Декабрь 2009 г. *Том 179, № 12*

УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК

МЕТОДИЧЕСКИЕ ЗАМЕТКИ

Парамагнетизм Паули и диамагнетизм Ландау

Э.Г. Батыев

Диамагнетизм электронов проводимости Ландау рассматривается при достаточно высоких температурах (температура больше расстояния между уровнями Ландау, но меньше энергии Ферми) по аналогии с парамагнетизмом Паули. Получено выражение для диамагнитной восприимчивости, которое в точности совпадает с известным результатом Ландау. Принимается модель свободных частиц с квадратичным законом дисперсии, но учитывается отличие эффективной массы носителя от массы электрона.

PACS number: **75.20.–g** DOI: 10.3367/UFNr.0179.200912i.1333

Содержание

1. Парамагнетизм Паули (1333).
2. Диамагнетизм Ландау (1334).
Список литературы (1334).

1. Парамагнетизм Паули

В магнитном поле с напряжённостью H происходит сдвиг энергии для разных проекций спина:

$$\pm\frac{\varDelta}{2} = \pm\mu_{\mathrm{B}} H\,, \qquad \mu_{\mathrm{B}} = \frac{|e|\hbar}{2m_0 c}$$

(μ_{B} — магнетон Бора, в твёрдом теле возможно другое значение магнитного момента носителя). На рисунке 1 показана зависимость энергии от импульса и положение уровней при наложении магнитного поля. E_{F} – энергия Ферми (не изменяется в магнитном поле для постоянной плотности состояний), штриховая линия — это исходная зависимость энергии от импульса, сплошные кривые соответствуют сдвинутым энергиям для различных направлений магнитного момента (в левой и правой частях рисунка), горизонтальные точечные прямые показывают энергии, соответствующие прежнему значению фермиевского импульса: эти энергии сдвинуты относительно E_{F} на величины $\pm\varDelta/2$.

В основном состоянии частицы с энергией больше E_{F} (в левой части рисунка) перейдут на свободные состояния с энергией меньше E_{F} (в правой части рисунка). Число таких частиц в единице объёма равно $\gamma\varDelta/2$ (γ — плотность состояний на поверхности Ферми в расчёте на одну проекцию спина) и соответствующее понижение энергии в расчёте на одну частицу есть $\varDelta/2$, так что изменение

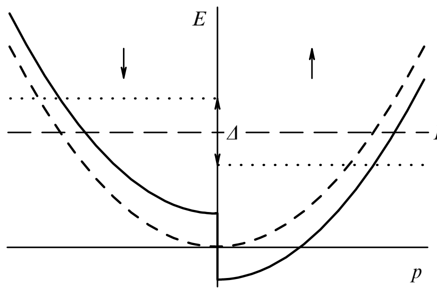

Рис. 1. Сдвиги уровней из-за спина в магнитном поле.

энергии системы при приложении магнитного поля выражается как

$$\frac{E(H)-E(0)}{V} = -\gamma\left(\frac{\varDelta}{2}\right)^2, \qquad \varDelta = 2\mu_{\mathrm{B}} H\,, \qquad \gamma = \frac{mp_{\mathrm{F}}}{2\pi^2\hbar^3}\,. \quad (1)$$

Здесь m — эффективная масса носителя. Намагниченность (магнитный момент единицы объёма) M вычисляется обычным образом:

$$M = -\frac{\partial}{\partial H}\,\frac{E(H)-E(0)}{V} = \chi_{\mathrm{P}} H\,,$$

где χ_{P} — спиновая магнитная восприимчивость, для которой получается выражение

$$\chi_{\mathrm{P}} = \frac{\gamma\varDelta^2}{2H^2} \to \frac{1}{(2\pi)^2}\left(\frac{e^2}{\hbar c}\right)\frac{v_{\mathrm{F}}}{c}\left(\frac{m}{m_0}\right)^2 \qquad (2)$$

($v_{\mathrm{F}} = p_{\mathrm{F}}/m$ — фермиевская скорость). Отметим, что, хотя вычисления делались для нулевой температуры, результат справедлив и при конечной температуре, лишь бы она была мала по сравнению с фермиевской энергией. Это видно из следующего замечания. Плотность состояний на поверхности Ферми (как и расположение уровня Ферми) не изменяется при наложении магнитного поля (для малых магнитных полей). Следовательно, часть термодинамического потенциала, зависящая от температуры, получается такой же, как без магнитного поля. Остаётся только изменение энергии в магнитном поле.

Э.Г. Батыев. Институт физики полупроводников им. А.В. Ржанова СО РАН, просп. акад. Лаврентьева 13, 630090 Новосибирск, Российская Федерация
Тел. (8383) 333-32-64. E-mail: batyev@isp.nsc.ru
Новосибирский государственный университет, ул. Пирогова 2, 630090 Новосибирск, Российская Федерация

Статья поступила 27 мая 2008 г.

2. Диамагнетизм Ландау

Общий способ вычисления магнитной восприимчивости — это найти какой-нибудь из термодинамических потенциалов, например, свободную энергию $F(T, V, H)$, а затем найти магнитный момент, воспользовавшись известным термодинамическим соотношением

$$\mathrm{d}F = -S\,\mathrm{d}T - P\,\mathrm{d}V - \tilde{M}\,\mathrm{d}H$$

($\tilde{M} = MV$ — полный магнитный момент). Так обычно и делается. Однако в пределе $T \gg \hbar\omega_H$, где $\hbar\omega_H$ — расстояние между уровнями Ландау, можно поступить иначе и очень просто получить требуемое выражение.

При рассмотрении спинового парамагнетизма мы сначала установили сдвиги энергии за счёт собственного магнитного момента, а потом увидели, к какому понижению энергии в равновесии (за счёт перераспределения частиц по энергиям) это приведёт. Сейчас будем действовать аналогично.

В магнитном поле поперечное (магнитному полю) движение заквантовано [1], и соответствующие уровни — это уровни Ландау:

$$\epsilon_n = \hbar\omega_H\left(n + \frac{1}{2}\right). \qquad (3)$$

Рассмотрим теперь вдвое меньшее магнитное поле $H/2$ (см. рис. 2, на котором отмечены уровни Ландау для магнитного поля H (правая часть) и для магнитного поля $H/2$ (левая часть)). Уровней соответственно станет вдвое больше, так что каждый исходный уровень (3) как бы расщепится на два уровня. Например, вместо $\epsilon_0 = \hbar\omega_H/2$ появятся два уровня $\epsilon_0/2$ и $3\epsilon_0/2$, и вообще вместо уровня ϵ_n возникнут уровни $\epsilon_n \pm \epsilon_0/2$. Удвоение уровней соответствует тому, что число состояний на уровне Ландау в поле $H/2$ вдвое меньше, чем в поле H. Расщепление исходного уровня есть $\delta = \epsilon_0$. В результате мы имеем в точности ту же картину, что и в предыдущем случае — половина состояний смещается вверх, а половина — вниз. Приведённая на рис. 1 картина теперь относится к каждому уровню Ландау (с заменой $\Delta \to \delta$, энергия зависит от продольного импульса — вдоль магнитного поля), причём сдвинутые кривые соответствуют полю $H/2$. То, что импульс одномерный, не должно смущать: для температур $T \gg \hbar\omega_H$ суммарная плотность состояний остаётся такой же, как в отсутствие магнитного поля.

Поэтому в соответствии с (1) для разности энергий после установления равновесия получим:

$$\frac{E_0(H/2) - E_0(H)}{V} = -\gamma\left(\frac{\delta}{2}\right)^2, \qquad \delta = \epsilon_0 = \frac{\hbar\omega_H}{2}. \qquad (4)$$

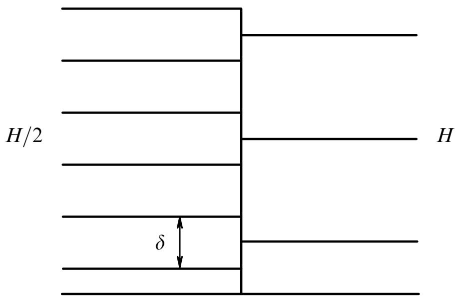

Рис. 2. Уровни Ландау в магнитном поле.

Искомую разность энергий $E_0(H) - E_0(0)$ можно записать так:

$$E_0(H) - E_0(0) = \left(E_0(H) - E_0\left(\frac{H}{2}\right)\right) + \left(E_0\left(\frac{H}{2}\right) - E_0\left(\frac{H}{4}\right)\right) + \left(E_0\left(\frac{H}{4}\right) - E_0\left(\frac{H}{8}\right)\right) + \ldots$$

Используя теперь результат (4) для различных значений магнитного поля, получим:

$$\frac{E_0(H) - E_0(0)}{V} = \gamma\left(\frac{\delta}{2}\right)^2\left\{1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \ldots\right\} = \gamma\left(\frac{\delta}{2}\right)^2\frac{4}{3}. \qquad (5)$$

Отметим, что эта (орбитальная) энергия повышается, что соответствует диамагнетизму. Диамагнитная восприимчивость χ_{L}, в соответствии с (2), запишется в виде

$$\chi_{\mathrm{L}} = -\frac{4}{3}\frac{\gamma\delta^2}{2H^2} \to -\frac{1}{3}\frac{1}{(2\pi)^2}\left(\frac{e^2}{\hbar c}\right)\frac{v_{\mathrm{F}}}{c}. \qquad (6)$$

Это в точности результат Ландау [1]. Для свободных электронов (когда $m = m_0$) эта восприимчивость по величине втрое меньше спиновой восприимчивости (и имеет другой знак). Но в кристалле данное соотношение может измениться хотя бы из-за эффективной массы, которая отличается от массы свободного электрона.

Подчеркнём, что в случае квантования Ландау мы имеем совокупность дискретных уровней в поперечной магнитному полю плоскости, в то время как для спинов (для каждой проекции) спектр непрерывен. Поэтому наша аналогия со спиновым случаем и вывод справедливы только при достаточно больших температурах ($T \gg \hbar\omega_H$), когда это различие не имеет значения.

Благодарю А.В. Чаплика за полезные замечания.

Список литературы

1. Ландау Л Д *Собрание трудов* Т. 1 (Под ред. Е М Лифшица) (М.: Наука, 1969) с. 47; Landau L D *Z. Phys.* **64** 629 (1930)

Pauli paramagnetism and Landau diamagnetism

E.G. Batyev
Rzhanov Institute of Semiconductor Physics, Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences, prosp. Acad. Lavrent'eva 13, 630090 Novosibirsk, Russian Federation
Tel. (7-383) 333-32 64. E-mail: batyev@isp.nsc.ru
Novosibirsk State University, ul. Pirogova 2, 630090 Novosibirsk, Russian Federation

The Landau diamagnetism of conduction electrons at sufficiently high temperatures (larger than the Landau level spacing but smaller than the Fermi energy) is studied using the analogy with the Pauli paramagnetism. An expression for the diamagnetic susceptibility is obtained which is exactly identical to the well-known Landau result. While the model used assumes a quadratic dispersion law, it takes into account the difference between the carrier effective mass and the electron mass.

PACS number: **75.20.–g**
Bibliography — 1 reference
Uspekhi Fizicheskikh Nauk **179** (12) 1333–1334 (2009)
DOI: 10.3367/UFNr.0179.200912i.1333
Received 27 May 2008
Physics–Uspekhi **52** (12) (2009)