Апрель 2009 г. **УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК** *Том 179, № 4*

ПИСЬМА В РЕДАКЦИЮ

О парадоксе Хартмана, туннелировании электромагнитных волн и сверхсветовых скоростях

(отклик на статью Шварцбурга А.Б. "Туннелирование электромагнитных волн — парадоксы и перспективы")

М.В. Давидович

Обсуждаются парадоксы, связанные с трактовкой прохождения частиц и электромагнитных волн (импульсов) соответственно через потенциальные барьеры и неоднородные среды, в частности, обладающие частотной дисперсией и, следовательно, диссипацией. Акцентируется то, что строгий нестационарный подход не приводит к каким-либо сверхсветовым скоростям для переноса физических субстанций, хотя и возможны сверхсветовые значения для ряда кинематически определяемых скоростей, например для групповой скорости.

PACS numbers: 03.65.Xp, 42.25.Bs DOI: 10.3367/UFNr.0179.200904o.0443

Парадокс Хартмана [1, 2] заключается в том, что определяемая по времени фазовой задержки ("фазового времени туннелирования" τ_{p}) скорость туннелирования квантовой частицы может превышать скорость света c. Указанный парадокс возник задолго до появления работы Хартмана (см. обзор [2]). Аналогичным парадоксу Хартмана является парадокс Эйнштейна – Подольского – Розена [3 – 5] и связанные с ним сверхсветовые "скорости передачи информации". Сверхсветовые скорости начали появляться и в других работах как прошлого века, так и особенно последнего времени, в частности в работах, посвящённых туннелированию электромагнитных волн [2], распространению импульсов в различных диспергирующих средах и структурах [6 – 14], включая активные структуры, левосторонние среды, фотонные кристаллы (ФК) и т.п. [15]. При этом возникают различные парадоксы. Между тем, как утверждал Р. Фейнман: "Разумеется, в физике никогда не бывает настоящих парадоксов... Поэтому в физике парадокс — всего лишь путаница в нашем собственном понимании" [16, с. 58]. Часто такая путаница происходит из-за подмены понятий или при неправомерном применении некоторых понятий к явлениям. Хотя в обзоре [2] и подразумевается, что наличие "сверхсветовых скоростей" и источников не может приводить к переносу энергии и информации быстрее, чем со скоростью c, акцент на этом не делается, а соответствующие объяснения парадоксов не даются.

Физические процессы подразделяются на стационарные (периодические во времени) и нестационарные (произвольно зависящие от времени). Одночастотные (гармонические во времени) и многочастотные процессы с кратными частотами также относятся к стационарным, как и статические (не зависящие от времени). Естественно, в природе строго стационарных процессов не существует, однако понятия, справедливые только для стационарных процессов часто по аналогии применяют и к нестационарным.

Рассмотрим, в частности, туннелирование квантовой частицы через потенциальный барьер. Частице приписывается определённое значение энергии E и импульса, т.е. в импульсном представлении волновая функция представляет собой плоскую волну слева и справа от барьера, а внутри барьера — две встречные плоские волны. Согласно квантовой механике координата частицы слева от барьера равновероятна в полубесконечном интервале (то же самое относится и к области справа), а фаза волновой функции определена с точностью до $2\pi n$, поэтому ни о каком "времени туннелирования" на основе τ_{p} говорить не имеет смысла. Всегда можно подобрать профиль барьера так, чтобы выполнялось равенство $\tau_{\mathrm{p}} = 0$, т.е. возникала бесконечная "скорость" туннелирования. Смысл имеет лишь вероятность туннелирования. Это означает, что при большом числе опытов можно набрать статистику обнаружения частиц слева и справа от барьера, а усреднение по ансамблю при одинаковых начальных состояниях частиц слева при $t = -\infty$ даст вероятности прохождения и отражения.

Точно также не имеет смысла говорить о скорости прохождения стационарной электромагнитной волны (гармонического сигнала) через фильтр — он лишь изменяет амплитуду и сдвигает фазу. Сдвиг фазы означает, что по оси времени на целое (произвольное) число периодов вперёд или назад мы получим то же значение сигнала, т.е. собственно "сигналом" данный процесс не является. Периодический процесс бесконечен во времени, и его прошлое абсолютно определено, а будущее абсолютно предсказуемо. Более того, для периодического процесса нет текущего (мгновенного) времени. Как только вводится текущее время (и соответственно мгновенный спектр), подразумевается непериодический процесс (будущее не определено). Волновая функция частицы, "набегающей на барьер", в динамике — это волновой пакет, для которого импульсы распределены в некоторой области (строго говоря, в бесконечной), при этом "размыта" и координата, т.е. она определена с некоторой плотностью вероятности.

М.В. Давидович. Саратовский государственный университет,
ул. Астраханская 83, 410012 Саратов, Российская Федерация
Тел. (845) 251-45-62. Факс (845) 227-14-96
E-mail: DavidovichMV@info.sgu.ru

*Статья поступила 21 ноября 2008 г.,
после доработки 19 февраля 2009 г.*

Часто, особенно в теории распространения импульсов [17–20], рассматривают квазипериодические процессы. Импульс — это нестационарная волна, и для неё можно вводить различные скорости. Для стационарной электромагнитной волны можно ввести две скорости: скорость переноса энергии $\mathbf{v}_{\rm e}(\omega)$ и скорость фазы $\mathbf{v}_{\rm p}(\omega) = \mathbf{k}\omega/k^2$ (скорость переноса импульса мы не рассматриваем). Электромагнитная волна — это волна энергии, переносимая фотонами со скоростью света c. Скорость энергии $\mathbf{v}_{\rm e}$ в среде определяется совместным действием процессов поглощения и переизлучения (возможно, с задержкой) фотонов частицами вещества по различным направлениям, т.е. $\mathbf{v}_{\rm e}$ зависит от материальной дисперсии и неоднородных свойств вещества. Поэтому по модулю $\mathbf{v}_{\rm e}$ не может быть больше c. Тогда как фазовая скорость $\mathbf{v}_{\rm p}$ — скорость кинематическая. Ей не соответствует переносимая материальная субстанция, и она по модулю может быть больше c.

Заметим, что имеются диспергирующие среды (точнее, законы дисперсии), для которых в монохроматической волне $\mathbf{v}_{\rm e}(\omega) = \mathbf{v}_{\rm p}(\omega)$. Пример — металлы на низких частотах, дистиллированная вода, морская вода [21].

Скорость волны энергии (переноса энергии) $\mathbf{v}_{\rm e}$ может также определяться структурой. Например, в полых идеально проводящих волноводах $\mathbf{v}_{\rm e}$ определяется пространственно-спектральной группой из двух волн (для H_{10}-волны прямоугольного волновода), из нескольких или из бесконечного числа волн (для других волн и волноводов), распространяющихся со скоростью c под различными углами к боковым стенкам и абсолютно упруго переотражающихся от них. В ФК и замедляющих структурах (ЗС) $\mathbf{v}_{\rm e}$ определяется переотражениями от слоёв или других периодических включений.

Обычно по одномерному закону дисперсии $k_z(\omega) = k_z'(\omega) - {\rm i}k_z''(\omega)$ (здесь $k_z'(\omega)$ — фазовая постоянная, $k_z''(\omega)$ — постоянная затухания) вводят групповую скорость $v_{\rm g} = |\mathbf{v}_{\rm g}| = [\partial k_z'(\omega)/\partial\omega]^{-1}$, считая без оговорок, что $v_{\rm e} = v_{\rm g}$. Конечно, имеются работы, в которых указывается, что $v_{\rm g}$ не имеет физического смысла в диссипативных и активных средах и структурах. Формально математически $v_{\rm g}$ ввести можно, но в случае монохроматической волны оснований для этого нет, поскольку нет спектральной группы волн. Здесь происходит подмена понятий, приводящая к парадоксам [15, 22]. Так, для ряда сред и структур может быть $v_{\rm g} > c$ [2, 9–12, 15, 21–24].

Групповую скорость ввёл Стокс как скорость распространения биений двух бесконечно близких по частоте монохроматических процессов. Естественно, это кинематическая скорость, не соответствующая переносу какой-либо физической субстанции. Между тем в огромном числе статей, учебников и монографий групповая скорость часто без оговорок отождествляется со скоростью переноса энергии.

Может возникнуть вопрос: а как же теорема Леонтовича–Лайтхилла [23, 25–29], которая утверждает, что в консервативных системах с квадратичным от обобщённых координат и импульсов гамильтонианом $\mathbf{v}_{\rm e} = \mathbf{v}_{\rm g}$? Не вызывает сомнения, что вдоль осей полых волноводов и ЗС без потерь (но не вдоль любого направления), в ФК без потерь и без материальной дисперсии и в бесстолкновительной плазме в направлении $\nabla_{\mathbf{k}}\omega(\mathbf{k})$ энергия монохроматической волны переносится с групповой скоростью. Но идеально проводящих материалов и материалов без потерь в природе не существует, а в нестационарном случае даже без диссипации это уже строго не выполняется [19]. Дисперсия всегда связана с потерями, как и потери с дисперсией [30]. Поэтому вводят понятие о малых потерях, при которых якобы правомерно использовать $v_{\rm g}$. Однако и в этом случае может быть $v_{\rm g} > c$ в полосах непрозрачности волноводов, ФК и ЗС [15, 24], которые при наличии малых потерь приобретают небольшую прозрачность, а также в областях с аномальной дисперсией различных сред [15, 31, 32]. Более того, когда потери стремятся к нулю, в этих полосах $v_{\rm g} \to \infty$. Это же имеет место в активных средах [10–12, 22].

Поэтому в современной литературе групповую скорость вводят с рядом оговорок. Считается, что её можно использовать в окнах прозрачности, где потери пренебрежимо малы. Однако если рассматривать осцилляторные модели сред (как классические, так и квантовые) [32], то нетрудно увидеть, что идеальным окнам прозрачности конечной ширины соответствует бесконечное разнесение частот осцилляторов. При этом дисперсия пропадает, т.е. $\mathbf{v}_{\rm g} = \mathbf{v}_{\rm p} = \mathbf{v}_{\rm e}$. Обычно $v_{\rm g}$ в теории дисперсии вводят как первое приближение, используя асимптотические методы вычисления спектральных интегралов, соответствующих распространению импульсов [17–19]. Можно рассматривать и высшие приближения, уточняющие искажение формы импульса при распространении.

Данный подход — асимптотический (т.е. не строгий [18]). При этом обычно опять происходит подмена понятий: скорость движения импульса отождествляют с $v_{\rm g}$. Для импульса можно ввести несколько скоростей: скорость предвестника, скорость переднего фронта, скорость заднего фронта, скорость перемещения максимума огибающей, скорость импульса как целого [20], скорость переноса энергии в конкретной точке импульса, скорость переноса импульсом сигнала и др. Не имеет смысла говорить о скорости импульса вообще без конкретизации [20, 33, 34], как, например, о скорости облака, каждая часть которого движется со своей скоростью. Скорость движения импульса как целого $V_{\rm e}$ также можно определить несколькими способами, например спектральным способом.

Пусть $S(\omega)$ — спектральная плотность энергии импульса, т.е. его энергия $E(t)$ имеет вид

$$E(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} S(\omega)\exp({\rm i}\omega t)\,{\rm d}\omega\,. \tag{1}$$

Энергия импульса (1) является функцией времени, убывающей в диссипативных средах и возрастающей в активных, а $S(\omega) = S^*(-\omega)$ можно определить через напряжённости полей (форму импульса) и параметры среды. В диапазоне ${\rm d}\omega$ поток энергии равен $\mathbf{v}_{\rm e}(\omega)|S(\omega)|\,{\rm d}\omega$, где $\mathbf{v}_{\rm e}(\omega)$ — спектральная скорость переноса энергии на частоте ω. Поэтому

$$\mathbf{V}_{\rm e}(t) = \frac{1}{2\pi E(t)}\int_{-\infty}^{\infty}\mathbf{v}_{\rm e}(\omega)\big|S(\omega)\big|\,{\rm d}\omega = \frac{1}{\pi E(t)}\int_0^{\infty}\mathbf{v}_{\rm e}(\omega)\big|S(\omega)\big|\,{\rm d}\omega\,. \tag{2}$$

Плотность энергии в "сверхсветовых импульсах" в активных средах возрастает со временем, при этом всегда $V_{\rm e} < c$. Заметим, что в определении Умова скорость энергии $\mathbf{v}_{\rm e}(\mathbf{r}, t)$ является также функцией координат точки пространства, поэтому (2) определяет глобальную скорость.

Пусть плоский импульс распространяется вдоль координаты z. Соотношение (2) пригодно для дифракции на неоднородностях среды, при этом для плоских монохроматических волн имеется аналогия с квантовой механикой: прохождению частицы с энергией E через барьер или яму с потенциалом $U(z)$ соответствует дифракция на слое диэлектрика с проницаемостью $\varepsilon(z) \sim 1 - U(z)/E$. При дифракции импульса часть его отражается и идёт с отрицательной скоростью, при этом в зависимости от функции $U(z)$ и времени возможно наличие двух или более максимумов. При прохождении барьера частицей можно говорить только о скорости переноса плотности вероятности или о скорости движения максимумов плотности вероятности, при этом следует учитывать, что уравнение Шрёдингера имеет первый порядок по времени, т.е. является релятивистски не инвариантным.

На основе закона дисперсии $k_z(\omega)$ можно ввести бесконечно много величин типа $v_{\rm g}$, имеющих размерность скорости. Можно рассмотреть скорость переноса сигнала импульсом, скорость движения переднего фронта и скорость движения энергии в импульсе, которые обычно отождествляют, но которые, вообще говоря, не совпадают. Так, скорость передачи сигнала определяется детектированием и зависит от чувствительности детектора, времени его срабатывания [2, 18] и скорости движения переднего фронта, а скорость движения энергии различна в разных частях импульса: максимальна в предвестнике, минимальна в хвосте [34], а в средней части не равна скоростям на фронтах. Скорости движения фронтов также можно определять различными способами, например как скорости максимумов производных огибающей. Саму огибающую следует определять через аналитический сигнал [18], однако это обычно трудно реализуемый способ, поэтому часто используют методы усреднения типа скользящего среднего.

Часто утверждается, что при малой спектральной полосе сигнала $\Delta\omega$ по сравнению с несущей частотой ω_0 (квазигармонический процесс) весь импульс движется как целое со скоростью $v_{\rm g}$. Но реально спектр импульса всегда инфинитный (хотя и с малой энергией на очень больших, а иногда и на малых частотах), и всегда имеется расплывание на больших дистанциях. Поэтому и здесь $v_{\rm g}$ — это лишь первое приближение к скорости фронта в отсутствие диссипации, которая есть всегда. Выполнить условие $\Delta\omega \ll \omega_0$ строго нельзя (можно удовлетворить ему лишь приближённо, пренебрегая энергией для частот $|\omega-\omega_0| > \Delta\omega$). Однако при переходе к пределу $\Delta\omega \to 0$ получаем монохроматическую волну, скорость движения энергии в которой никак не связана с $v_{\rm g}$ [21] и для которой нет спектральной группы волн! Заметим, что в волноводах имеется пространственно-спектральная группа волн, движущихся (и переносящих энергию) со скоростью c под углом к оси.

Таким образом, равенство $v_{\rm g} = v_{\rm e} = c^2/v_{\rm p}$ представляет собой следствие геометрических (кинематических) соотношений. В бесстолкновительной плазме заряженные частицы колеблются со сдвигом фаз $-\pi/2$ по отношению к полю плоской волны и переизлучают энергию в обе стороны, т.е. имеется прямой и обратный потоки энергии со скоростью c. Это хорошо видно из одномерного интегрального уравнения (ИУ) для электрического поля $E_x(z)$ с одномерной скалярной функцией Грина (ФГ) $G(z-z') = -{\rm i}\exp(-{\rm i}k_0|z-z'|)/(2k_0)$ и током поляризации $J_{{\rm p}x} = -{\rm i}\varepsilon_0\omega_{\rm p}^2 E_x(z)/\omega$ под интегралом. При $\omega > \omega_{\rm p}$ прямой поток превалирует над обратным, а полный поток движется со скоростью $v_{\rm g}$. При $\omega = \omega_{\rm p}$ оба потока компенсируют друг друга, энергия не распространяется (если плазменная структура имеет бесконечный размер), а поле перестает зависеть от z и приобретает колебательный характер. Именно, имеем ИУ

$$E_x(z) = \frac{{\rm i}\omega_{\rm p}^2}{2c\omega}\int_{-L}^{L} \exp\left(-{\rm i}k_0|z-z'|\right) E_x(z')\,{\rm d}z' \,, \qquad (3)$$

при этом из $E_x(z) = {\rm const}$ с введением бесконечно малых потерь $k_0 = \omega/c - {\rm i}\delta$, $\delta \to 0$ и бесконечной толщины слоя, $L \to \infty$, следует $\omega = \omega_{\rm p}$. При всех z частицы колеблются в фазе и одинаково излучают в обе стороны волны со скоростью c, а результирующего потока нет. Уравнению (3) удовлетворяет волна с фазовой скоростью $v_{\rm p} = c/(\omega^2 - \omega_{\rm p}^2)^{1/2}$. Если $\omega < \omega_{\rm p}$, то (3) имеет затухающее решение $E_x(z) = E_0 \exp[-(\omega_{\rm p}^2 - \omega^2)^{1/2} z/c]$, при этом потоки опять скомпенсированы. Ситуация меняется в столкновительной плазме, в которой поток энергии есть всегда. Использовать групповое время задержки при туннелировании через слой плазмы уже нельзя.

Часто применяют другую подмену понятий: определяют скорость энергии через вектор Пойнтинга и её плотность (что абсолютно верно), но для плотности энергии используют введённую Бриллюэном формулу с дифференцированием диэлектрической проницаемости по частоте [30] и подгоняющую $v_{\rm e}$ под $v_{\rm g}$. Следует заметить, что этот результат (как и ввод $v_{\rm g}$) получен в первом приближении и на основе асимптотических разложений (в смысле [18]), которые не обязательно являются сходящимися.

Для строгого анализа следует получить высшие поправки и исследовать сходимость получаемых рядов. В окнах прозрачности (где дисперсии нет) $v_{\rm g} = v_{\rm p} = v_{\rm e}$ и результат Бриллюэна тривиален. Поэтому введение $v_{\rm e}(t)$ требует строгого определения плотности энергии единицы объёма. Она является функцией времени и определяется свободной энергией поля и вещества [21, 29, 33]. Следовательно, необходимо рассматривать всю предысторию процесса взаимодействия поля и вещества и учитывать как накопленную энергию поля, так и накопленную энергию частиц вещества [21, 32]. Для строго монохроматических процессов этого сделать нельзя: их следует аппроксимировать квазимонохроматическими процессами, например, с плавно возрастающими до заданного значения амплитудами. Для монохроматического процесса $v_{\rm e}$ можно ввести строго путём предельного перехода от квазимонохроматического процесса [21] с учётом его предыстории. Интересно отметить, что для электромагнитного поля в вакууме, где нет движущихся частиц, зависимость энергии от предыстории, естественно, отвергается [35]. Обычно переносится энергия поля (если нет потоков вещества). Поэтому в полосе прозрачности бесстолкновительной плазмы учёт энергии колебаний частиц даёт $v_{\rm e} = v_{\rm g} < c$ [32], а если учесть только полевую часть энергии, то получим неверный результат $v_{\rm e} = v_{\rm p} > c$.

Из сказанного следует, что использовать групповое время задержки $\tau_{\rm g}$ как время туннелирования в стационарных процессах также нельзя. Для квазимонохроматических процессов при малых потерях его можно использовать приближённо [18] и очень осторожно. Естественно, в случае туннелирования следует рассматривать волновые пакеты. Такому пакету соответствует частица с неопределённостью импульса и координаты, а скорость пакета является скоростью переноса вероятности. Здесь также встает вопрос: что понимать под скоростью туннелирования? Можно определить её как скорость переноса вероятности по скорости максимума квадрата волновой функции (максимума квадрата огибающей). В электродинамике сплошных сред (в частности, активных сред) скорость максимума огибающей, которая может многократно превышать c [6], является кинематической характеристикой, не связанной с переносом энергии. Сама огибающая, определяемая через аналитический сигнал, может иметь сверхсветовой предвестник [18]. Это не противоречит принципу причинности, поскольку огибающая не является сигналом и не она обязана удовлетворять этому принципу [18]. Разрыв при этом идёт со скоростью света, а реальный предвестник Зоммерфельда–Бриллюэна — со скоростью чуть меньшей c.

Так как же решать задачи о туннелировании нестационарных электромагнитных волн (импульсов) в неоднородных структурах? Ответ прост: эти задачи относятся к нестационарной электродинамике и должны решаться её методами, т.е. на основе решения нестационарных уравнений Максвелла с учётом материальной дисперсии (временно́й и пространственной), что, в частности, развивается и в работах автора обзора [2] (см., например, [36, 37]). Имеется несколько численных подходов, например, конечно-разностные, конечно-элементные, вариационные и др. Более удобны для этого методы пространственно-временны́х ИУ и интегро-дифференциальных уравнений, основанных на пространственно-временны́х тензорных ФГ [33, 34, 38]. Такие функции удовлетворяют условиям причинности, поэтому результат решения уравнений также ему удовлетворяет.

Это означает, что появление сверхсветовых скоростей для реально определяемых через поля величин (таких как скорость переноса энергии и импульса поля, скорость движения его фронта и т.п.) невозможно. Максимальная предельная скорость движения разрывов — это c. В стационарном случае можно говорить о скорости переноса энергии (и импульса) через некую малую незамкнутую поверхность, но не о скорости туннелирования. Что касается нестационарного квантового "сверхсветового" туннелирования, т.е. туннелирования волновых пакетов, то в этом случае имеются особенности [39], связанные с нелокальностью. В частности, бессмысленна постановка вопроса о времени нахождения частицы внутри барьера [39], т.е. и о скорости его прохождения. Здесь ситуация схожа с возможной "математической" сверхсветовой огибающей импульса, энергия которого (а следовательно, сигнал и все возмущения) переносится с досветовыми скоростями, а огибающая может иметь ненулевое значение перед разрывом [18].

Таким образом, при введении различных скоростей следует чётко определять, что под этим понимается.

Список литературы

1. Hartman T E *J. Appl. Phys.* **33** 3427 (1962)
2. Шварцбург А Б *УФН* **177** 43 (2007) [Shvartsburg A B *Phys. Usp.* **50** 37 (2007)]
3. Einstein A, Podolsky B, Rosen N *Phys. Rev.* **47** 777 (1935); имеется перевод: Эйнштейн А, Подольский Б, Розен Н *УФН* **16** 440 (1936)
4. Bohm D *Quantum Theory* (New York: Prentice-Hall, 1951) [Бом Д *Квантовая теория* (М.: Наука, 1965) с. 702]
5. Клышко Д Н *УФН* **158** 327 (1989) [Klyshko D N *Sov. Phys. Usp.* **32** 555 (1989)]
6. Золотов А В, Золотовский И О, Семенцов Д И *Радиотех. и электрон.* **51** 1474 (2006) [Zolotov A V, Zolotovskii I O, Sementsov D I *J. Commun. Technol. Electron.* **51** 1387 (2006)]
7. Басов Н Г и др. *ДАН СССР* **165** 58 (1965) [Basov N G et al. *Sov. Phys. Dokl.* **10** 1039 (1966)]
8. Крюков П Г, Летохов В С *УФН* **99** 169 (1969) [Kryukov P G, Letokhov V S *Sov. Phys. Usp.* **12** 641 (1970)]
9. Андреев А В *УФН* **160** (12) 1 (1990) [Andreev A V *Sov. Phys. Usp.* **33** 997 (1990)]
10. Ораевский А Н *УФН* **168** 1311 (1998) [Oraevsky A N *Phys. Usp.* **41** 1199 (1998)]
11. Сазонов С В *УФН* **171** 663 (2001) [Sazonov S V *Phys. Usp.* **44** 631 (2001)]
12. Розанов Н Н *УФН* **175** 181 (2005) [Rozanov N N *Phys. Usp.* **48** 167 (2005)]
13. Wang L J, Kuzmich A, Dogariu A *Nature* **406** 277 (2000)
14. Розанов Н Н *Оптика и спектроскопия* **93** 808 (2002) [Rozanov N N *Opt. Spectrosc.* **93** 746 (2002)]
15. Шевченко В В *УФН* **177** 301 (2007) [Shevchenko V V *Phys. Usp.* **50** 287 (2007)]
16. Feynman R P, Leighton R B, Sands M *The Feynman Lectures on Physics* Vol. 2 (Reading, Mass.: Addison-Wesley Publ. Co., 1964) [Фейнман Р, Лейтон Р, Сэндс М *Фейнмановские лекции по физике* Т. 6 (М.: Мир, 1966) с. 58]
17. Вакман Д Е, Вайнштейн Л А *УФН* **123** 657 (1977) [Vakman D E, Vainshtein L A *Sov. Phys. Usp.* **20** 1002 (1977)]
18. Вайнштейн Л А, Вакман Д Е *Разделение частот в теории колебаний и волн* (М.: Наука, 1983)
19. Виноградова М Б, Руденко О В, Сухоруков А П *Теория волн* (М.: Наука, 1979)
20. Стрелков Г М *Радиотех. и электрон.* **51** 672 (2006) [Strelkov G M *J. Commun. Technol. Electron.* **51** 631 (2006)]
21. Давидович М В *Письма в ЖТФ* **32** (22) 53 (2006) [Davidovich M V *Tech. Phys. Lett.* **32** 982 (2006)]
22. Schulz-DuBois E O *Proc. IEEE* **57** 1748 (1969)
23. Мандельштам Л И *Полное собрание трудов* Т. 2 (М.: Изд-во АН СССР, 1947)
24. Давидович М В *Изв. вузов. Радиофизика* **49** 150 (2006) [Davidovich M V *Radiophys. Quantum Electron.* **49** 134 (2006)]
25. Рытов С М *ЖЭТФ* **17** 930 (1947)
26. Lighthill M J *J. Inst. Math. Appl.* **1** 1 (1965)
27. Зильберглейт А С, Копилевич Ю И *ЖТФ* **50** 241 (1980) [Zilbergleit A S, Kopilevich Yu I *Sov. Phys. Tech. Phys.* **25** 147 (1980)]
28. Зильберглейт А С, Копилевич Ю И *ЖТФ* **50** 449 (1980) [Zilbergleit A S, Kopilevich Yu I *Sov. Phys. Tech. Phys.* **25** 273 (1980)]
29. Гуреев А В *ЖТФ* **61** (11) 23 (1990) [Gureev A V *Sov. Phys. Tech. Phys.* **35** 1244 (1990)]
30. Ландау Л Д, Лифшиц Е М *Электродинамика сплошных сред* (М.: Наука, 1982) [Landau L D, Lifshitz E M *Electrodynamics of Continuous Media* (Oxford: Pergamon Press, 1984)]
31. Stratton J A *Electromagnetic Theory* (New York: McGraw-Hill, 1941) [Стрэттон Д А *Теория электромагнетизма* (М.: Гостехиздат, 1948)]
32. Ахиезер А И, Ахиезер И А *Электромагнетизм и электромагнитные волны* (М: Высшая школа, 1985)
33. Давидович М В *ЖТФ* **76** (1) 13 (2006) [Davidovich M V *Tech. Phys.* **51** 11 (2006)]
34. Давидович М В *Радиотех. и электрон.* **46** 1285 (2001) [Davidovich M V *J. Commun. Technol. Electron.* **46** 1185 (2001)]
35. Heitler W *The Quantum Theory of Radiation* (Oxford: Clarendon Press, 1954) [Гайтлер В *Квантовая теория излучения* (М.: ИЛ, 1956)]
36. Шварцбург А Б *УФН* **164** 333 (1994) [Shvartsburg A B *Phys. Usp.* **37** 311 (1994)]
37. Шварцбург А Б *УФН* **168** 85 (1998) [Shvartsburg A B *Phys. Usp.* **41** 77 (1998)]
38. Felsen L B, Marcuvitz N *Radiation and Scattering of Waves* (Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1973) [Фелсен Л, Маркувиц Н *Излучение и рассеяние волн* Т. 1 (М.: Мир, 1978)]
39. Халфин Л А *УФН* **166** 688 (1996) [Khalfin L A *Phys. Usp.* **39** 639 (1996)]

On the Hartman paradox, electromagnetic wave tunneling and superluminal velocities
(comment on "Tunneling of electromagnetic waves: paradoxes and prospects" by A.B. Shvartsburg)

M.V. Davidovich
Saratov State University,
ul. Astrakhanskaya 83, 410012 Saratov, Russian Federation
Tel. (7-845) 251-45 62. Fax (7-845) 227-14 96
E-mail: DavidovichMV@info.sgu.ru

Some paradoxes are discussed concerning the propagation of particles through potential barriers and of nonstationary electromagnetic waves (pulses) through nonuniform media. In particular, frequency dispersive — and hence dissipative — media are considered. It is emphasized that, based on rigorous nonstationary analysis, velocities for the transportation of physical substance cannot be superluminal, whereas some kinematically defined velocities — for example, the group velocity — can.

PACS numbers: 03.65.Xp, 42.25.Bs DOI: 10.3367/UFNr.0179.200904o.0443

Bibliography — 39 references *Received 21 November 2008, revised 19 February 2009*
Uspekhi Fizicheskikh Nauk **179** (4) 443 – 446 (2009) *Physics – Uspekhi* **52** (4) (2009)