АН СССР по комплексной проблеме "Распространение радиоволн", являлся председателем секции Научного совета АН СССР по проблеме "Статистическая радиофизика" и др.

Выдающиеся научные и трудовые заслуги С.М. Рытова отмечены присуждением ему Золотой медали им. А.С. Попова, Премии им. Л.И. Мандельштама, Государственной премии, а также награждением его многими орденами и медалями.

Отмечая 100-летие со дня рождения Сергея Михайловича Рытова, мы с благодарностью вспоминаем тот огромный вклад, который он внёс в становление и развитие радиофизики и смежных с ней дисциплин, в формирование отечественной радиофизической школы, в воспитание и подготовку научных кадров. Его отличали беззаветная преданность науке, блестящее педагогическое мастерство, высокие человеческие качества. Имя С.М. Рытова безусловно занимает достойное место в ряду классиков отечественной и мировой науки.

Более подробные сведения о жизни и научной деятельности Сергея Михайловича Рытова можно найти в редакционной статье специального выпуска журнала *Электромагнитные волны и электронные системы*, посвящённого 100-летию со дня рождения этого учёного.

PACS numbers: 42.25.Bs, 42.25.Dd, 72.15.Rn
DOI: 10.3367/UFNr.0179.200905h.0534

Асимптотический предел теории переноса излучения в задачах многократного рассеяния волн случайно-неоднородными средами

Ю.Н. Барабаненков

1. Введение

Распространение волн в неупорядоченных системах считается одним из наиболее трудных предметов теоретической физики. Традиционный подход использует феноменологическую теорию переноса излучения [1, 2], возникшую более ста лет назад при изучении Хвольсоном (1890 г.), Шустером (1905 г.) и Шварцшильдом (1906 г.) рассеяния света в молочных стёклах, солнечной атмосфере и туманной атмосфере Земли на основе представлений линейной кинетической теории об элементарном акте рассеяния и длине свободного пробега излучения. В 1950-е годы в связи с созданием теории частичной когерентности волновых полей начались активные исследования вопроса о границах применимости теории переноса излучения с точки зрения статистической теории многократного рассеяния волн в случайно-неоднородных средах. Результаты этих исследований регулярно докладывались и критически обсуждались на заседаниях Общемосковского радиофизического семинара под руководством С.М. Рытова в период 1965 – 1985 гг. Хотя данные исследования носили теоретический характер, они привели в 1973 г. к предсказанию явления слабой локализации света в случайно-неоднородной среде. Поскольку это явление лежало на границе применимости теории переноса излучения, обойти его было невозможно.

Уже в 1967 г. был дан вывод [3] (см. также [4]) феноменологического уравнения переноса излучения в дискретной случайно-неоднородной среде с учётом корреляций рассеивателей всех порядков и взаимного облучения рассеивателей внутри одной и той же эффективной неоднородности, т.е. кластера рассеивателей. При этом некоторый рассеиватель задавался его формой, диэлектрической постоянной и проводимостью; были использованы аппарат уравнений Дайсона и Бете – Солпитера, диаграммная техника Фейнмана и понятие квантово-механического оператора рассеяния [5]. Уравнение переноса [3] с учётом парных корреляций слабых расеивателей, удовлетворяющих условию применимости борновского приближения, использовалось при исследовании как эффекта увеличения длины свободного пробега микроволнового излучения в снежных покровах и электронов проводимости в жидких металлах [6], так и противоположного эффекта уменьшения длины свободного пробега света [7] и нейтронов в жидкости [6] вблизи критической точки фазового перехода. Вклад высших корреляций слабых рассеивателей в длину свободного пробега света при критической опалесценции рассматривался в [8], а в работе [9] был рассмотрен вклад высших корреляций больших оптически жёстких рассеивателей в пропускательную способность слоя среды, состоящей из таких частиц.

Одновременно с выводом уравнения переноса [3] было сформулировано условие применимости феноменологической теории переноса как условие пренебрежения всеми повторными рассеяниями излучения на одной и той же неоднородности — одногрупповое приближение, совместно с расположением неоднородностей в дальней волновой зоне дифракции Фраунгофера относительно друг друга. Первая часть этого условия применимости, названная впоследствии [10] приближением независимого рассеяния на эффективных неоднородностях, исключает из рассмотрения все петли в многократном рассеянии волн с диаметром петли порядка и более средней длины свободного пробега излучения.

Решающая роль одногруппового приближения для теории переноса была убедительно продемонстрирована на модели многократного рассеяния нестационарного волнового излучения в случайно-неоднородной и случайно-переменной среде, в которой можно ввести представление о конечном "времени жизни" неоднородности. Из этой модели, детально изученной в [6, 11], теория переноса следует как асимптотически точный предел Ван Хова [12] при условии, что отношение времени жизни неоднородности к времени свободного пробега излучения стремится к нулю и отношение времени наблюдения к времени свободного пробега фиксировано. Второе условие предела Ван Хова означает, что повторные рассеяния одной и той же неоднородностью могут происходить на большом временно́м или пространственном масштабе распространения волнового излучения и тогда должны быть приняты во внимание эффекты многогруппового или зависимого рассеяния, т.е. петли. В этом случае феноменологическая теория переноса излучения нуждается в модификации.

Наиболее хорошо изученный эффект многогруппового или зависимого рассеяния эффективными неоднородностями находит проявление в когерентном усилении обратного рассеяния. Этот эффект впервые был предсказан в виде волновой поправки к решению уравнения переноса для рассеяния, направленного точно "назад" [13]. В работе [14] с использованием техники циклических (максимально перекрёстных) фейнмановских диаграмм показано, что данная волновая поправка существует с почти единичной относительной величиной в узком конусе направлений рассеяния "назад", ширина которого имеет порядок отношения длины волны к длине свободного пробега излучения.

Предсказанный конус усиления обратного рассеяния, который экспериментально наблюдался несколькими группами [15–17], послужил мощным стимулом к исследованию явления слабой локализации в оптике [18]. Когерентному усилению обратного рассеяния соответствуют когерентные петли, в которых поле и его комплексно сопряжённое значение обходят заданную совокупность неоднородностей в обратной последовательности. Существуют также некогерентные петли в случае, когда заданная совокупность неоднородностей обходится полем и его комплексным сопряжением в одинаковой последовательности. Некогерентные петли приводят к эффекту обратного рассеяния нестационарного излучения в модифицированной теории переноса излучения с запаздыванием [19], где время запаздывания имеет порядок времени свободного пробега излучения. Другой вариант теории переноса с запаздыванием получается при рассмотрении эффекта пленения [20] при многократном рассеянии волнового излучения, например короткого фемтосекундного лазерного импульса [21], в случайно-неоднородной среде из резонансных рассеивателей.

Учёт петель в многократном рассеянии волн связан с отказом от той части условия применимости феноменологического уравнения переноса [3], в которой речь идёт о пренебрежении всеми повторными рассеяниями излучения на одной и той же неоднородности. Однако не видно принципиальных препятствий при исследовании с помощью этого уравнения процесса многократного рассеяния света такими новыми искусственными системами, как статистические ансамбли нанокластеров [22], в которых каждый кластер представляет собой совокупность, возможно, большого, но все-таки конечного числа атомов (или молекул) и требует описания рассеяния света на нём методами квантовой механики или квантовой электродинамики. Правда, здесь может возникнуть необходимость учёта эффектов ближних полей в виде неоднородных (эванесцентных) волн вблизи эффективных неоднородностей (нанокластеров), т.е. отказа от условия о расположении неоднородностей в дальней волновой зоне дифракции Фраунгофера относительно друг друга.

За последние годы достигнут заметный прогресс в теоретическом изучении эффектов ближних полей при многократном рассеянии электромагнитных волн неоднородными диэлектрическими средами. Прогресс обусловлен использованием техники Зоммерфельда–Вейля угловых спектральных амплитуд волн локального электромагнитного поля, распространяющихся в прямом и обратном направлениях по отношению к оси параметра погружения в слой трёхмерной среды; рассмотрением явления эмиссии энергии из эванесцентной волны при её рассеянии диэлектрической структурой [23] с проверкой свойства расширенной унитарности 2×2-блочной S-матрицы рассеяния [24] и интерпретацией упомянутой эмиссии энергии как результата интерференции двух эванесцентных волн, убывающих навстречу друг другу [25]. В результате сформулирован подход [26] к построению модифицированной теории переноса электромагнитного излучения в случайно-неоднородной среде с учётом эффектов ближних полей и интерференции встречных волновых потоков.

Наконец, перспективы изучения электродинамических свойств искусственных материалов в виде статистических ансамблей частиц, имеющих заданную форму, диэлектрическую проницаемость и проводимость (см., например, [27]) и, возможно, значительный параметр упаковки в пространстве, выдвинули проблему коренной модификации феноменологической теории переноса излучения, однако с сохранением некоторых её признаков. Такая модификация исходит из метода сложения слоёв Амбарцумяна [28], согласно которому рассеивающая среда мысленно разбивается на элементарные слои (срезы) с малыми зазорами между ними, с последующим выводом соотношений переноса между потоками излучения по интенсивности в зазорах и отражённым от всей среды и прошедшим через неё потоком.

Идея о виртуальном расслоении на срезы с зазорами применима, очевидно, к любой среде, в частности, состоящей из упомянутых частиц, при дальнейшем выводе соотношений переноса для потоков излучения, но уже не по интенсивности, а по амплитуде волн, как было сделано в работах [29, 30]. Из соотношений переноса этих работ следует система четырёх матричных дифференциальных уравнений Риккати для блоков S-матрицы рассеяния слоя среды в форме Рейда [31] и Редгеффера [32], с дифференцированием по параметру погружения в слой среды. С помощью метода Рейда устанавливается связь между решением системы нелинейных матричных уравнений Риккати и решением линейного дифференциального уравнения для трансфер-матрицы. В работе [30] выводятся расширенные соотношения унитарности и инвариантности относительно обращения времени для решения системы уравнений Риккати и решения уравнения для трансфер-матрицы. Расширенные соотношения обобщают для случая включения эффектов ближних полей более привычные квантово-механические соотношения, использованные в широко известной теории коэффициента прохождения и длины локализации электрона в N связанных неупорядоченных цепочках, разработанной Дороховым [33] и авторами [34] на основе уравнения Фоккера–Планка для функции распределения вероятностей элементов трансфер-матрицы.

Следует отметить, что в упомянутой системе матричных уравнений Риккати главным является независимое от других уравнение Риккати для волнового коэффициента отражения слоя трёхмерной случайно-неоднородной диэлектрической среды в представлении угловых спектральных амплитуд, которое изучалось Кляцкиным [35] и исходя из которого в [36] записано функциональное уравнение Фоккера–Планка для функционала распределения вероятностей данного коэффициента отражения.

Рассмотрение уравнения Фоккера–Планка в вариационных производных весьма затруднительно. Однако можно перейти к обыкновенным производным путём дискретизации пространства значений поперечного волнового вектора относительно оси параметра погружения, по аналогии с методом трансфер-матрицы с конечным числом каналов распространения квантово-механической теории интерференционных эффектов в металлических проводниках [37].

При исследовании многократного рассеяния волн статистическими ансамблями частиц с большим параметром упаковки представляется разумным считать распределение частиц в нулевом приближении периодическим, как в структуре фотонного кристалла Яблоновича и Джона [38]. В этом случае, например, матричное уравнение Риккати для коэффициента отражения оказывается естественно дискретизированным по дифракционным порядкам отражённого от слоя структуры и прошедшего через него излучения, и это уравнение с успехом применялось [39] для численного расчёта методом Рунге – Кутта формирования запрещённых зон спектра прохождения излучения через упорядоченную систему диэлектрических цилиндров с произвольным профилем поперечного сечения.

Остановимся далее на деталях некоторых затронутых вопросов асимптотического предела теории переноса.

2. Одногрупповое приближение и предел Ван Хова

В скалярном варианте феноменологическое уравнение переноса для лучевой интенсивности $I(\mathbf{R},\mathbf{s})$ в точке $\mathbf{R}$ в направлении единичного вектора $\mathbf{s}$ имеет вид

$$\mathbf{s}\nabla I(\mathbf{R},\mathbf{s}) = -\frac{1}{l}\, I(\mathbf{R},\mathbf{s}) + \int_{4\pi} \mathrm{d}\mathbf{s}'\, W(\mathbf{s},\mathbf{s}')\, I(\mathbf{R},\mathbf{s}')\,. \qquad (1)$$

Коэффициент экстинкции $1/l$ и коэффициент рассеяния $W(\mathbf{s},\mathbf{s}')$ элементарного объёма выражаются преобразованиями Фурье через массовый оператор M_1 и оператор интенсивности K_1 уравнений Дайсона и Бете – Солпитера в одногрупповом приближении, которые символически представляются рядами

$$\begin{matrix}\mathrm{M}_1\\ \mathrm{K}_1\end{matrix} = \sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n!}\int \mathrm{d}1\ldots\int \mathrm{d}n g_n(1,\ldots,n)\ \begin{matrix} T^{\mathrm{gr}}_{1\ldots n} \\ (T_{1\ldots n}\otimes T^*_{1\ldots n})^{\mathrm{gr}}\end{matrix}\,. \qquad (2)$$

Здесь целые числа $1,\ldots,n$ обозначают координаты точек пространства, $T_{1\ldots n}$ — оператор рассеяния системы n рассеивателей с центрами в данных точках, $g_n(1,\ldots,n)$ — корреляционная функция рассеивателей. Групповая операция вычитания gr устраняет малые кратности рассеяния в группе рассеивателей и в простейшем случае действует как $T^{\mathrm{gr}}_{12} = T_{12} - T_1 - T_2$. Символ $\otimes$ отвечает за тензорное произведение.

Первоначально одногрупповое приближение (2) было введено на основе диаграммной техники Фейнмана. Однако впоследствии появилась возможность прийти к этому приближению на чисто аналитической основе, используя точное соотношение Бете – Солпитера [20, 40] вида

$$(\mathrm{L}\otimes I - I\otimes \mathrm{L})\langle G\otimes G^*\rangle =$$
$$= \Big\langle \big[\mathbf{M}\otimes I - I\otimes \mathbf{M}^* - (G\otimes I - I\otimes G^*)\,\mathbf{K}\big]\, G\otimes G^*\Big\rangle +$$
$$+ I\otimes\langle G^*\rangle - \langle G\rangle\otimes I\,. \qquad (3)$$

Здесь L — дифференциальный оператор волнового уравнения в свободном пространстве, G — функция Грина волнового уравнения в случайно-неоднородной среде, угловые скобки означают усреднение по статистическому ансамблю рассеивателей. Операторы $\mathbf{M}$ и $\mathbf{K}$ имеют формально такую же аналитическую структуру, как массовый оператор и оператор интенсивности в одногрупповом приближении (2), но при замене T-операторов рассеяния в свободном пространстве самосогласованными случайными операторами рассеяния в случайно-неоднородной среде.

Допустим, что случайная функция Грина $G(\mathbf{r},\mathbf{r}')$ обладает локальным свойством, мало отличаясь от её среднего по ансамблю значения и от функции Грина в свободном пространстве, если расстояние между точками наблюдения и источника $\mathbf{r}$ и $\mathbf{r}'$ порядка радиуса рассеивателей и их радиуса корреляций. Тогда случайные операторы $\mathbf{M}$ и $\mathbf{K}$ практически совпадают с массовым оператором и оператором интенсивности в одногрупповом приближении (2), а соотношение (3) превращается в уравнение Бете – Солпитера в форме кинетического уравнения [20].

Сформулированное локальное свойство случайной функции Грина означает, в частности, пренебрежение всеми петлями в многократном рассеянии волн с диаметром порядка и более длины свободного пробега излучения. Возможно ли оправдать такое свойство асимптотически точно? Такое оправдание известно, например, для задачи о распространении квантово-механического потока частиц под воздействием случайно-переменного потенциала $V(\mathbf{r},t)$. Исходя из стохастического уравнения Лиувилля – Неймана для матрицы плотности $\rho(t)$ потока частиц в предположении о гауссовом распределении вероятностей реализаций случайного потенциала в [6, 20] выводится кинетическое уравнение для усреднённой по ансамблю матрицы плотности $\bar\rho(\mathbf{R},\mathbf{k},t)$ в переменных Вигнера:

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\hbar\mathbf{k}}{m}\,\nabla_{\mathbf{R}}\right)\bar\rho(\mathbf{R},\mathbf{k},t) =$$
$$= \int \mathrm{d}\mathbf{k}'\, W(\mathbf{k},\mathbf{k}')\big[\bar\rho(\mathbf{R},\mathbf{k}',t) - \bar\rho(\mathbf{R},\mathbf{k},t)\big]\,. \qquad (4)$$

Уравнение (4) является асимптотически точным в пределе Ван Хова, $\tau_0/t_M \to 0$, $t/t_M = \mathrm{const}$, где t_M оценивает снизу время релаксации t_{r} кинетического уравнения, "время жизни" τ_0 эффективной неоднородности определяется в терминах кумулянта флуктуаций случайного потенциала. В работе [11] рассмотрен предельный переход от кинетического уравнения (4) к стационарному уравнению переноса (1) путём замены времени наблюдения во втором условии предела Ван Хова временем поглощения.

3. Когерентные петли и слабая локализация

Когерентным петлям отвечают циклические фейнмановские диаграммы оператора интенсивности [14]. Циклические диаграммы не учитываются при выводе уравнения переноса (1) на основе одногруппового приближения (2). Тем не менее циклические диаграммы в определённом смысле эквивалентны "лестничным" диаграммам, которые составляют главное содержание теории переноса. Это свойство эквивалентности получается путём инверсии верхнего или нижнего рядов циклической диаграммы с использованием свойства взаимности функции Грина и свойств взаимности оператора интенсивности в одногрупповом приближении. Именно свойство эквивалентности циклических диаграмм позволило автору [14] сделать вывод о существовании конуса усиления обратного рассеяния с шириной $\delta\theta \approx \lambda/l$ порядка отношения длины волны λ к длине свободного пробега l.

Уместно отметить, что упомянутая статья [14] была опубликована в связи с обсуждением работы Газаряна [41], в которой на основе точного решения проблемы сильной локализации Андерсона [42] в одномерной случайно-неоднородной среде было продемонстрировано, вслед за [43], экспоненциально быстрое убывание пропускательной способности слоя среды по средней интесивности в зависимости от его толщины вместо степенно́го закона убывания согласно уравнению переноса [1]. Иными словами, уравнение переноса даёт заниженное значение для отражательной способности одномерного рассеивающего слоя. Цель статьи [14] состояла в том, чтобы продемонстрировать подобного рода занижение теорией переноса отражательной способности и трёхмерного рассеивающего слоя, но занижение в слабом смысле.

4. Ближние поля и туннельная компонента переноса излучения

Ближние поля возникают при многократном рассеянии волн в случайно-неоднородной среде как эванесцентные волны вблизи эффективных неоднородностей и принимают специфическое участие в переносе излучения наряду с распространяющимися волнами, которые только и учитываются феноменологической теорией переноса. Принципиальным здесь является полученная в [25] формула для потока энергии излучения в неоднородной диэлектрической среде, имеющая в скалярном варианте вид

$$P_z(z) = \int_{\mathbf{k}_\perp} H^{\mathrm{pr}}(k_\perp)\big[\rho_{11}(\mathbf{k}_\perp, \mathbf{k}_\perp; z) - \rho_{22}(\mathbf{k}_\perp, \mathbf{k}_\perp; z)\big] + \int_{\mathbf{k}_\perp} \mathrm{i}H^{\mathrm{ev}}(k_\perp)\big[\rho_{12}(\mathbf{k}_\perp, \mathbf{k}_\perp; z) - \rho_{21}(\mathbf{k}_\perp, \mathbf{k}_\perp; z)\big]. \quad (5)$$

Здесь $P_z(z)$ — составляющая вектора Пойнтинга вдоль оси z параметра погружения в слой среды $0 < z < L$, проинтегрированная вдоль перпендикулярной к этой оси плоскости; $\rho_{mm'}(\mathbf{k}_\perp, \mathbf{k}'_\perp; z)$ — матрица плотности [25] (медленно изменяющихся) угловых спектральных амплитуд локальных волн прямого (индекс 1) и обратного (индекс 2) направлений распространения относительно оси z (m, $m' = 1, 2$), $\mathbf{k}_\perp$, $\mathbf{k}'_\perp$ — перпендикулярные оси z составляющие волновых векторов $\mathbf{k}$, $\mathbf{k}'$; $H^{\mathrm{pr}}(k_\perp)$ и $H^{\mathrm{ev}}(k_\perp)$ — проекторы на распротраняющиеся, $k_\perp < k_0$, и эванесцентные, $k_\perp > k_0$, волны соответственно, для которых продольное волновое число $\gamma_k = [k_0^2 - k_\perp^2]^{1/2}$ имеет вещественное или чисто мнимое значение; k_0 — волновое число свободного пространства; используется сокращённое обозначение интеграла $\int_{\mathbf{k}_\perp} = (2\pi)^{-2}\int \mathrm{d}\mathbf{k}_\perp$.

Согласно формуле (5), если вклад распространяющихся волн в полный поток энергии вдоль оси z определяется интенсивностями угловых спектральных амплитуд волн прямого и обратного направлений распространения, то вклад эванесцентных волн в этот поток энергии выражается через интерференционный член двух эванесцентных волн, убывающих навстречу друг другу. При обращении к случайно-неоднородной среде необходимо рассматривать матрицу когерентности угловых спектральных амплитуд локальных волн для двух значений параметра погружения в среду, $\overline{\rho}_{mm'}(\mathbf{p}, \mathbf{p}'; z, z')$, где черта сверху означает усреднение по ансамблю и вместо $\mathbf{k}_\perp$, $\mathbf{k}'_\perp$ используются более краткие обозначения $\mathbf{p}, \mathbf{p}'$. Для такой матрицы когерентности выводится уравнение Бете – Солпитера с массовым оператором и оператором интенсивности в одногрупповом приближении (2).

В простейшем случае слабых некоррелированных рассеивателей мы приходим к модели среды с гауссовыми флуктуациями потенциала, использованной в работе [26] при анализе эффектов ближних полей в теории переноса. После некоторых упрощений уравнение Бете – Солпитера для матрицы когерентности угловых спектральных амплитуд преобразуется в четыре уравнения, два из которых служат для вычисления усреднённых по ансамблю интенсивностей угловых спектральных амплитуд волн прямого и обратного направлений распространения и два других — для комплексно-сопряжённых взаимных когерентностей эванесцентных волн, убывающих навстречу друг другу. Одно из двух первых уравнений выглядит как

$$\begin{aligned}
\hat\rho_{11}(\mathbf{p}, \mathbf{p}, z, z) &= \exp\left(-2\Im\gamma_{1p}z\right)\left|f(\mathbf{p})\right|^2 + \\
&+ \int_0^z \mathrm{d}z_1 \exp\left[-2\Im\gamma_{1p}(z - z_1)\right]\int_{\mathbf{p}'} \frac{1}{4|\gamma_p||\gamma_{p'}|}\times \\
&\times \big[B(\mathbf{p} - \mathbf{p}', \gamma_p - \gamma_{p'})\,\hat\rho_{11}(\mathbf{p}', \mathbf{p}'; z_1, z_1) + \\
&+ B(\mathbf{p} - \mathbf{p}', \gamma_p + \gamma_{p'})\,\hat\rho_{22}(\mathbf{p}', \mathbf{p}'; z_1, z_1) + \\
&+ B(\mathbf{p} - \mathbf{p}', \gamma_p - \gamma_{p'})\,\hat\rho_{12}(\mathbf{p}', \mathbf{p}'; z_1, z_1) + \\
&+ B(\mathbf{p} - \mathbf{p}', \gamma_p + \gamma_{p'})\,\hat\rho_{21}(\mathbf{p}', \mathbf{p}'; z_1, z_1)\big]\,. \quad (6)
\end{aligned}$$

Уравнение (6) записано в терминах матрицы когерентности быстро меняющихся угловых спектральных амплитуд $\hat\rho_{mm'}(\mathbf{p}, \mathbf{p}'; z, z') = \exp\left(\mathrm{i}\xi_m\gamma_p z - \mathrm{i}\xi_{m'}\gamma^*_{p'}z'\right)\overline{\rho}_{mm'}(\mathbf{p}, \mathbf{p}'; z, z')$ с $\xi_1 = 1$ и $\xi_2 = -1$. Величина $\Im\gamma_{1p}$ — это мнимая часть продольного волнового числа в детерминированной среде с эффективным комплексным волновым числом k_1; предполагается, что на левую границу слоя падает распространяющаяся волна с угловой спектральной амплитудой $f(\mathbf{p})$. Функция $B(\mathbf{k}_\perp, k_z)$ имеет смысл трёхмерного преобразования Фурье кумулянта флуктуаций случайного потенциала. Уравнение (6) описывает в основном обычное для теории переноса многократное рассеяние усреднённых по ансамблю интенсивностей угловых спектральных амплитуд на эффективных неоднородностях со свободным пробегом между ними. Кроме того, мы видим, конечно, в этом уравнении вклад в усреднённую интенсивность волн прямого направления распространения, вносимый взаимными когерентностями эванесцентных волн при их рассеянии на эффективных неоднородностях.

Уравнение для вычисления усреднённой по ансамблю интенсивности угловых спектральных амплитуд волн обратного направления распространения выглядит аналогично (6), и оно здесь не приводится.

Обратимся к уравнению для взаимной когерентности убывающих навстречу друг другу пар эванесцентных волн вида

$$\hat{\rho}_{12}(\mathbf{p},\mathbf{p};z,z)=\int_0^z \mathrm{d}z_1\int_z^L \mathrm{d}\zeta_1 \exp\left[\mathrm{i}\gamma_{1p}(z-z_1)\right]\times$$
$$\times\exp\left[\mathrm{i}\gamma_{1p}^*(z-\zeta_1)\right]\int_{\mathbf{p}'}\frac{1}{4|\gamma_p||\gamma_{p'}|}\times$$
$$\times B(\mathbf{p}-\mathbf{p}',z_1-\zeta_1)\sum_{m,n}\exp\left[-\mathrm{i}\xi_m\gamma_{p'}(z-z_1)\right]\times$$
$$\times\exp\left[\mathrm{i}\xi_n\gamma_{p'}^*(z-\zeta_1)\right]\hat{\rho}_{mn}(\mathbf{p}',\mathbf{p}';z,z)\,. \qquad (7)$$

Через $B(\mathbf{k}_\perp, z)$ обозначено двумерное преобразование Фурье кумулянта флуктуаций случайного потенциала в плоскости, перпендикулярной оси z.

Уравнение (7) принципиально отличается по структуре от уравнения (6). Действительно, в двойном интеграле правой части (7) выполняется неравенство $z_1 < z < \zeta_1$, с разностью $\zeta_1 - z_1 \approx r_0$, где r_0 — пространственный масштаб эффективной неоднородности. Это означает, что точка наблюдения z и две точки рассеяния — z_1 и ζ_1 — расположены внутри одной и той же неоднородности и две появляющиеся при рассеянии элементарные эванесцентные волны убывают навстречу друг другу с интерференцией в точке наблюдения. Эта интерференция приводит, как показывает более детальный анализ уравнения (7), к следующей туннельной компоненте потока энергии излучения:

$$-2\int_{\mathbf{p}(k_0<p<p_0)}\Im\hat{\rho}_{12}(\mathbf{p},\mathbf{p};z,z)=$$
$$=\frac{g}{1-g}\int_{\mathbf{p}(p<k_0)}\left[\hat{\rho}_{11}(\mathbf{p},\mathbf{p};z,z)-\hat{\rho}_{22}(\mathbf{p},\mathbf{p};z,z)\right]. \qquad (8)$$

Решение (8) мнимой части уравнения (7) получается в пределе мелкомасштабных флуктуаций случайного потенциала, когда падающая на неоднородность и рассеянная ею эванесцентные волны слабо убывают на протяжении неоднородности, $|\gamma_p| r_0 \ll 1$ и $|\gamma_{p'}| r_0 \ll 1$, с $k_0 < p < p_0$ и $k_0 < p' < p_0$, где $p_0 \approx 1/r_0$ — некоторый параметр обрезания. Параметр туннельной компоненты потока энергии имеет порядок величины $g \approx r_0/l$ — отношения масштаба неоднородности к длине свободного пробега, определяемой согласно $1/l = \langle V^2\rangle r_0^3$. Точка наблюдения z предполагается расположенной достаточно далеко от границ слоя в масштабе эффективной неоднородности.

Равенство (8) демострирует существование однородного туннельного потока энергии в случайно-неоднородной среде, пропорционального обычному в феноменологической теории переноса потоку энергии распространяющихся волн. В слабо рассеивающей среде коэффициент пропорциональности мал по сравнению с единицей. Однако в сильно рассеивающей среде, например, состоящей из резонансных рассеивателей, коэффициент пропорциональности может возрасти по абсолютной величине.

5. Заключение

Выяснение границ применимости феноменологической теории переноса излучения с точки зрения статистической теории многократного рассеяния волн привело к предсказанию и открытию явления слабой локализации света в случайно-неоднородной среде. Построенные модификации теории переноса позволили включить в рассмотрение такие явления, как пленение излучения в резонансной среде и туннельный перенос энергии излучения в ближних полях эффективных рассеивающих неоднородностей. Идеи и методы теории переноса нашли применение в исследовании формирования запрещённых зон спектров прохождения излучения через фотонные кристаллы и могут быть применены для исследования многократного рассеяния света статистическими ансамблями нанокластеров и проводящих частиц с большим параметром упаковки.

Работа частично поддержана грантом РФФИ (06-02-17451).

Список литературы

1. Соболев В В *Перенос лучистой энергии в атмосферах звезд и планет* (М.: Гостехиздат, 1956) [Sobolev V V *A Treatise on Radiative* (Princeton, NJ: Van Nostrand, 1963)]
2. Chandrasekhar S *Radiative Transfer* (New York: Dover Publ., 1960)
3. Барабаненков Ю Н, Финкельберг В М *ЖЭТФ* **53** 978 (1967) [Barabanenkov Yu N, Finkel'berg V M *Sov. Phys. JETP* **26** 587 (1968)]
4. Барабаненков Ю Н *УФН* **117** 49 (1975) [Barabanenkov Yu N *Sov. Phys. Usp.* **18** 673 (1975)]
5. Goldberger M L, Watson K M *Collision Theory* (New York: Wiley, 1964)
6. Барабаненков Ю Н, Озрин В Д, Калинин М И *Асимптотический метод в теории стохастических линейных динамических систем* (М.: Энергоатомиздат, 1985)
7. Барабаненков Ю Н, Стайнова Е Г *Опт. и спектроск.* **63** 362 (1987) [Barabanenkov Yu N, Stainova E G *Opt. Spectrosc.* **63** 211 (1987)]
8. Барабаненков Ю Н, Стайнова Е Г *Опт. и спектроск.* **59** 1342 (1985) [Barabanenkov Yu N, Stainova E G *Opt. Spectrosc.* **59** 803 (1985)]
9. Барабаненков Ю Н, Калинин М И *Изв. вузов. Радиофизика* **29** 913 (1986) [Barabanenkov Yu N, Kalinin M I *Radiophys. Quantum Electron.* **29** 701 (1986)]
10. Lagendijk A, van Tiggelen B A *Phys. Rep.* **270** 143 (1996)
11. Барабаненков Ю Н *ДАН СССР* **295** 79 (1987) [Barabanenkov Yu N *Sov. Phys. Dokl.* **32** 556 (1987)]
12. van Hove L *Physica* **21** 517 (1954)
13. Watson K M *J. Math. Phys.* **10** 688 (1969)
14. Барабаненков Ю Н *Изв. вузов. Радиофизика* **16** 88 (1973) [Barabanenkov Yu N *Radiophys. Quantum Electron.* **16** 65 (1973)]
15. Kuga Y, Ishimaru A *J. Opt. Soc. Am. A* **1** 831 (1984)
16. Van Albada M P, Lagendijk A *Phys. Rev. Lett.* **55** 2692 (1985)
17. Wolf P-E, Maret G *Phys. Rev. Lett.* **55** 2696 (1985)
18. van Rossum M C W, Nieuwenhuizen Th M *Rev. Mod. Phys.* **71** 313 (1999)
19. Барабаненков Ю Н, Озрин В Д *Изв. вузов. Радиофизика* **28** 450 (1985) [Barabanenkov Yu N, Ozrin V D *Radiophys. Quantum Electron.* **28** 305 (1985)]
20. Barabanenkov Yu N, in *Wave Scattering in Complex Media: from Theory to Applications* (Eds B A van Tiggelen, S E Skipetrov) (Dordrecht: Kluwer Acad. Publ., 2003) p. 415
21. Vreeker R et al. *Phys. Lett. A* **132** 51 (1988)
22. Кресин В З, Овчинников Ю Н *УФН* **178** 449 (2008) [Kresin V Z, Ovchinnikov Yu N *Phys. Usp.* **51** 427 (2008)]
23. Gulyaev Yu V, Barabanenkov Yu N, Barabanenkov M Yu, Nikitov S A *Phys. Lett. A* **335** 471 (2005)
24. Gulyaev Yu V, Barabanenkov Yu N, Barabanenkov M Yu, Nikitov S A *Phys. Rev. E* **72** 026602 (2005)
25. Barabanenkov M Yu, Barabanenkov Yu N, Gulyaev Yu V, Nikitov S A *Phys. Lett. A* **364** 421 (2007)
26. Барабаненков Ю Н, Барабаненков М Ю *Электромагнитные волны и электронные системы* (11) 16 (2007)
27. Виноградов А П, Дорофеенко А В, Зухди С *УФН* **178** 511 (2008) [Vinogradov A P, Dorofeenko A V, Zouhdi S *Phys. Usp.* **51** 485 (2008)]

28. Амбарцумян В А *ЖЭТФ* **13** 244 (1943)
29. Barabanenkov Yu N, Kouznetsov V L, Barabanenkov M Yu *Prog. Electromagn. Res., PIER* **24** 39 (1999)
30. Barabanenkov Y N, Barabanenkov M Y, in *PIERS 2006*: *Progress in Electromagnetics Research Symp., March 26–29, 2006, Cambridge, Mass., USA*: *Proc.* (Cambridge, Mass.: The Electromagnetics Academy, 2006) p. 10
31. Reid W *Indiana Univ. Math. J.* **8** 221 (1959)
32. Redheffer R *Indiana Univ. Math. J.* **8** 349 (1959)
33. Дорохов О Н *Письма в ЖЭТФ* **36** 259 (1982) [Dorokhov O N *JETP Lett.* **36** 318 (1982)]; *Solid State Commun.* **44** 915 (1982)
34. Mello P A, Pereyra P, Kumar N *Ann. Physics* **181** 290 (1988)
35. Кляцкин В И *Метод погружения в теории распространения волн* (М.: Наука, 1986)
36. Barabanenkov Yu N, Kryukov D I *Waves Random Media* **2** (1) 1 (1992)
37. Mello P A, Stone A D *Phys. Rev. B* **44** 3559 (1991)
38. Yablonovitch E *Phys. Rev. Lett.* **58** 2059 (1987); John S *Phys. Rev. Lett.* **58** 2486 (1987)
39. Barabanenkov Yu N, Barabanenkov M Yu *ЖЭТФ* **123** 763 (2003) [*JETP* **96** 674 (2003)]
40. Barabanenkov Yu N, Kalinin M I *Phys. Lett. A* **163** 214 (1992)
41. Газарян Ю Л *ЖЭТФ* **56** 1856 (1969) [Gazaryan Yu L *Sov. Phys. JETP* **29** 996 (1969)]
42. Anderson P W *Phys. Rev.* **109** 1492 (1958)
43. Герцештейн М Е, Васильев В В *Теория вероятностей и ее примен.* **4** 424 (1959) [Gertsenshtein M E, Vasil'ev V V *Theor. Probab. Appl.* **4** 391 (1959)]

PACS numbers: **41.20.–q**, 42.65.Pc, **85.50.–n**
DOI: 10.3367/UFNr.0179.200905i.0539

Поведение локальных полей в нанорешётках из сильно взаимодействующих атомов: наностраты, гигантские резонансы, "магические" числа и оптическая бистабильность

А.Е. Каплан, С.Н. Волков

С.М. Рытов интересовался многими вещами, в том числе теорией слоистых сред с периодом много меньшим длины волны [*ЖЭТФ* **29** 605 (1955)]. Один из нас, А.Е.К., в течение 20 лет, до 1979 г., бывший участником рытовских семинаров, тоже занимался очень многими и разными вещами, но иногда с удивлением обнаруживал, что его работа становится близка к давним интересам С.М. Рытова. Удивительного здесь, конечно, мало: у С.М. Рытова было чутьё на необычные и фундаментальные вещи, и он часто смотрел далеко вперёд. Наши новые результаты, представленные в этом докладе, — в какой-то мере, эхо тех давних интересов С.М. Рытова.

В настоящем докладе, следуя нашей недавней краткой публикации [1], мы рассматриваем ряд новых эффектов, возникающих в упорядоченных одномерных и двумерных системах из двухуровневых атомов при наличии достаточно сильного дипольного взаимодействия. Мы показали, что в системах с размерами, меньшими длины волны света, распределение наведённых дипольных моментов атомов (а следовательно, и локального поля) может стать существенно неоднородным, образуя страты и двумерные структуры нанометрового масштаба. Такое поведение локального поля в диэлектрической системе существенно расходится с результатами классической теории Лоренца–Лоренца для локальных полей и приводит к возникновению определяемых размером и геометрией системы резонансов, способных вызвать гигантское усиление локального поля. Нами показано, что нелинейность насыщения в двухуровневых атомах может приводить к оптической бистабильности, в том числе в простейшем случае, когда система состоит всего из двух атомов. Нами также предсказаны "магические" размеры и геометрии системы, при которых локальное поле, в отличие от такового в лоренцевской модели, не вытесняется из системы при частоте электромагнитной волны, совпадающей с частотой резонанса двухуровневого атома.

Как известно из электродинамики сплошных сред, микроскопическое электрическое поле в среде, действующее на атомы или молекулы (известное как "локальное поле"), как правило, отличается от макроскопического (среднего) поля из-за наличия дипольного взаимодействия между частицами среды. Это отличие является центральным пунктом классической теории локальных полей в диэлектриках, развитой Лоренцем и Лоренцем [2]. Важной, хоть и неявной предпосылкой этой теории является предположение о том, что локальное поле практически не изменяется от атома к атому на масштабах, гораздо меньших длины световой волны λ. Таким образом, эта теория фактически опирается на так называемое приближение среднего поля.

Стремительное развитие нанотехнологий открыло возможность создания искусственных систем, состоящих из сильно взаимодействующих частиц, в которых априорное предположение об однородности локального поля являлось бы неверным. Вполне естественно было бы предположить, что отказ от приближения среднего поля при описании локальных полей способен привести к открытию множества новых интересных эффектов, подобно тому, как переход от макроскопической теории Кюри–Вейсса к модели Изинга значительно расширил возможности для описания магнитных материалов [3]. При этом, конечно, не следует ожидать полной аналогии в описании локальных полей и магнитных сред. В рассматриваемом нами случае можно ожидать ещё более интересных находок, поскольку электрические диполи, наводимые локальным полем в атомах, определяются падающей электромагнитной волной, в отличие от статических магнитных диполей в модели Изинга. Другим фундаментальным отличием нашей работы является рассмотрение очень небольших систем (размером менее длины волны), в то время как большинство исследований в теории магнетизма сосредоточено на построении макроскопического ("термодинамического") описания среды.

В этом докладе на основе результатов, впервые кратко изложенных в нашей недавно опубликованной работе [1], будет продемонстрировано, что принятие во внимание значительных изменений локального поля от атома к атому на масштабе, меньшем длины волны, открывает путь к описанию многих новых эффектов в упорядоченных системах сильно взаимодействующих атомов: гигантских резонансов локального поля, "магических" размеров и геометрий системы, оптической бистабильности и гистерезиса. Особенно важно, что наше исследование открывает совершенно новый подход в теории взаимодействия света с веществом. Как следует из наших расчётов, различные внешние условия могут привести к нарушению плавного изменения локального поля от атома к атому, порождая почти периодические