

ОБЗОРЫ АКТУАЛЬНЫХ ПРОБЛЕМ

Исследование слоистых сверхпроводников в рамках теории с электрон-фононным механизмом спаривания

И.Н. Аскерзаде

Представлен обзор последних результатов в исследовании слоистых сверхпроводников на основе теории Элиашберга. В рамках этой теории вычислена критическая температура слоистых сверхпроводников и рассмотрено влияние на неё эффектов неадиабатичности. Исследовано также влияние кулоновского отталкивания на критическую температуру для произвольных толщин проводящих слоёв. Кроме того, были применены уравнения Бардина–Купера–Шриффера (БКШ) для слоистых сверхпроводников для вычисления скачка теплоёмкости, который оказался меньшим, чем в изотропной теории БКШ. Рассчитан спектр плазмонов в слоистых сверхпроводниках с произвольной толщиной проводящих слоёв. С помощью функционала Гинзбурга–Ландау для свободной энергии исследовано влияние флуктуаций фазы параметра порядка на критическую температуру слоистых сверхпроводников. Показано, что результаты находятся в качественном согласии с рядом экспериментальных данных для высокотемпературных сверхпроводников и недавно открытого MgB_2 .

PACS numbers: 74.20.-z, 74.20.Ad, 74.78.Fk

DOI: 10.3367/UFNr.0179.200910a.1033

Содержание

- 1. Введение (1033).**
 - 2. Основные уравнения электрон-фононной модели (1034).**
 - 2.1. Уравнения Элиашберга для слоистых систем.
 - 2.2. Эффекты неадиабатичности в слоистых системах.
 - 2.3. Кулоновское взаимодействие в слоистых сверхпроводниках.
 - 2.4. Спектр плазмонов в слоистых сверхпроводниках.
 - 2.5. Скачок теплоёмкости в слоистых сверхпроводниках.
 - 2.6. Влияние флуктуаций на критическую температуру слоистых сверхпроводников.
 - 3. Результаты и обсуждение (1040).**
 - 3.1. T_c слоистого сверхпроводника: случай MgB_2 .
 - 3.2. Эффекты неадиабатичности.
 - 3.3. Кулоновские эффекты.
 - 3.4. Спектр плазмонов.
 - 3.5. Скачок теплоёмкости.
 - 3.6. Флуктуации параметра порядка.
 - 4. Заключение (1044).**
- Список литературы (1044).

1. Введение

Высокотемпературная сверхпроводимость (ВТСП) в купратах спустя 23 года после её открытия [1] всё ещё

остаётся одной из самых актуальных проблем в физике. Активно обсуждается механизм сверхпроводимости [2, 3]. В работе [4] сообщалось об изотоп-эффекте в соединении $Y_{1-x}Pr_xBaCu_3O_{7-\delta}$ [4] во всех фазах (сверхпроводящей, спинового стекла и антиферромагнитной). Экспериментальные данные [5] для ВТСП-соединений, привлёкших наибольшее внимание в течение последних примерно десяти лет, свидетельствуют о том, что энергия Ферми находится в диапазоне $E_F \sim 0,1-0,3$ эВ, а фононная частота Дебая имеет порядок $\omega_D \sim 0,08-0,16$ эВ, поэтому отношение ω_D/E_F не является пренебрежимо малым. Имеется экспериментальное, хотя и несколько спорное, свидетельство [6] в пользу того, что для объяснения основного механизма сверхпроводимости в ВТСП-соединениях можно использовать электрон-фононное взаимодействие. Существование сильного электрон-фононного взаимодействия в купратных сверхпроводниках подтверждается наблюдением подщелевой структуры в туннельных экспериментах с джозефсоновскими контактами [7]. Как обсуждалось Максимовым и соавторами [8], подобные явления происходят из-за взаимодействия джозефсоновского тока с фононами. В недавних работах [9, 10] показано, что электрон-фононный механизм объясняет многие особенности низкоэнергетических релаксационных процессов в купратных сверхпроводниках, а также большие значения критической температуры. Структурными элементами ВТСП-соединений, в которых существуют подвижные носители заряда, являются стопки из определённого числа ($n = 1, 2, 3, \dots$) CuO_2 -плоскостей [11, 12]. Кроме того, имеются новейшие достижения в выращивании сверхрешёток сверхпроводник/диэлектрик, в которых толщины слоёв изменяются в широком диапазоне.

И.Н. Аскерзаде, Институт физики,
Национальная академия наук Азербайджана,
просп. Г. Джавида 33, AZ-1143 Баку, Азербайджан
E-mail: iaskerzade@yahoo.com
Department of Computer Engineering, Faculty of Engineering,
Ankara University,
06100 Tandogan, Aziz Kansu building, Ankara, Turkey
E-mail: iasker@science.ankara.edu.tr

Статья поступила 5 декабря 2008 г.,
после доработки 18 июня 2009 г.

Изменение параметров сверхрешётки, таких как толщина и материал слоёв, сильно влияет на критическую температуру.

Недавнее открытие сверхпроводимости в MgB_2 [13] привлекло большое внимание. Структура диборида магния MgB_2 образована чередующимися слоями бора и магния [14]. Этот новый материал является металлическим и поэтому перспективным с точки зрения применения в различных областях [15]. Ряд экспериментов указал на фононный механизм сверхпроводимости в MgB_2 [16, 17]. По литературным данным параметр анизотропии масс $\gamma = (m_c/m_{ab})^{1/2}$ в MgB_2 изменяется от 1,2 до 9 в поликристаллических образцах [14] и от 4,31 до 4,6 в монокристаллах [18, 19]. Общеизвестно, что высокотемпературные сверхпроводники проявляют слоистую структуру, связанную с наличием слоёв или бислоёв CuO_2 . Диборид магния MgB_2 в некоторой степени аналогичен купратным сверхпроводникам, но в нём менее выражены эффекты анизотропии [18]. Считается общепринятым, что проводящими в этом соединении являются плоскости бора, играющие ту же роль, что и CuO_2 -плоскости в купратных сверхпроводниках [20].

Наличие относительно высоких температур сверхпроводящего перехода T_c стимулировало множество исследований, поскольку оказалось, что наблюдаемые сверхпроводящие свойства MgB_2 значительно отличаются от тех, которые предсказываются стандартной моделью Бардина – Купера – Шриффера (БКШ). В недавней работе [21] представлено расширение двухзонной теории БКШ, учитывающее особенность ван Хофа в плотности состояний. Общеизвестно, что низкотемпературные сверхпроводники хорошо описываются в рамках изотропной теории Элиашберга с изотропной функцией спектральной плотности $\alpha^2 F(\omega)$ усреднённого по поверхности Ферми электрон-фононного взаимодействия. Эта функция точно известна из обратного преобразования туннельных данных. Кроме того, $\alpha^2 F(\omega)$ может быть найдена также с помощью первопринципных расчётов электронной зонной структуры, расширенных с учётом электрон-фононного взаимодействия, причём фононные свойства могут быть определены непосредственно из измерений неупругого рассеяния нейтронов. Во многих случаях результаты таких расчётов хорошо согласуются с соответствующими данными туннельных экспериментов. В принципе функция спектральной плотности электрон-фононного взаимодействия является анизотропной на поверхности Ферми, и это приводит к анизотропии энергетической щели [22].

Теоретические расчёты показывают, что поверхность Ферми в MgB_2 состоит из нескольких частей и является сильноанизотропной [23]. Величина электрон-фононного взаимодействия значительно изменяется вдоль поверхности Ферми [24, 25]. В работе [26] вычислена температура сверхпроводящего перехода в MgB_2 в рамках уравнений Элиашберга [27, 28] с использованием *ab-initio*-расчётов в комбинированном методе функционала плотности и псевдопотенциала. В этой работе использовались полностью анизотропные уравнения Элиашберга в режиме сильной связи. В отличие от подходов, применённых в прежних работах, представленный здесь подход является аналитическим, причём мы учитываем слоистый характер анизотропии в MgB_2 . Соответствующие матричные элементы для электрон-фононного и кулоновского взаимодействий взяты из [29]. В последней

работе аномалия теплоёмкости в точке сверхпроводящего перехода в MgB_2 сравнивается с результатами первопринципных вычислений с учётом кулоновского отталкивания. Результаты, полученные в рамках представленного здесь подхода, также показывают, что посредством обычного, фононного, механизма спаривания электронов с учётом эффектов анизотропии можно объяснить возникновение высокой T_c в дибориде магния MgB_2 .

В данном обзоре мы рассматриваем последние исследования в рамках анизотропной теории Элиашберга и используем её для определения критической температуры слоистых сверхпроводников. Обзор построен следующим образом. В разделе 2 мы приводим уравнения Элиашберга для слоистых сверхпроводников и их модифицированный вариант с учётом эффектов неадиабатичности. Затем исследуются кулоновские эффекты и спектр плазмонов в слоистых сверхпроводниках. Выводятся также выражения для скачка теплоёмкости в слоистом сверхпроводнике в рамках модели БКШ и рассматривается влияние флуктуаций параметра порядка на критическую температуру. Раздел 3 посвящён изложению и обсуждению результатов. В разделе 4 приводятся выводы.

2. Основные уравнения электрон-фононной модели

2.1. Уравнения Элиашберга для слоистых систем

Известно, что уравнения Элиашберга, которые являются главными уравнениями электрон-фононной теории, впервые были выведены Элиашбергом для изотропных сверхпроводников в адиабатическом режиме [27]. В этом пределе параметр неадиабатичности $m = \omega_D/E_F \ll 1$ пренебрежимо мал. Изотропные уравнения могут быть записаны в следующем виде:

$$1 - Z(\omega) = -\frac{1}{\omega} \int_0^\infty d\omega' \lambda(\omega, \omega'), \quad (1)$$

$$Z(\omega)A(\omega) = \int_0^\infty \frac{d\omega'}{\omega'} \tanh \frac{\omega'}{2T_c} [\lambda(\omega, \omega') - \mu\theta(E_F - \omega')] \text{Re } A(\omega'), \quad (2)$$

где $Z(\omega)$ — параметр перенормировки массы электрона за счёт электрон-фононного взаимодействия, $A(\omega)$ — энергетическая щель. Константа связи электрон-фононного взаимодействия $\lambda(\omega, \omega')$ может быть выражена через спектральную функцию $\alpha^2 F(\omega)$ [28]. В уравнении (2) член $\mu\theta(E_F - \omega')$ описывает кулоновское отталкивание. В случае слоистых систем сильная анизотропия в направлении, перпендикулярном слоям, приводит к дополнительной зависимости параметра порядка от p_z : $A(p_z, \omega)$. С учётом этого обстоятельства уравнения Элиашберга принимают вид [28]

$$1 - Z(p_z, \omega) = -\frac{1}{\omega} \int_0^\infty d\omega' \int_{-\pi}^\pi \frac{d(p'_z d)}{2\pi} \lambda_{p_z, p'_z}(\omega, \omega'), \quad (3)$$

$$Z(p_z, \omega)A(p_z, \omega) = \int_{-\pi}^\pi \frac{dp'_z}{2\pi/d} \int_0^\infty \frac{d\omega'}{\omega'} \tanh \frac{\omega'}{2T_c} \times [\lambda_{p_z, p'_z}(\omega, \omega') - \mu_{p_z, p'_z} \theta(E_F - \omega')] \text{Re } A(p'_z, \omega'), \quad (4)$$

где $\lambda_{p_z, p'_z}(\omega, \omega')$ даётся следующим выражением:

$$\lambda_{p_z, p'_z}(\omega, \omega') = 2 \int_0^\infty \alpha^2(\omega'') F_{p_z, p'_z}(\omega'') K(\omega, \omega', \omega'') \omega'' d\omega'', \quad (5)$$

$$K(\omega, \omega', \omega'') = \frac{1}{\omega + \omega' + \omega'' + i\delta} + \frac{1}{-\omega + \omega' + \omega'' - i\delta}.$$

В слоистых системах мы также учитываем анизотропный характер кулоновского отталкивания. Поскольку диборид магния и представляющие интерес купратные соединения обладают слоистой структурой, мы предполагаем для них справедливым характерное для слоистых систем дисперсионное соотношение следующего вида [30–32]:

$$E(\mathbf{k}) = \frac{\hbar^2(k_x^2 + k_y^2)}{2m} + 2t[1 - \cos(k_z d)]. \quad (6)$$

Здесь m — эффективная масса электрона внутри слоя, t — матричный элемент перехода между соседними слоями (или туннельный интеграл), d — постоянная решётки в направлении z . Параметр t описывает интенсивность туннелирования электронов между слоями и должен зависеть от отношения d/b как $t = F(d/b)$, где b — характерное расстояние порядка размера элементарной ячейки в сверхпроводящем слое. Функция $F(d/b)$ резко уменьшается с увеличением d . Можно в принципе получить и явное выражение для этой функции, если известно распределение электронной плотности внутри сверхпроводящих слоёв.

Энергетический спектр такого вида использовался Джангом и Карботом [33] (см. также приведённые там ссылки) для вычисления различных характеристик слоистых сверхпроводников. При $E > 4t$ поверхность Ферми является открытой и плотность состояний $N(E)$ равна постоянной. Фононный спектр слоистых кристаллов является, вообще говоря, анизотропным. Дисперсионные соотношения для продольных $\omega_L(q, q_z)$ и поперечных $\omega_T(q, q_z)$ фононов даются следующими выражениями:

$$\omega_L^2(q, q_z) = u_{\parallel}^2(q_x^2 + q_y^2) + 2 \frac{u_z^2}{d} [1 - \cos(q_z d)], \quad (7)$$

$$\omega_T^2(q, q_z) = u_z^2(q_x^2 + q_y^2) + 2 \frac{u_{\parallel}^2}{d} [1 - \cos(q_z d)] \quad (8)$$

(скорости звука удовлетворяют условию $u_{\parallel} \gg u_T, u_z$). Как упомянуто в [34–36], функции, появляющиеся в обобщённых уравнениях Элиашберга, определяются с помощью процедуры усреднения по поверхности Ферми. Для энергетического спектра (6) эта процедура эквивалентна интегрированию:

$$\int_0^{2\pi} d\phi \dots = 4 \int_0^{2p_0^*} \frac{dq}{[(2p_0^*)^2 - q^2]^{1/2}} \dots, \quad (9)$$

где $(p_0^*)^2 = p_0^2 - 4mt[1 - \cos(p_z d)]$, ϕ — угол между векторами \mathbf{p} и \mathbf{p}' , которые по модулю равны p_0^* . Очевидно, что основной вклад в интегралы вносит область передаваемых импульсов в окрестности $q = 2p_0^*$. В силу последнего обстоятельства обобщённые уравнения Элиашберга для слоистых систем могут быть получены из [30, 31] с эйнштейновским спектром фононов с эффективной частотой ω_0 , которая определяется сле-

дующим выражением (для фононных мод в слоистых системах см. раздел 2.2):

$$\begin{aligned} \omega_0 &= \sqrt{\omega_{av}^2} = \\ &= \left[\frac{d}{2\pi} \int_{-\pi/d}^{\pi/d} dq_z \frac{2}{\pi} N_{2D} \int_0^{2p_0^*} \frac{dq}{[(2p_0^*)^2 - q^2]^{1/2}} \omega_L^2(q, q_z) \right]^{1/2} \times \\ &\times \left[\frac{d}{2\pi} \int_{-\pi/d}^{\pi/d} dq_z \frac{2}{\pi} N_{2D} \int_0^{2p_0^*} \frac{dq}{[(2p_0^*)^2 - q^2]^{1/2}} \right]^{-1/2} = \\ &= \left[2u_{\parallel}^2(p_0^2 - 4mt) + \frac{2u_z^2}{d^2} \right]^{1/2}. \end{aligned} \quad (10)$$

В случае квазидвумерного энергетического спектра (6) ферми-поверхностные гармоники могут быть представлены в виде $\cos(np_z d)$ [28]. Для анизотропного параметра электрон-фононного взаимодействия $\lambda(p_z, p'_z)$ запишем следующее разложение:

$$\begin{aligned} \lambda_{p_z, p'_z}(\omega, \omega') &= \lambda_{00}(\omega, \omega') + \lambda_{10}(\omega, \omega') \cos(p_z d) + \\ &+ \lambda_{01}(\omega, \omega') \cos(p'_z d) + \lambda_{11}(\omega, \omega') \cos(p_z d - p'_z d), \end{aligned} \quad (11)$$

где $\bar{\lambda}_{ij}(\omega, \omega') = \lambda_{ij} I(\omega, \omega') = \lambda_{ij} \int d\omega'' K(\omega, \omega', \omega'')$.

Как показано автором настоящего обзора [37] и Нахмедовым [38], недиагональные элементы электрон-фононного взаимодействия в слоистых системах с электронным спектром (6) пропорциональны t/E_F . В рамках модели ферми-поверхностных гармоник параметр порядка имеет вид

$$A(p_z, \omega) = A_0(\omega) + A_1(\omega) \cos(p_z d). \quad (12)$$

С учётом (11) выражение для $Z(p_z, \omega)$ принимает следующий вид:

$$\begin{aligned} Z(p_z, \omega) &= 1 + \lambda_{00}(\omega) + \lambda_{10}(\omega) \cos(p_z d) = \\ &= Z_{00}(\omega) + \lambda_{10}(\omega) \cos(p_z d). \end{aligned} \quad (13)$$

Подставив (12) и (13) в (3) и (4), мы получим систему связанных интегральных уравнений:

$$\begin{aligned} Z_{00}(\omega) A_0(\omega) + \frac{\lambda_{10}(\omega) A_0(\omega)}{2} &= \\ &= \int_0^\infty \frac{d\omega'}{\omega'} \tanh \frac{\omega'}{2T_c} I(\omega, \omega') \lambda_{00} A_0(\omega) - \varkappa_{00} + \\ &+ \int_0^\infty \frac{d\omega'}{\omega'} \tanh \frac{\omega'}{2T_c} I(\omega, \omega') \lambda_{10} A_1(\omega) - \varkappa_{10}, \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} Z_{00}(\omega) A_1(\omega) + \frac{\lambda_{01}(\omega) A_0(\omega)}{2} &= \\ &= \int_0^\infty \frac{d\omega'}{\omega'} \tanh \frac{\omega'}{2T_c} I(\omega, \omega') \lambda_{01} A_0(\omega) - \varkappa_{01} + \\ &+ \int_0^\infty \frac{d\omega'}{\omega'} \tanh \frac{\omega'}{2T_c} I(\omega, \omega') \frac{\lambda_{11}}{2} A_1(\omega) - \varkappa_{11}. \end{aligned} \quad (15)$$

В уравнениях (14), (15) введено обозначение

$$\varkappa_{ij} = \mu_{ij} \int_0^{E_F} \frac{d\omega'}{\omega'} \tanh \frac{\omega'}{2T_c} A_j(\omega). \quad (16)$$

Таким образом, вычисление критической температуры требует решения системы сингулярных интеграль-

ных уравнений. Аналитическое решение уравнений Элиашберга в общем случае невозможно. Как показано в [28, 39, 40], при слабой связи, $\lambda < 0,3$, уравнения Элиашберга сводятся к уравнениям БКШ. В случае сильного электрон-фононного взаимодействия ($\lambda > 1$) обычно используется компьютерное моделирование [28] или приближение Мак-Миллана [41]. При промежуточных значениях констант электрон-фононного взаимодействия $0,3 < \lambda_{ij} < 1$ система интегральных уравнений решается с помощью итерационной процедуры [39, 40]. Однако из-за логарифмической сингулярности ядра $I(\omega, \omega')$ при $\omega' = 0$ и $\omega = \omega''$ итерационный процесс расходится. Здесь мы применим процедуру исключения сингулярности Зубарева [42]. Тогда систему уравнений (14), (15) можно переписать следующим образом:

$$\begin{aligned} Z_{00}(\omega)A_0(\omega) + \frac{\lambda_{10}(\omega)A_0(\omega)}{2} = \\ = \int_0^\infty \frac{d\omega'}{\omega'} \tanh \frac{\omega'}{2T_c} [I(\omega, \omega') - I(\omega, 0)I(0, \omega')] \lambda_{00}A_{00}(\omega) - \\ - \kappa_{00} + I(\omega, 0)[A_0(0) + \kappa_{00}] + \\ + \int_0^\infty \frac{d\omega'}{\omega'} \tanh \frac{\omega'}{2T_c} I(\omega, \omega') \lambda_{10}A_1(\omega) - \kappa_{10} + \\ + I(\omega, 0)(A_{10}(0) + \kappa_{10}), \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} Z_{00}(\omega)A_1(\omega) + \frac{\lambda_{01}(\omega)A_0(\omega)}{2} = \\ = \int_0^\infty \frac{d\omega'}{\omega'} \tanh \frac{\omega'}{2T_c} [I(\omega, \omega') - I(\omega, 0)I(0, \omega')] \lambda_{01}A_{01}(\omega) - \\ - \kappa_{01} + I(\omega, 0)(A_1(0) + \kappa_{01}) + \\ + \int_0^\infty \frac{d\omega'}{\omega'} \tanh \frac{\omega'}{2T_c} I(\omega, \omega') \frac{\lambda_{11}}{2} A_1(\omega) - \kappa_{11} + \\ + I(\omega, 0)(A_{11}(0) + \kappa_{11}), \end{aligned} \quad (18)$$

где

$$A_{ij}(0) = I(\omega, 0) + \kappa_{ij}(I(\omega, 0) - 1).$$

Новая система интегральных уравнений (17), (18) не содержит сингулярностей, и поэтому итерационный процесс сходится. Решение данной системы даёт выражение для критической температуры. После вычисления интегралов мы получим систему алгебраических уравнений

$$[Z_{00} - (\lambda_{00} - \mu_{00}^*)x]A_0 + \left[\frac{\lambda_{10}}{2} - \left(\frac{\lambda_{10}}{2} - \frac{\mu_{10}^*}{2} \right)x \right]A_1 = 0, \quad (19)$$

$$[\lambda_{01} - (\lambda_{01} - \mu_{01}^*)x]A_0 + \left[Z_{00} - \left(\frac{\lambda_{11}}{2} - \frac{\mu_{11}^*}{2} \right)x \right]A_1 = 0, \quad (20)$$

где

$$x = \ln \frac{1,13\omega_{\ln}}{T_c}, \quad (21)$$

ω_{\ln} определяется следующим образом:

$$\omega_{\ln} = \exp(\ln \omega) = \exp \left\langle \frac{\int d\omega S(\omega)/\omega \ln \omega}{\int d\omega S(\omega)/\omega} \right\rangle, \quad (22)$$

$$\mu_{ij}^* = \frac{\mu_{ij}}{1 + \mu_{ij} \ln(E_F/\omega_{\ln})}. \quad (23)$$

Из условия обращения в нуль определителя системы уравнений (19), (20) мы получим явное выражение для критической температуры:

$$T_c = 1,134\omega_{\ln} \exp(-x_{\min}), \quad (24)$$

в котором введена величина x_{\min} , имеющая следующий вид:

$$\begin{aligned} x_{\min} = \frac{1}{(\lambda_{00} - \mu_{00}^*)(\lambda_{11} - \mu_{11}^*) - (\lambda_{10} - \mu_{10}^*)(\lambda_{01} - \mu_{01}^*)} \times \\ \times \left\{ Z_{00}(\lambda_{00} - \mu_{00}^*) + \frac{Z_{00}(\lambda_{11} - \mu_{11}^*)}{2} - \right. \\ \left. - \frac{1}{2} [(\lambda_{01} - \mu_{01}^*)\lambda_{10} + (\lambda_{10} - \mu_{10}^*)\lambda_{01}] - F^{1/2} \right\}, \end{aligned} \quad (25)$$

$$\begin{aligned} F = \left\{ Z_{00}(\lambda_{00} - \mu_{00}^*) + \frac{Z_{00}(\lambda_{11} - \mu_{11}^*)}{2} - \right. \\ \left. - \frac{1}{2} [(\lambda_{01} - \mu_{01}^*)\lambda_{10} + (\lambda_{10} - \mu_{10}^*)\lambda_{01}] \right\}^2 - \\ - 2[(\lambda_{00} - \mu_{00}^*)(\lambda_{11} - \mu_{11}^*) - (\lambda_{10} - \mu_{10}^*)(\lambda_{01} - \mu_{01}^*)] \times \\ \times \left(Z_{00}^2 - \frac{\lambda_{10}\lambda_{01}}{2} \right). \end{aligned} \quad (26)$$

2.2. Эффекты неадиабатичности в слоистых системах

В случае неадиабатических анизотропных сверхпроводников ($m \leq 1$) обобщённые уравнения Элиашберга, описывающие спаривание в системах с цилиндрической симметрией, имеют вид [30, 31]:

$$\begin{aligned} Z(p_z, \omega_n)A(p_z, \omega_n) = \pi T_c \int_{-\pi}^{\pi} \frac{d(p'_z d)}{2\pi} \times \\ \times \sum_m \frac{\lambda_A(p_z, p'_z, \omega_n, \omega_m, Q_c; \omega_0, E)}{(\omega_n - \omega_m)^2 + \omega_0^2} \omega_0^2 \frac{A(p'_z, \omega_m)}{|\omega_m|} \times \\ \times \frac{2}{\pi} \arctan \frac{E}{2Z(p'_z, \omega_m)|\omega_m|}, \end{aligned} \quad (27)$$

$$\begin{aligned} Z(p_z, \omega_n) = 1 + \frac{\pi T_c}{\omega_n} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{d(p'_z d)}{2\pi} \times \\ \times \sum_m \frac{\lambda_z(p_z, p'_z, \omega_n, \omega_m, Q_c; \omega_0, E)}{(\omega_n - \omega_m)^2 + \omega_0^2} \omega_0^2 \frac{\omega_m}{|\omega_m|} \times \\ \times \frac{2}{\pi} \arctan \frac{E}{2Z(p'_z, \omega_m)|\omega_m|}, \end{aligned} \quad (28)$$

где $Z(p_z, \omega_n)$ — параметр перенормировки, $A(p_z, \omega_n)$ — энергетическая щель, E — полная ширина зоны, так что энергия определена в интервале $-E/2 < \mathcal{E} < E/2$, $Q_c = q_c/2k_F$ — параметр обрезания для величины передаваемого фононами импульса $Q_c = q_c/2k_F$, $\omega_m = (2m-1)\pi k_B T_c$ — мацубаровские частоты ($m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$). Здесь используются обычные обозначения для эффективных констант связи, определяемых следующим образом:

$$\begin{aligned} \lambda_A(p_z, p'_z, \omega_n, \omega_m, Q_c; \omega_0, E) = \lambda(p_z, p'_z) \times \\ \times [1 + 2\lambda(p_z, p'_z) P_V(p_z, p'_z, \omega_n, \omega_m, Q_c; \omega_0, E) + \\ + \lambda(p_z, p'_z) P_C(p_z, p'_z, \omega_n, \omega_m, Q_c; \omega_0, E)], \end{aligned} \quad (29)$$

$$\begin{aligned} \lambda_z(p_z, p'_z, \omega_n, \omega_m, Q_c; \omega_0, E) = \lambda(p_z, p'_z) \times \\ \times [1 + \lambda(p_z, p'_z) P_V(p_z, p'_z, \omega_n, \omega_m, Q_c; \omega_0, E)]. \end{aligned} \quad (30)$$

Выражения для так называемых вершинной и пересекающейся функций, P_v и P_c соответственно, в общем случае получены Гримальди с соавторами [34–36]. Вершинные и пересекающиеся функции раскладываются в ряд по ферми-поверхностным гармоникам [28], которые образуют полный ортонормированный набор функций на поверхности Ферми. Для спектра (6), используемого в нашей модели, ферми-поверхностные гармоники представляются в виде $\cos(np_z d)$. Разложение анизотропной константы электрон-фононного взаимодействия $\lambda(p_z, p'_z)$ без учёта поправок из (29) и (30) представляется выражением (11) с $\lambda_{01} = \lambda_{10}$. Как указано в работах [37, 38], недиагональные элементы электрон-фононного взаимодействия в слоистых системах с электронным спектром (6) и квазидвумерным фононным спектром (7), (8) пропорциональны t/E_F . В [43, 44] показано, что для слоистых систем характерны низкие частоты оптических фононов, обусловленные колебаниями плоскостей относительно друг друга как жёстких молекул. Как отмечено Бергманом и Райнером [45], Дубовским и Козловым [46], а также Алленом и Дайнсом [47], низкочастотные фононы играют существенную роль в сверхпроводниках со слабым электрон-фононным взаимодействием. В противоположном случае, т.е. в пределе сильной связи, критическая температура определяется особенностями фононного спектра в области высоких частот. Имея в виду эти обстоятельства, мы учитываем взаимодействие электронов с внутрислоистыми акустическими фононами (7), (8).

Для слоистых сверхпроводников вышеупомянутое условие означает, что выполняется соотношение $\lambda_{11} \ll \lambda_{01} < \lambda_{00}$. Это даёт нам возможность в последующих вычислениях пренебречь членами порядка $\lambda_{11}/\lambda_{01}$ и $\lambda_{11}/\lambda_{00}$. Для вычисления λ_{00} и λ_{01} мы используем выражение (29) для константы электрон-фононного взаимодействия без учёта вершинной поправки. В более общем случае формулы для констант взаимодействия, перенормированных за счёт вершинных поправок, имеют следующий вид (для удобства в (29) и (30) опущен ряд аргументов):

$$\begin{aligned} \lambda_A(p_z, p'_z) &= \lambda(p_z, p'_z) \times \\ &\times \left[1 + 2 \sum_{k_z} \lambda(k_z - p_z) G(k_z) G(p'_z - p_z + k_z) \right] + \\ &+ \lambda(p_z, p'_z) \sum_{k_z} \lambda(k_z - p_z) G(k_z) G(k_z - p_z - p'_z), \end{aligned} \quad (31)$$

$$\begin{aligned} \lambda_z(p_z, p'_z) &= \lambda(p_z, p'_z) \times \\ &\times \left[1 + \sum_{k_z} \lambda(k_z - p_z) G(k_z) G(k_z - p_z + p'_z) \right]. \end{aligned} \quad (32)$$

В случае малого параметра $t/T_c \ll 1$ и температур, близких к T_c , электронные функции Грина могут быть представлены в виде

$$\begin{aligned} G(i\omega_n, p, p_z) &= \frac{1}{i\omega_n - \xi(p, p_z)} \approx \\ &\approx \frac{1}{i\omega_n - \xi(p)} \left[1 + \frac{t \cos(p_z d)}{i\omega_n - \xi(p)} \right], \end{aligned} \quad (33)$$

где $\xi(p, p_z) = E(p, p_z) - \mu$, μ — химический потенциал. Учитывая (10)–(12), получим окончательные выражения для констант электрон-фононного взаимодействия с

учётом вершинных поправок:

$$\begin{aligned} \lambda_A &= \lambda_{00} + \lambda_{00}^2 (2P_v + P_c) + \\ &+ \lambda_{01} [1 + 2\lambda_{00} (2P_v + P_c)] \cos(p_z d) + \\ &+ \lambda_{10} [1 + \lambda_{00} (2P_v + P_c)] \cos(p'_z d) + \\ &+ \lambda_{00} \lambda_{10} (2P_v + P_c) \cos(p_z d - p'_z d), \end{aligned} \quad (34)$$

$$\lambda_z = \lambda_{00} + \lambda_{00}^2 P_v. \quad (35)$$

В модели ферми-поверхностных гармоник параметр порядка принимает вид (12). Как показано Гримальди и соавторами [34], формулу для критической температуры можно получить из обобщённых уравнений Элиашберга аналитическим путём. Окончательное выражение для T_c в изотропном s-сверхпроводнике за рамками адиабатического предела для произвольной передачи импульса имеет вид [34–36]:

$$T_c = \frac{1,13 \omega_0}{(1+m)e^{1/2}} \exp \frac{m}{2+2m} \exp \left[-\frac{1 + \lambda_z/(1+m)}{\lambda_A} \right]. \quad (36)$$

Подставив (12) и (34), (35) в уравнения (27) и (28) и используя приближение Макмиллана [41], мы придём к следующей системе алгебраических уравнений:

$$\left(1 + \frac{\lambda_z^{00}}{1+m} - \lambda_A^{11} x \right) \Delta_0 + \lambda_A^{10} x \Delta_1 = 0, \quad (37)$$

$$\lambda_A^{10} x \Delta_0 + \left(1 + \frac{\lambda_z^{00}}{1+m} - \lambda_A^{11} x \right) \Delta_1 = 0, \quad (38)$$

где

$$x = \ln \frac{1,13 \omega_0}{T_c} - \ln(1+m) - \frac{1-m/(1+m)}{2}, \quad (39)$$

$$\lambda_z^{00} = \lambda_{00} + \lambda_{00}^2 P_v, \quad (40)$$

$$\lambda_A^{00} = \lambda_{00} + \lambda_{00}^2 (2P_v + P_c), \quad (41)$$

$$\lambda_A^{01} = \lambda_{01} + 2\lambda_{00} \lambda_{01} (2P_v + P_c), \quad (42)$$

$$\lambda_A^{11} = \lambda_{00} \lambda_{11} (2P_v + P_c). \quad (43)$$

Из условия обращения в нуль определителя системы уравнений (37), (38) и с учётом условия $t/E_F \ll 1$ мы получим следующее явное выражение для критической температуры:

$$\frac{T_c}{T_{c0}} = \exp \left[\kappa \left(\frac{\lambda_{01}}{\lambda_{00}} \right)^2 \right], \quad (44)$$

где T_{c0} — критическая температура без учёта вершинных поправок,

$$\kappa = \frac{1}{2} \frac{1 + \lambda_{00}(1 + \lambda_{00} P_v)/(1+m)}{\lambda_{00} [1 + \lambda_{00}(2P_v + P_c)]} \frac{(1 + \lambda_{00} P_v)/(1+m)}{\lambda_{00} [1 + \lambda_{00}(2P_v + P_c)]}. \quad (45)$$

Коэффициент κ описывает влияние вершинных поправок и анизотропии на критическую температуру. Явные выражения для вершинной и пересекающейся поправок в двумерном случае представлены Пачи, Гримальди и Пьетронеро в работе [48].

2.3. Кулоновское взаимодействие в слоистых сверхпроводниках

Для того чтобы получить значение μ , усреднённого по квазидвумерной поверхности Ферми экранированного

кулоновского потенциала $\tilde{V}(\mathbf{k}, k_z)$, мы воспользуемся следующей формулой [32]:

$$\mu = \frac{D}{2\pi} \int_{-\pi/D}^{\pi/D} dk_z \frac{2N_{2D}(0)}{\pi} \int_0^{2p_F^*} \frac{d\mathbf{k}}{[(2p_F^*)^2 - k^2]^{1/2}} \tilde{V}(\mathbf{k}, k_z), \quad (46)$$

где $N_{2D}(0)$ — квазидвумерная плотность состояний на поверхности Ферми, p_F^* даётся выражением $(2p_F^*)^2 = (2p_F)^2 - 4mt[1 - \cos(p_z d)]$, $D = a + d$, где d — толщина проводящего слоя, a — расстояние между слоями.

Для вычисления μ мы используем выражение для "голого" кулоновского потенциала $V(\mathbf{k}, k_z)$, переписанное для сверхрешётки с различными диэлектрическими постоянными. Такой потенциал получен в работе [49]:

$$V(n(a+d), k) = \frac{2\pi e}{\epsilon_1 k} \exp(-nk_0) \frac{(1+\gamma_1)(1-\gamma_2)}{\gamma_1 - \gamma_2}, \quad (47)$$

где

$$\gamma_1 = \frac{\exp(ka) - \exp k_0 [\alpha \exp(-kd) + \beta \exp(kd)]}{\exp(-ka) - \exp k_0 [\beta \exp(-kd) + \alpha \exp(kd)]}, \quad (48)$$

γ_2 можно получить из γ_1 посредством замены знака перед параметром k_0 , который определяется следующим образом:

$$k_0 = \operatorname{arcosh} \left\{ \cosh [k(a-d)] + \frac{2\alpha^2}{2\alpha-1} \sinh(ka) \sinh(kd) \right\}, \quad (49)$$

безразмерные параметры α , β имеют вид $\alpha = (1+\eta)/2$, $\beta = (1-\eta)/2$, $\eta = \epsilon_1/\epsilon$, ϵ и ϵ_1 — диэлектрические проницаемости металла и диэлектрика соответственно. Используя преобразование Фурье [50]

$$\sum_n \exp(-nk_0) \exp[-ink_z(a+d)] = \frac{\sinh k_0}{\cosh k_0 - \cos [k_z(a+d)]}, \quad (50)$$

получим окончательно

$$V(k, k_z) = \frac{2\pi e}{\epsilon k} \times \frac{\alpha \sinh [k(a+d)] + \beta \sinh [k(a-d)]}{\alpha^2 \cosh [k(a+d)] - \beta^2 \cosh [k(a-d)] - \eta \cos [k_z(a+d)]}. \quad (51)$$

В случае $a \gg d$ мы приходим к выражению для кулоновского потенциала в слоистой системе, в которой слои разделены средой со статической диэлектрической постоянной ϵ_1 :

$$V(k, k_z) = \frac{2\pi e}{\epsilon_1 k} \frac{\sinh(ka)}{\cosh(ka) - \cos(k_z a)}. \quad (52)$$

В случае $a \ll d$ результат можно получить из (52) с помощью замены $\epsilon_1 \rightarrow \epsilon$, $a \rightarrow d$.

Экранированный кулоновский потенциал $\tilde{V}(\mathbf{q}, q_z; \omega)$ можно выразить через электронный поляризационный оператор $\Pi(\mathbf{q}, q_z; \omega)$ следующим образом:

$$\tilde{V}(\mathbf{q}, q_z; \omega) = \frac{V(\mathbf{q}, q_z)}{1 + V(\mathbf{q}, q_z) \Pi(\mathbf{q}, q_z; \omega)}. \quad (53)$$

Поляризационный оператор $\Pi(\mathbf{q}, q_z; \omega)$ даётся формулой [51]:

$$\Pi(\mathbf{q}, q_z; \omega) = 2 \sum_{\mathbf{p}, p_z} \frac{n(\xi(\mathbf{p} + \mathbf{q}, p_z + q_z)) - n(\xi(\mathbf{p}, p_z))}{\xi(\mathbf{p}, p_z) - \xi(\mathbf{p} + \mathbf{q}, p_z + q_z) + i\omega}, \quad (54)$$

где $n(\dots)$ — распределение Ферми. Для энергетического спектра, описываемого формулой (6), и нулевой частоты имеем

$$\frac{\Pi(q, q_z, 0)}{\Pi(0)} = 1 - \frac{1}{q^2} \int_{-\pi/(a+d)}^{\pi/(a+d)} \frac{dp_z}{2\pi} \times [A^2 - (2qq^*)^2]^{1/2} v[A^2 - (2qq^*)^2] \operatorname{sgn} A, \quad (55)$$

где

$$\Pi(0) = \frac{m}{\pi \hbar^2}, \quad A = q^2 + 4mt \sin \frac{q_z(a+d)}{2} \sin [p_z(a+d)],$$

$$q^* = \left\{ q_F^2 - 2mt \left[1 - \cos \left(p_z - \frac{q_z}{2} \right) (a+d) \right] \right\}^{1/2}.$$

Функция $v(x) = 1$ при $x > 0$ и $v(x) = 0$ при $x < 0$. Из последнего выражения видно, что поляризационный оператор остаётся постоянным в широком диапазоне \mathbf{q} , изменяясь лишь в окрестности $2p_F$.

2.4. Спектр плазмонов в слоистых сверхпроводниках

Плазменные моды определяются полосоми уравнения Дайсона для кулоновского потенциала, которое имеет вид (53). Для вычисления спектра плазмонов мы воспользуемся выражением для "голого" кулоновского взаимодействия $V(\mathbf{q}, q_z)$ [49] заряженных частиц в периодической слоистой системе, состоящей из чередующихся слоёв с различными значениями диэлектрической проницаемости в длинноволновом пределе. Очевидно, что по мере увеличения толщины проводящего слоя кулоновское взаимодействие уменьшается. Используя уравнения (53)–(55), можно получить окончательный вид спектра плазмонов в слоистых сверхпроводниках:

$$\omega^2(q, q_z) = \left(v_F^2 q^2 + 8t^2 \sin^2 \frac{q_z D}{2} \right) \Pi(0) V(q, q_z), \quad (56)$$

где v_F — скорость электронов на поверхности Ферми. При $t = 0$, $q_z \rightarrow 0$ и $qD \gg 1$ мы приходим к выражению для спектра двумерных плазмонов в длинноволновом пределе:

$$\omega(q) = v_F \left(\frac{2q}{a_B} \right)^{1/2}, \quad (57)$$

где $a_B = 1/(me^2)$ — боровский радиус свободного электрона. В случае $qD \ll 1$ и $q_z D \ll 1$ плазменная частота зависит от направления волнового вектора:

$$\omega(q, q_z) = \left(\frac{2}{a_B D} \right)^{1/2} [v_F^2 + (t^2 D^2 - v_F^2) \cos^2 \theta]^{1/2}, \quad (58)$$

где θ — угол между волновым вектором и нормалью к слою. Как следует из (58), спектр плазмонов является сильно анизотропным. Частота плазменных осцилляций с волновым вектором, перпендикулярным к слою, в $v_F/(tD) \gg 1$ раз меньше, чем плазменная частота внутри слоя [52].

2.5. Скачок теплоёмкости в слоистых сверхпроводниках

В случае слабой электрон-фононной связи уравнения Элиашберга (3), (4) сводятся к уравнению БКШ [40]:

$$Z(\omega) = 1, \quad (59)$$

$$\begin{aligned} \Delta(p_z) = & \int_{-\pi}^{\pi} \frac{dp'_z}{2\pi/d} \int_0^{\infty} \frac{d^2p}{(2\pi)^2} \times \\ & \times \frac{\tanh \left\{ \left[\xi^2(p-p', p_z-p'_z) + \Delta^2(p-p', p_z-p'_z) \right]^{1/2} / (2T) \right\}}{\left[\xi^2(p-p', p_z-p'_z) + \Delta^2(p-p', p_z-p'_z) \right]^{1/2}} \times \\ & \times V_{p_z, p'_z} \Delta(p'_z), \end{aligned} \quad (60)$$

где ξ — энергетический спектр (6), сдвинутый на величину химического потенциала μ , а парный потенциал $V(p_z, p'_z)$ можно взять в виде, подобном (11). В уравнении (60) мы пренебрегли кулоновским потенциалом. Решение линеаризованного уравнения БКШ при $T = T_c$ определяется выражением (12). В окрестности критической температуры T_c величину Δ_i можно разложить в ряд по малому параметру $t^{1/2} = (1 - T/T_c)^{1/2}$: $\Delta_i = c_i t^{1/2} + c'_i t^{3/2} + \dots$. Тогда из уравнения (60) имеем

$$(x\lambda_{00} - 1)c_0 + \frac{\lambda_{01}xc_1}{2} = 0, \quad (61)$$

$$\left(\frac{x\lambda_{11}}{2} - 1 \right) c_1 + \lambda_{01}xc_0 = 0, \quad (62)$$

где $\lambda_{ij} = N^{2D}(0)V_{ij}$, $N^{2D}(0)$ — двумерная плотность состояний. Эти уравнения определяют критическую температуру T_c и отношение параметров порядка c_0/c_1 . При температуре, близкой к T_c , отношение параметров порядка

$$\chi = \frac{A_0}{A_1} \Big|_{T=T_c} = \frac{c_0}{c_1} = \frac{(\lambda_{01}/2)x}{1 - \lambda_{00}x} = \frac{1 - (\lambda_{11}/2)x}{\lambda_{01}x}, \quad (63)$$

где $x = \ln(\omega_0/T_c)$, ω_0 — частота Дебая. Поведение параметров порядка A_0 и A_1 как функций температуры может быть получено из уравнения (60), переписанного в мацубаровской технике. В результате разложения правой части по степеням A_0^2/T_c^2 имеем [51]

$$\begin{aligned} \Delta(p_z) = & T \sum_n \int_{-\pi}^{\pi} \frac{dp'_z}{2\pi/d} \int_{-\omega_0}^{\omega_0} d\xi \lambda(p_z, p'_z) \Delta(p'_z) \times \\ & \times \left[\frac{1}{\omega_n^2 + \xi^2} - \frac{\Delta^2(p'_z)}{(\omega_n^2 + \xi^2)^2} \right], \end{aligned} \quad (64)$$

где $\omega_n = (2n-1)\pi kT$ — мацубаровские частоты ($n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$). Подставив выражение для $\Delta(p_z)$ в последнее уравнение, вычислив интегралы и приравняв коэффициенты перед одинаковыми гармониками, получим следующие уравнения:

$$\begin{aligned} A_0 = & \ln \frac{\omega_0}{T} \left(\lambda_{00}A_0 + \frac{\lambda_{01}}{2} A_1 \right) - \\ & - \frac{7\zeta(3)}{8\pi^2 T_c^2} \left[\lambda_{00} \left(A_0^3 + \frac{3}{2} A_0 A_1^2 \right) + \frac{\lambda_{10}}{2} \left(3A_0^2 A_1 + \frac{4}{3} A_1^3 \right) \right], \end{aligned} \quad (65)$$

$$\begin{aligned} A_1 = & \ln \frac{\omega_0}{T} \left(\lambda_{01}A_0 + \frac{\lambda_{11}}{2} A_1 \right) - \\ & - \frac{7\zeta(3)}{8\pi^2 T_c^2} \left[\lambda_{01} \left(A_0^3 + \frac{3}{2} A_0 A_1^2 \right) + \frac{\lambda_{11}}{2} \left(3A_0^2 A_1 + \frac{4}{3} A_1^3 \right) \right], \end{aligned} \quad (66)$$

где $\zeta(x)$ — функция Римана. Учítывая, что $\ln(\omega_0/T) = x + \ln(1+t) \approx x + t$, после ряда преобразований мы получим следующее выражение для c_0 :

$$c_0^2 = \frac{8\pi^2 T_c^2}{7\zeta(3)} \frac{8\chi^4 + 4\chi^2}{8\chi^4 + 24\chi^2 + 3}. \quad (67)$$

Для вычисления скачка теплоёмкости в слоистом сверхпроводнике при критической температуре используем формулу из [53]:

$$C_S - C_N = \beta_c^3 \sum_{p, p_z} \frac{\partial \Delta^2(p_z)}{\partial \beta} \Big|_{\beta=\beta_c} \frac{\exp(\beta\varepsilon(p, p_z))}{(1 + \exp(\beta\varepsilon(p, p_z)))^2}, \quad (68)$$

где $\beta = 1/T$. Перейдя от суммирования к интегрированию по импульсам и подставив в (68) квазидвумерный спектр (6) при $t/\mu \ll 1$, мы получим следующий результат:

$$C_S - C_N = N^{2D}(0) \frac{8\pi^2 T_c^2}{7\zeta(3)} \frac{8\chi^4 + 8\chi^2 + 2}{8\chi^4 + 24\chi^2 + 3}. \quad (69)$$

Используя формулу для теплоёмкости в нормальном состоянии [54], находим окончательное выражение для нормированного скачка теплоёмкости в слоистом сверхпроводнике [55]:

$$\frac{C_S - C_N}{C_N} = 1,43 \frac{8\chi^4 + 8\chi^2 + 2}{8\chi^4 + 24\chi^2 + 3}. \quad (70)$$

2.6. Влияние флуктуаций на критическую температуру слоистых сверхпроводников

Исследование влияния флуктуаций фазы параметра порядка на критическую температуру T_c начнём с записи функционала свободной энергии Лоуренса–Дониака $F[\phi]$ для квазидвумерных сверхпроводников [56]:

$$\begin{aligned} F[\phi] = & N_S^{2D} \sum_j \int d^2r \left\{ \frac{\hbar^2}{8m} \left(\frac{\partial \phi_j}{\partial r} \right)^2 + \right. \\ & \left. + \sum_{g=\pm 1} W_{\perp} [1 - \cos(\phi_j(r) - \phi_{j+g}(r))] \right\}, \end{aligned} \quad (71)$$

где $\phi_j(r)$ — фаза параметра порядка $A_j = |A_j| \exp(i\phi_j(r))$ в плоскости j в точке с координатой $r = (x, y)$. $W_{\perp} = t^2/\mu$ — джозефсоновская энергия, $N_S^{2D}(T)$ — поверхностная концентрация сверхпроводящих электронов:

$$N_S^{2D}(T) = N_S^{2D}(0) \left(1 - \frac{T}{T_{c0}^{2D}} \right) = \frac{p_F^2}{2\hbar^2} \left(1 - \frac{T}{T_{c0}^{2D}} \right). \quad (72)$$

В выражении (71) пренебрегается вкладом от модуля параметра порядка. Среднее значение параметра порядка определяется следующим образом:

$$\langle \cos \phi_j \rangle = \frac{\int D\phi \cos \phi_j \exp(-F_{st}[\phi]/(kT))}{\int D\phi \exp(-F_{st}[\phi]/(kT))}. \quad (73)$$

Точное вычисление интеграла (73) с функционалом свободной энергии, имеющим вид (71), невозможно. При $T = T_c$ уравнение (73) имеет ненулевое решение, которое позволяет определить температуру T_c . Для вычисления интеграла (73) мы воспользуемся приближением сред-

него поля, заменив функционал свободной энергии (71) следующим выражением:

$$F^{\wedge}[\phi] = N_S^{2D} \sum_j \int d^2r \left[\frac{\hbar^2}{8m} \left(\frac{\partial \phi_j}{\partial r} \right)^2 + W_{\perp} \langle \cos \phi \rangle \cos \phi \right] = F_0 - N_S^{2D} W_{\perp} \langle \cos \phi \rangle \int d^2r \cos \phi(r), \quad (74)$$

где $F_0[\phi]$ — функционал свободной энергии двумерного сверхпроводника, $W_{\perp} = \sum_g W_{\perp}(g)$. В окрестности T_c параметр порядка стремится к нулю, поэтому второе слагаемое в $F^{\wedge}[\phi]$ можно считать малым параметром. Подставив (74) в (73) вместо $F_{st}[\phi]$, после ряда преобразований получим уравнение для T_c :

$$1 = \frac{N_S^{2D}(T)W_{\perp}}{kT_c} \int d^2r \langle \cos \phi(0) \cos \phi(r) \rangle_0, \quad (75)$$

где $\langle \dots \rangle_0$ означает усреднение с функционалом свободной энергии $F_0[\phi]$ для одного сверхпроводящего слоя. Коррелятор $\langle \cos \phi(0) \cos \phi(r) \rangle_0$ был вычислен в работе [57]:

$$\langle \cos \phi(0) \cos \phi(r) \rangle_0 = \begin{cases} \left(\frac{\xi_{2D}}{r} \right)^{(1/\pi)(kT/[E_F(1-T/T_{c0}^{2D})])} & \text{при } r > \xi_{2D}, \\ \exp \left[-\frac{1}{\pi} \frac{kT}{E_F(1-T/T_{c0}^{2D})} \left(\frac{r}{\xi_{2D}} \right)^2 \right] & \text{при } r < \xi_{2D}, \end{cases} \quad (76)$$

где $\xi_{2D} = \hbar v_F / (\pi \Delta(0))$ — корреляционная длина внутри сверхпроводящего слоя. Уравнение (75) с коррелятором (76) имеет решение для T_c , если выполняется следующее условие:

$$\frac{1}{2\pi} \frac{kT_c}{E_F(1-T_c/T_{c0}^{2D})} < 1. \quad (77)$$

Условие (77) означает, что

$$T_c^* < T < T_{c0}^{2D}, \quad (78)$$

где T_c^* — температура, при превышении которой нарушается межслоевая когерентность, T_c^* определяется следующей формулой:

$$\frac{1}{kT_c^*} = \frac{1}{kT_{c0}^{2D}} + \frac{1}{2\pi E_F}, \quad (79)$$

T_{c0}^{2D} — критическая температура отдельно взятого слоя. Подставляя (76) в (75) и учитывая условие (77), мы получим следующее выражение для критической температуры T_c :

$$\frac{1}{T_c} = \frac{1}{T_{c0}^{2D}} - \frac{1}{2\pi \xi_{2D}^2 N^{2D}(0) W_{\perp}} \times \left[1 - \left(1 + \frac{2\xi_{2D}^2 N^{2D}(0) W_{\perp}}{E_F} \right)^{1/2} \right]. \quad (80)$$

В случае малой величины туннельного интеграла, $W_{\perp} < \hbar^2 / (2m\xi_{2D}^2)$, последнее уравнение принимает вид

$$T_c = T_c^* \left[1 - \frac{T_c^*}{2\pi} \frac{2m\xi_{2D}^2}{\hbar^2} \left(\frac{t}{E_F} \right)^2 \right]^{-1}. \quad (81)$$

В противоположном случае, $W_{\perp} > \hbar^2 / (2m\xi_{2D}^2)$, критическая температура даётся выражением [58]

$$T_c = \frac{T_{c0}^{2D}}{1 + T_{c0}^{2D} / (\pi k_F \xi_{2D} t)}. \quad (82)$$

3. Результаты и обсуждение

3.1. T_c слоистого сверхпроводника: случай MgB_2

Используя полные анизотропные уравнения Элиашберга (24)–(26), мы вычислили критическую температуру MgB_2 [59]. Матричные элементы были взяты из работы [29]: $\lambda_{00} = 1,017$, $\lambda_{11} = 0,448$, $\lambda_{01} = 0,212$, $\lambda_{10} = 0,115$. Для кулоновских псевдопотенциалов μ_{ij}^* использовались значения [29] $\mu_{00}^* = 0,21$, $\mu_{11}^* = 0,172$, $\mu_{01}^* = 0,095$, $\mu_{10}^* = 0,069$. Логарифмически усреднённая величина фононной частоты ω_{ln} взята из работы [60]: $\omega_{ln} = 480$ К. Для указанных значений параметров был получен следующий результат: $T_c = 42,92$ К. В совсем недавней работе Митрович [61] использовал при вычислениях следующие значения кулоновских псевдопотенциалов: $\mu_{00}^* = \mu_{11}^* = 0,139$, $\mu_{01}^* = \mu_{10}^* = 0,027$. При этом параметры электрон-фононного взаимодействия были взяты такие же, как и в [29]. Данный набор значений параметров, а также логарифмически усреднённая частота $\omega_{ln} = 767-806$ К [62] приводят к критической температуре, лежащей в диапазоне 45,83–50,5 К. Очевидно, что наши результаты переоценивают значение критической температуры диборида магния. По нашему мнению, это связано с тем, что мы здесь пренебрегли эффектами неадиабатичности в MgB_2 . Высокая фононная частота атомов бора ($\omega_{ph} = 0,1$ эВ) указывает на то, что в MgB_2 реализуется неадиабатический режим электрон-фононного взаимодействия (так как энергия Ферми $E_F = 0,5$ эВ) [63]. По-видимому, учёт неадиабатических эффектов улучшит наши результаты. Выражение для критической температуры слоистого неадиабатического сверхпроводника получено в [30, 31]. Однако результаты [30, 31] верны для случая $\lambda_{11} \ll \lambda_{01} < \lambda_{00}$. Наш случай отличается от упомянутого выше и является предметом отдельного исследования.

Уравнения Элиашберга для изотропных двухзонных и анизотропных сверхпроводников предлагались для исследования MgB_2 многими авторами [26, 29, 61]. Во всех случаях решение системы интегральных уравнений проводилось с помощью численных методов. В отличие от авторов упомянутых работ мы здесь представили аналитический подход, а также формулу для вычисления критической температуры T_c для промежуточных значений констант связи электрон-фононного взаимодействия. При вычислениях использовались результаты первопринципных расчётов величины электрон-фононного взаимодействия и кулоновского отталкивания. Ещё одной интересной задачей является исследование на основе теории Элиашберга зависимости критической температуры T_c и других параметров MgB_2 от давления [64–66].

3.2. Эффекты неадиабатичности

Наш основной результат, касающийся влияния анизотропии на критическую температуру неадиабатических сверхпроводников, даётся формулами (44) и (45). Для количественной оценки этого влияния мы демонстри-

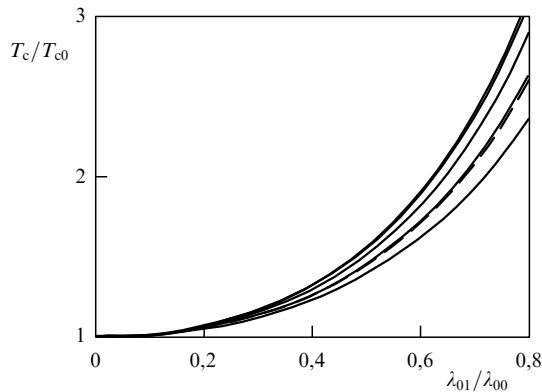


Рис. 1. Зависимость критической температуры от $\lambda_{01}/\lambda_{00}$. Штриховой кривой изображена зависимость T_c без учёта вершинных поправок, сплошные кривые соответствуют различным значениям Q_c в диапазоне 0,1–0,9 (расположены сверху вниз по возрастанию Q_c).

руем на рис. 1 отношение T_c/T_{c0} как функцию $\lambda_{01}/\lambda_{00}$ при различных значениях Q_c (где Q_c — параметр обрезания для величины передаваемого импульса). Явные выражения для λ_{00} и λ_{01} в случае электронного спектра, описываемого (6), были представлены в [37]. Эти выражения содержат в себе микроскопические параметры, которые могут быть получены из экспериментальных данных (например, u_{\parallel} , u_z , u_T , E_F). Однако окончательное выражение для критической температуры T_c , даваемое формулой (44), включает в себя только отношение параметров $\lambda_{01}/\lambda_{00}$. Для случая двумерных сверхпроводников мы выбрали $\lambda_{00} = 0,5$.

На рисунке 1 штриховой кривой показано поведение критической температуры без учёта вершинных поправок. Сплошными кривыми изображены зависимости для различных Q_c из диапазона 0,1–0,9 (сверху вниз по возрастанию параметра Q_c). Из рисунка видно, что неадиабатические поправки становятся более существенными в области малых Q_c . Отметим, что κ возрастает с уменьшением Q_c . При $Q_c = 0,9$ коэффициент κ меньше, чем в адиабатическом случае. Таким образом, вершинные поправки имеют сходное поведение в анизотропном и изотропном сверхпроводниках при малых Q_c . Критическая температура в неадиабатическом случае повышается сильнее, чем T_c , полученная без учёта неадиабатичности.

Зависимость κ от параметра неадиабатичности m показана на рис. 2 для двух значений Q_c : 0,1 и 0,9. Как видно из рис. 2, в обоих случаях κ уменьшается с возрастанием m . Поправки играют существенную роль при малых m , и их величина убывает с увеличением m . Поведение κ для других значений Q_c аналогично показанному на рис. 2. Полученные нами результаты интересны и важны с точки зрения исследования купратных соединений как слоистых неадиабатических сверхпроводников.

Другим популярным слоистым сверхпроводником является Sr_2RuO_4 , критическая температура которого довольно низка, $T_c \approx 1$ К [67]. Слоистая структура этого соединения приводит к почти цилиндрической поверхности Ферми, которая является открытой вдоль оси c . Однако имеются различные указания на сильные корреляционные эффекты, а также на отсутствие неадиабатических эффектов в Sr_2RuO_4 . Таким образом, в изотроп-

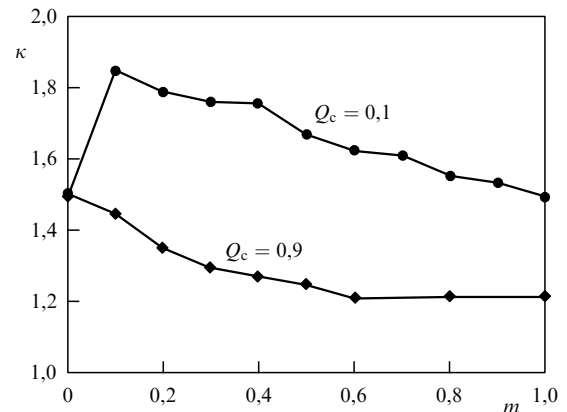


Рис. 2. Зависимость κ от параметра неадиабатичности m .

ном однозонном неадиабатическом s -сверхпроводнике вершинные поправки сильно зависят от передаваемого импульса и малые значения Q_c приводят к возрастанию критической температуры T_c [34–36].

3.3. Кулоновские эффекты

Для кулоновского потенциала μ (см. (46)) мы можем получить аналитические выражения в различных асимптотических случаях. При $a > d$ для величины μ усреднённого по поверхности Ферми кулоновского потенциала имеем

$$\mu(a, t) = \frac{2\alpha_0}{\pi} \left(\frac{1}{[2p_F\alpha_0(2\epsilon_1 + 2p_F\alpha_0)]^{1/2}} + \frac{1}{\epsilon_1} \ln \frac{\alpha_0 + \epsilon_1}{\alpha_0 + \epsilon_1/2p_Fa} + \frac{1}{\epsilon_1 + \alpha_0} + \frac{4\alpha_0}{\pi\epsilon_1} \frac{(t/E_F)^{1/2}}{\epsilon_1 + \alpha_0} \right). \quad (83)$$

Здесь параметром $\alpha_0 = e^2/(\hbar v_F)$ обозначено отношение усреднённого кулоновского потенциала к кинетической энергии электрона на поверхности Ферми (обычно $\alpha_0 \ll 1$). Для получения результата в противоположном асимптотическом случае, $a < d$, в (83) необходимо сделать замену $\epsilon_1 \rightarrow \epsilon$, $a \rightarrow d$. Уравнение (83) показывает, что μ уменьшается по мере увеличения толщины d сверхпроводящих слоёв. Такой результат кажется привлекательным с точки зрения объяснения эмпирического правила Чу (см. [11] и приведённые там ссылки). Согласно этому правилу критическая температура ВТСП может быть вычислена с помощью формулы

$$T_c(n) \approx 40n \text{ [K]},$$

где n — число CuO_2 -плоскостей. Однако при $n > 5$ происходит насыщение $T_c(n)$. В нашей модели толщина сверхпроводящего слоя возрастает за счёт увеличения числа CuO_2 -плоскостей. Результаты, полученные нами, находятся в хорошем согласии с результатами вычислений Леггетта [68, 69]. Как показано в [68], разность между температурой перехода для гомологического ряда n слоёв и значением для одного слоя даётся формулой $\Delta T_c = \text{const}(1 - 1/n)$. Такой результат связан с тем, что кулоновская энергия в структуре из n слоёв пропорциональна числу акустических мод ($n - 1$ мода для n слоёв). Поэтому энергия, запасённая в слое, может быть вычислена как $(n - 1)/n = (1 - 1/n)$ [68]. Полезно отме-

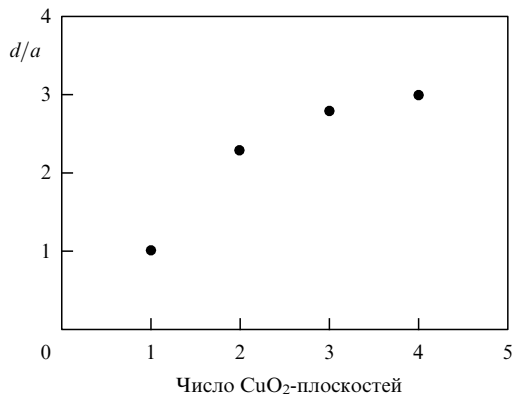


Рис. 3. Отношение d/a как функция числа n CuO_2 -плоскостей.

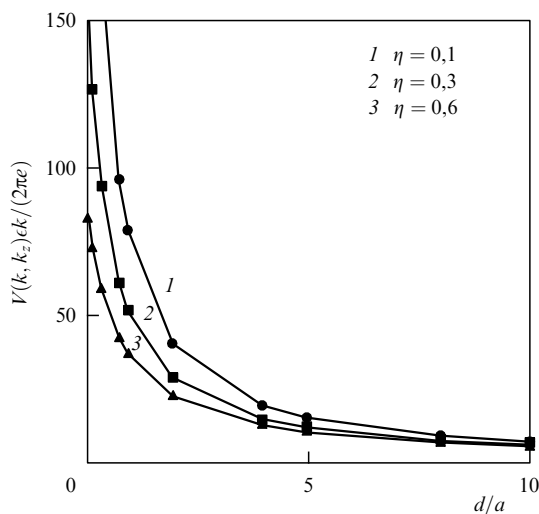


Рис. 4. Величина кулоновского отталкивания как функция d/a .

тить, что вычисления Леггетта совершенно не зависят от модели, а также от фундаментального механизма сверхпроводимости в купратах. Наше приближение связано с прямыми вычислениями в рамках подхода Мак-Миллана и учитывает "жесткий" фоннный спектр ВТСП. В обоих вычислениях проявляется насыщение T_c с возрастанием числа CuO_2 -плоскостей (или отношения толщины сверхпроводящего слоя к толщине диэлектрического d/a).

Значения a и d для различных гомологических рядов купратов представлены в работе [70]. Используя эти данные, мы построили отношение d/a как функцию числа n CuO_2 -плоскостей (рис. 3). Отношение d/a для ВТСП возрастает с увеличением n , и его значения лежат в области, в которой, как видно на рис. 4, сильно изменяется величина кулоновского отталкивания. Это означает, что существенное изменение критической температуры вызвано увеличением числа CuO_2 -плоскостей. Значение отношения $d/a = 2,3$ для $n = 2$ на рис. 3 соответствует соединению $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCuO}_8$. Для другого двухслойного сверхпроводника YBaCuO $d/a = 1,73$ [70]. Как показано в [9, 10], статическая диэлектрическая проницаемость для всех купратов лежит в интервале 6–10, а для YBaCuO , она приблизительно равна 4 [70].

Для того чтобы оценить $\eta = \epsilon_1/\epsilon$, мы используем значение ϵ из диапазона 4–10, тогда как ϵ_1 можно взять

примерно равным 1. Следовательно, η изменяется от 0,1 до 0,25. Как видно из рис. 3, несмотря на различные значения d/a и η в YBaCuO и $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCuO}_8$ [70] величина кулоновского отталкивания одинакова для обоих соединений и поэтому их критические температуры почти совпадают.

В качестве заключительного замечания интересно привести некоторые соображения по поводу недавно открытого сверхпроводника — дигборида магния [13]. Этот материал также имеет слоистую структуру с атомами бора, образующими слои из двумерных сот (однослойный материал). Наши результаты могут быть применены и к MgB_2 в пределе d/a , стремящемся к нулю.

Интересно обсудить вопрос, связанный с условиями, при которых несколько атомных слоёв можно аппроксимировать сплошной диэлектрической средой. Общеизвестно, что в области границы между различными слоями в сверхрешётке кристаллическая структура искажается и в результате диэлектрическая постоянная в этой области отличается от своего объёмного значения. По этой причине для нашей цели нахождения зависимости плазменной частоты от толщин проводящих и диэлектрических слоёв диэлектрические постоянные ϵ и ϵ_1 , представленные здесь, можно рассматривать как эффективные диэлектрические постоянные слоёв. По нашему мнению, введение более реалистичной функции, учитывающей изменения диэлектрической проницаемости вблизи границ (а не ступенчатой, которая использовалась в [49]), повлияет на результаты незначительно. Подобные вопросы обсуждались много лет назад в [71, 72] в связи с экситонной сверхпроводимостью в структурах типа "сэндвич".

3.4. Спектр плазмонов

Плазменная частота для сверхрешётки даётся выражением (56). В длинноволновом пределе ($q, q_z \rightarrow 0$) для оптической плазменной моды (объёмной) имеем

$$\omega^2(0, 0) = \frac{8E_F e^2}{\epsilon} \frac{a + \eta d}{\alpha^2(a + d)^2 - \beta^2(a - d)^2}. \quad (84)$$

В другом пределе, $q_z = \pi/D$, мы получим при малых q акустическую плазменную моду. Для $q_z = \pi/D$, $D = a + d$, $qD \ll 1$ и $t/E_F \ll 1$ имеем

$$\omega(q) = \omega(0, 0) \frac{\alpha^2(a + d)^2 - \beta^2(a - d)^2}{2(a + \eta d)\eta} q. \quad (85)$$

Спектр плазмонов в слоистых сверхпроводниках имеет довольно сложную структуру. Плазменные моды для $0 < q_z < \pi/D$ образуют зону, как показано на рис. 5. Ширина зоны определяется параметром η и отношением a/d . Важно также отметить, что в пределе $q_z D \rightarrow \pi$ наклон акустической моды $d\omega/dq$ ($q_z = \pi/D$) больше, чем при $q_z D = 0$.

На рисунке 6 построена зависимость нормированного наклона дисперсионной кривой для акустической плазменной моды $d\omega/dq$ ($q_z = \pi/D$) от параметра d/a . Очевидно, что при увеличении толщины проводящего слоя величина $d\omega/dq$ ($q_z = \pi/D$) возрастает. Такой результат хорошо согласуется с результатами численных расчётов, выполненных Пиндором и Гриффином в работе [73], в которой рассматривались стопки периодически расположенных плоскостей.

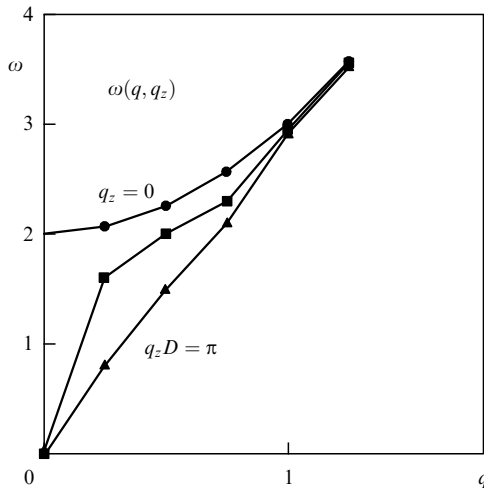


Рис. 5. Плазменные моды в слоистых сверхпроводниках для $0 < q_z < \pi/D$, $D = a + d$ — период сверхрешётки.

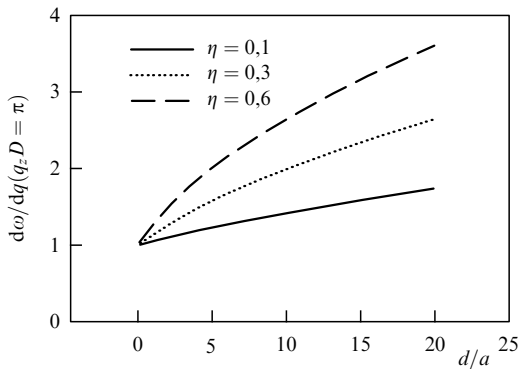


Рис. 6. Зависимость нормированного наклона акустической плазменной моды $d\omega/dq$ ($q_z = \pi/D$) от параметра d/a .

Мы можем видеть, что возрастание толщины металлического слоя приводит к уменьшению плазменной частоты $\omega(0,0)$. Полученный результат может быть полезен для объяснения экспериментальных данных для соединений YBaCuO ($\omega(0,0) = 2,3$ эВ) [74] и $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_8$ ($\omega(0,0) = 1$ эВ) [75, 76]. Общеизвестно, что в YBaCuO имеется две CuO_2 -плоскости, в то время как в $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_8$ — три, и поэтому плазменная частота в последнем соединении меньше. В нашей модели толщина проводящего слоя повышается за счёт увеличения числа CuO_2 -плоскостей. Величина отношения d/a , характерная для ВТСП, лежит на рис. 4 в области, где резко изменяется кулоновское отталкивание.

Ещё одна интересная проблема связана с влиянием низкоэнергетических плазменных мод на сверхпроводимость в слоистых системах. Влияние плазмонов на сверхпроводимость обсуждалось в [77]. В этой работе показано, что низкоэнергетические плазмоны могут вносить конструктивный вклад в сверхпроводимость. Билл и соавторы [77] (см. также [78, 79]) рассматривали простейший вид (56) кулоновского взаимодействия для слоистой системы с проводящими слоями, имеющими нулевую толщину. Проводящие листы сложены вдоль оси c и разделены слоями с диэлектрической проницаемостью ϵ_M . Электроны движутся только внутри сверх-

проводящих листов ($t = 0$). Целью работы [77] было исследование усиливающего влияния фонон-плазмонного взаимодействия на механизм электронного спаривания в рамках теории Элиашберга. Показано, что плазмонный вклад в сверхпроводимость является доминирующим в недавно открытых слоистых сверхпроводниках — интеркалированных металлами галид-нитридах [77].

В более ранней работе [80] плазменные моды в сверхпроводниках с проводящими слоями нулевой толщины изучались с помощью кинетических уравнений для функций Грина. Было показано, что в окрестности T_c плазменные колебания превращаются в моду Карлсона–Голдмана [81]. В отличие от других работ, в [81] обсуждалось также и влияние параметра порядка на спектр плазмонов. В [73] было показано, что плазменные моды, ожидаемые в купратных сверхпроводниках, должны быть характерны для сверхрешётки с базисом из нескольких металлических листов. Приводятся численные результаты для дисперсии плазмонов в сверхрешётках с двумя и тремя листами на элементарную ячейку. Электронный газ в металлических листах считается двумерным. Если расстояние между листами мало по сравнению с периодом сверхрешётки, то низкочастотная плазменная ветвь совпадает с той, которая имеет место в изолированном двойном или тройном слое.

Мы построили простейшую модель, учитывающую в отличие от упомянутых выше подходов [73, 78, 80] лишь толщину d проводящего слоя. Значения d и толщины диэлектрического слоя a для различных гомологических рядов купратов представлены в [70]. Отношение d/a возрастает с увеличением числа CuO_2 -плоскостей в элементарной ячейке, и его величина попадает в ту область, показанную на рис. 4, в которой сильно изменяется кулоновское взаимодействие. Это означает, что значительное изменение плазменной частоты в этих слоистых сверхпроводниках вызвано изменением числа CuO_2 -плоскостей. Как было отмечено выше, значение $d/a = 2,3$ соответствует соединению $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_8$, в то время как для другого купратного сверхпроводника, YBaCuO , $d/a = 1,73$.

Недавние исследования, связанные с ростом монокристаллов [18, 19], выявили анизотропию физических свойств MgB_2 . Наши результаты применимы к MgB_2 и в пределе $d/a \rightarrow 0$. Вычисление плазменной частоты в MgB_2 с помощью данных де Гааза–ван Альфена было проведено в [82]. Другая особенность плазменных мод в MgB_2 связана с двухзонной природой сверхпроводимости в этом соединении. В данном случае появление низкоэнергетических плазменных ветвей, так называемых демонов [83], является следствием перекрытия двух зон.

3.5. Скачок теплоёмкости

Из выражения (70) видно, что $A(\chi)$ меньше единицы, и поэтому нормированный скачок теплоёмкости в слоистых сверхпроводниках меньше, чем в изотропном случае. Этот результат качественно согласуется с [84]. В последней работе продемонстрировано в общем случае, что в анизотропных сверхпроводниках $A(\chi) < 1$, однако, не было получено явного выражения для скачка теплоёмкости. Детали поведения функции $A(\chi)$ определяются анизотропией параметра порядка. Для слоистых сверхпроводников со спариванием между электронами, нахо-

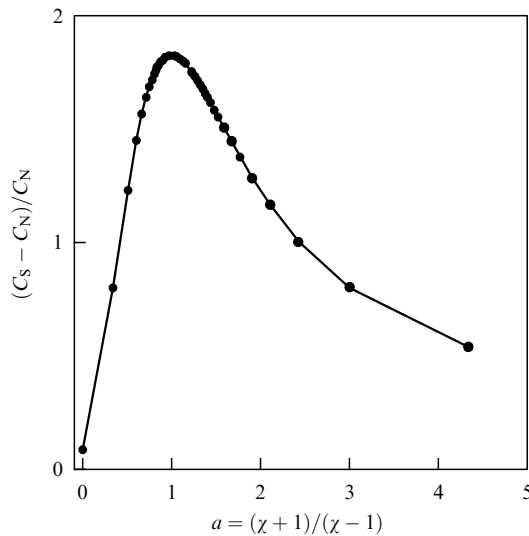


Рис. 7. Скачок теплоёмкости как функция параметра анизотропии a .

дьящимися в соседних плоскостях, параметр порядка имеет вид $\Delta(p_z) = \Delta_0 + \Delta_1 \cos(p_z d)$ и оказывается удобным ввести параметр анизотропии

$$a = \frac{\Delta_{\max}}{\Delta_{\min}} = \frac{\Delta_0 + \Delta_1}{\Delta_0 - \Delta_1} = \frac{\chi + 1}{\chi - 1}. \quad (86)$$

Поведение скачка теплоёмкости как функции параметра анизотропии представлено на рис. 7. Данный результат можно использовать для вычисления параметра анизотропии в MgB_2 . Экспериментально установленное значение скачка теплоёмкости в MgB_2 равно $(C_S - C_N)/C_N = 1,18$ [60]. Используя (86), мы находим, что $a_1 = 0,5$ ($\chi = -3$) и $a_1 = 2$ ($\chi = 3$). Физическое решение соответствует случаю положительного отношения параметров порядка $\chi = 3$. Подобный результат был получен с помощью компьютерного моделирования в пределе сильной связи в рамках теории Элиашберга [85] для цилиндрической поверхности Ферми с энергетическим спектром (6). Вычисления продемонстрировали, что скачок теплоёмкости уменьшается с возрастанием отношения $\lambda_{01}/\lambda_{00}$ (см. (63) и (69)). Необходимо также отметить, что параметр анизотропии, полученный из наших аналитических расчётов, $\chi = 3$, близок к результату компьютерных вычислений, выполненных Голубовым и соавторами [29] в рамках изотропной двухзонной микроскопической теории Элиашберга ($\Delta_\sigma/\Delta_\pi = 2,63$).

3.6. Флуктуации параметра порядка

Как следует из уравнений (80)–(82), критическая температура T_c возрастает при увеличении туннельного интеграла t и приближается к T_c^{2D} в интервале $T_c^* < T_c < T_c^{2D}$. В отсутствие джозефсоновской связи между плоскостями флуктуации фазы параметра порядка разрушают дальний порядок [57]. Тем не менее существование топологических дефектов в двумерных сверхпроводниках, таких как "вихри" и "антивихри" поля фазы, приводит к фазовому переходу Березинского–Костерлица–Таулесса при $T < T_{KT}$ [86, 87]. Вследствие тех же самых дефектов возникает квазидальний порядок при $T_{KT} < T_c < T_c^{2D}$, где T_c^{2D} — критическая температура, вычисленная в теории среднего поля для одной сверхпроводящей плоскости.

4. Заключение

Таким образом, в данном обзоре мы представили результаты последних исследований слоистых сверхпроводников на основе микроскопической теории Элиашберга. В рамках этой теории была вычислена критическая температура для слоистых сверхпроводников, а также было изучено влияние на неё эффектов неадиабатичности. Расчёт влияния кулоновского взаимодействия на критическую температуру проводился также с учётом произвольной толщины проводящих слоёв. В том же подходе получено выражение для спектра плазмонов в слоистом сверхпроводнике в случае произвольной толщины проводящих слоёв. Кроме того, с помощью уравнений Бардина–Купера–Шриффера для слоистых сверхпроводников был вычислен скачок теплопроводности, который оказался меньше, чем в изотропном случае. Влияние флуктуаций фазы параметра порядка на критическую температуру слоистых сверхпроводников было исследовано с использованием функционала Гинзбурга–Ландау. Показано, что результаты качественно согласуются с экспериментальными данными для купратных сверхпроводников и недавно открытого MgB_2 .

Благодарности. Я благодарю Ф.М. Гашимзаде, Б.М. Аскерова и Р.Р. Гусейнова за полезные обсуждения, А.М. Гашимова — за поддержку представленного в данном обзоре исследования. Я также признателен Международному центру теоретической физики им. Абдуса Салама за гостеприимство во время моего пребывания в качестве приглашённого сотрудника. Эта работа частично поддержана грантом № 980766 НАТО на реинтеграцию.

Список литературы

1. Bednorz J G, Müller K A *Z. Phys. B* **64** 189 (1986)
2. Orenstein J, Millis A J *Science* **288** 468 (2000)
3. Anderson P W *The Theory of Superconductivity in the High- T_c Cuprates* (Princeton: Princeton Univ. Press, 1997)
4. Khasanov R et al. *Phys. Rev. Lett.* **101** 077001 (2008)
5. Uemura Y J et al. *Phys. Rev. Lett.* **66** 2665 (1991)
6. Franck J P, Harker S, Brewer J H *Phys. Rev. Lett.* **71** 283 (1993)
7. Ponomarev Ya G et al. *Solid State Commun.* **111** 513 (1999)
8. Maksimov E G, Arseyev P I, Maslova N S *Solid State Commun.* **111** 391 (1999)
9. Максимов Е Г *УФН* **170** 1033 (2000) [Maksimov E G *Phys. Usp.* **43** 965 (2000)]
10. Maksimov E G, Kulić M L, Dolgov O V, arXiv:0810.3789
11. Chu C W J. *Supercond.* **12** 85 (1999)
12. Yamauchi H, Karppinen M *Supercond. Sci. Technol.* **13** R33 (2000)
13. Nagamatsu J et al. *Nature* **410** 63 (2001)
14. Buzea C, Yamashita T *Supercond. Sci. Technol.* **14** R115 (2001)
15. Glowacki B A et al. *Supercond. Sci. Technol.* **14** 193 (2001)
16. Bud'ko S L et al. *Phys. Rev. Lett.* **86** 1877 (2001)
17. Quilty J W et al. *Phys. Rev. Lett.* **88** 087001 (2002)
18. Takahashi K et al. *Phys. Rev. B* **66** 012501 (2002)
19. Zehetmayer M et al. *Phys. Rev. B* **66** 052505 (2002)
20. Yildirim T et al. *Phys. Rev. Lett.* **87** 037001 (2001)
21. Udomsamuthirun P et al. *Physica C* **425** 149 (2005)
22. Carbotte J P, Marsiglio F, in *The Physics of Superconductors Vol. 1 Conventional and High- T_c Superconductors* (Eds K H Bennemann, J B Ketterson) (Berlin: Springer-Verlag, 2003) p. 233
23. Kortus J et al. *Phys. Rev. Lett.* **86** 4656 (2001)
24. Liu A Y, Mazin I I, Kortus J *Phys. Rev. Lett.* **87** 087005 (2001)
25. Kong Y et al. *Phys. Rev. B* **64** 020501 (2001)
26. Choi H J et al. *Phys. Rev. B* **66** 020513 (2002)
27. Элиашберг Г М *ЖЭТФ* **38** 966 (1960) [Eliashberg G M *Sov. Phys. JETP* **11** 696 (1960)]

28. Carbotte J P *Rev. Mod. Phys.* **62** 1027 (1990)
29. Golubov A A et al. *J. Phys. Condens. Matter* **14** 1353 (2002)
30. Максимов Е Г, Каракозов А Е *УФН* **178** 561 (2008) [Maksimov E G, Karakozov A E *Phys. Usp.* **51** 535 (2008)]
31. Askerzade I N, Tanatar B *Physica C* **384** 404 (2003)
32. Askerzade I N *J. Korean Phys. Soc.* **45** 475 (2004)
33. Jiang C, Carbotte J P *Phys. Rev. B* **57** 3045 (1998)
34. Grimaldi C, Pietronero L, Strässler S *Phys. Rev. Lett.* **75** 1158 (1995)
35. Pietronero L, Strässler S, Grimaldi C *Phys. Rev. B* **52** 10516 (1995)
36. Grimaldi C, Pietronero L, Strässler S *Phys. Rev. B* **52** 10530 (1995)
37. Askerzade I N, in *Proc. of the Nathiagali Summer College on Physics and Contemporary Needs, Pakistan, June, 1996* (New York: Nova Sci. Publ., 1996) p. 11
38. Nakhmedov E P *Phys. Rev. B* **54** 6624 (1996)
39. Булаевский Л Н, в сб. *Проблемы высокотемпературной сверхпроводимости* (Под ред. В Л Гинзбурга, Д А Киржница) (М.: Наука, 1977) [Bulaevskii L N, in *High-Temperature Superconductivity* (Eds V L Ginzburg, D A Kirzhnits) (New York: Consultants Bureau, 1982)]
40. Вонсовский С В, Изюмов Ю А, Курмаев Э З *Сверхпроводимость переходных металлов, их сплавов и соединений* (М.: Наука, 1977) [Vonsovsky S V, Izyumov Yu A, Kurmaev E Z *Superconductivity of Transition Metals, Their Alloys and Compounds* (Berlin: Springer-Verlag, 1982)]
41. McMillan W L *Phys. Rev.* **167** 331 (1968)
42. Зубарев Д Н *УФН* **71** 71 (1960) [Zubarev D N *Sov. Phys. Usp.* **3** 320 (1960)]
43. Ландау Л Д, Лифшиц Е М *Статистическая физика Т. 1* (М.: Наука, 1976) [Landau L D, Lifshitz E M *Statistical Physics Vol. 1* (Oxford: Pergamon Press, 1980)]
44. Беленький Г Л, Салаев Э Ю, Сулейманов Р А *УФН* **155** 89 (1988) [Belen'kii G L, Salaev E Yu, Suleimanov R A *Sov. Phys. Usp.* **31** 434 (1988)]
45. Bergman G, Rainer D Z. *Phys.* **263** 59 (1973)
46. Дубовский Л Б, Козлов А Н *ЖЭТФ* **68** 2224 (1975) [Dubovskii L B, Kozlov A N *Sov. Phys. JETP* **41** 1113 (1975)]
47. Allen P B, Dynes R C *Phys. Rev. B* **12** 905 (1975)
48. Раци Р, Grimaldi C, Pietronero L *Eur. Phys. J. B* **17** 235 (2000)
49. Guseinov R R *Phys. Status Solidi B* **125** 237 (1984)
50. Градштейн И С, Рыжик И М *Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений* (М.: Физматгиз, 1962) [Gradshteyn I S, Ryzhik I M *Tables of Integrals, Series, and Products* (New York: Academic Press, 1980)]
51. Абрикосов А А, Горьков Л П, Дзялошинский И Е *Методы квантовой теории поля в статистической физике* (М.: Физматгиз, 1962) [Abrikosov A A, Gor'kov L P, Dzyaloshinskii I Ye *Quantum Field Theoretical Methods in Statistical Physics* (Oxford: Pergamon Press, 1965)]
52. Askerzade I N, Tanatar B *Physica C* **420** 11 (2005)
53. Whitmore M D, Hare I P, Knee L B *Phys. Rev. B* **26** 3733 (1982)
54. Абрикосов А А *Основы теории металлов* (М.: Наука, 1987) [Abrikosov A A *Fundamentals of the Theory of Metals* (Amsterdam: North-Holland, 1988)]
55. Askerzade I N *Mod. Phys. Lett. B* **17** 11 (2003)
56. Lawrence W E, Doniach S, in *Proc. of the 12th Intern. Conf. on Low Temperature Physics, Kyoto, 1970* (Ed. E Kanda) (Tokyo: Kcegaku, 1971) p. 361
57. Rice T M *Phys. Rev.* **140** A1889 (1965)
58. Nakhmedov E P, Sacli O A, Askerzade I N *J. Phys. Condens. Matter* **5** 1099 (1993)
59. Askerzade I N *Mod. Phys. Lett. B* **20** 3093 (2006)
60. Wang Y, Plackowski T, Junod A *Physica C* **355** 179 (2001)
61. Mitrović B J. *Phys. Condens. Matter* **16** 9013 (2004)
62. Bianconi A, Agrestini S, Bussmann-Holder A J. *Supercond.* **17** 205 (2004)
63. Alexandrov A S *Physica C* **363** 231 (2001)
64. Varschney D, Azad M S, Singh R K *Supercond. Sci. Technol.* **17** 1446 (2004)
65. Suderow H et al. *Phys. Rev. B* **70** 134518 (2004)
66. Tsuda S et al. *Phys. Rev. B* **72** 064527 (2005)
67. Mackenzie A P *J. Supercond.* **12** 543 (1999)
68. Leggett A J *Phys. Rev. Lett.* **83** 392 (1999)
69. Leggett A J *J. Phys. Chem. Solids* **59** 1729 (1998)
70. Harshman D R, Mills A P (Jr.) *Phys. Rev. B* **45** 10684 (1992)
71. Жарков Г Ф, Успенский Ю А *ЖЭТФ* **61** 2123 (1971) [Zhar'kov G F, Uspenskii Yu A *Sov. Phys. JETP* **34** 1132 (1972)]
72. Успенский Ю А, Жарков Г Ф *ЖЭТФ* **65** 1460 (1973) [Uspenskii Yu A, Zhar'kov G F *Sov. Phys. JETP* **38** 727 (1973)]
73. Griffin A, Pindor A J *Phys. Rev. B* **39** 11503 (1989)
74. Горьков Л П, Коппин Н Б *УФН* **156** 117 (1988) [Gor'kov L P, Koppin N B *Sov. Phys. Usp.* **31** 850 (1988)]
75. Grigoryan V G, Paasch G, Drechsler S-L *Phys. Rev. B* **60** 1340 (1999)
76. Bulaevskii L N, Maley M P, Tachiki M *Phys. Rev. Lett.* **74** 801 (1995)
77. Bill A, Morawitz H, Kresin V Z *Phys. Rev. B* **68** 144519 (2003)
78. Kresin V Z *Phys. Rev. B* **35** 8716 (1987)
79. Kresin V Z, Morawitz H *Phys. Rev. B* **37** 7854 (1988)
80. Артеменко С Н, Кобельков А Г *Письма в ЖЭТФ* **58** 435 (1993) [Artemenko S N, Kobel'kov A G *JETP Lett.* **58** 445 (1993)]
81. Carlson R V, Goldman A M *Phys. Rev. Lett.* **34** 11 (1975)
82. Elgazzar S et al. *Solid State Commun.* **121** 99 (2002)
83. Ruvalds J *Adv. Phys.* **30** 677 (1981)
84. Покровский В Л *ЖЭТФ* **40** 641 (1961) [Pokrovskii V L *Sov. Phys. JETP* **13** 447 (1961)]
85. Jiang C, Carbotte J P *Physica C* **185–198** 1739 (1991)
86. Kosterlitz J M, Thouless D J, in *Progress in Low Temperature Physics Vol. 7b* (Ed. D F Brewer) (Amsterdam: North-Holland, 1978) p. 373
87. Minnhagen P *Rev. Mod. Phys.* **59** 1001 (1987)

Study of layered superconductors in the framework of electron – phonon coupling theory

I.N. Askerzade

Institute of Physics, Azerbaijan National Academy of Sciences,

prosp. H. Javida 33, AZ-1143 Baku, Azerbaijan

E-mail: iaskerzade@yahoo.com

Department of Computer Engineering, Faculty of Engineering, Ankara University,

06100 Tandogan, Aziz Kansu building, Ankara, Turkey

E-mail: iasker@science.ankara.edu.tr

In this review we summarize a number of recent developments in the study of layered superconductors using e-phonon Eliashberg theory. Critical temperature of layered superconductors is calculated using Eliashberg theory. Influence of nonadiabaticity effects on the critical temperature in layered superconductors is considered. Influence of Coulomb repulsion on the critical temperature is investigated taking into account the arbitrary thicknesses of conducting layers. Bardeen – Cooper – Schrieffer (BCS) equations for layered superconductors are applied for the calculation of a specific heat jump, which is smaller than in the case of isotropic BCS theory. The plasmon spectrum of layered superconductors with arbitrary thicknesses of conducting layers is calculated. Influence of fluctuations in the phase of the order parameter on the critical temperature of layered superconductors is studied using Ginzburg – Landau functional for free energy. The results are shown to be in qualitative agreement with some experimental data for cuprate superconductors and recently discovered MgB₂.

PACS numbers: **74.20. –z**, **74.20.Ad**, **74.78.Fk**

DOI: 10.3367/UFNr.0179.200910a.1033

Bibliography — 87 references

Received 5 December 2008, revised 18 June 2009

Uspekhi Fizicheskikh Nauk **179** (10) 1033 – 1045 (2009)

Physics – Uspekhi **52** (10) (2009)