Март 2008 г. *Том 178, № 3*

УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК

ОБЗОРЫ АКТУАЛЬНЫХ ПРОБЛЕМ

Предсказание и открытие сильнейших гидродинамических неустойчивостей, вызванных скачком скорости: теория и эксперименты

А.М. Фридман

В обзоре изложены теория и экспериментальное обнаружение сильнейших гидродинамических неустойчивостей: Кельвина – Гельмгольца, центробежной и сверхотражения. Автору принадлежит предсказание открытия двух последних неустойчивостей и ревизия неустойчивости Кельвина – Гельмгольца в реальных системах.

PACS numbers: **47.20.–k**, **47.80.–v**, 98.52.Nr DOI: 10.3367/UFNr.0178.200803a.0225

Содержание

А.М. Фридман. Институт астрономии РАН,
ул. Пятницкая 48, 119017 Москва, Российская Федерация
Тел. (495) 951-79-93. Факс (495) 230-20-81
E-mail: afridman@inasan.rssi.ru
Российский научный центр "Курчатовский институт",
Институт физики стохастических структур,
пл. Курчатова 1, 123182 Москва, Российская Федерация

Статья поступила 5 октября 2007 г., после доработки 20 декабря 2007 г.

1. О классической концепции гидродинамических неустойчивостей в несжимаемой жидкости

На протяжении последних полутора столетий во всех классических монографиях по гидродинамике класс неустойчивостей ограничен неустойчивостями Кельвина – Гельмгольца и Рэлея – Тейлора [1 – 7]. Сейчас, когда в сплошных средах (гидродинамических, магнитогидродинамических, плазменных и т.д.) открыты десятки неустойчивостей гидродинамического типа в приближениях как сжимаемой, так и несжимаемой жидкостей, такое ограничение описания проблемы устойчивости в классических монографиях по механике сплошных сред не более чем дань традиции [1].

В согласии с этой традицией (которая, в свою очередь, создавалась в рамках научных открытий) начнем с описания физики первой из обнаруженных в гидродинамике неустойчивостей — неустойчивости Кельвина – Гельмгольца [1, 2, 5, 7].

1.1. Неустойчивость Кельвина – Гельмгольца

Пусть вдоль оси x движется жидкость.

На рисунке 1 изображены стационарные структуры, впервые описанные Кельвином для несжимаемой жидкости [2]. Прямыми стрелками показано поле скоростей,

[1] Конечно, в последнее время появились книги (в основном — переводные), посвященные неустойчивостям в гидродинамике. Однако, как правило, они предназначены для узких специалистов.

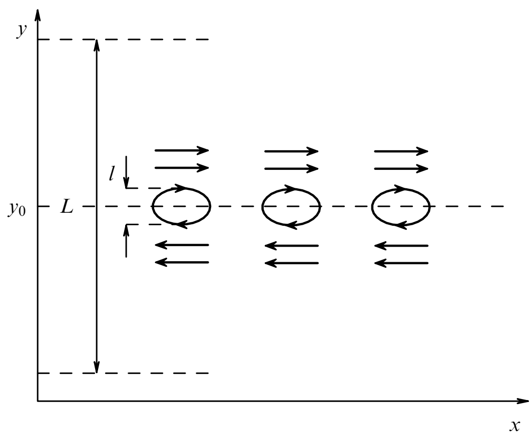

Рис. 1. Поле скоростей в виде стационарных структур двух типов. Первый тип — прямолинейное течение размером L с тангенциальным разрывом скорости в области $y = y_0$. Второй тип — впервые обнаруженные Кельвином в 1887 г. вихри, названные им "кошачьими глазами". Вихри локализованы в узком слое толщиной $l \ll L$, их центры лежат на прямой $y = y_0$ разрыва скорости, параллельной оси x.

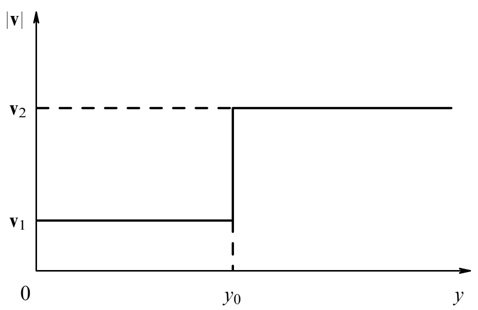

Рис. 2. Одномерная зависимость вектора скорости от координат $\mathbf{v} = \mathbf{v}(y)$, при которой генерируется неустойчивость тангенциального разрыва скорости.

градиент которого направлен вдоль оси y. В пространственно узкой области $\Delta y = l$, где l мала:

$$\frac{l}{L} \ll 1\,, \tag{1}$$

по сравнению с величиной L — шириной невозмущенного потока, Кельвин обнаружил стационарную вихревую структуру: цепочку вихрей с центрами на прямой $y = y_0$, где направление вектора скорости меняется на противоположное. Поскольку вихревая структура расположена согласно [2] в пренебрежимо малой пространственной области $l \ll L$, то неустойчивость Кельвина – Гельмгольца впоследствии стали называть "неустойчивостью тангенциального разрыва скорости" или просто "неустойчивостью тангенциального разрыва" (рис. 2).

Продолговатая форма вихрей, вытянутых вдоль оси x (см. рис. 1), послужила причиной, по которой Кельвин назвал эти вихри "кошачьими глазами". Поскольку каждый вихрь содержит компоненту скорости y, которая так же, как и компонента x, меняет свой знак на противоположный в области центра вихря, то это означает, что в области локализации вихрей возбуждается компонента скорости y, отсутствующая в остальной части течения.

Таким образом, обнаруженная Кельвиным вихревая структура является одновременно и замечательным открытием первой неустойчивости в жидкости.

В естественных условиях, скажем в земной атмосфере, скорость может меняться не только вдоль горизонтальной координаты (обозначенной выше y), но и вдоль вертикальной координаты, обозначаемой, как правило, z. На достаточно больших высотах (обычно выше 10 км) наблюдается инверсия скорости: последняя растет с ростом z, достигая иногда сверхзвуковых значений.

В области инверсии скорости вектор градиента модуля скорости $\nabla|\mathbf{v}|$ коллинеарен вектору ускорения силы тяжести $\mathbf{g}$, $\mathbf{g} \parallel \nabla|\mathbf{v}|$, при этом направления этих векторов противоположны. Заметим, что в земной атмосфере область инверсии скорости наблюдается не только на больших высотах, но и у самой поверхности Земли. Действительно, граничное условие на земной поверхности (при $z = 0$) требует $\mathbf{v}(0) = 0$, в то время как при любых малых $z \neq 0$ возможно неравенство $|\mathbf{v}(z)| > 0$. Последнее, конечно, не исключает равенство нулю вектора скорости $\mathbf{v}(x, y, z) = 0$ в различных точках z_i, $i = 1, 2, \ldots, n$, не только в области земной атмосферы, но и в областях ионосферы и магнитосферы.

1.2. Неустойчивость Рэлея – Тейлора

В динамике различных сплошных сред неустойчивость Рэлея – Тейлора имеет собственные названия, связанные с историей ее открытия в данной среде. В гидродинамике она известна как неустойчивость тяжелой жидкости над легкой, в физике плазмы — как желобковая неустойчивость и т.д. Развитие этой неустойчивости можно наблюдать самому, если в стакан с жидким маслом налить немного воды. Можно заметить множество водяных желобков, опускающихся на дно стакана (отсюда и название — желобковая неустойчивость). Конечная стадия этого процесса очевидна: вода, как более тяжелая жидкость, оказывается на дне стакана, вытеснив масло наверх.

Инверсия не только плотности, как в рассмотренном примере, но и других важнейших параметров среды приводит к аналогичной неустойчивости. Обозначим буквой A функцию, растущую с увеличением плотности ρ, и/или температуры T, и/или давления p, т.е.

$$A = A\big(\rho(z), p(z), T(z)\big)\,, \tag{2}$$

где z — вертикальная координата, так что вектор ускорения силы тяжести $\mathbf{g}$ направлен в сторону, противоположную росту координаты z. Тогда условие развития неустойчивости Рэлея – Тейлора можно записать в виде (рис. 3)

$$\frac{\partial A}{\partial z} > 0\,. \tag{3}$$

Рассмотренные выше две неустойчивости (Кельвина – Гельмгольца и Рэлея – Тейлора) оказались самыми сильными из открытых позднее десятков других неустойчивостей в различных сплошных средах. Именно поэтому только эти две неустойчивости и фигурируют как в старых (классических), так и в самых последних монографиях по механике сплошных сред (гидродинамике) в главе, посвященной физике неустойчивостей этих сред.

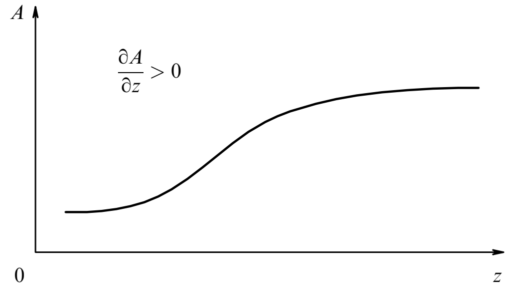

Рис. 3. Зависимость $A(z)$, при которой происходит генерация неустойчивости Рэлея – Тейлора.

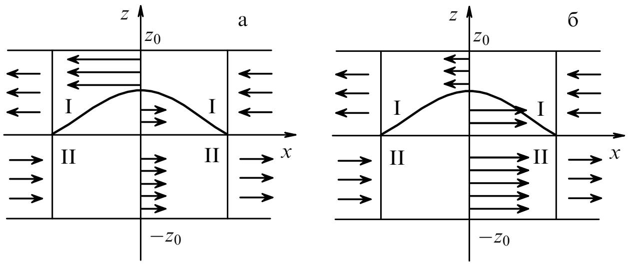

Рис. 4. Возмущение тангенциального разрыва скорости **v**, направленной вдоль оси x, в двух противоположных предельных случаях: (а) число Маха $M \equiv v/c \ll 1$ — случай дозвукового течения (c — скорость звука), (б) $M \gg 1$ — случай сверхзвукового течения.

Несмотря на выделенность отмеченных выше двух неустойчивостей сплошной (гидродинамической) среды из десятков других неустойчивостей, они, с точки зрения физика, не равнозначны. Действительно, условие генерации неустойчивости Рэлея – Тейлора требует существования инверсного распределения хотя бы одного из параметров среды с высотой. Для существования неустойчивости Кельвина – Гельмгольца требуется только наличие любого, даже сколь угодно малого, градиента скорости, как правило, всегда существующего в атмосфере и океане. Из сказанного выше становится понятно, что неустойчивость Кельвина – Гельмгольца встречается в природе гораздо чаще, чем неустойчивость Рэлея – Тейлора. Именно поэтому в данной статье отдается предпочтение неустойчивости Кельвина – Гельмгольца, причем, прежде всего, ее простейшей разновидности — неустойчивости тангенциального разрыва скорости. Следующий раздел 1.3 посвящен формулировке классической постановки задачи о физике этой неустойчивости в сжимаемой жидкости и современному объяснению причин ее генерации и стабилизации.

1.3. Классическая постановка задачи о неустойчивости тангенциального разрыва скорости в сжимаемой жидкости [8, 9] и современное объяснение причин ее генерации и стабилизации [10, 11]. Критика Сыроватским [9] работы Ландау [8] и модифицированный критерий стабилизации неустойчивости тангенциального разрыва [10, 11]

Для рассмотренных в [8, 9] адиабатических возмущений, $S = \text{const}$, связь между тепловой функцией W, давлением p и плотностью ρ определяется из соотношения $\mathrm{d}W = \mathrm{d}p/\rho$, а для $p = A\rho^{\gamma}$, где A и γ — постоянные (γ — показатель адиабаты, $\gamma = c_p/c_V$, c_p, c_V — теплоемкости при постоянных давлении и объеме соответственно), имеем

$$W = \frac{\gamma}{\gamma - 1} A^{1/\gamma} p^{(\gamma-1)/\gamma} = Bp^{\alpha}\,, \tag{4}$$

где

$$B \equiv \frac{\gamma}{\gamma - 1} A^{1/\gamma}\,, \qquad \alpha \equiv \frac{\gamma - 1}{\gamma}\,. \tag{5}$$

Таким образом, при любой величине $\gamma > 1$ $(\alpha > 0)$ давление p увеличивается с ростом W.

В [8] показано, что амплитуда возмущений по мере удаления от плоскости тангенциального разрыва скорости $z = 0$ с ростом модуля $|z|$ падает экспоненциально $\sim \exp\left(-|z|/z_0\right)$. Поэтому достаточно ограничиться областью $|z| < z_0$ (рис. 4).

1.3.1. Физика неустойчивости дозвукового потока. Область I (над "горбом" возмущения) на рис. 4а можно рассматривать как область критического сечения дозвукового сопла, где, как известно [12], скорость течения максимальна. Тогда из уравнения Бернулли для *изэнтропического течения*

$$\frac{v^2}{2} + Bp^{\alpha} = \text{const} \tag{6}$$

следует, что давление над горбом должно быть минимальным. Это приводит к дальнейшему росту амплитуды возмущения — неустойчивости.

1.3.2. Эффект стабилизации Ландау сверхзвукового потока. Область I (над горбом) на рис. 4б можно рассматривать как область сужающегося канала сверхзвукового диффузора ($M \gg 1$), где, как известно [12], устанавливается ударный фронт, снижающий скорость сверхзвукового потока до минимального значения, т.е. до скорости звука, $v = c_0$. В этом случае из уравнения Бернулли общего вида

$$\frac{v^2}{2} + W = \text{const} \tag{7}$$

следует, что над горбом тепловая функция W растет, т.е. растет и давление. Это приведет к "вдавливанию" горба назад в область II. В этом и состоит *эффект стабилизации* неустойчивости тангенциального разрыва скорости в сверхзвуковом потоке, впервые обнаруженный Ландау [8][2].

На чем же тогда основано критическое замечание Сыроватского об отсутствии такого стабилизирующего эффекта?

1.3.3. Критика Сыроватским [9] работы Ландау [8]. Рассмотрим (в отличие от принятого в работе Ландау [8] двумерного потока) трехмерный поток, по-прежнему движущийся вдоль оси с тангенциальным разрывом скорости (рис. 5): $v_0 = v_x \Theta(-z)$, где Θ — функция Хевисайда.

[2] Заметим, что и в оригинальной статье Ландау [8], и в его книгах совместно с Е.М. Лифшицем (в *Механике сплошных сред*, 1953, 1954 гг., и в *Гидродинамике*, 1986 г.) какое-либо качественное объяснение стабилизации неустойчивости тангенциального разрыва для сверхзвукового течения отсутствует.

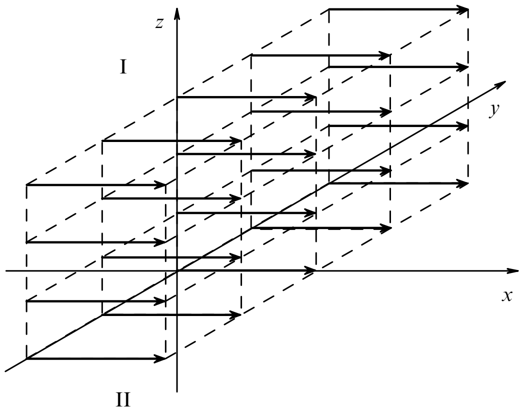

Рис. 5. Трехмерный поток, движущийся вдоль оси с тангенциальным разрывом скорости. Область I соответствует положительным значениям z ($z > 0$), область II — отрицательным значениям z ($z < 0$).

Выберем трехмерные возмущения плотности ρ_1 и скорости v_1 в виде

$$\begin{aligned} \rho_1(x,y,z,t) &= \tilde{\rho}_1 \exp\left[\mathrm{i}(k_x x + k_y y) - \lambda|z| + \gamma t\right], \\ v_1(x,y,z,t) &= \tilde{v}_1 \exp\left[\mathrm{i}(k_x x + k_y y) - \lambda|z| + \gamma t\right], \end{aligned} \tag{8}$$

где γ — инкремент неустойчивости.

Ландау [8] рассмотрел устойчивость тангенциального разрыва относительно двумерных возмущений, положив $k = k_x$, т.е. частный случай $k_y = 0$. Для этого частного класса двумерных возмущений он показал отсутствие неустойчивости при условии $v_0 > v_{\mathrm{cr}}$. Если значения невозмущенных величин плотности ρ_0 и скорости звука c_0 равны друг другу по обе стороны от разрыва: $\rho_{0,\mathrm{I}} = \rho_{0,\mathrm{II}} = \rho_0$, $c_{0,\mathrm{I}} = c_{0,\mathrm{II}} = c_0$, то в этом простейшем случае

$$v_{\mathrm{cr}} = 2\sqrt{2}\, c_0\,. \tag{9}$$

Десятью годами позднее Сыроватский [9], решая аналогичную задачу относительно общего класса возмущений (8), т.е. полагая $\mathbf{k} = \{k_x, k_y\} = \{k\cos\theta, k\sin\theta\}$, где θ — угол между вектором $\mathbf{k}$ и его проекцией на ось x, обнаружил наличие неустойчивости при любом значении v_0.

Полагая выполненными равенства (8), задачу об устойчивости тангенциального разрыва скорости сжимаемой жидкости относительно произвольных (но малых) возмущений можно свести к следующему дисперсионному уравнению (временнáя зависимость выбрана в виде $\sim \exp(-\mathrm{i}\omega t)$):

$$k^2 c_0^2 \left[\frac{1}{(\omega - k v_0\cos\theta)^4} - \frac{1}{\omega^4}\right] = \frac{1}{(\omega - k v_0 \cos\theta)^2} - \frac{1}{\omega^2}\,. \tag{10}$$

Сокращая на общий множитель, имеющий только вещественный корень $\omega = k v_0 \cos\theta/2$, приходим к уравнению

$$f(x) \equiv \frac{1}{(x - M\cos\theta)^2} + \frac{1}{x^2} = 1\,, \tag{11}$$

где $x \equiv \omega/(kc_0)$, $M \equiv v_0/c_0$, которое отличается от дисперсионного уравнения Ландау [8] наличием $\cos\theta$ [9]. Уравнение (11) имеет четыре корня. Все они действительные, если функция $f(x)$ аналогична изображенной на

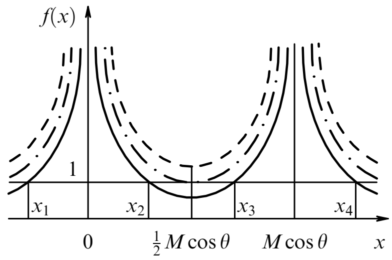

Рис. 6. Функция $f(x)$.

рис. 6 сплошной линией. Если же она аналогична изображенной на рис. 6 пунктиром, то уравнение (11) имеет два действительных корня. Следовательно, два других — комплексно сопряженные корни, один из которых описывает неустойчивость. Мажорантная кривая изображена на рис. 6 штрихпунктирной линией. В этом случае все четыре корня являются действительными x_1', x_4', $x_2' = x_3' = (1/2)M\cos\theta$, два из которых кратные.

Как видно из рис. 6, критическое значение числа Маха M_{cr} находится из уравнения

$$f\left(\frac{1}{2}\, M_{\mathrm{cr}}\cos\theta\right) = 1\,, \tag{12}$$

определяющего точку касания мажорантной кривой с прямой $f(x) = 1$. Оно оказывается равным

$$M_{\mathrm{cr}} = \frac{2\sqrt{2}}{\cos\theta}\,. \tag{13}$$

Используя выражение для $\cos\theta = k_x/k_\perp$, где $k_\perp \equiv \equiv (k_x^2 + k_y^2)^{1/2}$, получаем

$$M_{\mathrm{cr}}^2 = 8\left(1 + \frac{k_y^2}{k_x^2}\right). \tag{14}$$

В "квазидвумерных" системах, таких, например, как газовые диски галактик, кольца вокруг планет-гигантов [13, 14] и вращающаяся мелкая вода [15], возможны лишь "продольные" волны, $k_y/k_x \ll 1$, рассмотренные Ландау. В этом случае M_{cr} (14) превращается в M_{cr} Ландау [8]. Критическое замечание Сыроватского состоит в том, что произвольные возмущения допускают рассмотрение противоположного предельного случая — "поперечных" волн, $k_y/k_x \gg 1$. Очевидно, что, например, при

$$\frac{k_y}{k_x} \to \infty \tag{15}$$

стабилизация в принципе невозможна, поскольку, как это следует из (14), $M_{\mathrm{cr}} \to \infty$ [3].

1.3.4. Модифицированный критерий стабилизации неустойчивости тангенциального разрыва скорости в сжимаемой жидкости [10, 11]. В идеализированной постановке задачи [9] — *тангенциальный* разрыв скорости в *трехмерном бесконечном* пространстве — условие (15) можно выпол-

[3] Заметим, однако, что при $k_y/k_x \to \infty$ инкремент неустойчивости $\gamma \to 0$ [16]. Можно показать, что учет нарастания возмущений в сносовых потоках практически не меняет критерия стабилизации, основанного на формуле (14).

нить. Однако реальная ситуация вносит две существенные коррективы: 1) система имеет конечные пространственные размеры по всем трем измерениям; 2) тангенциальный разрыв скорости оказывается "размытым" на некоторую характерную величину a. Следствием этих условий является существование $(k_y/k_x)_{\max} \equiv$ $\equiv (k_y)_{\max}/(k_x)_{\min}$. Действительно, $(k_x)_{\min} \sim L^{-1}$, где L — характерный размер системы вдоль оси x; оценка $(k_y)_{\max} \sim a^{-1}$ следует из необходимого условия существования неустойчивого потока с неоднородным профилем скорости, $k_y a < 1$ [17].

Итак, неустойчивость "тангенциального разрыва" скорости в реальных условиях оказывается подавленной при условии

$$M > (M_{\rm cr})_{\rm mod} \equiv 2\left[2\left(1+\frac{L^2}{a^2}\right)\right]^{1/2}, \qquad (16)$$

где $(M_{\rm cr})_{\rm mod}$ — модифицированное критическое число Маха, при превышении которого в сжимаемой жидкости отсутствует неустойчивость тангенциального разрыва.

Обычно на практике $L^2/a^2 \gg 1$; в этом случае $(M_{\rm cr})_{\rm mod}$ из (16) превосходит $(M_{\rm cr})_{\rm L}$ (Ландау [8]) в L/a раз:

$$(M_{\rm cr})_{\rm mod} \approx \frac{L}{a}(M_{\rm cr})_{\rm L} = \frac{L}{a}\,2\sqrt{2}\,. \qquad (17)$$

Запишем теперь условие "сносовости" возмущений

$$\frac{1}{\gamma_{\max}} \gg \frac{L}{v_0}\,, \qquad (18)$$

где $\gamma \equiv \operatorname{Im}\omega$ — инкремент неустойчивости тангенциального разрыва скорости. Смысл критерия (18) состоит в том, что за время прохождения любой области газа вдоль системы длиной L со скоростью v_0 возмущения в этой области не успевают вырасти. Действительно, характерное время неустойчивости, описываемое левой частью (18), намного превосходит время прохождения газом любого участка системы размером L. Таким образом, при выполнении условия (18) неустойчивость тангенциального разрыва можно считать отсутствующей. Согласно [16] $\gamma_{\max} \approx 0{,}5(k_y)_{\max}\,c_0 \approx 0{,}5(c_0/a)$, что при подстановке в (18) дает

$$M \gg 0{,}18(M_{\rm cr})_{\rm mod}\,.$$

Итак, неравенство

$$v_0 > v_{\rm cr} \approx 0{,}4\sqrt{2}\,\frac{L}{a}\,c_0 \qquad (19)$$

определяет критерий стабилизации неустойчивости тангенциального разрыва скорости в *реальном трехмерном сжимаемом газе*.

2. Современная теория неустойчивостей тангенциального разрыва и центробежной

Поскольку экспериментальная проверка полученных в теории результатов существенно увеличивает их уровень достоверности, начнем изложение с описания предложенных автором и построенных в РНЦ "Курчатовский институт" экспериментальных установок, на которых проводились соответствующие исследования [18–20].

2.1. О пренебрежимо малом влиянии молекулярной вязкости на механизм развития градиентных неустойчивостей на мелкой воде в установках "Спираль"

Опыты проводились на двух модификациях установки "Спираль" (рис. 7). Рабочей жидкостью был зеленый раствор $NiSO_4$ в воде, позволяющий получать контрастные фотографии спиралей в красных лучах, просвечивающих раствор и отражающихся от белого дна сосуда. Вторая модификация установки имела вдвое бóльшие размеры и состояла из двух параболоидов, форма которых соответствовала слою мелкой воды постоянной толщины $H_0 = 1{,}5-3{,}5$ мм как в ядре (при $\Omega_1 = 13\ {\rm c}^{-1}$), так и на периферии (при $\Omega_2 = 2{,}6\ {\rm c}^{-1}$).

В раствор $NiSO_4$ был добавлен глицерин, увеличивавший вязкость раствора в два-три раза (во всех экспериментах, в которых специально не исследовалось влияние вязкости, суммарная вязкость раствора превышала вязкость воды при нормальных условиях не более чем в 5–10 раз); эта добавка существенно облегчала получение спирально-вихревой структуры на начальном этапе ее формирования. Режим вращения на обеих модификациях установки выбирался так, чтобы радиальный размер периферии $D/2$ был много больше масштаба Россби–Обухова $r_{\rm R}$ (аналогичного характерному ларморовскому радиусу ионов плазмы):

$$r_{\rm R} = \frac{(gH_0)^{1/2}}{2\Omega_2}\,, \qquad (20)$$

где g — ускорение силы тяжести. Такой выбор режима позволял проверить, являются ли генерируемые спирали

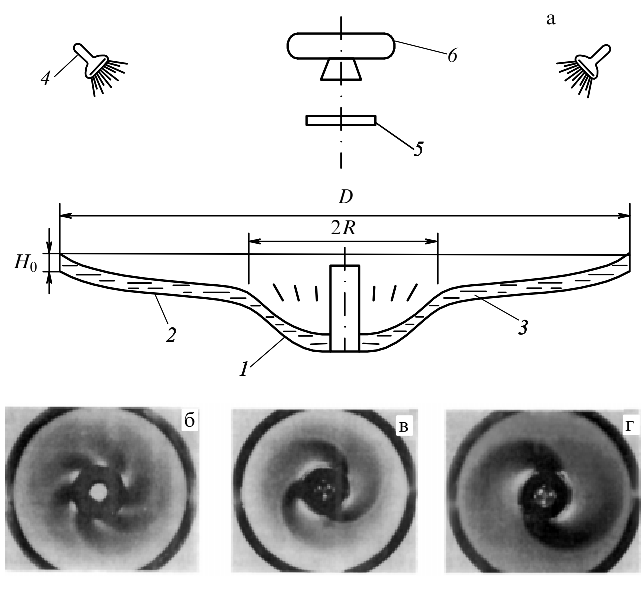

Рис. 7. (а) Установка "Спираль": *1* — ядро; *2* — периферия; *3* — слой мелкой воды; *4* — лампы накаливания; *5* — красный светофильтр; *6* — фотоаппарат. Первая модификация: $D = 28$ см, радиус "разрыва" $R = 4$ см; в качестве ядра использовался усеченный конус с углом наклона образующей к горизонтали 65°. Вторая модификация: $D = 60$ см, $R = 8$ см. Ядро вращается по часовой стрелке на виде сверху. (б–г) Спиральные волны плотности, генерируемые в слое мелкой воды на установках "Спираль" центробежной неустойчивостью, вызванной скачком скорости $q \equiv \Omega_2/\Omega_1$. С увеличением скачка скорости (уменьшением параметра q) число спиральных рукавов уменьшается. Параметр q уменьшается слева направо.

устойчивыми по отношению к разбиению на вихри размером $\sim r_{\rm R}$. (Заметим, что выбранные отношения Ω_2/Ω_1 и $r_{\rm R}/(D/2)$ приближаются к реально наблюдаемым в спиральных галактиках.)

В экспериментах на вращающейся мелкой воде имеется несколько численных параметров, величины которых (по сравнению с 1) определяют относительную роль вязкости. Прежде всего это число Экмана [21]

$$E_\nu = \frac{\nu}{\Omega_0 H^2}\,, \qquad (21)$$

где ν — коэффициент кинематической молекулярной вязкости [7], Ω_0 — угловая скорость вращения дна сосуда, H — глубина слоя жидкости. На установке "Спираль" глубина слоя H менялась от 0,2 до 0,4 см, т.е. с учетом, что для воды $\nu = 0{,}01$ см^2 с$^{-1}$ [18–20] $(E_\nu)_{\max} \approx 1/4(\Omega_0(r))_{\min}$. В экспериментах с "вращающейся периферией" $(\Omega_0(r))_{\min} \approx 2$ с$^{-1}$, следовательно, $(E_\nu)_{\max} \approx 1/8$, т.е. эффекты вязкости малы.

По определению [21] число Экмана $E_\nu \equiv \delta^2/H^2$, где $\delta = (\nu/\Omega_0)^{1/2}$ — глубина экмановского слоя. Несмотря на свою относительную малость ($\delta^2 \ll H^2$), экмановский слой в нашем эксперименте может эффективно менять импульс всего слоя жидкости глубиной H за некоторое характерное время $\tau_{\rm sp}$. Это время называется характерным временем вязкого затухания (spin down time), или характерным временем вязкого установления (spin up time). В экспериментах [18–20] при резкой смене скорости вращения Ω_1 наблюдалось изменение числа мод: m_1-рукавная спираль сменялась на m_2-рукавную спираль, соответствующую новому режиму вращения. Время установления нового стационарного режима и есть время $\tau_{\rm sp}$. Оценим его величину. Из уравнения движения по порядку величины имеем

$$\frac{\partial v_r}{\partial t} \sim \nu\,\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial v_r}{\partial z}\right). \qquad (22)$$

Поскольку v_r зависит от z только в характерном интервале $(0, \delta)$, то приближенно можно написать

$$\frac{\partial v_r}{\partial z} \sim \frac{\partial v_r}{\partial z}\,\Theta(\delta - z)\,,$$

где $z > 0$, $\Theta(\delta - z)$ — функция Хевисайда. Интегрируя (22) по z от 0 до H, находим

$$\frac{\partial}{\partial t}\,v_r H \sim \nu\,\frac{\partial v_r}{\partial z}\bigg|_0^\delta \sim \nu\,\frac{v_r}{\delta}\,.$$

Умножая последнее равенство на плотность ρ и площадь дна S, получаем уравнение для изменения радиального импульса $\mathcal{P}_r = \rho S H v_r$:

$$\frac{\partial \mathcal{P}_r}{\partial t} \sim \frac{\mathcal{P}_r}{\tau_{\rm sp}}\,, \qquad \tau_{\rm sp} \sim \frac{H\delta}{\nu} \sim \frac{H}{(\nu\Omega_0)^{1/2}}\,. \qquad (23)$$

Оценим времена установления стационарного режима, например, для моды $m = 2$ и для смены числа рукавов в случае, когда мы резко изменяем угловую скорость вращения периферии на величину $\Delta\Omega$. В первом случае ($m = 2$) это время будет заведомо больше, чем $(\tau_{\rm sp})_{\min} \approx 0{,}47$ с$^{-1}$: $\tau = \tau_{\min}$ при $\Omega = \Omega_1 = 18$ с$^{-1}$, $H \approx 0{,}2$ см (в центральной области установки $H > 0{,}2$ см). Во втором случае для $\Delta\Omega \approx 2$ с$^{-1}$ имеем $\tau_{\rm sp} \approx 1{,}4$ с. Время неустойчивости $\tau_{\rm in}$ оказывается существенно меньше этих времен $\tau_{\rm sp}$: $\tau_{\rm in} \ll \tau_{\rm sp}$. Время неустойчивости зависит от величины размытия разрыва скорости. Если это размытие обусловлено молекулярной вязкостью (ламинарный экмановский слой), то $\delta_{\rm lam} \sim (\nu/\Omega_1)^{1/2} \approx 2{,}4 \times 10^{-2}$ см, т.е. $\delta_{\rm lam} \ll \lambda$, где λ — радиальная длина волны ($\lambda \approx 6$ см для $m = 2$) и $\gamma \approx \Omega_1$ ($\Omega_1 \approx 18$ с$^{-1}$ для $m = 2$), а $\tau_{\rm in} \sim 1/\gamma \approx 5 \times 10^{-2}$ с.

Приведенные аргументы в пользу пренебрежимо малой роли вязкого трения в процессе генерации неустойчивости сдвигового течения в установках "Спираль" основаны на результатах экспериментов с подкрашенной водой, для которой $\nu \approx 0{,}01$ см^2 с$^{-1}$. В [22] отмечается, что увеличение вязкости рабочего раствора в 10 раз не меняет качественной картины спирального узора. И только при еще большем увеличении вязкости спиральная структура исчезает.

Отрицательный ответ на вопрос о влиянии турбулентной вязкости на образование структур в установках "Спираль" дан в работе [23], где показано, что "вязкое время жизни" структур полностью определяется ламинарной вязкостью.

2.2. Доказательство эквивалентности систем линеаризованных динамических уравнений газового галактического диска и вращающейся мелкой воды в установках "Спираль" [11]

Учитывая, что $\tilde{\Psi}$ зависит главным образом от $\tilde{\sigma}_{\rm g}$ [11], систему линеаризованных динамических уравнений газового диска Галактики запишем следующим образом:

$$\frac{\partial v_r}{\partial t} + \Omega_0\,\frac{\partial v_r}{\partial \varphi} - 2\Omega_0 v_\varphi = -\frac{\partial}{\partial r}(c_{\rm g0}^2\,\eta)\,, \qquad (24)$$

$$\frac{\partial v_\varphi}{\partial t} + \Omega_0\,\frac{\partial v_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{\varkappa^2}{2\Omega_0}\,v_r = -\frac{1}{r}\,\frac{\partial}{\partial \varphi}(c_{\rm g0}^2\,\eta)\,, \qquad (25)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \Omega_0\,\frac{\partial \eta}{\partial \varphi} + \frac{\partial v_r}{\partial r} + (1 + r\ln'\sigma_0)\,\frac{v_r}{r} + \frac{1}{r}\,\frac{\partial v_\varphi}{\partial \varphi} = 0\,. \qquad (26)$$

Здесь введены обозначения:

$$c_{\rm g0}^2 \equiv c_{\rm s0}^2 - \frac{2\pi G\sigma_0}{|k|R_{\rm g}}\,, \qquad c_{\rm s0}^2 \equiv \frac{{\rm d}p_0}{{\rm d}\sigma_0}\,, \qquad \eta \equiv \frac{\sigma}{\sigma_0}\,,$$
$$\varkappa^2 \equiv 4\Omega_0^2\left(1 + \frac{r}{2}\,\frac{\Omega_0'}{\Omega_0}\right), \qquad R_{\rm g} \approx \left(1 + \frac{|k|h}{2}\right)^{-1}, \qquad (27)$$

штрих означает дифференцирование по r; σ — поверхностная плотность; k — волновой вектор; h — полутолщина газового диска; стационарные величины отмечены индексом "0"; знак "тильда" над возмущенными величинами опускаем, сохраняя его в дальнейшем лишь для обозначения амплитуд возмущенных величин. При написании (24), (25) использовалось линеаризованное уравнение состояния

$$\frac{p}{\sigma_0} = c_{\rm s0}^2\,\eta\,. \qquad (28)$$

Если в уравнениях (24)–(26) сделать подстановку

$$c_{\rm g0}^2 = c_{\rm w0}^2 \equiv gH_0\,, \qquad \eta = \frac{H}{H_0}\,, \qquad (29)$$

то получим систему линеаризованных динамических уравнений вращающейся мелкой воды [21]. Именно такая система уравнений используется при описании малых возмущений на мелкой воде в установках "Спираль".

Приведенное выше доказательство показывает возможность использовать установку с вращающейся мелкой водой для демонстрации динамических структур, возникающих в газовых галактических дисках. Последние представлены на рис. 7б–г. Спиральные рукава вращаются по часовой стрелке (концами назад), т.е. спирали являются отстающими. Таковы практически все наблюдаемые спиральные рукава галактик. Спирали возникают в результате новой гидродинамической неустойчивости, названной авторами центробежной [18]. Она впервые была обнаружена на установках "Спираль". Центробежная неустойчивость так же, как и неустойчивость Кельвина–Гельмгольца, развивается при наличии скачка скорости. Однако, как было показано выше, в случае сверхзвукового скачка скорости, что имеет место в галактических дисках и установках "Спираль", неустойчивость Кельвина–Гельмгольца стабилизируется и развивается только новая неустойчивость — центробежная. Для возникновения последней необходима направленная наружу центробежная сила. В этом смысле физика центробежной неустойчивости аналогична физике рэлей-тейлоровской неустойчивости, для возникновения которой требуется гравитационная сила.

2.3. Аналитическое решение системы уравнений (24)–(26) в случае тангенциального разрыва скоростей вращения и звука, и поверхностной плотности [11]

Поскольку коэффициенты исходной системы уравнений (24)–(26) не зависят от φ и t, ищем решение в виде

$$A(r, \varphi, t) = \tilde{A}(r) \exp\left[\mathrm{i}(m\varphi - \omega t)\right]. \tag{30}$$

Тогда уравнения движения (24), (25) можно свести к одному уравнению

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r}(c_{\mathrm{g}0}^2 \tilde{\eta}) = \frac{2m\Omega_0}{r\hat{\omega}}\, c_{\mathrm{g}0}^2 \tilde{\eta} + (\hat{\omega}^2 - \varkappa^2)\tilde{\xi}, \tag{31}$$

а уравнение непрерывности (26) переписать так:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r}(r\sigma_0 \tilde{\xi}) = -r\sigma_0 \left[2\,\frac{m\Omega_0}{\hat{\omega}}\,\frac{\tilde{\xi}}{r} + \left(1 - \frac{m^2}{r^2}\,\frac{c_{\mathrm{g}0}^2}{\hat{\omega}^2}\right)\tilde{\eta}\right]. \tag{32}$$

В (31), (32) использованы обозначения:

$$v_r \equiv \frac{\mathrm{d}\xi}{\mathrm{d}t} = \left(\frac{\partial}{\partial t} + \frac{v_{0\varphi}}{r}\,\frac{\partial}{\partial \varphi}\right)\xi = -\mathrm{i}\hat{\omega}\xi, \qquad \hat{\omega} \equiv \omega - m\Omega_0. \tag{33}$$

Согласно наблюдательным данным газового диска Галактики (см., например, [24] и цитированную там литературу) в окрестности радиуса $R \approx 0{,}7$ кпк (точнее, на расстояниях $R \pm 0{,}4$ кпк) обнаруживается резкий спад кривой вращения газовой компоненты. Расстояние $R \approx 0{,}7$ кпк от центра замечательно тем, что именно здесь находится край центрального газового диска, поверхностная плотность которого $\sigma_{\mathrm{g}1}$ на два порядка превосходит поверхностную плотность газа $\sigma_{\mathrm{g}2}$ при $r > R$. Далее (с удалением от центра) поверхностная плотность газа практически не меняется.

В силу сказанного выше будем считать, что угловая скорость вращения $\Omega_0(r)$, скорость звука $c_{\mathrm{g}0}(r)$ и поверхностная плотность газа $\sigma_0(r)$ на расстоянии $r = R$ изменяются скачком:

$$\begin{aligned} &\Omega_0(r) = \Omega_1 = \mathrm{const}, \quad \sigma_0(r) = \sigma_1 = \mathrm{const}, \\ &c_{\mathrm{g}0}(r) = c_{\mathrm{g}1} = \mathrm{const} \quad \text{при} \quad r < R; \\ &\Omega_0(r) = \Omega_2 = \mathrm{const}, \quad \sigma_0(r) = \sigma_2 = \mathrm{const}, \\ &c_{\mathrm{g}0}(r) = c_{\mathrm{g}2} = \mathrm{const} \quad \text{при} \quad r > R. \end{aligned} \tag{34}$$

Интегрируя по радиальному слою $(R - \varepsilon, R + \varepsilon)$ уравнения (31) и (32) и устремляя затем $\varepsilon \to 0$, получаем следующие условия "сшивки" на разрыве:

$$(\tilde{\eta} c_{\mathrm{g}0}^2 + R\Omega_0^2 \tilde{\xi})_{R-0}^{R+0} = 0, \qquad (\tilde{\xi}\sigma_0)_{R-0}^{R+0} = 0. \tag{35}$$

Сведем теперь систему двух обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка (31) и (32) к одному обыкновенному дифференциальному уравнению второго порядка. Решение последнего будет содержать две произвольных константы, которые мы определим из двух правил сшивки (35). Искомое уравнение по обе стороны от разрыва, при $r < R$ и $r > R$, имеет постоянные коэффициенты. Воспользуемся этим при его получении.

Из уравнения (31) находим

$$\tilde{\xi} = \frac{c_{\mathrm{g}0}^2}{\tilde{\omega}^2 - \varkappa^2}\left(\frac{\mathrm{d}\tilde{\eta}}{\mathrm{d}r} - \frac{2m\Omega_0}{r\hat{\omega}}\,\tilde{\eta}\right). \tag{36}$$

Полученное выражение для $\tilde{\xi}$ (и очевидным образом получаемое уравнение для $\tilde{\xi}\,'$) подставляем в (32). После ряда несложных преобразований приходим к дифференциальному уравнению для цилиндрических функций от мнимого аргумента:

$$\tilde{\eta}\,'' + \frac{1}{r}\,\tilde{\eta}\,' - \left(k^2 + \frac{m^2}{r^2}\right)\tilde{\eta} = 0, \qquad k^2 \equiv \frac{4\Omega_0^2 - \hat{\omega}^2}{c_{\mathrm{g}0}^2}. \tag{37}$$

Общее решение уравнения (37) записывается в виде [25]

$$\tilde{\eta} = Z_m(\mathrm{i}kr) = C_1 I_m(kr) + C_2 K_m(kr).$$

Поскольку $I_m(x) \to \infty$ при $x \to \infty$, а $K_m(x) \to \infty$ при $x \to 0$, то по обе стороны разрыва имеем следующие решения:

$$\begin{aligned} &\tilde{\eta}_1 = C_1 I_m(k_1 r), \quad r < R; \\ &\tilde{\eta}_2 = C_2 K_m(k_2 r), \quad r > R, \end{aligned} \tag{38}$$

где

$$k_{1,2}^2 \equiv \frac{4\Omega_{1,2}^2 - (\omega - m\Omega_{1,2})^2}{c_{\mathrm{g}1,2}^2}.$$

Используя два правила сшивки (35) ("сшивая" решения (38) на радиусе $r = R$), приходим к системе двух однородных трансцендентных уравнений, где неизвестными являются два коэффициента решений (38). Требование нетривиальности решения этой системы однородных уравнений эквивалентно требованию равенства нулю ее определителя. В результате приходим к следующему дисперсионному уравнению (см. Приложение):

$$k_1^2 \alpha_2 - k_2^2 \alpha_1 Q \mu^2 + \frac{M^2}{R^2}\,\alpha_1 \alpha_2 (1 - q^2) = 0. \tag{39}$$

Здесь введены такие обозначения (штрих означает дифференцирование по аргументу цилиндрической функции):

$$\alpha_1 \equiv \frac{2m}{x-m} - k_1 R\, \frac{I'_m(k_1 R)}{I_m(k_1 R)}\,,$$
$$\alpha_2 \equiv \frac{2mq}{x-mq} - k_2 R\, \frac{K'_m(k_2 R)}{K_m(k_2 R)}\,, \tag{40}$$
$$M \equiv \frac{R\Omega_1}{c_{\mathrm{g}1}}\,,\quad q \equiv \frac{\Omega_2}{\Omega_1}\,,\quad Q \equiv \frac{\sigma_1}{\sigma_2}\,,\quad \mu \equiv \frac{c_{\mathrm{g}2}}{c_{\mathrm{g}1}}\,,\quad x \equiv \frac{\omega}{\Omega_1}\,.$$

В новых обозначениях запишем

$$k_1 = \frac{M}{R}\left[4 - (x-m)^2\right]^{1/2},$$
$$k_2 = \frac{M}{\mu R}\left[4q^2 - (x-mq)^2\right]^{1/2}. \tag{41}$$

Параметр M имеет смысл числа Маха в области разрыва (вычисленного по "внутренней" скорости, в области $r = R - 0$), q, Q^{-1} и μ характеризуют отношения значений угловых скоростей, поверхностных плотностей и дисперсий скоростей газа во внешней области ($r > R$) к их значениям во внутренней области ($r < R$). Дисперсионное уравнение (39) переходит в дисперсионное уравнение работы [26] при $Q = \mu = 1$, поскольку в [26] поверхностная плотность σ_0 и дисперсия скоростей $c_{\mathrm{g}0}$ предполагались постоянными по всему радиусу диска, а эффектами самогравитации пренебрегалось. Как показано ниже (см. также [27]), учет скачка поверхностной плотности и дисперсии скоростей газа наряду со скачком ее угловой скорости приводит к качественно новым физическим эффектам.

2.4. Градиентные неустойчивости при малых числах Маха, $M \ll 1$ [11]

Из (40) видно, что $k_1 R \sim M \ll 1$, $k_2 R \sim Mq/\mu$. Однако при достаточно малых числах Маха $M \ll \mu/q$ и $k_2 R \ll 1$, разлагая цилиндрические функции $I_m(k_1 R)$ и $K_m(k_2 R)$ по малому аргументу

$$\frac{I'_m(k_1 R)}{I_m(k_1 R)} \sim \frac{m}{k_1 R}\,;\qquad \frac{K'_m(k_2 R)}{K_m(k_2 R)} \sim -\frac{m}{k_2 R}\,,$$

находим

$$\alpha_1 = -m\left(1 - \frac{2\Omega_1}{\hat\omega_1}\right),\qquad \alpha_2 = m\left(1 + \frac{2\Omega_2}{\hat\omega_2}\right);$$
$$\hat\omega_{1,2} \equiv \omega - m\Omega_{1,2}\,.$$

Дисперсионное уравнение (39) после подстановки в него значений α_1, и α_2 принимает вид

$$(1+Q)x^2 - 2\left[(m-1) + (m+1)qQ\right]x + m\left[(m-1) + q^2 Q(m+1)\right] = 0\,, \tag{42}$$

решение которого

$$x_{1,2} = (1+Q)^{-1}\Big\{m(1+qQ) + (qQ-1) \pm \mathrm{i}\left[m^2 Q(1-q)^2 - (1-qQ)^2 - m(Q-1)(1+q^2 Q)\right]^{1/2}\Big\}. \tag{43}$$

Причина, по которой параметр μ не содержится в дисперсионном уравнении (42), где мы ограничились нулевым порядком разложения по параметру M, очевидна. Приближение $M \ll 1$ соответствует $c_{\mathrm{g}} \to \infty$, при этом безразлично, во сколько раз одна "бесконечность" "больше" другой. Учет следующих членов разложения по M приведет к появлению μ^2 в уравнении, однако это выходит за рамки рассматриваемого приближения.

Естественно, что при $Q = 1$ из (43) получаем решение, найденное в [26]:

$$x_{1,2} = \frac{1}{2}\Big\{m(1+q) + (q-1) \pm \mathrm{i}\left[(m^2-1)(1-q)^2\right]^{1/2}\Big\}\,,\qquad Q = 1\,. \tag{44}$$

Как видно из (44), неустойчивость имеет место при любой величине $q \neq 1$. Это и есть неустойчивость Кельвина – Гельмгольца (НКГ), для развития которой несущественно, какая из областей — внешняя или внутренняя — вращается быстрее.

Рассмотрим теперь случай твердотельного вращения всей системы ($q = 1$), имеющей произвольный градиент плотности $Q \neq 1$. Согласно (43)

$$x_{1,2} = (1+Q)^{-1}\Big\{m(1+Q) + (Q-1) \pm \mathrm{i}\left[-(1-Q)^2 + m(1-Q^2)\right]^{1/2}\Big\}\,,\qquad q = 1\,. \tag{45}$$

Из (45) следует, что при условии

$$Q < 1 \tag{46}$$

возникает желобковая неустойчивость (ЖН): внешний слой (более плотный) давит на внутренний (менее плотный).

Таким образом, решение (43) при $q \neq 1$ и $Q < 1$ описывает две неустойчивости — НКГ и ЖН. Варьируя параметры q и Q, можно усиливать или ослаблять ту или иную неустойчивость. Например, можно стабилизировать ЖН, создавая противодействие силе тяжести в виде центробежной силы, т.е. приготовляя систему с $q < 1$. Аналогично можно стабилизировать НКГ отрицательным градиентом плотности, т.е. приготовляя систему с $Q > 1$. Пример такой стабилизации приведен ниже.

Строго говоря, в общем случае уже нельзя говорить порознь о НКГ и ЖН. Решение (43) описывает раскачку сдвигово-желобковой неустойчивости (СЖН) или градиентной неустойчивости (ГН) при $M \ll 1$.

Случай с $Q \gg 1$, $q \ll 1$. Посмотрим, как стабилизируется НКГ ($q \neq 1$) при наличии отрицательного градиента (т.е. скачка) плотности, которому отвечает $Q > 1$. Чтобы изменения были ощутимыми, рассмотрим случай $Q \gg 1$. Примем для определенности параметры q и Q такими же, как в нашей Галактике: $q \approx 0{,}1$, $Q \approx 100$. Очевидно, что полученные результаты не будут иметь отношения ни к Галактике, где $M \gg 1$, ни к другим аналогичным спиральным галактикам (автору не известны таковые с $M \ll 1$).

Итак, положим, что

$$q \ll 1\,,\qquad Q \gg 1\,,\qquad qQ \gg 1\,,\qquad q^2 Q \sim 1\,. \tag{47}$$

С учетом (47) из (43) имеем

$$x_{1,2} = q(m+1) \pm \mathrm{i} Q^{-1/2} \left[m^2 (1-q)^2 - (m-1) q^2 Q - m \right]^{1/2} . \tag{48}$$

Отсюда следует условие неустойчивости

$$m^2 (1-q)^2 > (m+1) q^2 Q + m \tag{49}$$

или при $q \ll 1$

$$q^2 Q < \frac{m-1}{m+1}\, m . \tag{50}$$

Согласно (50) неустойчивость с $m = 0, 1$ невозможна; неустойчивость с $m = 2$ развивается при условии $q^2 Q < 2/3$ и т.д.

Таким образом, большой отрицательный градиент плотности стабилизирует систему. Из (48) находим азимутальную фазовую скорость волны возмущения:

$$\Omega_{\mathrm{ph}} \equiv \frac{\omega}{m} = \frac{m+1}{m}\, \Omega_2 , \qquad Q \gg 1 , \qquad Qq \gg 1 . \tag{51}$$

Для сравнения выпишем эту же величину при $Q = 1$ [26]:

$$\Omega_{\mathrm{ph}} = \frac{\Omega_1 + \Omega_2}{2} - \frac{\Omega_1 - \Omega_2}{2m} , \qquad Q = 1 . \tag{52}$$

Отличие в фазовых скоростях при малых m (и $q \ll 1$) несущественно; например, при $m = 2$

$$\frac{(\Omega_{\mathrm{ph}})_{Q \gg 1}}{(\Omega_{\mathrm{ph}})_{Q=1}} \equiv \alpha_{\mathrm{ph}} \approx 6q ,$$

что при $q \approx 0{,}1$ составляет $\alpha_{\mathrm{ph}} \approx 0{,}6$.

Однако, как известно из теоретических [26] и экспериментальных [18–20] результатов, при $M \ll 1$ генерируются моды с большими $m \gg 1$. При $m \gg 1$ отличие в фазовых скоростях более существенное: при $m \gg 1$

$$\frac{(\Omega_{\mathrm{ph}})_{Q \gg 1}}{(\Omega_{\mathrm{ph}})_{Q=1}} \equiv \alpha_{\mathrm{ph}} \approx 2q .$$

Если $q \approx 0{,}1$, то различие в фазовых скоростях достигает 5, т.е. $\alpha_{\mathrm{ph}} \approx 0{,}2$. Итак, волна плотности с $Q \gg 1$ (и $q \ll 1$) вращается с меньшей азимутальной скоростью, чем та же волна с $Q = 1$ (и $q \ll 1$). Соответственно, коротационный радиус в случае с $Q \gg 1$ находится дальше, чем при $Q = 1$.

2.5. Градиентные неустойчивости при больших числах Маха, $M \gg 1$ [11]

Представляя x в виде $x_1 + \mathrm{i} M x_2$, из (41) находим

$$k_1 \approx \frac{M^2 x_2}{R} - \mathrm{i}\, \frac{M}{R} (x_1 - m) , \tag{53}$$

$$k_2 \approx \frac{M^2 x_2}{\mu R} - \mathrm{i}\, \frac{M}{\mu R} (x_1 - mq) . \tag{54}$$

Подставляя k_1 и k_2 в уравнение (39), получаем

$$x_1 = \frac{m(1 + Q\mu q)}{1 + Q\mu} , \qquad x_2 = \frac{1 - q^2}{1 + Q\mu} , \tag{55}$$

или

$$x = (1 + Q\mu)^{-1} \left[m(1 + Qmq) + \mathrm{i} M (1 - q^2) \right] . \tag{56}$$

В частном случае $Q = \mu = 1$ (56) переходит в решение [26]

$$x = \frac{1}{2} \left[m(1+q) + \mathrm{i} M (1 - q^2) \right] , \qquad Q = \mu = 1 , \tag{57}$$

которое принципиально отличается от решения (44) тем, что если последнее описывало неустойчивость при любом значении $q \neq 1$, то первое определяет неустойчивость лишь при $q < 1$. Это значит, что неустойчивость при $M \gg 1$ развивается только в случае, когда внутренняя часть системы, $r < R$, вращается с большей угловой скоростью, чем внешняя часть. Такая неустойчивость была названа нами центробежной (ЦН) [18–20]. Физика этой неустойчивости аналогична механизму желобковой неустойчивости и в корне отличается от физики НКГ. Стабилизация НКГ для двумерных возмущений при $M > 2\sqrt{2}$ была доказана в [8].

В частном случае твердотельного вращения всей системы ($q = 1$) из (56) имеем

$$x = (1 + Q\mu)^{-1}\, m (1 + Qm) , \qquad q = 1 . \tag{58}$$

Определим теперь азимутальную фазовую скорость возмущений в общем случае, описываемом решением

$$\Omega_{\mathrm{ph}} = \frac{\mathrm{Re}\, \omega}{m} = \frac{1 + Q\mu q}{1 + Q\mu}\, \Omega_1 . \tag{59}$$

Заметим, что в частном случае [26] $Q = \mu = 1$

$$\Omega_{\mathrm{ph}} = \frac{\mathrm{Re}\, \omega}{m} = \frac{1 + q}{2}\, \Omega_1 . \tag{60}$$

В Галактике $q \approx 0{,}1$, $Q \approx 100$, $\mu \sim 0{,}1$ [4], т.е. из (59) имеем

$$(\Omega_{\mathrm{ph}})_{\mathrm{Gal}} \approx \frac{0{,}36\, \Omega_1}{2} . \tag{61}$$

Это значит, что радиус коротации лежит существенно дальше от центра, чем это предсказывается из теории с $Q = 1$ [26]:

$$(\Omega_{\mathrm{ph}})_{\mathrm{Gal}} \approx \frac{\Omega_1}{2} , \qquad Q = 1 . \tag{62}$$

Отличие в скоростях Ω_{ph} согласно формулам (61), (62) примерно в 3 раза. Измеряемая величина Ω_{ph} в экспериментах [18–20] была в несколько раз меньше Ω_{ph}, определяемой формулой (60) [26]. Оценки показывают, что значения Ω_{ph} (59) близки к измеряемым в эксперименте [18–20]. Также значение Ω_{ph}, определенное для Галактики из формул (61), больше соответствует современным представлениям [28] о величине Ω_{ph}, чем значение этой величины из (62).

Определим теперь форму спирального узора, генерируемого ЦН за радиусом разрыва (в области $r > R$). Для величины возмущенной плотности σ в области $r > R$ из

[4] В Галактике на расстоянии $r = R$ (т.е. при $r \approx 0{,}7$ кпк) $c_{\mathrm{g0}}^2 \approx c_{\mathrm{s0}}^2$ и μ полностью определяется уравнением состояния. Для политропной модели $(p/\sigma^{\gamma_{\mathrm{pl}}}) = \mathrm{const}$ $\mu = Q^{(1-\gamma_{\mathrm{pl}})/2}$ и при $\gamma_{\mathrm{pl}} \approx 2$ имеем $\mu \approx Q^{-1/2}$. Это значит, что $\mu = 0{,}1$ (при $Q = 100$); в молекулярном диске это соответствует турбулентной скорости $c_{\mathrm{s,turb}} \approx 80$ км c^{-1}. Если же в (59) подставить несамосогласованное значение $(c_{\mathrm{s,turb}})_{\min} \approx 20$ км c^{-1}, то вместо значения $0{,}36\, \Omega_1/2$ в (61) получим $\Omega_{\mathrm{ph}} \approx 0{,}26\, \Omega_1/2$. Видно, что отличие несущественное.

(38) с учетом (54) имеем

$$\sigma \propto K_m(k_2 r)\exp(\mathrm{i}m\varphi) \propto$$
$$\propto r^{1/2}\exp\left\{-\frac{\Omega_1^2 Rr}{c_{\mathrm{g}1}c_{\mathrm{g}2}}\,\frac{1-q^2}{1+Q\mu}+\mathrm{i}m\left[\varphi+\frac{\Omega_1 r}{c_{\mathrm{g}2}}\,\frac{1-q}{1+Q\mu}\right]\right\}. \tag{63}$$

Из решения (63) следуют два заключения:

1) необходимое условие финитности решения совпадает с условием развития ЦН при $M \gg 1$;

2) волны плотности имеют вид отстающих спиралей только в системе, где угловая скорость вращения падает с увеличением радиуса, т.е. при $q < 1$. Последнее условие является необходимым для развития в системе ЦН.

Из (63) нетрудно определить радиальную длину волны

$$\lambda_r = \frac{2\pi}{k_r} = 2\pi\,\frac{c_{\mathrm{g}2}}{\Omega_1 m}\,\frac{1+Q\mu}{1-q}\,. \tag{64}$$

3. Приложение

Подставляя в (36) значение $\tilde{\eta}$ из (38) и используя обозначения (40), получим следующие выражения для $\tilde{\xi}_1$ и $\tilde{\xi}_2$, относящиеся соответственно к областям $r < R$ и $r > R$:

$$\tilde{\xi}_1 = C_1\,\frac{\alpha_1 I_m}{k_1^2 R}\,, \quad r < R\,; \qquad \tilde{\xi}_2 = C_2\,\frac{\alpha_2 K_m}{k_2^2 R}\,, \quad r > R\,. \tag{65}$$

Воспользовавшись вторым правилом сшивки (35), запишем

$$C_1\,\frac{\sigma_1\alpha_1}{k_1^2}\,I_m = C_2\,\frac{\sigma_2\alpha_2}{k_2^2}\,K_m\,. \tag{66}$$

Из первого правила сшивки (35) найдем

$$\tilde{\eta}_1 + \frac{M^2}{R}\,\tilde{\xi}_1 = \mu^2\tilde{\eta}_2 + \frac{M^2 q^2}{R}\,\tilde{\xi}_2 \tag{67}$$

или с помощью (38) и (65) имеем

$$\left(1 + M^2\,\frac{\alpha_1}{k_1^2 R^2}\right) I_m C_1 = \left(\mu^2 + M^2 q^2\,\frac{\alpha_2}{k_2^2 R^2}\right) K_m C_2\,. \tag{68}$$

Система однородных трансцендентных уравнений (66) и (68) имеет нетривиальное решение относительно неизвестных функций C_1 и C_2 при условии равенства нулю определителя этой системы. Последнее условие есть искомое дисперсионное уравнение (39).

4. Теоретическое предсказание и экспериментальное подтверждение неустойчивости сверхотражения на установке с вращающейся мелкой водой

4.1. История вопроса

Теоретическое исследование задачи об отражении с усилением монохроматической звуковой волны от плоскопараллельного тангенциального разрыва скорости было впервые проведено Майлсом [29] и Рибнером [30]. Оказалось, что, когда скорость движущейся среды была достаточно высокой (волна падала на разрыв из неподвижной среды), существовала возможность отражения с усилением. В этом процессе амплитуда отраженной волны становится больше, чем амплитуда падающей волны. Это происходит из-за того, что в движущуюся среду уходит волна отрицательной энергии (если быть более точным, квазиэнергии, [31]), в то время как в неподвижную среду уходит волна положительной энергии. Эта волна, излучаемая в неподвижную среду, пополняет свою энергию из движущейся среды [32]. Чтобы неустойчивость развилась, необходимо добавить акустическую обратную связь, например стенку, которая заставляла бы волну, отраженную от тангенциального разрыва, возвращаться на него и снова усиливаться.

Другой источник усиления волны при ее отражении — резонансное усиление звуковой волны, возникающее, если немного сгладить тангенциальный разрыв до тонкого сдвигового слоя некоторой конечной ширины [33]. Тогда внутри сдвигового слоя появляется тонкий критический слой, и энергия звуковой волны в нем возрастает. Таким образом, может возникнуть дополнительная ветка неустойчивых колебаний, обязанная взаимодействию с резонансными частицами [32].

Итак, при наличии отражающей стенки может возникнуть неустойчивость сверхотражения. Но в той же самой системе с плоскопараллельным тангенциальным разрывом скорости может одновременно существовать также и неустойчивость Кельвина – Гельмгольца (тангенциального разрыва), а в системе с цилиндрическим тангенциальным разрывом скорости (в двумерном осесимметричном течении) — еще и центробежная неустойчивость. Два последних механизма гидродинамических неустойчивостей являются, как правило, более мощными, чем неустойчивость сверхотражения. Значит, неустойчивость сверхотражения может быть выявлена только в том случае, когда обе эти более сильные неустойчивости отсутствуют.

Гидродинамическая среда, в которой проводились исследования неустойчивости сверхотражения, — это вращающаяся мелкая вода со свободной поверхностью. Известно [7], что динамика такой среды может быть описана двумерными уравнениями, эквивалентными соответствующим динамическим уравнениям двумерной сжимаемой среды. При этом волновым возмущениям поверхностной плотности в двумерной сжимаемой среде соответствуют на мелкой воде волновые возмущения глубины слоя (поверхностные гравитационные волны), где роль скорости звука играет скорость распространения этих волн [5].

Для двумерного плоскопараллельного сжимаемого тангенциального разрыва теоретический критерий стабилизации неустойчивости Кельвина – Гельмгольца был впервые получен Ландау [8]. Согласно этому критерию, если существует только скачок скорости, неустойчивость тангенциального разрыва отсутствует при условии, что число Маха

$$M \geqslant 2\sqrt{2}\,. \tag{69}$$

Здесь $M \equiv |\Delta V|/c_{\mathrm{s}}$, $|\Delta V|$ — величина скачка скорости течения, c_{s} — скорость звука в газе. Справедливость

[5] Следует отличать двумерную сжимаемую среду от трехмерной сжимаемой среды. К первой относится мелкая вода. В трехмерном случае вода, как известно, является несжимаемой, ее уравнение непрерывности есть $\operatorname{div}\mathbf{v} = 0$. В то же время мелкая вода описывается двумерным уравнением непрерывности для сжимаемой жидкости $\partial\sigma/\partial t + \operatorname{div}(\sigma\mathbf{v}) = 0$.

этого критерия (в пределах погрешности эксперимента) для слоя вращающейся мелкой воды была подтверждена экспериментально [34].

В двумерном сжимаемом цилиндрическом тангенциальном разрыве скорости, когда внутренняя часть вращается быстрее внешней, при достаточно больших значениях числа Маха (условие (69) при этом выполняется) должна возбуждаться другая гидродинамическая неустойчивость. Эта неустойчивость, получившая название центробежной [18], была исследована экспериментально на установке "Спираль" с вращающейся мелкой водой [15, 18].

В обратном случае

$$\Omega_1 < \Omega_2 \,, \tag{70}$$

где Ω_1, Ω_2 — угловые скорости вращения внутренней и внешней частей мелкой воды соответственно, и при выполнении (69) обе неустойчивости (тангенциального разрыва и центробежная) подавлены.

Здесь необходимо сделать несколько замечаний. С одной стороны, теоретические и численные исследования ограничены в этом случае линейным приближением. С другой стороны, мы хотим применить наши результаты к реальным нелинейным структурам, генерируемым в экспериментальной установке. Когда это допустимо? Амплитуда структур (волновых узоров, образуемых возмущениями $h(r, \varphi, t)$ глубины слоя мелкой воды[6]), которые мы предсказываем для эксперимента, в общем случае не мала, $|h| \sim \mathcal{O}(H_0)$ (где H_0 — невозмущенная глубина слоя), но их горизонтальные размеры велики, т.е. $|k_\perp h| \ll 1$ (где $|k_\perp h| = |\nabla_\perp h|$), поэтому изменения высоты поверхности предполагаются достаточно плавными. Для применимости линеаризованной модели условия $|k_\perp h| \ll 1$ недостаточно, помимо этого считается, что $|h| \ll H_0$. Поэтому используем предположение, что если обнаружена какая-либо линейная неустойчивая мода возмущений (при заданном наборе невозмущенных параметров, соответствующих осесимметричной стационарно вращающейся мелкой воде) и ее инкремент оказывается существенно бóльшим, чем у других возможных неустойчивых мод, то именно эта мода будет генерироваться на экспериментальной установке при данных параметрах. Результаты предыдущих теоретических исследований и лабораторных экспериментов по неустойчивостям Кельвина – Гельмгольца и центробежной в рассматриваемой системе подтвердили, что для достаточно неустойчивых мод спирально-вихревые структуры, рассчитанные в линейной модели, хорошо согласуются с нелинейными стационарными структурами, наблюдаемыми на экспериментальной установке [18 – 20, 15].

Центробежная неустойчивость развивается при любых больших значениях числа Маха при условии, что угловая скорость вращения центральной части Ω_1 (внутренней по отношению к скачку скорости) больше, чем угловая скорость вращения периферии Ω_2: $\Omega_1/\Omega_2 > 1$.

Такие скачки скорости (рис. 8а) наблюдаются в дисках половины спиральных галактик [35 – 38].

Физика центробежной неустойчивости похожа на физику неустойчивости Рэлея – Тейлора, которая описы-

[6] Используется естественная в данном случае цилиндрическая система координат r, φ, z; невозмущенное течение считается осесимметричным.

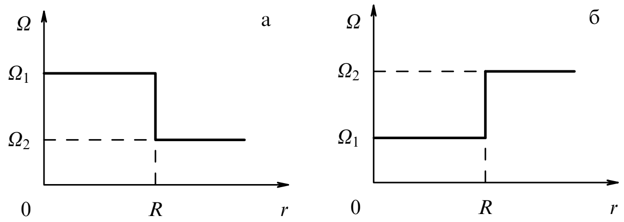

Рис. 8. Кривая вращения в случае центробежной неустойчивости (а) и в случае, когда эта неустойчивость отсутствует (б).

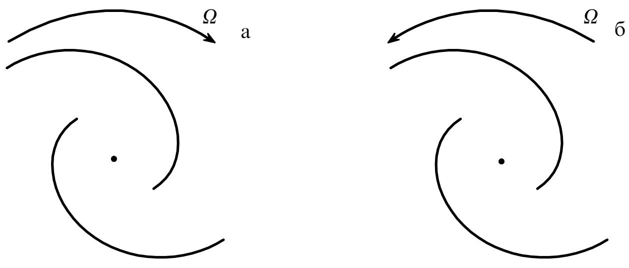

Рис. 9. Схематическое изображение отстающих (а) и лидирующих (б) спиральных волн. Стрелки указывают направления вращения мелкой воды.

вает ситуацию, когда более плотная жидкость лежит на менее плотной в поле силы тяжести. В случае центробежной неустойчивости центробежная сила в центральной части больше, чем на периферии, аналогично тому, как в неустойчивости Рэлея – Тейлора на более плотную жидкость действует бóльшая сила тяжести, чем на менее плотную.

Центробежная неустойчивость порождает отстающие спиральные волны, вращающиеся так, что концы спиралей направлены назад [18 – 20]. Поэтому эти волны имеют хорошую "аэродинамическую" форму (рис. 9а). Чем больше скачок скорости $\Delta\Omega$, тем меньшее число m отстающих спиральных волн генерируется центробежной неустойчивостью [18 – 20].

4.2. Теоретическое предсказание неустойчивости сверхотражения на вращающейся мелкой воде. Схема установки [39, 40]

Сдвиговый слой является источником гидродинамических неустойчивостей. Самые сильные из них — неустойчивость Кельвина – Гельмгольца и центробежная. Однако при соответствующем выборе параметров установки они могут быть подавлены.

Для простоты в основном рассмотрим поток лишь с одним разрывом на кривой вращения $\Omega_0(r)$: $\Omega_0(r) = \Omega_1$ при $r < R$ и $\Omega_0(r) = \Omega_2$ при $r > R$ (рис. 8б). Полагаем

$$0 \leqslant \bar{q} = \frac{\Omega_1}{\Omega_2} < 1 \,. \tag{71}$$

В этом случае центробежная неустойчивость подавлена.

В реальном эксперименте в области скачка скорости за счет вязкого расплывания образуется переходный слой с характерной шириной $\sim 2H_0$, где H_0 — глубина слоя. Последняя полагается малой по сравнению со всеми характерными размерами задачи. Таким образом, чтобы разобраться в ситуации на качественном уровне, достаточно проанализировать резкий разрыв на кривой вращения (для этого обсудим эффекты конечной ширины скачка скорости в следующем разделе).

Скачок скорости на разрыве характеризуется числом Маха

$$M \equiv R\,\frac{\Omega_2 - \Omega_1}{c_{s0}}\,, \tag{72}$$

где c_{s0} — скорость звука. По аналогии с плоским скачком скорости для вращающейся мелкой воды неустойчивость Кельвина – Гельмгольца подавляется при $M \geqslant M_{cr}$. Наш численный анализ показывает, что в отличие от плоского сдвигового слоя, где $M_{cr} = 2\sqrt{2}$, для цилиндрического тангенциального разрыва $2 < M_{cr} < 2\sqrt{2}$. При этом точная граница устойчивости немного меняется при изменении номера азимутальной моды m. Далее мы считаем число Маха достаточно большим для того, чтобы подавить неустойчивость Кельвина – Гельмгольца.

Дисперсионное уравнение для изучения неустойчивости сдвигового слоя на мелкой воде со свободной поверхностью может быть получено из линеаризованных гидродинамических уравнений невязкой среды [11]:

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial v_r}{\partial t} + \Omega_0\,\frac{\partial}{\partial \varphi}\,v_r - 2\Omega_0 v_\varphi = -\frac{\partial}{\partial r}(c_{s0}^2\eta)\,,\\
&\frac{\partial v_\varphi}{\partial t} + \Omega_0\,\frac{\partial}{\partial \varphi}\,v_\varphi + \frac{\varkappa^2}{2\Omega_0}\,v_r = -\frac{1}{r}\,\frac{\partial}{\partial \varphi}(c_{s0}^2\eta)\,,\\
&\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{1}{rH_0}\,\frac{\partial}{\partial r}(rH_0 v_r) + \frac{1}{r}\,\frac{\partial}{\partial \varphi}(\eta\Omega_0 r + v_\varphi) = 0\,,
\end{aligned} \tag{73}$$

где v_r, v_φ — радиальная и азимутальная возмущенные скорости соответственно, H_0 — глубина мелкой воды (полагается постоянной); $\eta = h/H_0$ — нормированное возмущение глубины; $\Omega_0(r)$ — угловая скорость вращения, $\varkappa$ — эпициклическая частота: $\varkappa(r) = (4\Omega_0^2 + r\,\mathrm{d}\Omega_0^2/\mathrm{d}r)^{1/2}$. Роль скорости звука c_{s0} выполняет скорость распространения длинных гравитационных волн: $c_{s0} = (gH_0)^{1/2}$, где g — гравитационное ускорение. Будем искать общее решение в виде

$$f(r,\varphi,t) = \mathrm{Re}\left[\sum_m \int f(r)\exp\left[\mathrm{i}(m\varphi - \omega t)\right]\mathrm{d}\omega\right], \tag{74}$$

где $\omega = \mathrm{Re}\,\omega + \mathrm{i}\,\mathrm{Im}\,\omega$. В рамках линейного приближения (так как нас интересует изучение "линейной" неустойчивости), можно воспользоваться принципом суперпозиции, т.е. рассматривать отдельную m-ю гармонику ($m \geqslant 1$).

В случае произвольной непрерывной кривой вращения и произвольного профиля скорости звука система дифференциальных уравнений (73) может быть сведена к следующим уравнениям [11]:

$$\begin{aligned}
&\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r}(c_{s0}^2\eta) = \frac{2m\Omega}{r\hat\omega}\,c_{s0}^2\eta - (\varkappa^2 - \hat\omega^2)\xi\,,\\
&\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r}(rH_0\xi) = -rH_0\left[\left(1 - \frac{m^2c_{s0}^2}{r^2\hat\omega^2}\right)\eta + \frac{2\,m\Omega_0}{r\hat\omega}\,\xi\right]
\end{aligned} \tag{75}$$

с соответствующими граничными условиями. Здесь $\xi(r)$ — возмущенное радиальное лагранжево смещение, определенное согласно равенству $v_r = -\mathrm{i}\hat\omega(r)\xi(r)$, $\hat\omega = \omega - m\Omega_0$.

В случае резкого разрыва на кривой вращения (рис. 8б) относительные возмущения глубины мелкой воды на обеих сторонах разрыва представляют собой функции Бесселя:

$$\eta(r) = C_1 H_m^{(1)}(kr) + C_2 H_m^{(2)}(kr)\,, \tag{76}$$

где $H_m^{(1,2)}$ — функции Хенкеля первого и второго рода. Аналог радиального волнового числа k зависит от частоты возмущения ω:

$$k^2 = \frac{\hat\omega^2 - 4\Omega_0^2}{c_{s0}^2}\,. \tag{77}$$

Так как кривая вращения является кусочно-постоянной функцией, то волновые числа на обеих сторонах скачка также постоянны (обозначим их как k_1 и k_2 для внутренней и внешней области соответственно). Для простоты предположим, что внутренняя стенка расположена в $R_a = 0$, внешняя стенка — в $R_b \to \infty$.

Из граничных условий и условий сшивки на тангенциальном разрыве можно получить дисперсионное уравнение [11]:

$$\alpha_1\left[(x-1)^2 - \frac{4}{m^2}\right] - \alpha_2\left[(x-\bar q)^2 - \frac{4\bar q^2}{m^2}\right] + \alpha_1\alpha_2\,\frac{\bar q^2 - 1}{m^2} = 0\,, \tag{78}$$

где

$$\alpha_1 = \frac{2\bar q}{x - \bar q} - k_1 R\,\frac{J_m'(k_1R)}{J_m(k_1R)}\,,\quad \alpha_2 = \frac{2}{x-1} - k_2 R\,\frac{H_m'^{(1)}(k_2R)}{H_m^{(1)}(k_2R)}\,.$$

Здесь функции $J_m'(z)$, $H_m'^{(1)}(z)$ обозначают производные от $J_m(z)$, $H_m^{(1)}(z)$ по аргументу r и введена безразмерная собственная частота $x = \omega/(m\Omega_2)$.

Искомые собственные частоты являются решениями этого дисперсионного уравнения, откуда могут быть найдены k_1 и k_2.

Если действительная часть волнового числа намного больше, чем мнимая, то собственная функция (76) описывает волновое решение. В противном случае, собственная функция экспоненциально нарастает или убывает.

Из (77) можно найти, что k_1 действительно, если

$$\mathrm{Re}\,x > \bar q\left(1 + \frac{2}{m}\right), \tag{79}$$

и k_2 действительно, если

$$\mathrm{Re}\,x < 1 - \frac{2}{m}\,. \tag{80}$$

Эти соображения помогают дать качественную классификацию мод в соответствии с их поведением во внутренней и внешней (по отношению к скачку скорости) областях. В зависимости от того, являются k_1 и k_2 действительными или мнимыми, выделим три различных случая.

1. *Моды I типа*: k_1 *и* k_2 *— действительны.* В этом случае решения на обеих сторонах Ω_0-скачка имеют волновой характер. Это возможно, если азимутальное число

$$m > \frac{2}{1 - \mathrm{Re}\,x}\,. \tag{81}$$

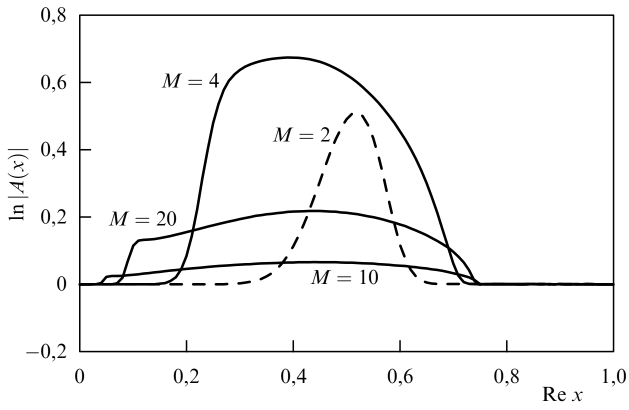

Рис. 10. Зависимость логарифма модуля коэффициента отражения $\ln|A(x)|$ от $\operatorname{Re} x$ при $m = 8$, $\bar{q} = 0$ и разных числах Маха M. При $M = 4{,}2$ максимумы кривых уменьшаются с M при любых значениях азимутального номера моды m. Заметим, что в случае цилиндрического тангенциального разрыва усиление может возникать уже при $M > 1$ (тогда как в случае плоскопараллельного разрыва только при $M > 2$).

Из этого неравенства (с учетом того, что для неустойчивых мод $\bar{q} < \operatorname{Re} x < 1$) следует, что минимальное число рукавов в неустойчивых волновых узорах этого типа равно $m = 3$.

Рассмотрим случай $\bar{q} = 0$. Волна во внутренней части распространяется между левой стенкой (в начале отсчета при $r = 0$) и Ω_0-скачком. При определенных условиях эта волна отражается от разрыва с амплитудой большей, чем амплитуда падающей волны (сверхотражение) в полной аналогии с эффектом Майлса – Рибнера (рис. 10).

При наличии обратной связи это приводит к неустойчивым решениям, описанным Колыхаловым [41] в плоской геометрии. Число неустойчивых мод может быть большим. Действительные части собственных частот можно определить из уравнения

$$J'_m(k_1 R) = 0\,. \tag{82}$$

Так как $k_1 R$ имеет порядок большого параметра Mm, то число мод этого типа имеет порядок Mm/π.

Если $x_n^{(0)}$ — корни уравнения (82), то собственные частоты описываются приближенной формулой

$$\frac{x_n}{x_n^{(0)}} = 1 - \frac{1}{M^2} + \mathrm{i}\,\frac{m}{M^3}\left[\left(1 - x_n^{(0)}\right)^2 - \frac{4}{m^2}\right]^{1/2}. \tag{83}$$

2. *Моды II типа*: k_1 — *действительное*, k_2 — *мнимое*. Во внутренней области существует решение волнового типа, во внешней области — экспоненциальное решение. Это происходит, если $\operatorname{Re} x > 1 - 2/m$. Для этих частот, однако, внутренняя волна не может усиливаться на разрыве, как это следует из рис. 10.

Тем не менее численные расчеты показывают, что одна мода этого типа существует для любого $m \geqslant 1$. При постепенном изменении числа Маха она, чередуясь, становится нейтральной или неустойчивой.

Действительная часть частоты при $M \gg m \gg 1$ приближенно равна

$$x_0 = 1 - \frac{1}{M} + \frac{2{,}25}{M^2} + \ldots \tag{84}$$

Максимум мнимой частоты имеет порядок

$$\max \operatorname{Im} x \sim \frac{1 - x_0}{M}\,\sqrt{2x_0} \sim \frac{1}{M^2}\,\sqrt{2x_0}\,. \tag{85}$$

3. *Моды III типа*: k_1 — *мнимое*, k_2 — *действительное*. Во внутренней области существует экспоненциальное решение, во внешней — решение волнового типа. Эта ситуация возможна только если $\bar{q} > 0$ и $\operatorname{Re} x < \bar{q}(1 + 2/m)$.

Можно аналитически показать, что одна мода этого типа существует при условии, что азимутальное число $m \geqslant 3$. Приближенные уравнения для действительной и мнимой частей x довольно громоздки, поэтому здесь они в явном виде не приводятся. Действительная часть близка к пределу: $x_0 = \bar{q}(1 + 2/m)$. Мнимая часть в предельном случае $M \gg m \gg 1$ имеет порядок

$$\operatorname{Im} x \sim \bar{q}\,\frac{2}{M^3}\,\sqrt{m^2 - 4}\,. \tag{86}$$

Неустойчивые моды этого типа имеют излучательную природу: они нарастают благодаря излучению в бесконечность волны отрицательной энергии.

Аналитические и численные расчеты для умеренных значений M и m,

$$2{,}2 < M < 6\,, \qquad m < 10\,, \tag{87}$$

показывают, что инкременты мод I и II типа сравнимы, в то время как инкременты мод III типа намного меньше. По этой причине последние вряд ли можно обнаружить в эксперименте. Что касается первых двух типов, их инкременты будут максимальны, когда $|\Omega_2 - \Omega_1|$ максимально, т.е. когда $\bar{q} = \Omega_1/\Omega_2 = 0$. Поэтому и в дальнейшем мы рассматриваем случай $\Omega_1 = 0$.

Если принять во внимание внешнюю границу системы при $r = R_{\mathrm{b}}$, то дисперсионное уравнение (78) модифицируется, а его численное решение показывает, что при достаточно больших значениях числа Маха для каждой азимутальной моды $m \geqslant 1$ могут возникать неустойчивые решения (соответствующие неустойчивости сверхотражения). При любом заданном m эти решения соответствуют одному из описанных ранее типов I или II.

Типичное поведение неустойчивых корней, относящихся к неустойчивости сверхотражения, при изменении числа Маха для данного m показано на рис. 11. Буквой A на рисунке помечены решения, соответствующие модам типа II; буквой B помечены самые неустойчивые решения, соответствующие модам типа I (с практически экспоненциальным затуханием амплитуды во внутренней области от Ω_0-скачка к центру). Индексы у A и B соответствуют числу максимумов радиальной функции $\eta(r)$ в волновой зоне (для A — во внутренней части, для B — во внешней части). Это означает, например, что неустойчивое решение A_2 — это мода типа II с двумя узлами вдоль спирального рукава во внутренней части.

Зависимость, изображенная на рис. 11, выявляет резонансное поведение неустойчивых собственных частот, соответствующих неустойчивости сверхотражения. По этой причине в эксперименте при изменении числа Маха могут наблюдаться различные моды.

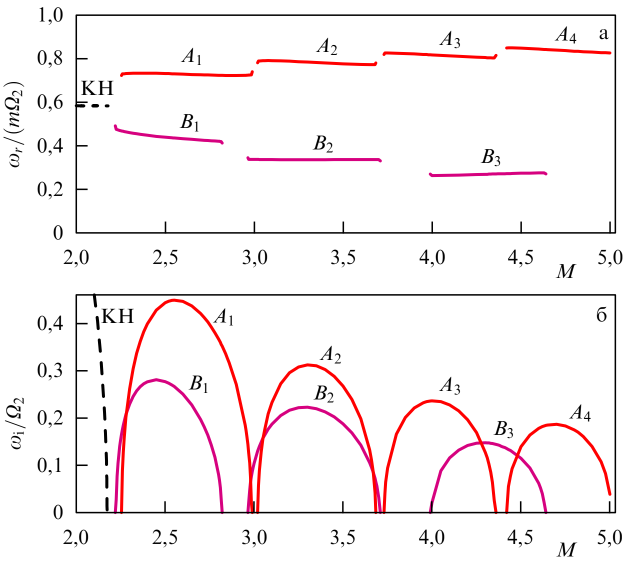

Рис. 11. Зависимость безразмерных собственных частот от числа Маха при $m=5$, полученная в результате численного решения модифицированной версии уравнения (78) для случая, когда в систему добавляются внутренняя и внешняя твердые стенки на радиусах $0{,}04R$ и $1{,}7R$ соответственно: (а) нормированная действительная часть частоты, т.е. фазовая угловая скорость генерируемой спиральной структуры; (б) нормированная мнимая часть частоты, т.е. инкремент нарастания возмущений; A_j — неустойчивая мода типа II, j — число узлов в волновой области (во внутренней части); B_k — неустойчивая мода типа I, k — число узлов во внешней области; пунктир КН в левых частях рисунков — неустойчивая мода Кельвина – Гельмгольца.

4.3. Схема эксперимента для лабораторного моделирования неустойчивости сверхотражения

Рассмотрим реалистичную модель вращающегося сдвигового слоя. Параметры этой модели тщательно подбираются таким образом, чтобы удовлетворить определенным физическим условиям и максимизировать инкремент неустойчивости сверхотражения, который должен преобладать по величине над вязким затуханием и дисперсионным расплыванием. Тогда эти оптимальные параметры могут использоваться при конструировании экспериментальной установки для изучения неустойчивости сверхотражения.

Предлагаемая геометрия экспериментальной установки показана на рис. 12. Она состоит из двух частей: одна внутри другой. Внутренняя часть — неподвижный горизонтальный диск с радиусом $R_{\rm in}$. Внешняя часть — коническая поверхность с внутренним радиусом $R_{\rm in}$ и

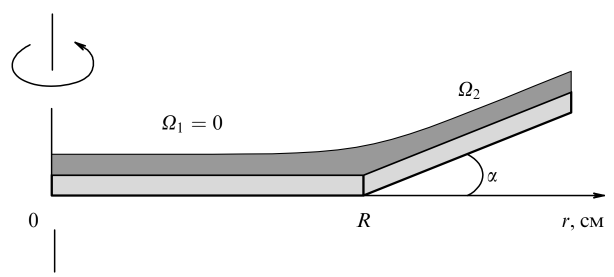

Рис. 12. Геометрия эксперимента.

внешним радиусом $R_{\rm out}$. В предлагаемом эксперименте длины волн, генерируемых на поверхности мелкой воды, должны в несколько раз превышать капиллярную длину волны для воды (1,73 см) для того, чтобы можно было пренебречь эффектами поверхностного натяжения.

В полученную емкость наливается небольшое количество воды так, чтобы жидкость тонким слоем покрывала поверхность обеих частей дна (во время вращения внешней части). Глубина слоя воды — несколько миллиметров. Она должна быть в несколько раз больше толщины экмановского слоя [21], но достаточно малой, чтобы оставаться в приближении мелкой воды [7].

Профиль дна внешней части должен выбираться таким образом, чтобы глубина мелкой воды была по возможности равномерной. В реальной ситуации невозмущенная свободная поверхность при $r > R$ имеет форму, близкую к параболоидной. Однако форма параболоида зависит от угловой скорости внешней части. Следовательно, условие постоянства глубины мелкой воды может быть строго выполнено только для определенного значения угловой скорости. Если скачок скорости фиксирован, единственным способом изменить число Маха является изменение глубины мелкой воды. Однако этот метод менее удобен, чем изменение скорости вращения. Поэтому мы предлагаем постоянный наклон внешней части дна ($\alpha_0 \approx 15^\circ$), который позволяет считать глубину примерно постоянной в диапазоне чисел Маха $2{,}2 < M < 6{,}0$.

Сдвиговый слой скорости в предлагаемой экспериментальной установке не является бесконечно узким. По этой причине необходимо рассмотреть влияние сглаживания скачка скорости на механизм генерации неустойчивых мод. Поэтому в дополнение к резкому разрыву было также проведено исследование небольшого размывания скачка за счет вязкости

$$\Omega(r) = \frac{\Omega}{2}\left(1 + \tanh\frac{r-R}{L}\right), \tag{88}$$

где L — ширина сглаживания тангенциального разрыва, $L \leqslant H_0$.

Такая динамическая система может быть рассмотрена с помощью численного анализа. Вместо того, чтобы решать дисперсионное уравнение, следует численно решить задачу на собственные значения для системы (75) с соответствующими граничными условиями.

Главный результат этих вычислений заключается в том, что при малом сглаживании тангенциального разрыва, рассмотренного ранее, инкременты неустойчивых решений уменьшаются — неустойчивость сверхотражения ослабляется. Однако инкременты все же остаются достаточно большими, чтобы можно было ожидать, что неустойчивость сверхотражения проявит себя в эксперименте. При заданном числе Маха моды, отличающиеся типом и азимутальным числом, могут иметь близкие инкременты. Тем не менее с увеличением числа Маха можно наблюдать монотонное уменьшение числа m рукавов наиболее неустойчивой моды (если увеличение числа Маха достигается ростом угловой скорости Ω вращения периферии).

Волновые узоры, полученные в нашем численном моделировании для кривой вращения (88), показаны на рис. 13 – 15. Во всех случаях $L = H_0/2$. Направление вращения узоров и периферии — против часовой стрелки.

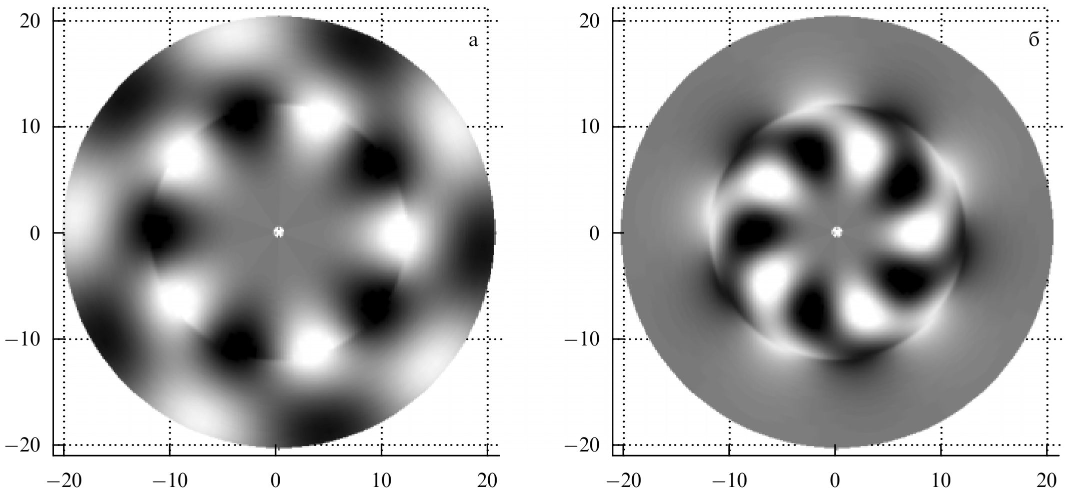

Рис. 13. Неустойчивые моды B_1 с пятью рукавами типа I (а) и A_1 типа II (б), полученные из численного решения задачи (75) на собственные значения. Число Маха $M = 2{,}7$.

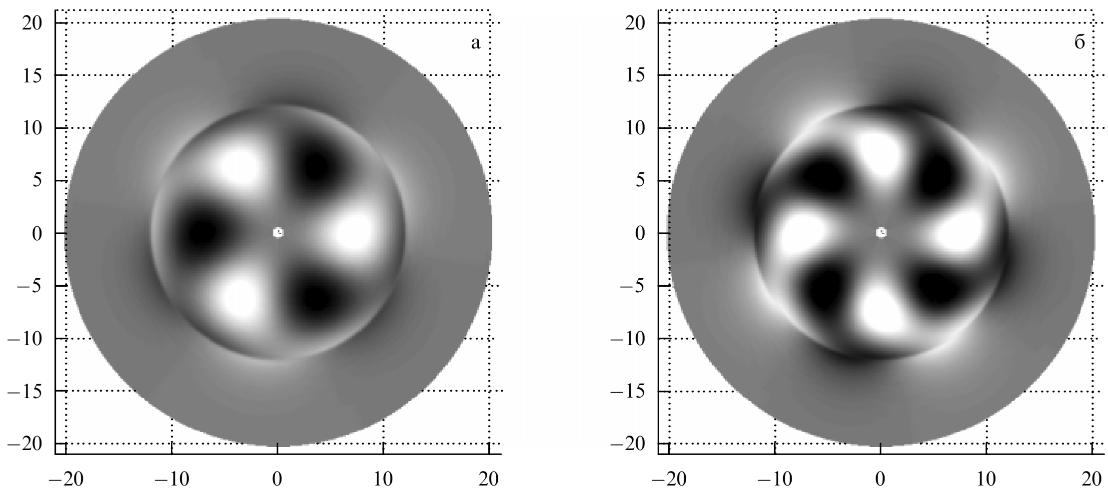

Рис. 14. Трехрукавная (а) и четырехрукавная (б) неустойчивые моды (A_1) типа II. Число Маха $M = 2{,}8$.

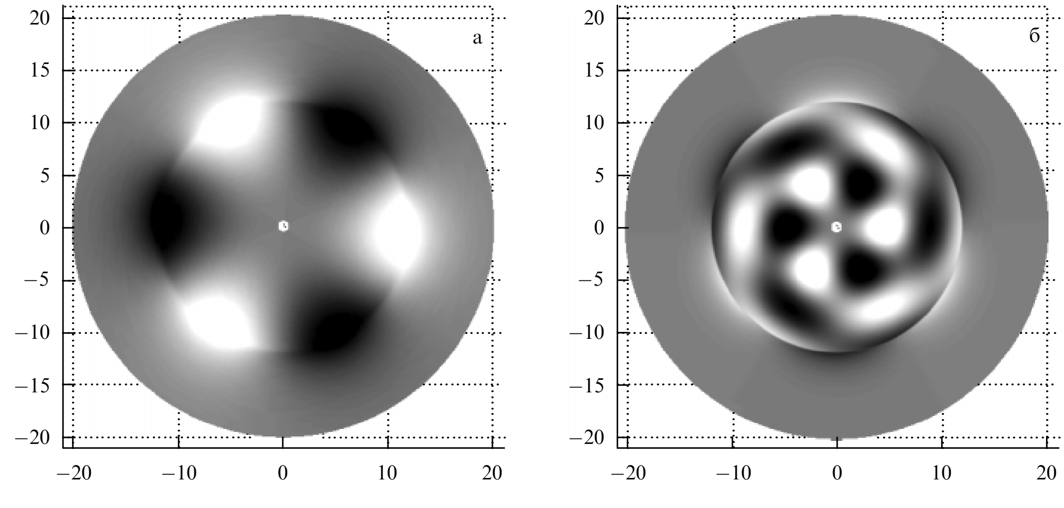

Рис. 15. Неустойчивые трехрукавные моды Кельвина – Гельмгольца для числа Маха $M = 2{,}0$ (а) и сверхотражения (A_2) типа II для числа Маха $M = 4{,}2$ (б).

На рисунке 13 показаны два узора с пятью рукавами, которые могут образоваться в ходе развития неустойчивости сверхотражения при числе Маха $M = 2{,}7$.

На рисунке 14 изображены узоры неустойчивых мод с тремя и четырьмя рукавами, которые могут развиться при неустойчивости сверхотражения в случае $M = 2{,}8$.

На рисунке 15 для сравнения приведены узоры трехрукавных неустойчивых мод Кельвина–Гельмгольца и сверхотражения.

Таким образом, наше исследование показало, что неустойчивость сверхотражения генерирует структуры с волновыми узорами, которые показаны на рис. 13б, 14б и 15б. Эти крупномасштабные структуры представляют собой лидирующие спирали (рис. 9б), генерируемые областью сглаженного скачка скорости вращения.

При фиксированном номере m азимутальной гармоники зависимость инкремента от числа Маха для двух основных найденных семейств (I и II типов) неустойчивых корней сверхотражения имеет резонансный характер (см. рис. 11).

Поскольку с ростом числа Маха максимумы инкрементов быстро убывают, то рекомендуемый диапазон экспериментального исследования неустойчивости сверхотражения соответствует $2{,}2 < M < 4{,}5$. С учетом сглаживания скачка скорости до значений полуширины $L \sim H_0/2$ мелкомасштабные структуры ($m \gtrsim 8$) стабилизируются. При увеличении числа Маха в указанном диапазоне может наблюдаться перестройка мод (в соответствии с их максимальными инкрементами) от $m \sim 6, 7$ к $(m-1), (m-2), \ldots$, вплоть до $m = 3, 4$.

Волновые узоры, возникающие при развитии неустойчивости сверхотражения, отличаются от узоров, генерируемых неустойчивостью Кельвина–Гельмгольца (рис. 15а). Последние представляют собой практически радиальные структуры, монотонно убывающие по обеим сторонам от разрыва угловой скорости.

Помимо этого, волновые узоры, возбуждаемые неустойчивостью сверхотражения, отличаются от узоров, создаваемых центробежной неустойчивостью. Последняя неустойчивость генерирует отстающие (рис. 9а) туго закрученные спирали, локализованные вблизи скачка скорости. Центробежный механизм способен возбуждаться лишь при достаточно быстром убывании угловой скорости вращения с радиусом (быстрее, чем $\sim r^{-2}$, в области скачка).

4.4. Экспериментальное открытие неустойчивости сверхотражения на установке с вращающейся мелкой водой [42]

В соответствие с изложенным выше гладкий слой со свободной поверхностью расположен на дифференциально вращающемся дне. Исходные уравнения двумерной гидродинамики, описывающие эволюцию поверхности жидкости, изложены в монографии [21]. Скорость звука в этих уравнениях соответствует величине $(gH)^{1/2}$, где g — ускорение свободного падения, а H — толщина жидкого слоя. Угловая скорость вращения растет с радиусом, подавляя тем самым сильную центробежную неустойчивость [18]. Другой механизм, способный препятствовать эксперименту, это неустойчивость тангенциального разрыва. Последняя практически не развивается в сверхзвуковом режиме, где как раз может генерироваться неустойчивость сверхотражения. Если в установке выполняется условие $\Omega_2 > \Omega_1$ (Ω_1 и Ω_2 — угловые скорости вращения в центральной и периферийной частях соответственно), то при этом не развивается также и конкурирующая центробежная неустойчивость [18]. В то же время для развития неустойчивости сверхотражения это условие не является помехой.

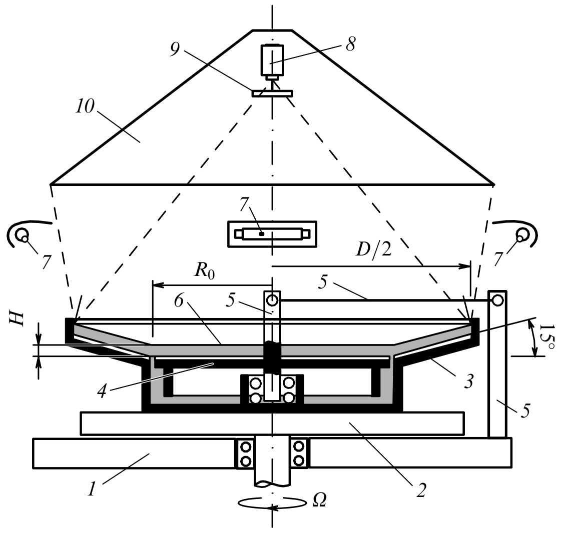

Рис. 16. Схема установки: *1* — неподвижная плита, *2* — поворотно-вращающийся столик с угловой скоростью Ω_0, *3* — вращающийся сосуд с коническим дном, *4* — неподвижная плоская часть дна, *5* — аксиальный столб диаметром 8 мм, погруженный в жидкий слой, *6* — слой зеленоватой жидкости (со свободной поверхностью), *7* — белые галогеновые лампы, *8* — черно-белая камера, *9* — красный светофильтр, *10* — черно-матовый экран.

Наши эксперименты были выполнены на установке, показанной на рис. 16. Тонкий слой жидкости покрывал дно объема, напоминающего "сковородку". Внешняя часть дна, вращающаяся с угловой скоростью Ω_0, была коническая (угол составлял 15°). Внутренняя часть дна была неподвижной, $\Omega_0 = 0$. Механическое взаимодействие жидкости с дном обеспечивалось силами вращения с резким скачком скорости в зоне между соответствующими частями слоя, внешней "периферией" с внешним диаметром $D = 41$ см и внутренним "ядром".

Установка была снабжена черно-белой телекамерой. Для получения полей возмущений толщины слоя использовался метод оптической денситометрии, который хорошо работает при наличии белого дна [15, 43]. Жидкость представляла собой обыкновенную воду, подкрашенную в зеленый цвет, так что через красный светофильтр утолщения слоя выглядели более темными, чем области меньшей поверхностной плотности. Относительные возмущения в экспериментах были меньше 20 %.

Эксперимент начинался со стационарного режима, в котором жидкость покрывала полностью дно слоем столь тонким, сколь это было возможно. Ядро оставалось неподвижным, в то время как периферия вращалась как твердое тело. Число Маха $M = \Omega_0 R_0/(gH)^{1/2}$ очень медленно уменьшали, понижая скорость вращения Ω_0, или увеличивали толщину жидкости H, добавляя жидкость в сосуд. (Величина H измерялась около центра ядра.) При некотором значении $M_0 \equiv M(R_0)$ толщина слоя становилась возмущенной в круговой зоне ядра, граничащей с вращающейся периферией. Возмущения появляются на периферии в виде почти радиальных

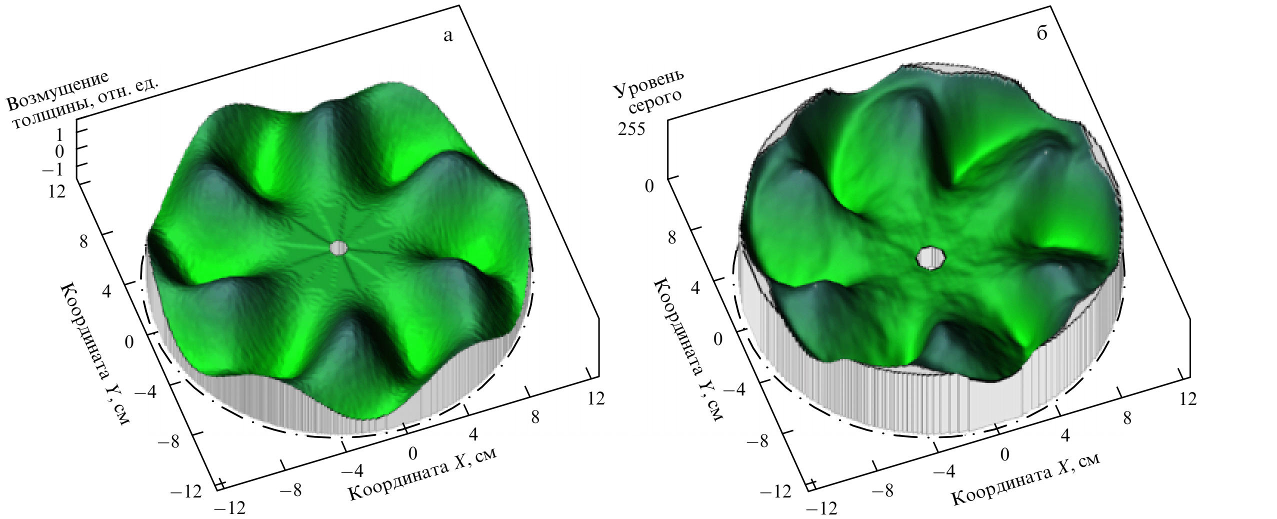

Рис. 17. Типичные структуры с модой $m = 6$, генерируемые неустойчивостью сверхотражения. (а) Теоретически вычисленная собственная функция в процессе развития неустойчивости сверхотражения [39, 40] ($H = 5{,}0$ мм, $\Omega_0 = 4{,}83$ рад с$^{-1}$ ($M_0 = 2{,}62$), $\Omega_{\rm ph} = 4{,}25$ рад с$^{-1}$ ($M_{\rm ph0} = 2{,}30$), характерная ширина области шира близка к H). Направление вращения по часовой стрелке. (б) Возмущение толщины слоя жидкости в эксперименте [42] в произвольных единицах ($H = 4{,}0$ мм, $\Omega_0 = 3{,}98$ рад с$^{-1}$ ($M_0 = 2{,}4$), $\Omega_{\rm ph} = 3{,}13$ рад с$^{-1}$ ($M_{\rm ph0} = 1{,}9$)). Можно видеть хорошее согласие экспериментальных результатов с теоретическими.

"спиц", изменяющихся по длине и ширине вдоль азимута при различных скоростях вращения. Спустя время, даже если величина M_0 остается неизменной, возникает беспорядок в ранее устойчивой одиночной структуре (волновой узор), вращающейся в том же самом направлении с постоянной угловой скоростью $\Omega_{\rm ph}$. Имея вращательную симметрию порядка m, структура явно показывает развитие гидродинамической неустойчивости с азимутальным волновым числом m (на рис. 17а приведена типичная структура $m = 6$, появляются также структуры с другим числом m). При дальнейшем уменьшении M_0 система вновь приходит в порядок и снова возникают родственные структуры все с бóльшим и бóльшим m. Увеличивая число M_0, мы наблюдаем обратные переходы к структурам с прогрессивно уменьшающимся числом m. При этом оба перехода — уменьшение и увеличение M_0 — проявляют признак гистерезиса, что свидетельствует о явной нелинейности наблюдаемых структур. Волновые числа наблюдаемых мод варьировались от 3 до 10. Можно было хорошо контролировать моды, появляющиеся на своем пороге устойчивость – неустойчивость. Число мод зависело от многих факторов: предыстории, временнóго режима изменения M_0, способа добавления жидкости, вязкости и т.д. Заметим, что наиболее устойчивыми к изменению условий оказались моды 5 и 6. Остальные характеристики менялись аналогично тому, как это было при центробежной неустойчивости [18]: $\Omega_{\rm ph}$ уменьшалась при уменьшении Ω_0 и возрастании числа m. При M_0 достаточно малом система оказывалась в зоне преобладания неустойчивости тангенциального разрыва (неустойчивость Кельвина – Гельмгольца), характеризуемого развитием азимутальных мод $m = 1$ и 2.

Чтобы идентифицировать наблюдаемую неустойчивость попробуем сравнить структуру, показанную на рис. 17б, с собственной функцией неустойчивости сверхотражения, вычисленной в теории [39, 40] для условий, физически близких к условиям эксперимента (рис. 17а). Собственная функция появляется как суперпозиция двух когерентных систем. В свою очередь, каждая система состоит из шести лидирующих спиральных волн, движущихся наружу по направлению к ширу скорости. На некотором расстоянии от шира движущиеся во внутрь волны оказываются более интенсивными, чем движущиеся наружу. Это в точности повторяет то, что ожидалось из теории [39, 40]. Сходство между парами рисунков совершенно замечательное, принимая во внимание, что сравниваются результаты *a priori* нелинейных структур, при генерации которых оказывает влияние вязкость, с результатами *de facto* линейной невязкой теории.

В процессе работы над обзором большую помощь автору оказали коллеги С.Г. Полторак, Е.В. Поляченко и Ю.М. Торгашин, за что я выражаю им свою искреннюю признательность. Настоящая работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант 05-02-17874а), а также Программы государственной поддержки ведущих научных школ России (грант НШ-7629.2006.2) и программы фундаментальных исследований Отделения физических наук РАН "Протяженные объекты во Вселенной" (проект "Коллективные процессы и структуры в астрофизических дисках").

Список литературы

1. Helmholtz H *Philos. Mag.* **36** 337 (1868)
2. Kelvin W *Philos. Mag. 5* **24** 188 (1887)
3. Rayleigh Lord *Proc. Math. Soc. London Ser. A* **93** 148 (1916)
4. Taylor G I *Philos. Trans. R. Soc. London Ser. A* **223** 289 (1923)
5. Lamb H *Hydrodynamics* 6th ed. (Cambridge: The Univ. Press, 1932) [Лэмб Г *Гидродинамика* (М.-Л.: Гостехиздат, 1947)]
6. Седов Л И *Механика сплошной среды* Т. 1, 2, 2-е изд. (М.: Наука, 1973) [Translated into English: Sedov L I *A Course in Continuum Mechanics* (Groningen: Wolters-Noordhoff, 1971)]
7. Ландау Л Д, Лифшиц Е М *Гидродинамика* (М.: Наука, 1986) [Landau L D, Lifshitz E M *Fluid Mechanics* (Oxford: Pergamon Press, 1987)]
8. Ландау Л Д *ДАН СССР* **44** 151 (1944) [Landau L D *C.R.* (*Dokl.*) *Acad. Sci. USSR* **44** 151 (1944)]
9. Сыроватский С И *ЖЭТФ* **27** 121 (1954)

10. Фридман А М *УФН* **160** (10) 179 (1990) [Fridman A M *Sov. Phys. Usp.* **33** 865 (1990)]
11. Фридман А М *ЖЭТФ* **98** 1121 (1990) [Fridman A M *Sov. Phys. JETP* **71** 627 (1990)]
12. Лойцянский Л Г *Механика жидкости и газа* (М.: Наука, 1973) [Translated into English: Loitsyanskiy L G *Mechanics of Liquids and Gases* (New York: Begell House, 1995)]
13. Горькавый Н Н, Фридман А М *Физика планетных колец*: *Небесная механика сплошной среды* (М.: Наука, 1994)
14. Fridman A, Gor'kavyi N *Physics of Planetary Rings*: *Celestial Mechanics of Continuous Media* (New York: Springer, 1999)
15. Nezlin M V, Snezhkin E N *Rossby Vortices, Spiral Structures, Solitons*: *Astrophysics and Plasma Physics in Shallow Water Experiments* (Berlin: Springer-Verlag, 1993)
16. Морозов А Г, Файнштейн В Г, Фридман А М *ДАН СССР* **228** 1072 (1976)
17. Михайловский А Б *Теория плазменных неустойчивостей* Т. 2, 2-е изд. (М.: Атомиздат, 1977) с. 31 [Translated into English: Mikhailovskii A B *Theory of Plasma Instabilities* Vol. 2 (New York: Consultants Bureau, 1974)]
18. Fridman A M et al. *Phys. Lett. A* **109** 228 (1985)
19. Морозов А Г, Незлин М В, Снежкин Е Н, Фридман А М *Письма в ЖЭТФ* **39** 504 (1984) [Morozov A G, Nezlin M V, Snezhkin E N, Fridman A M *JETP Lett.* **39** 613 (1984)]
20. Морозов А Г, Незлин М В, Снежкин Е Н, Фридман А М *УФН* **145** 161 (1985) [Morozov A G, Nezlin M V, Snezhkin E N, Fridman A M *Sov. Phys. Usp.* **28** 101 (1985)]
21. Pedlosky J *Geophysical Fluid Dynamics* (New York: Springer-Verlag, 1979) [Педлоски Дж *Геофизическая гидродинамика* Т. 1, 2 (М.: Мир, 1984)]
22. Незлин М В и др. *ЖЭТФ* **92** 3 (1987) [Nezlin M V et al. *Sov. Phys. JETP* **65** 1 (1987)]
23. Антипов С В и др. *Физика плазмы* **14** 1104 (1988) [Antipov S V et al. *Sov. J. Plasma Phys.* **14** 648 (1988)]
24. Сумин А А, Фридман А М, Хауд У А *Письма в Астрон. журн.* **17** 698 (1991) [Sumin A A, Fridman A M, Haud U A *Sov. Astron. Lett.* **17** 295 (1991)]
25. Jahnke E, Emde F, Lösch F *Tafeln höherer Funktionen* (Stuttgart: Teubner, 1960) [Янке Е, Эмде Ф, Леш Ф *Специальные функции* (М.: Наука, 1964)] [Translated into English: *Tables of Higher Functions* (New York: McGraw-Hill, 1960)]
26. Морозов А Г *Письма в Астрон. журн.* **3** 177 (1977)
27. Fridman A M, in *Dynamics of Astrophysical Discs* (Ed. J Sellwood) (Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1989) p. 185
28. Фридман А М *УФН* **177** 121 (2007) [Fridman A M *Phys. Usp.* **50** 115 (2007)]
29. Miles J W *J. Acoust. Soc. Am.* **29** 226 (1957)
30. Ribner H S *J. Acoust. Soc. Am.* **29** 435 (1957)
31. McIntaier M E *J. Fluid Mech.* **106** 454 (1981)
32. Степанянц Ю А, Фабрикант А Л *УФН* **159** 83 (1989) [Stepanyants Yu A, Fabrikant A L *Sov. Phys. Usp.* **32** 783 (1989)]
33. Blumen W, Drazin P G, Billings D F *J. Fluid Mech.* **71** 305 (1975)
34. Антипов С В и др. *Письма в ЖЭТФ* **37** 319 (1983) [Antipov S V et al. *JETP Lett.* **37** 378 (1983)]
35. Афанасьев В Л и др. *Астрофизика* **28** 243 (1988) [Afanasiev V L et al. *Astrophys.* **28** 142 (1988)]
36. Афанасьев В Л и др. *Астрофизика* **29** 155 (1988) [Afanasiev V L et al. *Astrophys.* **29** 497 (1988)]
37. Афанасьев В Л и др. *Астрон. журн.* **68** 1134 (1991) [Afanasev V L et al. *Sov. Astron.* **35** 569 (1991)]
38. Афанасьев В Л и др. *Астрон. журн.* **69** 19 (1992) [Afanasev V L et al. *Sov. Astron.* **36** 10 (1992)]
39. Fridman A M et al., in *Astrophysical Disks*: *Collective and Stochastic Phenomena* (Astrophysics and Space Science Library, Vol. 337, Eds A M Fridman, M Ya Marov, I G Kovalenko) (Dordrecht: Springer, 2006) p. 3
40. Fridman A M et al. *Phys. Lett. A* **349** 198 (2006)
41. Колыхалов П И *Изв. АН СССР. Сер. Механика жидкости и газа* (3) 145 (1984)
42. Fridman A M et al. (submitted to *Phys. Lett.*)
43. Рылов А Ю, Снежкин Е Н, Титишов К Б *Астрон. журн.* **81** 306 (2004) [Rylov A Yu, Snezhkin E N, Titishov K B *Astron. Rep.* **48** 275 (2004)]

Prediction and discovery of giant, velocity-jump-driven hydrodynamic instabilities: theory and experiments

A.M. Fridman
Institute of Astronomy, Russian Academy of Sciences,
ul. Pyatnitskaya 48, 119017 Moscow, Russian Federation
Tel. (*7-495*) *951-79 93. Fax* (*7-495*) *230-20 81*
E-mail: *afridman@inasan.rssi.ru*
Russian Research Centre "Kurchatov Institute", Institute of Physics of Stochastic Structures,
pl. Kurchatova 1, 123182 Moscow, Russian Federation

Theoretical and experimental detection of extreme hydrodynamical instabilities of Kelvin-Helmholtz, centrifugal, and overreflection types is outlined. The author's prediction and discovery of the two latter instability types are discussed and his revision of the former type as it operates in real systems is presented.

PACS numbers: **47.20.–k**, **47.80.–v**, 98.52.Nr DOI: 10.3367/UFNr.0178.200803a.0225

Bibliography — 43 references *Received 5 October 2007, revised 20 December 2007*

Uspekhi Fizicheskikh Nauk **178** (3) 225 – 242 (2008) *Physics – Uspekhi* **51** (3) (2008)