- 38. Kistenmacher T J Phys. Rev. B 36 7197 (1987)
- 39. Shpanchenko R V et al. Physica C 280 272 (1997)
- Van Tendeloo G, Lebedev O I, Shpanchenko R V, Antipov E V J. Electron Microsc. 46 23 (1997)
- 41. Abakumov A M et al. J. Solid State Chem. 149 189 (2000)
- 42. Hadermann J et al. J. Solid State Chem. 156 445 (2001)
- 43. Aurivillius B Ark. Kemi 4 39 (1952)
- 44. Jin C-Q et al. Nature 375 301 (1995)

PACS numbers: 74.20.Mn, **74.72. – h** DOI: 10.3367/UFNr.0178.200802i.0202

С купратным багажом к комнатнотемпературной сверхпроводимости

Ю.В. Копаев, В.И. Белявский, В.В. Капаев

1. Проблемы и достижения физики купратов

После открытия высокотемпературной сверхпроводимости (ВТСП) купратов в 1986 г. [1], когда было существенно превышено рекордно высокое для обычных сверхпроводников значение критической температуры $T_c = 23,2$ К (в кристалле Nb₃Ge) и достигнута температура сверхпроводящего (SC) перехода $T_c \approx 30$ К в керамике La_{2-x}Ba_xCuO_{4+ δ}, в течение одного года рекорд T_c превысил 90 К (в керамике YBa₂Cu₃O_{6+ δ}). Дальнейший направленный поиск и создание новых SC-материалов позволил в 1994 г. довести T_c до 138 К (в соединении HgBa₂Ca₂Cu₃O_{8+ δ}, легированном Tl) и поставить вопрос, возможно, даже о комнатнотемпературной сверхпроводимости.

Исследования последних двадцати лет не привели к согласию относительно механизма сверхпроводимости купратных соединений и построению теории, подобной теории обычных сверхпроводников Бардина, Купера и Шриффера (БКШ) [2]. Несмотря на это, нельзя не признать значительный прогресс в понимании природы сверхпроводимости купратов, который достигнут за эти годы.

Слоистые квазидвумерные (2D) купраты, определяющим структурным элементом которых является плоскость CuO₂ (одна или несколько в элементарной ячейке), отличаются от обычных сверхпроводников не только высокими значениями T_c: в них проявляется комплекс физических свойств, не вписывающихся в схему БКШ. Носители заряда в купратах возникают в результате допирования плоскостей CuO₂ родительского антиферромагнитного (AF) диэлектрика при неизовалентном замещении атомов или создании вакансий кислорода в зарядовых резервуарах вне проводящих плоскостей. Расстояние между эквивалентными плоскостями CuO₂ в соседних элементарных ячейках велико по сравнению с расстоянием между соседними атомами меди в плоскости, следствием чего является сильная анизотропия проводимости при температурах выше T_c и 2D-когерентность SC-состояния при температурах ниже T_c .

В отсутствие внешнего магнитного поля термодинамическое состояние допированного купратного соединения может быть описано температурой T и концентрацией носителей в плоскости CuO₂ (уровнем допирования x). На соответствующей фазовой диаграмме (рис. 1)



Рис. 1. Типичная фазовая диаграмма купратов с дырочным допированием. Температуры Нееля (T_N) и SC-перехода (T_c) ограничивают области с дальним AF- и SC-упорядочением соответственно. Области сильной псевдощели (sPG) и слабой псевдощели (wPG) разделяются температурой кроссовера T_s^* . Температура T^* отделяет слабую псевдощель от нормальной ферми-жидкости (FL). Показаны области, в которых возникают связанные состояния (BS) и квазистационарные состояния (QSS) К-пар, а также область существования и BS, и QSS.

область SC-состояния соответствует некоторому интервалу допирования $x_* < x < x^*$, внутри которого при оптимальном допировании x_{opt} температура SC-перехода достигает максимального значения. Концентрации $x \leq x_{opt}$ соответствуют недодопированным, а $x \geq x_{opt}$ передопированным купратам.

При $x \gtrsim x_{opt}$ и $T > T_c$ купраты являются "плохими" ферми-жидкостями, а при $x \le x_{opt}$ в широком температурном диапазоне $T_c < T < T^*$ проявляется псевдощелевое состояние, о природе которого сегодня нет единой точки зрения [3]. Щелевой спектр квазичастиц при $T > T_c$ показывает, что SC-фаза возникает не из ферми-жидкости, а из некоторого диэлектрического состояния, так что вблизи линии SC-перехода имеет место конвергенция близких по структуре и энергии основных состояний диэлектрика и сверхпроводника. Это соответствует представлению о сильных корреляциях в купратах, приводящих к конкурирующим синглетным состояниям d-волнового сверхпроводника и диэлектрической фазы с потоком [4].

Псевдощелевое состояние делится на сильную псевдощель, непосредственно примыкающую к Т_с и существующую в достаточно широком температурном диапазоне $T_c < T \leq T_s^*$, и слабую псевдощель между T_s^* и T^* . Сильная псевдощель с заметным усилением и нелинейностью диамагнитного отклика [5, 6] и гигантским эффектом Нернста [7] может быть связана с флуктуирующим SC-порядком в виде некогерентных долгоживущих квазистационарных состояний SC-пар [8]: T_s^{*} соответствует разрыву пары, а T_c — возникновению фазовой когерентности в системе пар. Состоятельная теория сверхпроводимости купратов должна быть способна объяснить не только высокие значения T_c, но и физические свойства этих соединений в широкой окрестности SC-состояния на фазовой диаграмме, включающей в себя сильную и слабую псевдощели.

Сильные электронные корреляции и необычная симметрия псевдощели и SC-параметра порядка в купратах являются аргументом в пользу чисто электронного (не фононного, как в теории БКШ) механизма сверхпроводимости. Исследования такого механизма при сильном внутрицентровом кулоновском отталкивании в рамках модели Хаббарда и родственной ей t-J-модели отражены в ряде обзоров [9]. Точное решение 2D-проблемы Хаббарда отсутствует, а приближенные решения, полученные численными методами, нередко противоречат друг другу, что приводит к обоснованным сомнениям в продуктивности подобного подхода [10], тем более, что необычный изотопический эффект в купратах [11–13] указывает на нетривиальную роль фононов в формировании спаривающего взаимодействия.

При спаривающем отталкивании синглетный SCпараметр порядка $\Delta(\mathbf{k})$ является скалярной функцией импульса **k**, которая, после выделения фазового множителя, соответствующего движению центра масс пары, должна быть знакопеременной в области определения. Анализ экспериментов, чувствительных к импульсной зависимости параметра порядка, показывает [14, 15], что $\Delta(\mathbf{k})$ обращается в нуль в нескольких точках контура Ферми (FC), что может соответствовать расширенной sили s + g-симметрии ($\Delta(\mathbf{k})$ не меняет знак при повороте на угол $\pi/2$) или d-симметрии (четыре нуля как результат изменения знака $\Delta(\mathbf{k})$ при повороте на $\pi/2$).

Нули параметра порядка открывают канал рассеяния на немагнитных примесях, неэффективный при s-симметрии, соответствующей фононному механизму БКШ. Это должно приводить к разрушению SC-состояния, наблюдаемая устойчивость которого по отношению к рассеянию на немагнитных примесях является одним из ключевых тестов для теории сверхпроводимости купратов.

Теория должна объяснить ряд особенностей купратов, отличающих их от обычных сверхпроводников. Так, из измерений оптической проводимости [16] следует, что при SC-конденсации спектральный вес перераспределяется не в области энергий $\sim \Delta$, как следует из теории БКШ, а в существенно более широкой области ≥ 100Д (проблема высоких энергий [17]). Кроме того, вещественная часть оптической проводимости обнаруживает друдевское поведение $\sigma_1 \sim \omega^{-2}$ при $T < T_c$, т.е. плотность частиц в SC-конденсате сравнима с плотностью внеконденсатных частиц. То же следует из температурной зависимости теплоемкости [18], которая при T < T_c соответствует бесщелевому спектру элементарных возбуждений: *с_V* ~ *T*. К ключевым проблемам физики купратов относится выяснение происхождения и роли самоорганизации электронной системы в виде страйпов [19] или шахматного пространственного упорядочения системы при $T < T_c$ (в виде волны плотности SC-пар [20]).

Несмотря на то, что разрабатываемые сейчас подходы к проблеме сверхпроводимости купратов нередко основываются на разных физических концепциях: традиционном фононном механизме [21], схеме резонирующих валентных связей (RVB) [22, 23], SU(2)-схеме разделения заряда и спина [4], концепции SC-спаривания с большим импульсом [8], теории алгебраической ферми-жидкости [24], концепции квантовой критической точки [25], SO(5)феноменологии [26] или SU(4)-феноменологии [27] и других, — в следствиях, вытекающих из них, имеется много общего [28]. Состоятельность того или иного подхода определяется его способностью не только объяснить наблюдаемые свойства ВТСП-соединений, но также указать пути повышения их критических параметров [17].

2. Сверхпроводящее спаривание с большим импульсом Концепция SC-спаривания с большим импульсом при экранированном кулоновском отталкивании [8] качественно соответствует экспериментальным данным. В ее основу, в отличие от моделей, приспособленных для

основу, в отличие от моделей, приспособленных для описания низкоэнергетических возбуждений, положен стандартный гамильтониан, учитывающий экранирование, эффекты электрон-фононного взаимодействия и присущую купратам универсальность FC.

Форма FC допированных купратов, согласующаяся с данными фотоэмиссионной спектроскопии с угловым разрешением (ARPES) [29, 30], описывается законом дисперсии

$$\epsilon(\mathbf{k}) = -2t(\cos k_x + \cos k_y) + 2t' \cos k_x \cos k_y + t''(\cos 2k_x + \cos 2k_y), \qquad (1)$$

в котором интегралы перескока между соседними атомами Си вдоль диагонали (t') и между вторыми соседними атомами Си в направлении химической связи Cu-O (t'') учитывают фундаментальную асимметрию спектра возбуждений (электрон-дырочную асимметрию), проявляющуюся, в частности, в туннельных спектрах [31].

Наблюдаемому FC (рис. 2) соответствуют $t'/t \approx -0,3$, $t''/t \approx 0,2$. При этих же соотношениях реализуются условия, оптимальные для возникновения сверхпроводимости [4]. При нулевом импульсе пары логарифмическая сингулярность в канале SC-спаривания возникает при любом законе дисперсии в силу того, что $\varepsilon(\mathbf{k}) = \varepsilon(-\mathbf{k})$, поэтому чувствительность SC-состояния к параметрам закона дисперсии указывает на особенность кинематики спаривания в купратах.

Почти прямолинейные участки FC в протяженной окрестности седловой точки, симметрично расщепленной относительно точек $0, \pm \pi$ и $\pm \pi, 0$, (см. рис. 2),



Рис. 2. Контур Ферми, характерный для недодопированных купратов (тонкая линия). Жирные отрезки представляют собой части FC, на которых имеет место зеркальный нестинг для пар с суммарным импульсом K и нестинг для пар с суммарным импульсом Q. Светлые полуовалы — области протяженных окрестностей седловых точек, более темные овалы соответствуют диэлектрическому ограничению при K-спаривании. Штриховой линией показана граница магнитной зоны Бриллюэна.

приводят к нестингу $\varepsilon(\mathbf{k} + \mathbf{Q}) = -\varepsilon(\mathbf{k})$ для некоторого несоизмеримого импульса \mathbf{Q} , не равного импульсу (π, π) спиновой AF-структуры родительского соединения и к логарифмической сингулярности статической обобщенной восприимчивости $\chi(\mathbf{q})$ при $\mathbf{q} = \mathbf{Q}$, допуская неустойчивости в диэлектрических каналах спаривания. Помимо волны спиновой плотности (SDW) с AF-вектором \mathbf{Q} , могут возникать волны плотности заряда (CDW), а также плотности тока заряда (CCDW) и спина (SCDW). На части FC возникает диэлектрическая щель $\Delta_i(\mathbf{k})$ и закон дисперсии (1) трансформируется в

$$\varepsilon(\mathbf{k}) = \varepsilon_{1,2}(\mathbf{k}) = \varepsilon_{+}(\mathbf{k}, \mathbf{Q}) \pm \sqrt{\varepsilon_{-}^{2}(\mathbf{k}, \mathbf{Q}) + \Delta_{i}^{2}(\mathbf{k})}, \qquad (2)$$

где $\varepsilon_{\pm}(\mathbf{k}, \mathbf{Q}) = \varepsilon(\mathbf{k}) \pm \varepsilon(\mathbf{k} + \mathbf{Q}).$

Универсальный FC купратов на конечной своей части — парном контуре Ферми — удовлетворяет условию *зеркального нестинга* $\varepsilon(\mathbf{k}_+) = \varepsilon(\mathbf{k}_-)$ для пары частиц (К-пары) с импульсами $\mathbf{k}_{\pm} = \mathbf{K}/2 \pm \mathbf{k}$ при некотором суммарном импульсе K (k — импульс относительного движения пары), что приводит к логарифмической сингулярности в канале SC-спаривания с импульсом K и возникновению нетривиального решения уравнения самосогласования

$$\Delta(\mathbf{k}) = -\frac{1}{2} \sum_{\mathbf{k}'} \frac{U(\mathbf{k}, \mathbf{k}') \,\Delta(\mathbf{k}')}{\sqrt{\xi^2(\mathbf{k}') + \Delta^2(\mathbf{k}')}} \,. \tag{3}$$

При спаривающем отталкивании энергия взаимодействия $U(\mathbf{k}, \mathbf{k}') > 0$ при любых импульсах \mathbf{k} и \mathbf{k}' до и после рассеяния соответственно. Нетривиальное решение $\Delta(\mathbf{k})$ формируется в окрестности парного контура Ферми (PFC), в которой кинетическая энергия К-пары $2\xi(\mathbf{k}) = \varepsilon(\mathbf{k}_{+}) + \varepsilon(\mathbf{k}_{-})$ обращается в нуль или близка к нулю, благодаря конкуренции рассеяния внутри областей постоянного знака $\Delta(\mathbf{k})$ и между этими областями, что приводит к необходимому изменению знака суммы в (3). Коэффициент при логарифме в (3) определяется разностью интегралов по областям импульсного пространства, в которых $\Delta(\mathbf{k})$ имеет разные знаки. В отсутствие электрон-дырочной асимметрии спаривание при отталкивании оказывается существенно подавленным, тогда как при спаривающем притяжении зеркальный нестинг FC является достаточным условием возникновения SC-состояния в пределе слабой связи. При зеркальном нестинге FC достаточным условием существования нетривиального решения уравнения самосогласования при спаривающем отталкивании является наличие хотя бы одного отрицательного собственного значения линейного оператора с ядром $U(\mathbf{k}, \mathbf{k}')$.

При SC-спаривании с отличным от нуля импульсом пары (К-спаривании) возникает *кинематическое ограничение* области импульсного пространства, которой могут принадлежать импульсы частиц \mathbf{k}_+ и \mathbf{k}_- . То, что аргументы \mathbf{k} и \mathbf{k}' ядра спаривающего взаимодействия принадлежат области кинематического ограничения с характерным энергетическим масштабом ε_0 , означает исключение вклада многих процессов рассеяния, особенно с большими передачами импульса $\mathbf{k}' - \mathbf{k} \equiv \mathbf{\kappa}$, в формирование SC-параметра порядка.

При малых передачах импульса число соответствующих переходов внутри областей постоянного знака $\Delta(\mathbf{k})$ приблизительно пропорционально площадям этих областей, тогда как число переходов, изменяющих знак правой части (3), пропорционально площади полосы шириной κ и длиной, равной длине линии нулей. Поэтому рассеяние с малыми передачами импульса приводит к сильному подавлению амплитуды решения уравнения (3).

Рассеяние частиц в SC-канале конкурирует с рассеянием на фононах, при котором преобладающими являются переходы с относительно малыми передачами импульса. Рассеяние на фононах уменьшает вклад рассеяния при малых передачах импульса в SC-спаривающем взаимодействии, которое в основном происходит внутри области импульсного пространства, в которой $\Delta(\mathbf{k})$ имеет один и тот же знак. Такое уменьшение рассеяния при малых передачах импульса при отталкивании способствует возрастанию T_c, ослабляя эффект разрыва пар тепловым возбуждением. Вклад фононов в спаривающее взаимодействие за счет подавления малых передач импульса при рассеянии эффективен при энергиях, меньших характерной энергии фонона ω_D . При более высоких энергиях он исчезает. С этим может быть связано возникновение особенности (kink — излом) в спектре фотоэмиссии [32].

При нестинге имеет место ограничение рассеяния при больших передачах импульса, связанное с возникновением диэлектрической щели на почти прямолинейных участках FC и обусловленное перераспределением спектрального веса между пересекающимися ветвями спектра элементарных возбуждений [33]. Когда дырочное допирование сдвигает химический потенциал в область, лежащую ниже нижнего края диэлектрической щели $2\Delta_i$, то спектральный вес дырочной части SC-ветви спектра возбуждений (существующей в небольшой окрестности вершины нижней подзоны) быстро уменьшается, перетекая из SC-ветви в диэлектрическую ветвь спектра. Это означает, что передачи импульса электронов и дырок при рассеянии, заметно превышающие Q, оказываются подавленными. Такое диэлектрическое ограничение передачи импульса приводит к SC-состоянию с малым спектральным весом.

Отклонение от зеркального нестинга можно учесть, заменив почти прямолинейные участки FC отрезками прямых линий при заданном среднем их отклонении (с энергетическим масштабом δ) от FC, т.е. обрезая логарифм снизу: $\delta \leq \xi \leq \varepsilon_0$. Параметр порядка принимает вид

$$\Delta(\mathbf{k}) = \operatorname{sgn} \Delta'(\mathbf{k}) \sqrt{\Delta'(\mathbf{k}) \left[\Delta'(\mathbf{k}) - \delta \operatorname{sgn} \Delta'(\mathbf{k}) \right]}, \qquad (4)$$

где $\Delta'(\mathbf{k})$ — решение уравнения (3) при $\delta = 0$. Решение существует, если $\delta < |\Delta'|$. С уменьшением δ амплитуда параметра порядка Δ формально возрастает, однако при этом уменьшается длина РFC и, следовательно, амплитуда Δ' . Таким образом, амплитуда Δ как функция δ достигает максимума, соответствующего определенному импульсу пары **K**.

Сингулярность восприимчивости $\chi(\mathbf{q})$ при $\mathbf{q} = \mathbf{Q}$ приводит к возникновению мягкой моды в спектре бозонных возбуждений и эффективному взаимодействию между электронами

$$V(\mathbf{q}) \approx \gamma^2 \,\chi(\mathbf{q}) \,, \tag{5}$$

где γ имеет смысл константы связи, характеризующей взаимодействие электронов с соответствующими бозонными возбуждениями. Если $\chi(\mathbf{q})$ — магнитная восприимчивость, то (5) описывает спин-флуктуационное взаимодействие между электронами [34] при возникновении SDW с импульсом **Q**. Сингулярность диэлектрической восприимчивости $\chi(\mathbf{q})$ соответствует пайерлсовской неустойчивости [35]. Волны плотности тока ССDW и SCDW, связанные с зарядовыми и спиновыми токовыми степенями свободы, при нестинге FC приводят к сингулярности соответствующих восприимчивостей при $\mathbf{q} = \mathbf{Q}$ и межэлектронному взаимодействию вида (5). Взаимодействие волны, имеющей несоизмеримый период $2\pi/Q$, с кристаллической решеткой формирует соизмеримую структуру с близким периодом.

3. Сверхпроводящий параметр порядка

Ограничение рассеяния при малых и больших передачах импульса можно учесть обрезанием спаривающего экранированного кулоновского взаимодействия снизу и сверху: $q_1 \le \kappa \le q_r$. Численное решение уравнения (3) с таким модельным потенциалом показывает [36], что уменьшение ограничения малых передач импульса слабо влияет на топологические свойства параметра порядка. При выбранных значениях параметров закона дисперсии амплитуда Λ резко уменьшается при некотором значении q_1 , когда степень электрон-дырочной асимметрии оказывается недостаточной для того, чтобы преодолеть отклонение FC от зеркального нестинга при выбранном значении константы связи.

Имеется два класса решений, различающихся симметрией по отношению к изменению знака проекции импульса относительного движения на вектор нестинга Q: симметричные и антисимметричные. Антисимметричное решение с одним узлом в центре области кинематического ограничения соответствует максимальной амплитуде параметра порядка. Симметричное решение с двумя узлами в области кинематического ограничения имеет заметно меньшую амплитуду. Следующее по амплитуде параметра порядка антисимметричное решение имеет три узла. Постепенное уменьшение амплитуды параметра порядка соответствует чередованию антисимметричных и симметричных решений с последовательным увеличением числа узлов на единицу. Это напоминает распределение узлов волновой функции частицы в потенциальной яме в соответствии с осцилляционной теоремой [37]; следует отметить, что при отталкивании решение, не имеющее узлов, отсутствует. Степень дробления области кинематического ограничения зависит от величины импульса пары К, которым определяется форма и размеры этой области. С расширением области кинематического ограничения вдоль оси, перпендикулярной вектору нестинга Q, число областей, в которых $\Delta(\mathbf{k})$ имеет постоянный знак, возрастает при уменьшении их размеров и параметр порядка распределяется между этими областями с уменьшением его амплитуды. Амплитуда Д, экспоненциально зависящая от константы связи и параметров области кинематического ограничения, оказывается весьма чувствительной к выбору параметров закона дисперсии и уровню допирования.

При K = 0 антисимметричное решение не может реализоваться при синглетном спаривании, поскольку оно соответствует орбитальной р-симметрии параметра порядка. Симметричное решение с двумя узлами и заметно меньшей амплитудой по сравнению с амплитудой основного решения приводит к параметру порядка с расширенной s- или d-симметрией.

При К-спаривании антисимметричное решение с наибольшей амплитудой параметра порядка может быть реализовано для каждого из кристаллически эквивалентных импульсов пары \mathbf{K}_j . Параметр порядка мал внутри пересечения разных областей кинематического ограничения и может быть определен во всей зоне Бриллюэна как линейная комбинация решений $\Delta_j(\mathbf{k})$ уравнения (3) в каждой из этих областей,

$$\Delta(\mathbf{R}, \mathbf{k}) = \sum_{j} \gamma_{j} \exp(i\mathbf{K}_{j}\mathbf{R}) \,\Delta_{j}(\mathbf{k}) \,, \tag{6}$$

где **R** — радиус-вектор центра масс **K**-пары, коэффициенты γ_j определяются неприводимым представлением, по которому преобразуется параметр порядка (6). Неприводимое представление A_{1g} приводит к g-симметрии параметра порядка с двумя семействами линий нулей: вдоль координатных осей и вдоль диагоналей зоны Бриллюэна. Представление B_{1g} соответствует dсимметрии с линиями нулей вдоль координатных осей. Симметричное решение с двумя узлами при **K**-спаривании приводит к расширенной s-симметрии в случае представления A_{1g} и к d-симметрии в случае B_{1g} .

4. Дважды упорядоченное сверхпроводящее состояние и сильная псевдощель

Благодаря ограничению области определения экранированного кулоновского отталкивания $U(\mathbf{k}, \mathbf{k}')$ в импульсном пространстве при **К**-спаривании, эффективный спаривающий потенциал U(r) осциллирует в реальном пространстве (рис. 3). Сильное отталкивание на малых расстояниях соответствует неполному ограничению двукратного заполнения узлов [10]. Вне этой области затухающие осцилляции естественно приводят к эффективному притяжению, необходимому для возникновения связанного состояния в **К**-паре. Помимо связанного состояния с отрицательной энергией E_i относительного движения **К**-пары, осциллирующее спаривающее взаимодействие допускает долгоживущие квазистационарные состояния (QSS) пар с импульсами, близкими к **К**,



Рис. 3. Осциллирующее спаривающее взаимодействие U(r) в реальном пространстве и квадрат модуля волновой функции К-пары в зависимости от расстояния между частицами, составляющими пару. Энергии BS и QSS К-пары обозначены как E_i и E_q соответственно; E_b — энергия диссоциации К-пары.

подобные состояниям радиоактивных изотопов, способных к α -распаду. Волновые функции относительного движения **К**-пары, соответствующие связанному состоянию и QSS, ортогональны друг другу и локализованы в основном в широкой области реального пространства вне сильного внутрицентрового отталкивания (см. рис. 3). Наличие туннельного барьера $E_{\rm b} - E_{\rm q}$ и ортогональность волновых функций приводят к явной асимметрии между спектральным весом заполненных и вакантных QSS, что и отражается в асимметрии наблюдаемых туннельных вольт-амперных характеристик [38, 39].

К-пары могут существовать при температурах, превышающих T_c, как долгоживущие QSS благодаря значительному увеличению плотности состояний в узком интервале вблизи энергии QSS Eq. Для того чтобы преодолеть потенциальный барьер до туннельного распада пары, такая некогерентная пара должна накопить энергию, превышающую барьер E_b. Таким образом, энергия $E_q - E_i$ является достаточной для того, чтобы разрушить SC-когерентность, тогда как энергия разрыва пары должна превышать $E_{\rm b} - E_{\rm i}$. Диапазон между температурой SC-перехода $T_{\rm c} \sim E_{\rm q} - E_{\rm i}$ и температурой кроссовера $T_{\rm s}^* \sim E_{\rm b} - E_{\rm i}$ может интерпретироваться как сильная псевдощель, наблюдаемая при T > T_c в недодопированных купратах. Если пик плотности состояний при Еq оказывается сглаженным благодаря увеличению затухания QSS Г, то сильная псевдощель становится ненаблюдаемой. В таком случае SC-переход из когерентного в некогерентное состояние сопровождается разрывом пар при энергиях порядка $E_{\rm b} - E_{\rm i}$, подобно тому, как это имеет место в теории БКШ.

По аналогии с тем, как соотносятся проблема двух частиц Купера [40] и теория БКШ [2], энергия разрыва пары $E_{\rm b} - E_{\rm i}$ при прямом возбуждении из связанного состояния в непрерывный спектр соответствует зависящей от импульса энергетической шели $\Delta(\mathbf{k})$ в спектре квазичастиц. В состоянии сильной псевдощели эта щель, вследствие некогерентности QSS, может быть представлена в виде $\Delta = (\Delta_{\rm c}^2 + \Delta_{\rm p}^2)^{1/2}$. Здесь $\Delta_{\rm c} \sim E_{\rm q} - E_{\rm i}$ соответствует переходу в некогерентное состояние QSS, а $\Delta_{\rm p} \sim E_{\rm b} - E_{\rm q}$ — переходу между двумя некогерентными состояниями.

На микроскопическом уровне описания SC щель Δ_c и сильная псевдощель Δ_p возникают со случайными фазами. Усреднение, соответствующее приближению среднего поля, приводит к тому, что среднее значение Δ_p обращается в нуль при любой температуре, тогда как среднее значение Δ_c отлично от нуля при $T < T_c$ из-за бозе-конденсации **К**-пар из QSS в связанное состояние. Средне-квадратичное значение сильной псевдощели $|\Delta_p^2| \neq 0$, соответствующее распаду QSS **К**-пар, может проявляться при температурах, существенно превышающих T_c .

Отметим, что некогерентные SC-пары, существующие как QSS при $T > T_c$, проявляют свои SC-свойства (рис. 4) в сверхвысокочастотной (CBЧ) проводимости (при частотах до 600 ГГц [41]) и магнитных свойствах (рис. 5) — усиление диамагнитного отклика и гигантский эффект Нернста [5–7].

Диагональная горьковская функция Грина в приближении среднего поля, вводимая феноменологически [42],

$$G(\omega; \mathbf{k}) = z_{\mathbf{k}} \left[\frac{u_{+}^{2}(\mathbf{k})}{\omega - E(\mathbf{k}) + \mathrm{i}\Gamma} + \frac{u_{-}^{2}(\mathbf{k})}{\omega + E(\mathbf{k}) - \mathrm{i}\Gamma} \right], \qquad (7)$$



Рис. 4. Зависимость фазовой жесткости T_{θ} от температуры (схематически, в соответствии с результатами исследования оптической проводимости [41]). Частота указана на рисунке у соответствующих кривых.



Рис. 5. Диамагнитный отклик (намагниченность *M*) и сигнал Нернста (*e*_N) в недодопированном соединении Bi-2212 (схематически, согласно [5]).

описывает несверхпроводящее состояние с *недиагональным ближним порядком* (ODSRO) и соответствует существованию некогерентных пар при $T > T_c$. Здесь энергия квазичастицы имеет вид

$$E(\mathbf{k}) = \sqrt{\xi_K^2(\mathbf{k}) + |\Delta_c(\mathbf{k})|^2 + |\Delta_p(\mathbf{k})|^2}, \qquad (8)$$

 $2u_{\pm}^2 = 1 \pm \xi_K / E$ — факторы когерентности, z_k — зависящий от импульса спектральный вес квазичастицы. Слагаемые в (7) относятся к парам выше и ниже FC. При температурах ниже T_c ODSRO преобразуется в *недиагональный дальний порядок* (ODLRO).

Переходам в результате возбуждения из связанного состояния в QSS относительного движения К-пары соответствует малое, но конечное затухание Γ , тогда как переходам в стационарные состояния сплошного спектра при энергиях выше энергии барьера Eb должно быть поставлено в соответствие бесконечно малое затухание $\Gamma \to +0$. Это приводит к обычному ферми-жидкостному поведению диагональной горьковской функции (7) при $T > T_s^*$, когда $\Delta_p = 0$. Таким образом, следствием возникновения QSS является отличие поведения функции (7) от ферми-жидкостного в достаточно широком температурном диапазоне сильной псевдощели при $T < T_s^*$. Этот диапазон соответствует переходам между связанными и квазистационарными состояниями К-пар, являясь промежуточным по отношению к двум крайним подходам к проблеме сверхпроводимости — схемам БКШ и бозе-эйнштейновской конденсации локализованных пар. Благодаря тому, что $|\mathcal{A}_{p}^{2}| \neq 0$ в состоянии сильной псевдощели, факторы когерентности в диагональной горьковской функции (7) могут, в отличие от БКШ-факторов, имеющих фермиевский вид, перекрываться в импульсном пространстве даже при $T > T_{\rm c}$.

Возникающее при $T < T_c$ SC-состояние должно быть описано как диагональной, так и недиагональной (аномальной) горьковскими функциями. Учитывая то, что усредненная по случайным фазам (соответствующая приближению среднего поля) сильная псевдощель Δ_p обращается в нуль (но $|\Delta_p^2| \neq 0$), а $\Delta_c \neq 0$ при $T < T_c$, аномальную горьковскую функцию можно ввести феноменологически, подобно тому, как это сделано для диагональной функции (7):

$$F^{+}(\omega; \mathbf{k}) = -\frac{z_{\mathbf{k}} \Delta_{\mathbf{c}}^{*}}{\left(\omega - E(\mathbf{k}) + \mathrm{i}\Gamma\right) \left(\omega + E(\mathbf{k}) - \mathrm{i}\Gamma\right)} \,. \tag{9}$$

Эта функция равна нулю при $T > T_{\rm c}$ и описывает ODLRO-состояние при $T < T_{\rm c}$.

Суперпозиция (6) смешивает, в частности, состояния двух К-пар с противоположными суммарными импульсами К и -К. Частицы, составляющие такие пары, могут образовывать и пары с нулевым суммарным импульсом, что связывает К-спаривание с обычным куперовским (при K = 0) каналом спаривания. В таком случае соответствующие приближению среднего поля параметры порядка Δ_c и Δ_0 в каналах **К**-спаривания и куперовского спаривания являются решением системы уравнений самосогласования. Эта система распадается на два независимых уравнения, если пренебречь взаимосвязью между каналами, и определяет две температуры $T_{\rm c}$ и $T_{\rm c}'$ переходов в состояния с параметрами порядка $\varDelta_{\rm c}$ и \varDelta_0 соответственно. Поскольку при синглетном К-спаривании оказывается допустимым антисимметричное решение с наибольшей амплитудой параметра порядка, тогда как в куперовском канале реализуется только симметричное решение, естественно предположить, что $T'_{\rm c} < T_{\rm c}$. Тогда температура SC-перехода T_с может быть получена непосредственно из уравнения (3).

Оба параметра порядка Δ_c и Δ_0 , описывающие *дважды упорядоченное* SC-состояние [42, 43], определены в окрестностях PFC и FC соответственно. При $T'_c \lesssim T < T_c$ куперовский параметр порядка Δ_0 мал по сравнению с Δ_c , поскольку он наводится **К**-спариванием. В этом температурном интервале сверхтекучая плотность ρ_s пропорциональна длине PFC. Открытие куперовского канала при $T \approx T'_c$ приводит к существенному возрастанию Δ_0 и ρ_s , поскольку при $T \lesssim T'_c$ сверхтекучая плотность оказывается пропорциональной длине FC.

В окрестности PFC две ветви (m = 1, 2) сильно анизотропного спектра квазичастиц дважды упорядоченного сверхпроводника принимают вид

$$E_m(\mathbf{k}) = \sqrt{\xi_K^2(\mathbf{k}) + |\Delta_p(\mathbf{k})|^2 + |\Delta_c(\mathbf{k}) \pm \Delta_0(\mathbf{k})|^2}.$$
 (10)

Наблюдение двухщелевого спектра с Δ_1 и Δ_2 около значений 10 мэВ и 50 мэВ соответственно в туннельном эксперименте [44] в Ві-2212 (в частности подавление меньшей щели в сильном магнитном поле при температурах 30-50 мК) может рассматриваться как свидетельство в пользу дважды упорядоченной структуры SC-состояния.

Благодаря особенностям зонной структуры, связанным с плоскостью CuO2 и приводящим к нестингу и зеркальному нестингу FC, SC-состояние купратов является дважды упорядоченным. Особенности фазовой диаграммы купратов (см. рис. 1) могут быть связаны с эволюцией FC и спаривающего взаимодействия при допировании. Можно предположить, что осциллирующий в реальном пространстве спаривающий потенциал U(r) (см. рис. 3) изменяется с возрастанием x таким образом, что при предельно слабом допировании в этом потенциале возникает только некогерентное QSS относительного движения К-пары, что соответствует сильной псевдощели, проникающей в диэлектрическое состояние при $x < x_*$. В недодопированной области ($x_* < x \leq x_{opt}$) наряду с QSS возникает и связанное состояние пары, энергия которого E_i , как и затухание QSS Γ , увеличиваются с возрастанием x до тех пор, пока при x_{opt} энергия разрыва пары не окажется примерно равной энергии, соответствующей потере фазовой когерентности. Тогда в передопированной области ($x_{opt} \leq x < x^*$) спаривающее взаимодействие приводит только к связанному состоянию, и сверхпроводимость в этой области фазовой диаграммы соответствует схеме БКШ. С увеличением допирования канал К-спаривания постепенно уступает доминирующую роль куперовскому каналу, так что, когда x превышает x_{opt} , уменьшение T_c с возрастанием xвплоть до обращения T_{c} в нуль при x^{*} также может быть связано с зависимостью спаривающего взаимодействия от допирования: усиление отталкивания при $x > x_{opt}$ нарастает из-за того, что FC покидает протяженную окрестность седловой точки.

Необычные для схемы БКШ и фононного механизма спаривания экспериментальные данные, полученные при исследовании купратов, естественным образом вписываются в концепцию **К**-спаривания [8].

5. Сверхпроводимость многослойных купратов

В гомологических рядах купратов температура SC-перехода обнаруживает универсальную зависимость от числа n плоскостей CuO₂ в элементарной ячейке. С возрастанием n функция $T_c(n)$ вначале увеличивается, достигая максимального значения при n = 3, после чего монотонно убывает. Объяснение зависимости $T_c(n)$ является принципиальной проблемой физики купратов [17]. На рисунке 6 представлена зависимость $T_c(n)$ для ряда ртутьсодержащих купратов [45].



Рис. 6. Зависимость температуры SC-перехода от числа плоскостей CuO₂ в элементарной ячейке (схематически, по данным [45] для гомологического ряда HgBa₂Ca_{n-1}Cu_nO_{2n+2+ δ}).

Распределение заряда, вводимого при допировании, в многослойных соединениях неоднородно: внутренние слои имеют меньшую концентрацию дырок по сравнению с внешними, что соответствует минимуму электростатической энергии [46]. Оптимальному допированию многослойного соединения отвечают недодопированные внутренние и передопированные внешние плоскости, по сравнению с оптимальным допированием для соединения с единственной плоскостью CuO₂ в элементарной ячейке.

Когерентное туннелирование пар между соседними слоями качественно (но не количественно) объясняет первоначальное возрастание функции $T_c(n)$ с дальнейшим (при n > 3) выходом на насыщение [47]. Спад $T_c(n)$ при n > 3 объясняется в [47] неоднородностью распределения носителей в слоях элементарной ячейки, а также конкуренцией SC-упорядоченного состояния и диэлектрического (в виде d-волны плотности орбитальных токов [48]) упорядоченного состояния. Значительное возрастание температуры сверхпроводящего перехода с увеличением числа слоев в элементарной ячейке можно связать [49] с тем, что эффективный радиус экранированного кулоновского спаривающего взаимодействия превышает расстояние между соседними слоями.

Вследствие малости интегралов перескока между слоями поверхность Ферми является открытой вдоль оси k_z . Сечения этой поверхности плоскостями $k_x k_y$, соответствующими разным слоям, представляют собой набор *n* FC, вообще говоря, не одинаковых ввиду разного уровня допирования слоев. Допускается SC-спаривание с импульсом **K** не только при импульсах частиц \mathbf{k}_{\pm} , \mathbf{k}'_{\pm} (до и после рассеяния) в одной плоскости, но и в случае, когда эти импульсы соответствуют разным (ближайшим соседним) плоскостям. Еще одна возможность связана с туннелированием пар между соседними купратными плоскостями: импульсы частиц до рассеяния принадлежат одной плоскости, а после рассеяния — другой.

Канал **К**-спаривания приводит к естественному объяснению наблюдаемой в гомологических рядах купратов универсальной зависимости $T_c(n)$.

Ограничение, связанное с учетом взаимодействия только в ближайших соседних слоях, приводит к замедлению возрастания эффективной константы связи с увеличением *n*: внутренний слой имеет двух ближайших соседей, тогда как внешние слои — только по одному. Если бы FC для всех слоев были одинаковы, то с возрастанием *n* эффективная константа связи выходила бы на насыщение. Неоднородность допирования купратных слоев в пределах элементарной ячейки приводит к тому, что в механизме межслоевого взаимодействия нарушается условие зеркального нестинга, поскольку из-за неодинакового заполнения в соседних купратных слоях FC в них оказываются различными.

Разность концентраций носителей в соседних слоях играет роль обменного поля в слабоферромагнитных сверхпроводниках. Нарушение межслоевого зеркального нестинга, сглаживающее логарифмическую сингулярность в уравнении самосогласования, приводит к параметру порядка такого же вида (6), как и в случае внутрислоевого зеркального нестинга. Отклонения от зеркального нестинга и от оптимального для монослоя допирования, усиливающиеся с возрастанием n из-за увеличения роли понижающих энергию конденсации электростатических эффектов, являются основными причинами спадания зависимости $T_c(n)$ после достижения максимума.

Поскольку купраты являются сильно анизотропными квазидвумерными системами слабо связанных плоскостей CuO₂, теории сверхпроводимости купратов строятся как теории, описывающие одну такую плоскость. В кристаллах с несколькими слабо туннельно-связанными плоскостями CuO2 кулоновское спаривающее взаимодействие из-за особенностей 2D-экранирования [50] фактически связывает лишь пары ближайших соседних плоскостей. Поэтому увеличение числа слоев в элементарной ячейке приводит к заметному возрастанию эффективной константы связи только при малых *n*: при n > 3 это возрастание замедляется и константа связи выходит на насыщение. Наличие зарядовых резервуаров между проводящими плоскостями, благоприятное для сверхпроводимости в плоскости CuO₂ в том смысле, что при допировании в ней не возникают структурные дефекты, в многослойных купратах приводит к неоднородному распределению носителей по плоскостям в элементарной ячейке, необходимому для минимизации электростатической энергии. В случае К-спаривания, при котором оказывается допустимым антисимметричное решение, соответствующее наибольшей амплитуде SCпараметра порядка, роль такой неоднородности распределения, нарушающей зеркальный нестинг FC при спаривании в соседних слоях, аналогична роли намагниченности, изменяющей условия спаривания и приводящей к понижению T_c.

6. Повышение критической температуры: 3D-путь

Поиск или создание структур, в которых температура SC-перехода превышала бы достигнутое рекордное значение, могут быть связаны с вариациями химического состава и структуры по сравнению с купратными сверх-проводниками. Оценки, сделанные в рамках идеологии t-J-модели, приводят к выводу о том, что в слоистых 2D-соединениях типа купратов, в которых атомы Cu в проводящих плоскостях заменены какими-либо другими элементами, способными поставлять носители в эти плоскости, едва ли могут быть достигнуты значения T_c , характерные для купратов [28]. Это означает, что путь заметного повышения T_c за счет изменения химического

состава проводящих плоскостей в 2D-кристаллах скорее всего уже исчерпан. Тем не менее существенное повышение T_c в многослойных купратах (по сравнению с T_c в соответствующих однослойных) при $1 < n \lesssim 3$, свидетельствующее о возможности увеличения эффективной константы связи при переходе от 2D-системы к трехмерной (3D) системе, указывает на иной, возможно, более перспективный путь поиска соединений с высокими T_c .

Реализация условий К-спаривания в 3D-системе ограничивается, в первую очередь, тем, насколько поверхность Ферми (FS) может быть приближена к условию зеркального нестинга в достаточно широкой 3D-области кинематического ограничения. Если исходить из характерного для купратов закона дисперсии при сильной связи, зависящего от кристаллической структуры, то очевидно, что для каждой такой структуры зеркальный нестинг может быть обеспечен при определенных соотношениях между параметрами закона дисперсии. Поэтому основной вопрос состоит в том, каким способом можно управлять этими параметрами, чтобы они попали в сравнительно узкие интервалы, соответствующие зеркальному нестингу.

Когда атомы образуют простую кубическую решетку, закон дисперсии, учитывающий перескоки только между ближайшими и двумя следующими за ними соседними атомами,

$$\varepsilon(k_x, k_y, k_z) = -2t(\cos k_x + \cos k_y + \cos k_z) + + 2t'(\cos k_x \cos k_y + \cos k_y \cos k_z + \cos k_z \cos k_x) + + t''(\cos 2k_x + \cos 2k_y + \cos 2k_z),$$
(11)

приводит к большому разнообразию форм FS в зависимости от величины химического потенциала. В частности, FS может иметь форму куба со скругленными углами и слабо прогнутыми гранями, параллельными границам 3D-зоны Бриллюэна. Такая FS при соотношениях между интегралами перескока $t'/t \approx -0.3$, $t''/t \approx$ pprox +0.3, отличных от характерных для 2D-купратов значений $t'/t \approx -0.3$, $t''/t \approx +0.2$, обеспечивает нестинг при импульсах Q, соединяющих грани, и зеркальный нестинг при импульсах пар К, параллельных, но не равных **Q**. Как и в случае спаривания с большим импульсом в 2D-системе, 3D-области кинематического ограничения, возникающие при К-спаривании, приводят к осциллирующему в реальном пространстве спаривающему экранированному кулоновскому потенциалу с притяжением вне области сильного внутрицентрового отталкивания. Такой потенциал, одно из собственных значений которого отрицательно, допускает как связанное состояние относительного движения пары, так и QSS.

Условия возникновения связанного состояния в несимметричной 3D-потенциальной яме отличаются от таковых для систем с пониженной размерностью [37]: 3Dяма, вообще говоря, слабее связывает пару частиц по сравнению с 2D-ямой с той же глубиной и шириной. Однако при K-спаривании в 3D-системе с зеркальным нестингом FS логарифмическая сингулярность в уравнении самосогласования формируется не в окрестности линии, как в 2D-системе, где этой линией является PFC, а в окрестности части поверхности Ферми, на которой выполняется условие зеркального нестинга. Для импульса пары, направленного вдоль ребра зоны Бриллюэна, эта часть (*парная поверхность Ферми*, PFS) включает в



Рис. 7. Нестинг (при импульсе Q) и зеркальный нестинг (при суммарном импульсе пары K) для поверхности Ферми с почти плоскими параллельными участками (затенены).

себя не одну пару параллельных плоских участков FS, как при К-спаривании в 2D-системе, когда PFC состоит из двух параллельных отрезков FC, а две пары взаимно перпендикулярных плоских участков FS (рис. 7), соединяющихся закругленными частями PFS. Это соответствует увеличению плотности состояний относительного движения К-пары на FS, что равносильно увеличению эффективной константы связи. Таким образом, при К-спаривании любое сечение FS плоскостью, перпендикулярной импульсу пары, в пределах области кинематического ограничения удовлетворяет условию зеркального нестинга (например, для сечения плоскостью (k_x, k_y) спаривание с импульсом **К** = (0, 0, K) подобно куперовскому, соответствующему нулевой проекции импульса пары на эту плоскость) и роль почти плоских граней FS заключается в том, чтобы обеспечить как можно бо́льшую площадь PFS.

На почти плоских гранях FS выполняется и условие нестинга, благоприятствующее диэлектрическому спариванию при импульсе нестинга **Q**, перпендикулярном только одной из пар граней FS, в отличие от того, что SC-спариванию благоприятствуют обе пары граней. В этом смысле эффективность диэлектрического спаривания относительно SC-спаривания в 3D-системе снижается по сравнению с таковой 2D-системе, т.е. возникающий SC-порядок слабее подавляется конкурирующим с ним диэлектрическим порядком.

Спаривание при отталкивании в 3D-системе приводит к SC-параметру порядка $\Delta(\mathbf{K})$ с нулями, распределенными по поверхности нулей, имеющей линии пересечения с FS и соответствующей симметрии или антисимметрии $\Delta(\mathbf{K})$ по отношению к инверсии импульса относительного движения пары. Величина коэффициента при логарифме в уравнении самосогласования определяется той окрестностью линии пересечения FS и поверхности нулей параметра порядка, в которой обе пересекающиеся поверхности достаточно близки друг другу. Для dволнового параметра порядка в 2D-системе такие окрестности точек пересечения FC и линии нулей вдоль диагоналей зоны Бриллюэна определенно малы, что сильно ограничивает амплитуду SC-щели, например, в схеме спин-флуктуационного спаривания [34]. Поэтому более сложная топология SC-параметра порядка, вытекающая из К-спаривания при кулоновском отталкивании и определяемая распределением линий или поверхностей нулей в 2D- или 3D-системе, соответственно может приводить к существенно большей щели.

Сложная топология зависящего от импульса SCпараметра порядка, присущая спариванию при отталкивании, приводит к заметному усложнению процедуры численного решения 2D-уравнения самосогласования [36], например, по сравнению с соответствующей процедурой в теории Элиашберга [21], в которой параметр порядка зависит всего от одной энергетической переменной.

Идеология, сложившаяся в физике купратов, разумеется, не может быть использована при поиске или искусственном создании 3D-систем с высокими температурами SC-перехода. Если предположить, что SC-состояние в такой системе реализуется при допировании некоторого родительского диэлектрика, как это имеет место в купратах, то возникает вопрос о зарядовом резервуаре для 3D-решетки атомов, поставляющих носители в зону проводимости. Если же сверхпроводимость в 3D-кристалле имеет место в отсутствие допирования при неполовинном заполнении зоны проводимости, то остается вопрос о том, как при заданной кристаллической структуре можно повлиять на параметры закона дисперсии, чтобы обеспечить зеркальный нестинг FS.

Вследствие малости сверхтекучей плотности в недодопированных купратах фазовый переход в SC-состояние, т.е. возникновение фазовой когерентности, определяется фазовыми флуктуациями, а не энергией связи SCпар [51]. Поэтому SC-переход в 2D-системе неизбежно приобретает черты перехода Березинского – Костерлица – Таулеса [52, 53], описывающего термическое рождение и уничтожение пар вихрь – антивихрь. В 3D-системе температура SC-перехода существенно менее чувствительна к флуктуациям фазы, что должно приводить к расширению области SC-состояния за счет сужения области сильной псевдощели, протяженность которой тем больше, чем меньше энергия ядра вихря [4].

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты 05-02-17077а, 06-02-17186а).

Список литературы

- 1. Bednorz J G, Müller K A Z. Phys. B 64 189 (1986)
- 2. Bardeen J, Cooper L N, Schrieffer J R Phys. Rev. 108 1175 (1957)
- 3. Norman M R, Pines D, Kallin C Adv. Phys. 54 715 (2005)
- 4. Lee P A, Nagaosa N, Wen X-G Rev. Mod. Phys. 78 17 (2006)
- 5. Wang Y et al. Phys. Rev. Lett. 95 247002 (2005)
- 6. Li L et al. Europhys. Lett. 72 451 (2005)
- 7. Wang Y, Li L, Ong N P Phys. Rev. B 73 024510 (2006)
- Белявский В И, Копаев Ю В УФН 176 457 (2006) [Belyavsky V I, Кораеv Yu V Phys. Usp. 49 441 (2006)]
- Изюмов Ю А УФН 161 (11) 1 (1991); 165 403 (1995); 169 225 (1999) [Izyumov Yu A Sov. Phys. Usp. 34 935 (1991); Phys. Usp. 38 385 (1995); 42 215 (1999)]
- 10. Laughlin R B, cond-mat/0209269 (unpublished)
- 11. Franck J P, Lawrie D D J. Supercond. 8 591 (1995)
- 12. Zhao G et al. Nature 385 236 (1997)
- 13. Williams G V M et al. Phys. Rev. Lett. 80 377 (1998)
- 14. Zhao G Phys. Rev. B 64 024503 (2001)

- 15. Brandow B H Phys. Rev. B 65 054503 (2002)
- 16. Basov D N, Timusk T Rev. Mod. Phys. 77 721 (2005)
- 17. Leggett A J Nature Phys. 2 134 (2006)
- 18. Loram J W et al. Physica C 341-348 831 (2000)
- 19. Orenstein J, Millis A J Science 288 468 (2000)
- 20. Demler E, Hanke W, Zhang S-C Rev. Mod. Phys. 76 909 (2004)
- Максимов Е Г УФН 170 1033 (2000) [Maksimov E G Phys. Usp. 43 965 (2000)]
- 22. Anderson P W Science 235 1196 (1987)
- 23. Anderson P W et al. J. Phys.: Condens. Matter 16 R755 (2004)
- 24. Franz M, Tešanović Z, Vafek O Phys. Rev. B 66 054535 (2002)
- 25. Sachdev S Science 288 475 (2000)
- 26. Zhang S-C Science 275 1089 (1997)
- 27. Guidry M et al. Phys. Rev. B 63 134516 (2001)
- 28. Lee P A Rep. Prog. Phys. 71 012501 (2008)
- Campuzano J C, Norman M R, Randeria M, in *The Physics of Superconductors* Vol. 2 *Superconductivity in Nanostructures, High-T_C and Novel Superconductors, Organic Superconductors* (Eds K H Bennemann, J B Ketterson) (Berlin: Springer-Verlag, 2004) p. 167
- 30. Damascelli A, Hussain Z, Shen Z-X Rev. Mod. Phys. 75 473 (2003)
- 31. Hirsch J E Phys. Rev. B 59 11962 (1999)
- 32. Lanzara A et al. Nature 412 510 (2001)
- Русинов А И, Кат Д Ч, Копаев Ю В ЖЭТФ 65 1984 (1973) [Rusinov A I, Kat D C, Kopaev Yu V Sov. Phys. JETP 38 991 (1974)]
- 34. Millis A J, Monien H, Pines D Phys. Rev. B 42 167 (1990)
- Булаевский Л Н УФН 115 263 (1975) [Bulaevskii L N Sov. Phys. Usp. 18 131 (1975)]
- Белявский В И, Капаев В В, Копаев Ю В *Письма в ЖЭТФ* 86 462 (2007) [Belyavsky V I, Kapaev V V, Kopaev Yu V *JETP Lett.* 86 404 (2007)]
- Ландау Л Д, Лифшиц Е М Квантовая механика: Нерелятивистская теория (М.: Физматлит, 2001) [Translated into English: Landau L D, Lifshitz E M Quantum Mechanics: Non-Relativistic Theory (Oxford: Pergamon Press, 1977)]
- 38. Pan S H et al. *Nature* **413** 282 (2001)
- 39. Randeria M et al. Phys. Rev. Lett. 95 137001 (2005)
- 40. Cooper L N Phys. Rev. 104 1189 (1956)
- 41. Corson J et al. Nature 398 221 (1999)
- 42. Belyavsky V I, Kopaev Yu V Phys. Rev. B 76 214506 (2007)
- Белявский В И, Копаев Ю В, Нгуен Нгок Туан ЖЭТФ 132 831 (2007) [Belyavskii V I, Kopaev Yu V, Nguen Ngoc Tuan JETP 105 726 (2007)]
- 44. Vedeneev S I, Maude D K Phys. Rev. B 72 144519 (2005)
- 45. Kuzemskaya I G, Kuzemsky A L, Cheglokov A A J. Low Temp. Phys. 118 147 (2000)
- 46. Trokiner A et al. Phys. Rev. B 44 2426 (1991)
- 47. Chakravarty S, Kee H-Y, Völker K Nature 428 53 (2004)
- 48. Chakravarty S et al. Phys. Rev. B 63 094503 (2001)
- Белявский В И, Копаев Ю В Письма в ЖЭТФ 83 606 (2006) [Belyavsky V I, Kopaev Yu V JETP Lett. 83 515 (2006)]
- 50. Ando T, Fowler A B, Stern F Rev. Mod. Phys. 54 437 (1982)
- 51. Emery V J, Kivelson S A Nature 374 434 (1995)
- 52. Березинский В Л ЖЭТФ **61** 1144 (1971) [Berezinskii V L Sov. Phys. JETP **34** 610 (1972)]
- 53. Kosterlitz J M, Thouless D J J. Phys. C: Solid State Phys. 6 1181 (1973)