез под отрицательной действительной полуосью (т.е. при $\text{Re} k_{z,G,a}^2 < 0$) и осуществляет аналитическое продолжение $k_{z,G,a}^2$ в нижнюю полуплоскость, когда $k_{z,G,a}^2$ пересекает *положительную* действительную полуось, т.е. для открытых дифракционных каналов.

Однако такой разрез будет препятствовать аналитическому продолжению $k_{z,G,a}^2$ в нижнюю полуплоскость для закрытых дифракционных каналов. Поэтому для них необходимо выбрать разрез в определении квадратного корня по-другому, например провести разрез под *положительной* действительной осью, как это всегда делается в теории резонансов.

Поскольку вопрос о том, положительную или отрицательную действительную полуось пересекает $k_{z,G,a}^2$ при сдвиге ω в нижнюю комплексную полуплоскость, эквивалентен вопросу о том, открыт или не открыт G -дифракционный канал при данной энергии, выбор определений разрезов квадратного корня ограничивается сегментом действительной оси энергий, заключённым между соседними дифракционными порогами.

Распределение амплитуд исходящих волн может быть найдено из решения однородной линейной системы

$$RX = 0, \quad (7)$$

где $R \equiv S^{-1}$. Как хорошо известно, однородная система уравнений имеет нетривиальное решение только тогда, когда её определитель равен нулю. Поэтому, как правило, для нахождения дисперсионных кривых решаются скалярные уравнения, эквивалентные условию равенства нулю определителя обратной матрицы рассеяния как функции ω и \mathbf{k} . Однако при численных расчётах гораздо удобнее использовать метод линеаризации обратной матрицы рассеяния (вариант многомерного ньютоновского алгоритма), заключающийся в следующем.

Вместо того, чтобы решать *нелинейное* по частоте дисперсионное уравнение

$$\det R(\omega, \mathbf{k}) = 0, \quad (8)$$

которое даёт спектры собственных мод $\omega(k)$ для линейной системы (7), следует вычислить в некоторой точке ω_0 (скажем, в точке, где получается какое-то состояние в приближении пустой решётки) обратную матрицу рассеяния и её производную по энергии:

$$R_0 = R(\omega_0), \quad R'_0 = \left. \frac{\partial R}{\partial \omega} \right|_{\omega=\omega_0}. \quad (9)$$

Тогда

$$R(\omega) \approx R_0 + (\omega - \omega_0) R'_0 \quad (10)$$

и вместо решения системы (7) можно в качестве первой итерации найти нетривиальные решения для линейной аппроксимации обратной S -матрицы (10):

$$(R_0 + (\omega - \omega_0) R'_0) X = 0. \quad (11)$$

Последнее уравнение, как видно, эквивалентно *линейной* задаче о собственных значениях

$$-(R'_0)^{-1} R_0 X = (\omega - \omega_0) X. \quad (12)$$

Вычислительные затраты на решение этой линейной задачи, как правило, меньше, чем на расчёт самой обратной матрицы рассеяния R . В результате находятся $4N_g$ собственных значений δ_j , которые дают приближённые значения для решений уравнения (7): $\Omega_j = \omega_0 + \delta_j$. Эти приближения тем точнее, чем ближе они к точке линейного разложения ω_0 , т.е. чем меньше δ_j .

Выбор точки линейного разложения для следующей итерации зависит от того, какую моду мы ищем и соответственно к какому из приближённых решений следует сдвигаться. Оказывается, что уже *трёх* итераций, как правило, достаточно для нахождения ближайшего собственного значения с относительной точностью лучшей, чем 10^{-5} .

Преимущества такого метода очевидны: вместо многократного громоздкого вычисления S -матрицы и поиска нулей нелинейной скалярной функции энергии $\det R(\omega, \mathbf{k})$, не содержащей информации о структуре моды, может осуществляться поиск с учётом структуры приближённых мод, который допускает практически полную автоматизацию.

Кроме того, "удалённые" собственные значения Ω_j и соответствующие векторы X_j позволяют судить о качественной структуре спектра и симметрии резонансных состояний, так как описанная процедура сохраняет все симметричные свойства S -матрицы.

Если X и Δ — собственные векторы и значения матрицы $-(R'_0)^{-1} R_0$, то по определению

$$-(R'_0)^{-1} R_0 X = X \Delta. \quad (13)$$

Выразив отсюда

$$R_0 = -R'_0 X \Delta X^{-1} \quad (14)$$

и подставив это выражение в (10), получим приближения для $R(\omega)$:

$$R(\omega) \approx R'_0 X (\omega - \omega_0 - \Delta) X^{-1}, \quad (15)$$

и для матрицы $S(\omega) = R^{-1}(\omega)$:

$$S(\omega) \approx X (\omega - \omega_0 - \Delta)^{-1} (R'_0 X)^{-1}. \quad (16)$$

Если теперь в качестве ω_0 выбрать найденную энергию резонанса кратностью n , то первые n значений $\Delta_{i,i}$ обратятся в нуль и соотношение (16) позволит явно выделить резонансную особенность в матрице рассеяния.

В заключение отметим, что в случае, когда аналитическое продолжение S -матрицы в нижнюю полуплоскость с выбранного сегмента действительной оси ω имеет полюсы, расстояния от которых до дифракционных порогов больше расстояния до действительной оси, при анализе оптических свойств системы в этом интервале энергий достаточно рассмотреть только аналитическое продолжение S -матрицы с выбранного сегмента. Например, в [27] этот подход был применён для анализа проявления симметрии ячейки в резонансных особенностях в спектрах отражения фотонно-кристаллических слоёв. Для иллюстрации возможности этого метода расчёта на рисунке показаны энергии и добротности квазиволноводных мод фотонно-кристаллического слоя, схематически изображённого на вставке рис. б (см. также

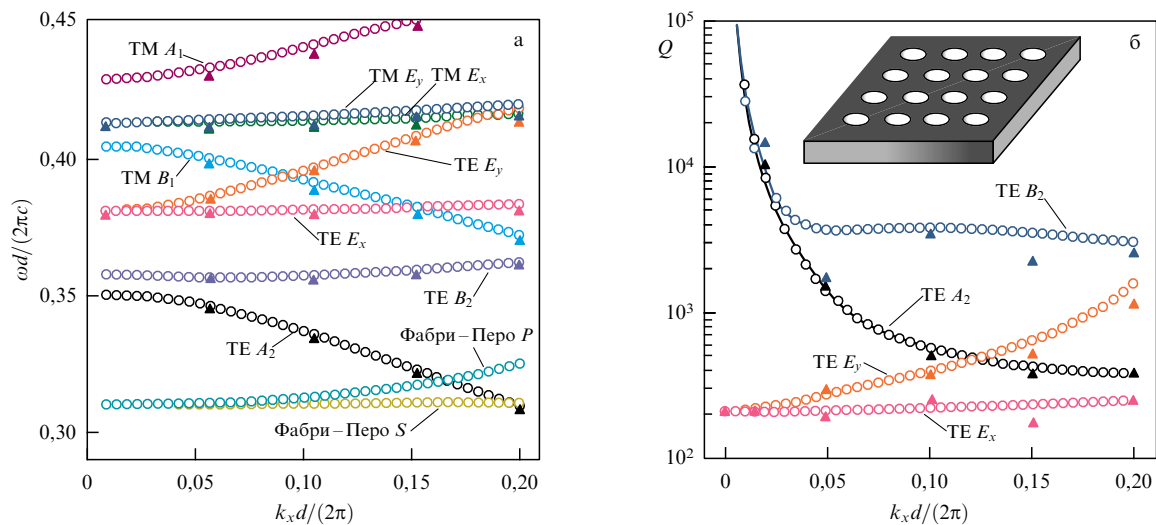


Рис. Энергии (а) и добротности (б) квазиволноводных мод фотонно-кристаллического слоя, схематически представленного на вставке рис. б. Кругами показаны результаты расчёта описанным здесь методом линеаризации матрицы рассеяния, треугольниками — результаты вычислений методом конечных разностей во временной области (FDTD — Finite-Difference Time-Domain) [28].

[29]). С другой стороны, вблизи частоты отсечки квазиволноводной моды полюсы матрицы рассеяния подходят близко к дифракционным порогам и начинают проявляться в спектральной зависимости элементов S -матрицы на соседних сегментах действительной оси ω . Такое поведение впервые было проанализировано в [30].

Таким образом, мы продемонстрировали весьма эффективный метод расчёта собственных частот, радиационных ширин и распределения полей квазиволноводных мод в фотонно-кристаллических слоях с конечной толщиной, основанный на формализме матрицы плотности.

Работа частично поддержана грантами РФФИ и Президиума и ОФН РАН.

Список литературы

1. Zengerle R J. *Mod. Opt.* **34** 1589 (1987)
2. Labilloy D et al. *Phys. Rev. Lett.* **79** 4147 (1997)
3. Astratov V N et al. *Phys. Rev. B* **60** R16255 (1999)
4. Rittenhouse D. *Trans. Am. Philos. Soc.* **2** 202 (1786)
5. Багбая И Д. *УФН* **108** 335 (1972) [Bagbaya I D. *Sov. Phys. Usp.* **15** 660 (1973)]
6. Fraunhofer J. *Denkschr. König Akad. Wiss. München* **8** 1 (1821–1822)
7. Wood R W. *Philos. Mag.* **4** 396 (1902)
8. Lord Rayleigh. *Philos. Mag.* **14** 60 (1907)
9. Болотовский Б М, Лебедев А Н. *ЖЭТФ* **53** 1349 (1967) [Boltovskii B M, Lebedev A N. *Sov. Phys. JETP* **26** 784 (1968)]
10. Fano U. *J. Opt. Soc. Am.* **31** 213 (1941)
11. Fano U. *Phys. Rev.* **124** 1866 (1961)
12. Hessel A, Oliner A A. *Appl. Opt.* **4** 1275 (1965)
13. Nevière M, in *Electromagnetic Theory of Gratings* (Ed. R Petit) (Berlin: Springer-Verlag, 1980) Ch. 5, p. 123
14. Nevière M et al. *Electromagnetic Resonances in Nonlinear Optics* (Amsterdam: Gordon and Breach Sci. Publ., 2000)
15. Шестопапов В П и др. *Резонансное рассеяние волн*. Т. 1. Дифракционные решетки (Киев: Наукова думка, 1986)
16. Никольский В В, Никольская Т И. *Декомпозиционный подход к задачам электродинамики* (М.: Наука, 1983)
17. Ager C D, Hughes H P. *Phys. Rev. B* **44** 13452 (1991)
18. Whittaker D M, Culshaw I S. *Phys. Rev. B* **60** 2610 (1999)
19. Ko D Y K, Inkson J C. *Phys. Rev. B* **38** 9945 (1988)
20. Tikhodeev S G et al. *Phys. Rev. B* **66** 045102 (2002)
21. Weiss T et al. *Opt. Express* **17** 8051 (2009)
22. Li L J. *Opt. Soc. Am. A* **13** 1870 (1996)
23. Granet G J. *Opt. Soc. Am. A* **16** 2510 (1999)
24. Johnson S G et al. *Phys. Rev. B* **60** 5751 (1999)
25. Базь А И, Зельдович Я Б, Переломов А М. *Рассеяние, реакции и распады в нерелятивистской квантовой механике* (М.: Наука, 1966) [Baz' A I, Zel'dovich Ya B, Perelomov A M. *Scattering, Reactions and Decay in Nonrelativistic Quantum Mechanics* (Jerusalem: Israel Program for Scientific Translations, 1969)]
26. Thomson J J. *London Math. Soc. Proc.* **15** 197 (1884)
27. Gippius N A, Tikhodeev S G, Ishihara T. *Phys. Rev. B* **72** 045138 (2005)
28. Fan S, Joannopoulos J. *Phys. Rev. B* **65** 235112 (2002)
29. Tikhodeev S G et al. *Phys. Status Solidi C* **2** 795 (2005)
30. Lampariello P, Frezza F, Oliner A A. *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.* **38** 1831 (1990)