

ОБЗОРЫ АКТУАЛЬНЫХ ПРОБЛЕМ

## Генерация крупномасштабных вихрей и зональных ветров в атмосферах планет

О.Г. Онищенко, О.А. Похотов, Н.М. Астафьева

*Обзор посвящен проблемам теоретического описания генерации зонального ветра и вихрей в турбулентной баротропной атмосфере — крупномасштабных структур, определяющих основной вклад в динамику и процессы переноса в атмосферах планет. Исследована роль нелинейных эффектов в формировании вихревых мезомасштабных структур в виде циклонов и антициклонов. Обсуждается новый механизм генерации зональных ветров в атмосферах планет. Модель основана на параметрической генерации конвективных ячеек волнами Россби конечной амплитуды. Обсуждаются слаботурбулентные спектры волн Россби. Результаты теоретических исследований сравниваются с результатами микроволнового спутникового мониторинга земной атмосферы.*

PACS numbers: 47.27.-i, 92.10.hf, 92.60.-e

DOI: 10.3367/UFNr.0178.200806c.0605

### Содержание

1. Введение (605).
2. Уравнения "мелкой воды" (607).
  - 2.1. Приближение мелкой воды. 2.2. Волны Россби в баротропной атмосфере с зональным ветром. Устойчивость зональных течений. 2.3. Волны Россби в горизонтально бароклинной атмосфере.
3. Вихревые структуры (610).
  - 3.1. Дипольные вихри. 3.2. Вихревые дорожки.
4. Колмогоровские спектры слабой турбулентности (614).
  - 4.1. Исходные уравнения слабой турбулентности. 4.2. Матричный элемент взаимодействия волн. 4.3. Коротковолновая турбулентность. 4.4. Длинноволновая турбулентность.
5. Генерация зонального ветра (615).
6. Заключение (616).

### Список литературы (617).

### 1. Введение

Одной из основных задач физики атмосферы является описание элементов глобальной циркуляции атмосферы, определяющих погоду и климат обширных регионов. Эта проблема привлекала и продолжает привлекать

внимание большого числа исследователей в течение длительного времени, о чем свидетельствуют многочисленные обзоры и монографии (см., например, [1–18]). Несмотря на особое внимание исследователей, эта проблема остается актуальной. Динамические процессы в атмосферах планет, где преобладает сила Кориолиса, имеют общую особенность, связанную со спонтанной генерацией зональных ветров (течений в азимутальном направлении относительно оси вращения планеты) и вихрей. Обсуждению новых достижений в исследовании крупномасштабных структур в атмосферах планет посвящен данный обзор.

Циркуляция земной атмосферы и океана, усредненная по большим пространственным масштабам, характеризуется синоптическими вихрями волн Россби (циклонов и антициклонов), а также тесно связанными с ними зональными ветрами. Физическая природа волн Россби обусловлена большими горизонтальными масштабами волн в поле с преобладающей силой Кориолиса при малых числах Кебеля  $Ki \equiv v/fL \ll 1$  и очень малых числах Экмана  $Ek \equiv v/fL^2 \ll 1$ , где  $v$  и  $L$  — характерная скорость и пространственный масштаб волн в плоскости, перпендикулярной оси вращения;  $f$  — параметр Кориолиса;  $v$  — кинематическая вязкость. Турбулентное движение, существующее в атмосфере при больших числах Рейнольдса ( $Re = Ki/Ek \gg 1$ ), служит причиной генерации вихрей и зональных течений. Согласно теореме Тейлора–Праудмена движение в таких условиях должно представлять собой наложение двумерного движения в плоскости, перпендикулярной оси вращения, и однородного движения вдоль оси вращения.

Характерные масштабы синоптического движения существенно превышают высоту атмосферы. Это дает возможность описывать синоптическое движение как волны в приближении  $\beta$ -плоскости. Таким волнам, названным в честь американского метеоролога швед-

О.Г. Онищенко, О.А. Похотов. Институт физики Земли им. О.Ю. Шмидта РАН,  
ул. Б. Грузинская 10, 123995 Москва, Российская Федерация  
Тел. (495) 254-88-05. Факс (495) 255-60-40  
E-mail: onish@ifz.ru, pokh@ifz.ru

Н.М. Астафьева. Институт космических исследований РАН,  
ул. Профсоюзная 84/32, 117997 Москва, Российская Федерация  
Тел. (495) 333-21-45. Факс (495) 333-10-56  
E-mail: ast@iki.rssi.ru

Статья поступила 6 марта 2008 г.

ского происхождения Карла Густава Россби [19, 20], получившего в 30–40-х годах прошлого столетия ряд важных результатов в теории синоптических волн, волнами Россби, соответствует ветвь волн синоптического масштаба, сравнимого с радиусом Россби–Обухова (радиусом деформации) в атмосфере или в океане. Радиус Россби–Обухова в атмосфере Земли на широте 15° составляет примерно 8000 км и уменьшается с увеличением широты приблизительно до 2000 км на средних широтах, а в открытом океане — до 50 км, что существенно превышает высоту атмосферы или глубину океана. В атмосферах планет гигантов Юпитера и Сатурна радиус Россби–Обухова порядка 6000 км, что также существенно больше толщины атмосферы, но значительно меньше радиусов этих планет. Другой отличительной чертой больших планет является четко выраженная периодическая в меридиональном направлении структура зональных ветров [20, 21]. Амплитудное значение скорости зонального ветра на Юпитере достигает примерно 100 м с<sup>-1</sup>, а на Сатурне — 200 м с<sup>-1</sup>.

В долгоживущих синоптических вихрях (циклонах и антициклонах) происходит захват вещества, которое переносится с вихрями на большие расстояния. Это свойство определяет их важную роль в динамике среднесуточного давления, температуры, скорости ветра и др. В земной атмосфере циклоны и антициклоны имеют характерные пространственные масштабы от сотен до нескольких тысяч километров, а время их существования — от нескольких суток до нескольких недель. Синоптические вихри в земной атмосфере дрейфуют со скоростью порядка 5–10 м с<sup>-1</sup>, сравнимой со скоростью вращения вещества в вихре. Циркуляция вещества в синоптических вихрях более медленная, чем вращение планеты. Почти плоским (двумерным) характером движения, а также медленным вращением вихри волн Россби существенно отличаются от мелкомасштабных (по сравнению с высотой атмосферы) смерчей или ядер тайфунов, которым свойственно существенно трехмерное движение и более быстрая циркуляция, чем вращение планеты. Обсуждение таких вихрей выходит за рамки данного обзора, посвященного крупномасштабным синоптическим структурам, в которых движение можно рассматривать как почти плоское.

Движение вещества в волнах Россби аналогично движению ионов в дрейфовых волнах плазмы (см., например, [8–10, 21–23]). Аналогия между волнами Россби и дрейфовыми волнами, основанная на подобии силы Кориолиса во вращающейся среде и силы Лоренца в замагниченной плазме, служит предпосылкой для взаимообмена идеальными и методическими достижениями. В замагниченной плазме сила Лоренца играет такую же роль, как и сила Кориолиса в волнах Россби. Вихри волн Россби и зональные ветры, наблюдавшиеся в атмосфере, можно рассматривать как модели волновых процессов в замагниченной плазме и наоборот. С дрейфовыми волнами связывают аномальные переносы тепла и частиц в термоядерной плазме поперек магнитного поля и поэтому исследованию этих волн уделяется также особое внимание. Численный эксперимент [24] указал на важную особенность дрейфовой турбулентности замагниченной плазмы — в такой плазме происходит интенсивное зарождение конвективных ячеек, оказывающих существенное влияние на процессы переноса. Сагдеев с сотрудниками [25] первыми развили теорию нелинейной гене-

рации конвективных движений в плазме в результате взаимодействия дрейфовых волн.

В последнее время уделяется все возрастающее внимание исследованию генерации крупномасштабных зональных структур, оказывающих большое влияние на процессы переноса в атмосфере [26–28], замагниченной плазме [29–31], в ряде астрофизических объектов, таких, как галактические диски и др. [32]. В настоящее время существуют два основных подхода к проблеме генерации зональных ветров. Первый подход основан на трехмерной термоконвекции [33–36]. Второй подход, получивший развитие совсем недавно, основан на параметрической неустойчивости мелкомасштабных волн Россби. Согласно второму подходу перенос энергии из мелких масштабов волн Россби в крупномасштабные структуры зонального ветра обусловлен усредненным по мелким пространственным и времененным масштабам тензором рейнольдсовских напряжений турбулентных пульсаций. Этот процесс — парадигма обратного турбулентного каскада в теории двумерной анизотропной турбулентности как результат формирования регулярной крупномасштабной структуры из мелкомасштабного хаоса. Лабораторные эксперименты и численное моделирование [37–40], а также аналитические методы [29, 41–48] свидетельствуют в пользу параметрического механизма генерации зонального ветра в двумерной баротропной атмосфере. В обзоре обсуждается эта модель генерации зонального ветра в приближении мелкой атмосферы.

С существованием сдвиговых зональных ветров в атмосфере или течений в океане связан механизм генерации фронтальных синоптических вихрей. Как показывают метеорологические наблюдения в атмосферах планет, неустойчивый зональный ветер генерирует так называемые меандры (по имени очень извилистой реки в Малой Азии со старым названием Меандр) — геометрический орнамент в виде кривой линии с завитками и с масштабом от нескольких сотен до тысяч километров. Отсекаемые от зональных ветров меандры трансформируются в циклонические и антициклонические вихри. Генерация меандров, трансформирующихся в циклоны и антициклоны, в поле струйных зональных ветров имеет полную аналогию с генерацией крупномасштабных вихрей в море, что свидетельствует о единстве механизма образования вихрей. Отсекаемые от Гольфстрима меандры с характерными размерами порядка 300–400 км трансформируются в холодные циклонические вихри справа и теплые антициклонические вихри слева от основной струи [12]. Генерация меандров и последующее отделение вихрей — результат развития неустойчивости Рэлея (Кельвина–Гельмгольца) в потоке со сдвигом скорости.

Основным источником сведений о циркуляции атмосферы являются наблюдения. Вначале это были наземные наблюдения, позже к ним присоединились зондовые измерения скорости ветра, давления и температуры. Использование авиационной метеорологии, а затем и метеорологических спутников существенно облегчило наблюдение процессов, происходящих в земной атмосфере. Телевизионная, инфракрасная и радиометрическая аппаратура на спутниках позволяет наблюдать синоптические вихри и ветры (течения), измерять в них распределение температуры, влажности воздуха, оценивать величину и направление ветра (см., например, [49–

51]). Эффективность спутниковой метеорологии растет благодаря увеличению числа спутников, а также количества и качества установленных на них приборов. Расширяется доступ к данным геостационарных и низкоорбитальных спутников. Система архивации метеонаблюдений обеспечивает быстрый и эффективный доступ пользователей к спутниковым данным. Это создает благоприятные условия для изучения динамики движений атмосферы, равномерно наблюдаемой по всему земному шару.

Существенный вклад в современную теорию вихревых структур и турбулентности волн Россби и изучение их аналогии с дрейфовыми волнами в плазме внесли лабораторные эксперименты [9–11, 15, 37–43]. Циркуляция атмосферы моделируется во вращающихся цилиндрических или кольцевых сосудах. Эти эксперименты способствовали изучению фундаментальных свойств волн Россби и утверждению общефизического взгляда на волны Россби и дрейфовые волны.

В условиях, когда прямые аналитические методы исследования сопряжены с непреодолимыми трудностями, резко возрастает ценность численного моделирования. Вообще говоря, вся динамика атмосферы может быть исследована в рамках полной системы гидродинамических уравнений. Однако из-за громоздкости и сложности такую полную систему уравнений с адекватными граничными и начальными условиями вряд ли удастся решить в обозримом будущем. В этой связи представляют интерес исследование аналитическими и численными методами упрощенных (модельных) уравнений, в которых явно выделены главные эффекты. Из метеорологических наблюдений известно (это отмечал еще Чарни в классической работе [52]), что движение в синоптических вихрях должно обладать следующими свойствами: оно должно быть квазигидростатическим по высоте атмосферы, квазидвумерным, квазиадиабатическим и квазигеострофическим. В данном обзоре мы ограничиваемся обсуждением гидростатических по вертикали и чисто двумерных движений синоптического масштаба на плоскости, пренебрегая вертикальной скоростью и изменением параметров атмосферы по вертикали. Используемое приближение позволяет существенно упростить исходную систему уравнений. На этом пути были получены упрощенные уравнения, описывающие наиболее важные процессы в динамике атмосферы. В.Д. Ларичев и Г.М. Резник [53], исследуя волны Россби в рамках нелинейного уравнения Чарни–Обухова, показали, что векторная нелинейность (нелинейность типа  $[\nabla a, \nabla b]_z$ ,  $a$  и  $b$  — некоторые скалярные функции, индекс  $z$  соответствует  $z$ -компоненте векторного произведения, а ось  $z$  совпадает с нормалью к  $\beta$ -плоскости), содержащаяся в этом уравнении, может играть локализующую роль, компенсирующую дисперсионное расплывание пакета волн, как и скалярная нелинейность в широко известном уравнении Кортевега – де Вриза. В результате такой компенсации в среде формируются нелинейные стационарные вихревые структуры.

В реальной атмосфере, как это видно из синоптических карт, изобары не совпадают с изотермами, такая атмосфера называется бароклинной, в отличие от более простой для исследования баротропной атмосферы, где давление зависит только от плотности, а изобары совпадают с изотермами. Большая часть обзора посвящена исследованию волн Россби в баротропной атмо-

сфере и лишь в одном разделе обсуждаются волны Россби в горизонтально бароклинной атмосфере. Многослойная модель, часто используемая для описания вертикально бароклинной атмосферы, не может быть использована для описания горизонтально бароклинной атмосферы. Длинноволновые возмущения в горизонтально бароклинной атмосфере исследовались в работах [54–57], где показано, что горизонтально бароклинная, так же как и вертикально бароклинная, атмосфера может быть неустойчива.

Теория слаботурбулентных колмогоровских спектров мелкомасштабных волн Россби (с масштабами значительно меньше радиуса Россби–Обухова) получила развитие в работах [58, 59]. В работах [60–62] исследовались колмогоровского типа слаботурбулентные спектры крупномасштабных волн Россби и изучалась локальность спектров волн Россби.

Целью настоящего обзора является изложение современного состояния исследования нелинейных волн Россби, уделяя особое внимание теории генерации крупномасштабных вихрей и зональных ветров. Часть обзора, посвященная обсуждению результатов лабораторных исследований, численного моделирования и результатов наблюдения волн Россби в атмосферах планет, носит подчиненный характер и касается, в основном, результатов этих исследований, подтверждающих или опровергающих модели теоретических исследований. Раздел 2 следует рассматривать как введение в теорию нелинейных волн Россби и зональных течений, где приводятся основные гидродинамические уравнения. Механизмы генерации нелинейных вихревых структур зональным ветром обсуждаются в разделе 3. Формированию слаботурбулентных спектров колмогоровского типа в результате взаимодействия волн Россби посвящен раздел 4. В разделе 5 рассмотрен механизм генерации крупномасштабной структуры зонального ветра, как результат параметрической неустойчивости мелкомасштабных флуктуаций волн Россби в турбулентной атмосфере. Заключение содержится в разделе 6.

## 2. Уравнения "мелкой воды"

### 2.1. Приближение мелкой воды

Для описания основных особенностей движения крупномасштабных структур, включающих в себя синоптические вихри и зональные ветры во вращающейся атмосфере (или океане), используется так называемое приближение мелкой воды или тонкого слоя. В этом приближении атмосфера (или океан) обычно рассматривается как слой однородной несжимаемой жидкости, вращающийся относительно нормальной к слою оси с угловой скоростью  $\Omega \sin \theta$  ( $\Omega$  — угловая скорость вращения Земли,  $\theta$  — локальная широта).

Из условия гидростатики вдоль оси вращения (вдоль оси  $z$ ) следует выражение для давления на дне атмосферы

$$p(x, y) = \rho g H. \quad (1)$$

Здесь  $g$  — ускорение силы тяжести,  $\rho$  — постоянная плотность,  $H = H_0 + \tilde{H}$  — глубина жидкости,  $\tilde{H}$  — отклонение глубины жидкости от равновесной  $H_0$ . В этом приближении уравнения непрерывности и движения идеальной несжимаемой жидкости, известные как

уравнения мелкой воды, имеют вид

$$\frac{d}{dt} H = 0, \quad (2)$$

$$\frac{d}{dt} \mathbf{v} = -g \nabla H + f[\mathbf{v}, \mathbf{e}_z], \quad (3)$$

где  $\mathbf{v}$  — скорость;  $d/dt = \partial/\partial t + \mathbf{v}\nabla$  — конвективная производная по времени,  $f = 2\Omega \sin \theta$  — параметр Кориолиса (удвоенная проекция угловой скорости на локальную вертикаль),  $\mathbf{e}_z$  — единичный вектор, перпендикулярный к плоскости  $(x, y)$ . Подействовав оператором  $\text{rot}_z$  на обе части уравнения (3), с учетом уравнения (2) получим условие вмороженности обобщенной завихренности в баротропной атмосфере (теорема Эртеля)

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\text{rot}_z \mathbf{v} + f}{H} \right) = 0. \quad (4)$$

Если относительная завихренность  $\text{rot}_z \mathbf{v}$  имеет тот же знак, что и параметр Кориолиса, т.е. относительная завихренность положительна (с циркуляцией против движения часовой стрелки в северном полушарии или отрицательна с циркуляцией по движению часовой стрелки в южном полушарии), то сила Кориолиса направлена от центра рассматриваемой области. Такие движения называются циклонами и характеризуются низким давлением в центре. Течения с повышенным давлением в центре, у которых относительная завихренность и параметр Кориолиса имеют разные знаки, называются антициклонами.

В приближении малых чисел Кибеля, пренебрегая инерционным слагаемым в левой части уравнения движения (3), получаем условие геострофического равновесия, в котором сила Кориолиса уравновешивается градиентом давления. Скорость движения возмущений в атмосфере в таком приближении,  $\mathbf{v} \approx \mathbf{v}_g$ , где

$$\mathbf{v}_g = \frac{1}{f\rho} [\mathbf{e}_z, \nabla p], \quad (5)$$

называется геострофической скоростью — скоростью градиентного ветра. Из геострофического приближения (5) следует удивительное свойство движения вращающейся жидкости: движение происходит не вдоль градиента давления, а перпендикулярно ему, вдоль изобар.

Россби [19, 20] обратил внимание на тот факт, что для волн синоптического масштаба в квазигеострофическом приближении инерционная поправка к геострофической скорости может быть одного порядка с поправкой, связанной с изменением параметра Кориолиса в меридиональном направлении (так называемый  $\beta$ -эффект),

$$f \approx f_0 + \beta y + \frac{Ay^2}{2}, \quad A = -\frac{f_0}{R^2}, \quad |f_0| \gg |\beta y|,$$

где  $\beta \equiv \partial f / \partial y \approx 2\Omega \cos \theta / R$  и  $R$  — радиус планеты. Рассматривая слабые возмущения, полагаем  $|\tilde{H}| \ll H_0$  и  $|\tilde{p}| \ll p_0$ , где  $p = p_0 + \tilde{p}$ ,  $p_0$  — равновесное значение, а  $\tilde{p}$  — возмущение. Подставив в качестве скорости вещества геострофическую скорость (5), преобразуем уравнение сохранения обобщенной завихренности (4)

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\hat{p} - r_R^2 \nabla_{\perp}^2 \hat{p}) - v_R \left( 1 + \hat{p} + A \frac{y}{\beta} \right) \frac{\partial}{\partial x} \hat{p} - \\ - r_R^4 f_0 \{ \hat{p}, \nabla_{\perp}^2 \hat{p} \} = 0. \end{aligned} \quad (6)$$

Здесь  $\hat{p} \equiv \tilde{p}/p_0$  — безразмерное возмущенное давление,  $r_R = c_s/f_0$  — радиус деформации (радиус Россби–Обухова),  $c_s = (p_0/\rho_0)^{1/2}$  — изотермическая скорость звука,  $v_R = r_R^2 \beta$  — скорость Россби,

$$\{A, B\} \equiv [\nabla A, \nabla B]_z = \frac{\partial A}{\partial x} \frac{\partial B}{\partial y} - \frac{\partial A}{\partial y} \frac{\partial B}{\partial x}$$

— скобка Пуассона. В уравнении (6) слагаемое, пропорциональное  $\hat{p} \partial \hat{p} / \partial x$ , называется скалярной нелинейностью, а слагаемое со скобкой Пуассона — векторной (или вихревой) нелинейностью.

Скалярная нелинейность превышает векторную в крупномасштабных вихрях с масштабом, сравнимым с промежуточно-геострофическим радиусом

$$r_{IG} = \left( \frac{r_R^2 f_0}{\beta} \right)^{1/3}.$$

Впервые уравнение (6) с учетом скалярной нелинейности было получено в работе [63], где исследовалось влияние этого слагаемого на формирование крупномасштабных (с масштабом, превышающим радиус деформации) круглых вихрей. С этим слагаемым связана асимметрия — циклон/антициклон [15]. Слагаемое, пропорциональное  $A y \partial \hat{p} / \partial x$ , связано с изменением скорости Россби в меридиональном направлении на больших масштабах вихрей, сравнимых с  $r_{IG}$ . Вклад эффекта, описываемого этим слагаемым, приводит к явлению, известному как "твистинг" [9, 10]. Различные части вихря распространяются с различными скоростями, что приводит к разрушению вихря за время порядка  $f_0/\beta v_R$ . Введя обобщенную (потенциальную) завихренность

$$q = r_R^2 \nabla_{\perp}^2 \hat{p} - \hat{p} + \frac{\beta y}{f_0} - \frac{y^2}{2R^2}, \quad (7)$$

уравнение (6) можно представить в следующем виде:

$$\frac{dq}{dt} = 0, \quad (8)$$

где  $d/dt = \partial/\partial t + \mathbf{v}_g \nabla = \partial/\partial t + (\rho_0 f_0)^{-1} \{ \tilde{p}, \cdot \}$ . Уравнение (8) называется уравнением сохранения обобщенной (потенциальной) завихренности баротропной атмосферы в промежуточно-геострофическом приближении. При исследовании вихрей Россби в земной атмосфере можно пренебречь скалярной нелинейностью и меридиональной зависимостью скорости Россби. В этом приближении из уравнения (6) получаем

$$\frac{\partial}{\partial t} (\hat{p} - r_R^2 \nabla_{\perp}^2 \hat{p}) - v_R \frac{\partial}{\partial x} \hat{p} - r_R^4 f_0 \{ \hat{p}, \nabla_{\perp}^2 \hat{p} \} = 0. \quad (9)$$

Уравнение (9), соответствующее сохранению обобщенной завихренности  $q$  без последнего слагаемого в правой части уравнения (7), называется уравнением Чарни–Обухова. Модификация этого уравнения с учетом неоднородности атмосферы по вертикали использовалась Дж. Чарни [52] и А.М. Обуховым [2] при составлении принципиальной схемы прогноза погоды. Решение уравнения (9) обладает симметрией  $\hat{p}(x, y, t) = -\hat{p}(-x, y, t)$ . В отличие от уравнения Кортевега–де Вриза, имеющего решение в виде одномерных солитонов, уравнение Чарни–Обухова не содержит нелинейных одномерных или осесимметричных структур.

В фурье-представлении ( $\hat{p} = p_k \exp(-i\omega_k t + ik\mathbf{r})$ , где  $p_k$  — фурье-амплитуда,  $\omega_k$  и  $\mathbf{k}$  — частота и волновой вектор) из уравнения Чарни–Обухова в линейном приближении следует дисперсионное уравнение

$$\omega_k = -\frac{k_x v_R}{1 + k^2 r_R^2}. \quad (10)$$

В принятой системе координат ось  $x$  направлена с запада на восток, а ось  $y$  — к ближайшему полюсу. В условиях земной атмосферы, учитывая, что радиус Россби–Обухова сравним с радиусом Земли, можно приблизенно использовать дисперсионное уравнение в следующем виде:

$$\omega_k = -\frac{k_x v_R}{k^2 r_R^2}. \quad (11)$$

Из уравнений (10) и (11) следует, что фазовая скорость волн Россби,  $\omega_k/k_x < 0$ , направлена с востока на запад.

Уравнение Чарни–Обухова имеет два сохраняющихся интеграла (интеграла движения). Это интеграл энергии с точностью до размерного коэффициента

$$W = \int [\hat{p}^2 + r_R^2 (\nabla \hat{p})^2] d^2x \quad (12)$$

и интеграл энстрофии

$$H = \int [(\nabla \hat{p})^2 + r_R^2 (\nabla^2 \hat{p})^2] d^2x. \quad (13)$$

Интегрирование в уравнениях (12) и (13) производится по произвольной "жидкой" области, точки которой движутся со скоростью  $\mathbf{v}$ .

## 2.2. Волны Россби в баротропной атмосфере

**с зональным ветром. Устойчивость зональных течений**  
Волны Россби в баротропной атмосфере с зональным ветром, стационарным сдвиговым течением вдоль оси  $x$  со скоростью  $U(y)$  и с учетом эффектов вязкости описываются уравнением

$$\left( \frac{\partial}{\partial t} + U(y) \frac{\partial}{\partial x} \right) \nabla_{\perp}^2 \hat{p} + \beta \frac{\partial}{\partial x} \hat{p} - \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} \frac{\partial}{\partial x} \hat{p} + r_R^2 f_0 \{ \hat{p}, \nabla_{\perp}^2 \hat{p} \} = v \nabla_{\perp}^4 \hat{p}. \quad (14)$$

Здесь  $v$  — кинематическая вязкость. Уравнение (14) является обобщением уравнения Чарни–Обухова (9) для мелкомасштабных волн Россби ( $r_R^2 \nabla_{\perp}^2 \gg 1$ ) в атмосфере с зональным ветром ( $U \neq 0$ ) и с учетом эффектов вязкости.

Сдвиговые течения в гидродинамике часто неустойчивы. Присутствие третьего слагаемого в левой части уравнения (14), пропорционального  $d^2 U/dy^2$ , связано с условием неустойчивости сдвигового течения. В линейном приближении для малых возмущений вида  $\hat{p}(\mathbf{r}, t) = \hat{p}(y) \exp(-i\omega t + ik_x x)$  из уравнения (14) следует уравнение Оппа–Зоммерфельда [64]

$$-iv \left( \frac{\partial^2}{\partial y^2} - k_x^2 \right)^2 \hat{p} + (\omega - k_x U) \left( \frac{\partial^2}{\partial y^2} - k_x^2 \right) \hat{p} + k_x (U'' - \beta) \hat{p} = 0. \quad (15)$$

Здесь  $U'' \equiv d^2 U/dy^2$ . В пренебрежении эффектами вязкости из уравнения (15) получаем

$$\hat{p}'' - k_x^2 \hat{p} + \frac{k_x(U'' - \beta)}{\omega - k_x U} \hat{p} = 0, \quad (16)$$

где  $\hat{p}'' \equiv d^2 \hat{p}/dy^2$ . Уравнение (16) — модификация известного уравнения Рэлея [65] при  $\beta \neq 0$ . Устойчивость плоскопараллельного сдвигового течения, описываемого уравнением (16), была предметом детального исследования, начало которому положили работы [65–67]. Выполнение равенства

$$U''(y_c) - \beta = 0, \quad (17)$$

в некоторой точке  $y = y_c$  сдвигового течения является необходимым условием неустойчивости. При этом условии дифференциальное уравнение (16) может быть регулярным даже, если в некоторой точке потока выполняется резонансное условие  $\omega = k_x c$ , где  $c = U(y_c)$ . Для таких колебаний уравнение Рэлея (16) принимает вид

$$\hat{p}'' - k_x^2 \hat{p} + F(y) \hat{p} = 0. \quad (18)$$

Здесь  $F(y) = (U'' - \beta)/[c - U(y)]$ . Уравнение (18) имеет дискретный набор собственных функций  $\hat{p}^{(n)}$ , собственных значений  $k_x^{(n)}$  и частот  $\omega^{(n)} = k_x^{(n)} c$ , если  $F(y) > 0$ . Это неравенство — достаточное условие неустойчивости потока. Достаточное условие неустойчивости сводится к выполнению неравенства [68]

$$F(y_c) = -\frac{U'''(y_c)}{U'(y_c)} > 0. \quad (19)$$

Обычно в земной атмосфере  $\beta$  значительно больше величины  $U''$  в крупномасштабных зональных потоках и, таким образом, зональный ветер большую часть времени устойчив. Однако эпизодически возникают возмущения зонального ветра (wave-breaking event), такие, что в некотором слое  $y = y_c$  выполняется условие  $\beta \approx U''$ , что является причиной неустойчивости в течение некоторого времени, после чего зональный ветер перестраивается и снова становится устойчивым.

## 2.3. Волны Россби

### в горизонтально бароклинной атмосфере

В горизонтально бароклинной атмосфере представляем температуру  $T$ , потенциальную температуру  $\Theta$  и давление в виде суммы равновесных значений и слабых возмущений  $\tilde{T}(t, x, y)$ ,  $\tilde{\Theta}(t, x, y)$  и  $\tilde{p}(t, x, y)$ :

$$T = T_0 + \tilde{T}(t, x, y), \quad \Theta = \Theta_0 + \tilde{\Theta}(t, x, y), \\ p = p_0 + \tilde{p}(t, x, y). \quad (20)$$

В этом случае из уравнения (6) можно получить [56, 57]

$$\frac{\partial}{\partial t} (\hat{p} - r_R^2 \nabla_{\perp}^2 \hat{p}) - v_R \left( 1 + \hat{T} + A \frac{y}{\beta} \right) \frac{\partial}{\partial x} \hat{p} - r_R^4 f_0 \{ \hat{p}, \nabla_{\perp}^2 \hat{p} \} + r_R^2 f_0 \{ \hat{p}, \hat{\Theta} \} = 0, \quad (21)$$

где параметры  $\hat{T} = \tilde{T}/T_0$ ,  $\hat{p} = \tilde{p}/p_0$  и  $\hat{\Theta} = \tilde{\Theta}/\Theta_0$  — безразмерные возмущения температуры, давления и потенци-

альной температуры. Потенциальная температура, являющаяся однозначной функцией энтропии, связана с температурой и давлением соотношением

$$\Theta = T \left( \frac{p_0}{p} \right)^{(\gamma-1)/\gamma}.$$

В этом разделе введено обозначение  $r_{Rs} = c_s/f_0$  — масштаб Обухова, где  $c_s = (\gamma p_0/\rho_0)^{1/2}$  — адиабатическая скорость звука. Введя обобщенную завихренность в форме (7), можно уравнение (21) представить в следующем виде:

$$\frac{dq}{dt} = r_{Rs}^2 f_0 \{ \hat{p}, \hat{\Theta} \} - v_R \hat{T} \frac{\partial}{\partial x} \hat{p}. \quad (22)$$

Здесь, как и в предыдущем разделе,  $d/dt = \partial/\partial t + \mathbf{v}_g \nabla$ . В такой атмосфере не сохраняется обобщенная завихренность в отличие от баротропной атмосферы. Это приводит к тому, что в горизонтально бароклиновой атмосфере возможно самопроизвольное рождение вихрей из незамкнутых линий тока.

В реальной атмосфере, как правило, присутствуют крупномасштабные градиенты потенциальной температуры и давления. В основном эти градиенты имеют меридиональное направление. Представим, что равновесная потенциальная температура содержит крупномасштабные равновесные неоднородности в меридиональном направлении  $\kappa_\theta y$ ,  $\kappa_p y$ , а масштаб слабых возмущений  $\tilde{\theta}(t, x, y)$  и  $\tilde{p}(t, x, y)$  существенно меньше, чем  $\kappa_\theta^{-1}$  и  $\kappa_p^{-1}$ :

$$\hat{\Theta}_0 = 1 + \kappa_\theta y, \quad \hat{p}_0 = 1 + \kappa_p y. \quad (23)$$

Представив согласно уравнениям (20) выражения для безразмерных значений потенциальной температуры и давления в виде  $\hat{\Theta} = \hat{\Theta}_0(y) + \tilde{\theta}(t, x, y)$  и  $\hat{p} = \hat{p}_0(y) + \tilde{p}(t, x, y)$ , из уравнения сохранения обобщенной температуры, являющейся однозначной функцией энтропии,

$$\frac{d}{dt} \Theta = 0 \quad (24)$$

и уравнения сохранения обобщенной завихренности (21), получим в пренебрежении скалярной нелинейностью [55] систему нелинейных уравнений, описывающую горизонтально бароклиновую атмосферу с равновесными линейными градиентами давления и потенциальной температуры:

$$\frac{\partial}{\partial t} \tilde{\theta} + \kappa_\theta \frac{\partial \tilde{p}}{\partial x} - \kappa_p \frac{\partial \tilde{\theta}}{\partial x} + \{ \tilde{p}, \tilde{\theta} \} = 0, \quad (25)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\tilde{p} - r_{Rs}^2 \nabla_\perp^2 \tilde{p}) - (v_R - f_0 r_{Rs}^2 \kappa_\theta) \frac{\partial}{\partial x} \tilde{p} + \\ + f_0 r_{Rs}^2 \kappa_p \left( r_{Rs}^2 \frac{\partial}{\partial x} \nabla^2 \tilde{p} - \frac{\partial}{\partial x} \tilde{\theta} \right) - \\ - f_0 r_{Rs}^4 \{ \tilde{p}, \nabla^2 \tilde{p} \} + f_0 r_{Rs}^2 \{ \tilde{p}, \tilde{\theta} \} = 0. \end{aligned} \quad (26)$$

Система уравнений (25) и (26) сохраняет интеграл энергии

$$E \propto \int \left[ \tilde{p}^2 + r_{Rs}^2 (\nabla \tilde{p})^2 - \frac{\kappa_p}{\kappa_\theta} \tilde{\theta}^2 \right] d^2 x. \quad (27)$$

Его интересно сравнить с интегралом энергии (12). Из формулы (27) видно, что энергия не всегда является положительно определенной величиной. Энергия может стать отрицательной, если градиенты потенциальной температуры и давления имеют один и тот же знак. В этом случае атмосфера может быть неустойчивой. В линейном приближении из системы уравнений (25) и (26) следует дисперсионное уравнение

$$\omega_\pm = - \frac{k_x}{2(1 + k^2 r_{Rs}^2)} \times \\ \times [v_R - f_0 r_{Rs}^2 (\kappa_\theta - \kappa_p) + f_0 r_{Rs}^4 k^2 (\kappa_p^* + \kappa_p) \pm D^{1/2}], \quad (28)$$

где

$$\kappa_p^* = \frac{\kappa_p}{\gamma}, \quad (29)$$

$$D = k_x^2 \left\{ [v_R - f_0 r_{Rs}^2 (\kappa_\theta - \kappa_p^*) - f_0 r_{Rs}^4 k^2 (\kappa_p^* - \kappa_p)]^2 - \right. \\ \left. - 4 f_0^2 r_{Rs}^6 k^2 \kappa_\theta \kappa_p^* \right\}. \quad (30)$$

Из равенства (30) видно, что если  $\kappa_\theta$  и  $\kappa_p$  имеют одинаковые знаки, то при некотором значении  $k$  подкоренное выражение в дисперсионном уравнении может стать отрицательным. Это условие горизонтально бароклиновой неустойчивости совпадает с выводом, следующим из условия положительной определенности интеграла энергии (27).

### 3. Вихревые структуры

#### 3.1. Дипольные вихри

При исследовании стационарных волн, бегущих вдоль оси  $x$  со скоростью  $u$  в мелкой баротропной атмосфере, введя переменную  $\eta = x - ut$ , уравнение Чарни–Обухова (9) можно привести к следующему виду:

$$\left\{ \nabla^2 \hat{p} - \Lambda \hat{p}, \hat{p} + \frac{y}{b} \right\} = 0. \quad (31)$$

Здесь константы  $\Lambda$  и  $b$  определены равенствами

$$\Lambda = \frac{1}{r_R^2} \left( 1 + \frac{v_R}{u} \right), \quad b = \frac{r_R^2 f_0}{u}. \quad (32)$$

Уравнение

$$\nabla^2 \hat{p} - \Lambda \hat{p} = F \left( \hat{p} + \frac{y}{b} \right), \quad (33)$$

где  $F$  — произвольная функция своих аргументов является частным решением нелинейного уравнения (31). Исследуя решения уравнения (33), возьмем в качестве  $F$  линейную функцию

$$\nabla^2 \hat{p} - \Lambda \hat{p} = C \left( \hat{p} + \frac{y}{b} \right), \quad (34)$$

где  $C$  — произвольная константа. При анализе вихревых структур, описываемых уравнением (34), наряду с декартовыми координатами  $x$  и  $\eta$ , будем использовать также полярные координаты  $r = (x^2 + \eta^2)^{1/2}$  и  $\vartheta = \arctan(\eta/x)$ . Следуя работе [53], введем представление о внешней и внутренней областях вихря, разделенных некоторой границей  $r = a$ , где  $a$  — некоторая константа, называемая радиусом вихря. Во внешней области вихря  $C = 0$ , а

во внутренней —  $C \neq 0$ . Частным решением уравнения (39) является так называемый дипольный вихрь

$$\hat{p}(r, \vartheta) = \Phi(r) \cos \vartheta, \quad (35)$$

причем во внешней области вихря функция  $\Phi(r)$  (при  $r > a$ ) равна

$$\Phi(r) = \Phi(a) \frac{K_1(r\beta/a)}{K_1(\beta)}, \quad (36)$$

а во внутренней области (при  $r < a$ )

$$\Phi(r) = \Phi(a) \left[ \left( 1 - \frac{\beta^2}{\gamma^2} \right) \frac{r}{a} - \frac{\beta^2}{\gamma^2} \frac{J_1(r\gamma/a)}{J_1(\gamma)} \right]. \quad (37)$$

Константы  $\beta$  и  $\gamma$  связаны с  $\Lambda$  и  $C$  соотношениями

$$\beta^2 = a^2 \Lambda \quad \text{и} \quad \gamma^2 = -a^2(\Lambda + C). \quad (38)$$

Ясно, что для ограниченности  $\hat{p}$  на бесконечности ( $r \rightarrow \infty$ ) необходимо выполнение неравенств  $\beta^2 > 0$  и  $\Lambda > 0$ . Из уравнения (32) следует, что вихри, распространяющиеся на восток, могут иметь, вообще говоря, любую скорость ( $u > 0$ ), в то время как вихри, распространяющиеся на запад, должны двигаться со скоростью больше скорости Россби. Из условия непрерывности  $p$ ,  $\partial p / \partial r$ ,  $\nabla^2 \hat{p}$  и  $\partial \nabla^2 \hat{p} / \partial r$  на границе вихря ( $r = a$ ) следует условие, называемое условием сшивки параметров вихря,

$$\frac{K_2(\beta)}{\beta K_1(\beta)} = -\frac{J_2(\gamma)}{\gamma J_1(\gamma)}. \quad (39)$$

Приближенное решение дисперсионного уравнения (39) имеет вид  $\beta \approx 3,9 + 1,2\gamma^2/(3,4 + \gamma^2)$ . В дипольном вихре с таким условием сшивки сохраняются как энергия (см. уравнение (12)), так и энстрофия вихря (см. уравнение (13)).

### 3.2. Вихревые дорожки

Перейдем к описанию нелинейных вихревых структур, генерируемых в атмосфере зональным ветром. Резонансное взаимодействие волн Россби с зональным ветром, описываемое уравнением (14), имеет глубокую физическую аналогию с резонансным взаимодействием системы самогравитирующих тел (см., например, [32]) и плазменных колебаний [69]. Впервые эта аналогия обсуждалась в работах [70–72]. Аналогия дает возможность рассматривать резонансные явления, протекающие в совершенно разных, на первый взгляд, средах, с единой позиции. Нелинейные эффекты при взаимодействии волн с плоскопараллельным течением возникают прежде всего в окрестности резонансного слоя. Поэтому можно считать, что вне резонансной области колебания линейны, а нелинейность определяет структуру решений в области резонанса. Решения уравнения Рэлея находятся как предельный случай решений уравнения Орра–Зоммерфельда для возмущений и бесконечно малой вязкости ( $v \rightarrow 0$ ). Однако полученные таким образом решения являются неоднозначными, и лишь учет слабой вязкости позволяет выбрать одно из неизвестных решений.

Выбор ветви многозначного решения уравнения Рэлея вблизи точки ветвления  $y = y_c$  основан на использовании правила обхода Линя [67], аналогичного правилу обхода особенности в физике плазмы (правило

обхода Ландау [69]). Существование резонансных точек с соответствующим правилом обхода определяет механизм обмена энергией волн (возмущений) со средним потоком, который не связан непосредственно с вязкой диссипацией и существует в идеальной жидкости. Частицы жидкости, "захваченные" волной в резонансной области,  $y = y_c$ , движутся вдоль оси  $x$  в западном направлении со скоростью  $U(y_c) = v_R$ . Для квазистационарного состояния в условиях резонанса из уравнения (14) следует

$$\{\hat{p}, \nabla^2 \hat{p}\} = 0. \quad (40)$$

Решение этого уравнения

$$\nabla^2 \hat{p} = F(\hat{p}), \quad (41)$$

где  $F(\hat{p})$  — произвольная функция своего аргумента. Уравнение (41), являющееся частным видом уравнения (34), совпадает с условием сохранения завихренности невязкой несжимаемой жидкости, следующим из уравнения Навье–Стокса,  $\nabla^2 \psi = F(\psi)$  ( $\psi$  — функция тока). Используя метод сращиваемых асимптотических разложений по обе стороны от особой точки  $y = y_c$ , позволяющий учитывать одновременно эффекты малой вязкости и нелинейности, в работе [73] получили решение уравнения (14). Это решение [74] соответствует функции

$$F(\hat{p}) = k^2 K \exp \left( -\frac{2\hat{p}}{K} \right). \quad (42)$$

Смысл параметров  $k$  и  $K$  будет ясен ниже. С такой функцией  $F(\hat{p})$  уравнение (41) имеет решение

$$\hat{p} = K \ln [C \cosh kx + (C^2 - 1)^{1/2} \cos ky], \quad (43)$$

где параметр  $K$  характеризует амплитуду вихревой дорожки;  $2\pi/k$  — размер вихря вдоль оси  $y$ . Из уравнений (5) и (43) получаем следующие выражения для компонент скорости:

$$v_x = v_R k r_R K \frac{C \sinh ky}{C \cosh ky + (C^2 - 1)^{1/2} \cos ky}, \quad (44)$$

$$v_y = v_R k r_R K \frac{(C^2 - 1)^{1/2} \sin ky}{C \cosh ky + (C^2 - 1)^{1/2} \cos ky}. \quad (45)$$

Здесь  $C$  — некоторая константа, большая единицы. При  $C = 1$  решение (45) описывает течение типа зонального потока (ось  $x$  направлена на восток, а ось  $y$  — на север)

$$v_x = v_R k r_R K \tanh ky, \quad v_y = 0. \quad (46)$$

Решение (44), (45) с замкнутыми линиями тока в виде "кошачьи глаза" было впервые получено Кельвином. Рисунок 1 иллюстрирует траектории частиц в вихревой

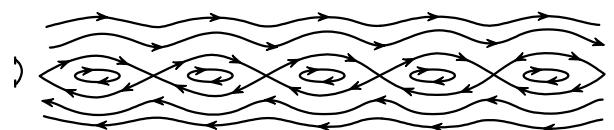


Рис. 1. Линии тока вблизи резонансного уровня в форме "кошачьи глаза" (в системе координат, движущейся вместе с волной).

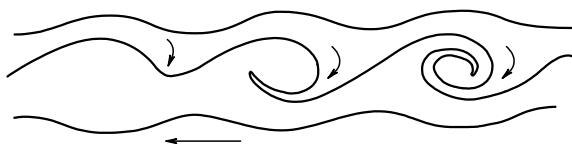


Рис. 2. Развитие меандров на резонансном уровне [76]. Вязкость приводит к эволюции меандров в структуру типа "кошачий глаз".

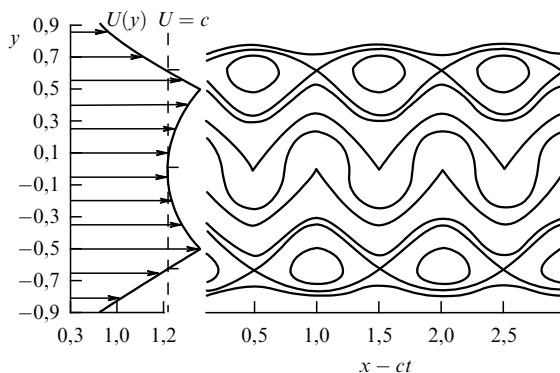


Рис. 3. Траектории частиц вблизи резонансного уровня в соответствующих сдвиговых течениях [81].

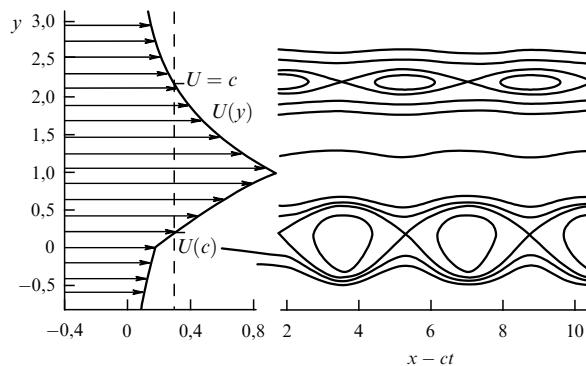


Рис. 4. Траектории частиц вблизи резонансного уровня в соответствующих сдвиговых течениях [81].

дорожке типа "кошачий глаз". В фазовом пространстве такие структуры типичны для нелинейного резонанса. В физике плазмы структуры типа "кошачий глаз" возникают при рассмотрении траекторий частиц в фазовом пространстве поля монохроматической плазменной волны [75].

Численное моделирование развития во времени неустойчивости потока идеальной жидкости с учетом нелинейных эффектов на резонансном уровне [76] показало, что в окрестности  $U = U_c$  развивается совокупность растущих во времени спиральных вихрей — меандров. На рисунке 2 схематически представлено развитие меандров в зональном потоке [76]. Численному моделированию эволюции возмущений в рамках уравнения Орра–Зоммерфельда, а также уравнения (14) посвящено большое число работ. В частности, в работах [77–82] исследовалась динамика потока со сдвигом скорости в баротропной атмосфере на нелинейной стадии до квазистационарного состояния в области насыщения

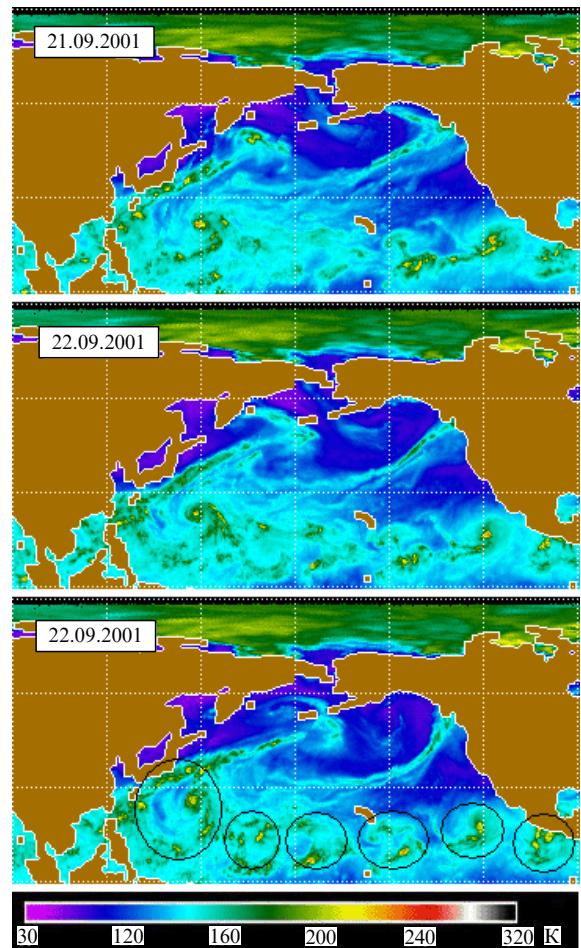


Рис. 5. Цепочка вихрей в восточном зональном потоке над акваторией северной части Тихого океана, сформировавшаяся 21–22 сентября 2001 г. вблизи  $15^\circ$  с.ш.

неустойчивости. Слабая вязкость атмосферы служит причиной формирования вихревых дорожек типа "кошачий глаз" из меандров. На рисунках 3 и 4 схематически представлены результаты численного моделирования [81], иллюстрирующие траектории частиц в стационарных нелинейных структурах, генерируемых зональным сдвиговым течением в баротропной атмосфере (океане). Вблизи резонансных областей, где скорость потока сравнивается с локальной скоростью Россби ( $U = c$ ), формируются вихревые дорожки типа "кошачий глаз".

Спутниковые наблюдения позволяют изучать генерацию цепочки вихрей и их эволюцию в зональном ветре. Для интерпретации таких наблюдений мы выбрали наиболее протяженную приэкваториальную часть акватории Тихого океана в летне-осенний период наиболее активного тропического циклогенеза — с августа по ноябрь месяц. Зональный ветер, направленный с востока на запад в приэкваториальной атмосфере Земли, наиболее неустойчив в этот период времени.

В качестве примера на рис. 5 и 6 представлены фрагменты радиотеплового поля Земли на частоте 19,35 ГГц из электронной коллекции Global-Field, сформированной в ИКИ РАН [83], по данным спутникового мониторинга в рамках программы DMSP (Defense Meteorological Satellite Program). Радиометрические ком-

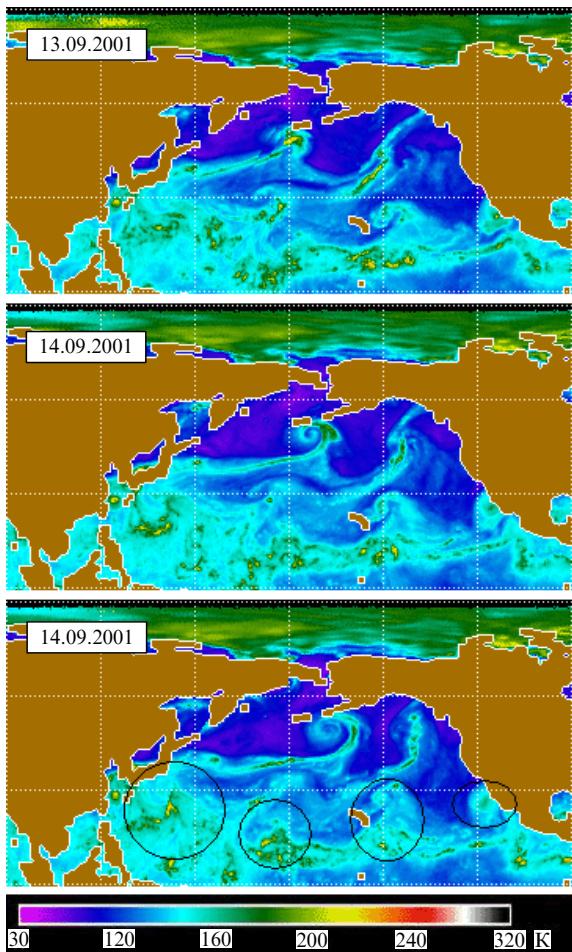


Рис. 6. Цепочка вихрей, аналогичная показанной на рис. 5, сформировавшаяся 13–14 сентября 2001 г. вблизи 25–30° с.ш.

плексы SSM/I (Special Sensor Microwave/Imager), установленные на космических аппаратах серии DMSP, поставляют оперативную глобальную информацию о состоянии системы океан – атмосфера в микроволновом диапазоне частот. Специфика траекторий космических аппаратов серии и углов обзора приборов такова, что полученные за сутки данные одного аппарата не покрывают планету полностью, оставляя большие лакуны, особенно в приэкваториальной области (ширина полосы обзора составляет 1400 км, а ширина лакун на экваторе — около 1200 км). В результате примерно 25 % поверхности оказывается непокрытой данными. В лаборатории климатических исследований Института космических исследований (ИКИ РАН) создан алгоритм межспектрового и кросс-аппаратного выравнивания и дополнения, позволивший построить два полных глобальных радиотепловых поля Земли в сутки (с использованием для заполнения лакун данных всех спутников серии). Хорошее пространственно-временное разрешение полей радиояркостной температуры из электронной коллекции Global-Field (два поля в сутки с разрешением  $0,5 \times 0,5^\circ$  за период с 1995 по 2007 гг.) позволяет изучать формирование и развитие динамичных крупномасштабных атмосферных вихрей, а также их структуру.

Радиометрические комплексы SSM/I работают в пассивном режиме, т.е. принимают приходящее снизу радиоизлучение, несущее информацию о разных физи-

ческих объектах. Если бы атмосфера не содержала примесей и была абсолютно сухой и прозрачной, то приборы SSM/I регистрировали бы радиояркостную температуру поверхности Мирового океана и суши. Однако в атмосфере есть примеси, имеющие резонансные линии поглощения в радиодиапазоне на определенных частотах. Радиометрические приборы SSM/I принимают излучение на частотах 19,35; 22,24; 37,00 и 85,50 ГГц, отражающих присутствие в атмосфере примеси воды в разных видах: водяной пар, капли воды разных размеров, снежинки, кристаллы льда и др.

Радиояркостная температура ассоциируется с интегральным по высоте содержанием соответствующей примеси, т.е. с влагозапасом (водяной пар) и водозапасом (пар и вода в других видах) атмосферы. Радиотепловые поля на частотах 19,35; 22,24 и 37,00 ГГц отражают содержание водяного пара и капель воды (поля на этих частотах очень хорошо скоррелированы). На рисунках 5 и 6 показаны фрагменты радиотеплового поля планеты на частоте 19,35 ГГц северной части Тихого океана (в меридианской проекции и с нанесенной  $30^\circ$ -ной сеткой). Там же представлена шкала радиояркостной температуры в градусах Кельвина. На фрагментах легко выделяются континенты. Оттенки серого цвета на фоне почти черной поверхности Тихого океана характеризуют яркостную температуру тропосферы над этой акваторией Мирового океана и, соответственно, интегральное по высоте содержание водяного пара и капель воды над океаном, т.е. влаго- и водозапас тропосферы. Поскольку капли воды и пар вмешаны в потоки воздуха, поля радиояркостной температуры представляют собой мгновенные отпечатки, "слепки" атмосферных движений. Радиотепловые поля позволяют изучать, в частности, структуру и динамику таких интенсивных влагонасыщенных атмосферных движений, как экваториальный зональный поток (с его неустойчивостями и вихревыми структурами) и тропические циклоны.

На рисунке 5 показаны три последовательных по времени фрагмента радиотеплового поля над акваторией Тихого океана, разделенных по времени наблюдения на 12 ч. Первый фрагмент соответствует вечернему времени 21 сентября 2001 г., а второй и третий — утреннему и вечернему времени 22 сентября соответственно. В области зонального ветра, где сдвиг скорости имеет циклонический характер, можно различить цепочку из пяти циклонических вихрей, двигающихся с востока на запад на широте около  $15^\circ$  с.ш. (от 5 до  $20^\circ$  с.ш.). Все они приблизительно одинаковой интенсивности, за исключением первого — крайнего западного вихря, который представляет собой уже хорошо сформированный циклонический вихрь. В центре этого вихря уже содержится тропический циклон. Натолкнувшись на азиатский континент, циклонический вихрь под влиянием силы Кориолиса поднимается на более высокую широту и попадает в область западно-восточного зонального ветра средних и средневысоких широт, где сдвиг скорости ветра носит антициклонический характер. В дальнейшем вихрь изменит направление своего движения на противоположное и ослабнет. На рисунке 5 видна эволюция аналогичных вихрей — предшественников в средних широтах.

Похожая цепочка вихрей, сформировавшихся несколькими днями раньше над этой же частью акватории

Тихого океана на большей широте — около  $25 - 30^\circ$  с.ш., показана на рис. 6. Так же, как и на рис. 5, три фрагмента разделены по времени один от другого на 12 ч. Большой по сравнению с вихрями на рис. 5 характерный масштаб циклонических вихрей на этой широте, по-видимому, связан с большим характерным масштабом сдвига скорости зонального ветра на этой широте.

Аналогичные цепочки вихрей можно наблюдать над акваториями других океанов в периоды активного цикlogenеза. Количество вихрей в цепочке ограничено масштабами акватории. Так, например, над Атлантикой наблюдаются цепочки, состоящие не более чем из 2–3 вихрей.

## 4. Колмогоровские спектры слабой турбулентности

### 4.1. Исходные уравнения слабой турбулентности

Рассмотрим слабую турбулентность, обусловленную трехволновым взаимодействием, которая описывается кинетическим уравнением [75, 84]

$$\begin{aligned} \frac{\partial N_{\mathbf{k}}}{\partial t} \propto & \int U(\mathbf{k}, \mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2) (N_{\mathbf{k}1} N_{\mathbf{k}2} - N_{\mathbf{k}} N_{\mathbf{k}1} \operatorname{sign} \omega_{\mathbf{k}} \omega_{\mathbf{k}2} - \\ & - N_{\mathbf{k}} N_{\mathbf{k}2} \operatorname{sign} \omega_{\mathbf{k}} \omega_{\mathbf{k}1}) \delta(\omega_{\mathbf{k}} - \omega_{\mathbf{k}1} - \omega_{\mathbf{k}2}) \times \\ & \times \delta(\mathbf{k} - \mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2) d\mathbf{k}_1 d\mathbf{k}_2. \end{aligned} \quad (47)$$

Здесь  $N_{\mathbf{k}}$  — "число квантов" (или "плотность волнового действия"),

$$U(\mathbf{k}, \mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2) = |V(\mathbf{k}, \mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2)|^2, \quad (48)$$

где  $V(\mathbf{k}, \mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2)$  — матричный элемент взаимодействия, обладающий соответствующими свойствами симметрии (см., например, [75, 84, 85]). В правой части соотношения (47) опущен постоянный множитель, зависящий от нормировки  $N_{\mathbf{k}}$  и  $\omega_{\mathbf{k}}$ . Полагаем, что матричный элемент  $V(\mathbf{k}, \mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2)$  обладает свойствами масштабной инвариантности:

$$\begin{aligned} V(\varepsilon_x k_x, \varepsilon_y k_y; \varepsilon_x k_{x1}, \varepsilon_y k_{y1}; \varepsilon_x k_{x2}, \varepsilon_y k_{y2}) = \\ = \varepsilon_x^u \varepsilon_y^v V(k_x, k_y; k_{x1}, k_{y1}; k_{x2}, k_{y2}), \end{aligned} \quad (49)$$

с показателями однородности  $u$  и  $v$ . Кроме того, считаем, что дисперсионная часть частоты волны слабо диспергирующих ( $\omega_{\mathbf{k}} \approx k_x v_R$ ) или сильно диспергирующих волн также обладает свойствами масштабной инвариантности с показателями однородности  $a$  и  $b$ . В этих предположениях, а также в предположении, что искомое выражение для числа квантов тоже является масштабно инвариантной функцией с показателями однородности  $\alpha$  и  $\beta$ , кинетическое уравнение для волн (47) можно представить в следующем виде [60]:

$$\frac{\partial N_{\mathbf{k}}}{\partial t} \propto |k_x|^{2x+2u+1-a} |k_y|^{2\beta+2v+1-b} \quad (50)$$

или

$$\frac{\partial D_{\mathbf{k}}^{(i)}}{\partial t} + \nabla \mathbf{P}^{(i)}(\mathbf{k}) = 0, \quad (51)$$

где  $i = 1$  или  $2$ ;

$$D_{\mathbf{k}}^{(1)} \equiv |\Omega_{\mathbf{k}}| N_{\mathbf{k}}, \quad D_{\mathbf{k}}^{(2)} \equiv |k_x| N_{\mathbf{k}},$$

$$\mathbf{P}^{(1)}(\mathbf{k}) \propto |k_x|^{2(x+u+1)} |k_y|^{2(\beta+v+1)} \left( \frac{1}{|k_y|}, \frac{1}{|k_x|} \right), \quad (52)$$

$$\mathbf{P}^{(2)}(\mathbf{k}) \propto |k_x|^{2x+2u+3-a} |k_y|^{2\beta+2v+2-b} \left( \frac{1}{|k_y|}, \frac{1}{|k_x|} \right). \quad (53)$$

В случае слабо диспергирующих волн  $D_{\mathbf{k}}^{(1)}$  имеет смысл энстрофии (или дисперсионной части энергии),  $D_{\mathbf{k}}^{(2)}$  — энергии волн. Тогда уравнение (51) с индексом  $i = 1$  соответствует уравнению сохранения энстрофии, а с индексом  $i = 2$  — уравнению сохранения энергии, а  $\mathbf{P}^{(1)}(\mathbf{k})$  и  $\mathbf{P}^{(2)}(\mathbf{k})$  — потоки энстрофии и энергии. Из условия постоянства потоков энстрофии или энергии находим искомые показатели однородности числа квантов

$$\alpha^{(1)} = -(1+u), \quad \beta^{(1)} = -(1+v), \quad (54)$$

$$\alpha^{(2)} = \frac{a}{2} - \left( \frac{3}{2} + u \right), \quad \beta^{(1)} = \frac{b}{2} - (1+v). \quad (55)$$

Таким образом, для нахождения стационарных степенного вида решений волнового кинетического уравнения необходимо, чтобы дисперсия и матричный элемент взаимодействия были масштабно инвариантными функциями волновых векторов.

### 4.2. Матричный элемент взаимодействия волн

Представим давление  $\hat{p}$  в терминах фурье-гармоник:

$$\hat{p} = \sum_{\mathbf{k}} p_{\mathbf{k}}(t) \exp(i\mathbf{k}\mathbf{r} - i\omega_{\mathbf{k}}t) + \text{с.с.}, \quad (56)$$

где с.с. означает комплексно сопряженное выражение,  $p_{\mathbf{k}}(t)$  — амплитуда фурье-гармоники, слабо изменяющаяся во времени,  $\omega_{\mathbf{k}}$  — частота фурье-гармоники с волновым вектором  $\mathbf{k}$ , определяемая линейным дисперсионным уравнением (11).

Уравнению Чарни–Обухова (9) соответствует динамическое уравнение [58, 59]

$$\begin{aligned} \frac{\partial p_{\mathbf{k}}}{\partial t} \propto & \sum_{\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2 = \mathbf{k}} [\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2]_z \frac{k_2^2 - k_1^2}{1 + k^2 r_R^2} p_{\mathbf{k}1} p_{\mathbf{k}2} \times \\ & \times \exp[-i(\omega_{\mathbf{k}1} + \omega_{\mathbf{k}2} - \omega_{\mathbf{k}})t]. \end{aligned} \quad (57)$$

Спектральная плотность энергии, согласно уравнению (12), имеет вид

$$W_{\mathbf{k}} \propto (1 + k^2 r_R^2) |p_{\mathbf{k}}|^2. \quad (58)$$

Число квантов  $N_{\mathbf{k}}$ , определенное из условия  $N_{\mathbf{k}} \propto W_{\mathbf{k}} / \omega_{\mathbf{k}}$ , составляет

$$N_{\mathbf{k}} \propto (1 + k^2 r_R^2)^2 |p_{\mathbf{k}}|^2 |k_x|. \quad (59)$$

Введем понятие нормированной комплексной амплитуды волн, воспользовавшись равенством  $N_{\mathbf{k}} \propto |C_{\mathbf{k}}|^2$ :

$$C_{\mathbf{k}} \propto (1 + k^2 r_R^2) |p_{\mathbf{k}}| |k_x|^{-1/2}. \quad (60)$$

Используя соотношение (60) и распадное условие  $\omega_{\mathbf{k}} = \omega_{\mathbf{k}1} + \omega_{\mathbf{k}2}$ , преобразуем динамическое уравнение (57) к

каноническому виду [75]

$$\begin{aligned} i \frac{\partial C_{\mathbf{k}}}{\partial t} = \\ = \sum_{\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2 = \mathbf{k}} V(\mathbf{k}, \mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2) C_{\mathbf{k}1} C_{\mathbf{k}2} \exp [-i(\omega_{\mathbf{k}1} + \omega_{\mathbf{k}2} - \omega_{\mathbf{k}})t]. \end{aligned} \quad (61)$$

В результате такого представления получаем выражение для матричного элемента взаимодействия

$$\begin{aligned} V(\mathbf{k}, \mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2) \propto |k_x k_{x1} k_{x2}|^{1/2} \times \\ \times \left( \frac{k_{x1}}{1 + k_1^2 r_R^2} + \frac{k_{x2}}{1 + k_2^2 r_R^2} - \frac{k_x}{1 + k^2 r_R^2} \right). \end{aligned} \quad (62)$$

В работах [58, 59, 62] матричный элемент (62) вычислялся в рамках гамильтонова формализма. Рассмотрим порознь коротковолновую ( $k^2 r_R^2 \gg 1$ ) или длинноволновую ( $k^2 r_R^2 \ll 1$ ) турбулентность, кроме того, будем исследовать волны с  $k_y \gg k_x$ . Основная часть энергии волн Россби, согласно работам [60, 62], содержится в волнах с  $k_y \gg k_x$ .

#### 4.3. Коротковолновая турбулентность

В коротковолновом приближении  $k^2 r_R^2 \gg 1$  и приближении  $k_y \gg k_x$  частота волн Россби и матричный элемент взаимодействия равны

$$\omega_{\mathbf{k}} \propto k_x k_y^{-2}, \quad (63)$$

$$V(\mathbf{k}, \mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2) \propto |k_y k_{y1} k_{y2}|^{1/2} \left( \frac{1}{k_{x1}} + \frac{1}{k_{x2}} - \frac{1}{k_x} \right). \quad (64)$$

Следовательно, показатели масштабной инвариантности частоты и матричного элемента равны  $a = 1$ ,  $b = -2$ ,  $u = 3/2$  и  $v = -1$ . Этим показателям соответствуют энергетические спектры

$$W_{\mathbf{k}} \propto k_x^{-3/2} k_y^{-2}, \quad (65)$$

$$W_{\mathbf{k}} \propto k_x^{-3/2} k_y^{-3}. \quad (66)$$

Спектры (65) и (66) связаны с потоками энергии и энстрофии соответственно. Численное моделирование [21, 86] коротковолновой изотропной ( $k_x = k_y$ ) турбулентности нелинейно взаимодействующих волн, описываемых уравнением Чарни–Обухова, дает форму спектров, близкую к  $W_{\mathbf{k}} \propto k_{\perp}^{-4}$ . На пределах применимости, в изотропном приближении с  $k_x \approx k_y \approx k_{\perp}$ , из (65) и (66) следует  $W_{\mathbf{k}} \propto (k_{\perp}^{-7/2}, k_{\perp}^{-9/2})$ , так что численное значение показателя изотропного спектра лежит между двумя анизотропными колмогоровскими спектрами. Дополнительный анализ спектров, проведенный в работе [60, 87], показывает, что спектр (65), связанный с потоком энергии, является локальным, а спектр (66), связанный с потоком энстрофии, — нелокальным. Нелокальность спектра обусловлена длинноволновой частью с  $k_x \propto k_y^3$ . Эта часть спектра соответствует зональным течениям. Поток энергии в спектре (65) направлен в сторону больших  $k_x$  и меньших  $k_y$ . Аналогичная закономерность наблюдается в численных экспериментах [21, 87]. Поток энстрофии в спектре (66) направлен в сторону малых  $k_y$ . В работе [62] показано, что нелокальность колмогоровских спектров турбулентности служит причиной эволюции спектра, в результате которой формируются две разделенные в пространстве волновых чисел области —

мощное зональное течение и струйный спектр мелкомасштабной турбулентности.

#### 4.4. Длинноволновая турбулентность

Дисперсионная поправка в длинноволновом приближении  $k^2 r_R^2 \ll 1$  для волн с  $k_y \gg k_x$  имеет вид

$$\omega_{\mathbf{k}} \propto k_x k_y^2, \quad (67)$$

т.е. частота масштабно инвариантна с показателями однородности

$$a = 1, \quad b = 2. \quad (68)$$

Матричный элемент (62) в рассматриваемом приближении записывается как

$$V(\mathbf{k}, \mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2) \propto |k_x k_{x1} k_{x2}|^{1/2} (k_{x1}^3 + k_{x2}^3 - k_x^3). \quad (69)$$

Отсюда получаем

$$u = \frac{3}{2}, \quad v = 3. \quad (70)$$

Этим показателям соответствуют энергетические спектры

$$W_{\mathbf{k}} \propto k_x^{-3/2} k_y^{-4}, \quad (71)$$

$$W_{\mathbf{k}} \propto k_x^{-3/2} k_y^{-3}. \quad (72)$$

Спектры (72) и (71) связаны с потоками энергии и энстрофии соответственно. Анализ спектров [60] показывает, что, как и в коротковолновом приближении, спектр (72), связанный с потоком энергии, является локальным, а спектр (71), связанный с потоком энстрофии, — нелокальным. Нелокальность спектра обусловлена взаимодействием волн в длинноволновой части спектра с  $k_x \propto k_y$ , однако это противоречит принятому исходному предположению, что  $k_y \gg k_x$ .

#### 5. Генерация зонального ветра

Исследуем динамику взаимодействия волн Россби с зональным ветром в турбулентной баротропной атмосфере. Так как зональный ветер изменяется в течение временных масштабов, больших, чем характерное время волн Россби, используем метод многомасштабного разложения, предполагая, что имеется большой интервал в области волновых чисел, разделяющий область турбулентности волн Россби и область зонального ветра. Представим безразмерное возмущение атмосферного давления, нормированное на равновесное давление, в виде суммы низкочастотной и высокочастотной частей:  $p/p_0 = \hat{p} + P$ , где  $P(\mathbf{R}, T)$  — крупномасштабные возмущения давления в зональном ветре,  $\hat{p}(\mathbf{r}, t; \mathbf{R}, T)$  — возмущение давления в мелкомасштабных волнах Россби,  $\mathbf{R}$  и  $T$  — крупномасштабные пространственно-временные координаты, а  $\mathbf{r}$  и  $t$  — мелкомасштабные. Усредняя уравнение (9) по малым времененным масштабам, получаем уравнение эволюции давления зонального ветра

$$\nabla_{\perp}^2 \frac{\partial}{\partial T} P = -f r_R^2 \overline{\{\hat{p}, \nabla_{\perp}^2 \hat{p}\}}, \quad (73)$$

где черта означает процесс усреднения по малым временем. Правая часть в уравнении (73) описывает рейнольдсовские напряжения флюктуаций волн Россби. Взаимо-

действие волнового пакета волн Россби с зональным потоком описывается волновым кинетическим уравнением [75]

$$\frac{\partial N_{\mathbf{k}}}{\partial t} + \frac{\partial \omega_{\mathbf{k}}}{\partial \mathbf{k}} \frac{\partial N_{\mathbf{k}}}{\partial \mathbf{x}} - \frac{\partial \omega_{\mathbf{k}}}{\partial \mathbf{x}} \frac{\partial N_{\mathbf{k}}}{\partial \mathbf{k}} + \gamma N_{\mathbf{k}} = S, \quad (74)$$

где  $S$  — правая часть в уравнении (47). Слагаемое с  $\gamma$  характеризует источники и стоки волн, которые в данном разделе не рассматриваются. Ищем решение уравнения (74), когда левая часть уравнения равна нулю. Уравнения (73) и (74) описывают динамику взаимодействия волнового пакета волн Россби с зональным ветром. Полагаем, что спектр волн Россби состоит из равновесной и модуляционной частей:  $N_{\mathbf{k}} = N_{\mathbf{k}}^0 + \tilde{N}_{\mathbf{k}}$ ,  $N_{\mathbf{k}}^0 \gg \tilde{N}_{\mathbf{k}}$ , а частота волн представима в виде  $\omega_{\mathbf{k}} = \omega_{\mathbf{k}}^0 + k_x V$ . Здесь  $V = f r_R^2 \partial P / \partial y$  — геострофическая скорость крупномасштабного зонального потока, обусловленного конечным градиентом крупномасштабного давления  $P$ , а  $\omega_{\mathbf{k}}^0$  — частота волнового пакета мелкомасштабных волн Россби,  $\omega_{\mathbf{k}}^0 \gg k_x V$ . Считая, что

$$(\tilde{N}_{\mathbf{k}}, P) \propto \exp(-i\Omega T + iqY),$$

где  $\Omega$  и  $q$  — частота и волновое число крупномасштабных возмущений, линеаризуем систему уравнений (73) и (74). В результате имеем

$$-i\Omega P = f r_R^2 \int k_x k_y |p_{\mathbf{k}}|^2 d\mathbf{k} \quad (75)$$

и

$$\tilde{N}_{\mathbf{k}} = -iq^2 r_R^2 \frac{k_x v_R}{\Omega - q V_g} \frac{\partial N_{\mathbf{k}}^0}{\partial k_y}, \quad (76)$$

где  $V_g = \partial \omega_{\mathbf{k}} / \partial k_y$  — компонента групповой скорости волнового пакета. Учитывая, что  $\tilde{N}_{\mathbf{k}} = k^2 |p_{\mathbf{k}}|^2 / \omega_{\mathbf{k}}$  и  $V_g = -2\omega_{\mathbf{k}} k_y / k^2$ , получаем из системы уравнений (75) и (76)

$$\Omega = -\frac{f^2}{2} q^2 r_R^2 \int d\mathbf{k} \frac{\partial N_{\mathbf{k}}^0}{\partial k_y} \frac{V_g k_x}{\Omega - q V_g}. \quad (77)$$

В приближении  $N_{\mathbf{k}}^0 = N^0 \delta(k_x - k_{x0}) W(k_y - k_{y0}, \Delta k_y)$ , где  $W(k_y - k_{y0}, \Delta k_y)$  — ступенчатая функция (step function),  $W(k_y - k_{y0}, \Delta k_y) = \Delta k_y^{-1}$  при  $|k_y - k_{y0}| < \Delta k_y / 2$  и  $\Delta k_y \ll k_{y0}$  и  $W(k_y - k_{y0}, \Delta k_y) = 0$  при всех остальных  $k_y$ . В этом приближении из (77) следует

$$\begin{aligned} \Omega = & -\frac{f^2}{2} q^2 r_R^4 \frac{k_{x0}}{2\Delta k_y} \times \\ & \times N_0 \left[ \frac{V_g - V'_g \Delta k_y}{\Omega - q V_g + V'_g \Delta k_y q / 2} - \frac{V_g + V'_g \Delta k_y}{\Omega - q V_g - V'_g \Delta k_y q / 2} \right], \end{aligned} \quad (78)$$

где  $V'_g \equiv \partial V_g / \partial k_y = -2k_y \omega_{\mathbf{k}} / k^2$ . Из уравнения (78) в приближении  $\Delta k_y = q$  получаем

$$(\Omega - q V_g)^2 - \left( \frac{V'_g q^2}{2} \right)^2 = 2f^2 q^2 k_0^2 r_R^4 |\tilde{p}_{\mathbf{k}0}|^2. \quad (79)$$

Отсюда следует, что действительная часть частоты равна нулю ( $\operatorname{Re} \Omega = 0$ ), а инкремент ( $\gamma \equiv \operatorname{Im} \Omega$ )

$$\gamma = \left( 2f^2 q^2 k_0^2 r_R^4 |\tilde{p}_{\mathbf{k}0}|^2 - \frac{q^4}{k^4} \omega_{\mathbf{k}} \right)^{1/2}. \quad (80)$$

Полученное выражение для инкремента параметрической неустойчивости справедливо, вообще говоря, на начальной квазилинейной стадии неустойчивости. Однако, как показывают результаты численного моделирования [88], значение инкремента параметрической неустойчивости в квазилинейном приближении остается неизменным и на нелинейной стадии развития неустойчивости. Из уравнения (80) следует условие для масштабов структуры зонального ветра, при которых существует неустойчивость,

$$0 < \left( \frac{q}{k} \right)_{\max}^2 < 2 \left( \frac{f}{\omega_{\mathbf{k}}} \right)^2 (kr_R)^4 |\tilde{p}_{\mathbf{k}0}|^2. \quad (81)$$

При заданном значении  $k$  наиболее быстро растут возмущения, удовлетворяющие условию

$$\left( \frac{q}{k} \right)_{\max}^2 = \left( \frac{f}{\omega_{\mathbf{k}}} \right)^2 (kr_R)^4 |\tilde{p}_{\mathbf{k}0}|^2, \quad (82)$$

при этом максимальный инкремент

$$\gamma = \frac{f^2}{\omega_{\mathbf{k}}} (kr_R)^6 |\tilde{p}_{\mathbf{k}0}|^2. \quad (83)$$

Для типичных значений параметров земной атмосферы на широте  $30^\circ$  ( $f \approx 0.8 \times 10^{-4} \text{ с}^{-1}$ ,  $r_R \approx 4 \times 10^6 \text{ м}$ ,  $\tilde{p}_{\mathbf{k}0} \approx 10^{-2}$ ,  $k_0 r_R \approx 2$  и  $v_R \approx 3 \times 10^2 \text{ м с}^{-1}$ ) получаем инкремент неустойчивости  $\gamma \approx 2.4 \times 10^{-6} \text{ с}^{-1}$ , соответствующий характерному времени развития неустойчивости  $\gamma^{-1} \approx 5$  сут. В результате развития этого процесса формируется периодическая структура в меридиональном направлении с характерным масштабом  $q_{\max}^{-1} \approx \approx 3 \times 10^3 \text{ км}$ . Эти грубые оценки согласуются с результатами наблюдений зонального ветра. Таким образом, рассмотренная неустойчивость может быть ответственна за генерацию зонального ветра.

## 6. Заключение

Несмотря на большое разнообразие волновых движений в атмосферах планет, изучение крупномасштабных вихрей и зональных ветров привлекало и продолжает привлекать особое внимание исследователей, так как именно эти структуры определяют глобальный перенос воздушных масс, формирующий погоду и климат обширных регионов. Динамика крупномасштабных нелинейных структур планетарных волн (волны Россби) моделируется довольно простым уравнением Чарни–Обухова (9) или его модификацией с учетом зонального ветра — уравнением (14). Однако даже такое довольно простое модельное описание позволило обнаружить ряд замечательных характерных особенностей двумерного движения вещества в волнах Россби. Одна из основных особенностей этих волн — присущая им самоорганизация, проявляющаяся в спонтанной генерации когерентных структур, таких, как крупномасштабные вихри и зональные ветры. Зональный ветер — саморегулирующаяся система сдвиговых течений, где источником служит модуляционная неустойчивость волн Россби в турбулентной баротропной атмосфере, а стоком — неустойчивость Рэлея, существенно ослабляет процессы переноса в направлении экватор–полюс. Такой механизм обеспечивает эффективный канал переноса энергии

из области мелкомасштабной турбулентности волн Россби в область глобальных конвективных движений, соответствующих зональному ветру, и играет важную роль в регуляризации турбулентности атмосферы. Лабораторные эксперименты [9–11, 15, 36–39, 90, 91], а также методы численного моделирования [25, 40–42, 82, 89, 92] и аналитические методы [26–30, 40–47] свидетельствуют в пользу такого механизма генерации зонального ветра в двумерной баротропной атмосфере мелкомасштабными волнами Россби.

Работа выполнена при частичной поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (гранты № 07-05-00774, 08-05-00617 и 06-05-64276), Программы Президиума РАН № 16 часть 3 и МНТЦ (грант № 2990).

Авторы признательны Р.З. Сагдееву и А.М. Фридману за проявленный интерес к обзору и ряд ценных замечаний.

## Список литературы

1. Кибель И А *Изв. АН СССР. Сер. география и геофизика* (5) 627 (1940)
2. Обухов А М *Изв. АН СССР. Сер. география и геофизика* **13** 281 (1949)
3. Монин А С *УФН* **96** 327 (1968) [Monin A S *Sov. Phys. Usp.* **11** 746 (1969)]
4. Lorenz E N *The Nature and Theory of the General Circulation of the Atmosphere* (Geneva: World Meteorological Organization, 1967) [Лоренц Э Н *Природа и теория общей циркуляции атмосферы* (Л.: Гидрометеоиздат, 1970)]
5. Голицын Г С *Введение в динамику планетных атмосфер* (Л.: Гидрометеоиздат, 1973)
6. Обухов А М, Голицын Г С, Должанский Ф В, в сб. *Некоторые проблемы современной физики атмосферы* (Отв. ред. А М Обухов) (М.: Наука, 1981) с. 94
7. Pedlosky J *Geophysical Fluid Dynamics* (New York: Springer-Verlag, 1979) [Педлоски Дж *Геофизическая гидродинамика* Т. 1 (М.: Мир, 1984) Гл. 3]
8. Петвиашвили В И, Похотов О А *Уединенные вихри в плазме и атмосфере* (М.: Энергоатомиздат, 1989) [Translated into English: Petviashvili V I, Pokhotelov O A *Solitary Waves in Plasmas and in the Atmosphere* (Philadelphia: Gordon and Breach Sci. Publ., 1992)]
9. Незлин М В *УФН* **150** 3 (1986) [Nezlin M V *Sov. Phys. Usp.* **29** 807 (1986)]
10. Незлин М В, Снежкин Е Н *Вихри Россби и спиральные структуры* (М.: Наука, 1990) [Translated into English: Nezlin M V, Snehzhkin E N *Rossby Vortices, Spiral Structures, Solitons* (Berlin: Springer-Verlag, 1993)]
11. Антонова Р А и др. *Письма в ЖЭТФ* **37** 545 (1983) [Antonova R A et al. *JETP Lett.* **37** 651 (1983)]
12. Монин А С, Кошляков М Н "Синоптические вихри, или волны Россби, в океане: эксперимент и основы теории", в сб. *Нелинейные волны* (Отв. ред. А В Гапонов-Грехов) (М.: Наука, 1979) с. 258
13. Монин А С, Жихарев Г М *УФН* **160** (5) 1 (1990) [Monin A S, Zhikharev G M *Sov. Phys. Usp.* **33** 313 (1990)]
14. Должанский Ф В, Крымов В А, Манин Д Ю *УФН* **160** (7) 1 (1990) [Dolzhanskii F V, Krymov V A, Manin D Yu *Sov. Phys. Usp.* **33** 495 (1990)]
15. Nezlin M V *Chaos* **4** 187 (1994)
16. Pedlosky J J. *Atmos. Sci.* **21** 201 (1964)
17. Golitsyn G S *Icarus* **13** 1 (1970)
18. Lorentz E N *J. Atmos. Sci.* **29** 258 (1972)
19. Rossby C-G *J. Marine Res.* **2** 38 (1939)
20. Rossby C-G *Quart. J. R. Meteorolog. Soc.* **66** 68 (1940)
21. Vasavada A R, Showman A P *Rep. Prog. Phys.* **68** 1935 (2005)
22. Hasegawa A, MacLennan C G, Kodama Y *Phys. Fluids* **22** 2122 (1979)
23. Horton W *Rev. Mod. Phys.* **71** 735 (1999)
24. Cheng C Z, Okuda H *Phys. Rev. Lett.* **38** 708 (1977)
25. Сагдеев Р З, Шапиро В Д, Шевченко В И *Физика плазмы* **4** 551 (1978) [Sagdeev R Z, Shapiro V D, Shevchenko V I *Sov. J. Plasma Phys.* **4** 306 (1978)]
26. Borue V *Phys. Rev. Lett.* **72** 1475 (1994)
27. Galperin B et al. *Nonlinear Process. Geophys.* **13** 83 (2006)
28. Kukharkin N, Orszag S A *Phys. Rev. E* **54** R4524 (1996)
29. Smolyakov A I, Diamond P H, Shevchenko V I *Phys. Plasmas* **7** 1349 (2000)
30. Itoh K et al. *Phys. Plasmas* **13** 055502 (2006)
31. Diamond P H et al. *Plasma Phys. Control. Fus.* **47** R35 (2005)
32. Фридман А М *УФН* **177** 121 (2007) [Fridman A M *Phys. Usp.* **50** 115 (2007)]
33. Williams G P *J. Atmos. Sci.* **25** 1034 (1968)
34. Busse F H *J. Fluid Mech.* **44** 441 (1970)
35. Busse F H *Chaos* **4** 123 (1994)
36. Yano J-I, Talagrand O, Drossart P *Nature* **421** 36 (2003)
37. Sommeria J, Meyers S D, Swinney H L *Nature* **337** 58 (1989)
38. Solomon T H, Holloway W J, Swinney H L *Phys. Fluids A* **5** 1971 (1993)
39. Aubert J et al. *Phys. Earth Planet. Inter.* **128** 51 (2001)
40. Aubert J, Jung S, Swinney H L *Geophys. Res. Lett.* **29** 1876 (2002)
41. Read P L et al. *Geophys. Res. Lett.* **31** L22701 (2004)
42. Iacono R, Struglia M V, Ronchi C *Phys. Fluids* **11** 1272 (1999)
43. Sukoriansky S, Galperin B, Chekhlov A *Phys. Fluids* **11** 3043 (1999)
44. Terry P W *Rev. Mod. Phys.* **72** 109 (2000)
45. Shukla P K, Stenflo L *Phys. Lett. A* **307** 154 (2003)
46. Onishchenko O G et al. *Nonlinear Process. Geophys.* **11** 214 (2004)
47. Mikhailovskii A B et al. *Phys. Lett. A* **369** 218 (2007)
48. Fridman A M, Mikhailovskii A B, Sagdeev R Z *Phys. Lett. A* **365** 84 (2007)
49. Huang F T et al. *J. Geophys. Res.* **111** A10S07, doi: 10.1029/2005JA011427 (2006)
50. Li T et al. *Geophys. Res. Lett.* **30** 2122 (2003)
51. Li T, Fu B J. *Atmos. Sci.* **63** 1377 (2006)
52. Charney J G *Geophys. (Publ. Kasjones Norske Videnska Akad.)* **17** 1 (1947)
53. Ларичев В Д, Резник Г М *ДАН СССР* **231** 1077 (1976) [Larichev V D, Reznik G M *Sov. Phys. Dokl.* **21** 581 (1976)]
54. Алишаев Д М *Изв. АН СССР. Сер. Физ. атм. и океана* **16** 99 (1980)
55. Петвиашвили В И, Похотов О А *ДАН СССР* **300** 856 (1988) [Petviashvili V I, Pokhotelov O A *Sov. Phys. Dokl.* **33** 435 (1988)]
56. Каменец Ф Ф, Петвиашвили В И, Пухов А М *Изв. АН СССР. Сер. Физ. атм. и океана* **29** 457 (1993)
57. Каменец Ф Ф, Коробов И И, Онищенко О Г *Письма в ЖЭТФ* **64** 324 (1996) [Kamenets F F, Korobov I I, Onishchenko O G *JETP Lett.* **64** 350 (1996)]
58. Сазонтов А Г, в сб. *Тонкая структура и синоптическая изменчивость морей: Всесоюз. семинар-симпозиум, Таллин, 1980* Расшир. тез. докл. (Таллин: АН ЭССР, 1980)
59. Монин А С, Питербарг Л И *ДАН СССР* **295** 816 (1987) [Monin A S, Piterbarg L I *Sov. Phys. Dokl.* **32** 622 (1987)]
60. Михайловский А Б, Новаковский С В, Онищенко О Г *ЖЭТФ* **94** 159 (1988) [Mikhailovskii A B, Novakovskii S V, Onishchenko O G *Sov. Phys. JETP* **67** 1386 (1988)]
61. Novakovskii S V, Mikhailovskii A B, Onishchenko O G *Phys. Lett. A* **132** 33 (1988)
62. Balk A M, Nazarenko S V, Zakharov V E *Phys. Lett. A* **146** 217 (1990)
63. Петвиашвили В И *Письма в ЖЭТФ* **32** 632 (1980) [Petviashvili V I *JETP Lett.* **32** 619 (1980)]
64. Orr E N "The stability or instability of steady motion of a liquid" *Proc. R. Irish. Acad.* **27A** 9, 69 (1906–1907)
65. Rayleigh, Lord "On the dynamics of revolving fluids", in *Scientific Papers Vol. 6* (Cambridge: The Univ. Press, 1916) p. 447
66. Kuo H-L "Dynamics of quasi-geotropic flows and instability theory" *Adv. Appl. Mech.* **13** 247 (1973)
67. Lin C C *The Theory of Hydrodynamic Stability* (Cambridge: The Univ. Press, 1955) [Линь Цзя-Цзяо *Теория гидродинамической неустойчивости* (М.: ИЛ, 1958)]
68. Litvak A A, Frisch N J *Phys. Plasmas* **11** 1379 (2004)
69. Ландау Л Д *ЖЭТФ* **16** 574 (1946); Landau L J. *Phys. USSR* **10** 25 (1946)

70. Case K M *J. Fluid Mech.* **10** 420 (1961)
71. Тимофеев А В *УФН* **102** 185 (1970) [Timofeev A V *Sov. Phys. Usp.* **13** 632 (1971)]
72. Rosenbluth M N, Simon A *Phys. Fluids* **7** 557 (1964)
73. Benney D J, Bergeron R F *Stud. Appl. Math.* **48** 181 (1969)
74. Stuart J T *J. Fluid Mech.* **29** 417 (1967)
75. Галеев А А, Сагдеев Р З, в кн. *Вопросы теории плазмы* Вып. 7 (Под ред. М А Леонтичча) (М.: Атомиздат, 1973) [Translated into English: Galeev A A, Sagdeev R Z, in *Review of Plasma Physics* Vol. 7 (Ed. M A Leontovich) (New York: Consultants Bureau, 1979)]
76. Robinson J L *J. Fluid Mech.* **63** 723 (1974)
77. Тимофеев А В "Резонансные явления в колебаниях неоднородных течений сплошных сред", в сб. *Вопросы теории плазмы* Т. 17 (Под ред. Б Б Кадомцева) (М.: Энергоатомиздат, 1989) с. 157 [Translated into English: Timofeev A V, in *Review of Plasma Physics* Vol. 17 (Ed. B B Kadomtsev) (New York: Consultants Bureau, 1992)]
78. Андронов А А, Фабрикант А Л, в сб. *Нелинейные волны* (Отв. ред. А В Гапонов-Грехов) (М.: Наука, 1979) с. 68
79. Chandrasekhar S *Hydrodynamic and Hydromagnetic Stability* (New York: Dover Publ., 1981)
80. Flierl G R, Malanotte-Rizzoli P, Zabusky N J *J. Phys. Oceanogr.* **17** 1408 (1987)
81. Pratt L J, Lozier M S, Beliakova N J *J. Phys. Oceanogr.* **25** 1451 (1995)
82. Galperin B et al. *Nonlinear Process. Geophys.* **13** 83 (2006)
83. Астафьев А М, Раев М Д, Шарков Е А *Исследования Земли из космоса* (4) 64 (2006)
84. Захаров В Е "Колмогоровские спектры в задачах слабой турбулентности", в сб. *Основы физики плазмы* Т. 2 (Под ред. А А Галеева, Р Судана) (М.: Энергоатомиздат, 1984) с. 48; Zakharov V E, in *Basic Plasma Physics* (Eds A A Galeev, R N Sudan) (Amsterdam: North-Holland, 1984)
85. Захаров В Е, Львов В С *Изв. вузов. Радиофизика* **18** 1470 (1975) [Zakharov V E, L'vov V S *Radiophys. Quantum Electron.* **18** 1084 (1975)]
86. Williams G P *J. Atmos. Sci.* **35** 1399 (1978)
87. Mikhailovskii A B, Pukhov A M, Onishchenko O G *Phys. Lett. A* **141** 154 (1989)
88. Terry P W *Rev. Mod. Phys.* **72** 109 (2000)
89. Cho J Y-K, Polvani L M *Phys. Fluids* **8** 1531 (1996)
90. Nozawa T, Yoden S *Phys. Fluids* **9** 2081 (1997)
91. Schaeffer N, Cardin P *Nonlinear Process. Geophys.* **12** 947 (2005)
92. Dastgeer S et al. *Phys. Rev. E* **66** 036408 (2002)

## Generation of large-scale vortices and zonal winds in planetary atmospheres

**O.G. Onishchenko, O.A. Pokhotelov**

*Institute of Physics of the Earth, Russian Academy of Sciences,  
ul. B. Gruzinskaya 10, 123995 Moscow, Russian Federation  
Tel. (7-495) 254-8805. Fax (7-495) 255-60 40  
E-mail: onish@ifz.ru, pokh@ifz.ru*

**N.M. Astafieva**

*Space Research Institute of the Earth, Russian Academy of Sciences,  
ul. Profsoyuznaya 84/32, 117997 Moscow, Russian Federation  
Tel. (7-495) 333-21 45. Fax (7-495) 333-10 56  
E-mail: ast@iki.rssi.ru*

Theoretical research is reviewed on the generation in a turbulent barotropic atmosphere of zonal-wind and vortices, large-scale structures that contribute dominantly to the dynamics of and transport processes in planetary atmospheres. The role of nonlinear effects in the formation of mesoscale vortex structures of cyclone and anticyclone types is examined. A new mechanism for zonal wind formation in planetary atmospheres is discussed, based on the parametric excitation of convective cells by finite amplitude Rossby waves. Weakly turbulent Rossby wave spectra are investigated. A comparison is made between theory and the recent results from the satellite microwave monitoring of the Earth's atmosphere.

PACS numbers: **47.27.-i, 92.10.hf, 92.60.-e**

DOI: 10.3367/UFNr.0178.200806c.0605

Bibliography — 92 references

Received 6 March 2008

*Uspekhi Fizicheskikh Nauk* **178** (6) 605–618 (2008)

*Physics – Uspekhi* **51** (6) (2008)