

МЕТОДИЧЕСКИЕ ЗАМЕТКИ

Ландау и современная физика*

В.Л. Покровский

Статья посвящена истории создания и дальнейшего развития знаменитых работ Ландау о фазовых переходах, диамагнетизме электронного газа (уровнях Ландау) и квантовых переходах при пересечении термов (явление Ландау–Зинера) и их роли в современной физике.

PACS numbers: **01.65.+g**, 31.50.Gh, **64.60.-i**, 71.70.Di

DOI: 10.3367/UFNr.0179.200911j.1237

Содержание

1. Введение (1237).

2. Фазовые переходы (1237).

2.1. Спонтанное нарушение симметрии, мезоскопическое описание, универсальность. 2.2. Классификация фазовых переходов. Параметры порядка. 2.3. Флуктуационная теория. 2.4. Динамика критических флуктуаций.

3. Уровни Ландау (1240).

3.1. Уровни Ландау и диамагнетизм металлов. 3.2. Магнитные осцилляции: эффекты Шубникова–де Гааза и де Гааза–ван Альфена. 3.3. Квантовый эффект Холла.

4. Переходы Ландау–Зинера (1241).

4.1. История и формулировка результатов. 4.2. Применения. 4.3. Развитие теории.

Список литературы (1243).

1. Введение

Судьба научного наследия Ландау представляется удивительно счастливой. Прошло 46 лет с тех пор как он перестал заниматься наукой, а количество ссылок на его работы ежегодно не только не уменьшается, но растёт. Довольно трудно представить количественные данные, поскольку в большинстве случаев упоминание теории фазовых переходов Ландау, уравнения Гинзбурга–Ландау, уравнения Ландау–Лифшица, уровней Ландау, критерия сверхтекучести Ландау, теории ферми-жидкости Ландау и т.д. не сопровождается ссылкой на оригинальные работы. Тем не менее по данным научно-библиографического сайта Scirus, число формальных и неформальных ссылок на работы Ландау по фазовым переходам превысило 30000, на работы по ферми-жидкости около 45000, на уровень Ландау — 75500, на уравнение Ландау–Лифшица — 23000, на затухание Ландау в плазме — 12000. В 2000 году на юбилейной сессии

В.Л. Покровский. Department of Physics, Texas A&M University, College Station, TX 77843-4242, USA

E-mail: valery@physics.tamu.edu

Институт теоретической физики им. Л.Д. Ландау РАН, 142432 Черноголовка, Московская обл., Российская Федерация

Статья поступила 29 октября 2009 г.

Американского физического общества было выставлено шесть щитов, демонстрирующих развитие физики в XX веке. На четырёх из них упоминалось имя Ландау.

Цель предлагаемых заметок — проследить за развитием идей Ландау вплоть до настоящего времени и за наиболее существенными их применениями. Универсаллизм Ландау делает эту задачу практически неосуществимой для одного человека. Поначалу замыщаясь коллективный обзор, но, к сожалению, этот замысел не удался. Поэтому публикуемая здесь часть обзора не полна. Совершенно не представлены замечательные работы Ландау по астрофизике с предсказанием нейтронных звёзд и критерием коллапса, работы по теории элементарных частиц и теории поля, теория сверхтекучести, ферми-жидкости и многое другое. Собранный в этих заметках материал относится к трём важным и чрезвычайно популярным работам Ландау: фазовые переходы, уровни Ландау и теория Ландау–Зинера. Их дальнейшее развитие и многообразные применения наглядно демонстрируют, что работы Ландау вошли в современную физику и находятся в центре её интересов.

Поразительно, как много успел сделать один человек за тридцать с небольшим лет, отпущенными ему судьбой для научной работы! Недолгое знакомство с Ландау сильнейшим образом повлияло на мою жизнь. Эти заметки — благодарная дань его светлой памяти.

2. Фазовые переходы

2.1. Спонтанное нарушение симметрии, мезоскопическое описание, универсальность

В двух работах [1, 2], опубликованных в зловещем 1937 г., Ландау положил начало общей теории фазовых переходов с изменением симметрии. Эта теория оказалась, пожалуй, наиболее плодотворной по её влиянию на последующее развитие физики. Количество публикаций,

* Настоящая статья частично основывается на тексте доклада, сделанном на Научно-мемориальной сессии, посвящённой 100-летию со дня рождения Л.Д. Ландау (1908–1968), проходившей 19–20 июня 2008 г. в Центральном доме учёных РАН, Москва. Текст данной статьи был подготовлен как комментарий к юбилейному переизданию сочинений Л.Д. Ландау в 2008 г., но по не зависящим от автора причинам в это издание не вошёл.

посвящённых её развитию и экспериментальным проявлениям исчисляется десятками тысяч. Теория фазовых переходов Ландау применяется в кристаллографии, химии, биологии, физике элементарных частиц и теории поля, астрофизике и космологии, не говоря о статистической физике и многих ветвях физики конденсированного состояния. Четыре Нобелевские премии были присуждены за работы, посвящённые разработке идей этой теории.

Ландау впервые ввёл концепцию спонтанного нарушения симметрии, получившую широчайшее распространение в статистической физике и теории поля. Нередко авторы, пишущие о спонтанном нарушении симметрии вакуума, считают эту идею фольклором, но это неверно: у концепции спонтанного нарушения симметрии есть твёрдо установленный автор. Ландау ввёл её за много лет до того, как она стала применяться в теории поля и физике элементарных частиц. Нарушение симметрии, как заметил Ландау, эквивалентно появлению далёкого порядка в многочастичных системах.

Ещё одна важная идея была впервые сформулирована в теории фазовых переходов Ландау: идея мезоскопического описания упорядочивающихся сред. Ландау осознал, что по мере приближения к непрерывному фазовому переходу или критической точке корреляционный радиус растёт, и микроскопические детали вещества становятся несущественными. Важна только исходная симметрия и как она редуцируется в результате перехода. Все существенные явления происходят на шкале промежуточной между межчастичным расстоянием и размером всей системы. Теория оказывается универсальной: фазовые переходы разной природы, имеющие одинаковые исходную и редуцированную симметрии, изоморфны. Мерой нарушения симметрии (параметром порядка) Ландау предложил считать амплитуду появляющегося при переходе неприводимого представления исходной группы симметрии.

Количественно теория Ландау основывалась на приближении самосогласованного поля. Флуктуации считались пренебрежимо малыми. В рамках этого приближения Ландау сформулировал теоретико-групповые правила, позволяющие классифицировать возможные фазовые переходы второго рода, при которых параметр порядка в упорядоченной фазе непрерывно растёт от нулевого значения, и критерий того, что переход обязательно сопровождается скачками физических величин (переход первого рода). Во второй из цитированных работ Ландау показал, что одномерный кристаллический порядок в двумерной и трёхмерной среде разрушается флуктуациями. Близкое утверждение сформулировано Пайерлом [3]: далёкий порядок в двумерных системах со спонтанно нарушенной непрерывной симметрией нарушается флуктуациями.

2.2. Классификация фазовых переходов.

Параметры порядка

Развитие идей Ландау происходило в нескольких направлениях. Одно из них — конкретное осуществление общей схемы Ландау для систем, представляющих наибольший физический интерес. Первый теоретико-групповой расчёт фазового перехода между разными кристаллическими фазами был дан Е.М. Лифшицем [4]. Литература о реконструкции кристаллов обширна и отчасти смыкается с общими кристаллографическими исследова-

ниями. Итоги этой деятельности до середины 1990-х гг. подведены в монографиях Изюмова и Сыромятникова [5] и Толедано и Дмитриева [6].

Обзор фазовых переходов в кристаллах с исходной цветной (Шубниковской) группой симметрии [7], физически интерпретируемой как магнитная кристаллографическая структура с дискретной магнитной симметрией, на основе теории Ландау дан в работе [8]. Андреев и Марченко [9] построили полную классификацию магнитных кристаллических структур с исходной магнитной симметрией группы вращений $SO(3)$, характерной для обменного взаимодействия. Явление слабого ферромагнетизма в кристаллах было предсказано Дзялошинским [10] на основе исследования групповых инвариантов по методу Ландау и экспериментально обнаружено Боровиковым-Романовым [11]. Микроскопическую интерпретацию слабого ферромагнетизма предложил Мориа [12].

Фазовые переходы в сегнетоэлектриках интерпретируются на основе теории Ландау–Гинзбурга–Девоншайра [13], получившей многочисленные экспериментальные подтверждения и технологические применения [14].

В знаменитой работе 1950 г. Гинзбург и Ландау дали симметрийное описание сверхпроводимости вблизи точки перехода [15]. В качестве параметра порядка они ввели комплексную волновую функцию сверхпроводящего конденсата. Эта работа оставила глубокий след не только в теории сверхпроводимости, но и во многих других областях физики и математики. Аналогичная теория для сверхтекучей жидкости была построена Гинзбургом и Питаевским [16]. Гросс [17] и Питаевский [18] предложили нелинейную теорию слабо неидеального сверхтекучего бозе-газа, применимую при низких температурах и прекрасно описывающую современные эксперименты с лазерно охлаждёнными газами атомов щелочных металлов. Теория Гинзбурга–Ландау и её применение к описанию вихревого состояния сверхпроводников послужила основанием для присуждения Нобелевской премии 2003 г. Абрикосову и Гинзбургу.

Де Жен построил теорию фазовых переходов изотропная жидкость – нематический жидкий кристалл и нематический – смектический жидкий кристалл, положив в основу принципы теории Ландау (так называемая теория Ландау–де Жена) [19, 20]. Эта теория является существенной частью цикла работ по "мягкой материи", за которую де Жену была присуждена Нобелевская премия 1991 г. Повсеместное использование жидких присталлов в дисплеях, мониторах и телевизорах превратили теорию Ландау в прикладную науку.

Многие переходы первого рода, в частности все переходы жидких кристаллов из изотропной в нематическую фазу, близки к переходам второго рода: скачки объёма и скрытые теплоты перехода малы. Теорию слабого плавления – затвердевания на основе свободной энергии Ландау предложил Бразовский [21]. В дальнейшем она была использована для описания голубых фаз жидких кристаллов.

2.3. Флуктуационная теория

В середине сороковых годов XX века в теории фазовых переходов возник кризис, связанный с великим достижением Онсагера — точным решением двумерной модели Изинга [22]. Это решение обнаружило особенности термодинамических величин, в корне отличные от пред-

сказанных теорией Ландау. Прецизионные измерения теплоёмкости жидкого гелия вблизи перехода в сверхтекучее состояние (Букингэм и Фэрбэнк [23]) и аргона вблизи критической точки (Воронель и др. [24]) выявили сингулярное поведение, несовместимое с теорией самосогласованного поля. Возникшее противоречие объяснили Леванюк [25] и Гинзбург [26], указавшие, что флуктуации параметра порядка и энтропии, даже если они слабы вдали от точки перехода, становятся сильными близко от неё. Область температур, в которой флуктуации слабы и приближение самосогласованного поля выполняется, существует далеко не в каждой системе, подверженной фазовому переходу [27]. В частности, её нет в модели Изинга. Зато есть основания считать, что поведение систем в области сильных флуктуаций универсально в указанном ранее смысле, т.е. зависит лишь от изначальной симметрии и способа её нарушения. Гипотеза универсальности во флуктуационной области была высказана Ваксоном и Ларкиным [28] и позднее доказана Кадановым и Вегнером [29].

Другой гипотезой, сформулированной в середине 60-х гг. прошлого века, была масштабная инвариантность (скейлинг) критических флуктуаций (Паташинский и Покровский [30, 31], Каданов [32]; в узком смысле, только для уравнения состояния Видом [33] и Домб и Хантер [34]). Согласно этой гипотезе, при изменении линейного масштаба картины флуктуаций не изменяется, если подходящим образом изменить единицы измерения флуктуирующих полей. Каждая флуктуирующая величина, как, например, параметр порядка, энтропия, температура и т. д. характеризуются своими масштабными размерностями (критическими индексами). Гипотеза масштабной инвариантности вместе с простыми термодинамическими уравнениями позволила найти ряд соотношений между масштабными размерностями, сократив число независимых размерностей, но не решила проблемы в целом. Фишер в 1959 г. одним из первых указал на важность вычисления критических индексов и ввёл индекс аномальной размерности [35]. Мощные вычислительные методы нахождения критических индексов по нескольким первым членам ряда высокотемпературной теории возмущений позволили Домбу и др. найти критические индексы трёхмерной модели Изинга с точностью до нескольких процентов [36]. Но настоящей теории всё ещё не было.

В конце 1950-х годов Ландау сформулировал проблему флуктуационной теории фазовых переходов как задачу вычисления статистической суммы системы, гамильтониан которой совпадает со свободной энергией самосогласованного поля параметра порядка, предложенной им в 1937 г. Именно на этом пути в 1972 г. Вилсон нашёл конструктивное решение проблемы фазового перехода [37–39], за которое ему была присуждена Нобелевская премия 1982 г. Для вычисления статистической суммы Вилсон разработал новую версию метода группы ренормировок, впервые введённую в квантовой теории поля Гелл-Маном и Лоу [40] и Штюкельбергом и Петерманом [41]. Попытка использования теоретико-полевой ренорм-группы в теории фазовых переходов была предпринята Ди Кастро и Йона-Ласинио [42], но не привела к количественным результатам. В методе Вилсона ренормировка означает последовательное исключение коротковолновых флуктуаций, начиная с самых коротких волн и переходя ко всё более длинным,

и вычисление эффективной энергии оставшихся длинноволновых флуктуаций. Эта идея выдвигалась ранее Кадановым [32], но осуществить её удалось лишь Вилсону. Другая важная идея Вилсона и Фишера [38], позволившая найти критические индексы аналитически, это идея разложения по степеням "малого" параметра ε , равного отклонению размерности пространства от критического значения 4, при котором критические индексы такие же, как в теории Ландау. Взаимодействие флуктуаций приводит лишь к логарифмическим сингулярностям, найденным ранее в работе Ларкина и Хмельницкого [43]. Хотя в реальном мире этот параметр отнюдь не мал ($\varepsilon = 1$) и строго математически обосновать эту процедуру трудно, тем не менее расчёт критических индексов [44] методом суммирования ряда по ε с использованием найденной Л.Н. Липатовым [45] асимптотики далёких членов приводит к результатам, близким к лучшим численным расчётам и к данным наиболее чистых экспериментов.

2.4. Динамика критических флуктуаций

По мере роста характерного размера флуктуаций их движение замедляется; происходит так называемое критическое замедление. Первая количественная теория критического замедления была предложена Ландау и Халатниковым в 1954 г. [46]. Она была основана на феноменологическом предположении о том, что критическая динамика носит чисто релаксационный характер: производная от параметра порядка по времени пропорциональна самосогласованному полю, т.е. производной от термодинамического потенциала по параметру порядка. Кинетический коэффициент Γ , связывающий эти величины, предполагался не зависящим от близости к точке перехода. Отсюда следовало, что время релаксации параметра порядка пропорционально квадрату корреляционной длины. Как и в статике, флуктуации считались пренебрежимо малыми по сравнению со средними значениями. Был предсказан новый эффект — аномальное поглощение звука за счёт возбуждения критических флуктуаций при частоте порядка обратного времени релаксации. Это явление наблюдалось в эксперименте [47].

Теория Ландау–Халатникова обобщалась в разных аспектах. Один из них — переход к области сильных флуктуаций. Простейшее обобщение было предложено Покровским и Халатниковым [48], предполагавшими, что кинетический коэффициент Γ по-прежнему остаётся постоянным, но радиус корреляции и другие физические величины подчиняются законам статического скейлинга. Более содержательное обобщение было предложено Феррелом и др. [49, 50] и в более общей и физически прозрачной форме Халпериным и Хоэнбергом [51] (так называемый динамический скейлинг). Они заметили, что в системах с непрерывным параметром порядка динамика упорядоченного состояния определяется законами сохранения, следующими из остаточной непрерывной симметрии, а потому, в основном, является бездисипативной. Длинноволновые возбуждения суть распространяющиеся волны. Скорость их распространения определяется термодинамикой, например, уравнением Лапласа для скорости звука. Таким образом, частота волны в критической области определяется статическим скейлингом. Выше точки перехода при любой длине волны λ и ниже точки перехода при длине волны короче радиуса

корреляции ξ динамика приобретает чисто релаксационный характер (например, флуктуационная теплопроводность вблизи перехода в сверхтекущее состояние). Гидродинамическая и релаксационная частоты совпадают по порядку величины при $\lambda \sim \xi$. Это соотношение позволяет найти динамический критический индекс z , определяющий скейлинговую размерность частоты ω : при $\lambda \ll \xi$ имеем $\omega \sim \lambda^{-z}$ и определить критическое поведение кинетических коэффициентов. Теория нашла блестящее подтверждение в экспериментах¹ [51].

Ренормгрупповая теория динамических критических явлений была построена в работах Халперина, Хоэнберга, Ма, Сиггья (см. обзор [52]).

3. Уровни Ландау

3.1. Уровни Ландау и диамагнетизм металлов

Это общепринятое название уровней энергии заряженной частицы в постоянном однородном магнитном поле. Решение этой эталонной задачи, столь же важной для квантовой механики, как и проблема спектра атома водорода и квантового гармонического осциллятора, было найдено Ландау в 1930 году [53]. Ландау обнаружил, что движение в плоскости, перпендикулярной магнитному полю, квантуется². Уровни энергии сильно вырождены по квантовому числу, соответствующему центру Ларморовского круга в классической механике. Число состояний, принадлежащих данному уровню Ландау, на единицу площади равно отношению B/Φ_0 магнитного поля к квантуму магнитного потока $\Phi_0 = ch/e$. Другими словами, каждое состояние несёт квант магнитного потока. Энергия поперечного движения электрона на n -м уровне Ландау равна

$$\varepsilon_n = \left(n + \frac{1}{2} \right) \hbar \omega,$$

где $\omega = eB/mc$ — циклотронная частота. Решение этой сравнительно простой задачи привело Ландау к важному выводу, что из-за квантования поперечного движения возникает диамагнетизм электронов в металле, необъяснимый, как доказал ранее Бор [57] и ван Лёвен [58], с точки зрения классической физики.

3.2. Магнитные осцилляции: эффекты Шубникова – де Гааза и де Гааза – ван Альфена

В конце этой же работы Ландау заметил, что квантование уровней приводит к осцилляциям диамагнитной восприимчивости при изменении поля. Однако он полагал, что наблюдать эти осцилляции экспериментально вряд ли удастся из-за неоднородности магнитного поля.

¹ Подробное описание экспериментов по динамическому скейлингу и сопоставление с теорией дано в обзоре [52].

² У Ландау были предшественники: Раби, который в 1928 г. решил задачу о дираковском электроне во внешнем магнитном поле [54], и Фок, решивший в том же году задачу о гармоническом осцилляторе в магнитном поле [55]. В 1930 г. независимо от Ландау решение уравнения Шредингера для нерелятивистской заряженной частицы в магнитном поле было найдено Френкелем и Бронштейном [56]. Однако ни в одной из этих работ не было найдено число состояний на магнитном уровне, не была установлена связь квантования с диамагнетизмом и осцилляциями. Это, по-видимому, и явилось причиной того, что за уровнями прочно закрепилось имя Ландау.

По-видимому, он не знал об эксперименте Шубникова – де Гааза [59], осуществлённом в том же 1930 году. В 1937 г. Ландау узнал от Шёнберга об эффекте де Гааза – ван Альфена [60], нашедших осцилляции магнитной восприимчивости. Ландау тут же проделал предварительный расчёт осцилляций и вручил его Шёнбергу, но опубликовать не успел из-за ареста. В 1939 г. Шёнберг опубликовал этот расчёт [61], разумеется, под именем Ландау³ в качестве приложения к своей экспериментальной работе [63]. Ландау провёл расчёт для предельно упрощённой модели свободного электронного газа. Более реалистичный подход, учитывающий зонную структуру энергетического спектра и анизотропию металлов был предложен независимо И. Лицшицем [64] и Онсагером [65]. Они показали, что квазиклассические орбиты электронов в импульсном пространстве являются сечениями изоэнергетической поверхности плоскостями, перпендикулярными магнитному полю. Орбиты электронов в конфигурационном пространстве отличаются от орбит в импульсном пространстве поворотом и масштабным фактором, выбираемым так, чтобы магнитный поток через орбиту равнялся целому числу квантумов потока. На этой основе И. Лицшиц и Косевич [66] построили теорию эффекта де Гааза – ван Альфена для произвольной дисперсии электронов. И. Лицшиц и Погорелов [67] нашли решение обратной задачи о восстановлении поверхности Ферми по экспериментальным измерениям эффекта де Гааза – ван Альфена. Многочисленные измерения этого эффекта, а также эффекта Шубникова – де Гааза позволили составить атлас поверхностей Ферми [68].

3.3. Квантовый эффект Холла

С появлением двумерных электронных систем, инверсионных слоёв в кремнии и гетеропереходов GaAs – AlGaAs возникли объекты, для которых теория магнитных уровней Ландау оказалась полностью адекватной. Именно в этих системах был открыт в 1980 г. совершенно неожиданный эффект: квантовый эффект Холла (КЭХ) [69]. Оказалось, что при достаточно низкой температуре и высокой подвижности носителей проводимость Холла σ_H , т.е. отношение тока в направлении, перпендикулярном электрическому и магнитному полям, к величине электрического поля квантуется, причём квант проводимости Холла с огромной точностью $\sim 10^{-7}$ равен e^2/h . Более точно это означает, что при изменении магнитного поля σ_H , оставаясь в среднем пропорциональной $1/B$, представляет собой ступенчатую функцию $1/B$ со значениями ve^2/h на ступенях (v — целое число). За открытие целочисленного эффекта Холла Клаус фон Клитцинг был удостоен Нобелевской премии за 1985 г. Причиной появления ступенчатой зависимости σ_H от $1/B$ является локализация всех состояний данного уровня Ландау примесями, за исключением одного краевого состояния, соответствующего дрейфу электрона вдоль границы образца по направлению предписываемому магнитным полем и силой, удерживающей электрон внутри образца. Когда все остальные состояния на уровне Ландау заняты, рассеяние на примесях для краевого состояния не эффективно, так как направление вращения изменить

³ В оформлении этой публикации принял участие друг и соавтор Ландау Рудольф Пайерлс (см. книгу Шёнберга [61] и исторический обзор М.И. Каганова [62]).

нельзя, а свободные состояния на следующем уровне Ландау отделены энергетической щелью. Дрейфовое движение краевого состояния даёт тот же эффект, что и движение всех ларморовских кругов (электронов) заполненного уровня Ландау. Действительно, целочисленные в единицах e^2/h значения σ_H соответствуют дрейфу всех электронов с плотностью vB/Φ_0 на единицу площади со стандартной скоростью дрейфа cE/B .

В 1983 году Цуи, Штёрмер и Госкар [70] открыли дробный квантовый эффект Холла: квантование холловской проводимости на дробях с нечётным знаменателем, например $1/3, 2/3, 4/3, 2/5, 3/5$ в тех же единицах. Это более сложное явление, основанное на взаимодействии электронов Ландау. Лафлин [71] объяснил это явление на примере заполнения $1/3$, когда на каждый электрон приходится по 3 кванта потока. В этом случае электронам удаётся более успешно избегать сближения на малые расстояния, чем при дробных концентрациях с большими знаменателями, и таким образом уменьшается энергия кулоновского отталкивания. Так возникает щель в спектре, а дальнейшее происходит так же, как в целочисленном КЭХ. Возбуждения в этой сильно взаимодействующей несжимаемой электронной жидкости несут, как и прежде, один квант потока, а следовательно, имеют дробный заряд $1/3$. За открытие и объяснение дробного квантового эффекта Холла Цуи, Штёрмер и Лафлин были награждены Нобелевской премией 1998 года.

Недавно К.С. Новосёлов и А.К. Гейм с коллегами научились получать изолированные кристаллические плоскости графита, названные графеном [72]. Этот материал открыл новые перспективы в изучении и использовании уровней Ландау. Графен является идеальным полуметаллом, уровень Ферми которого проходит через границу между двумя соприкасающимися зонами. Вблизи точки соприкосновения электронная дисперсия имеет ультрарелятивистскую форму: $\epsilon = vp$, со скоростью $v \sim 10^8$ см с⁻¹, играющей роль скорости света. Уровни энергии Ландау ультрарелятивистских электронов равны

$$\epsilon_n = v\sqrt{2nm\hbar\omega}.$$

По порядку величины при небольших n эти уровни представляют геометрическое среднее атомной и циклотронной энергий. При полях порядка нескольких тесла эта энергия лежит в районе нескольких сотен градусов Кельвина. Это означает, что КЭХ и осцилляционные эффекты можно наблюдать при комнатной температуре, в отличие от обычных металлов, в которых эти эффекты наблюдаются только при гелиевых температурах. КЭХ при комнатной температуре действительно был обнаружен экспериментально [73].

4. Переходы Ландау – Зинера

4.1. История и формулировка результатов

В 1932 г. Ландау сформулировал и решил одну из важнейших динамических проблем квантовой механики [74]. Независимо от него в том же 1932 г., хотя и несколько позже, эту же проблему решили три выдающихся теоретика: Кларенс Зинер (C. Zener) [75], Эрнест Штюкельберг (E.G.G. Stückelberg) [76] и Этторе Майорана [77]. В литературе она известна под именем Лан-

дау – Зинера. Ниже мы приводим формулировку проблемы и её решение в современных терминах и обозначениях. Проблема состоит в следующем. Пусть гамильтониан системы H зависит от набора параметров \mathbf{R} . Дискретные уровни энергии $E_n(\mathbf{R})$ и соответствующие им векторы состояния (волновые функции) $|\Psi_n(\mathbf{R})\rangle$ непрерывно зависят от этих параметров. Если параметры \mathbf{R} изменяются со временем t , энергия не сохраняется и тоже зависит от времени. Однако, если параметры меняются медленно, вектор состояния в главном приближении равен $|\Psi_n(\mathbf{R}(t))\rangle$, т.е. система отслеживает непрерывное изменение параметров во времени, не совершая переходов в другие состояния. Это так называемое адиабатическое приближение. Оно неприменимо, если какие-либо уровни пересекаются. Вблизи точки пересечения уровней происходят интенсивные переходы между соответствующими состояниями. В теории Ландау – Зинера считается, что пересекаются два уровня, а остальные находятся далеко. В этом приближении задача сводится к нахождению состояния двухуровневой системы, т.е. к задаче о движении спина $1/2$ в зависящем от времени магнитном поле. Пользуясь узостью временного интервала, в котором происходят переходы, можно считать зависимость расстояния между сближающимися уровнями от времени линейной, т.е. представить частоту перехода Ω линейной функцией времени $\Omega(t) = \dot{\Omega}t$. Матричный элемент перехода Δ между двумя исходными (так называемыми диабатическими) состояниями считается не зависящим от времени. В этом приближении спиновый гамильтониан приобретает простую форму:

$$H = \hbar\dot{\Omega}t\sigma_z + \Delta\sigma_x,$$

где σ_x и σ_z — матрицы Паули. Зависящее от времени уравнение Шрёдингера сводится к точно решаемому уравнению параболического цилиндра. Именно так решил задачу Зинер. Вместо этого Ландау обошёл точку пересечения в комплексной плоскости времени, что позволило ему обойтись без функций параболического цилиндра. Вычисленная Ландау и Зинером матрица перехода имеет диагональный матричный элемент (амплитуда выживания)

$$\alpha = \exp(-\pi\gamma),$$

и недиагональный элемент

$$\beta = -\sqrt{2\pi} \exp\left(-\frac{\pi\gamma}{2} + \frac{i\pi}{4}\right) [\sqrt{\gamma} \Gamma(-i\gamma)]^{-1}$$

(вычисленный Зинером), где $\gamma = \Delta^2/(\hbar^2|\dot{\Omega}|)$ — безразмерный параметр Ландау – Зинера. Большие значения γ соответствуют адиабатическому режиму, при котором система находится на одном из двух адиабатических уровней, разделённых энергетической щелью Δ , совершая при этом переход с одного адиабатического уровня на другой. Малые значения γ соответствуют быстрому (антиадиабатическому) режиму и малым вероятностям перехода. Формула Ландау – Зинера даёт значения амплитуд перехода вне пределов применимости теории возмущений. Переход происходит за время $\tau_{LZ} = \Delta/(\hbar|\dot{\Omega}|)$ (время Ландау – Зинера).

4.2. Применения

Общность формулировки обусловила применимость теории Ландау – Зинера к очень широкому кругу явле-

ний. Ландау имел в виду описание определённого класса молекулярных реакций, называемых предиссоциацией. В дальнейшем теория Ландау–Зинера нашла широкое применение в химии, химической физике и в биохимии. Её применяют в частности для описания такого важного процесса, как перенос заряда и вместе с ним энергии [78]. Переходы Ландау–Зинера играют существенную роль в фотосинтезе [79].

Не менее многочисленные и важные применения нашла теория Ландау–Зинера в физике. Пожалуй, раньше всего она нашла применение в теории атомных и молекулярных столкновений, сопровождаемых переходами между электронными уровнями, в частности столкновений с перезарядкой. Теория этих процессов и их роли в физике плазмы была предложена Смирновым, Никитиным и др. и подробно описана в монографиях Б.М. Смирнова [80], где можно найти и экспериментальные данные. Другой подход к той же проблеме описан в обзоре Е.А. Соловьёва [81].

А.П. Казанцев с сотрудниками показали [82, 83], что переходы Ландау–Зинера атомов в стоячем световом поле приводят к появлению зонной структуры спектра атомов, резонансно взаимодействующих с этим полем. Если медленная амплитуда поля периодически зависит от времени, то состояния атомов описываются волновыми функциями Флеке–Блоха и квазиэнергией [84]. Подобные явления происходят и в сильно возбуждённых (ридберговских) атомах, подверженных действию сильного микроволнового поля [85].

Интересно отметить, что цитируемость обсуждаемой работы Ландау за последние годы заметно возросла. Это связано с появлением новых экспериментальных объектов, динамика которых определяется процессами Ландау–Зинера. Здесь прежде всего нужно назвать кубиты, элементарные единицы квантового компьютера, осуществляющие операции не с двоичными числами, а с квантовыми состояниями. Кубиты уже созданы экспериментально. Один тип кубитов состоит из двух малых сверхпроводников, соединённых джозефсоновским контактом [86]. Здесь роль диабатических состояний играют состояния с куперовской парой в одном из двух сверхпроводников. Другое осуществление кубита [87] — так называемая квантовая точка (Quantum dot), миниатюрный (размером всего несколько нанометров) участок полупроводника, из которого с помощью металлического электрода (gate) изгоняются почти все электроны, кроме одного-двух. Диабатические состояния в этой системе — это спиновые состояния электрона во внешнем магнитном поле. В этих и других кубитах контролируемые суперпозиции двух квантовых состояний получаются посредством процесса Ландау–Зинера.

В последние 10–15 лет интенсивно изучались молекулярные магниты. Так называют семейство молекул, состоящих из 100–200 атомов, в которых ферромагнитное ядро (атомы железа, кобальта или марганца) скреплено органическими мостиками. Наиболее популярными являются молекулы сокращённо обозначаемые Mn_{12} и Fe_8 . Первую исследовала экспериментальная группа в Университете Нью-Йорка под руководством М. Сарачик, вторую изучало содружество французских экспериментаторов из Гренобля и итальянских из Флоренции (B. Barbara, W. Wernsdorfer, D. Gatteschi, R. Sessoli). Важную роль сыграли теоретические работы (Е. Чудновский, A. Garg, H. Прокофьев, J. Villain). Результаты этих исследований изложены в книге [88]. Обе молекулы Mn_{12} и Fe_8 имеют спин $S = 10$ и действительно представляют собой магниты нанометрового размера. Эксперимента-

торы имеют дело с молекулярными монокристаллами, но ферромагнитные ядра молекул в них находятся на столь больших расстояниях друг от друга, что их взаимодействие пренебрежимо мало, так что магнитные свойства этих систем — это свойства отдельных молекул. При измерении намагниченности в зависимости от магнитного поля в обоих веществах были обнаружены гистерезисные кривые, свидетельствующие о новом явлении — молекулярном гистерезисе. При температуре ниже 0,5 К гистерезисные кривые перестают изменяться, что доказывает квантовый характер гистерезиса. На гистерезисных кривых видны ступени при определённых значениях магнитного поля. Эти ступени были отождествлены с переходами Ландау–Зинера, возникающими при пересечении термов большого спина, первоначально расщеплённых анизотропией молекулярного поля и регулируемых зависящим от времени магнитным полем. Таким образом, именно переходы Ландау–Зинера являются причиной квантового гистерезиса.

Несколько лет тому назад экспериментаторы, работающие с атомами щелочных металлов, лазерно охлаждёнными до температур порядка 10^{-8} – 10^{-7} К, научились получать из них двухатомные молекулы при прохождении так называемого резонанса Фешбаха [89]. Атомы помещают во внешнее магнитное поле и, меняя его, проходят через то значение, при котором зеемановская энергия пары атомов становится равной энергии связи молекулы. При этом происходит процесс Ландау–Зинера и атомы превращаются в молекулы. Во многих теоретических работах авторы пытались непосредственно применить теорию Ландау–Зинера к этой проблеме [90]. Однако эксперименты проводились с вырожденными бозе- или ферми-газами. Отождествление пар атомов в таком газе невозможно из-за квантовой неразличимости одинаковых частиц. Задача должна решаться методами теории многих частиц (см. следующий раздел).

4.3. Развитие теории

Дыхне предложил модификацию теории на случай, когда пересечение диабатических термов происходит не на вещественной оси времени, а в комплексной плоскости [91]. Этот результат обсуждался с Ландау и получил его одобрение. Он вошёл в литературу под названием формулы Дыхне–Ландау⁴.

При пересечении электронных термов молекулы приходится иметь дело не с одним уровнем, а с полосами, составленными из колебательных и вращательных подуровней. Задача о пересечении полосы параллельных уровней с одним уровнем была решена Демковым и Ошеровым [92]. Некоторые частные случаи пересечения многих уровней были найдены Демковым и Островским [93]. Во всех указанных решениях вероятности переходов оказываются произведением вероятностей последовательных переходов Ландау–Зинера. Кэррол и Хиои [94] нашли решение задачи о движении произвольного спина

⁴ При обсуждении, на котором присутствовал и я, Ландау обнаружил ошибку в первоначальном решении Дыхне. В тот же день Дыхне и Ландау независимо нашли правильный метод. Ландау отказался от соавторства в работе. Позже подход Ландау был опубликован в новом издании *Квантовой механики* (М.: Наука, 1963), подготовленном под его руководством, но опубликованном после катастрофы без ссылки на Дыхне. По воспоминаниям Питаевского, Ландау говорил ему, что в формуле Дыхне содержится ошибка. Однако проверка показывает, что результаты двух авторов совпадают с точностью до обозначений.

в магнитном поле, одна из компонент которого (z) линейно зависит от времени, а другая (x) постоянна. В этом случае $2S+1$ диабатических уровня пересекаются одновременно. Точное решение возможно благодаря симметрии $SO(3)$ и выражается через матрицу перехода Ландау–Зинера с помощью полиномов Якоби. Наиболее общая конструкция, позволяющая найти решение широкого класса проблем с пересечением многих диабатических уровней была предложена Н. Синицыным [95]. В этот класс как частные случаи вошли все найденные ранее точные решения. Что касается общего случая пересечения многих диабатических уровней в разных, но достаточно близких точках под разными углами, то известна лишь амплитуда выживания на уровне с наибольшим или наименьшим наклоном: она равна произведению амплитуд выживания Ландау–Зинера при последовательном прохождении точек пересечения с другими уровнями. Этот результат был вначале сформулирован в качестве гипотезы Брандблером и Элзером [96] и позже доказан аналитически Шитовым [97], обобщившим метод Ландау, и алгебраически Волковым и Островским [98] и Добреску и Синицыным [99].

Применение теории Ландау–Зинера к кубитам и молекулярным магнетикам остро поставило вопрос о роли шумов. Шумы ответственны за разрушение когерентности со временем (decoherence) и ошибки в квантовых вычислениях. В молекулярных магнетиках тепловые шумы приводят к значительному сужению петли молекулярного гистерезиса уже при температуре 1 К. Различают продольный шум, который искажает диабатические уровни, но не приводит к переходам, и поперечный шум, вызывающий случайные переходы. Чисто продольный шум изучался в ряде работ. Наиболее исчерпывающий анализ принадлежит Ао и Раммеру [100], рассмотревшим ряд предельных случаев (в этой же работе можно найти достаточно полную библиографию). К сожалению, мы не можем описать полученные в [100] результаты простыми физическими образами. Иначе обстоит дело с поперечным шумом. Пионерская работа о быстром поперечном шуме принадлежит Каянуме [101], но физически она не прозрачна и спектральный состав шума в ней выбран весьма искусственно. Значительное упрощение было достигнуто в работе Покровского и Синицына [102]. Они показали, что вызванные шумом переходы накапливаются в течении времени много большего, чем время Ландау–Зинера. Шумовые переходы и переходы Ландау–Зинера оказываются разделёнными во времени, что позволяет решить задачу точно. Шумовые переходы в данный момент времени вызываются той спектральной компонентой шума, которая находится в резонансе с текущей частотой двухуровневой системы, что позволяет использовать её как анализатор шума. Сильный классический поперечный шум приводит к равной заселённости двух уровней независимо от значения γ . Этот вывод становится неправильным в случае быстрого квантового шума, анализ которого дан в работе [103]. Сильный квантовый шум приводит двухуровневую систему к равновесию с шумом или к стационарному состоянию, если шум не термический. Взаимодействие продольного и поперечного шумов приводит к изменению матричного элемента перехода A . Если шум обусловлен фононами, эта ренормировка порождает изотопический эффект.

Переходам Ландау–Зинера в вырожденном атомном ферми-газе с образованием двухатомных молекул посвящены работы [104–106]. В первой из них развита теория возмущений для вычисления числа образовав-

шихся молекул до второго порядка по параметру $\delta = g^2 n / (\hbar^2 |\dot{\Omega}|)$ (g обозначает константу связи атом–молекула, n — плотность газа). Показано, что фермиевское отталкивание уменьшает вероятность образования молекулы по сравнению с таким же процессом в газе независимых атомных пар. В работе [105] рассмотрение ведётся вне рамок теории возмущений ценой сильного упрощения модели. Более общий анализ [106] подтверждает уменьшение производства молекул из-за фермиевского отталкивания вне рамок теории возмущений.

Благодарности. Автор благодарен М.И. Каганову и Л.П. Питаевскому за обсуждение и полезные замечания. Работа была поддержана Департаментом энергии США (DOE) через грант DE-FG02-06ER46278.

Список литературы

- Ландау Л Д ЖЭТФ **7** 19 (1937); Landau L *Phys. Z. Sowjetunion* **11** 26 (1937)
- Ландау Л Д ЖЭТФ **7** 627 (1937); Landau L *Phys. Z. Sowjetunion* **11** 545 (1937)
- Peierls R E *Helv. Phys. Acta* **7** (Suppl. II) 81 (1936)
- Лифшиц Е М ЖЭТФ **11** 265 (1941)
- Изюмов Ю А, Сыромятников В Н *Фазовые переходы и симметрия кристаллов* (М.: Наука, 1984) [Izumov Yu A, Syromyatnikov V N *Phase Transitions and Crystal Symmetry* (Dordrecht: Kluwer Acad. Publ., 1990)]
- Tolédano P, Dmitriev V *Reconstructive Phase Transitions: in Crystals and Quasicrystals* (Singapore: World Scientific, 1996)
- Shubnikov A V et al. *Colored Symmetry* (Oxford: Pergamon Press, 1964)
- Kotsev J N, Koptyuk V A, Rustamov K A «"Chromomorphism" of colour groups and classification of phase transitions», in *Group Theoretical Methods in Physics* Vol. 3 (Eds M A Markov, V I Man'ko, A E Shabad) (Chur: Harwood Acad. Publ., 1987)
- Андреев А Ф, Марченко В И УФН **130** 39 (1980) [Andreev A F, Marchenko V I Sov. Phys. Usp. **23** 21 (1980)]
- Dzyaloshinsky I J. *Phys. Chem. Solids* **4** 241 (1958)
- Боровик-Романов А С ЖЭТФ **36** 766 (1959) [Borovik-Romanov A S Sov. Phys. JETP **9** 539 (1959)]
- Moriya T *Phys. Rev.* **120** 91 (1960)
- Devonshire A F *Philos. Mag.* **40** 1040 (1949); **42** 1065 (1951)
- Smith R C *Smart Material Systems: Model Development* (Frontiers in Applied Mathematics, Vol. 32) (Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics, 2005)
- Гинзбург В Л, Ландау Л Д ЖЭТФ **20** 1064 (1950) [Ginzburg V L, Landau L D, in Landau L D *Collected Papers* (Oxford: Pergamon Press, 1965) p. 546]
- Гинзбург В Л, Питаевский Л П ЖЭТФ **34** 1240 (1958) [Ginzburg V L, Pitaevskii L P Sov. Phys. JETP **7** 858 (1958)]
- Gross E P *Nuovo Cimento X* **20** 454 (1961); *J. Math. Phys.* **4** 195 (1963)
- Питаевский Л П ЖЭТФ **40** 646 (1961) [Pitaevskii L P Sov. Phys. JETP **13** 451 (1961)]
- de Gennes P G *The Physics of Liquid Crystals* (Oxford: Clarendon Press, 1974)
- Kléman M, Lavrentovich O D *Soft Matter Physics: an Introduction* (New York: Springer, 2003)
- Бразовский С А ЖЭТФ **68** 175 (1975) [Brazovskii S A Sov. Phys. JETP **41** 85 (1975)]
- Onsager L *Phys. Rev.* **65** 117 (1944)
- Buckingham M J, Fairbank W M, in *Progress of Low Temperature Physics* Vol. 3 (Ed. C J Gorster) (Amsterdam: North-Holland, 1961) p. 80
- Багацкий М И, Воронель А В, Гусак В Г ЖЭТФ **43** 728 (1962) [Bagatzkii M I, Voronel' A V, Gusak V G Sov. Phys. JETP **16** 517 (1963)]
- Леванюк А П ЖЭТФ **36** 810 (1959) [Levanyuk A P Sov. Phys. JETP **9** 571 (1959)]
- Гинзбург В Л ФТТ **2** 2031 (1960) [Ginzburg V L Sov. Phys. Solid State **2** 1824 (1961)]
- Паташинский А З, Покровский В Л *Флуктуационная теория фазовых переходов* 2-е изд. (М.: Наука, 1982) [Patashinskii A Z, Pokrovskii V L *Fluctuation Theory of Phase Transitions* (Oxford: Pergamon Press, 1979)]
- Вакс В Г, Ларкин А И ЖЭТФ **49** 975 (1965) [Vaks V G, Larkin A I Sov. Phys. JETP **22** 678 (1966)]
- Kadanoff L P, Wegner F J *Phys. Rev. B* **4** 3989 (1971)

30. Паташинский А З, Покровский В Л *ЖЭТФ* **46** 994 (1964) [Patashinskii A Z, Pokrovskii V L *Sov. Phys. JETP* **19** 677 (1964)]
31. Паташинский А З, Покровский В Л *ЖЭТФ* **50** 439 (1966) [Patashinskii A Z, Pokrovskii V L *Sov. Phys. JETP* **23** 292 (1966)]
32. Kadanoff L P *Physics* **2** 263 (1966)
33. Widom B *J. Chem. Phys.* **43** 3892 (1965)
34. Domb C, Hunter D L *Proc. Phys. Soc. London* **86** 1147 (1965)
35. Fisher M E *Physica* **25** 521 (1959)
36. Domb C *The Critical Point* (London: Taylor & Francis, 1996)
37. Wilson K G *Phys. Rev. B* **4** 3174 (1971)
38. Wilson K G, Fisher M E *Phys. Rev. Lett.* **28** 240 (1972)
39. Wilson K G *Phys. Rev. Lett.* **28** 548 (1972)
40. Gell-Mann M, Low F E *Phys. Rev.* **95** 1300 (1954)
41. Stückelberg E C G, Green T A *Helv. Phys. Acta* **24** 153 (1951)
42. Di Castro C, Jona-Lasinio G *Phys. Lett. A* **29** 322 (1969)
43. Ларкин А И, Хмельницкий Д Е *ЖЭТФ* **56** 2087 (1969) [Larkin A I, Khmel'nitskii D E *Sov. Phys. JETP* **29** 1123 (1969)]
44. Le Guillou J C, Zinn-Justin J *Phys. Rev. B* **21** 3976 (1980)
45. Липатов Л Н *ЖЭТФ* **72** 411 (1977) [Lipatov L N *Sov. Phys. JETP* **45** 216 (1977)]
46. Ландау Л Д, Халатников И М *ДАН СССР* **96** 469 (1954)
47. Suzuki M, Komatsubara T *J. Phys. C* **15** 4559 (1982); Fossheim K *Phys. Scripta* **25** 665 (1982)
48. Покровский В.Л., Халатников И М *Письма в ЖЭТФ* **9** 255 (1969) [Pokrovskii V L, Khalatnikov I M *JETP Lett.* **9** 149 (1969)]
49. Ferrell R A, Menyhárd N, Schmidt H, Schwabl F, Szépfalusy P *Phys. Rev. Lett.* **18** 891 (1967)
50. Halperin B I, Hohenberg P C *Phys. Rev. Lett.* **19** 700 (1967)
51. Halperin B I, Hohenberg P C *Phys. Rev.* **177** 952 (1969)
52. Hohenberg P C, Halperin B I *Rev. Mod. Phys.* **49** 435 (1977)
53. Landau L D "Diamagnetismus der Metalle" *Z. Phys.* **64** 629 (1930)
54. Rabi I I "Das freie Electron im homogenen Magnetfeld nach der Diracschen Theorie" *Z. Phys.* **49** 507 (1928)
55. Fock V A "Bemerkung zur Quantelung des harmonischen Oszillators im Magnetfeld" *Z. Phys.* **47** 446 (1928)
56. Френкель Я И, Бронштейн М П "Квантование свободных электронов в магнитном поле" *Журн. Русс. физ.-хим. общества* **62** 485 (1930)
57. Bohr N, Dissertation (Copenhagen, 1911)
58. Van Leeuwen H J, Dissertation (Leiden, 1919); *J. Phys. Paris* **2** 361 (1921)
59. Shubnikov L V, de Haas W J *Leiden Commun.* **207a** (1930); *Proc. Netherlands R. Acad. Sci.* **33** 130, 163 (1930)
60. De Haas W J, van Alphen P M "Note on the dependence of the susceptibility of diamagnetic metal on the field" *Leiden Commun.* **208d** (1930)
61. Shoenberg D *Magnetic Oscillations in Metals* (Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1984) [Шёнберг Д *Магнитные осцилляции в металлах* (Под ред. М И Каганова) (М.: Мир, 1986)]
62. Каганов М И "Непростая история", в сб. *Исследования по истории физики и механики 2006* (Отв. ред. Г М Идлис) (М.: Наука, 2007) с. 148
63. Landau L D "On the de Haas–van Alphen effect" *Proc. R. Soc. London A* **170** 363 (1939), appendix to paper: Shoenberg D *Proc. R. Soc. London A* **170** 341 (1939)
64. Лифшиц И М, Доклад на сессии Академии наук Украинской ССР, 1951; Каганов М И, Лифшиц И М "Электронная теория металлов и геометрия" *УФН* **129** 487 (1979) [Kaganov M I, Lifshits I M "Electron theory of metals and geometry" *Sov. Phys. Usp.* **22** 904 (1979)]
65. Onsager L *Philos. Mag.* **43** 1006 (1952)
66. Лифшиц И М, Косевич А М *ЖЭТФ* **29** 730 (1955) [Lifshits I M, Kosevich A M *Sov. Phys. JETP* **2** 636 (1956)]
67. Лифшиц И М, Погорелов А В *ДАН СССР* **96** 1143 (1954)
68. Гайдуков Ю П "Приложение", в кн. Лифшиц И М, Азбелль М Я, Каганов М И *Электронная теория металлов* (М.: Наука, 1971)
69. v. Klitzing K, Dorda G, Pepper M *Phys. Rev. Lett.* **45** 494 (1980)
70. Tsui D C, Stormer H L, Gossard A C *Phys. Rev. Lett.* **48** 1559 (1982)
71. Laughlin R B "Anomalous quantum Hall effect: an incompressible quantum fluid with fractionally charged excitations" *Phys. Rev. Lett.* **50** 1395 (1983)
72. Novoselov K S et al. "Electric field effect in atomically thin carbon films" *Science* **306** 666 (2004); Geim A K, Novoselov K S "The rise of graphene" *Nature Mater.* **6** 183 (2007); Морозов С В, Novoselov K S, Geim A K *Phys. Usp.* **51** 744 (2008)]
73. Novoselov K S et al. "Two-dimensional gas of massless Dirac fermions in graphene" *Nature* **438** 197 (2005)
74. Landau L *Phys. Z. Sowjetunion* **2** 46 (1932)
75. Zener C *Proc. R. Soc. London A* **137** 696 (1932)
76. Stückelberg E C G *Helv. Phys. Acta* **5** 369 (1932)
77. Majorana E *Nuovo Cimento* **9** 43 (1932)
78. Nakamura H "Nonadiabatic transitions and chemical dynamics", in *Current Developments in Atomic, Molecular, and Chemical Physics with Applications* (Ed. M Mohan) (New York: Kluwer Acad./Plenum Publ., 2002) p. 71; Kuznetsov A M *Charge Transfer in Physics, Chemistry, and Biology* (Luxembourg: Gordon and Breach, 1995); May V, Kühn O *Charge and Energy Transfer Dynamics in Molecular Systems* 2nd ed. (Weinheim: Wiley-VCH, 2004)
79. Warshel A "Role of the chlorophyll dimer in bacterial photosynthesis" *Proc. Natl. Acad. Sci. USA* **77** 3105 (1980)
80. Смирнов Б М *Атомные столкновения и элементарные процессы в плазме* (М.: Атомиздат, 1968); Smirnov B M *Physics of Atoms and Ions* (New York: Springer, 2003)
81. Соловьев Е А *УФН* **157** 437 (1989) [Solov'ev E A *Sov. Phys. Usp.* **32** 228 (1989)]
82. Grinchuk V A et al. *J. Opt. Soc. Am. B* **2** 1805 (1985); Kazantsev A P, Surducov G I, Yakovlev V P *Mechanical Action of Light on Atoms* (Singapore: World Scientific, 1990)
83. Metcalf H J, van der Straten P *Laser Cooling and Trapping* (New York: Springer, 1999)
84. Corwin K L "A circularly-polarized optical dipole trap and other developments in laser trapping of atoms", Ph.D. Thesis (Boulder, CO: Univ. of Colorado, 1999)
85. Breuer H P, Dietz K, Holthaus M "Highly excited hydrogen atoms in strong microwave fields" *Z. Phys. D* **18** 239 (1991)
86. Pashkin Yu A et al. *Nature* **421** 823 (2003)
87. Shajii N et al. "Few Electron Quantum Dots in Si/SiGe", APS March Meeting, March 5–9, 2007, Abstract S3.007 (2007)
88. Gatteschi D, Sessoli R, Villain J *Molecular Nanomagnets* (Oxford: Oxford Univ. Press, 2006)
89. Jochim S et al. *Science* **302** 2101 (2003); Zwierlein M W et al. *Phys. Rev. Lett.* **91** 250401 (2003); Bourdel T et al. *Phys. Rev. Lett.* **93** 050401 (2004); Donley E A et al. *Nature* **417** 529 (2002); Strecker K E et al. *Nature* **417** 150 (2002)
90. Mies F H, Tiesinga E, Julienne P S *Phys. Rev. A* **61** 022721 (2000); Pazy E, Vardi A, Band Y B *Phys. Rev. Lett.* **93** 120409 (2004); Chwedeńczuk J et al. *Phys. Rev. Lett.* **93** 260403 (2004)
91. Дыхне А М *ЖЭТФ* **41** 1324 (1961) [Dykhn A M *Sov. Phys. JETP* **14** 941 (1962)]
92. Демков Ю Н, Ошеров В И *ЖЭТФ* **53** 1589 (1967) [Demkov Yu N, Osherov V I *Sov. Phys. JETP* **26** 916 (1968)]
93. Demkov Yu N, Ostrovsky V N *J. Phys. B* **28** 403 (1995); *J. Phys. B* **34** 2419 (2001)
94. Carroll C E, Hioe F T *J. Phys. A* **19** 1151 (1986); Hioe F T *J. Opt. Soc. Am. B* **4** 1327 (1987)
95. Sinitsyn N A *Phys. Rev. B* **66** 205303 (2002)
96. Brundobler S, Elser V *J. Phys. A* **26** 1211 (1993)
97. Shytov A V *Phys. Rev. A* **70** 052708 (2004)
98. Volkov M V, Ostrovsky V N *J. Phys. B* **38** 907 (2005)
99. Dobrescu B E, Sinitsyn N A *J. Phys. B* **39** 1253 (2006)
100. Ao P, Rammer J *Phys. Rev. B* **43** 5397 (1991)
101. Kayanuma Y *J. Phys. Soc. Jpn.* **54** 2037 (1985)
102. Pokrovsky V L, Sinitsyn N A *Phys. Rev. B* **67** 144303 (2003)
103. Pokrovsky V L, Sun D *Phys. Rev. B* **76** 024310 (2007)
104. Dobrescu B E, Pokrovsky V L *Phys. Lett. A* **350** 154 (2006)
105. Sun D, Abanov Ar, Pokrovsky V L *Europhys. Lett.* **83** 16003 (2008)
106. Gurarie V *Phys. Rev. A* **80** 023626 (2009)

Landau and modern physics

V.L. Pokrovsky

Department of Physics, Texas A&M University, College Station, TX 77843-4242, USA. E-mail: valery@physics.tamu.edu
L. D. Landau Institute for Theoretical Physics, RAS, 142432 Chernogolovka, Moscow region, Russian Federation

This article describes history of creation and the further development of famous Landau works on phase transitions, diamagnetism of the electron gas (Landau levels) and quantum transitions at a level crossing (the Landau–Zener phenomenon), and their role in modern physics.

PACS numbers: **01.65.+g**, **31.50.Gh**, **64.60.-i**, **71.70.Di**

Bibliography — 106 references

Uspekhi Fizicheskikh Nauk **179** (11) 1237–1244 (2009)

DOI: 10.3367/UFNr.0179.200911j.1237

Received 29 October 2009

Physics – Uspekhi **52** (11) (2009)