

Рис. 2. На диаграмме $P - dP/dt$ показаны линии, определяющие границы эффективного рождения пар. Кружками изображены радиопульсары, крестами и квадратами — магнитары. Тонкая линия — граница рождения для радиопульсаров, $dP/dt \propto P^{11/4}$ [7], жирная линия — граница рождения для магнитаров, $dP/dt \propto P^{11/3}$ [8].

наблюдении небольшой группы так называемых выключающихся пульсаров. Это пульсары, у которых радиоизлучение исчезает на некоторое время, а затем возникает снова. Такие периоды "радиомолчания" и "радиоработы" происходят в течение всего времени наблюдения. Так, тщательные наблюдения пульсара PSRB 1931 + 24, который молчит в течение 20–25 дней, затем включается на 5–10 дней, показали, что его торможение в периоды работы и молчания существенно различается [10]. Торможение во время излучения радиоволн в 1,5 раза больше, чем во время молчания. Объяснение этого явления состоит в том, что генерация радиоизлучения связана с генерацией плазмы и энергия вращения тратится на генерацию пульсарного ветра, в то время как отсутствие радиоизлучения означает, что генерации плазмы не происходит и энергия вращения тратится на генерацию магнито-дипольной волны [11]. Поэтому и потери энергии существенно разные. В момент включения, если его уловить, можно было бы наблюдать развитие каскадного рождения плазмы, которое должно отразиться на временном поведении интенсивности и частотного спектра радиоизлучения. В момент выключения, которое по наблюдениям длится не больше 10 с, можно было бы наблюдать взаимодействие магнито-дипольного излучения с пульсарным ветром. Дело в том, что электромагнитное излучение распространяется со скоростью света, быстрее, чем ветер, и, догоняя ветер, начинает с ним взаимодействовать. Магнитное поле излучения возбуждает синхротронное излучение релятивистских частиц ветра. Измерение интенсивности и частотного спектра такого излучения позволило бы определить плотность и энергетический спектр частиц ветра.

В заключение следует отметить, что наблюдения нейтронных звезд и теория наблюдаемых явлений дают фундаментальное понимание поведения вещества в

экстремальных состояниях, в частности в сильных магнитных полях.

Список литературы

1. Baade W, Zwicky F *Proc. Natl. Acad. Sci. USA* **20** 259 (1934)
2. Bell S J, Hewish A *Nature* **213** 1214 (1967)
3. Malofeev V M, Malov O I, Teplykh D A, in *Young Neutron Stars and Their Environments: Proc. of the 218th Symp. of the IAU, Sydney, Australia, 14–17 July 2003* (Eds F Camilo, B M Gaensler) (San Francisco, Calif.: Astron. Soc. of the Pacific, 2004) p. 261
4. Малофеев В М и др. *Астрон. журн.* **82** 273 (2005) [Malofeev V M et al. *Astron. Rep.* **49** 242 (2005)]
5. Camilo F et al. *Nature* **442** 892 (2006)
6. Goldreich P, Julian W H *Astrophys. J.* **157** 869 (1969)
7. Гуревич А В, Истомин Я Н *ЖЭТФ* **89** 3 (1985) [Gurevich A V, Istomin Ya N *Sov. Phys. JETP* **62** 1 (1985)]
8. Истомин Я Н, Собынин Д Н *Письма в Астр. журн.* **33** 740 (2007) [Istomin Ya N, Sobyenin D N *Astron. Lett.* **33** 660 (2007)]
9. Beskin V S, Gurevich A V, Istomin Ya N *Physics of the Pulsar Magnetosphere* (Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1993)
10. Kramer M et al. *Science* **312** 549 (2006)
11. Gurevich A V, Istomin Ya N *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **377** 1663 (2007)

PACS numbers: 63.20.kp, 63.22. – m
DOI: 10.3367/UFNr.0178.200808i.0884

Многоканальное распространение и рассеяние фононов и фотонов в низкоразмерных наноструктурах

Ю.А. Косевич

1. Введение

В последние годы в связи с существенным прогрессом в разработке и создании новых технологичных и функциональных материалов заметно возрос интерес к изучению генерации и распространения когерентных акустических фононов в квазидномерных сверхструктурах, в том числе содержащих "акустические нанополости" [1], в нанопроволоках и наностержнях [2]. Важными для возможных приложений являются исследования процессов фоновой теплопереноса в низкоразмерных системах, например через микроконтакты различных твердых тел [3]. В связи с поиском технологичных материалов для термоэлектрических преобразователей весьма актуальными стали недавно полученные экспериментальные данные по значительному уменьшению теплопроводности кремниевых нанопроволок с шероховатыми поверхностями по сравнению с теплопроводностью объемного кремния и кремниевых нанопроволок с гладкими поверхностями [4–6]. Более того, фоновый вклад в теплопроводность монокристаллических кремниевых нанопроволок с диаметрами, меньшими 50 нм, приближается к предельному значению для аморфного кремния, что не может быть объяснено существующими теориями [5]. Молекулярно-динамическое моделирование теплопроводности алмазных наностержней с поверхностями, покрытыми водородом с присоединенными фенильными группами, также показало заметное уменьшение теплопроводности наностержней по сравнению с теплопроводностью объемных кристаллов [7].

В настоящем докладе описаны и рассмотрены несколько примеров так называемого многоканального распространения и рассеяния фононов и фотонов, кото-

рые могут давать вклад в динамические и кинетические фононные и фотонные характеристики низкоразмерных систем.

Важной чертой многоканального распространения фононов или фотонов является существование нескольких "параллельных" путей распространения, между которыми может происходить как конструктивная, так и деструктивная интерференция. Интерференция между различными путями при многоканальном распространении в низкоразмерной системе приводит в общем случае к несимметричной (нелоренцевой) форме линии коэффициентов прохождения, отражения и/или поглощения как функций частоты фонона или фотона.

Асимметричная форма линии поглощения впервые была описана Фано [8] при исследовании неупругих автоионизационных резонансов в атомах. Асимметричный профиль линии поглощения был объяснен как результат интерференции между дискретным резонансом и континуумом "фоновых" состояний, в который этот резонанс погружен. Асимметричные профили поглощения типа Фано были обнаружены во многих атомных системах (см., например, [9]), но такая форма линии не является эксклюзивным свойством чисто атомных систем. Подобные асимметричные линии были обнаружены в допированных полупроводниковых материалах, в спектрах поглощения [10] и рамановского рассеяния [11] на примесях. Асимметричные профили линии поглощения наблюдались также в объемном собственном полупроводнике GaAs и полупроводниковых сверхрешетках [12, 13], а также в квантовых ямах [14]. В электронном транспорте асимметричные пики проводимости как функции приложенного напряжения или напряжения на затворе наблюдались в квантовых точках с несколькими электронными уровнями [15, 16], в пересекающихся углеродных нанотрубках [17] и квантовых проводах с присоединенной "боковой" квантовой точкой [18, 19]. Электронный эффект Фано в квантовой точке в одном из плеч интерферометра Ааронова–Бома может взаимодействовать с эффектом Ааронова–Бома [20, 21] и корреляциями Кондо в квантовой точке [22]. Для фотонов эффект Фано наиболее ярко проявляется в асимметричной форме линии коэффициента прохождения фотона через двумерную систему локальных (плазмонных или оптико-фононных) резонансов [23, 24] или через слой прозрачного материала с периодической системой (двумерной решеткой) отверстий [25, 26].

Фононный аналог эффекта Фано впервые был описан независимо в работах [27, 28]. В работе [27], в частности, была рассмотрена задача о прохождении длинноволновой акустической волны (акустического фонона) через двумерный (2D) дефект кристалла со сложной структурой. Особенностью рассмотренного в [27] 2D-дефекта кристалла являлось наличие не только взаимодействия ближайших атомных слоев вблизи дефекта, но и прямого взаимодействия через дефектный монослой берегов матрицы решетки. В атомной модели 2D-дефекта это соответствует взаимодействию "неближайших соседей". В работе [27] было предсказано, что такой, фактически монослойный, дефект, характеризующийся слабыми локальными силовыми связями как ближайших, так и неближайших соседей, может резонансно полностью отразить акустический фонон с длиной волны, гораздо большей физической толщины дефекта. С точки зрения интерпретации эффекта Фано, аномально сильное резонансное отражение акустической волны происходит вследствие деструктивной интерференции двух фононных волновых путей: через локальный осциллятор (или через локальные силовые связи ближайших соседей) и через силовые связи неближайших соседей "в обход" локального осциллятора. В работе [27] было также предсказано резонансное полное граничное поглощение (полное неотражение и полное непрохождение) фонона на 2D-дефекте кристалла со сложной структурой. Как отмечалось в [27], аномально сильное резонансное отражение или поглощение длинноволнового акустического фонона при нормальном падении не может произойти на латерально-однородном слое материала (см., например, известную монографию [29]), а может иметь место только в акустике композитных материалов. Латерально-однородный слой материала позволяет лишь резонансно увеличить коэффициент прохождения фонона в условиях резонанса Фабри–Перо, что является фононным аналогом резонансного "просветления оптики". Взаимодействие берегов матрицы непосредственно через дефектный слой эквивалентно латеральной неоднородности двумерного дефекта. Учет такого дополнительного локального взаимодействия можно также рассматривать как эффективный учет того, что примеси не всегда целиком заполняют поверхность 2D-дефекта кристалла, т.е. примесные атомы могут чередоваться в плоскости дефекта с атомами матрицы, либо 2D-дефект может содержать два или несколько типов примесей (рис. 1).

В работе [28] проведена аналогия между рассеянием электронов и фононов и численно рассчитаны коэффициенты фононного прохождения с асимметричной формой линии через квазиодномерный многоканальный волновод, состоящий из полосы связанных параллельных осцилляторных цепей. Но эти колебательные явления в квазиодномерных системах осцилляторных цепей не были обобщены в [28] на случай распространения и рассеяния фононов в реальных трехмерных системах, таких как рассмотренный в работе [27] 2D-дефект со сложной структурой в трехмерном кристалле.

В более поздней работе [30] впервые были экспериментально исследованы акустические свойства так называемого "локально-резонансного" материала, который

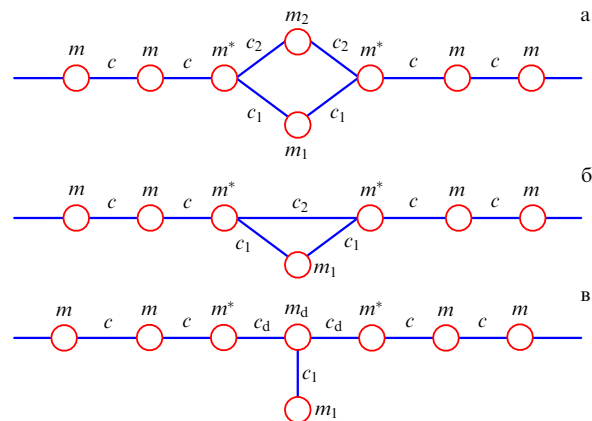


Рис. 1. Три варианта одномерных решеточных моделей, описывающих многоканальное распространение фононов через участок решетки, содержащий локальный дефект.

представлял собой трехмерную решетку из стальных шариков, покрытых слоем резины и вставленных в твердую матрицу из эпоксидной смолы. В работе [30] было показано, что на частотах, близких к частоте собственных колебаний стального шарика в твердой матрице, "монослой" такого композитного материала может резонансно практически полностью отразить акустическую волну с длиной, почти на два порядка большей физической толщины слоя. При этом нерегулярное (не строго двумерно-периодическое) распределение одинаковых рассеивателей упругих волн в твердой матрице фактически не влияет на аномально сильное резонансное отражение акустического фона от композитного слоя. Исследования в работе [30] материал и резонансное явление имеют прямую интерпретацию в рамках рассмотренной в [27] модели: слой стальных шариков в твердой матрице играет роль двумерного дефекта кристалла, образованного "слабосвязанными" примесями, а материал матрицы между "локальными резонаторами" играет роль силовой связи через композитный слой в обход резонаторов (рис. 1а). Характерно, что и в [27], и в [30] рассмотренные эффекты были правильно теоретически описаны и экспериментально исследованы без привлечения какой-либо аналогии с эффектом Фано. На возможность интерпретации акустических явлений в локально-резонансных материалах в терминах фононного аналога эффекта Фано впервые было обращено внимание в работах [31, 32] (хотя эта аналогия сама по себе не добавила ничего нового ни в теоретическое описание, ни в экспериментальное исследование рассмотренных акустических явлений). Как показано в работе [33], особенности резонансного прохождения акустических волн через двумерную систему тонкостенных упругих полых цилиндров также находят наиболее естественное объяснение при привлечении аналогии с эффектом Фано.

2. Многоканальное рассеяние акустических фононов на двумерном дефекте кристалла

Для макроскопического описания рассеяния длинноволнового акустического фонона на двумерном дефекте кристалла необходимо выяснить вид (и число) граничных условий на поверхности дефекта (плоскость $z = 0$) для поверхностных объемных напряжений $\sigma_{zi} = \lambda_{zilm} u_{lm}$ и упругих смещений u_i , $i = 1, 2, 3$. При резкой границе двух твердых тел соответствующие граничные условия сводятся к непрерывности поверхностных напряжений и упругих смещений (см. [34]). В общем случае на поверхности 2D-дефекта кристалла как поверхностные напряжения, так и упругие смещения испытывают разрывы (см. [35]). В случае, когда в плоскости 2D-дефекта находятся атомы N типов, простейшее обобщение рассмотренной в работе [27] модели многоканального распространения сводится к следующим динамическим уравнениям на поверхности дефекта:

$$\sigma_{zi}^{(1)} = \sum_{l=1}^N A_{ik}^{(l)} (u_k^{(ls)} - u_k^{(1)}) - \varrho \frac{\partial^2 u_i^{(1)}}{\partial t^2}, \quad (1)$$

$$\sigma_{zi}^{(2)} = \sum_{l=1}^N A_{ik}^{(l)} (u_k^{(2)} - u_k^{(ls)}) + \varrho \frac{\partial^2 u_i^{(2)}}{\partial t^2}, \quad (2)$$

$$\rho_s^{(l)} \frac{\partial^2 u_i^{(ls)}}{\partial t^2} = A_{ik}^{(l)} (2u_k^{(ls)} - u_k^{(1)} - u_k^{(2)}), \quad (3)$$

где ось z направлена из среды 1 в среду 2, $u_i^{(1,2)}$ и $u_i^{(ls)}$ — макроскопические (усредненные) смещения берегов матрицы и поверхностных атомов типа l ; симметричный тензор $A_{ik}^{(l)}$ описывает взаимодействие берегов матрицы с поверхностными атомами типа l ; $\rho_s^{(l)}$ и ϱ — поверхностные плотности атомов типа l и атомов в приповерхностных слоях (последнюю плотность необходимо учитывать лишь тогда, когда эта плотность велика по сравнению со средней "объемной" (см. ниже рис. 4). При $N = 2$ и $\rho_s^{(2)} = 0$ (или $\rho_s^{(2)} \ll \rho_s^{(1)}$), уравнения (1)–(3) сводятся к уравнениям, полученным в работе [27]:

$$\sigma_{zi}^{(1)} = A_{ik} (u_k^s - u_k^{(1)}) + B_{ik} (u_k^{(2)} - u_k^{(1)}) - \varrho \frac{\partial^2 u_i^{(1)}}{\partial t^2}, \quad (4)$$

$$\sigma_{zi}^{(2)} = A_{ik} (u_k^{(2)} - u_k^s) + B_{ik} (u_k^{(2)} - u_k^{(1)}) + \varrho \frac{\partial^2 u_i^{(2)}}{\partial t^2}, \quad (5)$$

$$\rho_s \frac{\partial^2 u_i^s}{\partial t^2} = A_{ik} (2u_k^s - u_k^{(1)} - u_k^{(2)}), \quad (6)$$

где $u_i^s = u_i^{(1s)}$, $\rho_s = \rho_s^{(1)}$, $A_{ik} = A_{ik}^{(1)}$, тензор $B_{ik} = (1/2) A_{ik}^{(2)}$ описывает "прямое взаимодействие" между берегами матрицы через дефектный слой. Когда нормаль к поверхности двумерного дефекта совпадает с осью симметрии кристалла и мы интересуемся распространением акустических волн лишь в этом направлении, в простейшем случае взаимодействия только ближайших соседей в объеме кристалла трехмерные уравнения (1)–(3) и (4)–(6) могут быть сведены к одномерным (1D) моделям осцилляторных цепей (рис. 1а и б для случая $N = 2$). При этом во второй модели (рис. 1б) локальные силовые связи в окрестности дефекта соответствуют взаимодействию как ближайших, так и неближайших соседей. Последние силовые связи, как следует из сравнения рис. 1а и б, действительно могут эффективно учитывать силовые связи через матрицу "в обход" дефектного атома.

В длинноволновом приближении имеется прямое соответствие между уравнениями теории упругости (4)–(6) (например, при описании взаимодействия с 2D-дефектом продольного фонона, распространяющегося вдоль оси z) и 1D-решеточной моделью такого 2D-дефекта, приведенной на рис. 1б:

$$\sigma_{zz} = \lambda_{zzzz} \frac{\partial u_z}{\partial z} \rightarrow \frac{c(u_{n+1} - u_n)}{a^2}, \quad (7)$$

и между всеми параметрами в обоих описаниях: $\lambda_{zzzz} \rightarrow c/a$, $A \rightarrow c_1/a^2$, $B \rightarrow c_2/a^2$, $\varrho \rightarrow m^*/a^2$, $\rho_s \rightarrow m_1/a^2$, где a — период 1D-решетки. Ниже мы опишем наиболее интересные особенности многоканального распространения фононов через 2D-дефект кристалла на примере приведенных на рис. 1 простых 1D-решеточных моделей.

Если 2D-дефект совпадает с плоскостью $n = 0$, то решение соответствующих линейных решеточных уравнений для плоскостей $n \leq -2$ и $n \geq 2$ мы будем искать в виде

$$u_n = \exp(ikan - i\omega t) + r \exp(-ikan - i\omega t), \quad n \leq -2, \quad (8)$$

$$u_n = t \exp(ikan - i\omega t), \quad n \geq 2, \quad (9)$$

где ω и k — частота и волновое число падающего акустического фонона, r и t — амплитудные коэффициенты отражения и прохождения соответственно. Энер-

гетические коэффициенты отражения R и прохождения T определяются как $R = |r|^2$ и $T = |t|^2$. В отсутствие диссипации должно выполняться условие сохранения энергии падающего акустического фона $T + R = 1$, которое мы всегда проверяем при численных расчетах. Уравнения движения для трех плоскостей $n = -1$, $n = 0$ и $n = 1$ определяются либо уравнениями длинноволнового приближения (1)–(3) (или (4)–(6)), либо соответствующими уравнениями дискретной решетки (ввиду наличия соответствия (7) в длинноволновом пределе). Закон дисперсии фона в рассматриваемой решетке имеет обычный для моноатомной 1D-модели со взаимодействием только ближайших соседей вид: $\omega = \omega_{\max} \sin(ka/2)$, где $\omega_{\max} = 2\sqrt{c/m}$.

В отсутствие прямого взаимодействия берегов дефекта, $c_2 = 0$, слабосвязанный дефект, например с $c_1 = 0,07c$, $m_1 = m^* = m$, приводит к резонансному прохождению фона через систему при $\omega = \omega_0 \approx \sqrt{2c_1/m_1} \ll \omega_{\max}$ на фоне уменьшающегося прохождения фона через такую систему с возрастанием частоты в целом [36] (рис. 2а). Этот резонанс прохождения аналогичен акустическому резонансу Фабри–Перо на одном монослое "мягкого" латерально-однородного материала, находящегося в более "жесткой" среде. Если же включить в рассмотрение второй канал распространения фона с $c_2 \geq c_1$ (содержащий или не содержащий атом матрицы (рис. 1а) с $m_2 = m$ или $m_2 = 0$), то полное резонансное прохождение фона сменится его полным резонансным отражением на той же частоте $\omega_0 \approx \sqrt{2c_1/m_1}$ (рис. 2в, отвечающий модели на рис. 1а с $c_2 = 0,9c$, $c_1 = 0,07c$, $m_2 = m_1 = m^* = m$). Этот эффект, впервые описанный в работе [27], наиболее ярко демонстрирует влияние дополнительного канала на распространение и рассеяние фононов в низкоразмерных многоканальных системах и наноструктурах. Поскольку для слабо связанного дефекта резонансная частота мала, $\sqrt{2c_1/m_1} \ll \omega_{\max} = 2\sqrt{c/m}$, то длина волны полностью отраженного фона гораздо больше физической ширины нанодефекта $d \approx 2a$.

Как уже отмечалось выше и как это очевидно из свойств описанных систем, эффект полного отражения падающего по нормали к 2D-дефекту фона может произойти лишь на латерально-неоднородном и "локально-резонансном" композитном слое. В случае же промежуточного значения силовой связи прямого взаимодействия берегов матрицы частотная зависимость коэффициента прохождения приобретает характерную для эффекта Фано асимметричную форму (рис. 2б, отвечающий модели на рис. 1а с $c_2 = 4c_1 = 0,28c$, $m_1 = m^* = m$, $m_2 = 0$ или модели на рис. 1б с $c_2 = 2c_1 = 0,14c$, $m_1 = m^* = m$). В этом случае коэффициент прохождения фононов характеризуется наличием как нуля, так и единицы на частотах, близких к ω_0 .

Этими же особенностями характеризуется прохождение фононов через нанодефект в квазиодномерном волноводе с присоединенным "боковым" осциллятором (или цепочкой осцилляторов), который играет роль "фононного отвода" (phonon lead) (рис. 1в). При заданных слабой силе связи в фононном отводе, $c_1 \ll c$, и силе "продольной связи" дефекта, $c_d \ll c$, коэффициент прохождения имеет один или несколько резонансов прохождения типа Фабри–Перо. При относительно сильной продольной связи дефекта, $c_d \approx c \gg c_1$, коэффициент прохождения имеет один или несколько резонансов отражения в области низких частот на фоне почти

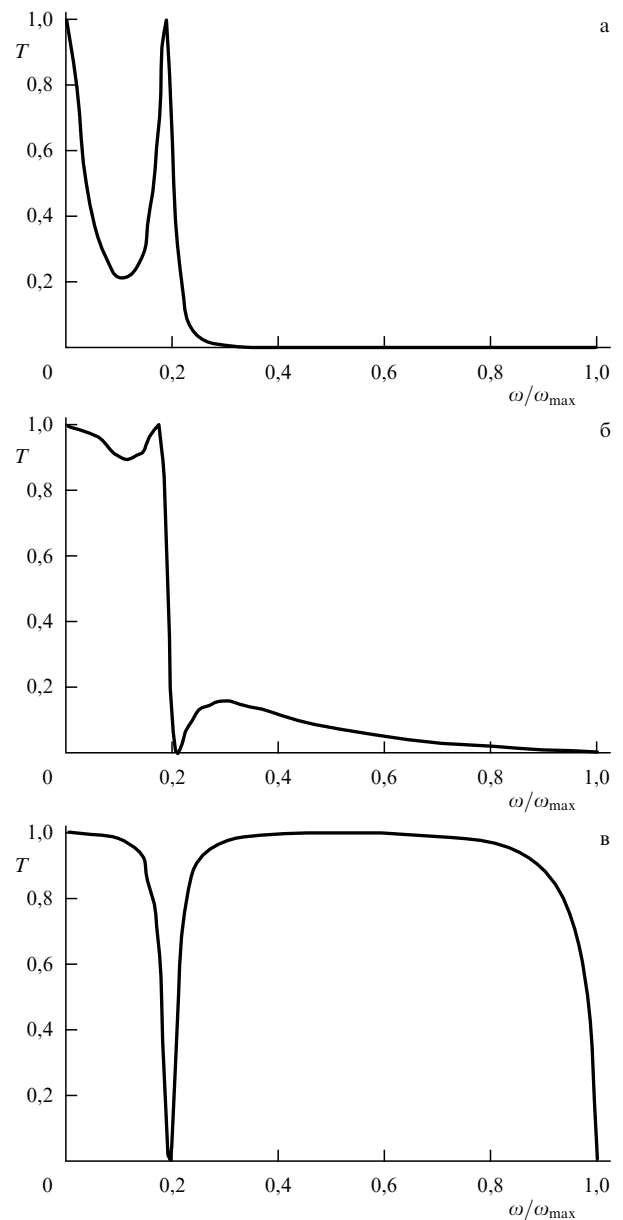


Рис. 2. Энергетические коэффициенты прохождения фононов через двумерный дефект решетки как функции нормированной частоты ω/ω_{\max} . Одномерная проекция дефекта соответствует показанной на рис. 1а модели в случае $m_1 = m^* = m$ и (а) $c_1 = 0,07c$, $c_2 = 0$, (б) $c_2 = 4c_1 = 0,28c$, $m_2 = 0$, (в) $c_1 = 0,07c$, $c_2 = 0,9c$, $m_2 = m$.

полного прохождения на остальных частотах. В частности, если к одному узлу 1D-решетки с $m_d = m$ и $c_d = c$ присоединен фононный отвод с одним, двумя или тремя последовательно соединенными (одинаковыми) слабо связанными звеньями, для каждого из которых $m_l = m$ и $c_l \ll c$, то распространение длинноволнового фона через такой дефект характеризуется наличием соответственно одного, двух или трех резонансных частот полного отражения (см. рис. 3 для случая $c_1 = 0,1c$). Для каждого такого резонанса вторым каналом распространения фона, деструктивная интерференция которого с каналом вдоль 1D-кристалла приводит к полному подавлению прохождения, является одна из собственных колебательных мод фононного отвода, полное число которых определяется числом звеньев в отводе. В дальнейшем модель 1D-кристалла с фононными отво-

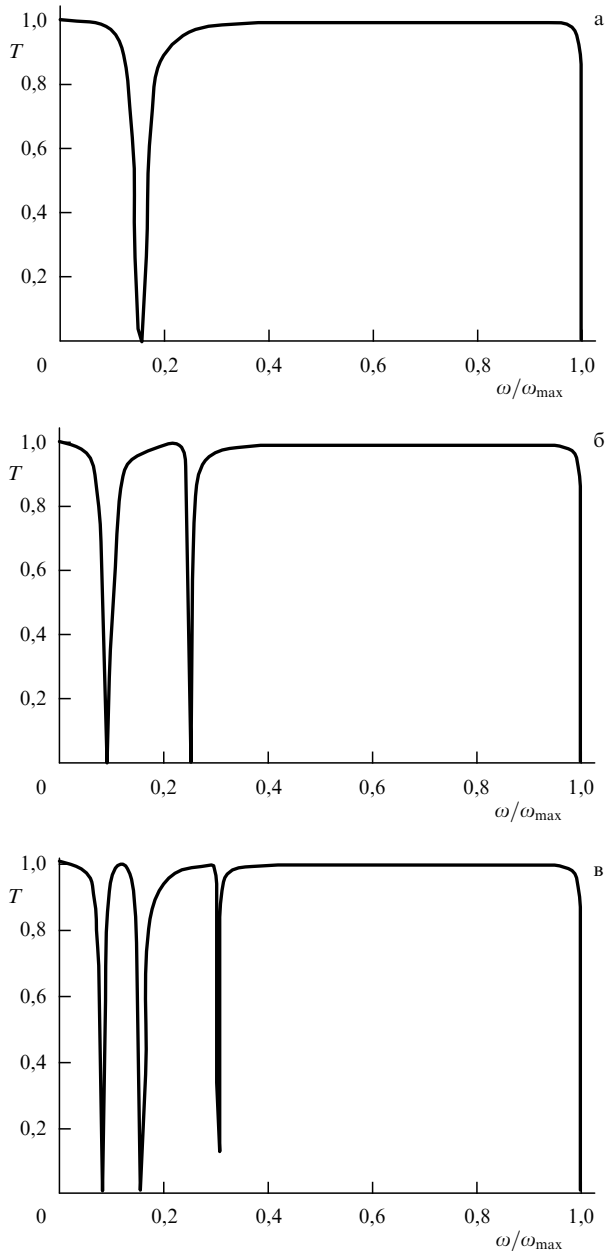


Рис. 3. Частотные зависимости энергетических коэффициентов прохождения фононов через одномерный волновод, содержащий боковую цепочку, показанную на рис. 1в, с одним (а), двумя (б) и тремя (в) одинаковыми звеньями в случае $m_d = m_l = m$, $c_d = c$, и $c_1 = 0,1c$.

дами мы используем для моделирования фоновой теплопроводности нанопроволок с динамическими шероховатыми поверхностями.

Несколько нулей прохождения фононов реализуется также в 1D-решетке (или на 2D-дефекте кристалла) с несколькими параллельными каналами прохождения, подобными приведенным на рис. 1а. В общем случае N каналов прохождения могут привести к $N - 1$ резонансам полного отражения.

Еще одним свойством двумерных дефектов кристалла, 1D-модели которых приведены на рис. 1, существенно влияющим на резонансное прохождение фонона, является большая масса приповерхностных атомов m^* и соответственно большая приповерхностная плотность ρ в уравнениях (1)–(6) [27]. В частности, простейшая 1D-модель, приведенная на рис. 1б, позволяет описать

наличие одного или двух резонансных максимумов прохождения через два или три слоя сильно связанных "тяжелых" примесных атомов, когда соответственно $c_1 = 0$, $c_2 = c$, $m^* = 5m$ и $c_1 = c$, $c_2 = 0$, $m^* = m_l = 5m$ (рис. 4а и б). Иными словами, N плотных сильно связанных слоев приводят к $N - 1$ фоновым резонансам типа Фабри–Перо с характерной частотой (или межчастотным интервалом) $\omega_{hl} \approx \sqrt{2c/m^*}$ (в отличие от N слабо связанных слоев, приводящих к N фоновым резонансам прохождения типа Фабри–Перо (рис. 2а)). В случае электронного транспорта в 1D-модели сильной связи резонансная прозрачность пары узлов с равной энергией (димера) и влияние такой прозрачности на делокализацию электронных состояний в решетках случайных димеров, в частности в проводящих полимерах, обсуждалась в работах [37, 38].

Дополнительный резонанс прохождения через колебательный "димер" плотных сильно связанных слоев может привести к "двойному" резонансу прохождения (двойному резонансу типа Фано), при котором совпадают частоты собственных колебаний двух плотных сильно связанных внешних слоев и слабо связанного внутреннего слоя (рис. 1б). В этом случае на фоне резонанса прохождения наблюдается узкий резонанс отражения (минимум прохождения) (рис. 4в). Но особенно сильный эффект может наблюдаться в случае конечной диссипации собственных колебаний в условиях двойного резонанса, а именно эффект полного поверхностного поглощения падающего фонона 2D-дефектом решетки [27], при котором одновременно стремятся к нулю коэффициенты прохождения и отражения, а поверхностное поглощение $A_s = 1 - T - R$ приближается к единице (рис. 4г). В рамках феноменологического подхода диссипация колебаний может быть учтена с помощью мнимых частей констант локальных силовых связей c_1 и c_2 , которые предполагаются пропорциональными частоте и малыми по сравнению с вещественными частями соответствующих силовых констант. Для полного поверхностного поглощения, $A_s \approx 1$, должны выполняться следующие условия [27]:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{2c_1 + c_1^2/c_2}{m_1}} = \sqrt{\frac{c_1 + 2c_2}{m^*}}, \quad (10)$$

$$\frac{m^*}{m_1} = \frac{c_2}{c_1}, \quad \text{Im}(c_1 + 2c_2) = 2c \frac{\omega_0}{\omega_{\max}}. \quad (11)$$

На рисунке 4г приведены коэффициенты прохождения, отражения и поверхностного поглощения при следующих параметрах двумерного дефекта, отвечающего модели, представленной на рис. 1б: $c_1 = c(0,2 - i0,0165\omega/\omega_{\max})$, $c_2 = c(1 - i\omega/\omega_{\max})$, $m^* = 5m$, $m_1 = m$, которые соответствуют аналитическому предсказанию, даваемому уравнениями (10) и (11).

На основе эффекта полного поглощения акустического фонона двойным резонансным слоем, аналогичного эффекту полного поглощения потока фотонов резонансными атомами в оптике, в принципе возможно построение фоновой лазера за счет усиления стимулированным излучением ($A_s \gg 1$) фоновой поля, распространяющегося через предварительно возбужденный двойной резонансный слой. (Этот механизм усиления фоновой поля отличается от исследованного в работе [39] механизма резонансной эмиссии акустических фононов из слабо связанной полупроводниковой сверхрешетки.)

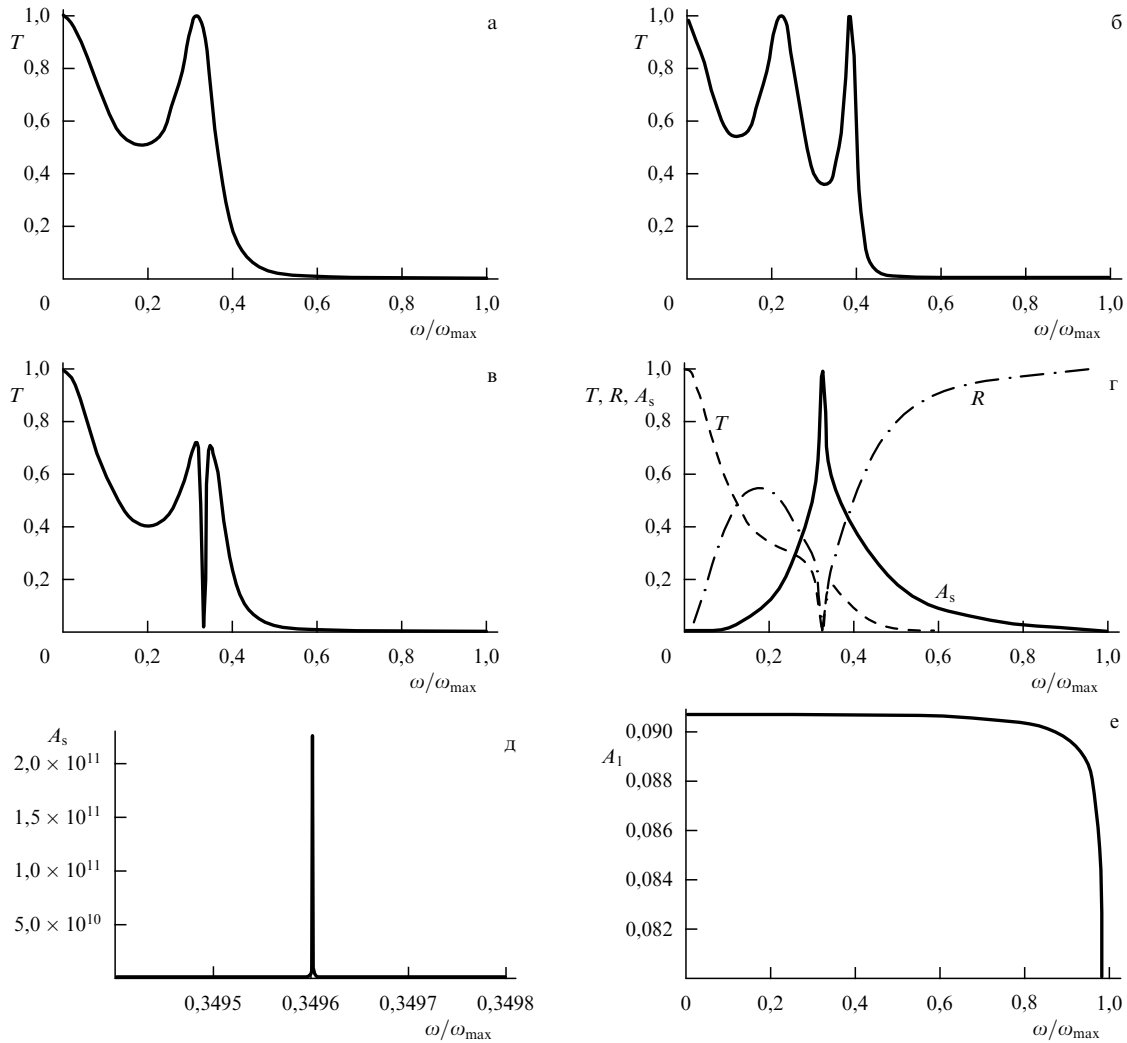


Рис. 4. Частотные зависимости энергетических коэффициентов прохождения фононов через двумерный дефект решетки, содержащий два (а), (в)–(д) и три (б) атомных слоя с большой плотностью и соответствующий одномерной модели на рис. 1б с (а) $m^* = 5m$, $c_1 = 0$, $c_2 = c$, (б) $m^* = m_1 = 5m$, $c_1 = c$, $c_2 = 0$, (в) $c_1 = 0,2c$, $c_2 = c$, $m^* = 5m$, $m_1 = m$. (г) Частотные зависимости энергетических коэффициентов прохождения T , отражения R и поверхностного поглощения $A_s = 1 - T - R$ на двумерном дефекте с $c_1 = c(0,2 - i0,0165\omega/\omega_{\max})$, $c_2 = c(1 - i\omega/\omega_{\max})$, $m^* = 5m$, $m_1 = m$. (д) Частотная зависимость энергетического коэффициента усиления $A_s = 1 - T - R$ на двумерном дефекте с $c_1 = c(0,2 + i0,0168\omega/\omega_{\max})$, $c_2 = c(1 + i0,92850\omega/\omega_{\max})$, $m^* = 5m$, $m_1 = 0,88m$. (е) Частотная зависимость коэффициента энергетических потерь $A_1 = 1 - R_1 - T_1$ в одномерном волноводе при отражении на одном боковом фононном отводе (рис. 1в) с эффективной массой (18) при безразмерном параметре связи $f = c_1/c = m_1/m = 0,1$.

Поскольку стимулированное излучение отвечает случаю "отрицательного поглощения" фононного поля, значения $A_s \gg 1$ можно достичь при изменении знака мнимых частей констант силовых связей c_1 и c_2 . На рисунке 4д показано резонансное значение $A_s \sim 2 \times 10^{11}$, которое достигается на двойном резонансном слое (модель рис. 1б) с $c_1 = c(0,2 + i0,0168\omega/\omega_{\max})$, $c_2 = c(1 + i0,92850\omega/\omega_{\max})$, $m^* = 5m$, $m_1 = 0,88m$. Такое высокое численное значение коэффициента усиления позволяет надеяться, что система соответствующих двойных колебательных слоев действительно может привести к усилению фононного поля в образце.

3. Рассеяние акустических фононов в квазиодномерном волноводе с поверхностными фононными отводами

В данном разделе мы опишем модель рассеяния фононов в квазиодномерном волноводе на системе поверхностных фононных отводов. В этой модели предполагается,

что к каждому атому в 1D-кристалле (фононном волноводе) присоединена длинная (бесконечно длинная) осцилляторная цепь с малым безразмерным коэффициентом связи $f \ll 1$, когда $c_1 = fc$, $m_1 = fm$ (рис. 5). Распространяющийся вдоль волновода фонон возбуждает колебания отвода, которые распространяются вдоль отвода и, что очень существенно, обратно в волновод в виде

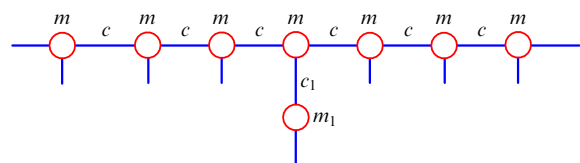


Рис. 5. Модель одномерного волновода с присоединенными к каждому узлу одинаковыми фононными отводами как обобщение одномерной модели на рис. 1в с одним боковым дефектом.

когерентного фонона не возвращаются. Эту модель мы применим для описания рассеяния фононов на "динамической шероховатости" поверхности квазиодномерного волновода и влияния этого рассеяния на фононную теплопроводность нанопроволок. В слое динамической шероховатости происходят случайные пересечения и контакты между различными фононными отводами, что, в свою очередь, приводит к случайному рассеянию распространяющегося вдоль отвода фонона и соответственно к его невозвращению обратно в волновод в качестве когерентной волны (сфазированной с порождающим фононом в волноводе). В динамической решеточной модели динамическая шероховатость может быть описана случайным расположением вакансий и кластеров из вакансий в решеточном слое атомов, окружающем волновод. При этом безразмерный коэффициент связи $f < 1$, характеризующий динамическую связь "монокристаллического" волновода с неупорядоченным в поверхностном слое, можно связать с безразмерным "фактором заполнения" вакансий в этом слое.

Как видно из рис. 3, с увеличением числа звеньев N в отводе минимальная частота полного отражения убывает (как $\omega_N \sim \sqrt{c_1/m_1} \pi/N$ при $N \gg 1$), причем частоты полного отражения сгущаются в области низких частот. При $N \gg 1$ это эквивалентно образованию эффективной квазищели в спектре низкочастотных колебаний такой квазиодномерной системы: в квазищели колебания становятся сильнозатухающими и их прохождение через систему с конечной длиной затруднено, что соответственно понижает фононную теплопроводность системы.

Мы предполагаем, что смещения в n -м фононном отводе имеют вид уходящей от волновода волны, уносящей его колебательную энергию:

$$u_{m,n} = A_{1,n} \exp[-i\omega t - ik_{\perp} a(m-1)], \quad (12)$$

где $m = 1, 2, \dots$ — номера атомов в отводе, отсчитываемые в направлении от волновода, k_{\perp} — волновое число вдоль отвода, которое связано с частотой волны $\omega = 2\sqrt{c_1/m_1} \sin(k_{\perp} a/2)$. В низкочастотном и длинноволновом пределе $k_{\perp} a \ll 1$ находим $k_{\perp} a \approx \omega\sqrt{m_1/c_1}$. С учетом (12) получаем следующий закон дисперсии фонона с волновым числом k_{\parallel} вдоль квазиодномерного волновода с поверхностными отводами:

$$\left[m\omega^2 - 4c \sin\left(\frac{k_{\parallel} a}{2}\right)^2 \right] \left[m_1\omega^2 - c_1 + c_1(\exp(-ik_{\perp} a) - 1) \right] = c_1 \left[m_1\omega^2 + c_1(\exp(-ik_{\perp} a) - 1) \right]. \quad (13)$$

Из уравнения (13) в низкочастотном и длинноволновом пределе ($k_{\parallel}, k_{\perp} a \ll 1$, когда $k_{\perp} a \approx \omega\sqrt{m_1/c_1}$), получим уравнение для комплексного волнового числа k_{\parallel} затухающего фонона:

$$k_{\parallel}^2 a^2 = \omega^2 \frac{m + m_1}{c} + i\omega \frac{\sqrt{m_1 c_1}}{c}. \quad (14)$$

Отсюда мы находим, что в области частот $\omega \gg \omega^* \equiv \sqrt{m_1 c_1}/(m + m_1)$ фононы являются слабозатухающими (мнимая часть фононного волнового вектора мала и не зависит от частоты) и распространяются баллистически:

$$k_{\parallel} a = \omega \sqrt{\frac{m + m_1}{c}} + \frac{i}{2} \sqrt{\frac{m_1 c_1}{(m + m_1) c}}. \quad (15)$$

В низкочастотном пределе $\omega \ll \omega^*$ фононы сильно затухают:

$$k_{\parallel} a = \frac{1 + i}{\sqrt{2}} \sqrt{\omega} \frac{(m_1 c_1)^{1/4}}{\sqrt{c}}, \quad (16)$$

и распространяются диффузионно, в соответствии с уравнением $i\omega = D_{\text{ph}} k_{\parallel}^2$, с коэффициентом диффузии

$$D_{\text{ph}} = \frac{ca^2}{\sqrt{m_1 c_1}} = V_{\text{ph}} l_{\text{ph}}, \quad (17)$$

где $V_{\text{ph}} = a\sqrt{c/m}$ — скорость длинноволновых фононов, $l_{\text{ph}} = a\sqrt{mc/m_1 c_1} \equiv a/f$ — длина свободного пробега фононов. Эта длина также определяется как одна вторая обратной мнимой части волнового вектора баллистического фонона, описываемой уравнением (15). В соответствии с определением коэффициента поглощения акустического фонона [34] удвоенная мнимая часть волнового вектора определяет коэффициент поглощения энергии фонона. Такую же оценку для длины свободного пробега фононов можно получить и из рассмотрения коэффициента энергетических потерь $A_1 = 1 - R_1 - T_1$ фонона на одном фононном отводе. Наличие фононного отвода можно свести к эффективной перенормировке массы m_1 в волноводе с одним боковым осциллятором (рис. 1в). В этом случае масса m_1 заменяется комплексной эффективной массой:

$$m_1^{\text{eff}} = m_1 + \frac{c_1}{\omega^2} [\exp(-ik_{\perp} a) - 1] \equiv f \left[m + \frac{c}{\omega^2} (\exp(-ik_{\perp} a) - 1) \right]. \quad (18)$$

На рисунке 4е приведена частотная зависимость коэффициента энергетических потерь A_1 в одномерном волноводе при отражении на одном "боковом дефекте" с эффективной массой (18) в случае $f = 0, 1$. Как видно из рис. 4е, $A_1 \approx f$ в очень широком интервале частот, включая низкие. Поэтому если такие рассеиватели расположены в волноводе с пространственным периодом a , то для длины свободного пробега фонона по энергии получаем оценку $l_{\text{ph}} \approx a/f$, совпадающую с (17).

Оценим теперь безразмерный коэффициент динамической связи $f \ll 1$ фононного отвода с волноводом. Для стержня с круговым или прямоугольным сечением этот параметр можно оценить как отношение числа силовых атомных связей в шероховатом поверхностном слое и в неискаженной части волновода, т.е. как $f \sim \delta/D$, где $\delta \sim \sqrt{h^2}$ — среднеквадратичная высота шероховатости, D — диаметр нанопроволоки. Это дает нам оценку длины свободного пробега фононов:

$$l_{\text{ph}} \approx \frac{a}{f} \sim \frac{a}{\delta} D \ll D. \quad (19)$$

Используя уравнения (17) и (19), мы можем получить оценку для фононной теплопроводности κ_{ph} нанопроволоки с "динамической шероховатостью" поверхности:

$$\kappa_{\text{ph}} \sim C_{\text{ph}} D_{\text{ph}} \sim C_{\text{ph}} V_{\text{ph}} \frac{a}{\delta} D, \quad (20)$$

где C_{ph} — удельная фононная теплоемкость.

Таким образом, рассеяние на динамической шероховатости в нанопроволоках приводит к уменьшению длины свободного пробега фононов (и соответственно фононного вклада в теплопроводность) по мере умень-

шения параметра a/δ . Поскольку в кремнии $a \approx 0,54$ нм, а в исследованных образцах среднеквадратичная высота шероховатости изменялась в пределах 1–5 нм [5], то параметр a/δ находится соответственно в пределах 2–10. Такое отношение длин свободного пробега фононов (и теплопроводности) в нанопроволоках с гладкими и шероховатыми поверхностями (соответственно $\delta \sim a$ и $\delta \gg a$) согласуется с экспериментальным значением соответствующего фактора 5–8 [5].

Кажущимся противоречием оценки (19) является то, что длина свободного пробега фононов из-за рассеяния на поверхности оказывается меньше диаметра образца: обычно считается, что $l_{ph} = D$ — минимальная длина свободного пробега вследствие такого рассеяния (см., например, [5, 40]). Но это противоречие снимается, поскольку оценка (19) относится прежде всего к фононам, распространяющимся вдоль оси волновода, в то время как ограничение $l_{ph} = D$ относится к фононам, распространяющимся под произвольным (в том числе большим) углом к оси волновода. Но именно продольные фононы, распространяющиеся вдоль оси волновода, вносят наибольший вклад в теплопроводность нанопроволоки благодаря наибольшей проекции групповой скорости V_{phz} на ось квазиодномерного образца (см. уравнение (20)). Применение оценки (19) прежде всего к фононам, распространяющимся вдоль оси волновода, также снимает ограничение на "квазиодномерность" фононов в нанопроволоке, т.е. на требование $k_{ph}D < 1$, где k_{ph} — волновое число теплового фонона, которое выполняется лишь при очень низких температурах даже в нанопроволоках со средним диаметром 100 нм ($\approx 200a$) [5]. С другой стороны, при увеличении среднеквадратичной высоты шероховатости, когда параметр a/δ становится очень малым, нужно учесть, что длина свободного пробега фонона (19) не может быть меньше половины длины волны фонона $\lambda_{ph}/2$ (см. [41]). Поэтому в нанопроволоках с достаточно малым диаметром и шероховатой поверхностью длина свободного пробега фононов может стремиться к $\lambda_{ph}/2$, а фононная теплопроводность — к нижнему пределу теплопроводности аморфного твердого тела. Стремление теплопроводности нанопроволок из *монокристаллического кремния* к предельному значению теплопроводности *аморфного кремния* при уменьшении диаметров нанопроволок с шероховатыми поверхностями также была обнаружена (но не объяснена) в работе [5].

Таким образом, предложенный механизм нерезонансного рассеяния фононов на поверхностных фононных отводах, которые моделируют динамическую шероховатость поверхности фононного волновода, позволил нам качественно и частично количественно объяснить значительное (почти на порядок) понижение теплопроводности нанопроволок с шероховатой поверхностью по сравнению с теплопроводностью нанопроволок с гладкой поверхностью, а также возможную причину достижения нижнего предела теплопроводности аморфного твердого тела в нанопроволоках из монокристаллического материала. При этом существенно, что "параллельное динамическое соединение" идеального теплопроводника (кристаллического фононного волновода) с плохим теплопроводником (неупорядоченным поверхностным решеточным слоем) приводит к заметному уменьшению теплопроводности всего композита, в отличие от электропроводности параллельно соединенных

идеального (например, сверхпроводящего) и резистивного электрических проводников.

4. Многоканальное рассеяние фотонов на двумерных наноструктурах

Идею многоканального распространения можно применить также и для рассеяния фотонов на двумерных системах. Как и для акустических фононов, дополнительный канал распространения может привести к полному отражению фотона от двумерной системы, физическая толщина которой намного меньше длины падающей волны. Примеры различных анизотропных и/или гиротропных двумерных систем, при рассеянии на которых может наблюдаться полное отражение или полная конверсия поляризации фотона, приведены в работе [23]. Простейшей системой такого типа является тонкий слой полярного кубического полупроводника типа GaAs с характерной частотной дисперсией диэлектрической проницаемости, $\epsilon_{ik} = \epsilon\delta_{ik}$, обусловленной оптическими фононами [42]:

$$\epsilon = \epsilon_{\infty} + \frac{\epsilon_0 - \epsilon_{\infty}}{1 - \omega^2/\omega_{TO}^2 - i\Gamma\omega/\omega_{TO}^2}, \quad (21)$$

где ϵ_0 и $\epsilon_{\infty} < \epsilon_0$ — статические и оптические диэлектрические проницаемости, ω_{TO} и Γ — частота и константа затухания длинноволнового поперечного оптического фонона. Несложно убедиться в том (см. уравнения (22) и (23) и рис. 6), что вблизи частоты ω_{TO} , при которой $\epsilon \rightarrow \infty$, происходит резонансное увеличение коэффициента отражения от тонкого слоя, расположенного на границе двух сред (включая случай, в котором такой слой находится в вакууме). При этом кривая отражения как функция частоты имеет в общем случае асимметричную форму (см. рис. 6). Увеличение коэффициента отражения в резонансе тем сильнее, чем больше добротность оптического фонона (описываемая параметром ω_{TO}/Γ в уравнении (21)). Однако если тонкий слой полупроводника расположен на границе двух одинаковых сред (например, в вакууме), то при $\epsilon(\omega) = 1$, $\omega > \omega_{TO}$ происходит полное прохождение фотона через слой. Асимметричную форму коэффициента прохождения через тонкий слой полярного полупроводника можно связать с интерференцией двух фотонных путей: через резонанс с оптическим фононом и через окружающую среду с диэлект-

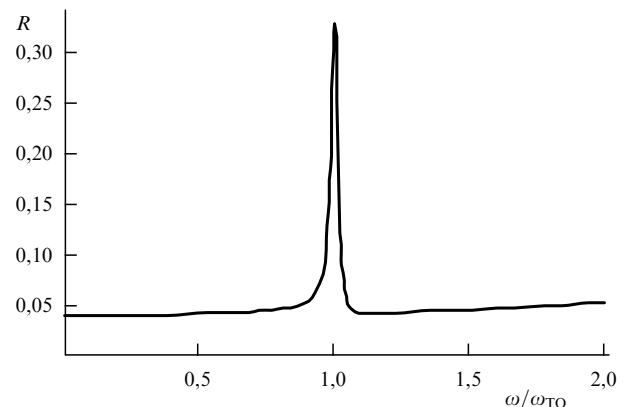


Рис. 6. Энергетический коэффициент отражения фотона от слоя полярного полупроводника GaAs толщиной 100 нм на границе вакуум–стекло как функция нормированной частоты фотона; ω_{TO} — частота поперечного оптического фонона. Остальные параметры слоя приведены в тексте.

рической проницаемостью ε_∞ , т.е. с эффектом Фано для фотонов.

Другой пример фотонного аналога эффекта Фано представляет собой взаимодействие фотонов с двумерной наноструктурой типа металл–диэлектрик, состоящей, например, из одинарных или двойных полосок двумерного электронного газа на подложке из полупроводника типа GaAs [43] или металлических резонансных элементов типа расщепленных двойных [44, 45] или одинарных [46] кольцевых резонаторов на подложке из стекла. Резонансное увеличение отражения фотонов от таких *структурированных* (латерально-неоднородных) двумерных электронных систем наблюдается в дальнем инфракрасном диапазоне [43, 44] и в оптическом диапазоне с $\nu \approx 100$ ТГц [45, 46]. Во всех подобных структурированных двумерных электронных системах (СДЭС) фотоны взаимодействуют с локальными электронными наноструктурами (ЛЭНС), расположенными с определенной концентрацией на прозрачной подложке и характеризующимися локальными электронно-плазмонными резонансами. Поэтому резонансное увеличение отражения можно связать с деструктивной интерференцией двух фотонных путей: через локальный электронно-плазмонный резонанс и через прозрачную подложку, окружающую резонатор.

При макроскопическом описании взаимодействие фотона с двумерной системой осуществляется в общем случае через эффективную динамическую проводимость двумерной системы $\sigma_{\alpha\beta}(\omega)$, $\alpha, \beta = 1, 2$, которая связывает поверхностный (динамический) ток с касательной к поверхности составляющей электрического поля (см., например, [23, 47]). Для нормального падения фотона (из среды 1 в среду 2) можно получить следующее выражение для амплитудных коэффициентов отражения $r^{(x,y)}$ и прохождения $t^{(x,y)}$ для электрического поля фотона, поляризованного соответственно вдоль оси x или y в плоскости двумерной системы:

$$r^{(x,y)} = \frac{n_1 - n_2 - (4\pi/c) \sigma_{xx,yy} + \frac{[(4\pi/c) \sigma_{xy}]^2}{n_1 + n_2 + (4\pi/c) \sigma_{yy,xx}}}{n_1 + n_2 + (4\pi/c) \sigma_{xx,yy} - \frac{[(4\pi/c) \sigma_{xy}]^2}{n_1 + n_2 + (4\pi/c) \sigma_{yy,xx}}},$$

$$t^{(x,y)} = 1 + r^{(x,y)}, \quad (22)$$

где n_1 и n_2 — коэффициенты преломления сред 1 и 2, c — скорость света в вакууме. Уравнение (22) описывает также возможную анизотропию и/или гиротропию двумерной электронной системы, которая учитывается в общем случае различными диагональными, σ_{xx} и σ_{yy} , и недиагональной, σ_{xy} , компонентами двумерного тензора проводимости $\sigma_{\alpha\beta}$. Тензор динамической двумерной проводимости $\sigma_{\alpha\beta}(\omega)$ в общем случае можно связать с "избыточностью" в тонком слое толщиной d тензоров локальной диэлектрической восприимчивости $(\varepsilon_{\alpha\beta}(\omega) - \varepsilon^{(1)} \delta_{\alpha\beta})/4\pi$ и средней диэлектрической восприимчивости на границе (изотропных) сред 1 и 2 $(\bar{\varepsilon} - \varepsilon^{(1)}) \delta_{\alpha\beta}/4\pi$, $\bar{\varepsilon} = (\varepsilon^{(1)} + \varepsilon^{(2)})/2$, по отношению к восприимчивости среды 1 (с меньшей диэлектрической проницаемостью, $\varepsilon^{(1)} \leq \varepsilon^{(2)}$):

$$4\pi\sigma_{\alpha\beta} = -i\omega d \left[\varepsilon_{\alpha\beta} + \left(\frac{\varepsilon^{(2)}}{2} - \frac{3}{2} \varepsilon^{(1)} \right) \delta_{\alpha\beta} \right], \quad (23)$$

где предполагается, что $\omega d/c \ll 1$.

На рисунке 6 приведена частотная зависимость энергетического коэффициента отражения фотона (падающего из вакуума по нормали) от слоя GaAs толщиной $d = 100$ нм, расположенного на границе вакуум–стекло. При расчетах использовались уравнения (21)–(23) со следующими значениями параметров GaAs: $\varepsilon_0 = 12,9$, $\varepsilon_\infty = 10,9$, $\omega_{\text{TO}} = 2\pi \times 8$ ТГц, $\Gamma = 0,77 \times 10^{12} \text{ с}^{-1}$, а также $\varepsilon^{(2)} = 2,25$ для стекла. Как видно из рис. 6, в резонансе с поперечным оптическим фононом действительно наблюдается заметное увеличение коэффициента отражения Т-фотона (от 4% до 33%) от слоя полярного полупроводника с наномасштабной толщиной (длина волны фотона в вакууме в 375 раз превышает толщину пленки!). При отражении фотона от такого же слоя GaAs, находящегося в вакууме, энергетический коэффициент отражения изменяется практически от нуля вне резонанса и до 28% в резонансе $\omega = \omega_{\text{TO}}$. (Результаты расчетов на основе уравнений (21)–(23) с большой точностью совпадают с результатами расчетов по известным из оптики слоистых сред выражениям для R и T (см. [29]) с теми же параметрами слоя GaAs.)

Для СДЭС на границе двух сред в перпендикулярном магнитном поле B можно получить следующие выражения для компонент двумерного тензора проводимости [23]:

$$\sigma_{xx,yy} = i \left[\frac{n_s e^2 \omega}{m_{xx}^* m_{yy}^* (\omega^2 - \omega_c^{*2})} - \frac{1}{4\pi} (\bar{\varepsilon} - \varepsilon^{(1)}) \omega d^* \right], \quad (24)$$

$$\sigma_{xy} = -\sigma_{yx} = \frac{n_s e^2 \omega_c^*}{\sqrt{m_{xx}^* m_{yy}^*} (\omega^2 - \omega_c^{*2})}, \quad (25)$$

$$m_{xx,yy}^* = m^* \left[1 - \frac{\omega_{0x,y}^2}{\omega^2} + \frac{i\gamma}{\omega} \right], \quad (26)$$

$$\omega_{0x,y}^2 = \frac{2\pi^2 \tilde{n}_s e^2}{\tilde{m}^* W_{x,y}}, \quad n_s = n_{\text{ds}} N_d = n_{\text{ds}} \tilde{n}_s W_x W_y, \quad (27)$$

$$\omega_c^* = \frac{eB}{c \sqrt{m_{xx}^* m_{yy}^*}}, \quad (28)$$

где $\omega_{0x,y}$ — частоты локальных электронно-плазмонных резонансов, γ — частота электронного рассеяния в ЛЭНС, ω_c^* — эффективная циклотронная частота, m^* — эффективная масса носителя в ЛЭНС, n_s — средняя поверхностная плотность электронов в двумерной структуре, n_{ds} — число ЛЭНС на единицу площади, $N_d = \tilde{n}_s W_x W_y$ — число электронов в одной ЛЭНС, \tilde{n}_s — средняя плотность электронов в одной ЛЭНС, $W_{x,y}$ — характерные размеры ЛЭНС (прямоугольной формы), d^* — эффективная толщина двумерной системы (в случае двуслойной ЛЭНС [43, 45]).

Поскольку двумерная динамическая проводимость СДЭС (24) (при $B = 0$) имеет частотную зависимость, подобную частотной зависимости динамической проводимости двумерного слоя полярного полупроводника (21) и (23), то из уравнений (22)–(27) следует, что в отсутствие внешнего магнитного поля вблизи каждого из локальных электронно-плазмонных резонансов должен наблюдаться резонанс отражения от СДЭС, подобный показанному на рис. 6. Спектральное положение, глубина и ширина такого резонанса определяются значениями параметров $\omega_{0x,y}$ и γ , а также средней поверхностной плотностью электронов n_s , обуславливающей эффективную "силу осциллятора" резонанса. В частно-

сти, от двумерной концентрации ЛЭНС зависят лишь глубина и ширина, но не спектральное положение минимумов прохождения (максимумов отражения) [46], что учитывается уравнениями (22)–(27), поскольку понижение двумерной концентрации ЛЭНС приводит к уменьшению силы осциллятора n_s практически без изменения его резонансной частоты $\omega_{0x,y}$ и параметра затухания γ . В пределе нулевого затухания оптических фононов (или электронов) в локальной структуре в резонансе отражения фотона должны выполняться условия $r^{(x,y)} = -1$, $t^{(x,y)} = 0$ при сколь угодно малой (вплоть до моноатомной) физической толщине d (или d^*) двумерной системы (23) (или (24)).

С другой стороны, как следует из уравнений (22), в случае $\sigma_{xx,yy} = 0$ (и $\sigma_{xy} = 0$, $B = 0$) на границе двух различных сред с $\varepsilon^{(1)} < \varepsilon^{(2)}$ СДЭС становится оптически прозрачной для фотона с соответствующей поляризацией. Коэффициенты прохождения и отражения фотона такие же, как и на границе сред 1 и 2 без двумерной электронной системы. Полное прохождение фотона через тонкий слой полупроводника с большой диэлектрической проницаемостью, содержащий двумерный электронный газ, описано в [48]. В недавней работе [49] подобный эффект "полной невидимости структурированной пленки" был экспериментально обнаружен в оптическом диапазоне в двумерной квадратной решетке, образованной парами наностолбиков из золота (высотой ≈ 80 нм) на подложке из стекла. В рамках уравнений (22)–(28) и выражения (24) для $\sigma_{xx,yy}$ этот эффект может быть описан, например, при $\sigma_{xx} = 0$, $d^* \sim 80$ нм, $\bar{\varepsilon} - \varepsilon^{(1)} \approx 0,63$ (граница вакуум–стекло), $m^* = m_e$, $B = 0$, соответствующих значениях частоты ω_{0x} электронно-плазмонного резонанса, параметра электронного рассеяния γ и средней поверхностной плотности электронов n_s .

Существенно, что для объяснения экспериментальных результатов [49] на основе уравнений (22)–(28) и с привлечением аналогии с эффектом Фано для фотонов нет необходимости использовать отрицательные значения магнитной проницаемости $\mu(\omega)$ в диапазоне оптических частот, как это сделано в [49]. В работе [49], а также в работах [44–46] отрицательные значения магнитной проницаемости в диапазоне оптических частот привлекались для объяснения резонансного увеличения отражения фотонов от СДЭС. (В связи с этим интересно отметить, что в более ранних работах по отражению электромагнитных волн от СДЭС [43] отрицательные значения магнитной проницаемости системы для объяснения экспериментов не использовались). Действительно, в уравнениях (22)–(28) предполагается, что магнитная проницаемость немагнитной СДЭС тождественно равна единице (в том числе и во внешнем магнитном поле). На основе этих уравнений также может быть описано резонансное увеличение отражения фотонов от СДЭС (см. рис 6). (Покрытие двумерной системы пар наностолбиков тонким слоем глицерина (толщиной $d^{(3)} \sim d^*$ и с $\varepsilon^{(3)} > 1$) [49] увеличивает согласно уравнениям (23), (24) и (27) эффективную среднюю диэлектрическую проницаемость $\bar{\varepsilon}$ на границе и понижает частоту ω_{0x} резонанса отражения от СДЭС, что наблюдалось в экспериментах [49].) Кроме того, в соответствии с оценками, приведенными в книге Ландау и Лифшица [50] и обсуждавшимися в [49], учет отличия $\mu(\omega)$ от единицы в диапазоне оптических (и более высоких) частот является "явным превышением точности".

Поэтому один из важных выводов этого раздела состоит в том, что экспериментально наблюдающееся резонансное увеличение отражения фотонов от СДЭС в диапазоне оптических частот может быть объяснено и воспроизведено с помощью уравнений типа (22)–(28) в предположении тождественного равенства единице магнитной проницаемости системы, $\mu(\omega) = 1$, что находится в полном соответствии с утверждением из [50] о свойствах магнитной проницаемости вещества в области оптических (и более высоких) частот.

Интерес к средам с отрицательной магнитной проницаемостью $\mu(\omega)$ был вызван работой Веселаго [51], в которой было предсказано, что *изотропное вещество* с одновременно отрицательными значениями ε и μ должно обладать отрицательным коэффициентом преломления $n = \sqrt{\varepsilon\mu}$. Это свойство связано с тем, что в таком веществе вектор Пойнтинга $\mathbf{P} = (c/4\pi) \mathbf{E} \times \mathbf{H}$ антипараллелен волновому вектору фотона \mathbf{k} . Дополнительный интерес к таким необычным веществам был вызван работой [52], в которой вещества с отрицательным коэффициентом преломления были предложены в качестве материалов для "идеальных линз", разрешающая способность которых не ограничена длиной волны фотона (и которые поэтому представляют большой интерес). Но поскольку в диапазоне оптических частот материалы с такими свойствами в природе не существуют, большие усилия были направлены на создание искусственных материалов с одновременно отрицательными значениями ε и μ [53]. Но, как было отмечено выше в связи с оценкой и утверждением в книге [50], предсказание существования материалов с отрицательным значением μ в диапазоне оптических (и более высоких) частот противоречит теоретическим представлениям. С другой стороны, существование *анизотропных материалов*, в которых вектор Пойнтинга в определенном интервале частот (и в определенном интервале направлений) может быть не параллелен (в том числе и антипараллелен) волновому вектору, не противоречит никаким теоретическим представлениям (см., например, [54]). Для понимания преломления волн в таких средах очень полезным оказывается анализ геометрии "изочастотной поверхности" элементарных возбуждений, распространяющихся в анизотропной среде. В качестве примера можно привести работу [55], в которой свойства затухания амплитуды упругой поверхностной волны в объеме анизотропного кристалла связываются с невыпуклостью некоторых участков изочастотной поверхности фононов соответствующей поляризации в кристалле. В разделе 5 мы кратко опишем простую периодическую анизотропную акустическую среду, обладающую в определенном интервале частот отрицательным коэффициентом акустического преломления, и предложим простые схемы экспериментов, в которых это свойство может наблюдаться. Существенно, что такая периодическая анизотропная среда может быть построена как из макроскопических, так и из наномасштабных структурных элементов.

5. Отрицательное преломление фононов в периодических анизотропных средах и акустический аналог эффекта Фано

Рассмотрим простую двухкомпонентную акустическую сверхрешетку, состоящую из плоских слоев материалов А и В. Распространение фононов в периодической среде

можно описывать в базе блоховских волн. При таком описании волна характеризуется блоховским волновым вектором \mathbf{k} , частотой ω и групповой скоростью \mathbf{V}_{ph} . В квазиклассическом приближении эти волновые характеристики могут адиабатически медленно изменяться во времени и пространстве, подчиняясь следующим уравнениям (см., например, [56]):

$$\dot{\mathbf{k}} = -\nabla\omega, \quad \mathbf{V}_{ph} = \frac{\partial\omega}{\partial\mathbf{k}}, \quad (29)$$

где частота ω определяет энергию фонона $E_{ph} = \hbar\omega$ и поэтому предполагается положительной.

Как следует из уравнений (29), направление фононной групповой скорости и соответствующего вектора Пойнтинга определяется направлением нормали (внешней) к изочастотной поверхности фононов $\omega = \text{const}$. Используя результаты работы [57] по распространению волн под произвольным углом к оси акустической сверхрешетки, можно показать, что в двухкомпонентной акустической сверхрешетке, образованной слоями (толщиной d_A и d_B) материалов с сильно различающимися акустическими импедансами, $\rho_A c_A \ll \rho_B c_B$ (где $\rho_{A,B}$ и $c_{A,B}$ — плотности и скорости звука соответствующей поляризации в слоях А и В), в случае $c_A/d_A = c_B/2d_B$ вторая минizona характеризуется малой шириной и отрицательной групповой скоростью вдоль оси сверхрешетки Z:

$$\omega^2 = c_A^2 k_x^2 + \left[\pi \frac{c_A}{d_A} + 2 \frac{c_A}{d_A} \frac{\rho_A c_A}{\rho_B c_B} \cos(k_z d) \right]^2, \quad d = d_A + d_B, \quad (30)$$

$$V_{phZ} \approx -2c_A \frac{d}{d_A} \frac{\rho_A c_A}{\rho_B c_B} \sin(k_z d). \quad (31)$$

Например, такая относительно узкая минizona существует в простой акустической сверхрешетке, образованной слоями плексигласа, периодически расположенными в воде (тогда в уравнениях (30) и (31) роль материалов А и В играют вода и плексиглас). В возмущенной акустической сверхрешетке плексиглас–вода впервые наблюдались временные *акустические блоховские колебания* коэффициента прохождения ультразвука через слой сверхрешетки, аналогичные электронным блоховским колебаниям в полупроводниковой сверхрешетке во внешнем электрическом поле [58]. Возмущение акустической сверхрешетки создавалось градиентом толщины слоев воды, что в соответствии с уравнениями (29) и (31) приводит к временным колебаниям групповой скорости (и соответственно акустического вектора Пойнтинга) вдоль оси сверхрешетки:

$$V_{phZ} \approx 2c_A \frac{d}{d_A} \frac{\rho_A c_A}{\rho_B c_B} \sin(\omega_B t), \quad (32)$$

где частота акустических блоховских колебаний $\omega_B = |d\partial\omega_{cav}/\partial Z| \approx |\pi(c_A/d_A^2) \partial d_A/\partial z|$ определяется малым градиентом центральных резонансных частот "водных полостей" между соседними слоями плексигласа, $\omega_{cav} = \pi c_A/d_A$ (см. уравнение (30)).

Поскольку в невозмущенной анизотропной периодической системе имеется интервал частот (равный ширине $2\Delta = 4\rho_A c_A^2/(\rho_B c_B d_A)$ акустической минизоны (30) вблизи центральной резонансной частоты ω_{cav}) для волн с отрицательной групповой скоростью вдоль оси сверхре-

шетки, то в такой простой системе можно наблюдать отрицательное преломление и отрицательный коэффициент преломления ультразвуковых акустических волн. Некоторые аспекты отрицательного преломления акустических волн исследовались в более сложных (по изготовлению) звуковых кристаллах, образованных двумерной решеткой твердых цилиндров в воздухе (см. [59] и приведенные там ссылки).

Для объяснения явления отрицательного преломления в рассматриваемой трехмерной слоистой системе, полезно построить изочастотную поверхность акустических колебаний с использованием уравнения (30). На рисунке 7 приведено сечение такой поверхности плоскостью $k_x k_z$ для использованных в экспериментах [58] параметров сверхрешетки вода–плексиглас $d = 2d_A$, $\rho_A c_A/(\rho_B c_B) = 0,47$ и $\omega = 1,15\omega_{cav}$. (Минizona с такой изочастотной поверхностью появляется при $\omega > \omega_{cav} - \Delta$, а при $\omega > \omega_{cav} + \Delta$ изочастотные поверхности, показанные на рис. 7, переходят в одну открытую поверхность в форме "гофрированного цилиндра" с осью вдоль k_z , подобную известной в теории металлов поверхности Ферми такого типа [60].) В соответствии с принципом излучения, падающая по нормали к слоям акустическая волна должна иметь групповую скорость, направленную внутрь сверхрешетки. При этом волновой вектор волны, в соответствии с уравнением (31) и рис. 7, будет направлен в противоположную сторону, т.е. от сверхрешетки. Поэтому если вторая граница сверхрешетки представляет собой "срезанный край", т.е. вся сверхрешетка имеет форму клина, то вышедшая с противоположной стороны акустическая волна преломится (во внешнюю среду) с отрицательным углом преломления. Подобное явление отрицательного преломления электромагнитных волн в микроволновом диапазоне частот (10–12 ГГц) исследовано в работах [61, 62] в гораздо более сложных клиновидных структурах с "высокой плотностью проводов". Обнаружение и исследование отрицательного коэффициента преломления акустичес-

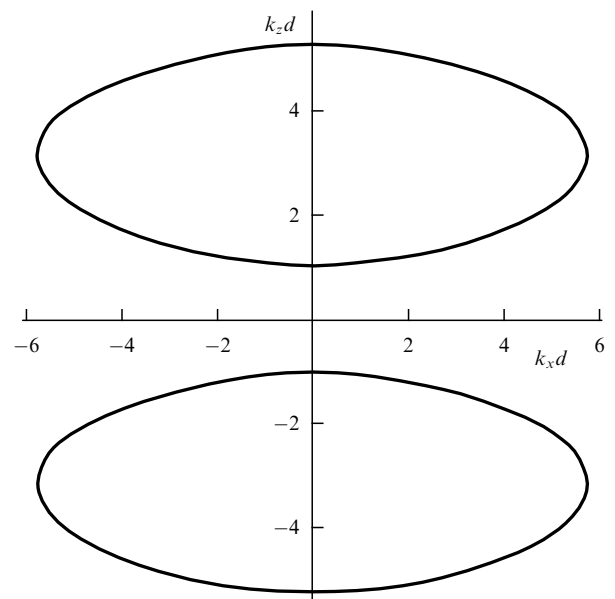


Рис. 7. Изочастотная поверхность продольных ультразвуковых волн в акустической сверхрешетке вода–плексиглас. Нормированные параметры сверхрешетки и частота приведены в тексте.

ких волн в простых слоистых системах вода – твердое тело может представлять интерес как для фундаментальной физики, так и для приложений. Существенно, что композитная среда для изучения акустических блоховских колебаний и отрицательного преломления может быть построена как из макроскопических элементов (типа слоев твердого тела в воде), так и из наномасштабных структурных элементов (типа построенной в [1] полупроводниковой сверхрешетки, содержащей "акустические нанополости").

Отрицательная групповая скорость вдоль оси сверхрешетки (31) в минизоне (30) проявится также при исследовании акустических блоховских колебаний в возмущенной сверхрешетке, подобной рассмотренной в работе [58], но в другой постановке эксперимента. В новой постановке необходимо наблюдать за поперечными колебаниями гауссова пучка (с конечной шириной поперек слоев), распространяющегося вдоль слоев возмущенной сверхрешетки. Аналогичная постановка эксперимента использовалась, например, в [63] при исследовании поперечных блоховских колебаний оптического гауссова пучка в двумерной системе параллельных волноводов с поперечным градиентом коэффициента преломления индивидуальных волноводов (созданного поперечным градиентом температуры). В экспериментах [63] гауссов пучок, возбужденный лазером в торцах нескольких волноводов, при своем распространении периодически смещался в область с более высоким индексом преломления, что связано с положительной групповой скоростью оптических возбуждений вдоль оси невозмущенной сверхрешетки. Однако в случае минизоны (30) с отрицательной групповой скоростью (31) вдоль оси невозмущенной акустической сверхрешетки гауссов пучок ультразвуковых волн, возбужденный в торцах нескольких слоев, при распространении будет периодически смещаться в область с более низким индексом преломления, т.е. в область возмущенной сверхструктуры с меньшими толщинами слоев воды между слоями плексигласа. Блоховские колебания поперечного смещения ультразвукового гауссова пучка могут быть визуализированы.

Еще одним источником узкой акустической минизоны с отрицательной групповой скоростью вдоль оси сверхрешетки может являться аналог эффекта Фано для акустических волн в случае, в котором относительно тонкие слои твердого тела имеют отверстия (диаметром порядка толщины слоя), образующие одинаковые двумерные решетки (квадратные или прямоугольные) во всех слоях сверхрешетки вода – твердое тело. Если характерный период двумерной решетки отверстий a превышает толщину твердого слоя, то возможно резонансное отражение от отдельного тонкого слоя падающей по нормали продольной волны за счет деструктивной интерференции двух акустических путей: через резонансные колебания стоячих изгибных мод в перфорированном слое (с волновым числом вдоль слоя $\approx \pi/a$) и через "усредненный" твердый слой. Резонанс отражения на относительно тонком перфорированном слое твердого тела в воде будет иметь форму линии, подобную форме кривой, приведенной на рис. 6. Если же слои твердого тела с одинаковыми двумерными решетками отверстий образуют сверхрешетку и узкий резонанс прохождения попадает в первую запрещенную зону сверхструктуры (в

работе [33] подобное положение резонанса звуковых волн с изгибными колебаниями формы цилиндров исследовано в двумерной решетке тонкостенных цилиндров в газе или жидкости), то в сверхрешетке такой резонанс может образовать узкую минизону распространения с отрицательной дисперсией групповой скорости вдоль оси сверхрешетки (поскольку такая минизона будет ближайшей к акустической зоне с положительной дисперсией). В этом случае акустические волны, попадающие в резонанс с узкой минизонной, испытывают отрицательное преломление при прохождении через клиновидный образец такого акустического "метаматериала". Эффект резонансного отражения был обнаружен при исследовании прохождения фотонов через слои прозрачного материала с двумерной решеткой отверстий [25, 26]. Анализ изочастотной поверхности фононов или фотонов в анизотропных периодических системах, в структурных элементах которых проявляется аналог эффекта Фано, может объяснить происхождение отрицательного преломления акустических или электромагнитных волн в таких средах.

6. Заключение

Кратко перечислим основные результаты, представленные в докладе. Описана развитая теория впервые предсказанного фононного аналога эффекта Фано, который наблюдается в многоканальных низкоразмерных системах, в частности в "локально-резонансных" средах. Предложена простая модель дополнительного канала прохождения длинноволновых фононов через двумерный дефект кристалла или квазиодномерный фононный нановолновод. Рассмотрено, как и при каких условиях дополнительный канал прохождения акустических фононов может приводить к их полному резонансному отражению или поглощению. Показано, что нерезонансное взаимодействие акустических фононов с динамической шероховатой поверхностью нановолновода приводит к заметному уменьшению длины свободного пробега фононов в таких низкоразмерных структурах. Предсказанное уменьшение длины свободного пробега фононов и фононной теплопроводности нанопроволок находится в согласии с экспериментальными данными по теплопроводности кремниевых нанопроволок с гладкими и шероховатыми поверхностями. Показано, что многоканальное распространение и рассеяние фотонов может приводить к наблюдаемому увеличению отражения от тонких слоев полярных полупроводников и структурированных двумерных электронных систем на прозрачной подложке. Учет многоканального рассеяния фотонов в структурированных двумерных электронных системах в ряде рассмотренных случаев позволяет избежать использования отрицательной магнитной проницаемости на оптических частотах. Показано, что анализ изочастотной поверхности фононов или фотонов в периодических структурах как с макроскопическими, так и наномасштабными периодами дает возможность объяснить происхождение отрицательного преломления акустических или электромагнитных волн в таких средах и предсказать новые наблюдаемые эффекты.

Автор благодарен О.В. Руденко, А.В. Савину и Е.С. Сыркину за обсуждения различных аспектов этой работы. Работа поддержана РФФИ (грант № 08-03-00420).

Список литературы

1. Huynh A et al. *Phys. Rev. Lett.* **97** 115502 (2006)
2. Strocio M A et al. *J. Phys.: Condens. Matter* **8** 2143 (1996)
3. Феґер А и др. *ФНТ* **31** 1211 (2005) [Feher A et al. *Low Temp. Phys.* **31** 921 (2005)]
4. Li D et al. *Appl. Phys. Lett.* **83** 2934 (2003)
5. Hochbaum A I et al. *Nature* **451** 163 (2008)
6. Boukai A I et al. *Nature* **451** 168 (2008)
7. Padgett C W, Shenderova O, Brenner D W *Nano Lett.* **6** 1827 (2006)
8. Fano U *Phys. Rev.* **124** 1866 (1961)
9. Sánchez I, Martin F *Phys. Rev. A* **49** 5116 (1994); *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* **27** 4105 (1994)
10. Piao G et al. *Solid State Commun.* **75** 835 (1990)
11. Cerdeira F, Fjeldly T A, Cardona M *Phys. Rev. B* **8** 4734 (1973)
12. Tejedor C et al. *Phys. Rev. B* **32** 5303 (1985)
13. Bellani V et al. *Semicond. Sci. Technol.* **11** 1411 (1996)
14. Faist J et al. *Nature* **390** 589 (1997)
15. Göres J et al. *Phys. Rev. B* **62** 2188 (2000)
16. Zacharia I G et al. *Phys. Rev. B* **64** 155311 (2001)
17. Kim J et al. *Phys. Rev. Lett.* **90** 166403 (2003)
18. Johnson A C et al. *Phys. Rev. Lett.* **93** 106803 (2004)
19. Sato M et al. *Phys. Rev. Lett.* **95** 066801 (2005)
20. Kobayashi K et al. *Phys. Rev. Lett.* **88** 256806 (2002)
21. Nakanishi T, Terakura K, Ando T *Phys. Rev. B* **69** 115307 (2004)
22. Hofstetter W, König J, Schoeller H *Phys. Rev. Lett.* **87** 156803 (2001)
23. Kosevich Yu A *Solid State Commun.* **104** 321 (1997)
24. Gantzounis G, Stefanou N *Phys. Rev. B* **72** 075107 (2005)
25. Fan S, Joannopoulos J D *Phys. Rev. B* **65** 235112 (2002)
26. Suh W, Solgaard O, Fan S J. *Appl. Phys.* **98** 033102 (2005)
27. Kosevich Yu A *Prog. Surf. Sci.* **55** 1 (1997)
28. Fellay A et al. *Phys. Rev. B* **55** 1707 (1997)
29. Бреховских Л М *Волны в слоистых средах* (М: Изд-во АН СССР, 1957) [Translated into English: Brekhovskikh L M *Waves in Layered Media* (New York: Academic Press, 1960)]
30. Liu Z et al. *Science* **289** 1734 (2000)
31. Goffaux C et al. *Phys. Rev. Lett.* **88** 225502 (2002)
32. Goffaux C, Sánchez-Dehesa J *Phys. Rev. B* **67** 144301 (2003)
33. Kosevich Yu A, Goffaux C, Sánchez-Dehesa J *Phys. Rev. B* **74** 012301 (2006)
34. Ландау Л Д, Лифшиц Е М *Теория упругости* (М: Наука, 1987) [Translated into English: Landau L D, Lifshitz E M *Theory of Elasticity* (Oxford: Pergamon Press, 1986)]
35. Андреев А Ф, Косевич Ю А *ЖЭТФ* **81** 1435 (1981) [Andreev A F, Kosevich Yu A *Sov. Phys. JETP* **54** 761 (1981)]
36. Косевич Ю А, Сыркин Е С *ФТТ* **33** 2053 (1991) [Kosevich Yu A, Syrkin E S *Sov. Phys. Solid State Phys.* **33** 1156 (1991)]
37. Dunlap D H, Wu H-L, Phillips P W *Phys. Rev. Lett.* **65** 88 (1990)
38. Phillips P, Wu H-L *Science* **252** 1805 (1991)
39. Kent A J et al. *Phys. Rev. Lett.* **96** 215504 (2006)
40. Mingo N et al. *Nano Lett.* **3** 1713 (2003)
41. Cahill D G, Watson S K, Pohl R O *Phys. Rev. B* **46** 6131 (1992)
42. Born M, Huang K *Dynamical Theory of Crystal Lattices* (Oxford: Clarendon Press, 1954) [Борн М, Хуан К *Динамическая теория кристаллических решеток* (М: ИЛ, 1958)]
43. Demel T et al. *Phys. Rev. B* **38** 12732 (1988)
44. Yen T J et al. *Science* **303** 1494 (2004)
45. Shalaev V M et al. *Opt. Lett.* **30** 3356 (2005)
46. Linden S et al. *Science* **306** 1351 (2004)
47. Косевич Ю А *ЖЭТФ* **96** 353 (1989) [Kosevich Yu A *Sov. Phys. JETP* **69** 200 (1989)]
48. Косевич Ю А *Письма в ЖЭТФ* **53** 143 (1991) [Kosevich Yu A *JETP Lett.* **53** 150 (1991)]
49. Grigorenko A N et al. *Nature* **438** 335 (2005)
50. Ландау Л Д, Лифшиц Е М *Электродинамика сплошных сред* (М: Наука, 1982) [Translated into English: Landau L D, Lifshitz E M *Electrodynamics of Continuous Media* (Oxford: Pergamon Press, 1984)]
51. Веселаго В Г *УФН* **92** 517 (1967) [Veselago V G *Sov. Phys. Usp.* **10** 509 (1968)]
52. Pendry J *Phys. Rev. Lett.* **85** 3966 (2000)
53. Shalaev V M *Nature Photon.* **1** 41 (2007)
54. Hoffman A J et al. *Nature Mater.* **6** 946 (2007)
55. Косевич А М, Косевич Ю А, Сыркин Е С *ЖЭТФ* **88** 1089 (1985) [Kosevich A M, Kosevich Yu A, Syrkin E S *Sov. Phys. JETP* **61** 639 (1985)]
56. Ландау Л Д, Лифшиц Е М *Теория поля* (М: Наука, 1988) [Translated into English: Landau L D, Lifshitz E M *The Classical Theory of Fields* (Oxford: Pergamon Press, 1983)]
57. Kosevich Yu A, Syrkin E S *Phys. Rev. B* **43** 326 (1991)
58. Sanchis-Alepuz H, Kosevich Yu A, Sánchez-Dehesa J *Phys. Rev. Lett.* **98** 134301 (2007)
59. Lu M-H et al. *Nature Mater.* **6** 744 (2007)
60. Лифшиц Е М, Питаевский Л П *Физическая кинетика* (М.: Физматлит, 2001) [Translated into English: Lifshitz E M, Pitaevskii L P *Physical Kinetics* (Oxford: Pergamon Press, 1981)]
61. Shelby R A, Smith D R, Schultz S *Science* **292** 77 (2001)
62. Parazzoli C G et al. *Phys. Rev. Lett.* **90** 107401 (2003)
63. Pertsch T et al. *Phys. Rev. Lett.* **83** 4752 (1999)