

ОБЗОРЫ АКТУАЛЬНЫХ ПРОБЛЕМ

Термостимулированные электромагнитные поля твёрдых тел

Е.А. Виноградов, И.А. Дорофеев

Рассматриваются различные способы расчёта спектральных характеристик флуктуационных электромагнитных полей твёрдых тел, фактически сводящиеся к решению задачи математической физики, описываемой системой уравнений Максвелла в выбранной геометрии с заданными граничными условиями, с применением флуктуационно-диссипативной теоремы. Показано, что все корреляционные характеристики тепловых полей в практически важном случае плоскостных тел выражаются через коэффициенты Френеля. Экспериментальные результаты исследований термостимулированных электромагнитных полей твёрдых тел качественно и количественно согласуются с модельными расчётами и теоретическими представлениями. На основе теории термостимулированных полей рассмотрены задачи о дисперсионном взаимодействии тел, находящихся в различных термодинамических условиях, о переносе энергии между телами посредством флуктуационных полей, о сдвиге и уширении уровней энергии частицы вблизи поверхности твёрдого тела и релаксации её возбуждения.

PACS numbers: 05.40.– a, 42.50.Lc, 71.36. + c

DOI: 10.3367/UFNr.0179.200905a.0449

Содержание

1. Введение (449).
2. Статистическое описание теплового электромагнитного поля, генерируемого макроскопическими телами. Особенности статистической модели случайных электромагнитных полей (450).
3. Теоретические методы расчёта свойств термостимулированных электродинамических полей (453).
3.1. Ланжевеновский подход. Теория С.М. Рытова. 3.2. Метод функций Грина. 3.3. Теория Г.С. Агарваля.
4. Спектральные характеристики термостимулированных флуктуационных электромагнитных полей плоскостных тел (457).
4.1. Спектральные характеристики флуктуационного электромагнитного поля полупространства. 4.2. Спектральные характеристики флуктуационного электромагнитного поля полупространства, покрытого плоскопараллельной слоистой структурой. 4.3. Результаты экспериментального исследования резонансных состояний термостимулированного электромагнитного поля полупроводниковых плёнок на металлических подложках.
5. Некоторые приложения теории флуктуационных электромагнитных полей (475).
5.1. Дисперсионное взаимодействие между телами. Задача Е.М. Лифшица. 5.2. Перенос энергии посредством термостиму-

лированного поля между двумя телами, находящимися в термостатах с разными температурами. 5.3. Сдвиг и уширение уровней частицы в термостимулированном флуктуационном поле твёрдого тела. Релаксация возбуждённого состояния частицы вблизи плоской поверхности.

6. Заключение (483).

Список литературы (484).

1. Введение

Электромагнитные флуктуации представляют собой часть фундаментального явления в природе — броуновского движения. В теоретических работах А. Эйнштейна, М. Смолуховского и П. Ланжевена [1–3] выяснена флуктуационная природа этого движения и исследованы его основные статистические закономерности.

История исследования электромагнитных флуктуаций, или электрических шумов, хорошо известна [4–7]. В начале XX в. были надёжно установлены закономерности в двух случаях, а именно в случае, когда характерная длина волны в задаче много больше её характерного размера, и в прямо противоположном случае, относящемся к геометрической оптике, когда длина волны много меньше характерного масштаба задачи. В первом случае, соответствующем квазистационарной области спектра, получена формула Найквиста, описывающая спектральную интенсивность шума в произвольном двухполоснике с заданным импедансом, а во втором — формулы Планка и Кирхгофа, описывающие спектральную плотность энергии и интенсивность равновесного излучения. При этом один из законов Кирхгофа фактически даёт возможность определения спектральной интенсивности излучения тела в менее нагретое пространство, т.е. является связанным с термодинамически неравновесной ситуацией. Это классический закон Кирх-

Е.А. Виноградов. Институт спектроскопии РАН,
142190 г. Троицк, Московская обл., Российская Федерация
Тел. (496) 751-05-79
E-mail: evinogr@isan.troitsk.ru

И.А. Дорофеев. Институт физики микроструктур РАН,
603950, ГСП-105 Нижний Новгород, Российская Федерация
Тел. (831) 438-51-20. E-mail: dorof@ipm.sci-nnov.ru

Статья поступила 27 октября 2008 г.,
после доработки 8 января 2009 г.

гофа, согласно которому интенсивность излучения плоского элемента поверхности тела в некотором направлении на фиксированной частоте выражается в виде

$$I(\omega, \theta) = I_0(\omega) [1 - R(\omega, \theta)], \quad (1)$$

где θ — угол между нормалью к поверхности и направлением на регистрирующее устройство, $R(\omega, \theta)$ — коэффициент отражения, $I_0(\omega)$ — равновесная интенсивность излучения, не зависящая от угла падения и материала чёрной полости.

Из соотношения (1) можно найти мощность, переносимую через единичную площадь в фиксированный телесный угол, определяемый, например, геометрическими особенностями приёмника излучения в эксперименте,

$$P(\omega, \Delta\Omega) = \int_{\phi_1}^{\phi_2} \int_{\theta_1}^{\theta_2} d\theta d\phi I_0(\omega) [1 - R(\omega, \theta)] \cos \theta \sin \theta, \quad (2)$$

где $R(\omega, \theta)$ — коэффициент отражения тела на заданной частоте поля в направлении, определяемом углом θ . Телесный угол, вырезаемый приёмником излучения, ось которого образует с нормалью к поверхности угол θ ,

$$\Delta\Omega = \int_{\phi_1}^{\phi_2} \int_{\theta_1}^{\theta_2} d\theta d\phi \sin \theta, \quad (3)$$

а интенсивность излучения чёрного тела в вакууме

$$I_0(\omega) = \frac{c}{4\pi} U_0(\omega) = \frac{\hbar\omega^3}{4\pi^3 c^2} \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{\exp(\hbar\omega/k_B T) - 1} \right], \quad (4)$$

где $U_0(\omega)$ — спектральная плотность излучения чёрного тела, c — скорость света в вакууме, k_B — константа Больцмана, T — температура равновесной системы.

Тогда относительная мощность излучения на данной частоте в заданный телесный угол равна

$$\frac{P(\omega, \Delta\Omega)}{P_0(\omega, \Delta\Omega)} = \frac{\int_{\phi_1}^{\phi_2} \int_{\theta_1}^{\theta_2} d\theta d\phi [1 - R(\omega, \theta)] \cos \theta \sin \theta}{\int_{\phi_1}^{\phi_2} \int_{\theta_1}^{\theta_2} d\theta d\phi \cos \theta \sin \theta}, \quad (5)$$

где $P_0(\omega, \Delta\Omega)$ — спектральная мощность излучения чёрного тела на частоте ω в телесный угол $\Delta\Omega$.

Необходимо отметить, что современные феноменологические теории теплового излучения дают тот же самый результат для спектрального состава излучения в заданный телесный угол, что и классическая модель теплового излучения Кирхгофа. В этом смысле эти теории содержат закон Кирхгофа, описывающий свойства поля бегущих, или распространяющихся, волн, в качестве предельного случая, дополняя общую теорию флуктуационного электромагнитного поля описанием свойств его квазистационарной части. Более того, разработаны теоретические методы расчёта пространственно-временных корреляционных характеристик тепловых полей на любых расстояниях от исследуемых тел с произвольной геометрической формой.

Исследование электродинамических флуктуаций является важной частью современной фундаментальной и прикладной науки, поскольку именно флуктуации динамических переменных системы определяют боль-

шой класс важнейших физических явлений. В частности, флуктуациями обеспечивается ван-дер-ваальсово взаимодействие тел, сила Казимира, которая может быть рассмотрена как частный случай ван-дер-ваальсова взаимодействия, перенос тепла между телами, разделёнными вакуумным промежутком, захват атомов, молекул, когерентных материальных состояний электромагнитными ловушками, а также ряд важнейших физико-химических явлений вблизи поверхности конденсированных сред, таких как адсорбция и десорбция атомов и молекул. При этом электромагнитные флуктуации приводят к изменению условий и характеристик спонтанного излучения атомов и молекул вблизи поверхности, сдвигу их уровней и полному или частичному снятию вырождения, что может существенно изменить динамику явлений. Необходимо особо подчеркнуть, что исследование резонансных состояний в спектрах термостимулированных полей позволяет найти собственные моды системы — её объёмные и поверхностные поляритоны, свойства которых определяются всей совокупностью электродинамических и геометрических характеристик данной системы.

2. Статистическое описание теплового электромагнитного поля, генерируемого макроскопическими телами. Особенности статистической модели случайных электромагнитных полей

К настоящему времени достаточно детально развита корреляционная теория свойств тепловых электромагнитных полей, индуцированных нейтральными макроскопическими телами. Электронейтральность тела предполагает равенство нулю в среднем флуктуационной локальной плотности заряда, $\langle \rho^{\text{fluct}}(\mathbf{r}, t) \rangle = 0$, и, как следствие закона сохранения заряда, средней флуктуационной плотности тока, $\langle \mathbf{j}^{\text{fluct}}(\mathbf{r}, t) \rangle = 0$, где $\mathbf{r}$ — координата точки внутри тела. Соответственно равны нулю в среднем запаздывающие векторный и скалярный потенциалы в некоторой точке $\mathbf{R}$ пространства вне тела: $\langle \mathbf{A}^{\text{fluct}}(\mathbf{R}, t) \rangle = 0$, $\langle \phi^{\text{fluct}}(\mathbf{R}, t) \rangle = 0$. В свою очередь, равенство нулю в среднем запаздывающих потенциалов означает равенство нулю средней величины электромагнитного поля. При этом другие усреднённые характеристики, например квадратичные по полю, могут отличаться от нуля. Физический смысл состоит в том, что известные квадратичные характеристики теплового электромагнитного поля определяют его энергию, имеющую отличную от нуля конечную величину, если источник поля — макроскопическое тело — нагрет до некоторой температуры и является резервуаром энергии, существующей в разных видах, например в виде тепловой энергии движения ядер решётки тела и электронов или в виде электромагнитной энергии полей внутри и вне тела, генерируемых зарядами и токами, имеющими случайную, флуктуационную, природу возникновения.

Как правило, в экспериментах регистрируются усреднённые характеристики полей в вакууме на некотором расстоянии от нагретых тел. Теоретическая модель предполагает, что источник термостимулированного флуктуационного электромагнитного поля представляет собой набор независимых излучателей, испускающих волны со случайными амплитудой, фазой и поляризацией, причём каждый элементарный излучающий объём испускает немонахроматические волны. Результирую-

щее поле сложным, случайным образом изменяется в пространстве и во времени.

В основе статистической модели флуктуационных электромагнитных полей лежит фундаментальная теорема теории вероятностей — центральная предельная теорема (см., например, [5]). Это название объединяет совокупность теорем с различной степенью общности и применимости, которые позволяют ответить на вопрос о том, как распределена сумма независимых случайных величин. В наиболее общей форме анализ этого вопроса был проведён А.М. Ляпуновым, который доказал, что при некоторых условиях и неограниченном возрастании числа слагаемых нормированной суммы неодинаково распределённых независимых случайных величин распределение такой суммы стремится к нормальному распределению.

Таким образом, разумно предположить, что источник теплового поля — макроскопическое тело — условно можно разделить на независимо излучающие элементарные объёмы и при этом все условия центральной предельной теоремы оказываются выполненными. Тогда случайные электромагнитные поля будут принадлежать к классу нормальных, у которых все n -мерные распределения вероятностей являются гауссовыми и для их исчерпывающего статистического описания достаточно знать лишь двумерную плотность вероятности. Поэтому в описании статистических характеристик тепловых полей особая роль принадлежит корреляционной теории случайных стационарных процессов, в которой рассматриваются только одномерное и двумерное распределение.

Стационарность процесса означает, что средняя величина случайного поля является константой и согласно описанной физической модели должна быть положена равной нулю. Корреляционная функция компонент случайного стационарного поля будет зависеть только от разности моментов времени и однозначно определять спектральный состав поля согласно теореме Винера — Хинчина [5]. В литературе используются различные определения средних произведений полей, взятых в разных пространственно-временных точках. При этом часто используется понятие аналитического сигнала, вводятся нормальная и антинормальная корреляционные функции, как, например, в квантовой статистической оптике [8, 9]. Обычно используют разложение Фурье, предполагая вспомогательный характер такой записи и считая, что все интегралы и производные полей понимаются в смысле сходимости по вероятности или в среднем квадратичном:

$$A(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{2\pi} A(\omega) \exp(-i\omega t), \quad A = E, H, D, B, \quad (6)$$

где E и H — напряжённости электрического и магнитного полей, B и D — магнитная и электрическая индукции соответственно.

Корреляционные функции удобно записывать в симметризованном виде, например для компонент электрического поля

$$\gamma_{ij}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; t - t') = \frac{1}{2} \langle E_i(\mathbf{r}, t) E_j(\mathbf{r}', t') + E_j(\mathbf{r}', t') E_i(\mathbf{r}, t) \rangle, \quad (7)$$

где угловые скобки означают усреднение по ансамблю.

Фурье-образ корреляционной функции, согласно теореме Винера — Хинчина, представляет собой спектраль-

ную плотность флуктуаций

$$\gamma_{ij}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; \omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} \gamma_{ij}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; \tau) \exp(i\omega\tau) d\tau. \quad (8)$$

Задачей корреляционной теории флуктуационных электромагнитных полей является разработка методов расчёта корреляционных функций полей или их спектральных характеристик в заданной геометрии тел с реальными электродинамическими свойствами.

Очевидно, что динамика любого электромагнитного процесса, в том числе имеющего флуктуационную природу, должна описываться системой уравнений Максвелла. Поэтому исходными являются уравнения для микроскопических напряжённости флуктуационных полей E^M, H^M в вакууме:

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} E^M(\mathbf{r}, t) &= -\frac{1}{c} \frac{\partial H^M(\mathbf{r}, t)}{\partial t}, \quad \operatorname{div} H^M(\mathbf{r}, t) = 0, \\ \operatorname{rot} H^M(\mathbf{r}, t) &= \frac{1}{c} \frac{\partial E^M(\mathbf{r}, t)}{\partial t}, \quad \operatorname{div} E^M(\mathbf{r}, t) = 0. \end{aligned} \quad (9)$$

Усреднение микроскопических полей по ансамблю фактически означает усреднение по флуктуациям, что даёт нулевые средние значения полей: $\langle E^M \rangle = \langle H^M \rangle = 0$. Тем не менее статистическая информация о тепловом поле не теряется, поскольку достаточно исследовать динамику корреляционных функций. Как показано Е. Вольфом [10, 11], корреляционные функции удовлетворяют обычному волновому уравнению в вакууме, а их фурье-образы — уравнению Гельмгольца. Используя теоремы Грина, достаточно просто показать (см., например, [8]), что спектральная плотность в этом случае удовлетворяет следующему интегральному уравнению:

$$\gamma(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; \omega) = \iint_S ds ds' \frac{\partial G}{\partial n}(\mathbf{r}, \mathbf{s}) \frac{\partial G^*}{\partial n'}(\mathbf{r}', \mathbf{s}') \gamma(\mathbf{s}, \mathbf{s}'; \omega), \quad (10)$$

где G — функция Грина некоторой граничной задачи, в данном случае выбранная такой, что она исчезает на поверхности тела S , $\mathbf{s}$ — координата точки на поверхности тела, $\mathbf{n}$ — нормаль к поверхности тела. Соотношение (10) показывает, что спектральная плотность поля вне тела может быть найдена, если известно её значение на поверхности нагретого тела. Как часто бывает в физике, это соотношение можно прочитать и справа налево. А именно, если найдена спектральная плотность излучения в пространстве вне тела, то с помощью решения интегрального уравнения (10) имеется принципиальная возможность найти корреляционные свойства теплового поля на поверхности тела.

В объёме самого тела, т.е. в какой-либо среде, уравнения для микроскопических полей являются более сложными, чем в вакууме, поскольку необходимо учитывать движение зарядов среды:

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} E^M(\mathbf{r}, t) &= -\frac{1}{c} \frac{\partial H^M(\mathbf{r}, t)}{\partial t}, \quad \operatorname{div} H^M(\mathbf{r}, t) = 0, \\ \operatorname{rot} H^M(\mathbf{r}, t) &= \frac{1}{c} \frac{\partial E^M(\mathbf{r}, t)}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} \mathbf{j}^M(\mathbf{r}, t), \\ \operatorname{div} E^M(\mathbf{r}, t) &= 4\pi \rho^M(\mathbf{r}, t), \end{aligned} \quad (11)$$

при этом микроскопическая плотность заряда и плотность тока в предположении, что заряды являются

точечными, могут быть записаны в виде

$$\begin{aligned}\rho^M(\mathbf{r}, t) &= \sum_i e_i \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i(t)), \\ \mathbf{j}^M(\mathbf{r}, t) &= \sum_i e_i \mathbf{v}_i \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i(t)),\end{aligned}\quad (12)$$

где e_i , $\mathbf{v}_i$, $\mathbf{r}_i$ — соответственно заряд, скорость и координата i -го заряда.

Усреднение по ансамблю также приводит к нулевым средним токам, $\langle \mathbf{j}^M \rangle = 0$, зарядам, $\langle \rho^M \rangle = 0$, и полям, $\langle \mathbf{E}^M \rangle = \langle \mathbf{H}^M \rangle = 0$. На практике, однако, во флуктуационной электродинамике, как и в других разделах физики броуновского движения, часто предпочитают работать с уравнениями для динамических переменных, для того чтобы, используя стандартные способы решения электродинамических задач, получить в итоге корреляционные характеристики полей. Для этого уравнения (11) можно усреднить по элементарным объёмам, оставляя как угодно быстрое изменение полей во времени:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{\Delta V} \int_{\Delta V} d^3 \rho \mathbf{E}^M(\mathbf{r} + \boldsymbol{\rho}, t), \quad (13)$$

здесь $\boldsymbol{\rho}$ — радиус-вектор некоторой точки в выделенном элементарном объёме ΔV , центр которого определён координатой $\mathbf{r}$. Из (13) видно, что усреднение по элементарному объёму фактически означает пространственное сглаживание полей, сохраняя зависимость от координат [12, 13].

Усреднённые уравнения Максвелла в среде с заданной статистикой сторонних или полных токов и граничные условия на поверхности тел, а также линейные материальные уравнения позволяют определить все статистические характеристики термостимулированных случайных полей.

Необходимо отметить, что макроскопические уравнения Максвелла в среде могут быть записаны в разнообразных формах. Это обусловлено, в первую очередь, способом определения индуцированных токов. Например [13, 14], если ввести полную индукцию $\mathbf{D}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) + 4\pi\mathbf{P}(\mathbf{r}, t)$, которая учитывает все эффекты движения зарядов и токи намагничения, а поляризация

$$\mathbf{P}(\mathbf{r}, t) = \int_{-\infty}^t \mathbf{j}(\mathbf{r}, t') dt'$$

включает в себя весь индуцированный ток без разделения на отдельные вклады, то система уравнений Максвелла в среде записывается следующим образом:

$$\begin{aligned}\text{rot } \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) &= -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}(\mathbf{r}, t)}{\partial t}, \quad \text{div } \mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = 0, \\ \text{rot } \mathbf{B}(\mathbf{r}, t) &= \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{D}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} \mathbf{j}_{\text{ext}}(\mathbf{r}, t), \\ \text{div } \mathbf{D}(\mathbf{r}, t) &= 4\pi\rho_{\text{ext}}(\mathbf{r}, t).\end{aligned}\quad (14)$$

В данном случае в систему уравнений введены сторонние токи $\mathbf{j}_{\text{ext}}$ и заряды ρ_{ext} , связанные уравнением непрерывности. Это могут быть случайные сторонние токи или вспомогательные фиктивные токи, т.е. те токи, которые индуцируют флуктуационные токи $\mathbf{j}$ в системе. Полный ток, равный сумме токов, является источником флуктуационного поля. Часто сторонние (заданные) случайные

токи называют ланжевенновскими, по аналогии с описанием механического броуновского движения. Естественно, средняя величина сторонних токов $\langle \mathbf{j}_{\text{ext}} \rangle = 0$. Тензор спектральной плотности сторонних токов определяется флуктуационно-диссипативной теоремой.

Если по каким-либо причинам целесообразно разделить наведённые токи на ток свободных носителей, ток поляризации связанных зарядов и вихревой ток намагничения, то вводятся другие по смыслу векторы электрической индукции, $\mathbf{D}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) + 4\pi\mathbf{P}(\mathbf{r}, t)$, и напряжённости магнитного поля, $\mathbf{H}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{B}(\mathbf{r}, t) - 4\pi\mathbf{M}(\mathbf{r}, t)$. В поляризации среды $\mathbf{P}$ можно учесть вклад токов свободных и связанных носителей или только вклад тока связанных носителей, специально выделяя ток свободных носителей заряда. Тогда вектор намагничённости среды $\mathbf{M}$ определяет вихревые токи. В этом случае система уравнений Максвелла в среде выглядит следующим образом:

$$\begin{aligned}\text{rot } \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) &= -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}(\mathbf{r}, t)}{\partial t}, \quad \text{div } \mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = 0, \\ \text{rot } \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) &= \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{D}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} \mathbf{j}_{\text{ext}}(\mathbf{r}, t), \\ \text{div } \mathbf{D}(\mathbf{r}, t) &= 4\pi\rho_{\text{ext}}(\mathbf{r}, t).\end{aligned}\quad (15)$$

В систему уравнений (15) введены также сторонние токи $\mathbf{j}_{\text{ext}}$. Название "сторонние" токи означает, что динамика процессов в рассматриваемой задаче не влияет на какие-либо характеристики этих токов, которые могут быть обусловлены и не электромагнитными явлениями. Тогда как индуцированные токи и заряды в общем случае являются функционалами напряжённостей полей, которые, в свою очередь, определяются суммой индуцированных и сторонних токов и зарядов. Сторонние и индуцированные токи и заряды по отдельности, а также их сумма связаны соответствующими уравнениями непрерывности.

В реальной задаче о термостимулированном излучении нагретых тел рассматривается несколько пространственных областей с разными электродинамическими свойствами. Поэтому необходимо решить систему уравнений (14) или (15) с подходящими в нашем случае граничными условиями и линейными материальными уравнениями. Граничные условия и материальные уравнения должны быть сформулированы в соответствии с конкретными особенностями задачи и моделью среды (см., например, [13, 15]).

Для определения корреляционных функций компонент полей должны быть известны корреляционные функции токов в системе или функции Грина, которые задаются флуктуационно-диссипативной теоремой (ФДТ). Как известно [14, 16, 17], ФДТ связывает спонтанные флуктуации параметров системы с её диссипативными свойствами. В частности, ФДТ связывает спектральную плотность флуктуаций сторонних токов с антиэрмитовой частью тензора диэлектрической проницаемости вещества $\varepsilon_{ij}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; \omega) = \varepsilon'_{ij}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; \omega) + i\varepsilon''_{ij}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; \omega)$. Спектральная плотность флуктуаций сторонних токов определяется как фурье-образ корреляционной функции сторонних токов:

$$\Phi_{ij}^{\text{ext}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; \omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} d\tau \Phi_{ij}^{\text{ext}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; \tau) \exp(i\omega\tau), \quad (16)$$

а корреляционная функция может быть записана в симметризованном виде:

$$\Phi_{ij}^{\text{ext}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; t - t') = \frac{1}{2} \text{Sp} \left\{ \rho_0 [j_i^{\text{ext}}(\mathbf{r}, t) j_j^{\text{ext}}(\mathbf{r}', t') + j_j^{\text{ext}}(\mathbf{r}', t') j_i^{\text{ext}}(\mathbf{r}, t)] \right\}, \quad (17)$$

где $\rho_0 = \exp[(F - H_0)/k_B T]$ — равновесная матрица плотности, F — свободная энергия, H_0 — невозмущённый гамильтониан рассматриваемой системы. Вычисления приводят к известной формуле:

$$\Phi_{ij}^{\text{ext}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; \omega) = -\frac{i\omega\Theta(\omega, T)}{4\pi} (\varepsilon_{ij}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; \omega) - \varepsilon_{ji}^*(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; \omega)), \quad (18)$$

где $\Theta(\omega, T) = (\hbar\omega/2) \coth(\hbar\omega/2k_B T)$ — средняя энергия осциллятора при температуре T . Эту величину в литературе часто записывают, явно выделяя среднее число заполнения на моду, или фактор вырождения $\delta = \langle n(\omega) \rangle = [\exp(\hbar\omega/k_B T) - 1]^{-1}$, тогда $\Theta(\omega, T) = \hbar\omega(1/2 + \langle n(\omega) \rangle)$.

Имеет смысл подчеркнуть, что ФДТ можно записать через восприимчивость системы, однозначно связанную с диэлектрической проницаемостью: $\chi_{ij}(\omega) = (\varepsilon_{ij}(\omega) - \delta_{ij})/(4\pi)$. При этом возможна двоякая трактовка поляризации пространственной ограниченной системы в поле, а именно $P_i(\omega) = \chi_{ij}(\omega)E_j(\omega) = \chi_{ij}^{(e)}(\omega)E_j^{(e)}(\omega)$. То есть поляризацию можно определить как отклик на внешнее поле $\mathbf{E}^{(e)}$, в которое помещено исследуемое тело, или как отклик на истинное поле $\mathbf{E}$ в среде. В общем случае связь между тензорами χ и $\chi^{(e)}$ определяется интегральным уравнением. Хорошо, впрочем, известен один классический случай, связанный с поляризацией однородного и изотропного тела эллипсоидальной формы в квазистатическом однородном поле [12]. В этом простейшем случае $\chi^{(e)} = 4\pi\chi/(1 + 4\pi\chi n^{(z)})$, где $n^{(z)}$ — так называемый коэффициент деполаризации, $z = x, y, z$.

Поскольку восприимчивость системы может быть введена двумя способами, то и ФДТ соответственно можно записать в двух формах. Оказывается [14], что кроме формулы (18), которая, учитывая соотношение $\varepsilon_{ij} = \delta_{ij} + 4\pi\chi_{ij}$, связывает истинную восприимчивость системы χ со спектральной плотностью флуктуаций сторонних токов, можно найти такую же связь восприимчивости системы $\chi^{(e)}$, но со спектральной плотностью флуктуаций $\Phi_{ij}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; \omega)$ истинных токов в системе, являющихся суммой $\mathbf{j} = \mathbf{j}_{\text{ext}} + \mathbf{j}_{\text{ind}}$ сторонних и наведённых токов. По форме эти связи одинаковы, но существенно различаются по смыслу. Очевидно, что истинная восприимчивость χ характеризует свойства самой среды, а $\chi^{(e)}$ учитывает ещё и геометрические особенности образца. Поэтому, как было отмечено в [14], более "фундаментальным" является использование корреляционных функций сторонних токов в образце.

3. Теоретические методы расчёта свойств термостимулированных электродинамических полей

3.1. Ланжевеновский подход. Теория С.М. Рытова

Как известно [1–3], существуют альтернативные подходы к описанию броуновского движения. П. Ланжевен

предложил использовать механические уравнения движения для броуновской частицы в жидкости. Для этого в уравнения движения введена дополнительная сила как случайная функция времени $\mathbf{f}^{\text{ext}}(t)$, отражающая молекулярную структуру жидкости:

$$m \frac{d\mathbf{u}(t)}{dt} = -m\gamma\mathbf{u}(t) + \mathbf{f}^{\text{ext}}(t), \quad (19)$$

где m — масса частицы, γ — коэффициент трения, $\mathbf{u}(t)$ — мгновенная скорость частицы.

Сила трения $-m\gamma\mathbf{u}(t)$ в уравнении (19) отвечает приближению сплошной среды, а случайная сила $\mathbf{f}^{\text{ext}}(t)$ является причиной флуктуационного характера движения рассматриваемой частицы. Поскольку масса частицы много больше массы молекулы жидкости, то резонно предположить, что движение частицы является результатом огромного числа ударов со стороны молекул, следовательно, условия центральной предельной теоремы выполняются. Кроме того, считается, что нет выделенных направлений случайной силы в среде, поэтому её среднее значение равно нулю, а её компоненты не коррелируют между собой. Таким образом, процесс $\mathbf{f}^{\text{ext}}(t)$ можно считать гауссовым с нулевым средним:

$$\langle f_i^{\text{ext}}(t) \rangle = 0, \quad \langle f_i^{\text{ext}}(t) f_k^{\text{ext}}(t') \rangle = 2D\delta_{ik}\delta(t - t'), \quad (20)$$

где интенсивность случайной силы $D = \gamma mk_B T$ находится из условия статистического равновесия между броуновскими частицами и окружающей средой [18]. Дельта-коррелированная особенность в (20) фактически означает нулевое приближение по малому параметру $\tau_{\text{cor}}/\tau_{\text{rel}}$, где τ_{cor} — время корреляции молекулярных толчков, $\tau_{\text{rel}} = \gamma^{-1}$ — время релаксации или характерный масштаб времени броуновского движения. Соотношение Эйнштейна $D = \gamma mk_B T$, устанавливающее связь между интенсивностью ланжевеновского источника с диссипативной характеристикой среды γ и температурой T , является первым известным флуктуационно-диссипативным соотношением. Заметим, что математические особенности ланжевеновского описания броуновского движения и его связь с альтернативными подходами исследованы, например, в [5, 19, 20].

По аналогии с ланжевеновским подходом к описанию механической задачи С.М. Рытовым была построена теория равновесных электромагнитных флуктуаций. В основе этой теории [4–7] лежит система макроскопических уравнений Максвелла (15). Для спектральных амплитуд динамическая часть системы (15) принимает вид

$$\begin{aligned} \text{rot } \mathbf{H}(\mathbf{r}, \omega) &= -ik_0 \mathbf{D}(\mathbf{r}, \omega) + \frac{4\pi}{c} \mathbf{j}_{\text{ext}}^e(\mathbf{r}, \omega), \\ \text{rot } \mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega) &= ik_0 \mathbf{B}(\mathbf{r}, \omega) - \frac{4\pi}{c} \mathbf{j}_{\text{ext}}^m(\mathbf{r}, \omega), \end{aligned} \quad (21)$$

где для удобства и симметрии записи введены сторонние магнитные токи; фурье-трансформанты индукций и напряжённостей полей связаны линейными материальными соотношениями: $\mathbf{D}(\mathbf{r}, \omega) = \varepsilon(\mathbf{r}, \omega)\mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega)$, $\mathbf{B}(\mathbf{r}, \omega) = \mu(\mathbf{r}, \omega)\mathbf{H}(\mathbf{r}, \omega)$; электрическая и магнитная проницаемости для изотропных и однородных сред имеют вид $\varepsilon = \varepsilon' + i\varepsilon''$, $\mu = \mu' + i\mu''$; $k_0 = \omega/c$ — волновое число в вакууме. Так же как и в случае механической задачи (20), для учёта флуктуационного характера электромагнит-

ного поля, в правые части уравнений (21) введены сторонние источники поля $\mathbf{j}_{\text{ext}}^e(\mathbf{r}, \omega)$ и $\mathbf{j}_{\text{ext}}^m(\mathbf{r}, \omega)$ с заданной статистикой. Так же как и в механической задаче, выражение для интенсивности источников флуктуационного поля следует из условия термодинамического равновесия системы и определяется флуктуационно-диссипативной теоремой.

При заданных конкретных граничных условиях, материальных уравнениях и случайных источниках система (21) однозначно определяет спектральные амплитуды напряжённостей и индукций. Очевидно, что вторые моменты флуктуационного электромагнитного поля будут определяться также вторыми моментами сторонних токов. Рытовым [21] была получена общая форма ФДТ для непрерывных систем, состояние которых описывается случайными полями. Рытов показал, что корреляционные матрицы спектральных амплитуд полей и сторонних токов однозначно определяются самими линейаризованными макроскопическими уравнениями Максвелла.

В дальнейшем теория тепловых электромагнитных флуктуаций, разработанная им в соавторстве с М.Л. Левиным, приобрела законченный и изящный вид [7]. Получен фундаментальный обобщённый закон Кирхгофа без ограничений на соотношение между длиной волны флуктуационного поля и характерным пространственным масштабом задачи, из которого прямо следует классический вариант закона Кирхгофа. На основе теоремы взаимности, применённой к полю точечного диполя и рассматриваемому флуктуационному полю, было показано, что функции пространственной корреляции компонент флуктуационных полей выражаются через смешанные потери полей от двух точечных диполей. Например, для компонент флуктуационного электрического поля по направлениям в пространстве, задаваемым единичными векторами $\mathbf{l}_1$ и $\mathbf{l}_2$,

$$\langle E_{l_1}(\mathbf{r}_1) E_{l_2}^*(\mathbf{r}_2) \rangle = \frac{2\Theta(\omega, T)}{\pi} Q_{ee}(\mathbf{r}_1, \mathbf{l}_1; \mathbf{r}_2, \mathbf{l}_2), \quad (22)$$

$Q_{ee}(\mathbf{r}_1, \mathbf{l}_1; \mathbf{r}_2, \mathbf{l}_2)$ — это смешанные потери полей двух электрических диполей, один из которых ($\mathbf{d}_1 = -\mathbf{l}_1/i\omega$) расположен в точке $\mathbf{r}_1$ и ориентирован по $\mathbf{l}_1$, а второй ($\mathbf{d}_2 = -\mathbf{l}_2/i\omega$) расположен в точке $\mathbf{r}_2$ и ориентирован по $\mathbf{l}_2$. Такие диполи соответствуют единичному электрическому точечному току $\mathbf{j}_0^e = \mathbf{l}\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') = -i\omega\mathbf{d}\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}')$ в точке $\mathbf{r} = \mathbf{r}'$,

$$Q_{ee}(\mathbf{r}_1, \mathbf{l}_1; \mathbf{r}_2, \mathbf{l}_2) = -\frac{i\omega}{16\pi} \int_V d^3r [E_i^{e1} E_j^{e2*} (\varepsilon_{ij} - \varepsilon_{ji}^*) + H_i^{e1} H_j^{e2*} (\mu_{ij} - \mu_{ji}^*)], \quad (23)$$

где $E_i^{ek} = E_i^{ek}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_k; \mathbf{l}_k)$, $H_i^{ek} = H_i^{ek}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_k; \mathbf{l}_k)$ — поля k -го ($k = 1, 2$) точечного электрического диполя, а интегрирование ведётся по объёму тела, генерирующего тепловое поле. Аналогично выглядят формулы для компонент флуктуационного магнитного поля $\langle H_{l_1}(\mathbf{r}_1) H_{l_2}^*(\mathbf{r}_2) \rangle$ и смешанного произведения $\langle E_{l_1}(\mathbf{r}_1) H_{l_2}^*(\mathbf{r}_2) \rangle$, но при расчёте потерь здесь нужно использовать поля $E_i^{m1,2} = E_i^{m1,2}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_{1,2}; \mathbf{l}_{1,2})$, $H_i^{m1,2} = H_i^{m1,2}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_{1,2}; \mathbf{l}_{1,2})$ магнитных точечных диполей $\mathbf{m}_1 = -\mathbf{l}_1/i\omega$, $\mathbf{m}_2 = -\mathbf{l}_2/i\omega$, соответствующие единичному магнитному току $\mathbf{j}_0^m = \mathbf{l}\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') = -i\omega\mathbf{m}\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}')$.

Следует отметить, что обобщённый закон Кирхгофа, выражаемый, в частности, формулой (22), даёт возможность расчёта спектральных характеристик флуктуационного поля, излучаемого нагретым телом произвольной формы в холодное пространство, т.е. описывает неравновесную ситуацию, как и классический закон Кирхгофа (1). Существенное различие между ними заключается в том, что в рамках рассматриваемой здесь теории появилась возможность нахождения спектральных характеристик тепловых полей в ближней зоне — зоне квазистационарных случайных полей, чего в принципе не мог дать классический закон, поскольку он получен в приближении геометрической оптики.

В случае полного термодинамического равновесия, когда температуры всех тел равны, авторы теории показали, используя комплексную лемму Лоренца, что потери определяются просто полями точечных источников, или функциями Грина задачи,

$$Q_{ee}(\mathbf{r}_1, \mathbf{l}_1; \mathbf{r}_2, \mathbf{l}_2) = -\frac{1}{2} \text{Re} (\mathbf{l}_1 \mathbf{E}^{e2}(\mathbf{r}_1)) = -\frac{1}{2} \text{Re} (\mathbf{l}_2 \mathbf{E}^{e1}(\mathbf{r}_2)), \quad (24)$$

а обобщённый закон Кирхгофа (22) приобретает простой вид:

$$\begin{aligned} \langle E_{l_1}(\mathbf{r}_1) E_{l_2}^*(\mathbf{r}_2) \rangle &= -\frac{\Theta(\omega, T)}{\pi} \text{Re} (\mathbf{l}_1 \mathbf{E}^{e2}(\mathbf{r}_1)) = \\ &= -\frac{\Theta(\omega, T)}{\pi} \text{Re} (\mathbf{l}_2 \mathbf{E}^{e1}(\mathbf{r}_2)). \end{aligned} \quad (25)$$

Аналогичные формулы получены для корреляционных функций компонент магнитной напряжённости теплового поля и смешанных корреляционных функций.

Следует отметить, что формула (24) легко получается из теоремы Пойнтинга, из которой следует, что диссипируемая мощность во всём пространстве, создаваемая полем регулярного тока $\mathbf{j}_0 = \mathbf{l}\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}')$, равна

$$Q(\mathbf{r}, \mathbf{l}) = - \int d^3r' \langle \mathbf{j}_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \mathbf{E}(\mathbf{r}') \rangle = -\frac{1}{2} \text{Re} (\mathbf{l} \mathbf{E}(\mathbf{r})). \quad (26)$$

Таким образом, в любом случае, и тогда, когда система находится в полном термодинамическом равновесии с окружающим пространством, и в случае неполного равновесия, когда нагрето лишь рассматриваемое тело, спектральные характеристики теплового флуктуационного поля определяются функциями Грина соответствующей регулярной задачи. Рассматриваемая теория позволяет рассчитать корреляционные функции термостимулированного поля на любом расстоянии от поверхности теплового источника и при этом получить исчерпывающую информацию о спектральных характеристиках как бегущих, так и квазистационарных волн этого флуктуационного поля.

3.2. Метод функций Грина

В современной физике исключительно важным и плодотворным оказался подход, основанный на понятии функции Грина [22–24]. Так, в теории твёрдого тела введена функция Грина, определённая с помощью усреднённых, по-разному упорядоченных полевых операторов. Оказалось, что фурье-образ функции Грина определяет спектр квазичастичных возбуждений в твёрдом теле. Естественно, что для описания электромагнитных

возбуждений в рамках уже разработанной общей методики имело смысл по аналогии построить соответствующую теорию. Роль полевых операторов в теории электромагнитных флуктуаций [24] играют операторы потенциалов φ и $\mathbf{A}$ электромагнитного поля. Ключевым понятием теории является запаздывающая функция Грина

$$iG_{ik}^R(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2; t_1, t_2) = \begin{cases} \langle \hat{A}_i(\mathbf{r}_1, t_1) \hat{A}_k(\mathbf{r}_2, t_2) - \hat{A}_k(\mathbf{r}_2, t_2) \hat{A}_i(\mathbf{r}_1, t_1) \rangle, & t_1 > t_2, \\ 0, & t_1 < t_2. \end{cases} \quad (27)$$

В случае, когда функция Грина зависит только от разности $t = t_1 - t_2$, её фурье-образ выражается как

$$G_{ik}^R(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2; \omega) = \int_0^\infty dt \exp(i\omega t) G_{ik}^R(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2; t). \quad (28)$$

В основе теории лежат общая теория отклика макроскопической системы на внешнее воздействие и теоремы Кубо [18]. Общее выражение для гамильтониана взаимодействия электромагнитного поля со средой имеет вид

$$\hat{V} = -\frac{1}{c} \int d^3r \hat{\mathbf{j}}(\mathbf{r}, t) \hat{\mathbf{A}}(\mathbf{r}, t) + \int d^3r \hat{\rho}(\mathbf{r}, t) \hat{\varphi}(\mathbf{r}, t), \quad (29)$$

где $\hat{\mathbf{j}}$ и $\hat{\rho}$ — операторы плотности тока и плотности заряда среды, а интегрирование ведётся по всему её объёму. Для удобства в этой теории используется калибровка $\varphi = 0$, что не сказывается на наблюдаемых величинах — напряжённостях полей. С учётом выбранной калибровки можно записать оператор взаимодействия (29), связанный с классическим сторонним током:

$$\hat{V} = -\frac{1}{c} \int d^3r \mathbf{j}_0(\mathbf{r}, t) \hat{\mathbf{A}}(\mathbf{r}, t). \quad (30)$$

Известно, что для дискретных динамических величин x_i , характеризующих какое-либо свойство системы под действием внешних воздействий f_i , оператор энергии взаимодействия имеет вид $\hat{V} = -\sum_i f_i \hat{x}_i$. Средние значения динамических величин $\langle x_i(t) \rangle$ являются линейными функционалами внешних сил $f_a(t)$, а их фурье-компоненты связаны простым линейным соотношением: $\langle x_i(\omega) \rangle = \sum_j \chi_{ij}(\omega) f_j(\omega)$, где $\chi_{ij}(\omega)$ — обобщённые восприимчивости. В случае распределённых по пространству величин x_i и f_i оператор взаимодействия выражается в виде

$$\hat{V} = -\sum_i \int d^3r f_i(\mathbf{r}, t) \hat{x}_i(\mathbf{r}, t). \quad (31)$$

Сравнивая (30) и (31) и полагая, что внешними силами f_a являются компоненты стороннего тока $\mathbf{j}_0$, в качестве динамических величин x_a необходимо выбрать компоненты векторного потенциала $\mathbf{A}/c$.

В рамках теории линейного отклика можно записать

$$\langle x_i(\mathbf{r}, t) \rangle = \int d^3r' \int dt' \chi_{ij}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; t - t') f_j(\mathbf{r}', t'), \quad (32)$$

откуда для фурье-компонент средний отклик, как и в дискретном случае, выражается через восприимчивость системы:

$$\langle x_i(\mathbf{r}, \omega) \rangle = \sum_j \int d^3r' \chi_{ij}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; \omega) f_j(\mathbf{r}', \omega). \quad (33)$$

В свою очередь, восприимчивость согласно Кубо выражается через средние значения коммутаторов операторов $\hat{x}_a(\mathbf{r}, t)$ в гейзенберговском представлении:

$$\chi_{ij}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; \omega) = \frac{i}{\hbar} \int_0^\infty dt \exp(i\omega t) \langle \hat{x}_i(\mathbf{r}, t) \hat{x}_j(\mathbf{r}', 0) - \hat{x}_j(\mathbf{r}', 0) \hat{x}_i(\mathbf{r}, t) \rangle. \quad (34)$$

Сопоставляя формулу (34) с определением запаздывающей функции Грина (27), (28), получим

$$G_{ik}^R(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; \omega) = -i \int_0^\infty dt \exp(i\omega t) \langle \hat{A}_i(\mathbf{r}, t) \hat{A}_k(\mathbf{r}', 0) - \hat{A}_k(\mathbf{r}', 0) \hat{A}_i(\mathbf{r}, t) \rangle, \quad (35)$$

откуда видно, что компоненты тензора $-G_{ik}^R(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; \omega)/\hbar c^2$ следует рассматривать как обобщённые восприимчивости. Поэтому, учитывая (32), для средней величины компоненты векторного потенциала флуктуационного поля можно записать

$$\langle A_i(\mathbf{r}, \omega) \rangle = -\frac{1}{\hbar c} \int d^3r' G_{ik}^R(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; \omega) j_k(\mathbf{r}', \omega). \quad (36)$$

Но среднее поле, определяемое векторным потенциалом, удовлетворяет системе уравнений (14) или (15). Обозначая далее средний векторный потенциал без угловых скобок и учитывая, что в выбранной калибровке $\mathbf{B}(\omega) = \text{rot } \mathbf{A}(\omega)$, $\mathbf{E}(\omega) = i(\omega/c)\mathbf{A}(\omega)$, а также соотношения $B_i(\omega) = \mu_{ik}(\omega)H_k(\omega)$ и $D_i(\omega) = \varepsilon_{ik}(\omega)E_k(\omega)$, можно получить уравнение для запаздывающей функции Грина. Это уравнение в обозначениях [24] имеет следующий вид:

$$\left[\text{rot}_{il}(\mu_{mn}^{-1} \text{rot}_{nl}) - \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_{il} \right] D_{lk}^R(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; \omega) = -4\pi\hbar \delta_{ik} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}'), \quad (37)$$

где подразумевается, что $\text{rot}_{il} = e_{ikl} \partial/\partial x_k$, $(\text{rot } \mathbf{A})_i = \text{rot}_{il} A_l$, и, как обычно, по повторяющемуся индексу проводится суммирование. Так же как и в теории Рытова, определяя функцию Грина из конкретной граничной задачи и используя ФДТ для обобщённых восприимчивостей $-G_{ik}^R(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; \omega)/\hbar c^2$, можно найти спектральную плотность корреляций, например, симметризованной корреляционной функции компонент векторного потенциала:

$$(A_i^{(1)} A_k^{(2)})_\omega = \frac{i\Theta(\omega, T)}{\hbar\omega} [G_{ik}^R(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2; \omega) - G_{ki}^R(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}_1; \omega)]. \quad (38)$$

С учётом определения полей через векторный потенциал сразу записываются спектральные плотности корреляций компонент поля $(E_i^{(1)} E_k^{(2)})_\omega = (\omega^2/c^2)(A_i^{(1)} A_k^{(2)})_\omega$ и $(B_i^{(1)} B_k^{(2)})_\omega = \text{rot}_{il}^{(1)} \text{rot}_{km}^{(2)} (A_l^{(1)} A_m^{(2)})_\omega$. Если среда не магнитоактивна, то $G_{ik}^R(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2; \omega) = G_{ki}^R(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}_1; \omega)$ и (38) приобретает более простой вид:

$$(A_i^{(1)} A_k^{(2)})_\omega = -\frac{2\Theta(\omega, T)}{\hbar\omega} \text{Im } G_{ik}^R(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2; \omega), \quad (39)$$

т.е. выражается через мнимую часть функции Грина. Внешнее различие с результатами теории Рытова (см. (25)) связано с разным определением функций Грина и фурье-преобразований в [7, 24]. В частности,

уравнение Гельмгольца для векторного потенциала или вектора Герца, следующее из системы (21), содержит в правой части диполь $\mathbf{d} = i\mathbf{l}/\omega$ (или $\mathbf{m} = i\mathbf{l}/\omega$), соответствующий единичному току в теории Рытова.

3.3. Теория Г.С. Агарвала

В 1970-х годах Г.С. Агарвалем [25] был предложен теоретический метод расчёта свойств термостимулированных полей твёрдых тел. Этот метод, как и рассмотренный в разделе 3.2, основан на теории линейного отклика, теоремах Кубо и, естественно, на уравнениях Максвелла. Агарваль использовал другой вид гамильтониана взаимодействия:

$$V = - \int d^3r (\mathbf{P}_0(\mathbf{r}, t) \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) + \mathbf{M}_0(\mathbf{r}, t) \mathbf{H}(\mathbf{r}, t)), \quad (40)$$

где $\mathbf{P}_0(\mathbf{r}, t)$ и $\mathbf{M}_0(\mathbf{r}, t)$ — сторонние поляризация и намагниченность, связанные со сторонним током в (29) и (30) соотношением

$$\mathbf{j}_0(\mathbf{r}, t) = \frac{\partial \mathbf{P}_0(\mathbf{r}, t)}{\partial t} + c \operatorname{rot} \mathbf{M}_0. \quad (41)$$

Гамильтониан (40) следует из (29), если учесть, что $\rho_0(\mathbf{r}, t) = -\operatorname{div} \mathbf{P}_0(\mathbf{r}, t)$, и применить формулы векторного анализа $\operatorname{div}(\varphi \mathbf{P}_0) = \varphi \operatorname{div} \mathbf{P}_0 + \mathbf{P}_0 \operatorname{grad} \varphi$ и $\operatorname{div}[\mathbf{M}_0 \times \mathbf{A}] = \mathbf{A} \operatorname{rot} \mathbf{M}_0 + \mathbf{M}_0 \operatorname{rot} \mathbf{A}$.

Из (33) непосредственно следует, что восприимчивость определяется первой функциональной производной

$$\frac{\delta \langle x_i(\mathbf{r}, \omega) \rangle}{\delta f_j(\mathbf{r}', \omega)} = \chi_{ij}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; \omega). \quad (42)$$

Учитывая, что гамильтониан (40) имеет вид (31) и поэтому поля выражаются через полевые восприимчивости формулами типа (33), можно определить четыре типа функций отклика:

$$\begin{aligned} \chi_{ij}^{EE}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; \omega) &= \frac{\delta E_i(\mathbf{r}, \omega)}{\delta P_{0j}(\mathbf{r}', \omega)}, \\ \chi_{ij}^{EH}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; \omega) &= \frac{\delta E_i(\mathbf{r}, \omega)}{\delta M_{0j}(\mathbf{r}', \omega)}, \\ \chi_{ij}^{HE}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; \omega) &= \frac{\delta H_i(\mathbf{r}, \omega)}{\delta P_{0j}(\mathbf{r}', \omega)}, \\ \chi_{ij}^{HH}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; \omega) &= \frac{\delta H_i(\mathbf{r}, \omega)}{\delta M_{0j}(\mathbf{r}', \omega)}, \end{aligned} \quad (43)$$

которые по теореме Кубо (35) связаны с соответствующими симметризованными корреляционными функциями типа (7) и их фурье-преобразованиями (8). Используя эти фурье-преобразования и определения

$$\langle [A(0), B(t)] \rangle = \frac{i}{\hbar} \langle B(t)A(0) - A(0)B(t) \rangle, \quad (44)$$

$$\langle \{A(0), B(t)\} \rangle = \frac{1}{2} \langle B(t)A(0) + A(0)B(t) \rangle, \quad (45)$$

а также соотношение [18]

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{+\infty} dt \exp(i\omega t) \langle [A(0), B(t)] \rangle &= \\ = \frac{\omega}{i\Theta(\omega, T)} \int_{-\infty}^{+\infty} dt \exp(i\omega t) \langle \{A(0), B(t)\} \rangle, \end{aligned} \quad (46)$$

получим связь спектральной плотности симметризованной функции корреляций с обобщённой восприимчивостью $\chi_{ab}^{AB}(\omega) = \chi_{ab}'^{AB}(\omega) + i\chi_{ab}''^{AB}(\omega)$.

Для спектральных плотностей компонент полей их симметризованных корреляционных функций (45) имеем

$$\gamma_{ij}^{EE}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; \omega) = \frac{2i\Theta(\omega, T)}{\omega} \operatorname{Re} \chi_{ij}^{EE}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; \omega), \quad (47)$$

$$\gamma_{ij}^{HH}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; \omega) = \frac{2i\Theta(\omega, T)}{\omega} \operatorname{Re} \chi_{ij}^{HH}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; \omega),$$

а для смешанных спектральных плотностей получим

$$\gamma_{ij}^{EH}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; \omega) = -\frac{2\Theta(\omega, T)}{\omega} \operatorname{Im} \chi_{ij}^{EH}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; \omega), \quad (48)$$

$$\gamma_{ij}^{HE}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; \omega) = -\frac{2\Theta(\omega, T)}{\omega} \operatorname{Im} \chi_{ij}^{HE}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; \omega).$$

Для того чтобы найти восприимчивости (43), необходимо решить соответствующие электродинамические задачи, выразив поля через сторонние поляризации и намагниченности.

Граничная задача решается для системы (15), в которую вводятся сторонние поляризация и намагниченность,

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} (\mathbf{B} + 4\pi \mathbf{M}_0), \quad \operatorname{div} (\mathbf{B} + 4\pi \mathbf{M}_0) = 0, \quad (49)$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{H} = \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} (\mathbf{D} + 4\pi \mathbf{P}_0), \quad \operatorname{div} (\mathbf{D} + 4\pi \mathbf{P}_0) = 0.$$

Записывая решение системы (49) в виде (32), например через функцию Грина конкретной задачи, и используя определения (43), можно найти по формулам (47), (48) спектральные характеристики флуктуационных электромагнитных полей в рассматриваемой задаче, все специфические особенности которой определяются её геометрией и электродинамическими характеристиками.

В заключение этого раздела отметим, что описанные теоретические методы нахождения спектральных характеристик теплового электромагнитного поля фактически идентичны, поскольку основаны на решении системы макроскопических уравнений Максвелла с заданными граничными и линейными материальными условиями. В каждом подходе рассматривается длинноволновая часть излучения, в которой волновые векторы полей удовлетворяют условию $ka \ll 1$, где a — межатомное расстояние в среде. В этой области частот все спектральные характеристики флуктуационных электромагнитных полей выражаются через феноменологические понятия — диэлектрическую и магнитную проницаемости среды $\varepsilon(\omega)$ и $\mu(\omega)$. Поэтому практическое использование той или иной теории во многом является делом вкуса.

Следует, впрочем, заметить, что теоретические подходы, описанные в разделах 3.2 и 3.3, позволяют находить характеристики случайных полей в условиях полного термодинамического равновесия в системе. Для того чтобы рассмотреть поля в условиях частичного равновесия, когда одна часть системы нагрета и излучает в холодное окружение, необходимо из полученного равновесного решения вычесть вклад, соответствующий рассеянному этой нагретой частью системы чёрному излучению (см., например, задачу 3 после § 77 в [24]).

Фактически именно так получен классический закон Кирхгофа (1), в котором из интенсивности равновесного излучения вычтена отражённая телом доля интенсивности чёрного излучения. Теория Рытова даёт рецепт нахождения характеристик флуктуационного электромагнитного тела сразу в условиях, когда нагретое тело излучает в холодное пространство. Характеристики равновесного поля находятся из обобщённого закона Кирхгофа как частный, более простой случай. Разумеется, решения, полученные в рамках разных теоретических подходов, идентичны.

4. Спектральные характеристики термостимулированных флуктуационных электромагнитных полей плоскостойких тел

4.1. Спектральные характеристики флуктуационного электромагнитного поля полупространства

Прежде всего напомним хорошо известную из любого классического курса механики задачу о движении осциллятора под действием внешней силы. Из её решения следует, что смещение осциллятора испытывает резкое возрастание (резонанс) на собственной частоте этой системы. Амплитуда и ширина резонанса определяются диссипативными процессами в системе.

В нашем случае динамика системы определяется системой уравнений Максвелла в вакууме и в среде типа (14) или (15), в которые введены сторонние случайные токи (так называемый ланжевеновский подход), задаваемые флуктуационно-диссипативной теоремой. При этом необходимо отметить, что решения должны подчиняться заданным граничным условиям. Из уравнений следует, что возможный класс полей возбуждается суммой заданных сторонних и специфических для данной системы наведённых токов. Вместо рассмотрения наведённых токов можно говорить о наведённой поляризации, поскольку они однозначно связаны.

В простейшей модели среды — наборе осцилляторов — поляризация пропорциональна смещению осцилляторов из положения равновесия. Смещения осцилляторов под действием внешней вынуждающей силы, как можно считать по аналогии с таковыми в классической механике, резонансно возбуждаются на собственных модах данной среды. Собственными модами среды являются объёмные и поверхностные поляритоны, поскольку в реальном эксперименте среда всегда ограничена.

Таким образом, на основе этой упрощённой картины можно полагать, что поля, а точнее в нашем случае их энергетические характеристики — средние квадраты полей, должны возбуждаться преимущественно на частотах, близких к собственным частотам конкретной задачи. Это полностью подтверждается точными решениями разнообразных задач флуктуационной электродинамики.

4.1.1. Неравновесная задача. Для экспериментального исследования термостимулированного излучения очень важной является задача определения статистических свойств теплового поля, генерируемого нагретым образом, температура которого намного больше температуры окружающих объектов. Относительно простой моделью оптически толстого образца здесь может быть полупространство. Такая задача детально рассмотрена в

книге [7]. Используя обобщённый закон Кирхгофа, авторы работы [7] определили все возможные статистические характеристики термостимулированного электромагнитного поля, генерируемого полупространством, оптические свойства которого характеризуются произвольной комплексной диэлектрической функцией $\varepsilon(\omega)$ и магнитной проницаемостью $\mu(\omega)$.

Выразим решения, полученные в [7], непосредственно через коэффициенты Френеля p - и s -поляризованных волн, падающих в среде i под некоторым углом θ от нормали к плоской границе, отделяющей среду i от среды j :

$$r_{ij}^p = \frac{w_i \varepsilon_j - w_j \varepsilon_i}{w_i \varepsilon_j + w_j \varepsilon_i}, \quad r_{ij}^s = \frac{w_i \mu_j - w_j \mu_i}{w_i \mu_j + w_j \mu_i}, \quad (50)$$

где $w_i = (k_0^2 \varepsilon_i \mu_i - p^2)^{1/2}$, $p = k_0 n_i \sin \theta$ — тангенциальная компонента волнового вектора падающей волны, $k_0 = \omega/c$ — волновое число в вакууме, $n_i = \sqrt{\varepsilon_i \mu_i}$.

Будем считать, что поверхность раздела образована немагнитной полупространственной областью, характеризующейся диэлектрической проницаемостью ε_1 и вакуумом. Оптические свойства такой системы полностью определяются френелевскими коэффициентами r^p и r^s . В обозначениях [7] $q_1 = i w_1 = (p^2 - \varepsilon_1 k_0^2)^{1/2}$ и $q = (p^2 - k_0^2)^{1/2}$. Легко проверить, используя (50), что

$$1 - |r^p|^2 = 2q \frac{q_1^* / \varepsilon_1^* + (q^* / q)(q_1 / \varepsilon_1)}{|q_1 / \varepsilon_1 + q|^2}. \quad (51)$$

Для бегущих волн $q = -q^*$, так как $p < k_0$. Вводя $x = p/k_0 = \sin \theta$, получим связь функции

$$S_\varepsilon = \frac{k_0(q_1^* / \varepsilon_1^* - q_1 / \varepsilon_1)}{|q + q_1 / \varepsilon_1|^2},$$

введённой в работе [7], с френелевским коэффициентом r^p :

$$S_\varepsilon = -\frac{i(1 - |r^p|^2)}{2 \cos \theta}. \quad (52)$$

В случае квазистационарных волн $q = q^*$ вследствие условия $p > k_0$. Вводя $y = q/k_0$, запишем коэффициент Френеля в следующем виде:

$$r^p = \text{Re } r^p + i \text{Im } r^p = \frac{|q_1 / \varepsilon_1|^2 + |q|^2}{|q_1 / \varepsilon_1 + q|^2} - y S_\varepsilon. \quad (53)$$

Учитывая, что функция S_ε чисто мнимая, находим её связь с коэффициентом Френеля для квазистационарных волн:

$$S_\varepsilon = -\frac{i \text{Im } r^p}{y}. \quad (54)$$

Совершенно аналогично получаются соотношения между функцией S_μ из [7] и френелевским коэффициентом r^s .

Подставляя полученные соотношения в соответствующие формулы из работы [7] для спектральных плотностей, получим выражения спектральных характеристик флуктуационного поля через коэффициенты Френеля.

Для бегущих волн, ограничивая область интегрирования по переменной p значениями $p < k_0$, находим

$$\langle |E_x|^2 \rangle^{\text{Pr}} = \langle |E_y|^2 \rangle^{\text{Pr}} = \frac{\pi u_{0\omega}}{2} \int_0^{\pi/2} d\theta \sin \theta \left(\cos^2 \theta \frac{1 - |r^p|^2}{2} + \frac{1 - |r^s|^2}{2} \right), \quad (55)$$

$$\langle |E_z|^2 \rangle^{\text{Pr}} = \pi u_{0\omega} \int_0^{\pi/2} d\theta \sin \theta \left(\sin^2 \theta \frac{1 - |r^p|^2}{2} \right), \quad (56)$$

$$\langle |H_z|^2 \rangle^{\text{Pr}} = \pi u_{0\omega} \int_0^{\pi/2} d\theta \sin \theta \left(\sin^2 \theta \frac{1 - |r^s|^2}{2} \right), \quad (57)$$

$$\langle |H_x|^2 \rangle^{\text{Pr}} = \langle |H_y|^2 \rangle^{\text{Pr}} = \frac{\pi u_{0\omega}}{2} \int_0^{\pi/2} d\theta \sin \theta \left(\cos^2 \theta \frac{1 - |r^s|^2}{2} + \frac{1 - |r^p|^2}{2} \right), \quad (58)$$

$$\langle E_x H_y^* \rangle^{\text{Pr}} = -\langle E_y H_x^* \rangle^{\text{Pr}} = \frac{\pi u_{0\omega}}{2} \int_0^{\pi/2} d\theta \sin \theta \cos \theta \left(\frac{1 - |r^p|^2}{2} + \frac{1 - |r^s|^2}{2} \right), \quad (59)$$

где $u_{0\omega} = \Theta k_0^2 / \pi^2 c$ — спектральная плотность энергии равновесного излучения.

Для спектральных плотностей электрической и магнитной энергии и их суммы с учётом (55)–(58) имеем

$$u_{ew}^{\text{Pr}} = \frac{1}{4\pi} \sum_{i=x,y,z} \langle |E_i|^2 \rangle = \frac{u_{0\omega}}{4} \int_0^{\pi/2} d\theta \sin \theta \left(\frac{1 - |r^p|^2}{2} + \frac{1 - |r^s|^2}{2} \right), \quad (60)$$

$$u_{mw}^{\text{Pr}} = \frac{1}{4\pi} \sum_{i=x,y,z} \langle |H_i|^2 \rangle = \frac{u_{0\omega}}{4} \int_0^{\pi/2} d\theta \sin \theta \left(\frac{1 - |r^s|^2}{2} + \frac{1 - |r^p|^2}{2} \right), \quad (61)$$

$$u_{\omega}^{\text{Pr}} = u_{ew}^{\text{Pr}} + u_{mw}^{\text{Pr}} = \frac{u_{0\omega}}{2} \int_0^{\pi/2} d\theta \sin \theta \left(\frac{1 - |r^p|^2}{2} + \frac{1 - |r^s|^2}{2} \right). \quad (62)$$

Учитывая связь между интенсивностью I_{ω} и плотностью энергии u_{ω} в вакууме

$$u_{\omega} = c^{-1} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi/2} d\theta \sin \theta I_{\omega}, \quad (63)$$

а также связь между интенсивностью равновесного излучения $I_{0\omega}$ и плотностью его энергии $u_{0\omega}$ в вакууме $I_{0\omega} = cu_{0\omega}/4\pi$, из (62) немедленно получаем

$$I_{\omega} = I_{0\omega} \left(\frac{(1 - |r^p|^2) + (1 - |r^s|^2)}{2} \right). \quad (64)$$

Учитывая равноправие обеих поляризаций и вводя энергетические коэффициенты поглощения $R^p = |r^p|^2$, $R^s = |r^s|^2$ и $R = (R^p + R^s)/2$, авторы [7] получили из (63) классический закон Кирхгофа:

$$I_{\omega} = I_{0\omega} (1 - R). \quad (65)$$

Для вектора Пойнтинга с учётом (59) имеем

$$P_{\omega n} = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi/2} d\theta I_{0\omega} (1 - R) \cos \theta \sin \theta. \quad (66)$$

Квазистационарным волнам соответствует область интегрирования $k_0 < p < \infty$, поэтому с учётом (54)

$$\langle |E_x|^2 \rangle^{\text{Ev}} = \langle |E_y|^2 \rangle^{\text{Ev}} = \frac{\pi u_{0\omega}}{2} \int_0^{\infty} dy \exp(-2k_0 hy) (y^2 \text{Im } r^p + \text{Im } r^s), \quad (67)$$

$$\langle |E_z|^2 \rangle^{\text{Ev}} = \pi u_{0\omega} \int_0^{\infty} dy \exp(-2k_0 hy) (y^2 + 1) \text{Im } r^p, \quad (68)$$

$$\langle |H_z|^2 \rangle^{\text{Ev}} = \pi u_{0\omega} \int_0^{\infty} dy \exp(-2k_0 hy) (y^2 + 1) \text{Im } r^s, \quad (69)$$

$$\langle |H_x|^2 \rangle^{\text{Ev}} = \langle |H_y|^2 \rangle^{\text{Ev}} = \frac{\pi u_{0\omega}}{2} \int_0^{\infty} dy \exp(-2k_0 hy) (y^2 \text{Im } r^s + \text{Im } r^p). \quad (70)$$

Перекрытые спектральные плотности оказываются чисто мнимыми величинами:

$$\langle E_x H_y^* \rangle^{\text{Ev}} = -\langle E_y H_x^* \rangle^{\text{Ev}} = i \frac{u_{0\omega}}{2\pi} \int_0^{\infty} dy y \exp(-2k_0 hy) (\text{Im } r^s - \text{Im } r^p), \quad (71)$$

поэтому вектор Пойнтинга, соответствующий квазистационарным волнам, равен нулю,

$$P_{\omega n}^{\text{Ev}} = \frac{c}{4\pi} (\langle E_x H_y^* \rangle^{\text{Ev}} - \langle E_y H_x^* \rangle^{\text{Ev}} + \text{с.с.}) = 0. \quad (72)$$

Для спектральных плотностей электрической и магнитной энергии и их суммы, учитывая (67)–(70), имеем

$$u_{ew}^{\text{Ev}} = \frac{u_{0\omega}}{4} \int_0^{\infty} dy \exp(-2k_0 hy) [(2y^2 + 1) \text{Im } r^p + \text{Im } r^s], \quad (73)$$

$$u_{mw}^{\text{Ev}} = \frac{u_{0\omega}}{4} \int_0^{\infty} dy \exp(-2k_0 hy) [\text{Im } r^p + (2y^2 + 1) \text{Im } r^s], \quad (74)$$

$$u_{\omega}^{\text{Ev}} = u_{ew}^{\text{Ev}} + u_{mw}^{\text{Ev}} = \frac{u_{0\omega}}{2} \int_0^{\infty} dy \exp(-2k_0 hy) (y^2 + 1) (\text{Im } r^p + \text{Im } r^s). \quad (75)$$

Отсюда суммарная спектральная плотность энергии равна

$$u_{\omega} = \omega_{\omega}^{\text{Pr}} + u_{\omega}^{\text{Ev}} = \frac{u_{0\omega}}{2} \left[\int_0^{\pi/2} d\theta \sin \theta \frac{(1 - |r^p|^2) + (1 - |r^s|^2)}{2} + \int_0^{\infty} dy \exp(-2k_0 hy) (y^2 + 1) (\text{Im } r^p + \text{Im } r^s) \right]. \quad (76)$$

4.1.2. Равновесная задача. В случае полного термодинамического равновесия, при котором температура образца и окружения равны, для определения спектральных плотностей термостимулированных полей необходимо решить задачу о поле единичного точечного источника в заданной геометрии, другими словами определить функцию Грина соответствующей задачи. Такая задача рассматривалась разными авторами, и её решение хорошо известно (см., например, [7, 26–30]).

Согласно теории Рытова, для того чтобы найти спектральную плотность какой-либо компоненты флуктуационного поля в выбранной точке пространства,

необходимо поместить в эту точку единичный точечный источник и определить его поле в этой же точке. Мы будем использовать форму решения, представленную в [27, 28], лишь заменив для удобства некоторые обозначения. Поле единичного точечного источника, расположенного на расстоянии h от полупространства, в точке нахождения этого источника, выражается следующим образом:

$$\mathbf{E} = \frac{2}{3} ik_0^3 \boldsymbol{\mu} + \frac{ik_0^2}{2\pi} \int d\mathbf{p} w_0^{-1} (\hat{\mathbf{s}} \hat{\mathbf{s}} r^s + \hat{\mathbf{p}}_{0+} \hat{\mathbf{p}}_{0-} r^p) \boldsymbol{\mu} \exp(2i w_0 h), \quad (77)$$

$$\mathbf{H} = \frac{2}{3} ik_0^3 \mathbf{m} + \frac{ik_0^2}{2\pi} \int d\mathbf{p} w_0^{-1} (\hat{\mathbf{s}} \hat{\mathbf{s}} r^p + \hat{\mathbf{p}}_{0+} \hat{\mathbf{p}}_{0-} r^s) \mathbf{m} \exp(2i w_0 h), \quad (78)$$

где $d\mathbf{p} = p dp d\varphi$, $w_0 = (k_0^2 - p^2)^{1/2}$, $\boldsymbol{\mu}$ и $\mathbf{m}$ — точечные электрический и магнитный диполи, r^s и r^p — френелевские коэффициенты отражения, $k_0 = \omega/c$ — волновое число в вакууме, $\hat{\mathbf{s}} = \hat{\mathbf{p}} \times \hat{\mathbf{z}}$, $\hat{\mathbf{p}} = \mathbf{p}/|\mathbf{p}|$, $\hat{\mathbf{p}}_{0\pm} = k_0^{-1}(p\hat{\mathbf{z}} \mp w_0\hat{\mathbf{p}})$, $\hat{\mathbf{z}}$ и $\hat{\mathbf{p}}$ — единичные векторы, направленные по нормали к поверхности раздела и вдоль неё соответственно; здесь необходимо следовать известному правилу для диадных произведений, например $\hat{\mathbf{s}}\hat{\mathbf{s}}\boldsymbol{\mu} \equiv \hat{\mathbf{s}}(\hat{\mathbf{s}}\boldsymbol{\mu})$.

Подставляя в формулу (25) действительные части (77) и (78), получим выражения спектральной плотности для любой компоненты флуктуационного поля.

Рассмотрим сначала предельные случаи. Простейший случай $r^s = r^p = 0$ соответствует чёрному телу. Ориентируя точечный диполь вдоль выбранной оси, например оси x , и полагая его равным $\mu_x = i/\omega$, что соответствует единичному точечному источнику, получим из (25) и (77) спектральную плотность E_x -компоненты флуктуационного электромагнитного поля в точке, находящейся на любом расстоянии от полупространства с оптическими характеристиками чёрного тела,

$$\langle |E_x|^2 \rangle = \frac{2\pi}{3} u_{0\omega}, \quad (79)$$

и аналогичные выражения для других компонент.

Отсюда следует выражение для спектральной плотности энергии термостимулированного электромагнитного поля в случае полного термодинамического равновесия в замкнутой полости, образованной рассматриваемым полупространством и находящимися на бесконечности телами с произвольными оптическими характеристиками,

$$u_\omega = \frac{1}{4\pi} \sum_{i=x,y,z} \langle |E_i|^2 \rangle + \frac{1}{4\pi} \sum_{i=x,y,z} \langle |H_i|^2 \rangle \equiv u_{0\omega}. \quad (80)$$

Как и следовало ожидать, получена формула Планка для спектральной плотности энергии равновесного излучения $u_{0\omega} = \Theta k_0^2 / \pi^2 c$. Интересно сравнить (80) с выражением для спектральной плотности энергии в неравновесном случае (76), когда бесконечно удалённые тела имеют нулевую температуру. Подставляя $r^s = r^p = 0$ в (76), получим $u_\omega = u_{0\omega}/2$, как это и должно быть в одностороннем потоке излучения от полупространства с оптическими характеристиками чёрного тела.

Другой предельный случай — полупространство с идеальными свойствами, $|\varepsilon| \rightarrow \infty$, где ε — диэлектрическая проницаемость материала полупространства. Как легко видеть из общих выражений для коэффициентов

Френеля (50), этому случаю соответствуют равенства $r^s = -1$ и $r^p = 1$. Выражения (77) и (78) приобретают вид

$$\mathbf{E} = \frac{2}{3} ik_0^3 \boldsymbol{\mu} + \frac{ik_0^2}{2\pi} \int_0^\infty \int_0^{2\pi} dp d\varphi p w_0^{-1} [-\hat{\mathbf{s}}(\hat{\mathbf{s}}\boldsymbol{\mu}) + \hat{\mathbf{p}}_{0+}(\hat{\mathbf{p}}_{0-}\boldsymbol{\mu})] \exp(2i w_0 h), \quad (81)$$

$$\mathbf{H} = \frac{2}{3} ik_0^3 \mathbf{m} + \frac{ik_0^2}{2\pi} \int_0^\infty \int_0^{2\pi} dp d\varphi p w_0^{-1} [\hat{\mathbf{s}}(\hat{\mathbf{s}}\mathbf{m}) - \hat{\mathbf{p}}_{0+}(\hat{\mathbf{p}}_{0-}\mathbf{m})] \exp(2i w_0 h), \quad (82)$$

т.е. различаются лишь знаком подынтегрального выражения, поэтому все вычисления можно провести, например, для электрического поля, а затем, внося очевидные изменения в результаты этих вычислений, получить выражения для компонент магнитного поля.

Заметим, что введённые единичные векторы $\hat{\mathbf{s}}$ и $\hat{\mathbf{p}}$ связаны с единичными векторами декартовой системы координат следующим образом: $\hat{\mathbf{s}} = \hat{\mathbf{e}}_y \cos \varphi - \hat{\mathbf{e}}_x \sin \varphi$, $\hat{\mathbf{p}} = \hat{\mathbf{e}}_x \cos \varphi + \hat{\mathbf{e}}_y \sin \varphi$. Подставляя последние выражения в (81) и (82) и интегрируя по полярному углу, для декартовых компонент электрического поля находим

$$E_x = \frac{2}{3} ik_0^3 \mu_x - \frac{ik_0^2}{2} \mu_x \int_0^\infty dp p w_0^{-1} \left(1 + \frac{w_0^2}{k_0^2}\right) \exp(2i w_0 h), \quad (83)$$

$$E_y = \frac{2}{3} ik_0^3 \mu_y - \frac{ik_0^2}{2} \mu_y \int_0^\infty dp p w_0^{-1} \left(1 + \frac{w_0^2}{k_0^2}\right) \exp(2i w_0 h), \quad (84)$$

$$E_z = \frac{2}{3} ik_0^3 \mu_z + i\mu_z \int_0^\infty dp p^3 w_0^{-1} \exp(2i w_0 h). \quad (85)$$

Учтём сразу, что для получения спектральной плотности компонент поля необходимо взять действительную часть полученных выражений. Квазистационарная часть ($p > k_0$) немедленно выпадает из рассмотрения, поскольку вторые слагаемые во всех выражениях (83)–(85) в этом случае будут чисто мнимыми. Физически это соответствует тому, что идеальное тело без поглощения не может быть источником термостимулированного излучения. Интегрирование от нуля до k_0 , которое легко осуществляется, приводит к следующим выражениям для спектральных плотностей:

$$\begin{aligned} \langle |E_x|^2 \rangle &= \langle |E_y|^2 \rangle = \\ &= \frac{2\pi}{3} u_{0\omega} \left[1 + \frac{3}{2} \left(\frac{\sin(2k_0 h)}{(2k_0 h)^3} - \frac{\cos(2k_0 h)}{(2k_0 h)^2} - \frac{\sin(2k_0 h)}{2k_0 h} \right) \right], \end{aligned} \quad (86)$$

$$\langle |E_z|^2 \rangle = \frac{2\pi}{3} u_{0\omega} \left[1 + 3 \left(\frac{\sin(2k_0 h)}{(2k_0 h)^3} - \frac{\cos(2k_0 h)}{(2k_0 h)^2} \right) \right], \quad (87)$$

$$\langle |H_z|^2 \rangle = \frac{2\pi}{3} u_{0\omega} \left[1 - 3 \left(\frac{\sin(2k_0 h)}{(2k_0 h)^3} - \frac{\cos(2k_0 h)}{(2k_0 h)^2} \right) \right], \quad (88)$$

$$\begin{aligned} \langle |H_x|^2 \rangle &= \langle |H_y|^2 \rangle = \\ &= \frac{2\pi}{3} u_{0\omega} \left[1 - \frac{3}{2} \left(\frac{\sin(2k_0 h)}{(2k_0 h)^3} - \frac{\cos(2k_0 h)}{(2k_0 h)^2} - \frac{\sin(2k_0 h)}{2k_0 h} \right) \right]. \end{aligned} \quad (89)$$

Можно ввести сферические функции Бесселя $j_n(x) = \sqrt{\pi/2x} J_{n+1/2}(x)$ и переписать формулы (86)–(89) так, как это сделано в монографии [7], где тот же результат получен другим способом. Как легко видеть, сумма всех компонент поля даёт спектральную плотность энергии равновесного поля $u_\omega = u_{0\omega}$. Нельзя не отметить аналогию формул (86)–(89) с выражениями для фриделевских осцилляций электронных волн в твёрдом теле вблизи поверхности раздела [31, 32]. Однако в нашем случае осциллирующая часть связана с интерференцией падающих волн, источник которых находится на бесконечности, и волн, отражённых от идеальной поверхности. Отметим также, что рассматривая равновесную задачу с идеальным телом с точки зрения оптических свойств, необходимо предполагать наличие бесконечно удалённых тел, материал которых обладает хотя бы бесконечно малым поглощением, для того чтобы в системе могло установиться равновесие.

Наконец, рассмотрим общий случай равновесной задачи, которому соответствуют произвольные коэффициенты Френеля. Переходя в (77) и (78) к единичным декартовым ортам, получим, используя предложенный в монографии [7] способ:

$$\langle |E_{x,y}|^2 \rangle = \frac{2\pi}{3} u_{0\omega} + \frac{\Theta k_0}{\pi c} \operatorname{Re} \int_0^\infty dp p (2w_0)^{-1} \left(r^s - \frac{w_0^2}{k_0^2} r^p \right) \exp(2i w_0 h), \quad (90)$$

$$\langle |E_z|^2 \rangle = \frac{2\pi}{3} u_{0\omega} + \frac{\Theta k_0}{\pi c} \operatorname{Re} \int_0^\infty dp p \left(\frac{p^2}{k_0^2} r^p \right) \exp(2i w_0 h), \quad (91)$$

$$\langle |H_z|^2 \rangle = \frac{2\pi}{3} u_{0\omega} + \frac{\Theta k_0}{\pi c} \operatorname{Re} \int_0^\infty dp p \left(\frac{p^2}{k_0^2} r^s \right) \exp(2i w_0 h), \quad (92)$$

$$\langle |H_{x,y}|^2 \rangle = \frac{2\pi}{3} u_{0\omega} + \frac{\Theta k_0}{\pi c} \operatorname{Re} \int_0^\infty dp p (2w_0)^{-1} \left(r^p - \frac{w_0^2}{k_0^2} r^s \right) \exp(2i w_0 h). \quad (93)$$

Суммируя (90)–(93), найдём спектральную плотность энергии на любом расстоянии от поверхности полупространства с произвольными оптическими свойствами

$$u_\omega = u_{0\omega} + \frac{\Theta k_0}{2\pi^2 c} \operatorname{Re} \int_0^\infty dp p w_0^{-1} \frac{p^2}{k_0^2} (r^s + r^p) \exp(2i w_0 h). \quad (94)$$

Выделим, как и в неравновесном случае, части, соответствующие бегущим и квазистационарным волнам. Используя те же самые подстановки $p/k_0 = \sin \theta$ для бегущих волн ($p < k_0$) и $w_0/k_0 = i y$ для квазистационарных волн ($p > k_0$), получим

$$u_\omega = u_{0\omega} + \frac{u_{0\omega}}{2} \operatorname{Re} \int_0^{\pi/2} d\theta \sin \theta \sin^2 \theta (r^s + r^p) \times \\ \times \exp(2i k_0 h \cos \theta) + \frac{u_{0\omega}}{2} \int_0^\infty dy \exp(-2k_0 h y) (y^2 + 1) (\operatorname{Im} r^p + \operatorname{Im} r^s). \quad (95)$$

Отметим, что второе слагаемое в правой части (95), характеризующее, как и в случае идеального полупространства, интерференцию падающего и отражённого излучения, стремится к нулю на больших расстояниях

из-за наличия сильно осциллирующего множителя в подынтегральном выражении. Интерференционный член в спектральной плотности поля (76) неравновесной задачи отсутствует, поскольку нет волн, падающих на поверхность полупространства. Третье слагаемое описывает спектр квазистационарного поля и также стремится к нулю из-за наличия экспоненциального множителя. Сравнивая (76) и (95), мы видим, что спектр квазистационарных волн в равновесной и неравновесной задачах идентичен, разумеется, если одинаковы температуры полупространств в равновесной и неравновесной задачах.

Формула (95) содержит основной результат планковской теории теплового излучения, созданной в начале XX в.: в приближении геометрической оптики, когда длины волн теплового излучения много меньше характерного масштаба задачи ($k_0 h \gg 1$), спектральная плотность энергии равновесного излучения описывается формулой Планка $u_\omega = u_{0\omega} = \Theta k_0^2 / (\pi^2 c)$, независимо от оптических свойств материала тел, образующих замкнутую полость.

4.1.3. Аналитические аппроксимации. При решении прикладных задач часто удобно использовать приближённые выражения спектральных плотностей различных компонент термостимулированного поля. Этот раздел посвящён нахождению разнообразных приближённых выражений для квазистационарной части поля.

Прежде всего заметим, что основной вклад в выражениях (67)–(70), (73)–(76) и (95) определяется экспоненциальным множителем в соответствующих подынтегральных выражениях. Поэтому диапазон переменной интегрирования y , дающий основной вклад в интегралы, определяется соотношением $k_0 h y \sim 1$, откуда следует, что $k_0 h \sim y^{-1}$. В связи с этим можно рассмотреть два предельных случая: $y \rightarrow \infty$ ($y \gg 1$) и $y \rightarrow 0$ ($y \ll 1$). Для этого необходимо найти предельные выражения для коэффициентов Френеля.

Сначала рассмотрим случай $y \rightarrow \infty$ ($y \gg 1$), при этом будем считать, что $p^2 \gg k_0^2$ и, кроме того, $p^2 \gg |\varepsilon(\omega)| k_0^2$ для любого значения $\varepsilon(\omega)$. Это квазистатистический случай, в котором можно пренебречь эффектами запаздывания при $c \rightarrow \infty$. Поскольку $y \rightarrow \infty$, то $k_0 h \ll 1$. Более того, рассмотрим случай $k_0 h \ll |\sqrt{\varepsilon(\omega)}|^{-1}$. Таким образом, найдём выражения для спектральных плотностей компонент поля на расстояниях от поверхности тела $h \ll (k_0 |\sqrt{\varepsilon(\omega)}|)^{-1} \ll k_0^{-1}$. Коэффициенты Френеля как функции переменной $y = [(p/k_0)^2 - 1]^{1/2}$ записываются следующим образом:

$$r^s = \frac{i y - \sqrt{\varepsilon(\omega) - y^2 - 1}}{i y + \sqrt{\varepsilon(\omega) - y^2 - 1}}, \quad (96) \\ r^p = \frac{i y \varepsilon(\omega) - \sqrt{\varepsilon(\omega) - y^2 - 1}}{i y \varepsilon(\omega) + \sqrt{\varepsilon(\omega) - y^2 - 1}}.$$

Разлагая выражения (96) по малому параметру y^{-1} , получим

$$r^s \approx \frac{\varepsilon(\omega) - 1}{4} y^{-2} + O(y^{-4}), \quad (97)$$

$$r^p \approx \frac{\varepsilon(\omega) - 1}{\varepsilon(\omega) + 1} + \varepsilon(\omega) \frac{\varepsilon(\omega) - 1}{(\varepsilon(\omega) + 1)^2} y^{-2} + O(y^{-4}).$$

Поскольку рассматривается случай $y \gg 1$, то, например, в выражениях (67)–(70) оставим только наивысший вклад по переменной интегрирования y . Подставляя в них (97), получим искомые оценки спектральных плотностей всех компонент поля:

$$\langle |E_x|^2 \rangle = \langle |E_y|^2 \rangle \approx \frac{\pi u_{0\omega}}{4(k_0 h)^3} \frac{\varepsilon''(\omega)}{|\varepsilon(\omega) + 1|^2}, \quad (98)$$

$$\langle |E_z|^2 \rangle \approx \frac{\pi u_{0\omega}}{2(k_0 h)^3} \frac{\varepsilon''(\omega)}{|\varepsilon(\omega) + 1|^2},$$

$$\langle |H_x|^2 \rangle = \langle |H_y|^2 \rangle \approx \frac{\pi u_{0\omega}}{2k_0 h} \left(\frac{\varepsilon''(\omega)}{8} + \frac{\varepsilon''(\omega)}{|\varepsilon(\omega) + 1|^2} \right), \quad (99)$$

$$\langle |H_z|^2 \rangle \approx \frac{\pi u_{0\omega}}{8k_0 h} \varepsilon''(\omega).$$

Спектральная плотность энергии поля (75) в этом приближении

$$u_\omega = \frac{u_{0\omega}}{2} \left(\frac{\varepsilon''(\omega)}{2(k_0 h)^3 |\varepsilon(\omega) + 1|^2} + \frac{\varepsilon''(\omega)}{k_0 h |\varepsilon(\omega) + 1|^2} + \frac{\varepsilon''(\omega)}{8k_0 h} \right). \quad (100)$$

Здесь использовалось значение интеграла

$$\int_0^\infty dy y^n \exp(-ay) = \frac{\Gamma(1+n)}{2^{n+1}} a^{n+1}, \quad (101)$$

где n — натуральное число, $\Gamma(1+n) = n!$ — гамма-функция.

Из выражений (98), (99) следует, что отношение электрической части энергии u_ω^E к магнитной u_ω^H

$$\frac{u_\omega^E}{u_\omega^H} \approx \frac{4}{(k_0 h)^2 |\varepsilon(\omega) + 1|^2}, \quad (102)$$

в частности, это отношение много больше единицы на частоте поверхностного кулоновского поляритона, удовлетворяющего дисперсионному уравнению $\text{Re } \varepsilon(\omega) = -1$.

Следующее приближение относится к случаю $y \gg 1$, $y \ll |\sqrt{\varepsilon(\omega)}|$, который реализуется при условии $|\varepsilon(\omega)| \gg 1$ для расстояний, удовлетворяющих неравенству $(k_0 |\sqrt{\varepsilon(\omega)}|)^{-1} \ll h \ll k_0^{-1}$. Разлагая коэффициенты Френеля (96) в ряд сначала по малому параметру $|\varepsilon|^{-1}$, а затем по малому параметру y^{-1} , получим

$$r^s \approx -1 + 2iy \sqrt{\varepsilon^{-1}(\omega)}, \quad r^p \approx 1 + 2iy^{-1} \sqrt{\varepsilon^{-1}(\omega)}, \quad (103)$$

откуда следует, что

$$\text{Im } r^s = 2y \text{Re } \sqrt{\varepsilon^{-1}(\omega)}, \quad \text{Im } r^p = 2y^{-1} \text{Re } \sqrt{\varepsilon^{-1}(\omega)}. \quad (104)$$

Если ввести глубину проникновения поля в материал

$$\delta = \left(k_0 \text{Im } \sqrt{\varepsilon(\omega)} \right)^{-1}, \quad (105)$$

то для хороших металлов в приближении нормального скин-эффекта, когда $\varepsilon(\omega) \approx i4\pi\sigma/\omega$, глубина скин-слоя $\delta = c[(2\pi\sigma\omega)^{-1}]^{1/2}$ и

$$\text{Im } r^s = yk_0\delta, \quad \text{Im } r^p = y^{-1}k_0\delta. \quad (106)$$

Подставляя (104) в (67)–(70), получим выражения для спектральных плотностей компонент теплового поля в

рассматриваемом приближении:

$$\langle |E_x|^2 \rangle = \langle |E_y|^2 \rangle \approx \frac{\pi u_{0\omega}}{2(k_0 h)^2} \text{Re } \sqrt{\varepsilon^{-1}(\omega)}, \quad (107)$$

$$\langle |E_z|^2 \rangle \approx \frac{\pi u_{0\omega}}{2(k_0 h)^2} \text{Re } \sqrt{\varepsilon^{-1}(\omega)}, \quad (108)$$

$$\langle |H_z|^2 \rangle \approx \left(\frac{3\pi u_{0\omega}}{4(k_0 h)^4} + \frac{\pi u_{0\omega}}{2(k_0 h)^2} \right) \text{Re } \sqrt{\varepsilon^{-1}(\omega)}, \quad (109)$$

$$\langle |H_x|^2 \rangle = \langle |H_y|^2 \rangle \approx \frac{3\pi u_{0\omega}}{8(k_0 h)^4} \text{Re } \sqrt{\varepsilon^{-1}(\omega)}, \quad (110)$$

а суммарная спектральная плотность энергии (75) в этом приближении выражается в виде

$$u_\omega \approx u_{0\omega} \left(\frac{3}{8(k_0 h)^4} + \frac{1}{2(k_0 h)^2} \right) \text{Re } \sqrt{\varepsilon^{-1}(\omega)}. \quad (111)$$

В данном приближении отношение электрической части энергии u_ω^E к магнитной u_ω^H ,

$$\frac{u_\omega^E}{u_\omega^H} \approx (k_0 h)^2, \quad (112)$$

со всей очевидностью свидетельствует о том, что в рассмотренном диапазоне расстояний от поверхности энергия термостимулированного поля сосредоточена в его магнитной части.

Наконец, получим асимптотику при условии $y \rightarrow 0$ ($y \ll 1$), что соответствует расстояниям от поверхности $h \gg k_0^{-1}$. Разлагая коэффициенты Френеля (96) в ряд по малому параметру y при произвольном значении $\varepsilon(\omega)$, находим

$$r^s \approx -1 + 2iy \sqrt{(\varepsilon(\omega) - 1)^{-1}}, \quad (113)$$

$$r^p \approx -1 + 2iy\varepsilon(\omega) \sqrt{(\varepsilon(\omega) - 1)^{-1}},$$

отсюда

$$\text{Im } r^s = 2y \text{Re } \sqrt{(\varepsilon(\omega) - 1)^{-1}}, \quad (114)$$

$$\text{Im } r^p = 2y \text{Re } \left[\varepsilon(\omega) \sqrt{(\varepsilon(\omega) - 1)^{-1}} \right].$$

Пренебрегая в (67)–(70) членами со множителем y^2 , малыми по сравнению с членами, содержащими в качестве множителя единицу, и подставляя в эти формулы (114), получим выражения для спектральных плотностей компонент теплового поля на больших ($h \gg k_0^{-1}$) расстояниях от поверхности:

$$\langle |E_x|^2 \rangle = \langle |E_y|^2 \rangle \approx \frac{\pi u_{0\omega}}{4(k_0 h)^2} \text{Re } \sqrt{(\varepsilon(\omega) - 1)^{-1}}, \quad (115)$$

$$\langle |E_z|^2 \rangle \approx \frac{\pi u_{0\omega}}{2(k_0 h)^2} \text{Re } \left[\varepsilon(\omega) \sqrt{(\varepsilon(\omega) - 1)^{-1}} \right], \quad (116)$$

$$\langle |H_z|^2 \rangle \approx \frac{\pi u_{0\omega}}{2(k_0 h)^2} \text{Re } \sqrt{(\varepsilon(\omega) - 1)^{-1}}, \quad (117)$$

$$\langle |H_x|^2 \rangle = \langle |H_y|^2 \rangle \approx \frac{\pi u_{0\omega}}{4(k_0 h)^2} \text{Re } \left[\varepsilon(\omega) \sqrt{(\varepsilon(\omega) - 1)^{-1}} \right]. \quad (118)$$

Из формул (115)–(118) следует, что суммарная спектральная плотность энергии теплового поля

$$u_\omega \approx \frac{u_{0\omega}}{2(k_0h)^2} \left\{ \operatorname{Re} \sqrt{(\varepsilon(\omega) - 1)^{-1}} + \operatorname{Re} \left[\varepsilon(\omega) \sqrt{(\varepsilon(\omega) - 1)^{-1}} \right] \right\}. \quad (119)$$

В этом приближении отношение электрической части энергии u_ω^E к магнитной u_ω^H равно единице, как и должно быть на больших расстояниях от поверхности.

4.1.4. Спектральная плотность состояний. Как известно [33], число собственных колебаний поля с волновыми числами, лежащими в интервале Δk_0 , в единице достаточно большого ($k_0h \gg 1$) объема $V \sim h^3$ можно представить в виде

$$\Delta\rho = \rho_k^0 \Delta k_0 = \frac{k_0^2 \Delta k_0}{\pi^2} = \rho_\omega^0 \Delta\omega = \frac{\omega^2 \Delta\omega}{\pi^2 c^3}, \quad (120)$$

где $\rho_\omega^0 = \omega^2/(\pi^2 c^3) = k_0^2/(\pi^2 c)$ — спектральная плотность осцилляторов свободного поля в вакууме или спектральная плотность состояний свободного поля с учётом двух независимых состояний поляризации.

Тогда закон Планка для спектральной плотности энергии равновесного излучения в вакууме можно представить в виде произведения средней энергии осциллятора $\Theta(\omega, T)$ при температуре T и спектральной плотности состояний ρ_ω^0 :

$$u_{0\omega} = \Theta \rho_\omega^0 = \frac{\Theta k_0^2}{\pi^2 c}. \quad (121)$$

Существуют различные способы [34–37] введения локальной плотности состояний, учитывающие влияние границ раздела сред в конкретных задачах.

Используя (120) и (121), мы введём, по аналогии со случаем свободного поля, локальную плотность состояний термостимулированного электромагнитного поля, порождаемого полупространством, которая в общем случае зависит от пространственных координат. Из формулы (76) для неравновесного поля получим

$$\rho_\omega = \rho_\omega^0 \left\{ \frac{1}{4} \int_0^{\pi/2} d\theta \sin \theta [(1 - |r^p|^2) + (1 - |r^s|^2)] + \frac{1}{2} \int_0^\infty dy \exp(-2k_0hy) (y^2 + 1) (\operatorname{Im} r^p + \operatorname{Im} r^s) \right\}, \quad (122)$$

а спектральная плотность состояний равновесного поля следует из сопоставления (95) и (121):

$$\rho_\omega = \rho_\omega^0 \left\{ 1 + \frac{1}{2} \operatorname{Re} \int_0^{\pi/2} d\theta \sin \theta \sin^2 \theta (r^s + r^p) \times \exp(2ik_0h \cos \theta) + \frac{1}{2} \int_0^\infty dy \exp(-2k_0hy) (y^2 + 1) (\operatorname{Im} r^p + \operatorname{Im} r^s) \right\}. \quad (123)$$

Из полученных ранее формул для компонент флуктуационного поля также непосредственно следуют формулы для соответствующих спектральных плотностей состояний.

Сначала рассмотрим локальную плотность состояний квазистационарной части теплового поля в (122) и

(123), поскольку они идентичны в равновесной и неравновесной задачах. Как видно из этих формул, локальную плотность состояний квазистационарного поля можно представить в виде суммы $\rho_\omega^p + \rho_\omega^s$ состояний р- и s-поляризованных волн, где

$$\rho_\omega^{p(s)} = \frac{\rho_\omega^0}{2} \int_0^\infty dy \exp(-2k_0hy) (y^2 + 1) \operatorname{Im} r^{p(s)}. \quad (124)$$

Для иллюстрации характерных особенностей плотности состояний термостимулированного поля, порождаемого полупространством, мы использовали для описания оптических свойств материала полупространства две существенно различающиеся модели диэлектрической проницаемости — модель Друде и осцилляторную модель:

$$\varepsilon(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega + i\nu)}, \quad \varepsilon(\omega) = \varepsilon_\infty + \frac{(\varepsilon_0 - \varepsilon_\infty)\omega_{\text{ТО}}^2}{\omega_{\text{ТО}}^2 - \omega^2 - i\gamma\omega}, \quad (125)$$

где ω_p — плазменная частота, ν — частота релаксации электронов, $\varepsilon_0, \varepsilon_\infty$ — проницаемость на низких и высоких частотах соответственно, $\omega_{\text{ТО}}$ — частота поперечного оптического фонона, γ — константа ангармонического распада. В расчётах выбирались значения параметров, соответствующие типичному "хорошему" металлу — алюминию ($\omega_p \approx 1,2 \times 10^5 \text{ см}^{-1}$, $\nu \approx 10^3 \text{ см}^{-1}$) — и селениду цинка (ZnSe) ($\omega_{\text{ТО}} \approx 200 \text{ см}^{-1}$, $\gamma = 0,02\omega_{\text{ТО}}$, $\varepsilon_0 = 9,06$, $\varepsilon_\infty = 5,8$).

На рисунке 1 представлены зависимости плотности состояний р- и s-поляризованных волн термостимулированного поля от частоты на разных расстояниях h (указанных в подписи к рисунку) от поверхности алюминиевого полупространства, рассчитанные по формуле (124). Все расчёты выполнены в гауссовой системе единиц. Характерной особенностью является наличие мощного резонанса в плотности р-состояний (рис. 1а) теплового поля на малых расстояниях от поверхности. Этот резонанс соответствует нерадиационному кулоновскому плазмону, как это легко видеть из формулы (97). Из соответствующего дисперсионного уравнения следует, что его частота $\omega_{\text{QP}} = \omega_p/\sqrt{2}$.

Весьма любопытна динамика трансформации спектра с увеличением расстояния. Как следует из формулы (124), наибольший вклад дают два сомножителя в подынтегральном выражении: экспоненциальный и резонансный в коэффициенте Френеля. Поскольку наиболее существенный вклад вносят параметры, связанные соотношением $2k_0hy \sim 1$, то с увеличением h уменьшается диапазон волновых чисел, дающих основной вклад в интеграл, что, в свою очередь, сглаживает резонанс на частоте кулоновского плазмона и сдвигает максимум в плотности состояний в сторону низких частот. Как следует из формулы (97) в s-состояниях нет подобного резонанса, о чём и свидетельствует рис. 1б. В принципе в s-состоянии может быть резонанс, связанный с максимумом мнимой части диэлектрической проницаемости, однако в модели Друде этот максимум связан с полюсом на нулевой частоте, и он не проявляется в представленном на рисунке диапазоне частот. Из рисунка 1в, на котором показана суммарная плотность состояний термостимулированного поля в ближней зоне, видно, что в плотность состояний квазистационарной части

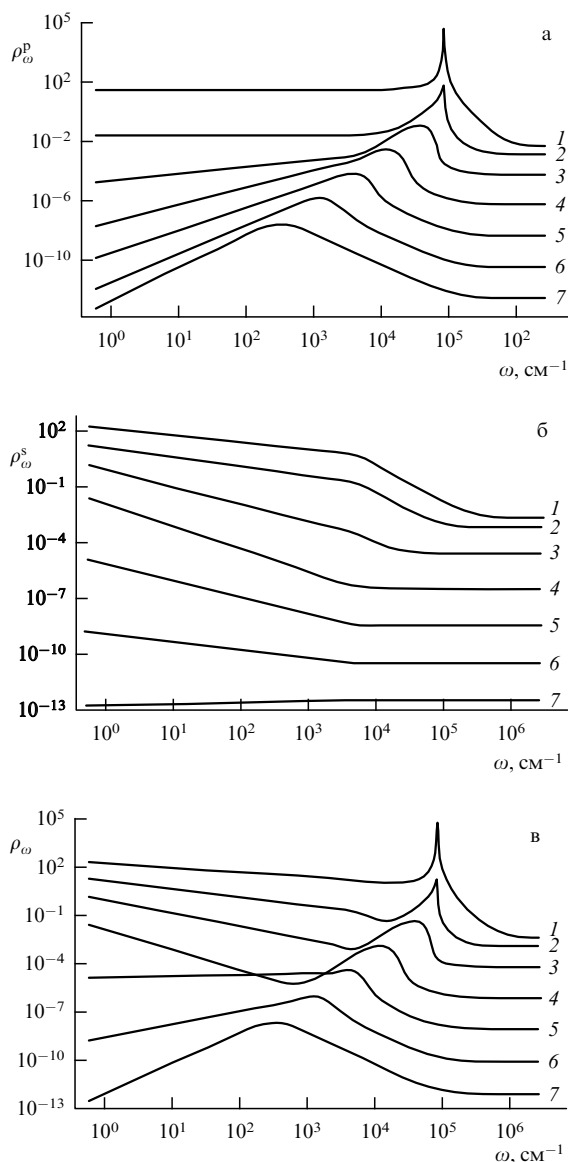


Рис. 1. Зависимость плотности состояний р- и s-поляризованных волн термостимулированного поля на разных расстояниях h от поверхности алюминиевого полупространства от частоты: (а) плотность р-состояний, (б) s-состояний, (в) суммарная плотность состояний. Кривая 1 соответствует расстоянию $h = 10^{-7}$ см, кривая 2 — $h = 10^{-6}$ см, 3 — $h = 10^{-5}$ см, 4 — $h = 10^{-4}$ см, 5 — $h = 10^{-3}$ см, 6 — 10^{-2} см, 7 — $h = 10^{-1}$ см.

поля, генерируемого хорошим проводником, основной вклад дают р-состояния поля.

Существенно другой спектр теплового поля образуется селенидом цинка ZnSe, как это демонстрирует рис. 2. Так же как и в случае Al, плотность состояний существенно видоизменяется с увеличением расстояния h от поверхности. На малых расстояниях резко выражен пик, соответствующий кулоновскому фонов-поляритону. В отличие от случая Al, в случае ZnSe в s-состояниях виден пик, соответствующий максимуму мнимой части диэлектрической проницаемости на частоте поперечного фонов-поляритона, однако величина этого пика на много порядков меньше плотности р-состояний. Существенной особенностью является также формирование провала в плотности состояний на частотах, соответствующих отрицательной диэлектрической проницаемости.

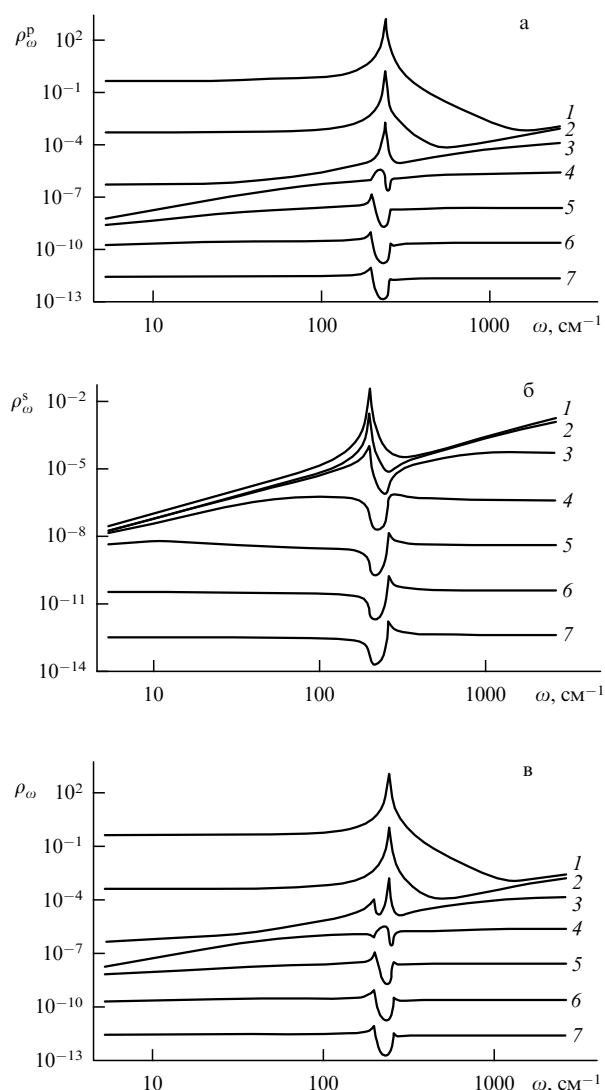


Рис. 2. Зависимость плотности состояний р- и s-поляризованных волн термостимулированного поля от частоты на разных расстояниях h от поверхности полупространства ZnSe. Обозначения на графиках соответствуют тем же параметрам, что и на рис. 1.

Далее рассмотрим спектральную плотность состояний бегущих волн теплового электромагнитного поля. Как следует из (122) и (123), для р- и s-поляризованных волн имеем для неравновесной задачи

$$\rho_{\omega}^{p,s} = \frac{\rho_{\omega}^0}{2} \int_0^{\pi/2} d\theta \sin \theta \frac{1 - |r^{p,s}|^2}{2} \quad (126)$$

и для равновесной задачи

$$\rho_{\omega}^{p,s} = \frac{\rho_{\omega}^0}{2} \left[1 + \operatorname{Re} \int_0^{\pi/2} d\theta \sin \theta \sin^2 \theta (r^{p,s}) \exp(2ik_0 h \cos \theta) \right]. \quad (127)$$

На рисунке 3 представлена нормированная плотность состояний р- и s-поляризованных бегущих волн тепловых полей, генерируемых полупространствами из Al и ZnSe, соответствующих равновесной и неравновесной задачам согласно формулам (126) и (127). Прямые линии на всех графиках представляют собой плотность состояний р (прямая 1) и s (прямая 2) поляризованных бегущих волн тепловых полей, создаваемых нагретыми полупространствами из Al и ZnSe в холодном окру-

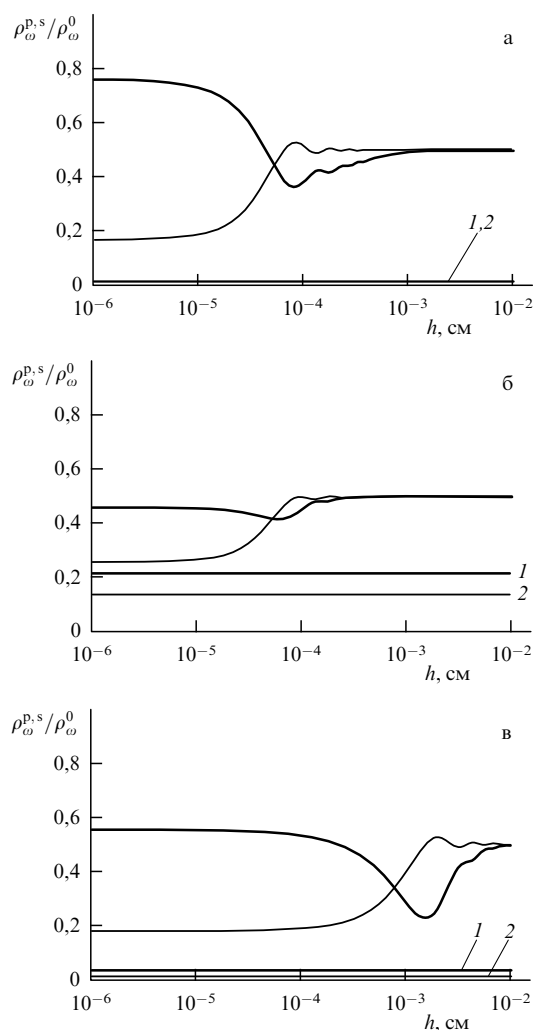


Рис. 3. Нормированная плотность состояний p (жирная линия) и s (тонкая линия) поляризованных бегущих волн тепловых полей, генерируемых полупространствами из Al и ZnSe, соответствующих равновесной и неравновесной задачам, как функция расстояния h от поверхности на частотах 5300 и 530 см^{-1} соответственно для полупространства из Al (а) и ZnSe (б). На рисунке в — такая же зависимость для случая ZnSe, на частоте 212 см^{-1} , попадающей в область отрицательных значений диэлектрической проницаемости. Прямые 1 (p -состояния) и 2 (s -состояния) соответствуют неравновесной задаче.

нии. В этом случае создаётся постоянный поток волн, однородный в пространстве.

Совершенно иная картина наблюдается в равновесной задаче, когда есть встречный поток волн и в результате интерференции возникает характерная картина (см. рис. 3) плотности p -состояний (жирная кривая) и s -состояний (тонкая кривая) вблизи поверхности. В равновесном случае суммарная плотность состояний трансформируется на больших расстояниях в равновесную. На рисунке 3а, б представлена плотность состояний бегущих волн тепловых полей как функция расстояния h от поверхности на частотах 5300 и 530 см^{-1} соответственно для полупространств из Al и ZnSe. Рисунок 3в демонстрирует такую же зависимость в случае ZnSe, но выбрана частота 212 см^{-1} , попадающая в область отрицательных значений диэлектрической проницаемости.

Хорошо видно, что в этом случае, как и в случае Al, весьма низок уровень потока неравновесного излучения,

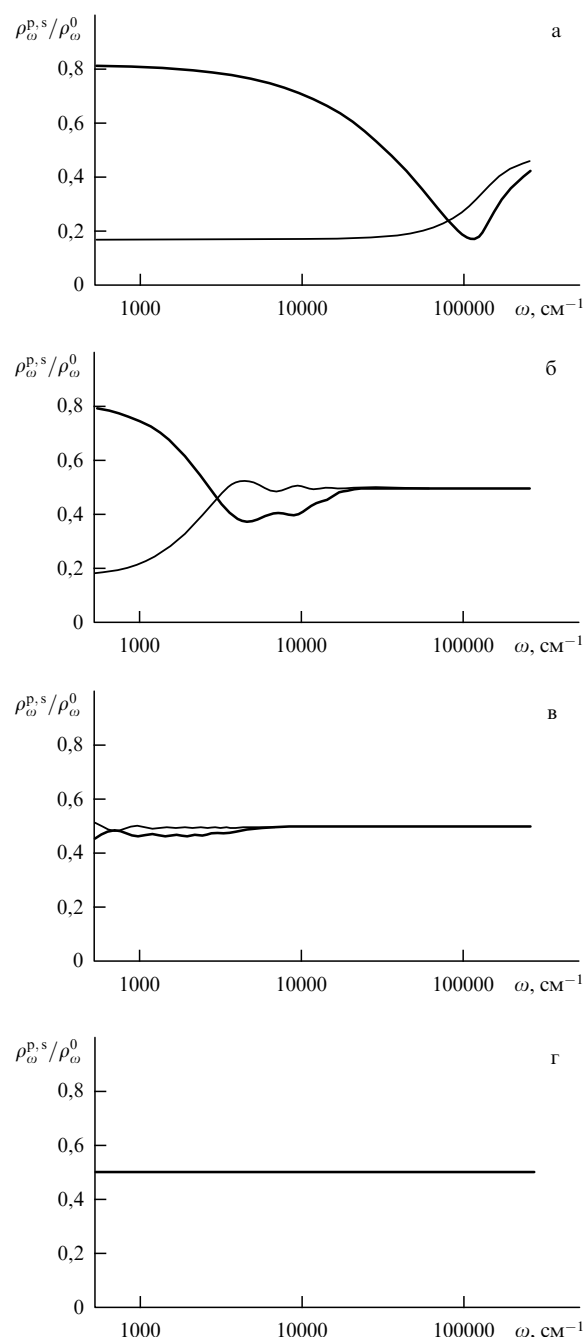


Рис. 4. Нормированная спектральная плотность p -состояний (жирные кривые) и s -состояний (тонкие кривые) на расстоянии (а) $h = 1 \times 10^{-7}$ см, (б) $h = 1 \times 10^{-4}$ см, (в) $h = 1 \times 10^{-3}$ см и (г) $h = 1 \times 10^{-1}$ см для случая полупространства из Al в равновесной задаче.

поскольку в данном спектральном диапазоне кристалл ZnSe хорошо отражает.

Таким образом, используя общую теорию равновесных тепловых полей, мы убедились в том, что на больших расстояниях от поверхности в замкнутом объёме, образуемом материалом с любыми свойствами, формируется равновесная плотность состояний. Этот результат был получен из простых термодинамических соображений ещё в начале XX в. при зарождении квантовой теории.

На рисунках 4 и 5 показана трансформация спектра бегущих волн в выделенном спектральном диапазоне в

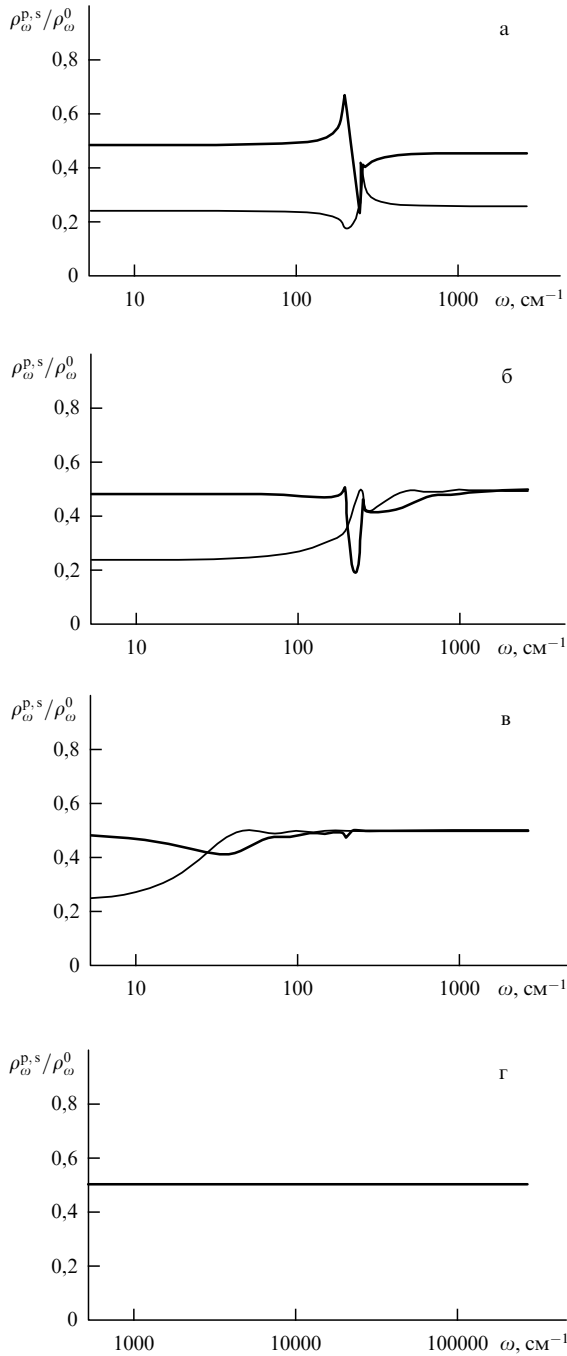


Рис. 5. Нормированная спектральная плотность р-состояний (жирные кривые) и s-состояний (тонкие кривые) на расстояниях от поверхности (а) $h = 1 \times 10^{-7}$ см, (б) $h = 1 \times 10^{-3}$ см, (в) $h = 1 \times 10^{-2}$ см и (г) $h = 1$ см для случая полупространства из ZnSe в равновесной задаче.

зависимости от расстояния h от поверхности полупространства соответственно из Al и ZnSe в равновесной задаче. Нормированные спектральные плотности р- и s-состояний рассчитаны по формуле (127) для различных значений расстояния h от поверхности, указанных в подписи к рисункам.

Из рисунков 4, 5 видно, что в случае термодинамического равновесия на больших расстояниях от поверхности в замкнутом объёме формируется спектр излучения в точности соответствующий закону Планка, как это и должно быть согласно (127).

В заключение этого раздела сделаем одно очень существенное замечание.

Как известно [44], полюс френелевского коэффициента r^p определяет дисперсионное уравнение для собственных поверхностных мод граничной задачи. С другой стороны, этот же коэффициент входит множителем в подынтегральное выражение для спектральной плотности и плотности локальных состояний теплового поля. В равновесном случае они определяются фурье-образом функции Грина соответствующей регулярной граничной задачи. Таким образом, полюсы функции Грина определяют спектр собственных состояний термостимулированного поля, и здесь нельзя не отметить полную аналогию с результатами современной теории конденсированных сред [24], согласно которой полюсы фурье-образа функции Грина твёрдого тела определяют спектр квазичастичных возбуждений. Это ещё раз свидетельствует о плодотворности применения формализма функций Грина в современной физике.

4.1.5. Пространственная корреляция тепловых полей. В некоторых задачах требуется знать не только спектральные характеристики случайного поля в выбранной точке пространства, но и пространственные функции корреляции, характеризующие статистическую связь полей в различных точках пространства. Приведём некоторые из них, явно выраженные через коэффициенты Френеля. Соответствующая задача для диполей, расположенных в точках $\mathbf{r}_1 = (0, 0, h)$ и $\mathbf{r}_2 = (L, 0, h + H)$, решена в монографии [7]. Используя преобразования (52) и (54), получим, например, из формулы (8.5) работы [7]:

$$\begin{aligned} \langle E_x(\mathbf{r}_1) E_x^*(\mathbf{r}_2) \rangle &= \frac{\pi u_{0\omega}}{2} \int_0^{\pi/2} d\theta \sin \theta \exp(ik_0 H \cos \theta) \times \\ &\times \left[\left(\cos^2 \theta \frac{1 - |r^p|^2}{2} + \frac{1 - |r^s|^2}{2} \right) J_0(k_0 L \sin \theta) - \right. \\ &- \left. \left(\cos^2 \theta \frac{1 - |r^p|^2}{2} - \frac{1 - |r^s|^2}{2} \right) J_2(k_0 L \sin \theta) \right] + \\ &+ \frac{\pi u_{0\omega}}{2} \int_0^\infty dy \exp[-k_0 y(2h + H)] \times \\ &\times \left[(y^2 \operatorname{Im} r^p + \operatorname{Im} r^s) J_0(k_0 L \sqrt{1 + y^2}) - \right. \\ &- \left. (y^2 \operatorname{Im} r^p - \operatorname{Im} r^s) J_2(k_0 L \sqrt{1 + y^2}) \right], \quad (128) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \langle E_y(\mathbf{r}_1) E_y^*(\mathbf{r}_2) \rangle &= \frac{\pi u_{0\omega}}{2} \int_0^{\pi/2} d\theta \sin \theta \exp(ik_0 H \cos \theta) \times \\ &\times \left[\left(\cos^2 \theta \frac{1 - |r^p|^2}{2} + \frac{1 - |r^s|^2}{2} \right) J_0(k_0 L \sin \theta) + \right. \\ &+ \left. \left(\cos^2 \theta \frac{1 - |r^p|^2}{2} - \frac{1 - |r^s|^2}{2} \right) J_2(k_0 L \sin \theta) \right] + \\ &+ \frac{\pi u_{0\omega}}{2} \int_0^\infty dy \exp[-k_0 y(2h + H)] \times \\ &\times \left[(y^2 \operatorname{Im} r^p + \operatorname{Im} r^s) J_0(k_0 L \sqrt{1 + y^2}) + \right. \\ &+ \left. (y^2 \operatorname{Im} r^p - \operatorname{Im} r^s) J_2(k_0 L \sqrt{1 + y^2}) \right], \quad (129) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\langle E_z(\mathbf{r}_1) E_z^*(\mathbf{r}_2) \rangle &= \pi u_{0\omega} \int_0^{\pi/2} d\theta \sin \theta \exp(ik_0 H \cos \theta) \times \\
&\times \sin^2 \theta \frac{1 - |r^p|^2}{2} J_0(k_0 L \sin \theta) + \\
&+ \pi u_{0\omega} \int_0^\infty dy \exp[-k_0 y(2h + H)] \times \\
&\times (y^2 + 1) \operatorname{Im} r^p J_0(k_0 L \sqrt{1 + y^2}). \quad (130)
\end{aligned}$$

Аналогично получаются функции пространственной корреляции компонент магнитного поля и перекрёстные функции пространственной корреляции.

Так же как и в разделе 4.1.3, можно найти аналитические выражения для функций пространственной корреляции. Ограничиваясь лишь самыми малыми расстояниями от поверхности, $2h + H \ll (k_0 |\sqrt{\varepsilon(\omega)}|)^{-1} \ll k_0^{-1}$, рассмотрим квазистатическое приближение $c \rightarrow \infty$, пренебрегая вкладом бегущих волн. Ввиду условия $y \gg 1$ оставим только высшие степени переменной y в выражениях (128)–(130). Из (128) для сравнительно небольших латеральных расстояний, соответствующих квазистатическому приближению $k_0 L \approx k_0(2h + H) \ll 1$ между выбранными точками, получим

$$\begin{aligned}
\langle E_x(\mathbf{r}_1) E_x^*(\mathbf{r}_2) \rangle &= \frac{\pi u_{0\omega} \varepsilon''(\omega)}{|\varepsilon(\omega) + 1|^2} \int_0^\infty dy \exp[-k_0 y(2h + H)] \times \\
&\times y^2 [J_0(k_0 L y) - J_2(k_0 L y)] \approx \\
&\approx \frac{\pi u_{0\omega} \varepsilon''(\omega)}{|\varepsilon(\omega) + 1|^2} \frac{2[1 - 2L^2/(2h + H)^2]}{[k_0(2h + H)]^3 [1 + L^2/(2h + H)^2]^{5/2}}. \quad (131)
\end{aligned}$$

Разумеется, выражение (131) переходит в соответствующее выражение из (98) в случае $L = H = 0$. Нормируя (131) на соответствующее выражение из (98), получим отдельно для вертикальной,

$$CS_{x\perp}(H) \equiv \langle E_x(\mathbf{r}_1 = \{0, 0, h\}) E_x^*(\mathbf{r}_2 = \{0, 0, h + H\}) \rangle,$$

и латеральной,

$$CS_{x\parallel}(L) \equiv \langle E_x(\mathbf{r}_1 = \{0, 0, h\}) E_x^*(\mathbf{r}_2 = \{L, 0, h\}) \rangle,$$

корреляций

$$CS_{x\perp}(H) = \frac{1}{(1 + H/2h)^3}, \quad CS_{x\parallel}(L) = \frac{1 - L^2/2h^2}{(1 + L^2/4h^2)^{5/2}}. \quad (132)$$

Из соотношения (130) в том же приближении имеем

$$\begin{aligned}
\langle E_z(\mathbf{r}_1) E_z^*(\mathbf{r}_2) \rangle &\approx \\
&\approx \frac{\pi u_{0\omega} \varepsilon''(\omega)}{|\varepsilon(\omega) + 1|^2} \frac{2[1 - L^2/2(2h + H)^2]}{[k_0(2h + H)]^3 [1 + L^2/(2h + H)^2]^{5/2}}. \quad (133)
\end{aligned}$$

Соответственно

$$CS_{z\perp}(H) = \frac{1}{(1 + H/2h)^3}, \quad CS_{z\parallel}(L) = \frac{1 - L^2/8h^2}{(1 + L^2/4h^2)^{5/2}}. \quad (134)$$

Из (132), (134) следует, что в квазистатическом приближении масштаб пространственной корреляции теплового поля порядка расстояния от поверхности.

Для того чтобы исследовать пространственную корреляцию компонент поля на больших латеральных расстояниях ($k_0 L \gg 1$), нужно воспользоваться выражениями для функций Бесселя при больших значениях аргумента, $k_0 L y \gg 1$. Соответствующие выражения для пространственных корреляционных функций нетрудно получить. Заметим также, что, используя аппроксимации френелевских коэффициентов (104) или (106), можно оценить характерные масштабы пространственной корреляции полей в других случаях на основе более простых аналитических выражений.

В последние годы особое внимание уделялось исследованию пространственной корреляции тепловых полей на частотах поверхностных фонон- и плазмон-поляритонов. Здесь мы сошлёмся лишь на работы [7, 38–40]. Отметим, что масштаб пространственной корреляции на собственных поверхностных частотах может составлять несколько десятков длин волн, что значительно превосходит масштаб корреляции чёрного излучения, который имеет порядок виновской длины волны в свободном пространстве. Физическая причина этого заключается в том, что источником полей на частотах поверхностных возбуждений является коллективное когерентное возбуждение поверхностного заряда (наведённая поляризация) или поверхностных колебаний решётки на границе раздела сред. Такое пространственно согласованное возбуждение на поверхности происходит несмотря на пространственную дельта-коррелированную связь ланжевеновских источников тока в объёме материала, являющихся фиктивными источниками согласно флуктуационно-диссипативной теореме. Пространственная когерентность наведённого поверхностного тока передаётся индуцированному случайному термостимулированному полю на собственных частотах задачи.

Отметим также исследование степени поляризации ближнего поля тепловых источников, проведённое в работе [41].

4.2. Спектральные характеристики флуктуационного электромагнитного поля полупространства, покрытого плоскопараллельной слоистой структурой

Следующей важной задачей, непосредственно связанной с экспериментальными исследованиями и практическими приложениями, является задача нахождения спектральных характеристик термостимулированного поля, порождаемого полупространством, покрытым плёнкой с конечной толщиной. Неравновесная задача, в которой нагретое тело излучает в холодное окружение, решена в работе [42] с использованием обобщённого закона Кирхгофа, при этом рассматривалась плёнка с произвольной толщиной h_f , а её материал и материал подложки характеризовались произвольными комплексными диэлектрическими и магнитными проницаемостями. Более того, в [42] определены спектральные свойства пространственных производных полей всех порядков. Решение, полученное для случая, в котором с образцом контактирует вакуум ($\varepsilon = \mu = 1$), записано с использованием обозначений, подобных тем, что приняты в [7]:

$$\langle |E_z|^2 \rangle = \frac{i\Theta}{\pi c} \int_0^\infty dp p \exp[-(q + q^*)h] \frac{p^2}{k_0^2} S_{fe}^+ I_{fe}^+, \quad (135)$$

$$\langle |E_x|^2 \rangle = \langle |E_y|^2 \rangle = \frac{i\Theta}{2\pi c} \int_0^\infty dp p \exp[-(q + q^*)h] \times \\ \times \left(\frac{|q|^2}{k_0^2} S_{fe} I_{fe}^+ + S_{fm} I_{fm}^+ \right), \quad (136)$$

где

$$S_{fe} = k_0 \left(\frac{q_f^*}{\varepsilon_f^*} \frac{1 - r_{f1}^p \exp(-2q_f^* h_f)}{1 + r_{f1}^p \exp(-2q_f^* h_f)} - \right. \\ \left. - \frac{q_f}{\varepsilon_f} \frac{1 - r_{f1}^p \exp(-2q_f h_f)}{1 + r_{f1}^p \exp(-2q_f h_f)} \right) \left| q + \frac{q_f}{\varepsilon_f} \right|^{-2}, \quad (137)$$

$$I_{fe}^+ = \left| \frac{1 + r_{f1}^p \exp(-2q_f h_f)}{1 - r_{f1}^p r_{f0}^p \exp(-2q_f h_f)} \right|^2, \quad (138)$$

r_{fq}^p, r_{f0}^p — френелевские коэффициенты границ раздела плёнка — подложка и плёнка — вакуум соответственно, ε_f и ε_1 — диэлектрические проницаемости плёнки и подложки, $q_f = (p^2 - \varepsilon_f k_0^2)^{1/2}$. Функции S_{fm} и I_{fm}^+ получаются из (137), (138) посредством замены $r^p \rightarrow r^s$. С помощью перестановок $S_{fe} \vee S_{fm}$ и $I_{fe}^+ \vee I_{fm}^+$ в (135) и (136) получаются формулы для спектральных плотностей компонент напряжённости магнитного поля $\langle |H_z|^2 \rangle$ и $\langle |H_{x,y}|^2 \rangle$.

Для спектральной плотности энергии теплового поля, порождаемого рассматриваемой структурой, имеем

$$u_\omega = \frac{i\Theta}{4\pi^2 c} \int_0^\infty dp p \exp[-(q + q^*)h] \times \\ \times \left(\frac{|q|^2 + p^2}{k_0^2} + 1 \right) (S_{fe} I_{fe}^+ + S_{fm} I_{fm}^+). \quad (139)$$

Здесь, как и ранее, мы рассматриваем немагнитные материалы ($\mu_f = \mu_1 = 1$).

Выразим полученные решения только через коэффициенты Френеля. Для бегущих волн ($q = -q^*$), вводя обозначение $p/k_0 = \sin \theta$, прямой проверкой убеждаемся, что

$$\frac{k_0 q_f / \varepsilon_f}{|q + q_f / \varepsilon_f|^2} = \frac{r_{f0} - r_{f0}^* - (1 - |r_{f0}|^2)}{4i \cos \theta}. \quad (140)$$

Подставляя выражение (140) и комплексно-сопряжённое ему в (137) и учитывая, что $r_{f0} = -r_{0f}$, получим

$$S_{fe} I_{fe}^+ = -\frac{i(1 - |r_{0f1}|^2)}{2 \cos \theta}, \quad (141)$$

где r_{0f1}^p — френелевский коэффициент трёхслойной структуры вакуум — плёнка — подложка,

$$r_{0f1}^p = \frac{r_{0f}^p + r_{f1}^p \exp(-2q_f h_f)}{1 + r_{0f}^p r_{f1}^p \exp(-2q_f h_f)}. \quad (142)$$

Для квазистационарного поля ($q = q^*$), обозначая $y = q/k_0$, убеждаемся в том, что

$$\frac{k_0 q_f / \varepsilon_f}{|q + q_f / \varepsilon_f|^2} = \frac{(1 - |r_{0f}|^2) - (r_{0f} - r_{0f}^*)}{4y}. \quad (143)$$

Подставляя (143) в (137), находим

$$S_{fe} I_{fe}^+ = -\frac{i \operatorname{Im} r_{0f1}^p}{y}. \quad (144)$$

Таким же образом могут быть получены соотношения для s-волн. Для этого в выражениях (141), (144) следует сделать замену $S_{fe} \rightarrow S_{fm}, I_{fe}^+ \rightarrow I_{fm}^+, r_{0f1}^p \rightarrow r_{0f1}^s$.

Для последующего изложения удобно ввести другие обозначения, в частности r_{123}^p вместо r_{0f1}^p для рассматриваемой трёхслойной структуры. Соответственно в задаче о четырёхслойной структуре будет фигурировать коэффициент r_{1234}^p и т.д.

Подстановка выражений (141) и (144) в формулы для спектральных компонент (135) и (136) позволяет записать их в виде, формально идентичном виду (55), (56), (67), (68):

$$\langle |E_x|^2 \rangle^{\text{Pr}} = \langle |E_y|^2 \rangle^{\text{Pr}} = \\ = \frac{\pi u_{0\omega}}{2} \int_0^{\pi/2} d\theta \sin \theta \left(\cos^2 \theta \frac{1 - |r_{123}^p|^2}{2} + \frac{1 - |r_{123}^s|^2}{2} \right), \quad (145)$$

$$\langle |E_z|^2 \rangle^{\text{Pr}} = \pi u_{0\omega} \int_0^{\pi/2} d\theta \sin \theta \sin^2 \theta \frac{1 - |r_{123}^p|^2}{2}, \quad (146)$$

$$\langle |E_x|^2 \rangle^{\text{Ev}} = \langle |E_y|^2 \rangle^{\text{Ev}} = \\ = \frac{\pi u_{0\omega}}{2} \int_0^\infty dy \exp(-2k_0 h y) (y^2 \operatorname{Im} r_{123}^p + \operatorname{Im} r_{123}^s), \quad (147)$$

$$\langle |E_z|^2 \rangle^{\text{Ev}} = \pi u_{0\omega} \int_0^\infty dy \exp(-2k_0 h y) (y^2 + 1) \operatorname{Im} r_{123}^p. \quad (148)$$

Для спектральных плотностей компонент магнитного поля получаются точно такие же выражения, как (57), (58) и (69), (70), но с коэффициентами Френеля трёхслойной структуры r_{123}^p и r_{123}^s . Аналогичную замену следует сделать в формулах для других спектральных характеристик. Например, формула для спектральной плотности энергии теплового поля, генерируемого полупространством, покрытым плёнкой, записывается следующим образом:

$$u_\omega = u_\omega^{\text{Pr}} + u_\omega^{\text{Ev}} = \\ = \frac{u_{0\omega}}{2} \left[\int_0^{\pi/2} d\theta \sin \theta \frac{(1 - |r_{123}^p|^2) + (1 - |r_{123}^s|^2)}{2} + \right. \\ \left. + \int_0^\infty dy \exp(-2k_0 h y) (y^2 + 1) (\operatorname{Im} r_{123}^p + \operatorname{Im} r_{123}^s) \right], \quad (149)$$

где

$$r_{123}^{p,s} = \frac{r_{12}^{p,s} + r_{23}^{p,s} \exp(-2q_2 h_2)}{1 + r_{12}^{p,s} r_{23}^{p,s} \exp(-2q_2 h_2)}, \quad (150)$$

здесь в новых обозначениях h_2 — толщина плёнки, $q_2 = (p^2 - \varepsilon_2 k_0^2)^{1/2}$, ε_2 — диэлектрическая проницаемость материала плёнки, ε_3 — диэлектрическая проницаемость материала полупространства, $\varepsilon_1 = 1$ — диэлектрическая проницаемость вакуума. Подобная процедура замены коэффициентов Френеля двуслойной структуры коэффициентами трёхслойной структуры, но эвристическим путём проводилась в [32] для решения несколько иной задачи. Однако в нашей задаче, и мы это особо подчёркиваем, получен точный результат.

Аналогичные по виду формулы можно вывести, основываясь на результатах работы [43] для спектральных плотностей компонент термостимулированного поля и его спектральной плотности энергии в случае

четырёхслойной структуры. Это слоистая структура состоит из двух плёнок с разной в общем случае толщиной, h_2 и h_3 , материал которых характеризуется диэлектрическими проницаемостями ε_2 и ε_3 и которые нанесены на полупространство с диэлектрической проницаемостью ε_4 . В этом случае все свойства описываются коэффициентами Френеля $r_{1234}^{p,s}$ структуры "вакуум (1) – плёнка (2) – плёнка (3) – подложка (4)"

$$r_{1234}^{p,s} = \frac{r_{12}^{p,s} + r_{234}^{p,s} \exp(-2q_2 h_2)}{1 + r_{12}^{p,s} r_{234}^{p,s} \exp(-2q_2 h_2)}, \quad (151)$$

где

$$r_{234}^{p,s} = \frac{r_{23}^{p,s} + r_{34}^{p,s} \exp(-2q_3 h_3)}{1 + r_{23}^{p,s} r_{34}^{p,s} \exp(-2q_3 h_3)}. \quad (152)$$

Для пятислойной структуры необходимы коэффициенты Френеля $r_{12345}^{p,s}$ структуры "вакуум (1) – плёнка (2) – плёнка (3) – плёнка (4) – подложка (5)":

$$r_{12345}^{p,s} = \frac{r_{12}^{p,s} + r_{2345}^{p,s} \exp(-2q_2 h_2)}{1 + r_{12}^{p,s} r_{2345}^{p,s} \exp(-2q_2 h_2)}, \quad (153)$$

где

$$r_{2345}^{p,s} = \frac{r_{23}^{p,s} + r_{345}^{p,s} \exp(-2q_3 h_3)}{1 + r_{23}^{p,s} r_{345}^{p,s} \exp(-2q_3 h_3)}, \quad (154)$$

$$r_{345}^{p,s} = \frac{r_{34}^{p,s} + r_{45}^{p,s} \exp(-2q_4 h_4)}{1 + r_{34}^{p,s} r_{45}^{p,s} \exp(-2q_4 h_4)}. \quad (155)$$

Таким образом, основным структурным элементом в формуле для коэффициента Френеля многослойной системы является коэффициент Френеля трёхслойной структуры вида (150). В самом деле, любая многослойная структура — это структура типа "вакуум (1) – плёнка (2) – сложное полупространство (3)", где "сложное полупространство" — это обычное однородное полупространство с нанесённой на него многослойной структурой, которая в свою очередь является следующей трёхслойной структурой и т.д.

Нам представляется совершенно очевидным, что n -слойная структура с любым числом слоёв — это новое полупространство, оптические свойства которого характеризуются составным коэффициентом Френеля, следующего общего вида:

$$r_{123\dots n}^{p,s} = \frac{r_{12}^{p,s} + r_{234\dots n}^{p,s} \exp(-2q_2 h_2)}{1 + r_{12}^{p,s} r_{234\dots n}^{p,s} \exp(-2q_2 h_2)}, \quad (156)$$

где

$$r_{234\dots n}^{p,s} = \frac{r_{23}^{p,s} + r_{34\dots n}^{p,s} \exp(-2q_3 h_3)}{1 + r_{23}^{p,s} r_{34\dots n}^{p,s} \exp(-2q_3 h_3)}, \quad (157)$$

$$r_{345\dots n}^{p,s} = \frac{r_{34}^{p,s} + r_{45\dots n}^{p,s} \exp(-2q_4 h_4)}{1 + r_{34}^{p,s} r_{45\dots n}^{p,s} \exp(-2q_4 h_4)}, \quad (158)$$

...

$$r_{(n-3)(n-2)(n-1)n}^{p,s} = \frac{r_{(n-3)(n-2)}^{p,s} + r_{(n-2)(n-1)n}^{p,s} \exp(-2q_{n-2} h_{n-2})}{1 + r_{(n-3)(n-2)}^{p,s} r_{(n-2)(n-1)n}^{p,s} \exp(-2q_{n-2} h_{n-2})}, \quad (159)$$

$$r_{(n-2)(n-1)n}^{p,s} = \frac{r_{(n-2)(n-1)}^{p,s} + r_{(n-1)n}^{p,s} \exp(-2q_{n-1} h_{n-1})}{1 + r_{(n-2)(n-1)}^{p,s} r_{(n-1)n}^{p,s} \exp(-2q_{n-1} h_{n-1})}, \quad (160)$$

$q_j = (p^2 - \varepsilon_j k_0^2)^{1/2}$, ε_j — диэлектрическая проницаемость j -го слоя, h_j — его толщина.

Поэтому все формулы для спектральных плотностей теплового поля, порождаемого плоскостойкой средой, выглядят совершенно одинаково. В них лишь следует подставить составные коэффициенты Френеля $r_{123\dots n}^{p,s}$, например:

$$\begin{aligned} \langle |E_x|^2 \rangle^{\text{Pr}} &= \langle |E_y|^2 \rangle^{\text{Pr}} = \\ &= \frac{\pi u_{0\omega}}{2} \int_0^{\pi/2} d\theta \sin \theta \left(\cos^2 \theta \frac{1 - |r_{123\dots n}^p|^2}{2} + \frac{1 - |r_{123\dots n}^s|^2}{2} \right), \end{aligned} \quad (161)$$

$$\langle |E_z|^2 \rangle^{\text{Pr}} = \pi u_{0\omega} \int_0^{\pi/2} d\theta \sin \theta \sin^2 \theta \frac{1 - |r_{123\dots n}^p|^2}{2}, \quad (162)$$

$$\begin{aligned} \langle |E_x|^2 \rangle^{\text{Ev}} &= \langle |E_y|^2 \rangle^{\text{Ev}} = \\ &= \frac{\pi u_{0\omega}}{2} \int_0^\infty dy \exp(-2k_0 h y) (y^2 \text{Im } r_{123\dots n}^p + \text{Im } r_{123\dots n}^s), \end{aligned} \quad (163)$$

$$\langle |E_z|^2 \rangle^{\text{Ev}} = \pi u_{0\omega} \int_0^\infty dy \exp(-2k_0 h y) (y^2 + 1) \text{Im } r_{123\dots n}^p. \quad (164)$$

и аналогично для спектральных плотностей компонент магнитного поля.

Спектральная плотность энергии теплового поля записывается в общем случае следующим образом:

$$\begin{aligned} u_\omega &= u_\omega^{\text{Pr}} + u_\omega^{\text{Ev}} = \\ &= \frac{u_{0\omega}}{2} \left[\int_0^{\pi/2} d\theta \sin \theta \frac{(1 - |r_{123\dots n}^p|^2) + (1 - |r_{123\dots n}^s|^2)}{2} + \right. \\ &\quad \left. + \int_0^\infty dy \exp(-2k_0 h y) (y^2 + 1) (\text{Im } r_{123\dots n}^p + \text{Im } r_{123\dots n}^s) \right]. \end{aligned} \quad (165)$$

Напомним, что знаменатели коэффициентов Френеля (150), (151), (153), (156) определяют дисперсионные соотношения для собственных мод рассматриваемых структур. Например, из условия "исчезновения" [44] знаменателя простой трёхслойной структуры (150) следует известное дисперсионное уравнение [45] для этого случая:

$$r_{12}^{p,s} r_{23}^{p,s} \exp(-2q_2 h_2) = -1. \quad (166)$$

Как известно [46, 47], в случае p -волн уравнение (166) описывает как поверхностные, так и волноводные возбуждения в трёхслойной структуре. Например, в частотном диапазоне, где $q_2 = i\zeta$, пренебрегая диссипацией, можно записать дисперсионные соотношения для p - и s -поляризованных волноводных мод соответственно

$$\xi h_2 = \arctan \frac{\varepsilon_2 q_3}{\varepsilon_3 \xi} + \arctan \frac{\varepsilon_2 q_1}{\xi} + l\pi, \quad l = 0, 1, 2, \dots \quad (167)$$

$$\xi h_2 = \arctan \frac{q_3}{\xi} + \arctan \frac{q_1}{\xi} + l\pi, \quad l = 0, 1, 2, \dots \quad (168)$$

Из формул (167), (168) следует, что существует некоторая критическая толщина $h_{2\min}$ плёнки для возбуждения этих

мод. Действительно, полагая, например, в (167) $l = 0$ и считая, что $h_{2\min}$ получается при $\xi_{\max} = (\varepsilon_2 k_0^2 - p_{\min}^2)^{1/2}$, где $p_{\min} = k_0$, находим

$$h_{2\min} = \frac{c}{\omega[\varepsilon_2(\omega) - 1]^{1/2}} \arctan \left(\frac{\varepsilon_2(\omega)}{\varepsilon_3(\omega)} \sqrt{\frac{1 - \varepsilon_3(\omega)}{\varepsilon_2(\omega) - 1}} \right). \quad (169)$$

Для четырёхслойной структуры дисперсионное уравнение следует из (151) и (152):

$$r_{12}^{p,s} \frac{r_{23}^{p,s} + r_{34}^{p,s} \exp(-2q_3 h_3)}{1 + r_{23}^{p,s} r_{34}^{p,s} \exp(-2q_3 h_3)} \exp(-2q_2 h_2) = -1 \quad (170)$$

и т.д.

Спектральная плотность состояний теплового электромагнитного поля вводится так же, как в разделе 4.1.4. Например, для трёхслойной структуры плотность р- и s-состояний квазистационарной части спектра определяется формулами (124), в которых нужно использовать соответствующий коэффициент Френеля (150):

$$\rho_{\omega}^{p,s} = \frac{\rho_{\omega}^0}{2} \int_0^{\infty} dy \exp(-2k_0 h y) (y^2 + 1) \operatorname{Im} r_{123}^{p,s}. \quad (171)$$

Для графической иллюстрации мы провели численный расчёт плотности состояний для структуры "вакуум (1) – плёнка ZnSe (2) – полупространство Al (3)", используя (150) и (171). На рисунке 6 представлена спектральная плотность р-состояний в зависимости от частоты термостимулированного поля, порождаемого такой структурой на разных расстояниях h от её поверхности при различных значениях толщины h_2 плёнки: $h_2 = 1 \times 10^{-6}$ см (рис. 6а), $h_2 = 3 \times 10^{-4}$ см (рис. 6б), $h_2 = 1 \times 10^{-3}$ см (рис. 6в). Наименьшему расстоянию от поверхности, $h = 1 \times 10^{-6}$ см, соответствуют на графиках самые верхние кривые, наибольшему, $h = 1 \times 10^{-1}$ см, — самые нижние кривые, а между ними в порядке увеличения расстояния сверху вниз располагаются кривые при $h = 1 \times 10^{-5}$ см, 1×10^{-4} см, 1×10^{-3} см, 1×10^{-2} см. По сравнению со спектром состояний для полупространства здесь спектр состояний является значительно более сложным. Наряду с мощным резонансом на малых расстояниях, соответствующим кулоновскому поляритону (~ 243 см $^{-1}$), наблюдаются резонансы, связанные с волноводными модами. Эти резонансы появляются, когда толщина плёнки превосходит минимальную толщину, при фиксированной частоте. Причём с увеличением толщины плёнки волноводные состояния заполняют весь спектральный диапазон — как выше частоты продольного фонон-поляритона, так и ниже частоты поперечного фонон-поляритона, определяющих область отрицательных значений диэлектрической проницаемости (200–250 см $^{-1}$). Это убедительно иллюстрирует рис. 6. Заметим, что на некоторых расстояниях от поверхности волноводные резонансы становятся равными по величине с поверхностными.

Для удобства можно получить приближённые выражения для спектральной плотности поля или спектральной плотности состояний. Здесь мы рассмотрим лишь квазистатическое приближение при $y \gg |\sqrt{\varepsilon_{2,3}}| \gg 1$, что соответствует, как мы видели, малым расстояниям от поверхности, $k_0 h \ll |\sqrt{\varepsilon_{2,3}}|^{-1} \ll 1$. В этом случае, ограничиваясь только наибольшими степенями по y в (171),

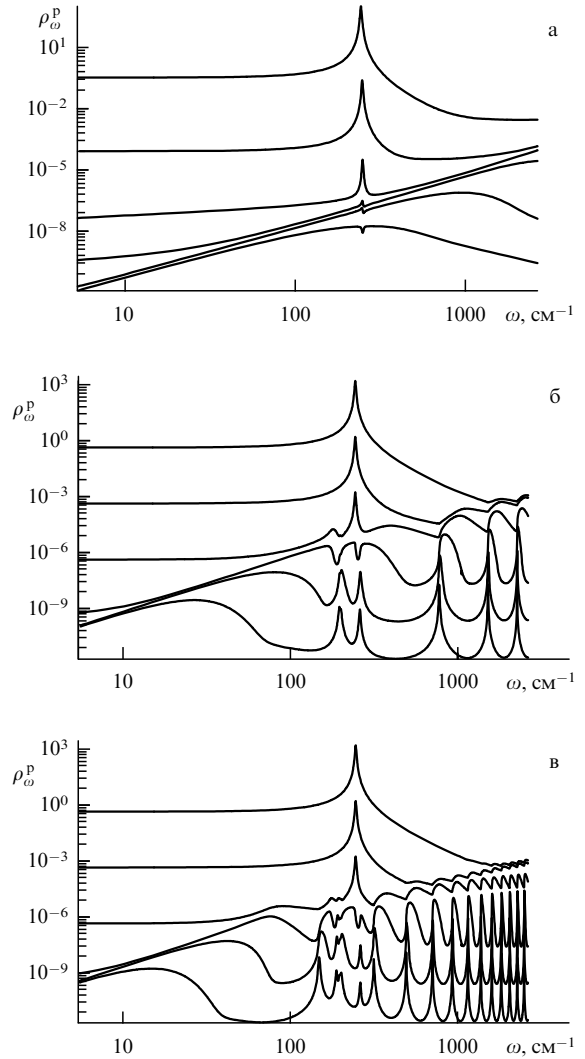


Рис. 6. Спектральная плотность р-состояний термостимулированного поля структуры "вакуум – плёнка ZnSe – полупространство Al" в зависимости от частоты на разных расстояниях h от поверхности структуры при различных значениях толщины плёнки: (а) $h_2 = 1 \times 10^{-6}$ см, (б) $h_2 = 3 \times 10^{-4}$ см, (в) $h_2 = 1 \times 10^{-3}$ см. Наименьшему расстоянию от поверхности, $h = 1 \times 10^{-6}$ см, соответствует на каждом графике верхняя кривая, наибольшему, $h = 1 \times 10^{-1}$ см, — нижняя кривая, а между ними расположены кривые для расстояний в порядке их увеличения (сверху вниз): $h = 1 \times 10^{-5}$ см, 1×10^{-4} см, 1×10^{-3} см, 1×10^{-2} см.

получим

$$\rho_{\omega}^p \approx \frac{\rho_{\omega}^0}{2} \int_0^{\infty} dy \exp(-2k_0 h y) y^2 \operatorname{Im} r_{123}^p, \quad (172)$$

где коэффициент Френеля в рассматриваемом приближении имеет вид

$$r_{123}^p \approx \left[\frac{\varepsilon_2 - 1}{\varepsilon_2 + 1} + \frac{\varepsilon_3 - \varepsilon_2}{\varepsilon_3 + \varepsilon_2} \exp(-2k_0 h_2 y) \right] \times \left[1 + \frac{\varepsilon_2 - 1}{\varepsilon_2 + 1} \frac{\varepsilon_3 - \varepsilon_2}{\varepsilon_3 + \varepsilon_2} \exp(-2k_0 h_2 y) \right]^{-1}. \quad (173)$$

Отсюда, полагая $k_0 h_2 y \gg 1$, имеем

$$r_{123}^p \approx \frac{\varepsilon_2 - 1}{\varepsilon_2 + 1} + \frac{\varepsilon_3 - \varepsilon_2}{\varepsilon_3 + \varepsilon_2} \frac{4\varepsilon_2}{(\varepsilon_2 + 1)^2} \exp(-2k_0 h_2 y). \quad (174)$$

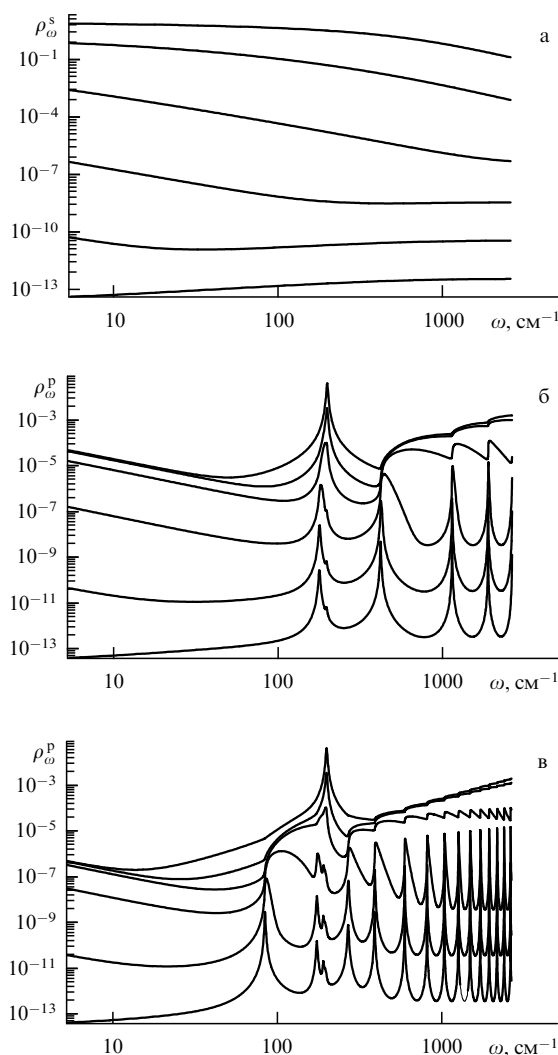


Рис. 7. Спектральная плотность s-состояний термостимулированного поля структуры "вакуум–плёнка ZnSe–полупространство Al" в зависимости от частоты на разных расстояниях h от поверхности структуры при различных значениях толщины плёнки h_2 . Расстояния от поверхности и значения толщины плёнок те же, что и на рис. 6.

Подставляя (174) в (172), после интегрирования получим

$$\rho_{\omega}^p \approx \frac{\rho_{\omega}^0}{2} \left\{ \frac{1}{4} \operatorname{Im} \frac{\varepsilon_2 - 1}{\varepsilon_2 + 1} (k_0 h)^{-3} + \operatorname{Im} \left(\frac{\varepsilon_3 - \varepsilon_2}{\varepsilon_3 + \varepsilon_2} \frac{\varepsilon_2}{(\varepsilon_2 + 1)^2} \right) [k_0(h + h_2)]^{-3} \right\}. \quad (175)$$

Из выражения (175) видно, что наряду с низкочастотным кулоновским резонансом ($\sim 243 \text{ см}^{-1}$), частота которого является корнем уравнения $\varepsilon_2(\omega) = -1$, в плотности состояний хорошо выражен высокочастотный кулоновский резонанс границы раздела "плёнка (2)–подложка (3)" ($\sim 46000 \text{ см}^{-1}$), определяемый уравнением $\varepsilon_3(\omega) = -\varepsilon_2(\omega)$. Частота этого резонанса ниже частоты кулоновского резонанса границы "вакуум(1)–подложка(3)" ($\sim 84700 \text{ см}^{-1}$), являющейся корнем уравнения $\varepsilon_3(\omega) = -1$. На рисунке 6 высокочастотная область спектральных состояний не показана. Из соотношения (175) следует, что в отсутствие инородной плёнки, т.е.

при $\varepsilon_2 = \varepsilon_3$, второй член в его правой части обращается в нуль.

Заметим, что приближённые выражения для коэффициента Френеля трёхслойной структуры $r_{123}^{p,s}$ можно получить в различных приближениях, разлагая его по переменной y , и тем самым найти аналитические выражения для спектральной плотности или плотности состояний квазистационарного теплового поля для широкого набора расстояний от поверхности структуры, значений толщины плёнки и электромагнитных свойств материалов.

Рисунок 7 демонстрирует плотность электромагнитных s-состояний термостимулированного флуктуационного поля на разных частотах, генерируемого полупространством из Al, покрытым плёнкой ZnSe. Расчёты проведены для того же набора расстояний от поверхности и тех же значений толщины плёнки ZnSe, что и на рис. 6. Результаты численного расчёта, в частности, показывают, как происходит трансформация спектра при увеличении толщины плёнки. При толщинах, много больших длин волн в исследуемом диапазоне, спектр превращается в спектр теплового поля полупространства из ZnSe.

Если исследовать структуру "плёнка Al на полупространстве из ZnSe" с теми же геометрическими параметрами, то легко убедиться, что в выбранном спектральном диапазоне все резонансные особенности в плотности состояний исчезают, поскольку металл эффективно экранирует подложку.

Важнейший вывод, который можно сделать из анализа спектральной плотности состояний термостимулированного поля, заключается в наличии чётко выраженных характеристических резонансов, частоты которых однозначно связаны с собственными модами исследуемой системы.

4.3. Результаты экспериментального исследования резонансных состояний термостимулированного электромагнитного поля полупроводниковых плёнок на металлических подложках

Оптические методы исследования твёрдых тел дают богатую информацию об электронных (экситонных, плазмонных) и колебательных (фоонных) возбуждениях и объёма, и поверхности кристаллического слоя. За последние тридцать лет появился ряд новых результатов, обогативших наши представления о взаимодействии электромагнитного излучения с конденсированными средами. Важное место в экспериментальных исследованиях занимает изучение спектров термостимулированного излучения твёрдых тел [48–60]. В указанных работах описана также методика эксперимента по регистрации теплового излучения образцов.

Исследование оптических свойств твёрдых тел основывается на измерении спектральной интенсивности вышедшего из образца света. При измерении спектров излучения образец в термостате устанавливается на место штатного источника инфракрасного (ИК) излучения и угол излучения можно легко варьировать поворотом термостата без переюстировки спектрометра. В этом случае для измерения угловой зависимости излучения не нужны никакие вращающиеся и движущиеся зеркала, т.е. исследовать поляритоны методом регистрации теплового излучения значительно проще, чем по спектрам отражения. Процедура калибровки прибора и

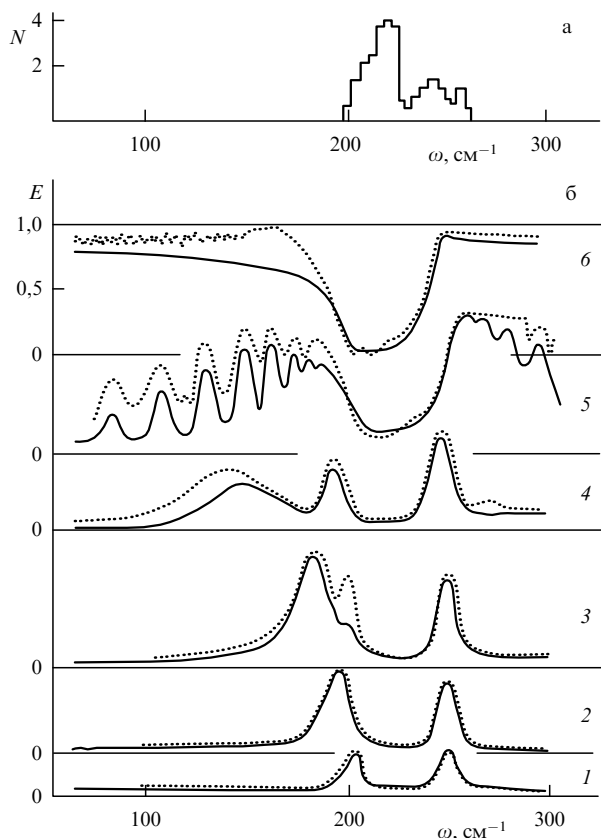


Рис. 8. (а) Плотность оптических фононов ZnSe [60]. (б) Спектры р-поляризованного термостимулированного излучения плёнок ZnSe с различной толщиной d на Al-подложке, нормированные на спектр излучения чёрного тела: 1 — $d = 1$ мкм, 2 — $d = 2$ мкм, 3 — $d = 3$ мкм, 4 — $d = 5$ мкм, 5 — $d = 56$ мкм, 6 — $d = 5$ мм. Точки — экспериментальные данные, сплошные кривые — результаты расчёта без какого-либо подгоночного параметра.

детали измерений достаточно подробно описаны в [54, 55].

На рисунке 8 представлены спектры термостимулированного р-поляризованного излучения плёнок ZnSe с разной толщиной на алюминиевом зеркале и схематически изображена плотность однофононных состояний (для оптических фононов) монокристалла ZnSe. Кроме экспериментальных спектров на рис. 8 представлены рассчитанные спектры, при получении которых не использовалось ни одного подгоночного параметра. Спектры излучения вычислялись по закону Кирхгофа с использованием коэффициента Френеля для трёхслойной структуры (150) и учётом того, что энергетический коэффициент отражения $R = |r_{123}^p|^2$. При этом для задания диэлектрических функций для Al и плёнки ZnSe использовались формула Друде и осцилляторная модель (125) с соответствующими параметрами.

Экспериментальные данные, представленные на рис. 8, дали сразу несколько интересных результатов.

Во-первых, в тонких плёнках имеется р-поляризованное излучение света не только на частоте поперечного оптического фонона, но и на частоте продольного оптического фонона, запрещённое правилами отбора в массивном кристалле [50–55]. Во-вторых, в массивном монокристалле поглощение и излучение света происходит не на частотах однофононных состояний кристалла,

принадлежащих области $\omega_{TO} < \omega < \omega_{LO}$, а в области частот $\omega_{ex} > \omega > \omega_{LO}$ и $\omega < \omega_{TO}$, где нет однофононных состояний [54, 55]. В-третьих, излучение массивным кристаллом в областях $\omega_{ex} > \omega > \omega_{LO}$ и $\omega < \omega_{TO}$ оказывается близким к единице, т.е. близким к излучению абсолютно чёрного тела.

Исследование нерадиационных состояний или квазистационарных тепловых полей, неразрывно связанных с источником поля (справа от световой линии на графике зависимости частоты от волнового числа), имеет свои особенности. Дело в том, что детектирование полезного сигнала в эксперименте происходит, как правило, в дальней, радиационной, зоне. Это касается экспериментов и с призмой нарушенного полного внутреннего отражения над образцом, и с дифракционной решёткой на поверхности образца, и с ближнепольным оптическим микроскопом и т.д. Поэтому информацию приносят бегущие волны, являющиеся продуктом распада квазистационарного состояния. Фактически в эксперименте происходит трансформация полей. В этом смысле методы оптических измерений чем-то похожи на экспериментальные методы атомной физики или физики космических лучей, в которых информацию о частице получают по продуктам распада или производимому ею разрушению.

Необходимо подчеркнуть, что спектральные исследования термостимулированных полей дают возможность изучения резонансов в системе при условии неразрушающего способа проведения эксперимента. Положение резонансов в спектре излучения, их ширина, зависимость от контролируемых в эксперименте параметров, таких как температура, состав и особенности изготовления образца, угол регистрации излучения, величина внешних полей, — вся эта информация является основой для объяснения строения вещества и закономерностей взаимодействия полей разной природы.

Детальный анализ собственных колебательных мод тонких плёнок на металлических подложках [50, 52–55] показывает, что вероятности поглощения р-поляризованного поля с р-поляризованным колебанием поверхностной моды первого ($\omega_2 \approx \omega_{LO}$) и второго ($\omega_1 \approx \omega_{TO}$) типа пропорциональны $k_0 d \sin^2 \varphi$ и $(k_0 d)^3$ соответственно. Непосредственный расчёт интенсивности термостимулированного излучения плёнки ZnSe на Al в заданный телесный угол в фиксированном направлении по формуле Кирхгофа с использованием коэффициента Френеля для трёхслойной структуры даёт качественно тот же самый результат (рис. 9). Напомним, что для ZnSe частоты продольного и поперечного оптических фононов составляют $\omega_{LO} \approx 250$ см⁻¹ и $\omega_{TO} \approx 200$ см⁻¹.

На рисунке 10 представлены пиковые интенсивности излучения плёнок ZnSe на Al в зависимости от угла между нормалью к поверхности образца и направлением наблюдения при различной толщине плёнки. На рисунке 10а приведена зависимость для моды $\omega_2 \approx 250$ см⁻¹, а на рис. 10б — для моды $\omega_1 \approx 200$ см⁻¹. На рисунке 11 показаны соответствующие зависимости от толщины плёнки при фиксированных углах излучения. Видно очень хорошее совпадение с результатами расчёта.

Подчёркнём, что пик поглощения, наблюдаемый на частоте близкой к частоте продольного фонона, связан с собственным поперечным состоянием тонкой плёнки. Продольные оптические фононы (моды), как следует из

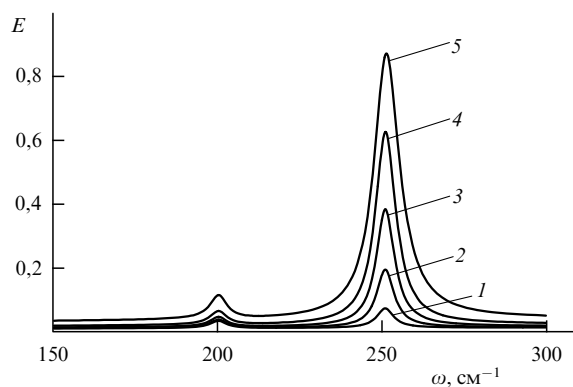


Рис. 9. Нормированный спектр р-поляризованного термостимулированного излучения плёнки ZnSe толщиной 0,4 мкм на алюминиевом зеркале в спектральном диапазоне 150–300 см⁻¹ в зависимости от угла от нормали к образцу: 1 — 15°, 2 — 30°, 3 — 45°, 4 — 60°, 5 — 75°.

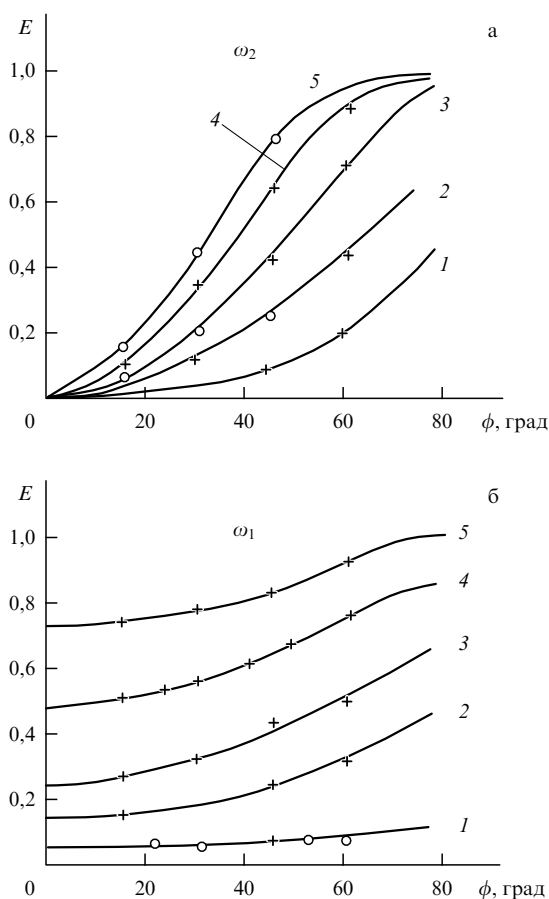


Рис. 10. Зависимость пиковой излучательной способности плёнок ZnSe на Al для полос излучения (а) $\nu_2 \approx \nu_{LO} = 250$ см⁻¹, (б) $\nu_1 \approx \nu_{TO} = 200$ см⁻¹ от угла излучения при различной толщине плёнок: 1 — $d = 0,3$ мкм, 2 — $d = 0,5$ мкм, 3 — $d = 1$ мкм, 4 — $d = 1,6$ мкм, 5 — $d = 2$ мкм. Символы — экспериментальные значения, сплошные кривые — результаты расчёта.

анализа [53–55], вообще не взаимодействуют с поперечным электромагнитным полем.

Из полученных данных следует, что пик излучения на частоте $\omega_2 \approx \omega_{LO}$ принадлежит радиационному поверхностному поляритону, локализованному на границе раздела плёнка–вакуум. Однако определить, к какому

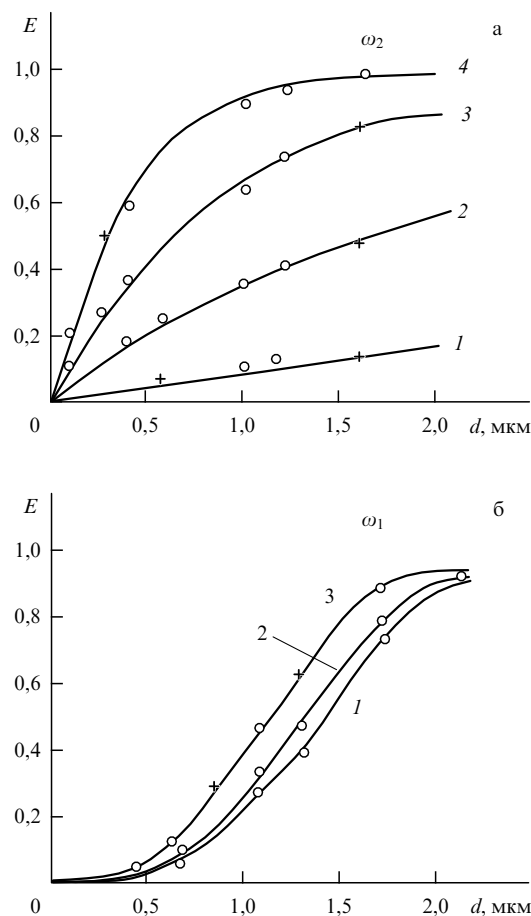


Рис. 11. Зависимость пиковой излучательной способности плёнок ZnSe на Al от толщины плёнки для полос излучения (а) $\nu_2 \approx \nu_{LO} = 250$ см⁻¹, (б) $\nu_1 \approx \nu_{TO} = 200$ см⁻¹ при различных углах излучения: 1 — $\phi = 15^\circ$, 2 — $\phi = 30^\circ$, 3 — $\phi = 45^\circ$, 4 — $\phi = 60^\circ$. Символы — экспериментальные значения, сплошные кривые — результаты расчёта.

колебанию относится пик излучения на частоте $\omega_1 \approx \omega_{TO}$ (объёмному или поверхностному фону границы раздела плёнка–металл), из этой серии экспериментов нельзя.

Как следует из теоретических расчётов, однозначное отнесение полосы излучения на частоте ω_1 к поперечным колебательным состояниям объёма пленки или ко второму поверхностному поляритону возможно только по различному воздействию на них электронной подсистемы металлической подложки.

На рисунке 12 представлены спектры термостимулированного излучения структур "вакуум–плёнка ZnSe–металл" с толстыми слоями металла: алюминия, хрома и титана, различающихся величиной $\text{Im } \epsilon_M(\omega)$. На все три металлические подложки плёнки ZnSe напылялись одновременно термическим испарением в вакууме.

Из рисунка 12 видно, что низкочастотная полоса ω_1 р-поляризованного излучения при уменьшении проводимости металлической подложки уширяется и смещается в низкочастотную область спектра. Всё это в совокупности означает, что полоса ω_1 в р-поляризованном термостимулированном излучении структур "вакуум–плёнка ZnSe–металл" связана с радиационным поверхностным (интерфейсным) поляритоном границы раздела плёнка–металл, а не с поперечными колебательными состоя-

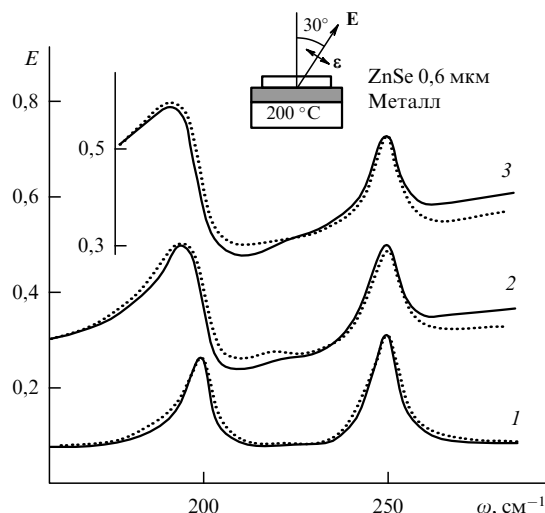


Рис. 12. Спектры р-поляризованной излучательной способности плёнок ZnSe толщиной 0,6 мкм на металлических подложках из алюминия (1), хрома (2) и титана (3). Точки — экспериментальные значения, сплошные кривые — результаты расчёта.

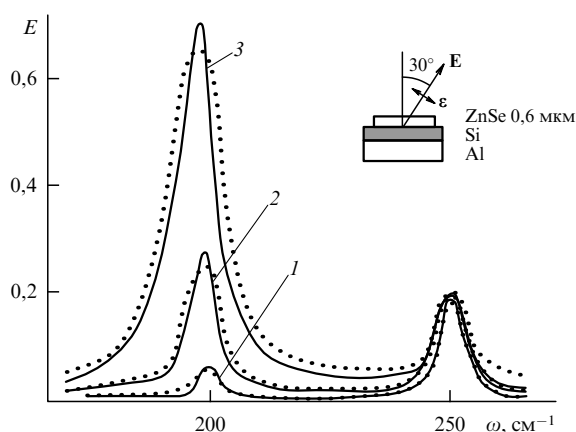


Рис. 13. Спектры р-поляризованной излучательной способности структуры "вакуум-плёнка ZnSe-плёнка Si-Al" при толщине плёнок Si: 1 — $d = 0$, 2 — $d = 1$ мкм, 3 — $d = 3$ мкм. Толщина плёнки ZnSe 0,6 мкм. Квадраты — экспериментальные данные, сплошные кривые — результаты расчёта. Экспериментальные точки сдвинуты вниз для спектров 1 и 2 на величину 0,06, а для спектра 3 — на 0,13 (поправка на фоновое излучение).

ниями объёма плёнки [50–55]. На рисунке 12 также представлены рассчитанные спектры излучения подобных "сэндвичей". Поскольку для хрома и титана не были известны частоты плазмонов и частоты столкновений электронов в них, в расчётах использовалось соотношение Хагена–Рубенса $R_M(\omega) \approx 1 - \sqrt{2\omega/\pi\sigma}$, где $\sigma = \sigma(\omega)$ — проводимость подложки.

Наилучшее согласие экспериментальных и рассчитанных спектров при этом достигалось при $\sigma_{Al} = 8000 \text{ Ом}^{-1} \text{ см}^{-1}$ ($R_{Al} = 0,94$), $\sigma_{Cr} = 500 \text{ Ом}^{-1} \text{ см}^{-1}$ ($R_{Cr} = 0,76$), $\sigma_{Ti} = 250 \text{ Ом}^{-1} \text{ см}^{-1}$ ($R_{Ti} = 0,67$). Как видно из рис. 13, экспериментальные результаты хорошо согласуются с теоретическими. Небольшое (и не принципиальное) их различие в области частот $\omega > 260 \text{ см}^{-1}$ для плёнок ZnSe на Cr и Ti вызвано, видимо, тем, что проводимость этих подложек на высоких частотах не вполне описывается формулой Хагена–Рубенса.

Таким образом, проведённые исследования показывают, что за поглощение света тонкими плёнками широкозонных полупроводников на металлической подложке отвечают не колебательные состояния объёма плёнки, а радиационные поверхностные состояния — поляритоны границ раздела плёнка–вакуум и плёнка–подложка [54, 55]. Дипольные моменты поперечных оптических фононов испытывают, по-видимому, сильное металлическое тушение, так как совокупный дипольный момент поперечного фонона, параллельный плоскости плёнки, вместе с его отображением в металле для тонких плёнок близок к нулю. Ослабить силы отображения дипольных моментов в металле, ответственных за поперечные колебательные состояния объёма плёнки, можно, если отделить плёнку от металла, точнее говоря создать диэлектрическую прослойку между металлом и плёнкой. На рисунке 13 представлены спектры термостимулированного излучения структуры "вакуум-плёнка ZnSe-плёнка Si-Al" [51].

Кремний не имеет дипольно-активных колебательных состояний в ИК-области спектра, и поэтому его излучательная способность очень мала и неселективна. Как видно из рис. 13, расчётные спектры по формуле $A = E = 1 - |r_{1234}^p|^2$ с r_{1234}^p из формулы (151), в которой ϵ_1 — диэлектрическая проницаемость вакуума, ϵ_2 — диэлектрическая проницаемость плёнки ZnSe толщиной h_2 , ϵ_3 — диэлектрическая проницаемость плёнки Si толщиной h_3 , ϵ_4 — диэлектрическая проницаемость алюминиевой подложки, очень хорошо согласуются с экспериментальными. Видны быстрое возрастание интенсивности излучения и полуширины низкочастотной полосы при увеличении толщины прослойки, а также небольшой сдвиг этой полосы в низкочастотную область спектра. Интенсивность, полуширина и частота максимума высокочастотной полосы остаются при этом неизменными. Как следует из рис. 13 и теоретического анализа [50–55], металлическое тушение поглощательной способности испытывают только состояния с дипольными моментами, параллельными плоскости сэндвича. Тогда как состояния с дипольными моментами, перпендикулярными плоскости плёнки, не взаимодействуют с электронами проводимости металлической подложки. На частоте $\omega_1 \approx \omega_{TO}$ при малой толщине прослойки из кремния мы имеем, по-видимому, дело и с интерфейсным поляритоном, и с сильно ослабленными поперечными колебательными состояниями объёма плёнки ZnSe, а при большой толщине слоя кремния — практически только с объёмными поперечными колебательными состояниями. Эти состояния не являются, строго говоря, поперечными оптическими фононами объёма плёнки, как это считалось ранее, поскольку полуширина Γ полос поглощения этими состояниями существенно зависит и от толщины прослойки, и от толщины плёнки и при большой толщине прослойки в несколько раз превосходит полуширину мнимой части диэлектрической проницаемости γ объёмного ZnSe. Такое различие связано с радиационным каналом распада этих состояний, вероятность γ_r которого в тонких плёнках аддитивна ангармоническому распаду γ , т.е. $\Gamma \approx \gamma + \gamma_r$. Похожие результаты наблюдались ранее при исследовании спектров отражения–поглощения (ОП) и теплового излучения плёнок LiF [56] и спектров ОП плёнок CdS [60], напылённых на металлические и диэлектрические подложки. В них также наблюдалось

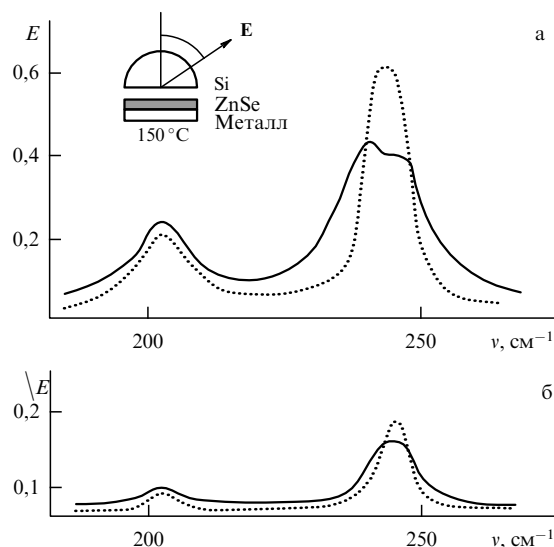


Рис. 14. Спектры излучательной способности (поглощения) структуры "призма Si–зазор–плёнка ZnSe (толщиной 1 мкм)–алюминиевая подложка" при величине зазора: (а) 12 мкм и $\varphi = 18^\circ$, (б) 3 мкм и $\varphi = 30^\circ$.

большое возрастание интенсивности полос поглощения на частоте ω_1 и увеличение их полуширин при замене металлических подложек диэлектрическими.

Проведённые исследования показали, что в тонких плёнках широкозонных полупроводников на металлических подложках поглощают и излучают свет только радиационные поверхностные поляритоны границ раздела плёнка–вакуум и плёнка–подложка. Колебательные состояния объёма плёнки (продольные и поперечные оптические фононы) не поглощают и не излучают р-поляризованный свет. Поперечные оптические фононы плёнки могут проявиться в спектрах поглощения и теплового излучения, если плёнка отделена от металлической подложки прослойкой из диэлектрика.

Экспериментальные спектры термостимулированного излучения поверхностных поляритонов (нерадиационных квазистационарных мод) плёнок ZnSe на различных металлических подложках были получены с использованием полуцилиндра из кремния, устанавливаемого на некотором расстоянии над исследуемым "сэндвичем" [48, 49, 52–55]. На рисунке 14 представлены экспериментальные и рассчитанные спектры р-поляризованного излучения поверхностных поляритонов плёнки ZnSe толщиной 1 мкм на алюминиевой подложке при двух углах излучения и различных величинах зазора между плёнкой и полуцилиндром, задаваемых рамками из майларовых плёнок. Угол излучения определяет волновой вектор поверхностных поляритонов $q_{||} = k_0 n_{Si} \sin \varphi$, где n_{Si} — коэффициент преломления материала призмы, k_0 — волной вектор света в вакууме. При $\varphi > \varphi_c$ $q_{||} > k_0$, варьируя угол излучения, можно восстановить закон дисперсии квазистационарных (нерадиационных) мод по спектрам термостимулированного излучения в режиме обращённого нарушенного полного внутреннего отражения (НПВО).

На рисунке 14 представлены спектры термостимулированного излучения структуры "полуцилиндр Si–зазор–плёнка–подложка" при угле излучения 20° , больше критического $\varphi_c = 17^\circ$. Толщина зазора, которая

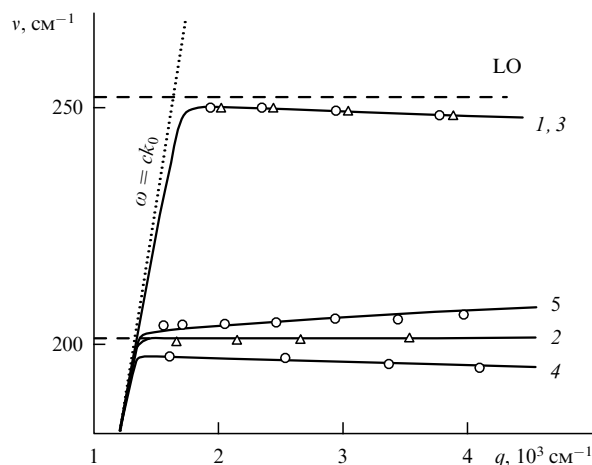


Рис. 15. Дисперсия ТМ-поверхностных поляритонов при $q_{||} > k_0$ плёнки ZnSe на металлической подложке: 1 — ν_{S+} , 2 — ν_{S-} — ветви для плёнки ZnSe на Al, 3 — ν_{S+} , 4 — ν_{S-} — ветви для плёнки ZnSe на Si, 5 — ν_{S-} — ветвь для плёнки ZnSe на тонком ($< 0,1$ мкм) алюминиевом зеркале на стекле. Сплошные кривые — результаты расчёта, символы — экспериментальные данные [49, 55].

составляла 12 мкм, была выбрана таким образом, чтобы возмущение квазистационарного поверхностного фонона призмой из кремния являлось минимальным и не приводило к сдвигу полосы излучения. Экспоненциально спадающее поле поверхностного поляритона простирается в вакуум на расстояние порядка $q_{||}^{-1}$, поэтому толщина зазора должна быть не менее $q_{||}^{-1}$, для того чтобы возмущение было не слишком большим. Рисунок 146 соответствует случаю, когда излучение направлено под углом 30° и толщина зазора составляет около 3 мкм. Толщина плёнок ZnSe и подложки из Al составляла около 1 мкм, при этом толщина алюминиевого зеркала намного превышала толщину скин-слоя в интересующем нас диапазоне частот. Численный расчёт спектров излучательной способности структуры с призмой выполнялся по формуле Кирхгофа с использованием коэффициента Френеля (r_{1234}^p) для четырёхслойной структуры (151). Рассчитанные спектры излучения системы, нормированные на излучение модели абсолютно чёрного тела, измеренное в идентичных условиях, качественно хорошо согласуются с экспериментальными данными.

Следует подчеркнуть, что высокочастотный пик в спектрах излучения (см. рис. 14) соответствует частоте слабо возмущённого квазистационарного поляритона на поверхностном кулоновском фононе ($\sim 243 \text{ см}^{-1}$), отвечающей уравнению $\varepsilon_2(\omega) = -1$.

На рисунке 15 приведены восстановленные из экспериментальных данных [48, 49, 52–55] дисперсионные кривые ТМ-поверхностных (кривые 1 и 3) и интерфейсных (кривые 2, 4, 5) квазистационарных поляритонов структуры "полуцилиндр Si–зазор–плёнка ZnSe–подложка".

Для иллюстрации степени возмущения призмой нерадиационного поля поверхностных фонон-поляритонов на рис. 16 представлена спектральная излучательная способность плёнки ZnSe (1 мкм) на Al-зеркале в режиме обращённого НПВО при различных зазорах между плёнкой и призмой (угол излучения $\varphi = 20^\circ \pm 2^\circ$).

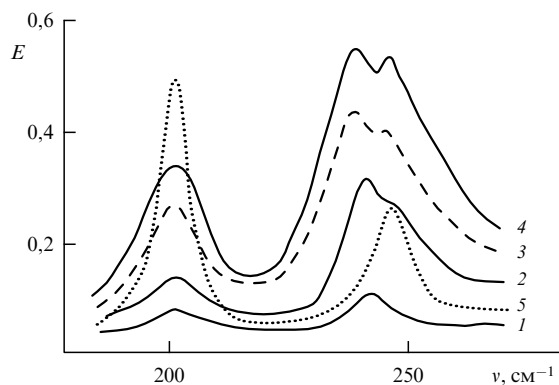


Рис. 16. Излучательная способность плёнки ZnSe (1 мкм) на Al-зеркале в спектральном диапазоне р-поляризованных "нерадиационных" поверхностных поляритонов в режиме обращённого НПВО при различных зазорах между плёнкой и призмой (угол излучения $\phi = 20^\circ \pm 2^\circ$): 1 — 20 мкм, 2 — 12 мкм, 3 — 6 мкм, 4 — 0 (механический контакт), 5 — излучение этой плёнки без призмы НПВО.

Резонансы на кривой 5 рис. 16 являются результатом взаимодействия первой и второй поперечных мод тонкой плёнки с полем поверхностного поляритона металлической поверхности. Другими словами, появление таких "радиационных хвостов" связано с возмущением изначально нерадиационного плазмон-поляритона интерфейса металл–вакуум тонкой плёнкой. Из рисунка 16 видно, что возмущение призмой нерадиационных поляритонов всей структуры вакуум–плёнка–металл возрастает с уменьшением расстояния между призмой и структурой. Поэтому для получения дисперсионных кривых поверхностных фонон-поляритонов (см. рис. 15) необходимо устанавливать призму как можно дальше от поверхности.

Таким образом, экспериментальные исследования спектрального состава термостимулированного излучения твёрдых тел дают возможность детального изучения собственных состояний источников теплового поля. В частности, в структурах типа "призма НПВО–зазор–металл" и "плёнка полупроводника на металле" изначально нерадиационный поверхностный плазмон металла преобразуется в набор радиационных состояний, электромагнитное поле которых определяется всеми дипольно-активными возбуждениями каждого вещества структуры и, кроме того, зависит от реальной геометрии эксперимента. Наблюдаемые резонансы в спектрах очень чувствительны к особенностям геометрии задачи и электродинамическим свойствам материалов. Одним из важнейших следствий экспериментальных и теоретических исследований оптических свойств кристаллов [48–60], является то, что в кристаллах с конечными размерами поглощение света осуществляется не за один шаг — фотон рождает фонon, а фотон сначала преобразуется в промежуточное состояние электромагнитного поля в кристалле — радиационный поляритон, и уже этот поляритон взаимодействует со всей совокупностью дипольно-активных состояний образца. В результате этого взаимодействия поляритон превращается в фонon или в многофононное возбуждение, экситон или свободный электрон (дырку), или в плазмон металлической подложки. Поглощение света при этом определяется вероятностями радиационного и ангармонического рас-

падов поляритона. Поляритон многослойной тонкоплёночной структуры является смешанным состоянием различных дипольно-активных возбуждений каждого вещества структуры.

Соответственно, термостимулированное излучение кристаллов конечного размера также возникает в результате поэтапного преобразования механических флуктуаций в дипольно-активные состояния структуры, которые рождают собственные радиационные поляритонные состояния, имеющие конечную вероятность радиационного распада, результатом которого является бегущее радиационное поле образца. Разумеется, наряду с собственно тепловым излучением образца, в результате флуктуаций образуются нерадиационные собственные состояния — термостимулированные поверхностные поляритоны.

Отметим также, что при толщине плёнки большей порогового значения в спектре состояний термостимулированного электромагнитного поля появляются резонансы, связанные с интерференционными модами, в спектрах радиационной части поля и волноводные моды в спектрах нерадиационной части поля. В экспериментах достаточно подробно исследованы условия появления интерференционных мод и возможные следствия для различных физических явлений [54, 55, 58]. В частности, отчётливо наблюдаемые в спектрах плёнок поглощение, термостимулированное излучение и люминесценция на частотах интерференционных мод, резкое возрастание поглощения света на частотах локальных колебаний примесей кристаллической решётки плёнки при совпадении с ними частоты интерференционной моды, увеличение интенсивности спектров спонтанного комбинационного рассеяния света (КРС) при совпадении частоты падающего и (или) рассеянного света с частотой интерференционной моды — всё это свидетельствует о том, что интерференционные моды — реальные состояния электромагнитного поля в тонкоплёночных структурах. Интерференционные моды однородно уширены, и полуширина их полос в спектрах поглощения, термостимулированного излучения и люминесценции определяется в основном радиационным временем их жизни. Это радиационное время жизни в определённых условиях является рекордно малым среди времён жизни всех известных осцилляторов: оно может составлять лишь несколько десятков фемтосекунд [59]. Исследование резонансов в спектрах, соответствующих нерадиационным волноводным модам пока не проводилось.

5. Некоторые приложения теории флуктуационных электромагнитных полей

5.1. Дисперсионное взаимодействие между телами.

Задача Е.М. Лифшица

В середине 1950-х годов Е.М. Лифшиц опубликовал серию работ [61–63], посвящённых теории молекулярных сил притяжения между конденсированными средами, заполняющими два полупространства с плоскопараллельными границами. В этих работах развита теория дисперсионных сил взаимодействия посредством флуктуационного электромагнитного поля между макроскопическими телами, находящимися в полном термодинамическом равновесии. Сила взаимодействия, приходящаяся на единицу площади поверхности, вычислялась

как усреднённая нормальная к поверхности компонента максвелловского тензора натяжений. Полученное решение справедливо при любой температуре и любой комплексной диэлектрической проницаемости, характеризующей электродинамические свойства взаимодействующих тел.

Работы Е.М. Лифшица вызвали многолетний, непрекращающийся до сих пор поток исследований, в которых совершенствовался уже предложенный метод решения, а также предлагались альтернативные методы, приводившие к одному и тому же результату. Существует обширная, в том числе русскоязычная, литература, посвящённая этой теме. Основные результаты по теории сил Ван-дер-Ваальса и родственной ей теории сил Казимира содержатся в известных обзорах и монографиях, например, [64–69]. Здесь мы приведём только общие соотношения и простейшие асимптотики.

5.1.1. Дисперсионное взаимодействие между телами в условиях полного термодинамического равновесия. Спектральная плотность максвелловского тензора натяжений содержит все спектральные плотности компонент термостимулированного поля в вакуумном плоскопараллельном слое между двумя полупространствами. Поэтому задача целиком и полностью может быть решена в рамках флуктуационной электродинамики на основе теории Рытова. Именно таким образом это было сделано в [61–63].

Прежде всего запишем через коэффициенты Френеля выражение из [62] для силы взаимодействия на единицу площади поверхности, действующей между двумя полупространствами, разделёнными плоским вакуумным слоем толщиной l :

$$F(l) = \int_0^\infty \int_0^\infty dp d\omega F_\omega(p, l), \quad (176)$$

где

$$F_\omega(p, l) = -\frac{\Theta(\omega, T)}{\pi^2 \omega} \operatorname{Im} \left[pq \left(\frac{r_{01}^p r_{02}^p \exp(-2ql)}{1 - r_{01}^p r_{02}^p \exp(-2ql)} + \frac{r_{01}^s r_{02}^s \exp(-2ql)}{1 - r_{01}^s r_{02}^s \exp(-2ql)} \right) \right], \quad (177)$$

$q = [p^2 - (\omega/c)^2]^{1/2}$, $r_{0i}^{p,s}$ — коэффициенты Френеля (50) границ раздела между вакуумным слоем и полупространствами, $i = 1, 2$.

Общее выражение для силы взаимодействия достаточно сложное, однако из него получены основные асимптотики [61–64] при некоторых упрощающих условиях. Например, малые расстояния между телами соответствуют случаю, в котором $l \ll \lambda_0$ и $l \ll l_T$, где λ_0 — характерная длина волны в спектрах поглощения тел, а $l_T = \hbar c/k_B T \sim 10^{-4}$ см для комнатной температуры. Тогда для немагнитных материалов

$$F(l) \approx \frac{\hbar \omega}{8\pi^2 l^3}, \quad \omega = \int_0^\infty d\xi \frac{(\varepsilon_1(i\xi) - 1)(\varepsilon_2(i\xi) - 1)}{(\varepsilon_1(i\xi) + 1)(\varepsilon_2(i\xi) + 1)}. \quad (178)$$

Обратное соотношение $l \gg \lambda_0$ соответствует случаю больших расстояний. Особенно простое выражение для силы получается для идеальных металлов при соблюдении второго условия, $l \ll l_T$:

$$F(l) \approx \frac{\pi^2 \hbar c}{240 l^4}. \quad (179)$$

Это сила Казимира [70], полученная ранее совсем из других соображений, а именно путём суммирования собственных мод поля в плоскопараллельном слое между идеально отражающими стенками. Интересно отметить, что сила Казимира выступает здесь как частный случай силы взаимодействия в рамках задачи флуктуационной электродинамики.

Третий частный случай возникает при учёте влияния температуры на взаимодействие между телами и соответствует условиям $l \gg \lambda_0$ и $l \gg l_T$:

$$F(l) \approx \frac{k_B T}{8\pi l^3} \frac{(\varepsilon_{10} - 1)(\varepsilon_{20} - 1)}{(\varepsilon_{10} + 1)(\varepsilon_{20} + 1)}, \quad (180)$$

где ε_{10} , ε_{20} — электростатические значения диэлектрических проницаемостей. Таким образом, на больших расстояниях, как и на малых, зависимость вновь обратно пропорциональна кубу расстояния между телами.

Выведем асимптотики (178)–(180) из (176), (177). Формула (178) является типичным образцом результата в квазистатическом приближении ($c \rightarrow \infty$). Поэтому коэффициенты Френеля (50) нужно взять в виде $r_{0i}^p \approx (\varepsilon_i - 1)/(\varepsilon_i + 1)$ и $r_{0i}^s \approx 0$, $i = 1, 2$. Кроме того, учитывая, что $\hbar \omega/k_B T = 2\pi l_T/\lambda$, в приближении $\lambda \ll l_T$ запишем (176) как

$$F(l) = -\frac{\hbar}{2\pi^2} \int_0^\infty d\omega \sum_{n=0}^\infty \operatorname{Im} (r_{01}^p r_{02}^p)^{n+1} \times \int_{k_0}^\infty dp p \sqrt{p^2 - k_0^2} \exp \left[-2\sqrt{p^2 - k_0^2} l(n+1) \right], \quad (181)$$

где мы использовали формулу для бесконечного геометрического ряда

$$[1 - r_{01}^p r_{02}^p \exp(-2ql)]^{-1} = \sum_{n=0}^\infty (r_{01}^p r_{02}^p)^n \exp(-2qln). \quad (182)$$

Делая подстановку $y^2 = p^2/k_0^2 - 1$ и проводя элементарное интегрирование по переменной y , получим

$$F(l) = -\frac{\hbar}{8\pi^2 l^3} \int_0^\infty d\omega \sum_{n=0}^\infty \operatorname{Im} \frac{(r_{01}^p r_{02}^p)^{n+1}}{(n+1)^3}, \quad (183)$$

откуда после применения теоремы Коши при $n = 0$ следует формула (178).

Классический закон Казимира (179) мы получим из (176) при условии $\varepsilon_{1,2} \rightarrow \infty$. В этом случае при соблюдении условия $\lambda \ll l_T$ имеем

$$F(l) = -\frac{\hbar}{\pi^2} \int_0^\infty d\omega \operatorname{Re} \int_0^{k_0} dp p \sqrt{k_0^2 - p^2} \times \sum_{n=0}^\infty \exp \left[-2i\sqrt{k_0^2 - p^2} l(n+1) \right]. \quad (184)$$

Отметим, что часть интеграла в (176) по переменной p в диапазоне от k_0 до ∞ выпадает из рассмотрения, поскольку нужно взять мнимую часть в (177) от чисто действительного в этом приближении выражения.

Делая подстановку $x^2 = 1 - p^2/k_0^2$ и учитывая, что

$$\int_0^1 dx x^2 \cos [2k_0 l(n+1)x] = \frac{\sin u_n}{u_n} + \frac{2 \cos u_n}{u_n^2} - \frac{2 \sin u_n}{u_n^3}, \quad (185)$$

где $u_n = 2k_0 l(n+1)$, получим из (184), меняя порядок интегрирования и суммирования,

$$F(l) = -\frac{\hbar c}{\pi^2} \sum_{n=0}^{\infty} \int_0^{\infty} dk_0 k_0^3 \left(\frac{\sin u_n}{u_n} + \frac{2 \cos u_n}{u_n^2} - \frac{2 \sin u_n}{u_n^3} \right). \quad (186)$$

Интегрирование в (186) достаточно просто провести, используя метод стационарной фазы [71], а именно лемму Эрдейи. Например, для первого интеграла в (186) имеем

$$\int_0^{\infty} dk_0 k_0^3 \frac{\sin u_n}{u_n} = \frac{1}{2l(n+1)} \operatorname{Im} \int_0^{\infty} dk_0 k_0^2 \exp[i2k_0 l(n+1)] \approx -\frac{1}{8l^4(n+1)^4}. \quad (187)$$

В результате находим

$$F(l) = \frac{3\hbar c}{8\pi^2 l^4} \sum_{n=0}^{\infty} (n+1)^{-4} = \frac{\pi^2 \hbar c}{240 l^4}. \quad (188)$$

Наконец, формула (180) получается из общего выражения (176) для силы при условиях, соответствующих классическому приближению. А именно средняя энергия осциллятора поля равна $\Theta(\omega) \approx k_B T$, поскольку $\hbar\omega \ll k_B T$. Другими словами, рассматривается область спектра $\lambda \gg l_T$ при условии $|q|^{-1} \ll l \ll \lambda$. Тогда общее выражение (176) сводится к следующему:

$$F(l) \approx -\frac{k_B T}{\pi^2} \operatorname{Im} \int_0^{\infty} \frac{d\omega}{\omega} \int_{\omega/c}^{\infty} dp p q (r_{01}^p r_{02}^p + r_{01}^s r_{02}^s) \exp(-2ql). \quad (189)$$

При получении (189) мы пренебрегли экспоненциальными слагаемыми в знаменателях (177), что соответствует учёту только первого члена в (182), поскольку $|q|l \gg 1$. Кроме того, не учитывалась часть интеграла по переменной p в диапазоне от нуля до k_0 , поскольку вследствие того же условия подынтегральная функция содержит сильно осциллирующую функцию.

Вводя новую переменную $y = q/k_0$, мы видим, что основной вклад в интеграл вследствие того, что $k_0 l \ll 1$ и $2k_0 l y \sim 1$, дают значения $y \gg 1$. В этом приближении коэффициенты Френеля, как мы уже установили, не зависят от переменной y : $r^p \approx (\varepsilon - 1)/(\varepsilon + 1)$, $r^s \approx 0$. Введя ещё одну переменную, $z = 2k_0 l y$, формулу (189) после проведения элементарного интегрирования по переменной z можно записать в виде

$$F(l) \approx -\frac{k_B T}{4\pi^2 l^3} \operatorname{Im} \int_0^{\infty} \frac{d\omega}{\omega} r_{01}^p(\omega) r_{02}^p(\omega). \quad (190)$$

Из (190) уже хорошо видно, что основной вклад в интеграл даёт область низких частот. Применим теорему Коши, согласно которой интеграл по замкнутому пути от подынтегральной функции в (190) в области её аналитичности в правой четверти плоскости комплексной частоты равен нулю. Причём первое интегрирование проводится вдоль действительной оси частот, второе — по окружности с большим радиусом R против часовой стрелки в диапазоне углов от нуля до $\pi/2$, третье — вдоль

мнимой оси, на которой подынтегральная функция является чисто вещественной, четвёртое — по окружности с малым радиусом ρ вокруг точки $\omega = 0$ по часовой стрелке в диапазоне углов от $\pi/2$ до нуля. В результате получим

$$\operatorname{Im} \int_0^{\infty} \frac{d\omega}{\omega} r_{01}^p(\omega) r_{02}^p(\omega) = -\frac{\pi}{2} r_{01}^p(0) r_{02}^p(0). \quad (191)$$

Подстановка (191) в (190) приводит к выражению (180).

Необходимо отметить, что запись выражения для силы взаимодействия в виде (176), (177) удобна тем, что позволяет проанализировать спектральные особенности плотности силы. Такой анализ проведён в работах [72, 73], из которых следует, что существенный вклад во взаимодействие дают собственные электромагнитные моды полости, что обусловлено обращением в нуль знаменателей выражения (177), например $1 - r_{01}^p r_{02}^p \exp(-2ql) = 0$.

В случае взаимодействия одинаковых материалов уравнение $r^p = \pm \exp(ql)$ определяет две моды, соответствующие симметричному и антисимметричному решениям уравнения. В работе [74] показано, что появление симметричной и антисимметричной мод соответствует снятию вырождения при гибридизации поверхностных состояний изолированных поверхностей, когда они достаточно близко расположены. При расщеплении антисимметричная мода имеет более высокую частоту, чем симметричная. В нашем случае антисимметричная мода соответствует отталкиванию, а симметричная — притяжению, согласно результатам исследования [73].

В заключение этого раздела отметим, что из общих выражений для силы взаимодействия двух полупространств в работах [61–64] на основе рассмотрения взаимодействия достаточно разрежённых материалов, для которых диэлектрическая проницаемость мало отличается от единицы и для которых можно использовать принцип аддитивности, получены формулы для дисперсионного взаимодействия между молекулой (микрочастицей) и полупространством, а также между двумя молекулами.

5.1.2. Дисперсионное взаимодействие между телами в условиях неполного термодинамического равновесия.

Работ, посвящённых исследованиям дисперсионного взаимодействия между телами в условиях неполного термодинамического равновесия, намного меньше, чем работ, исследующих тот же процесс в условиях полного термодинамического равновесия. Впервые дисперсионное взаимодействие между разделёнными плоскопараллельным вакуумным слоем полупространствами, находящимися в термостатах с разными температурами, было рассмотрено в работах [75, 76]. В этих работах получено выражение для спектральной плотности силы, действующей между двумя полупространствами с разной температурой, при любой толщине слоя и любой разнице температур. Материалы полупространств могут характеризоваться произвольными комплексными диэлектрическими проницаемостями и магнитными восприимчивостями. Приведены разнообразные формы записи для спектральной плотности силы. Например, если тела находятся в термостатах с температурами T_1 и T_2 соответственно, то спектральную плотность силы, действующей на единицу поверхности, можно предста-

вить в следующем виде (формула (9) из [76]):

$$\begin{aligned} \tilde{F}_\omega(l) = & -\frac{\Theta(\omega, T_1) + \Theta(\omega, T_2)}{4\pi^2\omega} \operatorname{Im} \int_0^\infty dp pq \left(\frac{A}{D} + \frac{\tilde{A}}{\tilde{D}} \right) - \\ & -\frac{\Theta(\omega, T_1) - \Theta(\omega, T_2)}{4\pi^2\omega} \operatorname{Im} \int_0^\infty dp pq \left(\frac{\delta_1 - \delta_2}{|D|^2} + \frac{\tilde{\delta}_1 - \tilde{\delta}_2}{|\tilde{D}|^2} \right), \end{aligned} \quad (192)$$

где

$$\begin{aligned} A &= \left(\frac{\beta_1}{\mu_1} + \frac{\beta_2}{\mu_2} \right) \sinh(ql) + \left(1 + \frac{\beta_1\beta_2}{\mu_1\mu_2} \right) \cosh(ql), \\ \tilde{A} &= \left(\frac{\beta_1}{\varepsilon_1} + \frac{\beta_2}{\varepsilon_2} \right) \sinh(ql) + \left(1 + \frac{\beta_1\beta_2}{\varepsilon_1\varepsilon_2} \right) \cosh(ql), \\ D &= \left(\frac{\beta_1}{\mu_1} + \frac{\beta_2}{\mu_2} \right) \cosh(ql) + \left(1 + \frac{\beta_1\beta_2}{\mu_1\mu_2} \right) \sinh(ql), \\ \tilde{D} &= \left(\frac{\beta_1}{\varepsilon_1} + \frac{\beta_2}{\varepsilon_2} \right) \cosh(ql) + \left(1 + \frac{\beta_1\beta_2}{\varepsilon_1\varepsilon_2} \right) \sinh(ql), \\ \delta_1 &= \frac{\beta_2}{\mu_2} \left(\frac{q}{q^*} - \left| \frac{\beta_1}{\mu_1} \right|^2 \right), \quad \delta_2 = \frac{\beta_1}{\mu_1} \left(\frac{q}{q^*} - \left| \frac{\beta_2}{\mu_2} \right|^2 \right), \\ \tilde{\delta}_1 &= \frac{\beta_2}{\varepsilon_2} \left(\frac{q}{q^*} - \left| \frac{\beta_1}{\varepsilon_1} \right|^2 \right), \quad \tilde{\delta}_2 = \frac{\beta_1}{\varepsilon_1} \left(\frac{q}{q^*} - \left| \frac{\beta_2}{\varepsilon_2} \right|^2 \right), \end{aligned} \quad (193)$$

$$\beta_{1(2)} = q_{1(2)}/q, q_{1(2)} = [p^2 - \varepsilon_{1(2)}(\omega/c)^2]^{1/2}.$$

Следуя общей линии, принятой в нашем обзоре, перепишем (192) через коэффициенты Френеля. Для этого прямой проверкой убеждаемся в том, что

$$\begin{aligned} \frac{A}{D} &= 1 + \frac{2r_{01}^s r_{02}^s \exp(-2ql)}{1 - r_{01}^s r_{02}^s \exp(-2ql)}, \\ \frac{\tilde{A}}{\tilde{D}} &= 1 + \frac{2r_{01}^p r_{02}^p \exp(-2ql)}{1 - r_{01}^p r_{02}^p \exp(-2ql)}. \end{aligned} \quad (194)$$

Кроме того, для поля бегущих волн ($p < \omega/c$) имеем $q/q^* = -1$, поэтому из (193) получаем

$$\operatorname{Im} \left[i|q| \left(\frac{\delta_1 - \delta_2}{|D|^2} \right)^{\text{Pr}} \right] = |q| \frac{|r_{02}^s|^2 - |r_{01}^s|^2}{|1 - r_{01}^s r_{02}^s \exp(-2ql)|^2} \quad (195)$$

и аналогичные выражения для р-волн.

Для квазистационарного поля ($p < \omega/c$) имеем $q/q^* = 1$, откуда из (193) находим

$$\begin{aligned} \operatorname{Im} \left[q \left(\frac{\delta_1 - \delta_2}{|D|^2} \right)^{\text{Ev}} \right] &= \\ &= 2q \exp(-2ql) \frac{\operatorname{Re} r_{01}^s \operatorname{Im} r_{02}^s - \operatorname{Im} r_{01}^s \operatorname{Re} r_{02}^s}{|1 - r_{01}^s r_{02}^s \exp(-2ql)|^2}, \end{aligned} \quad (196)$$

и аналогично для р-волн.

Подставляя (195), (196) в (192) и учитывая только члены, зависящие от расстояния между телами, спектральную плотность силы, действующей на единицу площади поверхности, можно представить в виде

$$F_\omega(l, T_1, T_2) = \frac{F_\omega(l, T_1)}{2} + \frac{F_\omega(l, T_2)}{2} + \Delta F_\omega(l, T_1, T_2), \quad (197)$$

где $F_\omega(l, T_1)$ и $F_\omega(l, T_2)$ — спектральные плотности силы, соответствующие равновесному случаю (176)

при температурах T_1 и T_2 . Третье слагаемое в правой части (197), учитывающее разность температур между телами, можно представить в виде $\Delta F_\omega(l, T_1, T_2) = \Delta F_\omega^{\text{Pr}}(l, T_1, T_2) + \Delta F_\omega^{\text{Ev}}(l, T_1, T_2)$, впервые предложенном в работе [77], где

$$\begin{aligned} \Delta F_\omega^{\text{Pr}}(l, T_1, T_2) &= \\ &= -\frac{\Theta(T_1) - \Theta(T_2)}{4\pi^2\omega} \int_0^{k_0} dp p |q| \sum_{j=s,p} \frac{|r_{02}^j|^2 - |r_{01}^j|^2}{|1 - r_{01}^j r_{02}^j \exp(-2ql)|^2}, \end{aligned} \quad (198)$$

$$\begin{aligned} \Delta F_\omega^{\text{Ev}}(l, T_1, T_2) &= \\ &= \frac{\Theta(T_1) - \Theta(T_2)}{2\pi^2\omega} \int_{k_0}^\infty dp pq \exp(-2ql) \times \\ &\times \sum_{j=s,p} \frac{\operatorname{Re} r_{02}^j \operatorname{Im} r_{01}^j - \operatorname{Im} r_{02}^j \operatorname{Re} r_{01}^j}{|1 - r_{01}^j r_{02}^j \exp(-2ql)|^2}. \end{aligned} \quad (199)$$

Прежде всего отметим [75, 76], что добавочные члены в формулах (192) или в (198), (199) исчезают при отсутствии разности температур или в случае взаимодействия тел с идентичными свойствами. Поэтому при рассмотрении силы Казимира между идеальными материалами учёт разницы температур ничего нового не даёт. Отсутствует влияние разницы температур и при условии $\lambda \ll l_T$ ($\hbar\omega \gg k_B T$). Различие температур будет сказываться на больших расстояниях при противоположном условии, $\lambda \gg l_T$, когда $\Theta(T_1) - \Theta(T_2) \approx k_B T_1 - k_B T_2$. Тогда основной вклад в интеграл вследствие условий $k_0 l \ll 1$ и $2k_0 l y \sim 1$ дают значения $y \gg 1$. Делая те же самые замены переменной интегрирования в (199), как и при получении (190), находим добавочный член, учитывающий разность температур в выражении для спектральной плотности силы (197) и в выражении для полной силы на единицу площади поверхности:

$$\begin{aligned} \Delta F(l, T_1, T_2) &\approx -\frac{k_B T_1 - k_B T_2}{8\pi^2 l^3} \times \\ &\times \int_0^\infty \frac{d\omega}{\omega} (\operatorname{Im} r_{01}^p(\omega) \operatorname{Re} r_{02}^p(\omega) - \operatorname{Re} r_{01}^p(\omega) \operatorname{Im} r_{02}^p(\omega)). \end{aligned} \quad (200)$$

В отличие от подынтегральной функции в равновесном случае подынтегральная функция в (200) не является аналитической, поэтому провести интегрирование на комплексной плоскости нельзя и следует использовать численные методы. Однако, очевидно, что когда известны простые аппроксимации коэффициентов Френеля, в аналитических вычислениях можно продвинуться ещё дальше.

Отметим, что в работах [77–79] была исследована задача о дисперсионном взаимодействии между атомом и полупространством, находящимися в термостатах с разными температурами.

5.2. Перенос энергии посредством термостимулированного поля между двумя телами, находящимися в термостатах с разными температурами

По-видимому, ключевую роль квазистационарного поля в переносе тепла между телами, разделёнными небольшим промежутком, впервые осознали и провели соответствующее исследование С.М. Рыгов с соавторами [4–7]. Они рассмотрели случай переноса тепла через

вакуумный плоскопараллельный промежуток между поглощающим полупространством и почти идеальным зеркалом, которые находятся в термостатах с различными температурами. Затем разными авторами исследовалась задача об обмене энергией между двумя полупространствами, разделёнными плоским промежуток [80–84]. Одним из самых существенных обнаруженных эффектов являлся эффект резкого возрастания переноса энергии в случае малой величины зазора d между телами. Малой величина зазора считается по сравнению с типичной длиной волны радиационного флуктуационного спектра взаимодействующих тел, например с виновской длиной волны λ_w . Другими словами, был обнаружен принципиальный вклад ближних флуктуационных полей в процесс переноса энергии, аналогично тому, как это имеет место в теории дисперсионного взаимодействия.

В последние два десятилетия в экспериментальной физике появились зондовые микроскопы для исследования свойств поверхности твёрдого тела. В связи с этим были рассмотрены задачи, непосредственно связанные с зондовой геометрией [85–89]. Было показано, что скорость переноса энергии определяется разницей температур между телами, расстоянием между ними и резонансными электродинамическими факторами. Например, в случае зондирующего тела сферической формы и плоской исследуемой поверхности такие резонансы соответствуют квазистатическим модам Фрёлиха и Кулона.

Наряду с теоретическими исследованиями переноса тепла между различными объектами были проведены экспериментальные исследования. Так, в плоскопараллельной геометрии обнаружено [90] аномальное увеличение теплового потока на малых расстояниях между двумя параллельными плёнками хрома, нанесёнными на стеклянные подложки. Сильное увеличение переноса тепла между зондирующим телом и плоским образцом было обнаружено разными авторами [91–94].

В этом разделе мы рассмотрим перенос тепла между двумя телами с произвольной формой, находящимися в термостатах с разными температурами, следуя работе [95]. Для этого рассмотрим систему двух тел — P и S — произвольной формы, разделённых некоторым вакуумным промежуток с минимальной величиной d . Тела P (зонд) и S (образец) характеризуются комплексными электрическими и магнитными проницаемостями ϵ_P , μ_P и ϵ_S , μ_S соответственно. Тела находятся в термодинамическом равновесии со своими термостатами соответственно при температурах T_P и T_S . В рамках ланжевеновской картины [6, 7] случайные стационарные токи с заданной статистикой, спонтанно возникающие в этих телах, создают термостимулированные флуктуационные электромагнитные поля внутри и вне каждого из тел. Тела генерируют и поглощают эти поля. Вся система не находится в термодинамическом равновесии, поэтому существует некоторая стационарная скорость выделения тепла внутри тела с меньшей температурой.

Определим выделяющуюся тепловую мощность, например, в зондирующем теле как разность $\Delta W_P = W_+ - W_-$, где W_+ — мощность, поглощаемая зондом, W_- — потери мощности внутри образца, тем самым считая зонд единственной причиной потерь для образца.

Для того чтобы определить мощность поглощаемого зондом тепла, мы рассмотрим полный дифференциал

внутренней или свободной энергии [12] зонда во внешних флуктуационных электромагнитных полях $\mathbf{E}_0$, $\mathbf{H}_0$

$$dU_P = T_P dS_P - \boldsymbol{\mu} d\mathbf{E}_0 - \mathbf{m} d\mathbf{H}_0, \quad (201)$$

$$dF_P = -S_P dT_P - \boldsymbol{\mu} d\mathbf{E}_0 - \mathbf{m} d\mathbf{H}_0,$$

где S_P — энтропия зонда, $\boldsymbol{\mu}$ и $\mathbf{m}$ — электрический и магнитный диполи, индуцируемые в зондирующем теле внешним по отношению к зонду термостимулированным флуктуационным электромагнитным полем образца. Применение первой или второй формулы зависит от технических особенностей проведения эксперимента. Поглощаемая в зонде мощность может быть найдена усреднением временной производной от соответствующей энергии:

$$S_P = \text{const}: W_+ = \left\langle \frac{dU_P}{dt} \right\rangle = - \left\{ \left\langle \boldsymbol{\mu} \frac{d\mathbf{E}_0}{dt} \right\rangle_s + \left\langle \mathbf{m} \frac{d\mathbf{H}_0}{dt} \right\rangle_s \right\}, \quad (202)$$

$$T_P = \text{const}: W_+ = \left\langle \frac{dF_P}{dt} \right\rangle = - \left\{ \left\langle \boldsymbol{\mu} \frac{d\mathbf{E}_0}{dt} \right\rangle_s + \left\langle \mathbf{m} \frac{d\mathbf{H}_0}{dt} \right\rangle_s \right\}, \quad (203)$$

где индекс s означает симметризованную запись, а угловые скобки означают усреднение по ансамблю.

Отметим, что в формулы (201) можно было бы формально добавить члены вида $\boldsymbol{\mu}^{sp} d\mathbf{E}$, где $\boldsymbol{\mu}^{sp}$ — собственный флуктуационный момент, а $\mathbf{E}$ — отражённое от образца флуктуационное поле, индуцируемое моментом $\boldsymbol{\mu}^{sp}$. Однако отражённое поле $\mathbf{E}$ практически не несёт информации о термодинамическом состоянии образца, в отличие от его собственного флуктуационного поля $\mathbf{E}_0$. Поэтому учёт таких членов в данной задаче привёл бы к превышению точности, в рамках которой проводится вывод искомой формулы, основанный на энергетическом балансе. Грубо говоря, не учитывая этот член, мы пренебрегаем зависимостью коэффициентов Френеля поверхности образца от температуры.

Другие возможные комбинации $\boldsymbol{\mu}^{sp} d\mathbf{E}_0$ и $\boldsymbol{\mu} d\mathbf{E}$ рассматривать не нужно, поскольку случайные величины, относящиеся к разным термостатам, не коррелируют и после усреднения соответствующие произведения станут равными нулю.

В этом разделе мы будем использовать формальное определение фурье-преобразования всех случайных функций от времени в следующем виде:

$$\mathbf{A}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \mathbf{A}(\omega) \exp(-i\omega t), \quad \mathbf{A} = \boldsymbol{\mu}, \mathbf{m}, \mathbf{E}_0, \mathbf{H}_0. \quad (204)$$

В дальнейшем в полученных формулах будем рассматривать только электрическую часть, поскольку магнитная часть получается подобным образом. Представляя величины $\boldsymbol{\mu}(t)$ и $\mathbf{E}_0(t)$ в виде (204) и подставляя их в (202) или в (203), находим

$$W_+ = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \omega \sum_{ik} \frac{\alpha_{ik}(\omega) - \alpha_{ki}^*(\omega)}{2i} \langle E_{0i}(\omega) E_{0k}(\omega) \rangle, \quad (205)$$

где использовано равенство, справедливое для стационарных процессов:

$$\langle \boldsymbol{\mu}(\omega) \mathbf{E}_0(\omega') \rangle = \alpha_{ik}(\omega) \langle E_{0k}(\omega) E_{0i}(\omega) \rangle 2\pi \delta(\omega + \omega'), \quad (206)$$

здесь $\alpha_{ik}(\omega)$ — тензор поляризуемости зондирующего тела, обладающий свойством $\alpha_{ik}(-\omega) = \alpha_{ik}^*(\omega)$ для чисто действительных частот.

Мощность потерь в образце найдём, используя теорему Пойнтинга:

$$W_- = -\frac{1}{2} \left\langle \int_{V_P} d\mathbf{r}' [\mathbf{j}_{\text{ext}}(\mathbf{r}', t) \mathbf{E}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; t) + \mathbf{E}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; t) \mathbf{j}_{\text{ext}}(\mathbf{r}', t)] \right\rangle, \quad (207)$$

где V_P — объём зонда, $\mathbf{j}_{\text{ext}} = (\partial \mu^{\text{sp}} / \partial t) \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}')$, μ^{sp} — собственный спонтанно флуктуирующий дипольный момент зонда в точке $\mathbf{r}'$, индуцируемое поле связано с откликом образца: $E_i(\omega; \mathbf{r}, \mathbf{r}') = \beta_{ik}(\omega; \mathbf{r}, \mathbf{r}') \mu_k(\omega; \mathbf{r}')$, $\beta_{ik}(\omega; \mathbf{r}, \mathbf{r}')$ — соответствующий тензор линейного отклика.

Представляя $\mu^{\text{sp}}(t)$ и $\mathbf{E}(t)$ в виде (204) и подставляя их в (207), получим

$$W_- = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \omega \sum_{ik} \frac{\beta_{ik}(\omega) - \beta_{ki}^*(\omega)}{2i} \langle \mu_i^{\text{sp}}(\omega) \mu_k^{\text{sp}}(\omega) \rangle. \quad (208)$$

Подстановка (205) и (208) в выражение для мощности выделения тепла в зонде $\Delta W_P = W_+ - W_-$ с применением флуктуационно-диссипативной теоремы (ФДТ) даёт искомую формулу:

$$\Delta W_P = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{2\pi} [\Theta_S(\omega, T_S) - \Theta_P(\omega, T_P)] \times \times \sum_{ik} 2\alpha_{ik}^{\text{ah}}(\omega) \beta_{ik}^{\text{ah}}(\omega), \quad T_S > T_P, \quad (209)$$

где индексом ah отмечена антиэрмитова часть, $\Theta_{S,P}(\omega) = (\hbar\omega/2) \coth[\hbar\omega/(2k_B T_{S,P})]$.

ФДТ здесь использовалась для симметризованных величин в следующем виде:

$$\langle \mu_i^{\text{sp}} \mu_k^{\text{sp}} \rangle = \frac{i\Theta(\omega)}{\omega} [\alpha_{ki}^*(\omega) - \alpha_{ik}(\omega)], \quad (210)$$

$$\langle E_{0i}(\omega) E_{0k}(\omega) \rangle = \frac{i\Theta(\omega)}{\omega} [\beta_{ki}^*(\omega) - \beta_{ik}(\omega)]. \quad (211)$$

Формула (209) определяет спектральную плотность выделяемой мощности

$$\Delta W_P(\omega) = [\Theta_S(\omega, T_S) - \Theta_P(\omega, T_P)] \sum_{ik} 2\alpha_{ik}^{\text{ah}}(\omega) \beta_{ik}^{\text{ah}}(\omega). \quad (212)$$

Следует отметить, что полученные формулы справедливы для взаимодействующих объектов любой формы, оптические свойства которых могут характеризоваться нелокальными восприимчивостями.

В качестве примера рассмотрим в рамках локального приближения задачу для зонда эллипсоидальной формы из изотропного материала вблизи полупространства. В этом случае, как известно [12], поляризуемость в квазистатическом случае равна

$$\alpha_{ik}(\omega) = \alpha_{ii}(\omega) = \frac{V_P}{4\pi} \frac{\varepsilon_P(\omega) - 1}{1 + (\varepsilon_P(\omega) - 1) n_i}, \quad i = x, y, z,$$

где n_i — коэффициент деполяризации. В том же приближении, например, из [96] имеем тензор линейного

отклика

$$\beta_{zz}(\omega) = 2\beta_{xx}(\omega) = 2\beta_{yy}(\omega) = \frac{1}{4d^3} \frac{\varepsilon_S(\omega) - 1}{\varepsilon_S(\omega) + 1}.$$

В этом примере антиэрмитовы части восприимчивостей просто равны их мнимым частям и в частном случае сферы ($n_i = 1/3$), подставляя локальные выражения в (209), найдём

$$\Delta W_P = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \frac{6a^3 [\Theta_S(\omega, T_S) - \Theta_P(\omega, T_P)]}{d^3} \times \times \frac{\varepsilon_P''(\omega) \varepsilon_S''(\omega)}{|\varepsilon_P(\omega) + 2|^2 |\varepsilon_S(\omega) + 1|^2}, \quad (213)$$

где a — радиус сферы, d — расстояние между центром сферы и плоской поверхностью. Эта формула впервые была получена в [87]. Ясно видно, что спектральная плотность выделяемой мощности определяется разницей температур, определённой зависимостью от расстояния, и полюсами знаменателей, дающих резонансные частоты, соответствующие модам Фрелиха ($\varepsilon_P(\omega) = -2$) и Кулона ($\varepsilon_S(\omega) = -1$).

Наряду с дипольным приближением в описании мощности тепловыделения можно использовать и мультипольное описание, исходя из общего выражения для энергии взаимодействия

$$V = - \int d\mathbf{r} \mathbf{P} \mathbf{E}, \quad (214)$$

где интегрирование проводится по объёму зонда, $\mathbf{P}$ — удельная поляризация вещества зонда, $\mathbf{E}$ — внешнее поле. Из этого выражения следует

$$V = -\mu_i E_i - Q_{ij} \nabla_j E_i - Q_{ijk} \nabla_j \nabla_k E_i - Q_{ijkl} \nabla_j \nabla_k \nabla_l E_i - \dots, \quad (215)$$

где μ_i — индуцированный диполь, Q_{ij} — индуцированный квадруполь и т.д. (см., например, [67, 97]). В (215) любой мультиполь обозначен как Q , но индексы однозначно определяют порядок мультиполя. Индуцированные мультиполи выражаются через бесконечный набор поляризуемостей следующим образом:

$$\begin{aligned} \mu_i(\omega) &= \alpha_{ij}^{(1,1)}(\omega) E_j + \alpha_{i,jk}^{(1,2)}(\omega) \nabla_k E_j + \dots \\ Q_{ij}(\omega) &= \alpha_{i,jk}^{(2,1)}(\omega) E_k + \alpha_{i,jkl}^{(2,2)}(\omega) \nabla_k E_l + \dots \end{aligned} \quad (216)$$

где поляризуемость $\alpha_{ij}^{(1,1)}(\omega)$ характеризует дипольный линейный отклик системы на приложенное поле, поляризуемость $\alpha_{i,jk}^{(1,2)}(\omega)$ — дипольный линейный отклик системы на первую пространственную производную приложенного поля, $\alpha_{i,jkl}^{(2,1)}(\omega)$ — квадрупольный линейный отклик системы на приложенное поле и т.д. для любого мультиполя.

Следует подчеркнуть, что только диагональные члены $\alpha_{i \dots i}^{(i,i)}$ не равны нулю в случае изотропных сферически симметричных объектов в системе координат с началом в центре симметрии.

Мы можем записать полный дифференциал свободной энергии по аналогии с полным дифференциалом в дипольном случае (201) следующим образом:

$$\begin{aligned} dF_P &= -S_P dT_P - \mu_i dE_i - Q_{ij} dE_j' - \\ &- Q_{ijk} dE_{jki}'' - Q_{ijkl} dE_{jkli}''' - \dots, \end{aligned} \quad (217)$$

где штрих означает дифференцирование i -й компоненты поля по координате x_j , $dE_{ji}' \equiv d(\nabla_j E_i)$, $dE_{jki}'' \equiv d(\nabla_j \nabla_k E_i)$; по повторяющимся индексам подразумевается суммирование.

Определим мощность тепловыделения $\Delta W_P^{(l)} = W_+^{(l)} - W_-^{(l)}$ для мультиполя порядка l . В качестве примера рассмотрим случай для квадрупольа $l=2$. В этом случае из (217) мы имеем $dF_P^{(2)} = -S_P dT_P - Q_{ij} d(\nabla_j E_{i0})$ и выражение для поглощаемой мощности

$$W_+^{(2)} = \left\langle \frac{dF_P^{(2)}}{dt} \right\rangle = - \left\langle Q_{ij}(t) \frac{d(\nabla_j E_{i0})}{dt} \right\rangle_s. \quad (218)$$

После фурье-преобразования (204) функций $Q_{ij}(t)$ и $\nabla_j E_{i0}(t)$ и подстановки величины индуцируемого квадрупольа $Q_{ij}(\omega) = \alpha_{ij,kl}^{(2,2)}(\omega) \nabla_k E_{l0}(\omega)$ из (216) в выражение (218) получим

$$W_+^{(2)} = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \omega \sum_{ijkl} \frac{\alpha_{ij,kl}^{(2,2)}(\omega) - \alpha_{kl,ij}^{(2,2)*}(\omega)}{2i} \times \\ \times \left\langle \frac{\partial E_{l0}(\omega)}{\partial x_k} \frac{\partial E_{i0}(\omega)}{\partial x_j} \right\rangle. \quad (219)$$

Для расчёта электромагнитных потерь в образце мы используем то же самое выражение (207) из теоремы Пойнтинга, в котором

$$j_i^{\text{ext}} = - \frac{\partial Q_{ij}^{\text{sp}}(t)}{\partial t} \frac{\partial \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}')}{\partial x_j'},$$

где $Q_{ij}^{\text{sp}}(\mathbf{r}, t) = Q_{ij}^{\text{sp}}(t) \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}')$. Подставляя сторонний ток в (207), получаем потери в квадрупольном приближении:

$$W_-^{(2)} = - \left\langle \frac{\partial Q_{ij}^{\text{sp}}(t)}{\partial t} \frac{\partial E_i(\mathbf{r}, t)}{\partial x_j} \right\rangle_s. \quad (220)$$

Так же как и в дипольном случае, линейный отклик образца в квадрупольном приближении выражается соотношением $E_i = \beta_{i,kl} Q_{kl}$, из которого мы имеем $\partial E_i / \partial x_j = (\partial \beta_{i,kl} / \partial x_j) Q_{kl} \equiv \beta_{ij,kl} Q_{kl}$. Проводя преобразование Фурье (204) функций $\partial Q_{ij}^{\text{sp}}(t) / \partial t$ и $\partial E_i(\mathbf{r}, t) / \partial x_j$ и подставляя выражение для пространственной производной поля в (220), находим формулу для мощности электромагнитных потерь в образце

$$W_-^{(2)} = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \omega \sum_{ijkl} \frac{\beta_{ij,kl}(\omega) - \beta_{kl,ij}^*(\omega)}{2i} \langle Q_{ij}^{\text{sp}}(\omega) Q_{kl}^{\text{sp}}(\omega) \rangle. \quad (221)$$

Применение ФДТ (путём дифференцирования (211)) к спектру флуктуаций пространственных производных поля образца в (219) и квадрупольного момента в (221) даёт искомое выражение для мощности тепловыделения в зонде в квадрупольном приближении:

$$\Delta W_P^{(2)} = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{2\pi} [\Theta_S(\omega, T_S) - \Theta_P(\omega, T_P)] \times \\ \times \sum_{ijkl} 2 [\alpha_{ij,kl}^{(2,2)}(\omega)]^{\text{ah}} [\beta_{ij,kl}(\omega)]^{\text{ah}}. \quad (222)$$

Очевидно, что соответствующее выражение может быть получено для любого мультипольного взаимодействия.

5.3. Сдвиг и уширение уровней частицы в термостимулированном флуктуационном поле твёрдого тела. Релаксация возбуждённого состояния частицы вблизи плоской поверхности

Если атом или молекула помещаются в электромагнитное поле, то их уровни могут сдвигаться на некоторую величину, может также изменяться время жизни возбуждённых состояний, частично или полностью сниматься вырождение. Когда частица находится около поверхности образца, эти её характеристики зависят от расстояния между частицей и поверхностью образца, а также от электродинамических свойств образца, поскольку любое тело является источником термостимулированного флуктуационного электромагнитного поля. Например, сдвиг $\delta E_a(\mathbf{r})$ некоторого уровня a или время жизни возбуждённого состояния $\tau = \gamma_a^{-1}(\mathbf{r})$, где $\gamma_a(\mathbf{r}) = \sum_i \gamma_i(\mathbf{r})$ — скорость распада состояния a , являющаяся суммой вероятностей распада в единицу времени по различным возможным каналам релаксации.

Скорость распада можно найти в рамках классической электродинамики, полагая, что частица, находящаяся в точке $\mathbf{r}_0$ вблизи образца, является источником поляризации $\mathbf{P}(\mathbf{r}, t) = \boldsymbol{\mu} \exp(-i\omega t) \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)$, с которой связана плотность тока

$$\mathbf{j}(\mathbf{r}, t) = \frac{\partial \mathbf{P}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} = \mathbf{j}(\mathbf{r}, \omega) \exp(-i\omega t) = \\ = -i\omega \boldsymbol{\mu} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0) \exp(-i\omega t). \quad (223)$$

Согласно уравнениям Максвелла этот ток порождает поле $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega) \exp(-i\omega t)$ во всей рассматриваемой системе. Тогда, как известно [12, 32], средняя мощность потерь в системе частица – образец равна

$$W = -\frac{1}{2} \text{Re} \left(\int \mathbf{j}^*(\mathbf{r}, \omega) \mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega) d\mathbf{r} \right) = \frac{\omega}{2} \text{Im} (\boldsymbol{\mu}^* \mathbf{E}(\mathbf{r}_0)), \quad (224)$$

где интегрирование проводится по объёму, занятому источниками.

При известной мощности потерь скорость затухания определяется как $\gamma = W/\hbar\omega$. Поскольку мощность потерь в силу (224) является функцией координаты источника, то и скорость распада будет зависеть от взаимного расположения частицы и образца. Таким образом, согласно (224) необходимо найти поле диполя $\mathbf{E}(\mathbf{r}_0, \omega)$ в точке его расположения.

Подставляя значение поля на диполе (77) в (224), получим

$$W = \frac{ck_0^4}{3} |\boldsymbol{\mu}|^2 + \frac{ck_0^3}{4\pi} \text{Re} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \frac{dp d\varphi p}{w_0} [\boldsymbol{\mu}^* (\hat{\mathbf{s}}\hat{\mathbf{s}}) \boldsymbol{\mu} r^s + \\ + \boldsymbol{\mu}^* (\hat{\mathbf{p}}_0^+ \hat{\mathbf{p}}_0^-) \boldsymbol{\mu} r^p] \exp(2i w_0 h). \quad (225)$$

Учитывая, что $\hat{\mathbf{s}} = \hat{\mathbf{e}}_y \cos \varphi - \hat{\mathbf{e}}_x \sin \varphi$ и $\hat{\mathbf{p}} = \hat{\mathbf{e}}_x \cos \varphi + \hat{\mathbf{e}}_y \sin \varphi$ и используя правило умножения диады на вектор, получим мощность потерь в форме, приведённой в [32]:

$$W = \frac{ck_0^4}{3} |\boldsymbol{\mu}|^2 + \frac{ck_0}{2} \text{Re} \int_0^\pi \frac{dp p}{w_0} \times \\ \times \left[|\mu_\perp|^2 p^2 r^p + \frac{|\mu_\parallel|^2}{2} (k_0^2 r^s - w_0^2 r^p) \right] \exp(2i w_0 h), \quad (226)$$

где $\mu_{\perp} = \mu_z$ — компонента дипольного момента, перпендикулярная поверхности образца, $\mu_{\parallel}$ — компонента дипольного момента, параллельная поверхности образца, причём $|\mu_{\parallel}|^2 = |\mu_x|^2 + |\mu_y|^2$.

В выражении (226) первый член определяет мощность излучения диполя в свободное пространство, а интерпретация второго члена зависит от модели диэлектрической проницаемости и может определять потери на возбуждение электронно-дырочных пар в образце, возбуждение поверхностных плазмон- или фонон-поляритонов, возбуждение квазистационарных нерadiационных волн и т.д. Достаточно детально эти процессы, а также упрощённые выражения для мощности потерь и скорости затухания рассмотрены в цитируемой работе [32]. Из (226) сразу следует выражение для нормированной скорости затухания:

$$\frac{\gamma(h)}{\gamma_0} = 1 + \frac{1}{2\hbar\gamma_0} \operatorname{Re} \int_0^{\infty} \frac{dp}{w_0} \times \\ \times \left[|\mu_{\perp}|^2 p^2 r^p + \frac{|\mu_{\parallel}|^2}{2} (k_0^2 r^s - w_0^2 r^p) \right] \exp(2i w_0 h), \quad (227)$$

где $\gamma_0 = \omega^3 |\mu|^2 / 3c^3 \hbar$ — скорость спонтанных распадов в вакууме, в котором нужно взять удвоенный дипольный момент, для того чтобы получить правильное квантово-механическое выражение для коэффициента Эйнштейна. Следует отметить, что относительная величина (227) совпадает с результатом квантово-механического расчёта.

Скорость распада состояния на другие состояния частицы в случайном стационарном поле можно найти в линейном приближении по теории возмущений [9]. Если, как обычно, гамильтониан взаимодействия частицы и поля образца в дипольном приближении $V(t) = -\mu \mathbf{E}(t)$, то по теории возмущений можно найти вероятность перехода в единицу времени или скорость перехода из состояния a в некоторый набор состояний n , разрешённых правилами отбора,

$$\gamma_a = \hbar^{-2} \sum_n \mu_{\alpha}^{an} \mu_{\beta}^{na} J_{\alpha\beta}(\omega_{na}), \quad (228)$$

μ_{α}^{na} — матричный элемент α -й компоненты дипольного момента по собственным функциям невозмущённого гамильтониана, $J_{\alpha\beta}(\omega)$ — спектральная плотность состояний, являющаяся фурье-образом тензора корреляции стационарного поля $\langle E_{\alpha}(t') E_{\beta}(t'') \rangle$. Таким образом, скорость распада состояния частицы пропорциональна спектральной плотности состояний термостимулированного поля образца на соответствующей частоте перехода.

Наиболее последовательная теория рассматриваемых процессов была создана авторами работ [98, 99] на основе современной теории линейного отклика. Приведём основные результаты, следующие из работ [99]. Рассмотрим выражение для сдвига уровня (2.13) из второй работы в ссылке [99]

$$\delta E_a = -\frac{1}{\pi} P \sum_n \mu_{\alpha}^{an} \mu_{\beta}^{na} \times \\ \times \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \frac{\operatorname{Im} G_{\alpha\beta}(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}_0; \omega)}{[1 - \exp(-\hbar\omega/k_B T)](\omega + \omega_{na})}, \quad (229)$$

из которого в этой работе получено окончательное выражение для сдвига уровня в низкотемпературном пределе, т.е. при $T = 0$.

Получим аналитическое выражение для сдвига энергетического уровня при любой температуре, что важно при рассмотрении колебательных и вращательных переходов. Для этого воспользуемся тождеством Сохоцкого и запишем (229) в виде

$$\delta E_a = -\frac{1}{\pi} \sum_n \mu_{\alpha}^{an} \mu_{\beta}^{na} \times \\ \times \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \frac{\operatorname{Im} G_{\alpha\beta}(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}_0; \omega)}{[1 - \exp(-\hbar\omega/k_B T)](\omega + \omega_{na} + i\eta)} - \\ - i \sum_n \mu_{\alpha}^{an} \mu_{\beta}^{na} \operatorname{Im} G_{\alpha\beta}(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}_0; \omega_{an}) \left[1 - \exp\left(-\frac{\hbar\omega_{an}}{k_B T}\right) \right], \quad (230)$$

где подразумевается, что $\eta \rightarrow 0$.

В формуле (230) преобразуем интеграл следующим образом:

$$\int_{-\infty}^{\infty} d\omega \frac{\operatorname{Im} G_{\alpha\beta}(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}_0; \omega)}{[1 - \exp(-\hbar\omega/k_B T)](\omega + \omega_{na} + i\eta)} = \\ = \frac{1}{2i} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \frac{G_{\alpha\beta}(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}_0; \omega) - G_{\alpha\beta}^*(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}_0; \omega)}{[1 - \exp(-\hbar\omega/k_B T)](\omega + \omega_{na} + i\eta)} = \\ = \frac{1}{2i} \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \frac{G_{\alpha\beta}(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}_0; \omega)}{[1 - \exp(-\hbar\omega/k_B T)](\omega + \omega_{na} + i\eta)} - \right. \\ \left. - \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \frac{G_{\alpha\beta}(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}_0; \omega)}{[1 - \exp(\hbar\omega/k_B T)](\omega_{na} + i\eta - \omega)} \right\} = \\ = \frac{1}{2i} \{J_1 - J_2\}, \quad (231)$$

где мы сделали замену переменной $\omega = -\omega$ во втором интеграле и использовали свойство функции Грина $G_{\alpha\beta}^*(-\omega) = G_{\alpha\beta}(\omega)$ на действительной оси частот, справедливое для немагнитных материалов.

Заметим, что подынтегральные функции в (231) имеют на мнимой оси частот бесконечное число простых полюсов на мадубаровских частотах $\xi_m = 2\pi m k_B T / \hbar$, $m = 0, 1, 2, \dots$, а также полюсы в точках $\omega = -\omega_{na} - i\eta$ и $\omega = \omega_{na} + i\eta$ в плоскости комплексной частоты (рис. 17).

Для того чтобы провести интегрирование в (231), учтём, что функция Грина является аналитической в верхней части комплексной плоскости, поэтому рассмотрим вспомогательные контурные интегралы. Для интеграла J_1 контур C_1 включает в себя путь от $-\infty$ до ∞ ,

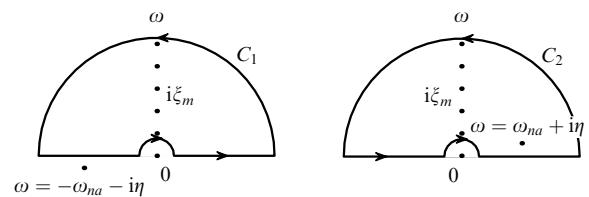


Рис. 17. Контур интегрирования C_1 и C_2 на комплексной плоскости частоты для интегралов J_1 и J_2 в формуле (231). Условно показано положение полюсов в точках $i\xi_m$ на мнимой оси.

точка $\omega = 0$ обходится сверху по малой полуокружности по часовой стрелке, кроме того, этот путь замыкается большой полуокружностью в верхней части комплексной плоскости, причём точка $\omega = -\omega_{na} - i\eta$ оказывается вне этого контура. Для интеграла J_2 контур C_2 также включает в себя путь от $-\infty$ до ∞ , точка $\omega = 0$ обходится сверху по малой полуокружности по часовой стрелке, а затем этот путь также замыкается полуокружностью в верхней части комплексной плоскости, причём точка $\omega = \omega_{na} + i\eta$ оказывается внутри этого контура. Интегралы по таким контурам равны умноженной на $2\pi i$ бесконечной сумме вычетов в простых полюсах $i\xi_m$ ($m = 1, 2, \dots$) внутри контура интегрирования для первого интеграла, а для второго нужно добавить вычет в точке $\omega = \omega_{na} + i\eta$. Разбивая контурные интегралы на интегралы по отдельным путям и вычисляя полувычеты с обратным знаком в точке $\omega = 0$ для первого и второго интегралов, находим значения интегралов J_1 и J_2 в (231). В результате, подставляя значение найденного интеграла в (230), имеем после перехода $\eta \rightarrow 0$

$$\delta E_a = -\frac{2k_B T}{\hbar} \sum_n \omega_{na} \mu_\alpha^{an} \mu_\beta^{na} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{G_{\alpha\beta}(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}_0; i\xi_m)}{\omega_{na}^2 + \xi_m^2} - \sum_n \mu_\alpha^{an} \mu_\beta^{na} \operatorname{Re} G_{\alpha\beta}(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}_0; \omega_{an}) \left[1 - \exp\left(-\frac{\hbar\omega_{an}}{k_B T}\right) \right]^{-1}, \quad (232)$$

где штрих при значении $m = 0$ означает, что этот член следует взять с половинным весом.

При условии $T \rightarrow 0$ мацубаровские частоты $\xi_m = 2\pi k_B T m / \hbar$ "сгущаются" и суммирование в (232) заменяется интегрированием по обычному правилу

$$\sum_m \rightarrow \int \rho_\xi d\xi,$$

где $\rho_\xi = (\partial\xi/\partial m)^{-1} = \hbar/2\pi k_B T$, в результате получаем низкотемпературную формулу (2.22) из цитируемой работы [99]:

$$\delta E_a = -\frac{1}{\pi} \sum_n \omega_{na} \mu_\alpha^{an} \mu_\beta^{na} \int_0^\infty d\xi \frac{G_{\alpha\beta}(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}_0; i\xi)}{\omega_{na}^2 + \xi^2} - \sum_n \mu_\alpha^{an} \mu_\beta^{na} \operatorname{Re} G_{\alpha\beta}(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}_0; \omega_{na}) \theta(\omega_{an}), \quad (233)$$

где $\theta(x)$ — функция Хевисайда.

Меняя порядок суммирования в (232) и учитывая выражение для диполь-дипольной поляризуемости частицы, инвариантной по отношению к обращению времени,

$$\alpha_{\alpha\beta}^a(i\xi) = \frac{2}{\hbar} \sum_n \frac{\omega_{na} \mu_\alpha^{an} \mu_\beta^{na}}{\omega_{na}^2 + \xi^2}, \quad (234)$$

получим формулу

$$\delta E_a = -k_B T \sum_{m=0}^{\infty} G_{\alpha\beta}(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}_0; i\xi_m) \alpha_{\alpha\beta}^a(i\xi_m) - \sum_n \mu_\alpha^{an} \mu_\beta^{na} \operatorname{Re} G_{\alpha\beta}(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}_0; \omega_{an}) \left[1 - \exp\left(-\frac{\hbar\omega_{an}}{k_B T}\right) \right]^{-1}, \quad (235)$$

справедливую при любых температурах. При $T = 0$ из (233) имеем

$$\delta E_a = -\frac{\hbar}{2\pi} \int_0^\infty d\xi G_{\alpha\beta}(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}_0; i\xi) \alpha_{\alpha\beta}^a(i\xi) - \sum_n \mu_\alpha^{an} \mu_\beta^{na} \operatorname{Re} G_{\alpha\beta}(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}_0; \omega_{na}) \theta(\omega_{an}). \quad (236)$$

Как показано в работах [99], входящая во все формулы функция Грина $G_{\alpha\beta} = G_{\alpha\beta}^0 + G_{\alpha\beta}^R$ является суммой функции Грина для свободного пространства

$$G_{\alpha\beta}^0(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0) = \vec{F}_{\alpha\beta}^0(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0) + 4\pi\delta_{\alpha\beta}\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)$$

и функции Грина

$$G_{\alpha\beta}^R(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0) = \vec{F}_{\alpha\beta}^R(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0),$$

определяющей влияние образца. Для того чтобы учесть это влияние, необходимо во всех формулах, содержащих функцию Грина, использовать функцию $G_{\alpha\beta}^R(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0)$. Очевидно, что, найдя смещение уровней, можно определить смещение частоты перехода под влиянием образца, например, между состояниями a и b $\delta\omega_{ab} = (\delta E_a - \delta E_b)/\hbar$.

Приведём также формулу из [99] для скорости перехода частицы из состояния a в некоторый набор состояний $\{n\}$ при любой температуре:

$$\gamma_a = 2\hbar^{-1} \sum_n \mu_\alpha^{an} \mu_\beta^{na} \operatorname{Im} G_{\alpha\beta}^R(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}_0; \omega_{na}) \times \left[1 - \exp\left(-\frac{\hbar\omega_{na}}{k_B T}\right) \right]^{-1}. \quad (237)$$

Легко заметить, что (237) получается из (228) при использовании соотношения [99]

$$J_{\alpha\beta}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; \omega) = 2\hbar \left[1 - \exp\left(-\frac{\hbar\omega}{k_B T}\right) \right]^{-1} \operatorname{Im} G_{\alpha\beta}^R(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; \omega).$$

Отметим, что в работах [99] использовался гамильтониан взаимодействия в виде $V' = -\mathbf{\mu}\mathbf{D}$, где $\mathbf{D}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) + 4\pi\mathbf{\mu}(t)\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)$ — поперечное поле смещения, отличный от более привычного гамильтониана взаимодействия $V'' = -\mathbf{\mu}\mathbf{E}$. Однако, как показано в [99–102], полные гамильтонианы, в которые входят части, описывающие взаимодействие, связаны некоторым унитарным преобразованием. Как следствие этой тождественности, рассчитанные по теории возмущений поправки равны: $\delta E(V') = \delta E(V'')$.

В заключение этого раздела отметим, что рассмотренные задачи могут быть решены также с помощью других различных методов. Мы лишь попытались проиллюстрировать эффективность применения теории термостимулированных электромагнитных полей твёрдых тел. Отметим, что в последние годы появились работы, в которых подобные задачи рассматривались в более сложных геометрических условиях, в том числе задачи о спонтанном излучении частицы вблизи нанообъектов (см., в частности, [103]).

6. Заключение

Термостимулированные электромагнитные флуктуации, как и любое броуновское движение, представляют собой

естественное физическое явление, которое не требует специального приготовления. Его роль в природе трудно переоценить. Задачи флуктуационной электродинамики непосредственно связаны с такими проблемами, как ван-дер-ваальсово взаимодействие тел, перенос тепла между телами, разделёнными вакуумным промежуток, захват атомов, молекул, когерентных материальных состояний электромагнитными ловушками, а также с целым рядом важнейших физико-химических явлений вблизи поверхности конденсированных сред, таких как адсорбция и десорбция атомов и молекул.

Теоретические методы расчёта свойств флуктуационных электромагнитных полей фактически сводятся к решению задачи математической физики на основе системы уравнений Максвелла в выбранной геометрии с заданными граничными условиями и применению флуктуационно-диссипативной теоремы. Современные теории дали возможность однозначно разделить тепловое поле нагретого тела на две части, а именно на бегущее, распространяющееся, поле, которое может существовать без источника, его породившего, и на ближнее квазистационарное поле, полностью связанное с самим нагретым телом. В зарубежной литературе ближнее квазистационарное поле называют эванесцентным полем. Анализ показывает, что статистические свойства этих двух частей единого теплового поля существенно различаются. В частности, характерный масштаб пространственной корреляции распространяющихся волн порядка виновской длины волны, в то время как у ближнего поля этот масштаб может быть порядка расстояния от поверхности тела. Отметим, что в важном случае термостимулированного излучения плоскостных сред все корреляционные свойства полей могут быть выражены через физически ясные электродинамические характеристики — коэффициенты Френеля поверхностей раздела.

Теоретические методы решения задачи о термостимулированных полях позволяют рассмотреть как случай полного термодинамического равновесия, так и практически очень важный случай, в котором температура исследуемого тела отличается от температуры окружения. Необходимо отметить, что в спектральных характеристиках термостимулированных полей обязательно представлены резонансные особенности, связанные с собственными состояниями поверхности тела — поверхностными поляритонами. Это даёт уникальную возможность исследования электродинамических свойств поверхности и её состояния.

Авторы выражают глубокую признательность за финансовую поддержку работы Российским фондом фундаментальных исследований (грант 08-02-00035-а)

Список литературы

1. Einstein A *Ann. Physik* **17** 549 (1905); **19** 371 (1906)
2. von Smoluchowski M *Ann. Physik* **21** 756 (1906)
3. Langevin P C.R. *Acad. Sci., Paris* **146** 530 (1908)
4. Рытов С М *Теория электрических флуктуаций и теплового излучения* (М.: Изд-во АН СССР, 1953)
5. Рытов С М *Введение в статистическую радиофизику* (М.: Наука, 1966)
6. Рытов С М, Кравцов Ю А, Татарский В И *Введение в статистическую радиофизику* Ч. 2 (М.: Наука, 1978) [Rytov S M, Kravtsov Yu A, Tatarskii V I *Principles of Statistical Radiophysics* Vol. 3, 4 (Berlin: Springer-Verlag, 1989)]
7. Левин М Л, Рытов С М *Теория равновесных тепловых флуктуаций в электродинамике* (М.: Наука, 1967)
8. Klauder J R, Sudarshan E C G *Fundamentals of Quantum Optics* (New York: W.A. Benjamin, 1968) [Клаудер Дж, Сударшан Э *Основы квантовой оптики* (М.: Мир, 1970)]
9. Клышко Д Н *Физические основы квантовой электроники* (М.: Наука, 1986)
10. Wolf E *Proc. R. Soc. London A* **230** 246 (1955)
11. Wolf E *Proc. Phys. Soc.* **71** 257 (1958)
12. Ландау Л Д, Лифшиц Е М *Электродинамика сплошных сред* (М.: Наука, 1982) [Landau L D, Lifshitz E M *Electrodynamics of Continuous Media* (Oxford: Pergamon Press, 1984)]
13. Бредов М М, Румянцев В В, Топтыгин И Н *Классическая электродинамика* (М.: Наука, 1985)
14. Ильинский Ю А, Келдыш Л В *Взаимодействие электромагнитного излучения с веществом* (М.: Изд-во МГУ, 1989) [Il'inskii Yu A, Keldysh L V *Electromagnetic Response of Material Media* (New York: Plenum Press, 1994)]
15. Силин В П, Рухадзе А А *Электромагнитные свойства плазмы и плазмоподобных сред* (М.: Госатомиздат, 1961)
16. Callen H B, Welton T A *Phys. Rev.* **83** 34 (1951)
17. Ландау Л Д, Лифшиц Е М *Статистическая физика* (М.: Наука, 1964) [Landau L D, Lifshitz E M *Statistical Physics* (Oxford: Pergamon Press, 1969)]
18. Kubo R *Rep. Prog. Phys.* **29** 255 (1966)
19. Климонотович Ю Л *УФН* **164** 811 (1994) [Klimontovich Yu L *Phys. Usp.* **37** 737 (1994)]
20. Gillespie D T *Am. J. Phys.* **64** 225 (1996)
21. Рытов С М *ДАН СССР* **110** 371 (1956) [Rytov S M *Sov. Phys. Dokl.* **1** 555 (1957)]
22. Schwinger J *Proc. Natl. Acad. Sci. USA* **37** 452 (1951)
23. Боголюбов Н Н, Ширков Д В *Квантовые поля* 3-е изд. (М.: Физматлит, 2005) [Bogoliubov N N, Shirkov D V *Quantum Fields* 1st ed. (Reading, Mass.: Benjamin, 1983)]
24. Лифшиц Е М, Питаевский Л П *Статистическая физика* Ч. II (М.: Физматлит, 2001) [Lifshitz E M, Pitaevskii L P *Statistical Physics* Pt. 2 (Oxford: Butterworth-Heinemann, 2002)]
25. Agarwal G S *Phys. Rev. A* **11** 230 (1975)
26. Sommerfeld A *Partielle Differentialgleichungen der Physik* (Vorlesungen über Theoretische Physik, Bd. 6) (Weisbaden: Dietrich, 1947) [Partial Differential Equations in Physics (New York: Academic Press, 1949)] [Зоммерфельд А *Дифференциальные уравнения в частных производных физики* (М.: ИЛ, 1950)]
27. Sipe J E *Surf. Sci.* **105** 489 (1981)
28. Sipe J E *J. Opt. Soc. Am. B* **4** 481 (1987)
29. Li L W et al. *J. Electromagn. Waves Appl.* **8** 663 (1994)
30. Tomaš M S *Phys. Rev. A* **51** 2545 (1995)
31. Pines D *Elementary Excitations in Solids* (New York: W.A. Benjamin, 1963) [Пайнс Д *Элементарные возбуждения в твёрдых телах* (М.: Мир, 1965)]
32. Ford G W, Weber W H *Phys. Rep.* **113** 195 (1984)
33. Ландау Л Д, Лифшиц Е М *Теория поля* (М.: Наука, 1973) [Landau L D, Lifshitz E M *The Classical Theory of Fields* (Oxford: Pergamon Press, 1975)]
34. Balian R, Bloch C *Ann. Physics* **60** 401 (1970); **64** 271 (1971)
35. Agarwal G S *Phys. Rev. A* **11** 253 (1975)
36. Ching S C, Lai H M, Young K J. *Opt. Soc. Am. B* **4** 1995 (1987)
37. Joulain K et al. *Phys. Rev. B* **68** 245405 (2003)
38. Carminati R, Greffet J-J *Phys. Rev. Lett.* **82** 1660 (1999)
39. Henkel C et al. *Opt. Commun.* **186** 57 (2000)
40. Joulain K et al. *Surf. Sci. Rep.* **57** 59 (2005)
41. Setälä T, Kaivola M, Friberg A T *Phys. Rev. Lett.* **88** 123902-1 (2002)
42. Dorofeyev I, Jersch J, Fuchs H *Ann. Physik* **12** 421 (2003)
43. Dorofeyev I, Fuchs H, Sobakinskaya K *Central Eur. J. Phys.* **3** 351 (2005)
44. Cardona M *Am. J. Phys.* **39** 1277 (1971)
45. Mills D L, Maradudin A A *Phys. Rev. Lett.* **31** 372 (1973)
46. Mills D L, Subbaswamy K R, in *Progress in Optics* Vol. XIX (Ed. E Wolf) (Amsterdam: North-Holland, 1981) p. 45
47. Wallis R F, in *Handbook on Semiconductors* (Ed. T S Moss) Vol. 2 *Optical Properties of Semiconductors* (Ed. M Balkanski) (Amsterdam: North-Holland, 1994)

48. Виноградов Е А, Жижин Г Н *Письма в ЖЭТФ* **24** 84 (1976) [Vinogradov E A, Zhizhin G N *JETP Lett.* **24** 71 (1976)]
49. Виноградов Е А, Жижин Г Н, Малышков А Г *ЖЭТФ* **73** 1480 (1977) [Vinogradov E A, Zhizhin G N, Mal'shukov A G *Sov. Phys. JETP* **46** 778 (1977)]
50. Виноградов Е А и др. *ЖЭТФ* **75** 1919 (1978) [Vinogradov E A et al. *Sov. Phys. JETP* **48** 967 (1977)]
51. Виноградов Е А и др. *Оптика и спектроскопия* **51** 1061 (1981) [Vinogradov E A et al. *Opt. Spectrosc.* **51** 587 (1981)]
52. Виноградов Е А, Хаммадов И И *Спектроскопия объемных и поверхностных фононов кристаллов* (Ташкент: ФАН, 1989)
53. Виноградов Е А и др. *ЖЭТФ* **78** 1030 (1980) [Vinogradov E A et al. *Sov. Phys. JETP* **51** 520 (1980)]
54. Vinogradov E A *Phys. Rep.* **217** 159 (1992)
55. Виноградов Е А *УФН* **172** 1371 (2002) [Vinogradov E A *Phys. Usp.* **45** 1213 (2002)]
56. Hisano K, Okamoto Y, Matumura O *J. Phys. Soc. Jpn.* **28** 425 (1970)
57. Vinogradov E A, Leskova T A *Phys. Rep.* **194** 273 (1990)
58. Виноградов Е А и др. *УФН* **169** 347 (1999) [Vinogradov E A et al. *Phys. Usp.* **42** 282 (1999)]
59. Proix F, Balkanski M *Phys. Status Solidi* **32** 119 (1969)
60. Bilz H, Kress W *Phonon Dispersion Relations in Insulators* (Berlin: Springer-Verlag, 1979)
61. Лифшиц Е М *ДАН СССР* **97** 643 (1954)
62. Лифшиц Е М *ЖЭТФ* **29** 94 (1955) [Lifshitz E M *Sov. Phys. JETP* **2** 73 (1956)]
63. Лифшиц Е М *ДАН СССР* **100** 879 (1955)
64. Дзялошинский И Е, Лифшиц Е М, Питаевский Л П *УФН* **73** 381 (1961) [Dzyaloshinskii I E, Lifshitz E M, Pitaevskii L P *Sov. Phys. Usp.* **4** 153 (1961)]
65. Бараш Ю С, Гинзбург В Л *УФН* **116** 5 (1975) [Barash Yu S, Ginzburg V L *Sov. Phys. Usp.* **18** 305 (1975)]
66. Бараш Ю С, Гинзбург В Л *УФН* **143** 345 (1984) [Barash Yu S, Ginzburg V L *Sov. Phys. Usp.* **27** 467 (1984)]
67. Бараш Ю С *Силы Ван-дер-Ваальса* (М.: Наука, 1988)
68. Мостепаненко В М, Трунов Н Н *УФН* **156** 385 (1988) [Mostepanenko V M, Trunov N N *Sov. Phys. Usp.* **31** 965 (1988)]
69. Мостепаненко В М, Трунов Н Н *Эффект Казимира и его приложения* (М.: Энергоатомиздат, 1990)
70. Casimir H B C *Nederl. Akad. Wetensch.* **51** 793 (1948)
71. Федорюк М В *Метод перевала* (М.: Наука, 1977)
72. Gerlach E *Phys. Rev. B* **4** 393 (1971)
73. Henkel C et al. *Phys. Rev. A* **69** 023808 (2004)
74. Economou E N *Phys. Rev.* **182** 539 (1969)
75. Дорофеев И А *Изв. вузов. Радиофизика* **40** 1495 (1997) [Dorofeyev I A *Radiophys. Quantum Electron.* **40** 1008 (1997)]
76. Dorofeyev I A *J. Phys. A: Math. Gen.* **31** 4369 (1998)
77. Antezza M et al. *Phys. Rev. Lett.* **97** 223203 (2006)
78. Pitaevskii L P *J. Phys. A: Math. Gen.* **39** 6665 (2006)
79. Antezza M *J. Phys. A: Math. Gen.* **39** 6117 (2006)
80. Polder D, Van Hove M *Phys. Rev. B* **4** 3303 (1971)
81. Левин М Л, Полевой В Г, Рытов С М *ЖЭТФ* **79** 2087 (1980) [Levin M L, Polevoi V G, Rytov S M *Sov. Phys. JETP* **52** 1054 (1980)]
82. Полевой В Г *Изв. вузов. Радиофизика* **32** 620 (1989); **33** 697 (1990); **34** 1215 (1991) [Polevoi V G *Radiophys. Quantum Electron.* **32** 470 (1989); **33** 514 (1990); **34** 939 (1991)]
83. Loomis J J, Maris H J *Phys. Rev. B* **50** 18517 (1994)
84. Janowicz M, Reddig D, Holthaus M *Phys. Rev. A* **68** 043823 (2003)
85. Dorofeyev I A *J. Phys. D* **31** 600 (1998)
86. Pendry J B *J. Phys. Condens. Matter* **11** 6621 (1999)
87. Mulet J-P et al. *Appl. Phys. Lett.* **78** 2931 (2001)
88. Volokitin A I, Persson B N J *Phys. Rev. B* **63** 205404 (2001)
89. Domingues G et al. *Phys. Rev. Lett.* **94** 085901 (2005)
90. Hargreaves C M *Phys. Lett. A* **30** 491 (1969)
91. Williams C C, Wickramasinghe H K *Appl. Phys. Lett.* **49** 1587 (1986)
92. Xu J-B et al. *J. Appl. Phys.* **76** 7209 (1994)
93. Müller-Hirsch W et al. *J. Vac. Sci. Technol. A* **17** 1205 (1999)
94. Kittel A et al. *Phys. Rev. Lett.* **95** 224301 (2005)
95. Dorofeyev I *Phys. Lett. A* **372** 1341 (2008)
96. Dorofeyev I *Phys. Lett. A* **363** 251 (2007)
97. Stone A J *The Theory of Intermolecular Forces* (Oxford: Clarendon Press, 1996)
98. Agarwal G S *Phys. Rev. A* **11** 230 (1975); **11** 253 (1975); **12** 1475 (1975)
99. Wylie J M, Sipe J E *Phys. Rev. A* **30** 1185 (1984); **32** 2030 (1985)
100. Healy W P *Phys. Rev. A* **22** 2891 (1980)
101. Power E A, Thirunamachandran T *Phys. Rev. A* **22** 2894 (1980)
102. Power E A, Thirunamachandran T *Phys. Rev. A* **25** 2473 (1982)
103. Климов В В, Дюклуа М, Летохов В С *Квантовая электроника* **31** 569 (2001) [Klimov V V, Ducloy M, Letokhov V S *Quantum Electron.* **31** 569 (2001)]

Thermally stimulated electromagnetic fields from solids

E.A. Vinogradov

*Institute of Spectroscopy, Russian Academy of Sciences,
142190 Troitsk, Moscow region, Russian Federation
Tel. (7-496) 751-05 79. E-mail: evinogr@isan.troitsk.ru*

I.A. Dorofeyev

*Institute for Physics of Microstructures, Russian Academy of Sciences,
603950, GSP-105 Nizhny Novgorod, Russian Federation
Tel. (7-831) 438-51 20. E-mail: dorof@ipm.sci-nnov.ru*

Ways to calculate the spectral properties of fluctuating electromagnetic fields produced by solids are reviewed, all of which essentially reduce to first solving the Maxwell equations for specified geometry and boundary conditions and then applying the fluctuation-dissipation theorem. It is shown that in the practical case of plane layered solids all correlation characteristics of the thermal fields can be expressed in terms of the Fresnel coefficients. Experimental results on thermally stimulated electromagnetic fields from solids are in qualitative and quantitative agreement with model calculations and theoretical expectations. The dispersion interaction between bodies in different thermodynamic states, fluctuating fields as a means of body-to-body energy transfer, and the shift, broadening and deexcitation of energy levels in a particle near a solid surface are discussed using the theory of thermally stimulated electromagnetic fields.

PACS numbers: **05.40.**— a, **42.50.Lc**, **71.36.**+ c

DOI: 10.3367/UFNr.0179.200905a.0449

Bibliography — 103 references

Received 27 October 2008, revised 8 January 2009

Uspekhi Fizicheskikh Nauk **179** (5) 449–485 (2009)

Physics–Uspekhi **52** (5) (2009)