

МЕТОДИЧЕСКИЕ ЗАМЕТКИ

Об оценке молекулярной вязкости внешнего ядра Земли

(О статье Д.Е. Смайли, В.В. Бражкина и А. Палмера "Прямые наблюдения вязкости внешнего ядра Земли и экстраполяция измерений вязкости жидкого железа")

В.Н. Жарков

Приводятся возражения против подхода к оценке вязкости внешнего ядра Земли, использованного в комментируемой работе Д.Е. Смайли, В.В. Бражкина и А. Палмера "Прямые наблюдения вязкости внешнего ядра Земли и экстраполяция измерений вязкости жидкого железа" (УФН 179 91 (2009)).

PACS numbers: 66.20.-d, 91.35.-x

DOI: 10.3367/UFNr.0179.200901e.0106

1. Авторы работы [1] начинают экстраполяционные оценки распределения молекулярной вязкости во внешнем жидком ядре Земли с формулы (45):

$$\eta \sim \exp \frac{E_{\text{act}0} + PV_{\text{act}}}{kT},$$

где $E_{\text{act}0}$ — активационная энергия при нормальном давлении, P — давление, V_{act} — активационный объём, k — константа Больцмана и T — абсолютная температура*. По существу, в (45) должна стоять энтальпия активации $H^* = E^* + PV^*$, в которой E^* и V^* зависят от плотности и температуры. Ясно, что, полагая в (45) $E_{\text{act}0}$ постоянной, легко получить экспоненциально сильное возрастание вязкости с давлением, тем более, как написано в [1]: "Хотя активационный объём для жидких металлов при атмосферном давлении очень мал ... предполагается ... что, как и в молекулярных расплавах, активационный объём в жидких металлах возрастает при сжатии от $0,05 V_{\text{at}}$ до $(0,2-0,4) V_{\text{at}}$ при давлениях, близких к величине ≈ 10 ГПа, и может возрасти до $(0,5-1) V_{\text{at}}$ при увеличении давления до 100 ГПа" (V_{at} — атомный объём). Дальнейшие преобразования авторами [1] формулы (45), которые в результате привели к фантастически сильному возрастанию молекулярной вязкости во внешнем жидком ядре Земли и очень высокому значению молекулярной вязкости ядра у границы с мантией, мне представляются необоснованными.

2. В работе [2] в физику поликристаллической мантии Земли было введено понятие диффузионной вязкости. Течение поликристаллов связано с точечными тепловыми дефектами — вакансиями. Энтальпия образования вакансии h имеет такой же вид, как и в формуле (45): $h = e + v_d P$, где e — энергия образования вакансии, v_d — активационный объём, равный изменению объёма кристалла при образовании вакансии. В результате возникала задача, близкая по

духу к той, которой занимались авторы [1], исходя из формулы (45). На первый взгляд казалось, что из-за слагаемого $v_d P$ энтальпия образования вакансии с увеличением давления будет быстро возрастать, а концентрация вакансий заметно уменьшаться — вакансии "захлопываются", коэффициенты диффузии и самодиффузии будут стремиться к нулю. Соответственно диффузионная вязкость поликристаллической мантии Земли при увеличении давления должна была бы резко возрастать. Для того чтобы разобраться в этом вопросе, была выполнена специальная работа "Влияние давления на коэффициент диффузии в твердых телах" [3]. В этой работе рассмотрены два вопроса.

В то время потенциал взаимодействия между ионами Cl^- и Na^+ был хорошо известен, а метод Мотта–Литтлтона [4] позволял строго, можно сказать из первых принципов, рассчитать энтальпию образования эффекта Шоттки в NaCl , который состоит из вакансии в решетке ионов Cl^- и вакансии в решетке ионов Na^+ . Оказалось, что с возрастанием давления эффекты Шоттки не "захлопываются", как могло бы показаться на первый взгляд. Это связано с большим выигрышем в энергии перекрытия при образовании дефекта по Шоттки. При образовании вакансии пропадает отталкивательное взаимодействие между частицей, которая занимала место в решетке, и ее соседями. Очевидно, качественно тот же эффект должен иметь место и в жидкостях.

Зависимость коэффициента диффузионной вязкости от температуры и давления определяется коэффициентом самодиффузии D :

$$D = D_0 \exp \left\{ -\frac{H^*(P)}{kT} \right\}. \quad (\text{K1})$$

Эмпирически оказалось [2, 3, 5], что величина энтальпии активации $H^*(P)$ пропорциональна температуре плавления $T_m(P)$:

$$H^*(P) \sim T_m(P). \quad (\text{K2})$$

Это позволяет выразить зависимость коэффициентов D и η от давления через приведенную температуру:

$$\theta = \frac{T}{T_m}. \quad (\text{K3})$$

* Далее к номерам формул, которые ниже приводятся автором комментария, добавляется буква К, например (K1).

Отсюда видно, что коэффициент самодиффузии и диффузионная вязкость на кривой плавления примерно постоянны, и этим при оценках широко пользуются в физике земных недр.

3. Второй вопрос, который рассматривался в [2, 5], — это построение простых интерполяционных формул для оценки влияния давления на коэффициенты самодиффузии и вязкости. С этой целью зависимость от давления интересующих нас величин, например $H^*(P)$, была представлена в виде

$$H^* = H_0^* \exp \left\{ - \int_{P_0}^P \frac{\partial \ln H^*}{\partial \ln V} \chi_T dP \right\}, \quad (\text{K4})$$

где V — объём, сравнительно медленно меняющаяся величина, $\partial \ln H^*/\partial \ln V < 0$, χ_T — изотермическая сжимаемость, определяемая из уравнения состояния или экспериментально. Величина $L = |\partial \ln H^*/\partial \ln V|$ для простых веществ с экспоненциальными силами отталкивания при низких давлениях равняется $\sim 3-2$ и медленно убывает с возрастанием давления. В этом смысле она похожа на другую известную логарифмическую производную — параметр Грюнайзена. Итак, если в (K4) для оценок сверху положить $L = L_0$, где L_0 — значение при нормальном давлении, то получается простая оценочная формула:

$$H^* = H^*(\rho_0) \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^{L_0}, \quad (\text{K5})$$

здесь ρ — плотность, ρ_0 — плотность при нормальном давлении.

4. Применим формулу (K5) для оценки изменения вязкости жидкого железа на кривой плавления при переходе от нормального давления к давлению на границе внешнего жидкого ядра с мантией. Для этого формулу, аналогичную формуле (45) из [1], запишем в виде

$$\eta \sim \exp \left\{ \frac{H^*(\rho_0)}{kT_{m_0}} N(\rho, T) \right\}, \quad (\text{K6})$$

$$N(\rho, T) = \frac{T_{m_0}}{T} \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^{L_0}, \quad (\text{K7})$$

где T_{m_0} и ρ_0 — температура плавления и плотность расплавленного железа при нормальном давлении, T и ρ — температура и плотность в жидком ядре на границе с мантией. Если в (K6), (K7) положить $T = T_{m_0}$, $\rho = \rho_0$, то это будет соответствовать оценке молекулярной вязкости, в нашем конкретном случае — вязкости железа при нормальном давлении. При $N > 1$ вязкость на кривой плавления возрастает, при $N < 1$ убывает.

Пуарье в книге [6] совершенно правильно рассуждает, что в твердых телах активационная энергия для диффузии в основном складывается из энергии образования точечных дефектов, в то время как в жидкостях (при нормальном давлении) кажущаяся "активационная энергия" отражает только температурную зависимость подвижности атомов, так как не требуется генерации локальных эффектов. Как известно, при плавлении заметно увеличивается объём. Так, при плавлении железа объём возрастает на $\sim 3\%$. В книге [6] на основе обработки большого эмпирического материала получено соотношение между значением эффективной активационной энергии для вязкости Q_v для ряда жидких металлов и температурой плавления при нормальном давлении T_{m_0} ,

$$Q_v = 2,6RT_{m_0}, \quad (\text{K8})$$

где R — универсальная газовая постоянная.

В обзоре [7] собраны данные о вязкости жидкого железа при нормальном давлении. Они попадают в интервал $\sim (5-7,6) \times 10^{-2}$ П. При нагревании от 1536°C до 1850°C вязкость слабо уменьшается — от 7,60 до $5,22 \times 10^{-2}$ П. Там же приведены данные о вязкости растворов железа с Ni, S, O и Si, которые близки к значению вязкости чистого жидкого железа. Плотность жидкого железа при нормальном давлении $7,25 \text{ г см}^{-3}$, температура плавления 1808 К . На границе ядро — мантия давление $1,35 \text{ Мбар}$, плотность $9,86 \text{ г см}^{-3}$ [1], температура плавления 3429 К [1]. Если иметь в виду оценку вязкости жидкого железа, то следует учесть то, что из-за наличия примеси легких элементов в рассматриваемых условиях плотность чистого жидкого железа примерно на 10% (весовых) больше: $\sim 11 \text{ г см}^{-3}$. Полагая в (K7) $L_0 \sim 3$ и учитывая приведенные выше данные, получаем оценку $N \sim 1,84$. Это приводит к оценке сверху, которая ограничивает значение молекулярной вязкости ядра на границе с мантией большим значением, чем то, которое имело бы место при давлении $\sim 1,35 \text{ Мбар}$:

$$\eta_{\text{emb}} < 7,6 \times 10^{-2} \times 12 \text{ П} \sim 0,9 \text{ П}. \quad (\text{K9})$$

В работе [1] экстраполяционная оценка молекулярной вязкости ядра на границе с мантией — $\sim 10^3 \text{ П}$, на границе с внутренним ядром — $\sim 10^{12} \text{ П}$. Те же формулы (K6)–(K8) позволяют легко получить оценку сверху молекулярной вязкости внешнего жидкого ядра на границе с внутренним ядром. Ясно, что ни о каких 10^{12} П не может быть и речи. Мне представляется, что идея о том, что молекулярная вязкость жидких металлов на кривой плавления мала и примерно постоянна, никак не поколеблена работой [1].

5. Интерпретация геофизических данных привела авторов [1] к значению вязкости ядра на границе с мантией $2,37 \times 10^4 \text{ П}$ по данным относительно затухания свободной нутации ядра (FCN) и значению на границе с внутренним ядром $1,2 \times 10^{12} \text{ П}$ по данным об уменьшении ротационного расщепления двух экваториальных трансляционных колебаний внутреннего ядра.

Возникает естественный вопрос: можно ли считать используемую в [1] интерпретацию однозначной?

На границе ядра с мантией кроме вязкого взаимодействия существует электромагнитное взаимодействие, сама граница еще недостаточно изучена, а вопрос о режиме возбуждения и затухания FCN находится на стадии изучения.

Вывод, который сделан в [1] "о хорошем подтверждении Cal8" (модели внутреннего строения Земли) вызывает вопросы. Распределение параметров в модели Cal8 приведено в известной книге [8]. Параметры вблизи границы внутреннего ядра и в самом внутреннем ядре заметно отличаются от параметров общепринятых сейчас референсных моделей Земли PREM [9] и ak 135 [10]. В ядре параметры PREM и ak 135 практически совпадают. Модель Cal18 имеет скачок плотности на границе внешнего жидкого ядра и твердого внутреннего ядра $1,17 \text{ г см}^{-3}$, в то время как для PREM и ak 135 он равен $0,6 \text{ г см}^{-3}$ и $0,665 \text{ г см}^{-3}$ соответственно. Скачок плотности на границе внешнего и внутреннего ядер в модели Cal8 составляет $\sim 8,8\%$, тогда как при плавлении железа при нормальном давлении этот скачок составляет $\sim 3\%$. В работе [11] были изучены в спектре собственных колебаний Земли моды ${}_2S_3$, ${}_3S_2$, ${}_6S_3$, ${}_8S_5$, ${}_9S_3$ и ещё 13 обертоновых мод, которые заметным образом зависят от параметров внутреннего ядра Земли. В том числе, был определен скачок плотности на границе внутреннего ядра, который оказался равным $\sim 0,55 \text{ г см}^{-3}$. Недавно выполнено ещё более детальное исследование свойств внутреннего ядра методом собствен-

ных колебаний Земли [12]. В работе [12] отмечено, что пределы изменения плотности во внутреннем ядре в PREM 12,76–13,09 г см⁻³ служат хорошим приближением для распределения плотности во внутреннем ядре. Соответствующие пределы в Cal8 — 13,34–13,58 г см⁻³ — заметно выше. В таблице 4 [1] приведены значения нерасщеплённых вращением периодов T_0 (в часах): 3,7985 из наблюдений; 3,82470 для модели Cal8; 5,23826 для PREM. Сами авторы [1] отмечают, что период T_0 очень сильно зависит от плотности внутреннего ядра.

Мне представляется, то, что модель Cal8 с нереально высоким значением плотности внутреннего ядра согласуется со значением T_0 , полученным из наблюдений, а более обоснованная модель, по существу, находится в противоречии с наблюдаемым значением T_0 , по-видимому, связано с тем, что или наблюдаемое значение определено с большой ошибкой, или согласие Cal8 с наблюдаемым T_0 достигнуто за счет нереально высокого значения вязкости жидкого внешнего ядра на границе с внутренним ядром. Короче, где-то допущена не математическая, а физическая неточность.

On estimating the molecular viscosity of the Earth's outer core

V.N. Zharkov

O. Yu. Schmidt Institute of Physics of the Earth, Russian Academy of Sciences, ul. B. Gruzinskaya 10, 123995 Moscow, Russian Federation
Tel. (7-495) 255-30 44. Fax (7-495) 255-60 40. E-mail: zharkov@ifz.ru

The paper "Direct observations of the viscosity of the outer core and extrapolation of measurements of the viscosity of liquid iron" by D.E. Smylie, V.V. Brazhkin, and A. Palmer (*Usp. Fiz. Nauk* 179 91 (2009) [*Phys. Usp.* 52 (1) (2009)]) is subject to critique for its proposed approach to estimating the viscosity of the Earth's outer core.

PACS numbers: 66.20. – d, 91.35. – x

Bibliography — 12 references

Uspekhi Fizicheskikh Nauk 179 (1) 106–108 (2009)

DOI: 10.3367/UFNr.0179.200901e.0106

Received 2 July 2008, revised 29 July 2008

Physics – Uspekhi 52 (1) (2009)

Список литературы

1. Смайли Д. Е., Бражкин В. В., Палмер А. *УФН* 179 91 (2009) [Smylie D. E., Brazhkin V. V., Palmer A. *Phys. Usp.* 52 (1) (2009) (in press)]
2. Жарков В. Н. *Тр. Ин-та физики Земли АН СССР* (11(176)) 36 (1960)
3. Жарков В. Н. *Тр. Ин-та физики Земли АН СССР* (11(176)) 14 (1960)
4. Mott N. F., Littleton M. J. *Faraday Soc.* 34 485 (1938)
5. Жарков В. Н., Калинин В. А. *Уравнения состояния твердых тел при высоких давлениях и температурах* (М.: Наука, 1968) [Zharkov V. N., Kalinin V. A. *Equations of State for Solids at High Pressures and Temperatures* (New York: Consultants Bureau, 1971)]
6. Poirier J.-P. *Introduction to the Physics of the Earth's Interior* (Cambridge: Cambridge Univ. Press 1991)
7. Secco R. A. "Viscosity of the outer core", in *Mineral Physics & Crystallography: A Handbook of Physical Constants* (AGU Reference Shelf, Vol. 2, Ed. T. J. Ahrens) (Washington, DC: American Geophysical Union, 1995) p. 218
8. Bullen K. E., Bolt B. A. *An Introduction to the Theory of Seismology* 4th ed. (Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1985) p. 317
9. Dziewonski A. M., Anderson D. L. *Phys. Earth Planet. Interiors* 25 297 (1981)
10. Kennett B. L. N., Engdahl E. R., Buland R. *Geophys. J. Int.* 122 108 (1995)
11. Tromp J. *Nature* 366 678 (1993)
12. Deuss A. *Earth Planet. Sci. Lett.* 268 364 (2008)

Ответ на комментарий В.Н. Жаркова

"Об оценке молекулярной вязкости внешнего ядра Земли"

Д.Е. Смайли, В.В. Бражкин, А. Палмер

PACS numbers: 66.20. – d, 91.35. – x

DOI: 10.3367/UFNr.0179.200901f.0108

В нашей статье "Прямые наблюдения вязкости внешнего ядра Земли и экстраполяция измерений вязкости жидкого железа" (*УФН* 179 91 (2009)) на основе данных сейсмических измерений оценена вязкость внешнего ядра Земли. Эти оценки могут подвергаться критическому анализу и быть предметом дискуссии, как и любая интерпретация косвенных экспериментальных данных. Тем не менее мы утверждаем, что все оценки основаны на данных, соответствующих современным представлениям в физике Земли. Неожиданно

высокие значения вязкости ядра Земли, полученные из сейсмических данных, находятся в соответствии со сделанными ранее эмпирическими оценками вязкости расплава железа в мегабарном диапазоне давлений.

В своем комментарии В.Н. Жарков не обсуждает достоверность сейсмических данных, положенных в основу наших оценок. Критикуется в основном эмпирическая модель аррениусовского типа. В.Н. Жарков в качестве контраргументов приводит оценки из собственных, причем также эмпирических, моделей. Не вдаваясь в их детальный анализ, заметим, что известное явление стеклования молекулярных жидкостей при изотермическом сжатии демонстрирует ограниченность этих моделей. Действительно, в сотнях молекулярных жидкостей наблюдается возрастание вязкости более чем на 10 порядков величины при изотермическом сжатии на 20–40 % по объёму, что противоречит уравнениям (К2) и (К6), приведённым в комментарии В.Н. Жаркова.

Комментарий аргументирует лишь неопределенность результатов экстраполяции вязкости жидкостей к высоким давлениям, сделанной на основе эмпирических моделей, с чем авторы полностью согласны.

Д.Е. Смайли. Department of Earth and Space Science and Engineering, York University, 4700 Keele Street, Toronto, Ontario, M3J 1P3, Canada
Tel. (416) 736-2100, ext. 66438. Fax (416) 736-5817

E-mail: doug@core.yorku.ca

В.В. Бражкин. Институт физики высоких давлений РАН, 142190 г. Троицк, Московская обл., Российская Федерация
Тел. (495) 334-00-11. Факс (495) 334-00-12

E-mail: brazhkin@ns.hppi.troitsk.ru

А. Палмер. Sander Geophysics Ltd., 260 Hunt Club Road, Ottawa, Ontario, K2P 1K2, Canada
E-mail: palmer@core.yorku.ca

Статья поступила 4 августа 2008 г.