Июнь 2009 г. **УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК** *Том 179, № 6*

МЕТОДИЧЕСКИЕ ЗАМЕТКИ

Перенос энергии, импульса и массы при распространении электромагнитной волны в среде с отрицательным преломлением

В.Г. Веселаго

Рассмотрен вопрос об импульсе фотона, распространяющегося в преломляющей среде, в частности, в среде с отрицательным показателем преломления. Показано, что в этом случае соотношеия $P = \hbar k$ и $\Delta M = E/c^2$ не могут быть реализованы одновременно. Показано также, что в среде с отрицательным преломлением световое давление заменяется на световое притяжение. Указано, что тензор энергии-импульса в форме Абрагама по сути дела не является тензором, так как не является релятивистски инвариантным.

PACS numbers: 03.50.De, 41.20.Jb, 42.25.Bs DOI: 10.3367/UFNr.0179.200906j.0689

Содержание

1. Введение

Возможность реализации отрицательного показателя преломления n поставила вопрос о применимости этой величины в тех формулах физики, которые справедливы для положительных n. Легко показать, что простая подстановка отрицательных значений n в некоторые общеизвестные формулы электродинамики и оптики часто приводит к грубым ошибкам [1, 2]. В случае, когда $n < 0$ и, тем самым, фазовая и групповая скорости антипараллельны, надо быть очень осторожными и при использовании некоторых других формул, в которые n непосредственно не входит. Это относится, в частности, к общеизвестной формуле $P = \hbar k$, связывающей величину импульса фотона с его волновым вектором. Очевидно, что в случае противоположной направленности фазовой и групповой скорости, когда волновой вектор k отрицателен, указанная формула даёт отрицательное значение импульса фотона и, тем самым, при поглощении или отражении света внутри среды с отрицательным показателем преломления световое давление должно заменяться световым притяжением [2–4]. Такое достаточно сильное утверждение требует тщательного обоснования и анализа его последствий. Это тем более необходимо, что, как ни странно, величина импульса фотона даже в обычном веществе с положительным n до сих пор иногда является предметом дискуссий. По этому вопросу существует обширная литература, в том числе отечественная [5–9]. Современная библиография по данной теме приведена, в частности, в недавней статье [10] и обзоре [11].

Вопрос о направлении и величине импульса поля в веществе тесно связан с более общим вопросом о переносе энергии, импульса и массы при распространении поля в веществе. В частности, необходимо определить, чему равна масса, переносимая от излучателя к приёмнику, если пространство между ними заполнено не вакуумом, а средой, в которой распространяющееся излучение характеризуется фазовой v_{ph} и групповой v_{gr} скоростями, отличными от скорости света в вакууме c. При этом мы считаем, что среда обладает некоторой частотной дисперсией и в общем случае $v_{\mathrm{ph}} \neq v_{\mathrm{gr}}$, но мы работаем вдали от линий поглощения, так что дисперсия не является слишком сильной, и само понятие групповой скорости не теряет своего обычного смысла.

2. Распространение импульса света в вакууме

Известно, что если пространство между излучателем и приёмником заполнено вакуумом, то перенос между ними электромагнитного излучения с энергией E и

В.Г. Веселаго. Институт общей физики им. А.М. Прохорова РАН, ул. Вавилова 38, 119991 Москва, Российская Федерация
Тел. (499) 135-84-45
E-mail: v.veselago@relcom.ru
Московский физико-технический институт (государственный университет), Институтский пер. 9, 141700 г. Долгопрудный, Московская обл., Российская Федерация

Статья поступила 26 декабря 2008 г., после доработки 22 апреля 2009 г.

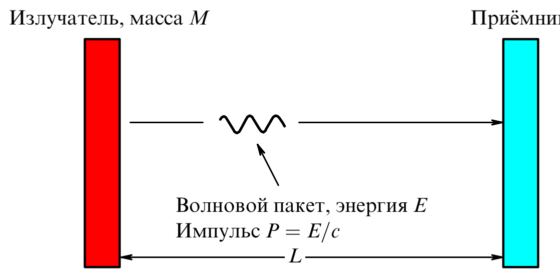

Рис. 1. Перенос волнового пакета от излучателя к приёмнику в вакууме.

импульсом

$$P = \frac{E}{c} \tag{1}$$

сопровождается также переносом массы ΔM, равной

$$\Delta M = \frac{E}{c^2} \,. \tag{2}$$

Это соотношение легко получить при рассмотрении рис. 1, следуя работе [12].

Действительно, излучатель с массой M при испускании волнового пакета (фотона, импульса света) с энергией E и импульсом P приобретает за счёт отдачи направленную влево скорость

$$v = \frac{P}{M} = \frac{E}{Mc} \,. \tag{3}$$

Волновой пакет достигает приёмника за время

$$t = \frac{L}{c} \,, \tag{4}$$

а излучатель передвигается за это время влево на расстояние

$$\Delta x = tv = \frac{LE}{Mc^2} \,. \tag{5}$$

При этом требование неподвижности центра инерции всей системы приводит к соотношению

$$\Delta x M = \frac{LE}{c^2} \,. \tag{6}$$

Это соотношение можно интерпретировать как тот факт, что при переносе от излучателя к приёмнику энергии E излучатель теряет, а приёмник приобретает массу ΔM, равную, в соответствии с (2), E/c^2. Уместно подчеркнуть, что при этом масса самого фотона при данной геометрии остаётся равной нулю [13].

3. О понятии импульса поля в веществе

В данном рассмотрении нужно обратить внимание на ещё одно обстоятельство. В знаменатель правой части формулы (2) два раза входит величина c. Численно она равна скорости света, но не совсем ясно, какова роль этих двух величин в формуле (2). Может быть, c^2 — это просто численный множитель, который выравнивает размерности правой и левой частей (2). А может быть, этот множитель имеет какое-то более чёткое физическое содержание. Нетрудно показать, что справедливо именно второе предположение. Для того, чтобы в этом убедиться, достаточно проследить, откуда пришли две величины c в формулу (2). Очевидно, что один множитель c пришёл в знаменатель правой части (2) из соотношения (1), а второй множитель пришёл из (4). Но очевидно также, что множитель c в (1) имеет смысл фазовой скорости света c_{ph}, а тот же множитель в (4) имеет смысл групповой скорости c_{gr}. То обстоятельство, что оба множителя c численно равны величине скорости света в вакууме, не меняет их физического смысла и не меняет того факта, что этот смысл у каждого из двух сомножителей свой. Таким образом, можно записать (2) в несколько ином виде:

$$\Delta M = \frac{E}{c_{\mathrm{ph}} c_{\mathrm{gr}}} \,. \tag{7}$$

Такая запись порождает следующий вполне законный вопрос — какая масса перейдет от излучателя к приёмнику, если в конфигурации, изображённой на рис. 1, всё пространство между излучателем и приёмником будет заполнено веществом, у которого и фазовая v_{ph}, и групповая v_{gr} скорости будут отличны от c? Будет ли в этом случае справедлива модифицированная формула (7), записанная в виде [14, 15]:

$$\Delta M = \frac{E}{v_{\mathrm{ph}} v_{\mathrm{gr}}} \,. \tag{8}$$

Можно задать и ещё более интересный вопрос — будет ли формула (8) справедлива в случае, если пространство между излучателем и приёмником заполнено средой с отрицательным показателем преломления? В этом случае векторы фазовой и групповой скоростей будут антипараллельны и, тем самым, величина переносимой массы станет отрицательной. Это соответствует парадоксальному утверждению, что излучатель, размещённый в среде с отрицательным преломлением, не теряет массу, а приобретает её, а приёмник излучения испытывает не световое давление, а световое притяжение [14–16].

Для того чтобы прояснить эти утверждения, необходимо определить само понятие импульса электромагнитного поля в среде. Обычно при обсуждении данного вопроса указывается [7, 8], что невозможно или, по крайней мере, затруднительно отделить импульс поля в веществе от импульса самого вещества, в котором присутствует и распространяется это поле. Действительно, если в некотором объёме вещества присутствует электромагнитное поле, определяемое через соответствующие векторы напряжённостей и индукций, то в этом же объёме происходит и некоторое движение частиц вещества, которое можно описать через смещения этих частиц и натяжения между ними. Нас прежде всего интересуют квадратичные функции от этих величин, усреднённые по периоду колебаний поля, потому что именно они определяют постоянные механические (пондеромоторные) силы, действующие на вещество. Естественно, что при такой постановке вопроса мы по сути дела рассматриваем электромагнитное поле в веществе как совокупность неких квазичастиц, которые можно назвать квазифотонами. Однако вопрос об импульсе, переносимом потоком таких частиц (а это и есть импульс поля в веществе), вполне закономерен, так же как и вопрос о массе, которая переносится от излучателя к приёмнику

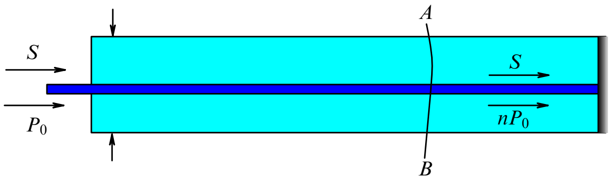

Рис. 2. Распространение света в прозрачном веществе и последующее его поглощение в согласованном поглотителе.

(поглотителю) при наличии потока таких квазичастиц. При этом целесообразно ещё раз подчеркнуть, что переносимая от излучателя к приёмнику масса вовсе не обязательно совпадает с массой квазифотона [13].

Учитывая, что импульс поля в веществе может быть по-разному разделён между импульсом собственно поля и импульсом вещества, мы в данной работе определим импульс поля в веществе в соответствии с рис. 2. На этом рисунке луч света входит слева из вакуума в прозрачное, непоглощающее тело и поглощается в поглотителе, который расположен справа и согласован с прозрачным телом, так что отражение света при его входе в поглотитель отсутствует. Точно так же отсутствует отражение и на согласованном левом торце, при входе света в прозрачное тело. Левый торец неподвижно закреплён, на что указывают две вертикальные стрелки. Плотность потока энергии света, поступающего в прозрачное тело, равна вектору Умова – Пойнтинга S и остаётся такой же внутри тела. Плотность потока импульса света в вакууме $P_0 = S/c$, а внутри тела эта величина равна

$$nP_0 = \frac{nS}{c} = \frac{S}{v_{\mathrm{ph}}}\,.$$

Здесь n — это показатель преломления вещества. Неравенство плотности потока импульса в вакууме и в веществе приводит к тому, что на входном торце прозрачного тела к нему оказывается приложенной механическая сила F_1 с плотностью

$$F_1 = (1-n)\,P_0\,. \tag{9}$$

Однако при рассмотренной геометрии эта сила не вызывает передвижения прозрачного тела как целого, так как его левый торец неподвижно закреплён.

Механическая (пондеромоторная) сила оказывается также приложенной и к границе между телом и поглотителем. Её величина равна плотности потока импульса в прозрачном теле, т.е.

$$F_2 = nP_0\,. \tag{10}$$

Эта сила в произвольном поперечном сечении тела $A-B$ вызывает соответствующее натяжение. Существенно, что натяжение меняет знак в зависимости от знака n. При положительном n мы имеем световое давление на границе поглотителя с прозрачным телом и соответственно растяжение в сечении $A-B$. При отрицательном n световое давление заменяется световым притяжением [3, 14 – 16], а в сечении $A-B$ имеет место сжатие.

Важно, что при любой величине n сумма сил F_0, действующих на обоих торцах прозрачного тела, определяется исключительно импульсом P_0, который переносит луч, падающий на него, и эта сумма равна

$$F_0 = F_1 + F_2 = P_0\,. \tag{11}$$

Сила F_0 оказывается уравновешенной силой реакции закрепляющего устройства на левом торце прозрачного тела.

4. Пондеромоторная сила на границе излучателя с веществом

Вернёмся теперь к соотношению (8), которое является пока неким предположением, следующим из распространения результатов работы [12] на случай, когда всё пространство между излучателем и приёмником заполнено веществом с отличными от c фазовой v_{ph} и групповой v_{gr} скоростями, как это изображено на рис. 3. При рассмотрении сил F_1 и F_2, возникающих на границе прозрачного тела с излучателем и приёмником, возникает неясность с определением точек (точнее плоскостей) их приложения. Так, например, не ясно, к чему именно приложена сила F_1 — к излучателю или к прозрачному телу. Эта неясность мешает определению перемещений, которые происходят в системе при прохождении света. Для того чтобы разрешить этот вопрос, целесообразно несколько изменить геометрию всей системы так, как это изображено на рис. 4. Этот рисунок отличается от предыдущего тем, что на нём показаны малые вакуумные зазоры, отделяющие прозрачное тело от излучателя и приёмника. Ширина зазоров много меньше длины

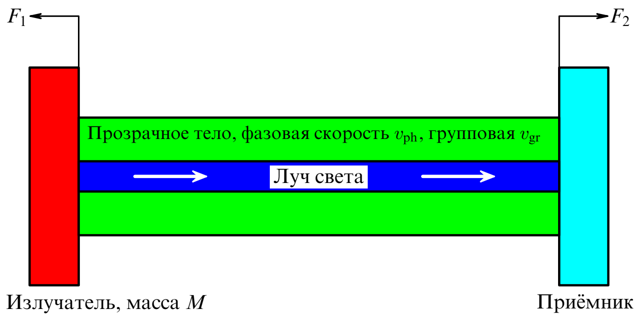

Рис. 3. Перенос импульса и массы от излучателя к приёмнику, если пространство между ними заполнено веществом с отличными от c фазовой и групповой скоростями.

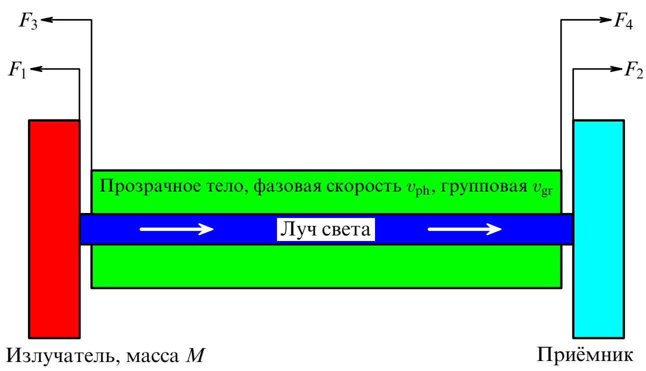

Рис. 4. Прохождение света при наличии зазоров на границе прозрачного тела. Силы $F_1 - F_4$ соответствуют случаю непрерывного излучения, идущего от излучателя к приёмнику.

прозрачного тела, но много больше длины волны света. При этом сила между, например, излучателем и прозрачным телом делится на две составляющие — F_1 между излучателем и вакуумом и F_3 между вакуумом и прозрачным телом. Естественно, что полная сила между излучателем и прозрачным телом теперь равна сумме F_1 и F_3 и будет равна соответствующей полной силе на рис. 3, обозначенной тоже как F_1.

Геометрия, представленная на рис. 4, позволяет избежать рассмотрения сил, действующих в пограничном слое на стыке излучателя (приёмника) и прозрачного тела. Рассмотрим теперь для такой геометрии прохождение короткого волнового пакета с энергией E от излучателя до приёмника. При выходе из излучателя волновой пакет отдаёт излучателю импульс $P = E/c$, и излучатель начинает движение влево со скоростью $v = E/Mc$. При этом в соответствии с (2) излучатель теряет массу E/c^2. Когда волновой пакет достигает переднего торца прозрачного вещества, веществу передаётся импульс $P = E/c$ и масса E/c^2. После пересечения переднего торца прозрачного вещества энергия волнового пакета остаётся равной E, а импульс выражается как

$$P_1 = \frac{E}{v_{\mathrm{ph}}} = \frac{En}{c}\,. \tag{12}$$

Здесь n — показатель преломления прозрачного вещества. Таким образом, мы видим, что волновой пакет приходит в прозрачное вещество с импульсом $P = E/c$, а в веществе имеет импульс P_1, равный En/c согласно (12). При этом в соответствии с законом сохранения импульса прозрачное вещество получает импульс P_2:

$$P_2 = P_1 - P = (n-1)\,P \tag{13}$$

и начинает двигаться влево (если $n > 1$) со скоростью

$$v = \frac{P_2}{M_1} = \frac{(n-1)\,P}{M_1}\,, \tag{14}$$

где M_1 — масса прозрачного вещества.

Когда волновой пакет пересекает задний торец прозрачного вещества, всё происходит в обратном порядке: прозрачное вещество останавливается, а приёмник начинает двигаться вправо, получив импульс $P = E/c$ и массу E/c^2. В этот момент центр инерции всей системы останавливается.

Подсчитаем теперь, насколько сдвинулся центр инерции за время распространения волнового пакета от излучателя к приёмнику. Это время, как нетрудно видеть, равно

$$t = \frac{L}{v_{\mathrm{gr}}}\,. \tag{15}$$

Здесь L — это расстояние от излучателя до приёмника, а v_{gr} — групповая скорость волнового пакета. При этом считается, что длина прозрачного тела совпадает с расстоянием от излучателя до приёмника.

За время t излучатель переместится на расстояние

$$\Delta x_1 = \frac{tP}{M} = \frac{EL}{Mcv_{\mathrm{gr}}}\,. \tag{16}$$

За это же время прозрачное тело переместится на расстояние Δx_2:

$$\Delta x_2 = \frac{EL(n-1)}{M_1 c v_{\mathrm{gr}}}\,. \tag{17}$$

Требование неподвижности центра инерции всей системы выражается соотношением

$$M\Delta x_1 + M_1 \Delta x_2 = L\Delta m\,, \tag{18}$$

где величина Δm — это масса, которую теряет излучатель и, соответственно, приобретает приёмник. Величина массы, как видно из соотношений (16)–(18), в полном согласии с (8) выражается как $\Delta m = E/v_{\mathrm{ph}} v_{\mathrm{gr}}$. При этом под словом "излучатель" в данном случае следует понимать сам излучатель, который при излучении волнового пакета теряет энергию E, импульс P и массу E/c^2, а также переднюю торцевую стенку прозрачного вещества, которой волновой пакет передает эту энергию, импульс и массу. Однако затем пакет уносит от стенки энергию E, импульс $(n-1)\,P$ и массу $E(1/v_{\mathrm{ph}} v_{\mathrm{gr}} - 1/c^2)$, так что суммарная теряемая масса составляет, в полном соответствии с (8), $\Delta m = E/v_{\mathrm{ph}} v_{\mathrm{gr}}$. Вблизи поглотителя всё происходит в обратном порядке.

5. Соотношение между энергией и импульсом поля в веществе

5.1. Тензор энергии-импульса по Минковскому и Абрагаму

Соотношение (8), определяющее перенос массы излучением внутри вещества, находится в резком противоречии с привычным соотношением (2). Это связано с тем, что мы воспользовались для нашей квазичастицы формулой

$$P = \hbar k = \frac{E}{v_{\mathrm{ph}}} = \frac{En}{c}\,, \tag{19}$$

которая связывает импульс квазичастицы с её энергией. Существенно, что в это соотношение входит фазовая скорость v_{ph}, а не просто скорость света c.

Теперь можно поставить вопрос несколько иначе — какова должна быть связь между энергией и импульсом квазифотона внутри вещества, чтобы при его прохождении через вещество переносимая от излучателя к приёмнику масса была бы равна именно E/c^2? Следуя [6], можно убедиться, что перенос массы, равной E/c^2, будет иметь место в том случае, если энергия и импульс квазифотона будут связаны соотношением

$$P = \frac{E}{cn}\,. \tag{20}$$

Если не учитывать частотной дисперсии, это соотношение совпадает с известной релятивистской формулой ([17], формула (9.8)):

$$P = \frac{Ev}{c^2}\,. \tag{21}$$

Природа противоречия между выражениями (19) и (20) связана с противоречием, заложенным в самом принципе корпускулярно-волнового дуализма. Действительно, если рассматривать фотон (или квазифотон) как частицу, то его импульс в некотором приближении будет иметь вид $P = Mv$ и тем самым он пропорционален скорости. Если же считать излучение волной, то её импульс будет равен $P = \hbar k = \hbar\omega/v$, т.е. обратно пропорционален скорости. Данное различие и приводит к различным видам связи между энергией и импульсом волны и частицы, как это видно из выражений (19) и (20). Это противоречие несущественно, если речь идет о распространении фотонов в вакууме, но оно приводит к определённым проблемам при рассмотрении фотона (квазифотона) в среде.

Здесь уместно заметить, что "нестандартное" выражение $\Delta M = E/v_{\rm ph}v_{\rm gr}$ встречается в работах, опубликованных ещё до наших работ [14, 15], в которых приводится некоторая библиография. Позднее это соотношение было получено (без учёта частотной дисперсии) также в работе [16] . Вопрос о выборе соотношения (19) или (20) для связи импульса и энергии фотона имеет вековую историю, он восходит к работам Минковского [18] и Абрагама [19], каждый из которых предложил свою форму тензора энергии-импульса электромагнитного поля.

Значимость тензора энергии-импульса T_{ik} определяется тем, что через него можно вычислить четырёхмерную пондеромоторную силу f_i, действующую на вещество, когда в нём присутствует электромагнитное поле. Связь тензора T_{ik} и силы f_i имеет вид

$$f_i = \frac{\partial T_{ik}}{\partial x_k}\,. \tag{22}$$

Оба тензора, Минковского и Абрагама, могут быть записаны в общем виде:

$$T_{ik} = \begin{bmatrix} \theta_{\alpha\beta} & \mathbf{g}c \\ \mathbf{S}/c & W \end{bmatrix}. \tag{23}$$

Здесь величины $\theta_{\alpha\beta}$ являются пространственными компонентами тензора, так что $\alpha, \beta = x, y, z$; $\mathbf{g}$ — это плотность импульса поля, $\mathbf{S}$ — вектор Умова – Пойнтинга (плотность потока энергии), W — плотность энергии поля. Конкретный вид всех этих величин для обеих форм тензоров, взятый из [8], приведён в приложении к данной работе.

Из приложения видно, что единственное различие между тензорами заключено в величине плотности импульса $\mathbf{g}$ и, по существу, как раз соответствует различию между формулами (19) и (20).

Естественно, что расчёт пондеромоторных сил по формуле (22) даёт различные значения в зависимости от того, какой именно тензор мы используем в качестве T_{ik}. Если для тензора Минковского использование (22) не вызывает каких-либо дополнительных замечаний, то при использовании для определения сил f_i тензора Абрагама оказывается необходимым [8] дополнить равенство (22) так называемой "силой Абрагама", равной

$$f_i^{\rm A} = \frac{n^2-1}{4\pi c}\,\frac{\partial}{\partial t}\,[\mathbf{EH}]_i\,.$$

Тем самым вместо (22) мы получаем

$$f_i = \frac{\partial T_{ik}}{\partial x_k} + f_i^{\rm A} = \frac{\partial T_{ik}}{\partial x_k} + \frac{n^2-1}{4\pi c}\,\frac{\partial}{\partial t}\,[\mathbf{EH}]_i\,. \tag{24}$$

Это выражение при подстановке вместо T_{ik} тензора Абрагама даёт ту же величину для f_i, что и (22) при подстановке в него тензора Минковского. Невозможность прямого использования тензора Абрагама по формуле (22) следует также из того, что тензор Абрагама не является релятивистски инвариантным, что легко определяется прямым расчётом.

Есть ещё одна проблема, которая возникает при использовании соотношения (22) для расчёта сил, действующих со стороны поля на вещество, обладающее частотной дисперсией, в частности, если вещество обладает отрицательными значениями проницаемостей ε и μ. В этом случае выражение для плотности энергии следует записывать в виде

$$W = \frac{\partial(\omega\varepsilon)}{\partial\omega}\,E^2 + \frac{\partial(\omega\mu)}{\partial\omega}\,H^2\,, \tag{25}$$

а не в более простом виде $W = \varepsilon E^2 + \mu H^2$. Выражение (25) соответствует компоненте T_{44} тензора энергии-импульса (в любой форме). Однако при этом обычно не возникает вопроса о том, что при наличии дисперсии и все остальные компоненты тензора энергии-импульса должны претерпеть какие-то изменения.

5.2. Тензор энергии-импульса по Рытову и Полевому

В этой связи можно указать на модифицированную форму тензора энергии-импульса, предложенную в своё время Рытовым и Полевым [20]. Ими было показано, что тензор энергии-импульса может быть выражен в очень простом виде, если ввести в рассмотрение четырёхмерную групповую скорость

$$U_k = \left(\frac{\mathbf{u}}{\sqrt{1-u^2/c^2}}, \frac{c}{\sqrt{1-u^2/c^2}}\right) \tag{26}$$

и четырёхмерный волновой вектор

$$K_i = \left(\mathbf{k}, \frac{\omega}{c}\right). \tag{27}$$

Через эти величины компоненты тензора энергии-импульса могут быть записаны очень компактно:

$$T_{ik} = \frac{W}{\omega}\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}\;K_i U_k\,. \tag{28}$$

При этом плотность энергии $W = T_{44}$, вектор Умова – Пойнтинга $S_\alpha = T_{4\alpha}$, плотность импульса $g_\alpha = 1/cT_{\alpha 4}$, $\theta_{\alpha\beta} = T_{\alpha\beta}$; u — это трёхмерная групповая скорость. Формула (28) работает и при наличии частотной дисперсии, и при любом знаке n. Подстановка в выражение (28) величины плотности энергии, взятой из (25), автоматически вносит соответствующие необходимые изменения во все компоненты тензора энергии-импульса.

Автор выражает благодарность В.А. Бурову, В.Л. Гинзбургу и Н.В. Карлову за полезную дискуссию. Данная работа была поддержана грантами РФФИ №№ 06-02-16830-а, 07-02-00233-а, 09-02-01186а, 09-02-01519а.

6. Приложение

Компоненты тензоров энергии-импульса согласно работе [8]

Оба тензора, Минковского и Абрагама, имеют общий вид (23).

Компоненты тензора в форме Минковского выражаются как

$$\theta_{\alpha\beta} = \frac{1}{4\pi}\,(E_\alpha D_\beta + H_\alpha B_\beta) - \frac{1}{8\pi}\,\delta_{\alpha\beta}(\mathbf{ED} + \mathbf{HB})\,, \qquad (\Pi.1)$$

$$\mathbf{S} = \frac{c}{4\pi}\,[\mathbf{EH}]\,,\ \mathbf{g} = \frac{1}{4\pi c}\,[\mathbf{DB}],\ W = \frac{1}{8\pi}\,(\mathbf{ED} + \mathbf{HB}). \quad (\Pi.2)$$

Компоненты тензора в форме Абрагама имеют вид

$$\theta_{\alpha\beta} = \frac{1}{4\pi}\,(E_\alpha D_\beta + H_\alpha B_\beta) - \frac{1}{8\pi}\,\delta_{\alpha\beta}(\mathbf{ED} + \mathbf{HB})\,, \qquad (\Pi.3)$$

$$\mathbf{S} = \frac{c}{4\pi}\,[\mathbf{EH}],\ \mathbf{g} = \frac{1}{4\pi c}\,[\mathbf{EH}],\ W = \frac{1}{8\pi}\,(\mathbf{ED} + \mathbf{HB}). \quad (\Pi.4)$$

Здесь **E**, **H** — величины электрического и магнитного поля, а **D**, **B** — соответствующие индукции.

Список литературы

1. Veselago V et al. *J. Comput. Theor. Nanosci.* **3** 189 (2006)
2. Веселаго В Г *УФН* **173** 790 (2003) [Veselago V G *Phys. Usp.* **46** 764 (2003)]
3. Веселаго В Г *УФН* **92** 517 (1967) [Veselago V G *Sov. Phys. Usp.* **10** 509 (1968)]
4. Веселаго В Г *ЖЭТФ* **52** 1025 (1967) [Veselago V G *Sov. Phys. JETP* **25** 680 (1967)]
5. Скобельцын Д В *УФН* **110** 253 (1973) [Skobel'tsyn D V *Sov. Phys. Usp.* **16** 381 (1973)]
6. Скобельцын Д В *УФН* **122** 295 (1977) [Skobel'tsyn D V *Sov. Phys. Usp.* **20** 528 (1977)]
7. Гинзбург В Л *УФН* **110** 309 (1973) [Ginzburg V L *Sov. Phys. Usp.* **16** 434 (1973)]
8. Гинзбург В Л, Угаров В А *УФН* **118** 175 (1976) [Ginzburg V L, Ugarov V A *Sov. Phys. Usp.* **19** 94 (1976)]
9. Гинзбург В Л *УФН* **122** 325 (1977) [Ginzburg V L *Sov. Phys. Usp.* **20** 546 (1977)]
10. Leonhardt U *Nature* **444** 823 (2006)
11. Pfeifer R N C et al. *Rev. Mod. Phys.* **79** 1197 (2007)
12. Einstein A "Das Prinzip von der Erhaltung der Schwerpunktsbewegung und die Trägheit der Energie" *Ann. Physik* **20** 627 (1906) [Эйнштейн А *Собрание научных трудов* Т. 1 (М.: Наука, 1965) с. 39–44]
13. Окунь Л Б *УФН* **170** 1366 (2000) [Okun' L B *Phys. Usp.* **43** 1270 (2000)]
14. Veselago V G "Electrodynamics of substances with simultaneously negative electrical and magnetic permeabilities", *Proc. of First Taormina Research Conf. on the Structure of Matter. October 2–6, 1972, 5–14, Thaormina, Italy;* Этот текст размещен в интернете по адресу: http://zhurnal.ape.relarn.ru/~vgv/Thaormina.pdf, основное содержание этого текста можно найти в Препринте ФИАН № 2 (1968)
15. Веселаго В Г "О неприменимости соотношения $E = mc^2$ к электромагнитному излучению в веществе", Препринт ФИАН № 2 (М.: ФИАН, 1968); http://zhurnal.ape.relarn.ru/~vgv/e=mc2.doc
16. Франк И М *Письма ЖЭТФ* **28** 482 (1978) [Frank I M *JETP Lett.* **28** 446 (1978)]
17. Ландау Л Д, Лифшиц Е М *Теория поля* (М.: Наука, 1978) [Landau L D, Lifshits E M *The Classical Theory of Fields* (Oxford: Pergamon Press, 1983)]
18. Minkowski H *Gött. Nachr.* **53** 472 (1908)
19. Abraham M *Palermo Rend.* **28** 1 (1909)
20. Полевой В Г, Рытов С М *УФН* **125** 549 (1978) [Polevoi V G, Rytov S M *Sov. Phys. Usp.* **21** 630 (1978)]

Energy, momentum and mass transfer by an electromagnetic wave in a negative refraction medium

V.G. Veselago
A.M. Prokhorov General Physics Institute, Russian Academy of Sciences,
ul. Vavilova 38, 119991 Moscow, Russian Federation
Tel. (7-499) 135-84 45
E-mail: v.veselago@relcom.ru
Moscow Institute of Physics and Technology (State University)
Institutskii per. 9, 141700 Dolgoprudnyi, Moscow region, Russian Federation

The problem of photon momentum in a refracting medium is discussed. For the particular case of a negative refraction medium it is shown that the relation $P = \hbar k$ and $E = mc^2$ cannot hold simultaneously and that light pressure is replaced by light attraction. It is also shown that the Abraham energy-momentum tensor is not in fact a tensor because of its lack of relativistic invariance.

PACS numbers: 03.50.De, 41.20.Jb, 42.25.Bs DOI: 10.3367/UFNr.0179.200906j.0689

Bibliography — 20 references *Received 26 December 2008, revised 22 April 2009*

Uspekhi Fizicheskikh Nauk **179** (6) 689–694 (2009) *Physics – Uspekhi* **52** (6) (2009)