

несправедливым и необходимо принимать во внимание нелинейный характер уравнения для комплексной фазы волнового поля. Эта область флуктуаций, называемая *областью сильных фокусировок*, очень трудна для аналитических исследований. При дальнейшем увеличении параметра $\beta_0(x)$ статистические характеристики интенсивности выходят на режим насыщения, в котором $\beta(x) \rightarrow 1$ при $\beta_0^2(x) \rightarrow \infty$, эта область изменения параметра $\beta_0(x)$ называется *областью сильных флуктуаций интенсивности*.

В указанной области статистические характеристики волнового поля перестают зависеть от дистанции и

$$\langle I^n(x, \mathbf{R}) \rangle = n!, \quad P(x, I) = \exp(-I).$$

В этом случае средняя удельная площадь областей, внутри которых $I(x, \mathbf{R}) > I$, и средняя удельная мощность, сосредоточенная в этих областях, являются постоянными и не описывают поведение интенсивности волнового поля в отдельных реализациях. Также в этом случае не информативен и переход к статистически эквивалентному случайному процессу, так как кривой типичной реализации для него будет также постоянная величина. Понимание структуры волнового поля в этом случае в отдельных реализациях можно получить только исходя из анализа таких величин, как удельная средняя длина контуров и удельное среднее число контуров интенсивности волнового поля. Эти величины продолжают возрастать с увеличением параметра $\beta_0(x)$, и, следовательно, происходит дробление контуров (см. рис. 4).

3. Заключение

В завершение, хочу ещё раз подчеркнуть основной тезис доклада. Подход к анализу стохастических динамических задач на основе идей статистической топографии, позволяющий по одноточечным статистическим характеристикам случайных процессов и полей определять количественные и качественные характеристики поведения конкретных реализаций этих величин на всём интервале времён (во всём пространстве), возник в процессе дискуссий с экспериментаторами, которые в основном имеют дело с отдельными реализациями. Для достаточно полного описания стохастических динамических систем недостаточно сформулировать основные уравнения и начальные или краевые условия для них. Необходимо прежде всего понимать, какие когерентные явления (происходящие с вероятностью единица, т.е. почти во всех реализациях их решений) содержатся в этих системах, и соответствующим образом строить статистический анализ.

Работа проводилась при поддержке РФФИ (проекты 07-05-0006а и 07-05-92210-НЦНИЛ.а).

Список литературы

1. Кляцкин В И *Стохастические уравнения глазами физика: Основные положения, точные результаты и асимптотические приближения* (М.: Физматлит, 2001) [Klyatskin V I *Stochastic Equations through the Eye of the Physicist: Basic Concepts, Exact Results and Asymptotic Approximations* (Amsterdam: Elsevier, 2005)]
2. Кляцкин В И *Динамика стохастических систем* (М.: Физматлит, 2002) [Klyatskin V I *Dynamics of Stochastic Systems* (Amsterdam: Elsevier, 2005)]

3. Кляцкин В И *Диффузия и кластеризация пассивной примеси в случайных гидродинамических потоках* (М.: Физматлит, 2005)
4. Кляцкин В И *Стохастические уравнения. Теория и ее приложения к акустике, гидродинамике и радиофизике* Т. 1, 2 (М.: Физматлит, 2008)
5. Кляцкин В И УФН **178** 419 (2008) [Klyatskin V I *Phys. Usp.* **51** 395 (2008)]

PACS numbers: 42.25.Dd, 42.68.Ay, 42.68.Xy
DOI: 10.3367/UFNr.0179.200905k.0553

Развитие теории переноса излучения в приложении к задачам инструментального видения в мутных средах

Л.С. Долин

1. Введение

В докладе излагаются основные положения теории инструментального видения в средах с сильно анизотропным рассеянием и методика расчёта изображений диффузно отражающих объектов с учётом эффектов поглощения и многократного рассеяния света в среде. Обсуждаются особенности различных вариантов уравнения переноса в малоугловом приближении, используемых в теории видения и оптической когерентной "томографии" (ОКТ) мутных сред. Описан новый способ вычисления временных моментов импульсного светового пучка, прошедшего через слой мутной среды. Приводятся результаты теоретического и экспериментального исследования теневых шумов в ОКТ-изображениях мутных сред с флуктуирующими оптическими параметрами.

Мутная среда, рассеивая свет, ограничивает дальность видимости находящихся в ней объектов и при этом сама становится видимой. Поэтому развитие методов и теории инструментального видения в мутных средах было направлено на решение двух взаимосвязанных задач — устранение негативного влияния среды на видимость объектов и дистанционное измерение оптических характеристик самой среды.

К числу основополагающих результатов теории видения в мутных средах относится уравнение Кошмидера [1], которое устанавливает связь между контрастом изображения чёрного объекта (наблюдаемого на фоне неба вблизи горизонта) с показателем ослабления света в атмосфере. Соотношения для оценки контраста изображения и дальности визуальной видимости подводных объектов в условиях естественного освещения были получены в классической работе Дантли [2]. При этом предполагалось, что угловые размеры наблюдаемого объекта малы и поэтому его видимая яркость ослабляется средой по закону Бугера. Потребность в более универсальной теории видения появилась в связи с развитием лазерных методов подводного наблюдения.

Пионерские исследования по этой тематике были выполнены в 1960-е годы под руководством А.В. Гапонова-Грехова в Научно-исследовательском радиофизическом институте (НИРФИ) (г. Горький). Эти исследования привели к созданию первого макета лазерно-импульсной системы подводного видения, с помощью

которого в морских условиях была показана возможность существенного увеличения дальности наблюдения подводных объектов за счёт использования лазерной подсветки и импульсного стробирования полезного сигнала. Тогда же были получены основные результаты, составляющие основу современной теории лазерной локации и инструментального видения в мутных средах: на основе уравнения переноса излучения (УПИ) в малоугловом приближении построена аналитическая модель размытия и ослабления лазерного пучка при его прохождении через среду с сильно анизотропным рассеянием [3, 4]; получены формулы для расчёта характеристик изображений подводных объектов с учётом эффектов поглощения и многократного рассеяния света в воде [5–10]; развита универсальная методика оценки потенциальных возможностей систем подводного наблюдения различного типа, в том числе лазерных [11–14].

Возможность применения феноменологической теории переноса в задаче о распространении когерентного пучка света в мутной среде вызвала определённые вопросы. Отчасти их удалось снять благодаря работам [15–17], в которых было получено уравнение для функции когерентности волнового пучка в среде с сильно анизотропным рассеянием и показано, что фурье-образ функции когерентности удовлетворяет УПИ в малоугловом приближении, а следовательно, является волновым аналогом яркости светового поля (в 1966 г. эти результаты докладывались на семинаре С.М. Рытова по инициативе М.А. Миллера, который курировал теоретические исследования НИРФИ по гидрооптике и оказывал исполнителям работы повседневную помощь своими советами и критикой). Задаче обоснования УПИ в более общей постановке было посвящено большое число исследований, результаты которых отражены в ряде обзоров и монографий [18–20].

В дальнейшем различные варианты решений УПИ в малоугловом приближении использовались для разработки теории лазерной локации и видения подводных объектов через взволнованную морскую поверхность, лидарных методов определения оптических характеристик природных рассеивающих сред и в задачах оптической томографии биотканей.

2. Как на основе уравнения переноса излучения строится модель изображения

При решении задач теории видения в мутных средах без ущерба для общности получаемых результатов можно полагать, что система наблюдения (рис. 1) включает в себя источник подсветки S и оптический приёмник R , а изображение формируется посредством регистрации мощности принимаемого сигнала P_R как функции координат точки $\mathbf{r}_0$, в которой оси диаграмм направленности излучателя $\mathbf{n}_S$ и приёмника $\mathbf{n}_R$ пересекаются с поверхностью объекта S_{ob} . Для нахождения сигнала P_R используется уравнение переноса излучения [21]

$$\left(\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{n} \nabla_{\mathbf{r}} + \alpha \right) I(\mathbf{r}, \mathbf{n}, t) = \sigma \int_{4\pi} I(\mathbf{r}, \mathbf{n}', t) x(\gamma) d\mathbf{n}' + Q, \quad (1)$$

где $I(\mathbf{r}, \mathbf{n}, t)$ — интенсивность излучения (яркость) в точке пространства $\mathbf{r}$ в направлении единичного вектора $\mathbf{n}$ в момент времени t , c и $\alpha = \sigma + \kappa$ — скорость и показатель ослабления света в среде соответственно, σ и κ —

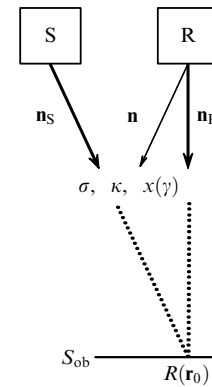


Рис. 1. Схема наблюдения.

показатели рассеяния и поглощения, $x(\gamma)$ — индикатриса рассеяния, удовлетворяющая условию нормировки $2\pi \int_0^\pi x(\gamma) \sin \gamma d\gamma = 1$, $\gamma = \arccos(\mathbf{n}\mathbf{n}')$ — угол рассеяния, $d\mathbf{n}'$ — элемент телесного угла около направления $\mathbf{n}'$, Q — объёмные источники излучения.

Индикатрисы рассеяния мутных природных сред отличаются ярко выраженной анизотропией. Поэтому они достаточно хорошо описываются выражением

$$x(\gamma) = (1 - 2p_b) x_1(\gamma) + \frac{p_b}{2\pi}, \quad (2)$$

где $p_b = 2\pi \int_{\pi/2}^\pi x(\gamma) \sin \gamma d\gamma$ — вероятность обратного рассеяния, $p_b \ll 1$, $x_1(\gamma)$ — остронаправленная часть индикатрисы рассеяния, удовлетворяющая условиям $2\pi \int_0^{\pi/2} x_1(\gamma) \sin \gamma d\gamma = 1$, $x_1(\gamma) \ll p_b/(2\pi)$ при $\gamma > \pi/2$. Мощность принимаемого сигнала $P_R(\mathbf{r}_0, t)$ выражается через яркость излучения $I_R(-\mathbf{n}, t)$, падающего на апертуру приёмника, в виде

$$P_R(\mathbf{r}_0, t) = \Sigma_R \int I_R(-\mathbf{n}, t) D_R(\vartheta) d\mathbf{n},$$

где Σ_R — площадь входного зрачка приёмника, $D_R(\vartheta)$ — его диаграмма направленности, $D_R(0) = 1$, $\vartheta = \arccos(\mathbf{n}\mathbf{n}_R)$. Поле источника S ищется в виде суммы "направленной" I_1 и диффузной I_2 составляющих, первая из которых играет основную роль в подсветке объекта, а вторая формирует отражённый средой сигнал (помеху обратного рассеяния, "дымку"). Поле I_1 отождествляется с полем излучения источника S во "вспомогательной" среде с узкой индикатрисой рассеяния $x_1(\gamma)$, показателем рассеяния $\sigma_1 = \sigma - 2\sigma_b$ и показателем поглощения $\kappa_1 = \alpha - \sigma_1 = \kappa + 2\sigma_b$, где $\sigma_b = p_b\sigma$ — показатель обратного рассеяния реальной среды. Расчёт диффузной составляющей поля в приближении однократного рассеяния света на большие углы сводится к нахождению поля распределённых источников

$$Q = \frac{\sigma_b}{2\pi} \int_{4\pi} I_1 d\mathbf{n}$$

во вспомогательной среде. При этом полная мощность принимаемого сигнала представляется в виде

$$P_R = P_{ob} + P_b, \quad (3)$$

$$P_{ob} = \frac{\Sigma_R \Omega_R}{\pi} \iint_{S_{ob}} R(\mathbf{r}') \times \left[\int_{-\infty}^{\infty} E^{(s)}(\mathbf{r}', t') E^{(r)}(\mathbf{r}', t - t') dt' \right] d\mathbf{r}', \quad (4)$$

$$P_b = \frac{\Sigma_R \Omega_R}{2\pi} \iiint_V \sigma_b(\mathbf{r}) \times \left[\int_{-\infty}^{\infty} E_0^{(s)}(\mathbf{r}, t') E_0^{(r)}(\mathbf{r}, t - t') dt' \right] d\mathbf{r}, \quad (5)$$

где P_{ob} — мощность сигнала от объекта, P_b — мощность сигнала обратного объёмного рассеяния; $\Omega_R = 2\pi \int_0^{\pi/2} D_R(\vartheta) \sin \vartheta d\vartheta$ — эффективный телесный угол приёма; $E^{(s)}(\mathbf{r}', t) = \int_{\mathbf{N} > 0} (\mathbf{nN}) I_1 d\mathbf{n}$, $E_0^{(s)}(\mathbf{r}, t) = \int_{4\pi} I_1 d\mathbf{n}$ — облучённость поверхности объекта в точке $\mathbf{r}'$ и пространственная облучённость среды в точке $\mathbf{r}$ в момент времени t ; $E^{(r)}(\mathbf{r}', t)$, $E_0^{(r)}(\mathbf{r}, t)$ — соответственно облучённость объекта и среды от вспомогательного δ -импульсного источника излучения с единичной энергией и такой же, как у приёмника, диаграммой направленности; интеграл (4) берётся по поверхности объекта S_{ob} , а интеграл (5) — по освещённому объёму среды V . В случае стационарной подсветки (когда функции с индексом (s) не зависят от времени) в (4), (5) отсутствует операция свёртки по времени, а функции с индексом (r) под знаком интеграла — это облучённость объекта и среды от вспомогательного непрерывного источника излучения с единичной мощностью. Формулы (3)–(5) позволяют выразить принимаемый сигнал через коэффициент отражения объекта наблюдения, показатель обратного рассеяния мутной среды и поля облучённости, которые создаются реальным и вспомогательным источниками излучения в мутной среде, рассеивающей свет только "вперёд".

При заданном положении излучателя, приёмника и объекта наблюдения функции $E^{(s,r)}$, $E_0^{(s,r)}$ в формулах (4), (5) зависят не только от переменных $\mathbf{r}$, $\mathbf{r}'$, t , но и от координат точки объекта $\mathbf{r}_0$, на которую ориентированы диаграммы направленности излучателя и приёмника. Если угол поля зрения системы наблюдения достаточно мал, а расстояние до объекта z_{ob} велико по сравнению с базой "излучатель–приёмник", то в случае стационарной подсветки объекта зависимость сигнала P_{ob} от $\mathbf{r}_0$ определяется формулами

$$P_{ob}(\mathbf{r}_0, z_{ob}) = \frac{P_S}{\pi} \iint_{S_{ob}} R(\mathbf{r}') A_{ob}(\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}', z_{ob}) d\mathbf{r}', \quad (6)$$

$$A_{ob}(\mathbf{r}_\perp, z) = \Sigma_R \Omega_R \bar{E}^{(s)}(\mathbf{r}_\perp, z) \bar{E}^{(r)}(\mathbf{r}_\perp, z), \quad (7)$$

где P_S — мощность источника подсветки, $\bar{E}^{(s,r)}$ — распределения облучённости в плоскости $z = \text{const}$ от реального и вспомогательного пучков подсветки с единичной мощностью при ориентации осей пучков на точку $\mathbf{r}_\perp = 0$ этой плоскости.

Функции $\bar{E}^{(s,r)}$ можно назвать эффективными диаграммами направленности излучателя и приёмника. Для получения изображения по крайней мере одна из них должна быть узкой. В обычной телевизионной системе изображение формируется за счёт диаграммы $\bar{E}^{(r)}$, а в системе с бегущим световым лучом — за счёт диаграммы $\bar{E}^{(s)}$. Согласно уравнению (6) мутная среда преобразует изображение как линейный фильтр двумерных сигналов. Функция $A_{ob}(\mathbf{r}_\perp, z)$, которую называют функцией размытия точки (ФРТ), характеризует структуру изображения точечного объекта и является аналогом импульсной характеристики фильтра электрических сигналов. Для её нахождения достаточно знать диа-

граммы направленности излучателя и приёмника и распределение облучённости $e(r_\perp, z)$ в поперечном сечении бесконечно узкого светового пучка, прошедшего через слой среды толщиной z . Нормированный пространственный спектр этого распределения

$$T(k, z) = \frac{\int_0^\infty e(r_\perp, z) J_0(kr_\perp) r_\perp dr_\perp}{\int_0^\infty e(r_\perp, z) r_\perp dr_\perp}$$

называют частотно-контрастной характеристикой слоя мутной среды.

В случае импульсной подсветки объекта из соотношений (6), (7) можно найти энергию полезного сигнала на элементе изображения $W_{ob}(\mathbf{r}_0) = \int P_{ob}(\mathbf{r}_0, t) dt$, которую и нужно знать для оценки его качества. При расчётах W_{ob} в (6) необходимо произвести замену $P_{ob} \rightarrow W_{ob}$, $P_S \rightarrow W_S$, где W_S — энергия зондирующего импульса.

При зондировании мутной среды световыми импульсами с длительностью Δt обратно рассеянный сигнал в момент t приходит с глубины $z_t = ct/2$ из слоя среды толщиной $c\Delta t/2$. Как следует из (5), при ориентации оптических осей излучателя и приёмника на точку $\mathbf{r}_0$ плоскости $z = z_t$ мощность принимаемого сигнала выражается в виде

$$P_b(\mathbf{r}_0, z_t) = \frac{cW_S}{4\pi} \iint_\infty \sigma_b(\mathbf{r}_\perp, z_t) A_b(\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}_\perp, z_t) d\mathbf{r}_\perp, \quad (8)$$

$$A_b(\mathbf{r}_\perp, z) = \Sigma_R \Omega_R \bar{E}_0^{(s)}(\mathbf{r}_\perp, z) \bar{E}_0^{(r)}(\mathbf{r}_\perp, z) \quad (9)$$

через показатель обратного рассеяния среды σ_b и распределения пространственной облучённости $\bar{E}_0^{(s,r)}(\mathbf{r}_\perp, z)$ в поперечном сечении реального и вспомогательного пучков на расстоянии z от источника. Формулы (8), (9) применимы при условии малости длины импульса $c\Delta t$ по сравнению с длиной свободного пробега фотона $1/\alpha$ и масштабом Δz продольной неоднородности σ_b . Они показывают, что импульсная система видения в равной мере пригодна для наблюдения объектов в мутной среде и наблюдения пространственных вариаций показателя обратного рассеяния самой среды. Во вспомогательной среде с узкой индикатрисой рассеяния распределения $\bar{E}_0^{(s,r)}$ и $\bar{E}^{(s,r)}$ различаются очень слабо. Поэтому при расчёте изображений объекта и среды можно полагать $A_b(\mathbf{r}_\perp, z) \approx A_{ob}(\mathbf{r}_\perp, z)$ и пользоваться одинаковой ФРТ.

Формулы (8), (9) лежат в основе теории лазерного зондирования океана и атмосферы и алгоритмов дистанционного определения их оптических характеристик. Эти формулы можно приспособить и для описания изображения рассеивающей среды, получаемого методом оптической когерентной томографии [22]. В установках ОКТ используются непрерывное излучение с фемтосекундными временами когерентности и интерферометрический способ определения глубины, с которой приходит обратно рассеянный сигнал. Оптические сигналы излучаются и принимаются торцом одномодового стекловолокна, что создает условия для проявления эффекта усиления обратного рассеяния [23], который не учитывается уравнением переноса. В связи с этим возникла необходимость в разработке волновой модели ОКТ-изображения [24] с использованием гибридного метода расчёта флуктуаций поля в среде с крупными и мелкими

неоднородностями диэлектрической проницаемости [25]. Было показано [24], что системе ОКТ с гетеродинным приёмником можно поставить в соответствие эквивалентную систему импульсной локализации с прямым детектированием сигнала, а специфику однопозиционного способа зондирования можно учесть, полагая в формуле (8)

$$A_b(\mathbf{r}_\perp, z) = \Sigma_R \Omega_R [2E^2(\mathbf{r}_\perp, z) - E_{ns}^2(\mathbf{r}_\perp, z)],$$

где E — полная облучённость среды в точке $(\mathbf{r}_\perp, z)$, E_{ns} — облучённость среды не рассеянным (прямым) светом источника.

Таким образом, теория распространения стационарного светового пучка в среде с узкой индикатрисой рассеяния может служить основой для расчёта изображений, формируемых активными системами наблюдения — как непрерывными, так и импульсными. Для анализа работы пассивных средств наблюдения необходимо также располагать моделью естественного светового поля.

3. Аналитические модели световых полей для задач теории видения

Теория распространения узких пучков света в средах с сильно анизотропным рассеянием основывается на уравнении переноса в малоугловом приближении [12]. Полагая, что пучок распространяется в направлении оси z , это уравнение можно записать в виде

$$\left[c^{-1} \frac{\partial}{\partial t} + n_z \frac{\partial}{\partial z} + \mathbf{n}_\perp \nabla_\perp + \alpha \right] I(\mathbf{r}_\perp, z, \mathbf{n}_\perp, t) = \sigma_1 \iint_{\infty} I(\mathbf{r}_\perp, z, \mathbf{n}'_\perp, t) x_1(|\mathbf{n}_\perp - \mathbf{n}'_\perp|) d\mathbf{n}'_\perp, \quad (10)$$

где $\mathbf{r}_\perp$, $\mathbf{n}_\perp$ — составляющие $\mathbf{r}$ и $\mathbf{n}$ в плоскости $z = \text{const}$, $n_z = (1 - n_\perp^2)^{1/2}$.

Строгое аналитическое решение уравнения (10) удаётся получить только в приближении $n_z \approx 1$, которое игнорирует эффекты разброса фотонов по пробегам (искажение светового сигнала при его прохождении через среду, формирование стационарного углового распределения яркости в непрерывном пучке на больших оптических расстояниях от источника). Первоначально это уравнение использовалось в теории многократного рассеяния быстрых заряженных частиц в веществе [26–29]; с его помощью было найдено выражение для углового распределения частиц в бесконечно широком пучке [26, 27] и исследованы функции типа $\iint_{\infty} I(x, y, z, n_x, n_y) dy dn_y$, характеризующие структуру тонкого пучка [28]. Решение уравнения (10) при $n_z = 1$ и произвольном граничном условии для яркости на апертуре излучателя $I(\mathbf{r}_\perp, 0, \mathbf{n}_\perp) = I_0(\mathbf{r}_\perp, \mathbf{n}_\perp)$ получено в работе [3] и впоследствии обобщено для стратифицированной мутной среды [30]. Как следует из этого решения, распределение облучённости $E(\mathbf{r}_\perp, z) = \iint_{\infty} I d\mathbf{n}_\perp$ в поперечном сечении светового пучка на выходе слоя мутной среды с узкой индикатрисой рассеяния $x_1(\gamma)$ и оптическими параметрами $\alpha(z)$, $\sigma_1(z)$, $\kappa_1(z) = \alpha - \sigma_1$ выражается в спектральной форме

$$E(\mathbf{r}_\perp, z) = \iint_{\infty} F(\mathbf{k}, z) T(k, z) \exp(-\tau_k + i\mathbf{k}\mathbf{r}_\perp) d\mathbf{k} \quad (11)$$

через функции

$$F = \frac{1}{(2\pi)^2} \iint_{\infty} \iint_{\infty} I_0(\mathbf{r}_\perp, \mathbf{n}_\perp) \exp[-i\mathbf{k}(\mathbf{r}_\perp + z\mathbf{n}_\perp)] d\mathbf{r}_\perp d\mathbf{n}_\perp,$$

$$T = \exp \left[- \int_0^z \sigma_1(z - z') [1 - x_S(kz')] dz' \right], \quad (12)$$

$$\tau_k = \int_0^z \kappa_1(z') dz', \quad x_S(p) = 2\pi \int_0^\infty x_1(\gamma) J_0(p\gamma) \gamma d\gamma,$$

первая из которых (F) определяет структуру пучка на расстоянии z от источника в абсолютно прозрачной среде, а вторая (T) представляет собой частотно-контрастную характеристику слоя мутной среды, через который прошёл пучок.

Уравнение (10) послужило "мостиком", который впервые связал теорию переноса излучения с теорией распространения волн в случайно неоднородных средах. Эта связь выявилась при рассмотрении задачи о распространении волнового пучка $u = V(\mathbf{r}_\perp, z) \exp(i\omega t - ikz)$ в среде с крупномасштабными флуктуациями диэлектрической проницаемости $\varepsilon = \langle \varepsilon \rangle [1 + \delta\varepsilon(\mathbf{r}_\perp, z)]$, когда на основе уравнения

$$\left[\Delta_\perp - 2ik \frac{\partial}{\partial z} + k^2 \delta\varepsilon \right] V = 0$$

для корреляционной функции поля

$$\Gamma(\mathbf{r}_\perp, z, \rho_\perp) = \left\langle V\left(\mathbf{r}_\perp + \frac{\rho_\perp}{2}, z\right) V^*\left(\mathbf{r}_\perp - \frac{\rho_\perp}{2}, z\right) \right\rangle \quad (13)$$

было получено уравнение вида [16, 17]

$$\left\{ \nabla_{\mathbf{r}_\perp} \nabla_{\rho_\perp} - ik \frac{\partial}{\partial z} - ik^2 [b(0) - b(\rho_\perp)] \right\} \Gamma = 0,$$

$$b(\rho_\perp) = \frac{k}{4} \int_{-\infty}^\infty \langle \delta\varepsilon(\mathbf{r}_\perp + \rho_\perp, z + \xi) \delta\varepsilon(\mathbf{r}_\perp, z) \rangle d\xi,$$

$$k = \omega \frac{\sqrt{\langle \varepsilon \rangle}}{c}.$$

При этом выяснилось, что фурье-образ корреляционной функции

$$I(\mathbf{r}_\perp, z, \mathbf{n}_\perp) = \frac{1}{\lambda^2} \iint_{\infty} \Gamma(\mathbf{r}_\perp, z, \rho_\perp) \exp(i\mathbf{k}\mathbf{n}_\perp \rho_\perp) d\rho_\perp,$$

$$\lambda = \frac{2\pi}{k}, \quad (14)$$

удовлетворяет уравнению (10) с коэффициентом $n_z = 1$, описывающему поле излучения в среде с оптическими характеристиками

$$x_1(n_\perp) = \frac{2\pi}{\lambda^2 b(0)} \int_0^\infty b(\rho_\perp) J_0(kn_\perp \rho_\perp) \rho_\perp d\rho_\perp,$$

$$\sigma_1 = kb(0), \quad \kappa_1 = 0.$$

Это означало, что математический аппарат теории переноса излучения можно использовать для анализа влияния случайно-неоднородной среды на корреляционные и энергетические характеристики волнового пучка с учётом его дифракционного уширения, если определять яркость не энергетически (как поток излучения через

единичную площадку в единичном телесном угле), а с помощью соотношения (14).

Влияние разброса фотонов по пробегаем на характеристики нестационарных световых полей исследовалось с помощью уравнения типа Фоккера – Планка [12]:

$$\left[\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} + n_z \frac{\partial}{\partial z} + \mathbf{n}_\perp \nabla_\perp + \kappa_1 - \frac{d_2}{4} \sigma_1 \Delta_{\mathbf{n}_\perp} \right] I(\mathbf{r}_\perp, z, \mathbf{n}_\perp, t) = 0 \quad (15)$$

с коэффициентом $n_z = 1 - n_\perp^2/2$. Уравнение (15) следует из (10) при условии малости ширины индикатрисы рассеяния по сравнению с шириной углового распределения яркости и содержит только интегральный параметр индикатрисы $d_2 = 2\pi \int_0^\pi \gamma^2 x_1(\gamma) \sin \gamma d\gamma$. На основе уравнения (15) была развита теория многократного рассеяния синусоидально модулированных пучков света [31] и показано, что синусоидальная составляющая поля излучения ведёт себя подобно волне со специфическими дисперсионными свойствами. Это уравнение использовалось для анализа пространственно-временной структуры импульсного пучка света [32] и построения простых аналитических моделей стационарных полей излучения, формируемых источниками различного вида в сильнопоглощающих средах с узкими индикатрисами рассеяния [33].

Поле излучения δ -импульсного источника $Q(\mathbf{r}, \mathbf{n}, t) = \bar{Q}(\mathbf{r}, \mathbf{n}) \delta(t)$ в мутной среде с показателем поглощения κ_1 выражается в виде

$$I = \frac{1}{2\pi} \int \bar{I} \left(\mathbf{r}, \mathbf{n}, \kappa_1 + i \frac{\omega}{c} \right) \exp(i\omega t) d\omega$$

через решение уравнения переноса $\bar{I}(\mathbf{r}, \mathbf{n}, \kappa_1)$ со стационарным источником $\bar{Q}(\mathbf{r}, \mathbf{n})$. Поэтому интегральные параметры импульсного сигнала — среднее время его распространения $\bar{t}$ и характерная длительность Δt , могут быть найдены посредством дифференцирования $\bar{I}(\mathbf{r}, \mathbf{n}, \kappa_1)$ по параметру κ_1 :

$$\bar{t} = \frac{\int t I dt}{\int I dt} = -\frac{1}{c} \frac{d \ln \bar{I}}{d \kappa_1}, \quad (16)$$

$$(\Delta t)^2 = \frac{\int (t - \bar{t})^2 I dt}{\int I dt} = \frac{1}{c^2} \frac{d^2 \ln \bar{I}}{d \kappa_1^2}. \quad (17)$$

Благодаря соотношениям (16), (17) указанные модели стационарных полей излучения оказались весьма полезными и для теории распространения импульсных сигналов в мутной среде.

Пространственная структура узкого пучка света описывается уравнением (15) с большой погрешностью. Поэтому для целого ряда приложений представляет интерес уравнение (10) с коэффициентом $n_z = 1 - n_\perp^2/2$, которое лишено указанного недостатка. На основе этого уравнения была развита теория распространения плоской импульсной волны в турбулентной среде [34]. Получено также его приближённое решение с точечным мононаправленным δ -импульсным источником [35]. Анализ этого решения, в частности, показал, что временной момент (17) определяется из уравнения (15) со значительной погрешностью и зависит не только от дисперсии индикатрисы рассеяния d_2 , но и от параметра

$$g = \frac{2\pi}{d_2^2} \int_0^\pi \gamma^4 x_1(\gamma) \sin \gamma d\gamma,$$

характеризующего её форму.

Отсутствие точного решения уравнения (10) с коэффициентом $n_z = 1 - n_\perp^2/2$ не исключает возможности нахождения интегральных характеристик его точного решения. Если в уравнении (10) перейти к безразмерным переменным [34] $s = ct$, $\zeta = ct - z$, то для моментов продольного распределения яркости в импульсном объёме

$$M_m(\mathbf{r}_\perp, \mathbf{n}_\perp, s) = \int_0^\infty \zeta^m I(\mathbf{r}_\perp, \zeta, \mathbf{n}_\perp, s) d\zeta, \quad m = 0, 1, \dots \quad (18)$$

получаются уравнения [36]

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial}{\partial s} + \mathbf{n}_\perp \nabla_\perp + \alpha \right) M_m(\mathbf{r}_\perp, \mathbf{n}_\perp, s) = \\ = \sigma_1 \iint_\infty M_m(\mathbf{r}_\perp, \mathbf{n}'_\perp, s) x_1(|\mathbf{n}_\perp - \mathbf{n}'_\perp|) d\mathbf{n}'_\perp + \frac{m}{2} n_\perp^2 M_{m-1}, \end{aligned} \quad (19)$$

которые решаются точно, поскольку они идентичны стационарному уравнению (10) с коэффициентом $n_z = 1$. Момент M_0 непосредственно находится заменой $z \rightarrow s$, $I \rightarrow M_0$, $I_0 \rightarrow M_0(\mathbf{r}_\perp, \mathbf{n}_\perp, 0)$, а расчёт последующих моментов требует решения УПИ с объёмными источниками. При этом временные моменты поля легко выражаются через пространственные (M_m), если форма светового импульса мало изменяется при его смещении на собственную длину.

4. Флуктуирующие световые поля и изображения

Случайные искажения изображений возникают при наблюдении объектов через турбулентную атмосферу, взволнованную водную поверхность или мутную среду, оптические параметры которой случайным образом изменяются в пространстве (при наблюдении Земли из космоса роль такой среды может играть слой разорванной облачности). Для анализа влияния турбулентности на изображения в основном используется волновая теория, а в других указанных случаях — методы и аппарат теории переноса излучения.

Теория инструментального видения через взволнованную водную поверхность [37, 38] сходна с теорией подводного видения тем, что в обоих случаях сигналы от объекта и среды определяются из соотношений (4), (5). Влияние поверхности на изображение учитывается путём подстановки в эти соотношения полей $E^{(s,r)}$, найденных с учётом преломления света на границе раздела вода – воздух. Поля $E^{(s,r)}$ выражаются через яркость входящего в воду излучения и функцию Грина уравнения переноса в малоугловом приближении. В результате находится общее выражение для случайной реализации изображения, которое и используется для анализа его статистических характеристик. При этом заново решать само уравнение переноса не приходится.

Теория видения в мутных средах с флуктуирующими оптическими характеристиками требует получения качественно новых решений УПИ. Такие решения необходимы и для задач оптической диагностики подобных сред. Исследования по распространению света в мутных средах со случайно-неоднородными оптическими харак-

теристиками первоначально были связаны с задачами радиационного режима Земли [39]. При этом рассматривались достаточно простые модели рассеивающих объектов (однородный слой мутной среды с флуктуирующей оптической толщиной или плавно неоднородный слой). В дальнейшем получили развитие статистические модели переноса излучения в средах с трёхмерными неоднородностями концентрации рассеивающего и поглощающего вещества [40–43]. Наряду с моделями статистически среднего поля излучения разрабатывались модели его флуктуаций. В частности, были получены уравнения для расчёта средней яркости и функции пространственной корреляции яркости светового пучка на выходе слоя мутной среды с узкой индикатрисой рассеяния и случайно-неоднородными показателями поглощения и рассеяния [41]. Эти уравнения позволили количественно описать эффект "просветления" среды, обусловленный флуктуациями её параметров, а также процессы случайной модуляции распределения яркости в узком световом пучке при его многократном прохождении через поглощающие неоднородности и "сглаживания" возникающих флуктуаций яркости вследствие многократного рассеяния света "вперёд". Была показана возможность неограниченного возрастания относительных флуктуаций яркости при увеличении толщины рассеивающего слоя и возможность установления стационарного режима флуктуаций (их насыщения) в зависимости от параметров среды [41, 44, 45].

Указанные уравнения послужили основой для построения статистической модели ОКТ — изображения слоистой мутной среды с трёхмерными неоднородностями показателя поглощения $\kappa = \bar{\kappa}(z) + \tilde{\kappa}(\mathbf{r}_\perp, z)$ и обратного рассеяния $\sigma_b = \bar{\sigma}(z) + \tilde{\sigma}(\mathbf{r}_\perp, z)$ ($\bar{\kappa} = \langle \kappa \rangle$, $\bar{\sigma} = \langle \sigma_b \rangle$). Были найдены выражения для пространственной корреляционной функции $B_P(\mathbf{p}, z_1, z_2)$ относительных флуктуаций мощности $P(\mathbf{r}_\perp, z)$ томографического сигнала, приходящего из двух различных точек среды с координатами $\mathbf{r}_\perp + \mathbf{p}/2, z_1$ и $\mathbf{r}_\perp + \mathbf{p}/2, z_2$, и показано, что флуктуации параметров среды приводят к появлению в её изображении пространственного шума со специфическими свойствами ("теневого" шума) [46, 47]. Этот шум возникает в результате неоднородного затенения каждого из слоев среды сгустками поглощающего или рассеивающего вещества, находящимися в вышележащих слоях. При этом флуктуации κ проявляются только в виде теневого шума, а флуктуации σ_b — в виде теневого шума и изображения самих неоднородностей σ_b . На рисунках 2 и 3 приведены примеры расчёта функции $B_P(\mathbf{p}, z_1, z_2)$ для случаев, когда флуктуирует только один из этих параметров. Вычисления проводились по формулам

$$B_P(\mathbf{p}, z_1, z_2) = \left\{ \left[1 - \frac{4A_\sigma(\mathbf{p}, z_m)}{\bar{\sigma}(z_m) - 2A_\sigma(0, z_m)} + \frac{B_\sigma(\mathbf{p}, z, \xi)}{[\bar{\sigma}(z_1) - 2A_\sigma(0, z_1)][\bar{\sigma}(z_2) - 2A_\sigma(0, z_2)]} \right] \times \exp \left[\int_0^{z_m} [4A_\kappa(\mathbf{p}, z') + 16A_\sigma(\mathbf{p}, z')] dz' \right] \right\} - 1. \quad (20)$$

$$A_\kappa(\mathbf{p}, z) = \int_{-\infty}^{\infty} B_\kappa(\mathbf{p}, z, \xi) d\xi, \\ A_\sigma(\mathbf{p}, z) = \int_{-\infty}^{\infty} B_\sigma(\mathbf{p}, z, \xi) d\xi, \quad (21)$$

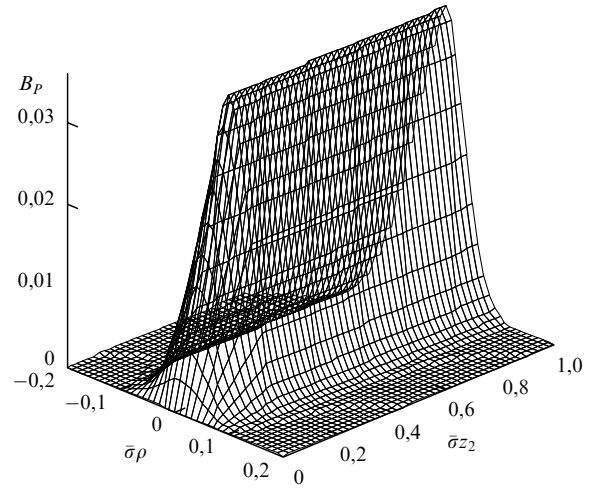


Рис. 2. Функция пространственной корреляции B_P относительных флуктуаций мощности томографического сигнала в среде с флуктуирующим показателем поглощения в зависимости от переменных $\bar{\sigma}_\rho$, $\bar{\sigma}_{z_2}$ при значении $\bar{\sigma}_{z_1} = 0,2$. Дисперсия флуктуаций показателя поглощения $d_\kappa = 0,5 \bar{\sigma}^2$, радиус корреляции $\rho_\kappa = 0,05/\bar{\sigma}$.

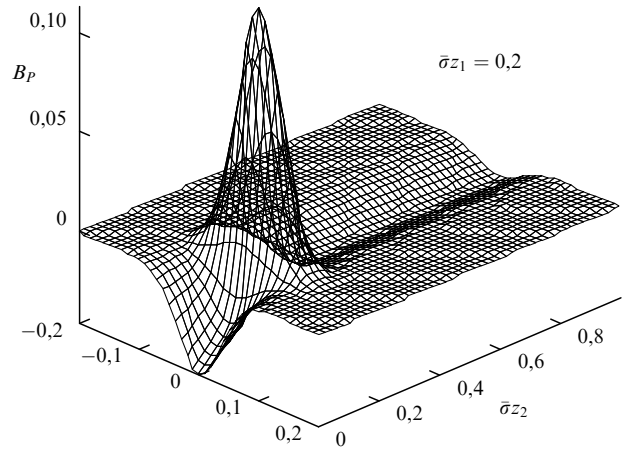


Рис. 3. То же, что и на рис. 2 для среды с флуктуирующим показателем обратного рассеяния при $d_\sigma = 0,125 \bar{\sigma}^2$, $\rho_\sigma = 0,05/\bar{\sigma}$.

$$B_\kappa(\mathbf{p}, z, \xi) = \left\langle \tilde{\kappa} \left(\mathbf{r} + \frac{\mathbf{p}}{2}, z + \frac{\xi}{2} \right) \tilde{\kappa} \left(\mathbf{r} - \frac{\mathbf{p}}{2}, z - \frac{\xi}{2} \right) \right\rangle, \quad (22)$$

$$B_\sigma(\mathbf{p}, z, \xi) = \left\langle \tilde{\sigma} \left(\mathbf{r} + \frac{\mathbf{p}}{2}, z + \frac{\xi}{2} \right) \tilde{\sigma} \left(\mathbf{r} - \frac{\mathbf{p}}{2}, z - \frac{\xi}{2} \right) \right\rangle, \quad (23)$$

$$z = \frac{z_1 + z_2}{2}, \quad \xi = z_1 - z_2, \quad z_m = z - \frac{1}{2} |\xi|, \quad (24)$$

которые применимы при условии малости ширины ФРТ по сравнению с характерным горизонтальным размером неоднородностей. Как видно из рисунков, флуктуации показателя поглощения приводят к появлению шумов, корреляционная функция которых всюду положительна и имеет вид гребня. В случае, когда флуктуирует показатель обратного рассеяния, корреляционная функция может менять знак, поскольку изображение каждой из неоднородностей и её тень образуют единый образ со знакопеременными вариациями яркости.

Выводы теории качественно подтверждены результатами экспериментов на модельной мутной среде с поглощающими неоднородностями и результатами корреляционной обработки томограмм биотканей. На

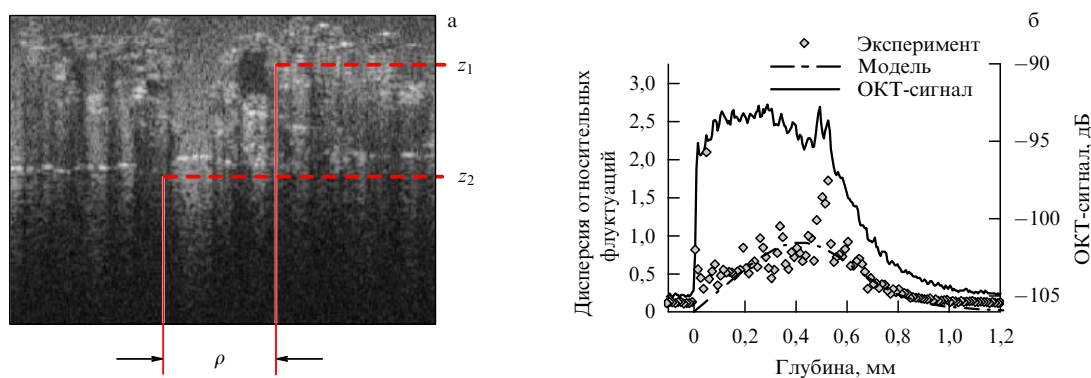


Рис. 4. Томограмма модельной мутной среды (а) и результаты ее анализа (б). Сплошная кривая — средняя мощность ОКТ-сигнала в зависимости от глубины, квадраты — дисперсия относительных флуктуаций измеренного сигнала, штриховая кривая — теоретическая зависимость дисперсии флуктуаций от глубины.

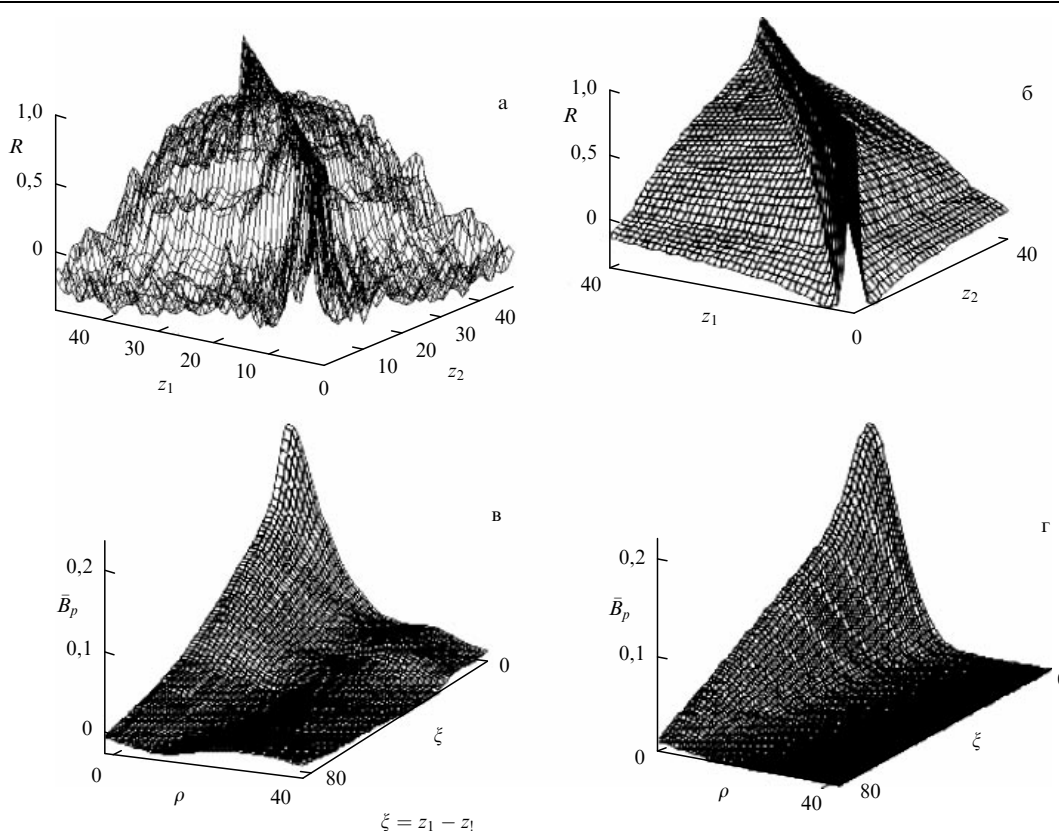


Рис. 5. Корреляционные характеристики томограммы, приведенной на рис. 4: (а, б) коэффициент продольной корреляции $R(0, z_1, z_2)$ шумов изображения, (в, г) усредненная по глубине функция пространственной корреляции шумов $\bar{B}_P(\rho, \xi)$. На рисунках а и в представлены результаты обработки томограммы, на рис. б, г — теоретические результаты.

рисунке 4 приведён пример сопоставления теоретической и экспериментальной зависимостей дисперсии относительных флуктуаций мощности томографического сигнала $d_P(z) = B_P(0, z, z)$ от глубины z , с которой он приходит. В процессе обработки томограмм наряду с зависимостью $d_P(z)$ определялись функции

$$R(z_1, z_2) = \frac{B_P(0, z_1, z_2)}{\sqrt{d_P(z_1)}\sqrt{d_P(z_2)}},$$

$$\bar{B}_P(\rho, \xi) = \frac{1}{z_0} \int_0^{z_0} B_P\left(\rho, z + \frac{\xi}{2}, z - \frac{\xi}{2}\right) dz$$

— коэффициент продольной корреляции относительных флуктуаций сигнала и их корреляционная функция,

усреднённая по толщине z_0 исследуемого слоя среды. Приведённые на рис. 5 данные иллюстрируют возможность подгонки теоретических результатов под экспериментальные путём перебора численных значений параметров среды, входящих в расчётные формулы, а следовательно, принципиальную возможность их определения методом ОКТ.

5. Заключение

В этом докладе мы рассказали о задачах теории видения, в которых эффективно используется малоугловое приближение теории переноса излучения. Перечень таких задач можно было бы продолжить. Вместе с тем следует

иметь в виду, что точность этого приближения сильно зависит от ширины индикатрисы рассеяния среды и её поглощательной способности. В морской воде, для которой альбедо однократного рассеяния (A) обычно не превышает 0,9, это приближение хорошо работает при оптических глубинах до $\tau \sim 15$, а в биотканях с параметром $A \sim 0,99$ диффузная и направленная составляющие облучённости в узком световом пучке становятся равными друг другу уже при $\tau \sim 5$, в связи с чем возникает необходимость в использовании гибридных моделей светового поля [12, 48], учитывающих эффекты многократного рассеяния света на большие углы.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, проект № 07-02-01179, и гранта "Ведущие научные школы России" НШ-6043.2006.2.

Список литературы

- Koshmider H *Beitrag Phys. Atm.* **12** (3) 171 (1925)
- Duntley S Q *J. Opt. Soc. Am.* **53** 214 (1963)
- Долин Л С *Изв. вузов. Радиофизика* **7** 380 (1964)
- Браво-Животовский Д М, Долин Л С, Лучинин А Г, Савельев В А *Изв. АН СССР. Физ. атм. и океана* **5** 160 (1969)
- Левин И М *Изв. АН СССР. Сер. Физ. атм. и океана* **5** 62 (1969)
- Браво-Животовский Д М, Долин Л С, Лучинин А Г, Савельев В А *Изв. АН СССР. Сер. Физ. атм. и океана* **5** 672 (1969)
- Браво-Животовский Д М и др. *Изв. АН СССР. Сер. Физ. атм. и океана* **7** 1143 (1971)
- Ермаков Б В, Ильинский Ю А *Изв. вузов. Радиофизика* **12** 694 (1969) [Ermakov B V, Il'inskii Yu A *Radiophys. Quantum Electron.* **12** 554 (1969)]
- Долин Л С, Савельев В А *Изв. АН СССР. Сер. Физ. атм. и океана* **7** 505 (1971)
- Mertens L E, Replogle F S (Jr.) *J. Opt. Soc. Am.* **67** 1105 (1977)
- Монин А С (Ред.) *Оптика океана* (М.: Наука, 1983)
- Зеге Э П, Иванов А П, Кацев И Л *Перенос изображения в рассеивающей среде* (Минск: Наука и техника, 1985) [Zege E P, Ivanov A P, Katsev I L *Image Transfer through a Scattering Medium* (Berlin: Springer-Verlag, 1991)]
- Долин Л С, Левин И М *Справочник по теории подводного видения* (Ленинград: Гидрометеиздат, 1991)
- Dolin L S, Levin I M "Optics underwater", in *Encyclopedia of Applied Physics* Vol. 12 (Ed. G L Trigg) (New York: VCH Publ., 1995)
- Долин Л С *Изв. вузов. Радиофизика* **7** 559 (1964)
- Долин Л С, Дисс. ... канд. физ.-мат. наук (Горький: НИРФИ, 1966)
- Долин Л С *Изв. вузов. Радиофизика* **11** 840 (1968) [Dolin L S *Radiophys. Quantum Electron.* **11** 486 (1968)]
- Рытов С М, Кравцов Ю А, Татарский В И *Введение в статистическую радиофизику Ч. 2 Случайные поля* (М.: Наука, 1978) [Rytov S M, Kravtsov Yu A, Tatarskii V I *Principles of Statistical Radiophysics* Vol. 3 (Berlin: Springer-Verlag, 1989)]
- Барабаненков Ю Н *УФН* **117** 49 (1975) [Barabanenkov Yu N *Sov. Phys. Usp.* **18** 673 (1975)]
- Апресян Л А, Кравцов Ю А *Теория переноса излучения* (М.: Наука, 1983)
- Соболев В В *Перенос лучистой энергии в атмосферах звезд и планет* (М.: Гостехиздат, 1956) [Sobolev V V *A Treatise on Radiative Transfer* (Princeton, NJ: Van Nostrand, 1963)]
- Huang D et al. *Science* **254** 1178 (1991)
- Кравцов Ю А, Саичев А И *УФН* **137** 501 (1982) [Kravtsov Yu A, Saichev A I *Sov. Phys. Usp.* **25** 494 (1982)]
- Долин Л С *Изв. вузов. Радиофизика* **41** 1258 (1998) [Dolin L A *Radiophys. Quantum Electron.* **41** 850 (1998)]
- Виноградов А Г, Кравцов Ю А *Изв. вузов. Радиофизика* **16** 1055 (1973) [Vinogradov A G, Kravtsov Yu A *Radiophys. Quantum Electron.* **16** 811 (1973)]
- Компанеев А С *ЖЭТФ* **15** 235 (1945)
- Molire V G *Z. Naturforsch.* **A 3** 78 (1948)
- Компанеев А С *ЖЭТФ* **17** 1059 (1947)
- Scott W T, Snyder H S *Phys. Rev.* **78** 223 (1950)
- Долин Л С, Савельев В А *Изв. вузов. Радиофизика* **22** 1310 (1979) [Dolin L S, Savel'ev V A *Radiophys. Quantum Electron.* **22** 911 (1979)]
- Лучинин А Г *Изв. вузов. Радиофизика* **14** 1925 (1971) [Luchinin A G *Radiophys. Quantum Electron.* **14** 1507 (1971)]
- Ремизович В С, Рогозкин Д Б, Рязанов М И *Изв. АН СССР. Сер. Физ. атм. и океана* **19** 1053 (1983)
- Долин Л С *АН СССР*. **260** 1344 (1981) [Dolin L S *Sov. Phys. Dokl.* **26** 976 (1981)]
- Furutsu K J. *Math. Phys.* **20** 617 (1979)
- Долин Л С *Изв. АН СССР. Сер. Физ. атм. и океана* **16** 55 (1980) [Dolin L S *Izv. Acad. Sci. USSR. Atm. Oceanic Phys.* **16** 34 (1980)]
- Долин Л С, Препринт № 587 (Н. Новгород: ИПФ РАН, 2001)
- Лучинин А Г *Изв. АН СССР. Сер. Физ. атм. и океана* **15** 770 (1979)
- Вебер В Л *Изв. вузов. Радиофизика* **22** 989 (1979) [Veber V L *Radiophys. Quantum Electron.* **22** 684 (1979)]
- Мулламаа Ю-А Р и др. *Стохастическая структура полей облачности и радиации* (Тарту: Изд-во АН ЭССР, 1972)
- Боровой А Г *АН СССР* **276** 1374 (1984) [Borovoi A G *Sov. Phys. Dokl.* **29** 490 (1984)]
- Долин Л С *АН СССР* **277** 77 (1984) [Dolin L S *Sov. Phys. Dokl.* **29** 544 (1984)]
- Fukshansky L J. *Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer* **38** 389 (1987)
- Клиорин Н И и др. *Изв. вузов. Радиофизика* **32** 1072 (1989) [Kliorin N I et al. *Radiophys. Quantum Electron.* **32** 793 (1989)]
- Долин Л С *Изв. вузов. Радиофизика* **49** 799 (2006) [Dolin L S *Radiophys. Quantum Electron.* **49** 719 (2006)]
- Долин Л С, Щегольков Ю Б, Щегольков Д Ю *Изв. вузов. Радиофизика* **51** 247 (2008) [Dolin L S, Shchegol'kov Yu B, Shchegol'kov D Yu *Radiophys. Quantum Electron.* **51** 222 (2008)]
- Долин Л С, Сергеева Е А, Турчин И В *Квантовая электроника* **38** 543 (2008) [Dolin L S, Sergeeva E A, Turchin I V *Quantum Electron.* **38** 543 (2008)]
- Долин Л С, Турчин И В, Препринт № 750 (Н. Новгород: ИПФ РАН, 2007)
- Геликонов Г В, Долин Л С, Сергеева Е А, Турчин И В *Изв. вузов. Радиофизика* **46** 628 (2003) [Gelikonov G V, Dolin L S, Sergeeva E A, Turchin I V *Radiophys. Quantum Electron.* **46** 565 (2003)]