

6. Вентцель В А, Кочкин А П, Руднев А В *ФНТ* **13** 484 (1987) [Venttsel' V A, Kochkin A P, Rudnev A V *Sov. J. Low Temp. Phys.* **13** 273 (1987)]
7. Крайденев В Ф, Ицкевич Е С *ФТТ* **37** 405 (1995)
8. Заварицкий Н В, Ицкевич Е С, Вороновский А Н *ЖЭТФ* **60** 1408 (1971) [Zavaritskii N V, Itskevich E S, Voronovskii A N *Sov. Phys. JETP* **33** 762 (1971)]
9. Вороновский А Н, Дижур Е М, Ицкевич Е С *ЖЭТФ* **77** 1119 (1979) [Voronovskii A N, Dizhur E M, Itskevich E S *Sov. Phys. JETP* **50** 564 (1979)]
10. Вороновский А Н, Дижур Е М, Ицкевич Е С, Каширская Л М, Стредлинг Р А *ФТТ* **39** 723 (1997) [Voronovskii A N, Dizhur E M, Itskevich E S, Kashirskaia L M, Stradling R A *Phys. Solid State* **39** 637 (1997)]
11. Дижур Е М, Вороновский А Н, Федоров А В, Котельников И Н, Дижур С Е *Письма в ЖЭТФ* **80** 489 (2004) [Dizhur E M, Voronovskii A N, Fedorov A V, Kotel'nikov I N, Dizhur S E *JETP Lett.* **80** 433 (2004)]
12. Дижур Е М, Ильина М А, Зайцев-Зотов С В *Письма в ЖЭТФ* **86** 141 (2007) [Dizhur E M, Il'ina M A, Zaitsev-Zotov S V *JETP Lett.* **86** 132 (2007)]
13. Ильина М А, Ицкевич Е С *ФТТ* **17** 154 (1975)
14. Вентцель В А и др. *ФТТ* **20** 3178 (1978)
15. Бурханов Г С и др. *Неорганические материалы* **41** 676 (2005) [Burkhanov G S et al. *Inorganic Mater.* **41** 585 (2005)]

PACS numbers: 71.15. – m, 74.20. – z, 75.10. – b
DOI: 10.3367/UFNr.0178.200810m.1118

Теоретические исследования конденсированных сред

В.Н. Рыжов, А.Ф. Барабанов,
М.В. Магницкая, Е.Е. Тареева

Доклад посвящен краткому описанию основных направлений исследования конденсированных систем, проводившихся в Теоретическом отделе Института физики высоких давлений РАН за 50 лет существования института.

В 1960-е годы сотрудники Теоретического отдела ИФВД РАН одними из первых в нашей стране начали применять первопринципные (независимые от эксперимента, т.е. без использования подгоночных параметров) методы компьютерных расчетов для изучения физических свойств и фазовых превращений в твердых телах, в том числе при высоких давлениях. Эти исследования проводятся, как правило, в тесном сотрудничестве с экспериментаторами, причем сравнение теории и эксперимента используется для выяснения физических причин наблюдаемых явлений. Наряду с известными материалами исследуются новые фазы высокого давления, впервые полученные в ИФВД РАН. Начиная с 1960 – 1970 гг. теоретиками ИФВД РАН развивались и совершенствовались соответствующие расчетные методы на основе теории функционала плотности, такие как методы присоединенных плоских волн, Корринги – Кона – Ростокера и их различные модификации и обобщения.

В работах Р.Г. Архипова, Е.С. Алексеева и А.П. Кочкина [1] изучалась взаимосвязь электронной структуры и фазовых превращений в простых металлах под давлением при $T = 0$. В этих ранних расчетах использовался приближенный метод сферических ячеек Вигнера – Зейтца, в котором элементарная ячейка заменяется равновеликой сферой. Был получен фазовый переход с изменением объема в К, Rb и Cs, который объяснялся в

терминах электронного s – d-перехода, т.е. изменения взаимного расположения s- и d-зон при сжатии. Недавно это направление вновь стало актуальным в связи с исследованиями новых низкосимметричных фаз высокого давления в простых металлах, открытых благодаря совершенствованию экспериментальной техники. В настоящее время в ИФВД РАН с помощью современных теоретических методов (в частности, метода первопринципного псевдопотенциала) не только проводятся точные расчеты структурных последовательностей в простых металлах под давлением при $T = 0$, но и исследуются $P - T$ фазовые диаграммы при конечных температурах $T \neq 0$ на основе вычисления фононных спектров методом линейного отклика [2].

М.В. Магницкой совместно с группой зарубежных исследователей [3] выполнены расчеты электронных и фононных спектров, а также электрон-фононного взаимодействия (ЭФВ) для недавно открытой металлической фазы высокого давления серы S-IV, в которой наблюдается несоизмеримая модуляция положений атомов в направлении [010] (волна зарядовой плотности, ВЗП). Первопринципный расчет позволил получить правильное решение кристаллической структуры модулированной фазы S-IV. Переход в ВЗП-состояние можно рассматривать как искажение более плотной фазы S-V (кристаллическая структура типа β -Po). Расчет показал, что при понижении давления в структуре β -Po происходит смягчение одной из поперечных фононных мод на векторе $\mathbf{q}_{CDW}$. При дальнейшем снижении давления до 135 ГПа частота данной моды зануляется, $\omega(\mathbf{q}_{CDW}) = 0$, что отвечает неустойчивости фазы S-V относительно перехода в фазу S-IV, где этот нестабильный фонон "заморожен" в виде ВЗП. Положение минимума фононной моды очень хорошо согласуется с экспериментальным вектором модуляции $\mathbf{q}_{CDW}$. Чтобы проанализировать роль взаимодействия электронов с мягкой модой, были вычислены вклады различных фононных мод в матричные элементы ЭФВ. Установлено, что вклад мягкой моды имеет максимальное значение на векторе $\mathbf{q}_{CDW}$. Это означает, что наблюдаемый экспериментально при $p \approx 150$ ГПа скачок температуры сверхпроводящего перехода T_c от 14 до 17 К, по-видимому, обусловлен возрастанием при $p > p_{CDW}$ плотности электронных состояний на уровне Ферми и появлением большого вклада в T_c от взаимодействия электронов с мягкой модой. Этот скачок, а также последующее возрастание T_c в интервале до $P \approx 200$ ГПа, объясняются конкуренцией между частотой мягкой моды $\omega(\mathbf{q}_{CDW})$ и константой электрон-фононного взаимодействия [3].

В 1970-е годы, благодаря усовершенствованию методов расчета, в ИФВД РАН начались широкие теоретические исследования переходных и редкоземельных металлов, интерметаллических соединений и сплавов. Подробно изучались магнитные фазовые переходы под давлением, а также такие вопросы, как сплавообразование и устойчивость фаз, гальваномагнитные эффекты, оптические и фотоэмиссионные спектры и др. Следует отметить исследования магнитных свойств в двойных и тройных соединениях со структурой фаз Лавеса AB_2 , включая новые магнитные соединения 3d-металлов Fe, Co и Ni с кальцием, впервые синтезированные при высоком давлении в ИФВД РАН [4]. Широко известность получили работы Н.И. Куликова и др., в которых изучалось влияние давления на свойства магнитоупоря-

доченных металлов и сплавов, в том числе со сложными — несоизмеримыми и неколлинеарными — антиферромагнитными (АФМ) структурами, например, хром и его сплавы, иттрий и его сплавы, системы Pt_3Fe , FeRh и др. [5]. Здесь чрезвычайно плодотворным оказалось использование модели экситонного диэлектрика в сочетании с результатами зонных расчетов. Это позволило в рамках единого подхода описать возникновение различных АФМ упорядочений как следствие наличия конгруэнтных участков на поверхности Ферми. Кроме того, для хрома, в котором АФМ упорядочение можно охарактеризовать как несоизмеримую волну спиновой плотности, было изучено влияние ЭФВ, разрушающего АФМ состояние [6]. Целый ряд публикаций Н.И. Куликова и др. был посвящен развитию и применению метода когерентного потенциала для неупорядоченных систем. Подробно исследовалась взаимосвязь структурного разупорядочения и магнитных свойств для различных бинарных сплавов переходных металлов, а также для разупорядоченных сплавов 3d-металлов с Si, Al и др. [7].

Наконец, также в 1970-е гг. оформляется еще одно важное направление — исследование соединений переходных и редкоземельных металлов с легкими элементами, таких как карбиды, нитриды, гидриды и т.п. Первопринципные расчеты проводились Е.С. Алексеевым и др. в тесном контакте с экспериментаторами ИФВД РАН, которые синтезировали и исследовали эти соединения при высоких давлениях. Указанные материалы изучались как перспективные конструкционные материалы (например, тугоплавкие и твердые WC, ReC) и как возможные высокотемпературные сверхпроводники (NbN , TaN и др.). Теоретически исследовались структурные переходы, химическая связь, сверхпроводимость, электросопротивление и др. свойства [8]. В серии работ Н.И. Куликова с соавторами по гидридам были исследованы фазовые переходы в системе металл–водород и в простейшем приближении были оценены константы электрон-фононного взаимодействия и критические температуры сверхпроводящего перехода T_c [9].

Как известно, недавно были открыты новые фононные сверхпроводники с промежуточными критическими температурами Y_2C_3 ($T_c = 18$ K), MgB_2 ($T_c = 40$ K) и сложные борокарбиды ($T_c = 15\text{--}23$ K). Это вызвало оживление интереса к соединениям металлов с легкими элементами (H, B, C, N, O). В недавних работах М.В. Магницкой и А.Е. Каракозова в сотрудничестве с группой из Физического института им. П.Н. Лебедева были рассчитаны фононные спектры, ЭФВ и сверхпроводящие свойства для ряда кубических карбидов и нитридов переходных металлов с общей химической формулой AB , в том числе при высоких давлениях [10]. Для наиболее изученного экспериментально карбида NbC вычисленные из первых принципов оптические и кинетические характеристики, обусловленные ЭФВ, очень хорошо согласуются с экспериментом, что говорит о высокой точности расчетов и позволяет использовать их результаты для анализа факторов, ответственных за величину T_c в соединениях этого класса. Помимо NbC, влияние высокого давления на сверхпроводящие свойства подробно изучалось также для кубических нитридов ZrN и HfN, для которых имеются экспериментальные данные при высоких давлениях. Теоретические плотности фононных состояний ZrN и HfN находятся в разумном качественном согласии с рамановскими спек-

трами, измеренными при различных давлениях в диапазоне до 32 ГПа. Спектральная плотность ЭФВ для ZrN и HfN и барическая производная критической температуры dT_c/dp для ZrN хорошо согласуются с имеющимися результатами измерений соответственно при $p \approx 0$ и при низких давлениях. При низких давлениях T_c в ZrN снижается (при более высоких давлениях измерения не проводились). Из проведенных расчетов следует, что при дальнейшем сжатии T_c снижается линейно, а при $p > 10$ ГПа зависимость $T_c(p)$ становится нелинейной с замедлением падения T_c . Показано, что понижение T_c при сжатии является следствием уменьшения константы ЭФВ λ , которое обусловлено в основном возрастанием фононных частот, а не факторами, связанными с электронным спектром.

Были проанализированы причины относительно низких T_c в кубических карбидах и нитридах по сравнению, например, с MgB_2 . В большинстве исследованных соединений взаимодействие электронов легких атомов с высокоэнергетическими оптическими фононами оказалось довольно слабым по причине низкой парциальной плотности электронных состояний легкого элемента B на уровне Ферми, $N_B(E_F)$. Типичным примером здесь является NbC. Однако в соединениях с высокой $N_B(E_F)$, например, в гипотетическом кубическом карбиде иттрия YC (в настоящее время в стехиометрическом составе не синтезирован) T_c также оказалась низкой. Установлено, что взаимодействие электронов углерода с оптическими фононами в YC тоже слабое. Но не из-за низкой $N_B(E_F)$, как в NbC, а из-за того, что электронные состояния на E_F не гибридизованы и представляют собой почти чистые p -состояния углерода. Это приводит к малым матричным элементам ЭФВ и соответственно, к низкой T_c . По-видимому, гибридизация p -состояний на атомах C (или N) с s - или d -состояниями в сочетании с высокой $N_B(E_F)$ (и, как следствие, высокие T_c) возможна лишь в карбидах и нитридах с более сложными кристаллическими структурами [10].

Начиная с 1964 г. проводились исследования по микроскопическому описанию фазовых переходов с помощью классических методов статистической механики. Речь идет о сверхпроводящем фазовом переходе, ориентационных переходах в молекулярных кристаллах, теории плавления в двух и трех измерениях, переходе Костерлица–Таулесса, переходах в системах типа спиновых стекол и переходе жидкость–стекло и жидкость–жидкость в реальных системах.

Так, Е.Е. Тареевой был разработан подход, в котором сверхпроводимость описывается в приближении сильно связанных электронов, удачно приспособленном для описания эффектов давления. В рамках этого подхода была, например, рассчитана [11] зависимость от давления изотопического эффекта в сверхпроводниках (частично подтвержденная позднее экспериментально). Для описания фазовых переходов с изменением симметрии было создано направление, связанное с использованием математической теории ветвлений решений нелинейных интегральных уравнений (теории Ляпунова–Шмидта). Одним из важных результатов здесь было впервые полученное на микроскопическом уровне объяснение правил Ландау для изменения симметрии при фазовом переходе второго рода [12].

Этот подход, основанный на теории ветвлений, был с успехом применен далее для описания ориентационного

упорядочения в молекулярных кристаллах. Было получено детальное микроскопическое описание перехода в четырехподрешеточную ферроквадрупольную фазу в твердом молекулярном водороде [13]. Позднее этот подход был распространен на более сложные объекты, в частности, на ориентационный переход в фуллерене, где он дал очень хорошие результаты в полном согласии с экспериментом (по температуре перехода, типу упорядочения, роду перехода и соотношению долей преимущественных взаимных ориентаций — так называемых Р- и Н-состояний) [14].

Для описания различных вариантов нарушения пространственной симметрии в работах В.Н. Рыжова и Е.Е. Тареевой был предложен подход, основанный на использовании уравнений для условных многочастичных функций распределения классической статистической механики [23, 28, 29]:

$$F_{s+1}(\mathbf{r}_1 | \mathbf{r}_1^0 \dots \mathbf{r}_s^0) = \frac{F_{s+1}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_1^0, \dots, \mathbf{r}_s^0)}{F_s(\mathbf{r}_1^0, \dots, \mathbf{r}_s^0)}.$$

Здесь $F_s(\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_s)$ обычная s -частичная функция распределения. Условные функции удовлетворяют уравнениям

$$\begin{aligned} \frac{\rho F_{s+1}(\mathbf{r}_1 | \mathbf{r}_1^0 \dots \mathbf{r}_s^0)}{z} = \exp \left\{ -\beta \sum_{k=1}^s \Phi(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_k^0) + \right. \\ \left. + \sum_{k \geq 1} \frac{\rho^k}{k!} \int S_{k+1}(\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_{k+1}) \times \right. \\ \left. \times F_{s+1}(\mathbf{r}_1 | \mathbf{r}_1^0 \dots \mathbf{r}_s^0) \dots F_{s+1}(\mathbf{r}_{k+1} | \mathbf{r}_1^0 \dots \mathbf{r}_s^0) d\mathbf{r}_2 \dots d\mathbf{r}_{k+1} \right\}. \end{aligned}$$

Здесь z — активность, ρ — плотность, $S_{k+1}(\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_{k+1})$ — неприводимые майеровские диаграммы, $\beta = 1/k_B T$.

Рассматривая нарушение симметрии одночастичной функции, можно получить описание перехода жидкость — кристалл. На этой основе был предложен и развит принципиально новый подход к теории кристаллизации [15–17], который затем стал широко известен как метод функционала плотности в теории кристаллизации. Существенно, что в рамках этого метода, зная только прямую корреляционную функцию жидкости, можно получить температуру кристаллизации, скачок объема при переходе и выбрать тип получающейся решетки. В настоящее время именно этот метод является основным для расчета кривых плавления, и с его помощью, в частности, были проведены конкретные расчеты для ряда модельных систем, а также для кривой плавления молекулярного водорода [18] и, позднее, для фуллерена [19].

В 1990-е годы теория плавления трехмерных систем была обобщена на случай двух измерений [20, 21]. Важными составляющими микроскопической теории двумерного плавления являются описание ориентационного упорядочения связей в простых жидкостях в терминах нарушения изотропии двухчастичной функции распределения и учет флуктуаций. Были выведены микроскопические формулы для модулей упругости и модуля Франка двумерных систем, которые были использованы при построении теории двухстадийного плавления. На основе построенной теории оказалось возможным определить, для каких потенциалов плавление в двух измерениях происходит посредством двух непрерывных пере-

ходов, а для каких посредством одного перехода первого рода [22–27].

С этими работами по двумерному плавлению тесно связаны проведенные в 1990-е годы исследования по статистической механике системы вихрей в тонкой сверхпроводящей пленке. В этих работах был развит микроскопический подход, который позволил описать переход типа Костерлица — Таулесса, рассмотрено взаимодействие вихрей в тонкой пленке конечной толщины и ряд других вопросов [30–36]. С помощью развитого метода были получены хорошие конкретные результаты для экспериментально исследованной пленки ниобия, система вихрей в которой проходит через гексатическую фазу, занимающую существенную область на H – T фазовой диаграмме (H — внешнее магнитное поле).

Вскоре после появления первых классических работ по теории спиновых стекол Е.Е. Тареева с соавторами предложили ряд обобщений теории на более сложные системы. Так, была построена картина квадрупольного стекла в смеси орто- и параводорода. Принципиально, что был получен плавный, без фазового перехода, рост параметра порядка с понижением температуры, что и наблюдается в эксперименте [37]. Позднее была построена теория перехода в состояние ориентационного стекла в молекулярном параводороде под давлением, когда систему можно рассматривать как смесь молекул с $J = 0$ и $J = 2$ [38]. Полученные результаты находятся в количественном согласии с экспериментом. Интересные результаты, также находящиеся в количественном согласии с экспериментом, были получены и по ориентационному стеклу в фуллерене. В частности, впервые удалось теоретически получить в широком интервале температур и давлений соотношение долей Р- и Н-состояний [39].

Интересное применение методы теории спиновых стекол нашли и при описании перехода жидкость — стекло в кластерной модели. Такое описание оказалось возможным благодаря тому, что с помощью метода функций распределения удалось показать, что ориентационное взаимодействие кластеров в зависимости от их размеров меняет знак [40, 41].

Указанные исследования сложных систем типа спиновых стекол, а также проведенные исследования ряда моделей, в частности, детальное исследование модели Поттса [42–45], позволили сформулировать целый ряд закономерностей (универсальность) в поведении стекол в зависимости от наличия или отсутствия отражательной симметрии и построить последовательную теорию неизинговых спиновых стекол.

Фазовые переходы 1-го рода в кристаллах при изменении внешних параметров достаточно хорошо исследованы как с теоретической, так и с экспериментальной точек зрения. Напротив, изучение фазовых превращений в неупорядоченных конденсированных средах — жидкостях и аморфных твердых телах — при изменении давления и температуры находится, скорее, на начальной стадии. В качестве модели для описания перехода жидкость — жидкость (и, в некоторой степени, перехода в аморфных твердых телах) В.Н. Рыжовым и С.М. Стишовым [46, 47] была рассмотрена система с чисто отталкивательным потенциалом "коллапсирующих твердых сфер" (потенциал твердых сфер, к которому добавлена отталкивательная ступенька). Для вычисления термодинамических функций была использована термодина-

мическая теория возмущений второго порядка, при этом в качестве возмущения рассматривалось отношение высоты ступеньки к температуре, а в качестве нулевого приближения рассматривалась система твердых сфер. Свойства последней вычислялись в приближении Перкуса – Йефика. Заметим, что рассматриваемая теория аналогична теории Ван-дер-Ваальса для перехода жидкость – газ. В рамках предложенной теории были вычислены термодинамические функции системы, включая свободную энергию и изотермы. Оказалось, что на изотермах в области низких температур и высоких плотностей существуют петли Ван-дер-Ваальса, соответствующие переходу жидкость – жидкость. Используя правило Максвелла, была вычислена линия перехода жидкость – жидкость, а также коэффициент поверхностного натяжения между различными жидкими фазами вдоль этой линии. Было показано, что линия перехода заканчивается в критической точке. Характерным свойством семейства изотерм для потенциала "коллапсирующих твердых сфер" является их пересечение в области низких плотностей. Подобное свойство означает, что в некоторой области температур и плотностей коэффициент температурного расширения становится отрицательным. Заметим, что подобное аномальное поведение характерно для ряда жидкостей, в том числе для воды. Линия перехода лежит ниже линии плавления и может наблюдаться только в метастабильной области, подобно тому, что, по-видимому, имеет место для переохлажденной воды. Однако изменение параметров потенциала может, в принципе, сдвинуть линию перехода в область стабильности системы. Вычисление кривой плавления системы с потенциалом "коллапсирующих твердых сфер" с помощью критерия Хансена – Верле показывает, что в окрестности линии перехода жидкость – жидкость кривая плавления в координатах давление – температура проходит последовательно через максимум и минимум, прежде чем выходит на прямую, характерную для потенциала твердых сфер. Заметим, что добавление к потенциалу "коллапсирующих твердых сфер" притягивающей части в некоторой области параметров приводит к появлению второй критической точки, соответствующей переходу жидкость – газ [48].

В теоретическом отделе Института А.Ф. Барабановым с сотрудниками более 30 лет разрабатывается актуальная тема сильно коррелированных систем, к которым относятся, в частности, системы с тяжелыми фермионами, с переменной валентностью, манганиты, магнитные полупроводники и соединения, которые при допировании проявляют высокотемпературную сверхпроводимость (ВТСП). Подобные соединения, содержащие достаточно локализованные f- или d-электроны, не описываются традиционной зонной теорией, основанной на одночастичном подходе, и микроскопическая теория таких систем в настоящее время далека от завершения. Для них остаются открытыми фундаментальные вопросы о характере спектра носителей тока и спектра магнитной подсистемы, их взаимного влияния в зависимости от температуры, числа носителей и размерности системы, вопросы о характере нормального состояния и возможности сверхпроводящего, а также об аномальном поведении кинетических коэффициентов.

По упомянутой тематике в отделе были получены новые результаты и развиты новые подходы. В частности, была построена диаграммная техника для регуляр-

ной модели Андерсена [49–51]. Для модели в высоком порядке по гибридационному взаимодействию было точно выявлено наличие больших логарифмов $\ln(D/T)$ и $\ln(D/\varepsilon_f)$, где D — ширина зоны проводимости, ε_f — положение локализованного уровня относительно химического потенциала. Развитая техника позволила рассмотреть фазовые переходы в системах с переменной валентностью (в частности, в цепи под давлением) с учетом упомянутых логарифмов [51, 52]. Были построены беспорешеточные состояния RVB-типа для низкоразмерных систем [53–55] и исследовано движение носителей на RVB-подложке (resonant valence bond (RVB) — резонансная валентная связь).

После открытия ВТСП были проведены исследования спектра носителей в двумерном $S = 1/2$ допированном антиферромагнетике. Здесь были заложены основы подхода спинового полярона малого радиуса и исследован кинематический механизм сверхпроводящего спаривания с учетом сильных корреляций [55–57]. Для корректного описания спиновой подсистемы была разработана самосогласованная сферически симметричная теория двумерного (2D) антиферромагнетика [58–60]. В частности, для спиновых возбуждений было учтено затухание [61]. Это позволило аналитически получить скейлинговый закон

$$\frac{\chi_{2D}(\omega, T)}{\chi_{2D}(\omega, T \rightarrow 0)} = f\left(\frac{\omega}{T}\right),$$

$$\chi_{2D}(\omega, T) = \int d\mathbf{q} \operatorname{Im} \chi(\mathbf{q}, \omega, T)$$

спиновой восприимчивости для слабодопированных купратов [62]:

$$f\left(\frac{\omega}{T}\right) = \pi \Theta \left[\left(\frac{\omega}{T} \right)^2 - \beta^2 \right] + \arctan \left\{ \frac{\alpha \omega / T}{[\beta^2 - (\omega / T)^2]} \right\}$$

и обосновать линейность щели $\Delta = \beta T$ и затухания $\gamma = \alpha T$ по температуре.

Экспериментальные данные для не спин-волнового поведения (nonSW) магнитной восприимчивости $\chi(\mathbf{q}, \omega)$ купратов в сверхпроводящем состоянии (scs) были воспроизведены на основе сферически-симметричного самосогласованного подхода для фрустрированной модели Гейзенберга с учетом резонансного с scs вида поляризационного оператора [63]:

$$\chi''_{scs}(\mathbf{q}, \omega) = \frac{\Gamma F_{\mathbf{q}}}{Z^2 + \Gamma^2},$$

$$\Gamma = \gamma \omega + M''_{scs}(\mathbf{q}, \omega) = \gamma \omega + \frac{\lambda \omega \Phi_{\mathbf{q}}}{(\omega^2 - \varepsilon^2)^2 + \lambda^2 \omega^2},$$

$$Z = \omega^2 - \omega_{\mathbf{q}}^2 - M'_{scs}(\mathbf{q}, \omega);$$

$$M'_{scs}(\mathbf{q}, \omega) = \frac{\Phi_{\mathbf{q}}(\omega^2 - \varepsilon^2)}{(\omega^2 - \varepsilon^2)^2 + \lambda^2 \omega^2}.$$

Это позволило объяснить:

а) возникновение нижней ветви спиновых возбуждений (несоизмеримых пиков), которая отщепляется от резонансного Q-пика (энергия резонанса 40 мэВ близка к наблюдаемому значению);

б) сильное уменьшение спектрального веса в окрестности точки $(\tilde{q}_x, \text{nonSW}) \approx 0,065 \text{ r.l.u.}$, $\omega_0 \approx \varepsilon \approx 60 - 80 \text{ мэВ}$.

Эта окрестность отвечает экспериментально наблюдаемой, так называемой "темной области" (dark region), находящейся вблизи точки ($\tilde{q}_x = \tilde{q}_y \approx 0,1$ r.l.u., $\omega_0 \approx 50$ мэВ). Здесь сокращение r.l.u. (reduced lattice unit) означает, что векторы $\mathbf{q}$ определены по отношению к приведенной решетке;

в) следы так называемой "молчащей зоны" (silent band) лежащей в узкой области по $\tilde{q}_x$ вблизи $\tilde{q}_{x, \text{nonSW}}$: если по положению максимумов $\chi''_{\text{scs}}(\mathbf{q}, \omega)$ по ω (при фиксированных $\mathbf{q}$) ввести для верхней ветви "эффективный" спектр $\tilde{\omega}_{\text{scs}}^+(\mathbf{q})$, то при возрастании q спектр $\tilde{\omega}_{\text{scs}}^+(\mathbf{q})$ будет иметь перегиб, а интенсивность максимумов $\chi''_{\text{scs}}[\mathbf{q}, \tilde{\omega}_{\text{scs}}^+(\mathbf{q})]$ будет иметь минимум.

Была развита теория зарядовых возбуждений в допированном антиферромагнетике с учетом рассеяния спинового полярона на спиновых флуктуациях [64, 65] в рамках различных сильно коррелированных моделей: модели Эмери, регулярной s - d -модели и модели Хаббарда. Полученные результаты проще всего прояснить в случае регулярной s - d -модели с гамильтонианом вида

$$\hat{H} = \hat{h} + \hat{J} + \hat{I}, \quad \hat{h} = \sum_{\mathbf{k}} \varepsilon_{\mathbf{k}} a_{\mathbf{k}\gamma}^+ a_{\mathbf{k}\gamma},$$

$$\hat{I} = \frac{1}{2} I(1-p) \sum_{\mathbf{R}, \mathbf{g}} S_{\mathbf{R}+\mathbf{g}}^z S_{\mathbf{R}}^z + \frac{1}{2} I p \sum_{\mathbf{R}, \mathbf{d}} S_{\mathbf{R}+\mathbf{d}}^z S_{\mathbf{R}}^z,$$

$$\hat{J} = \frac{J}{\sqrt{N}} \sum_{\mathbf{k}, \mathbf{q}} a_{\mathbf{k}+\mathbf{q}, \gamma_1}^+ S_{\mathbf{q}}^z \hat{\sigma}_{\gamma_1 \gamma_2}^z a_{\mathbf{k} \gamma_2},$$

где $\hat{h}$ описывает затравочные ферми-носители и содержит спектр $\varepsilon_{\mathbf{k}}$ "голых" дырок; $\hat{I}$ отвечает антиферромагнитному (АФМ) фрустрированному взаимодействию между спинами $S = 1/2$; $\mathbf{g}$ и $\mathbf{d}$ — вектора первых и вторых ближайших соседей, $I_1 = (1-p)I$ и $I_2 = pI$ — соответствующие константы АФМ обмена, p — параметр фрустрации ($0 \leq p \leq 1$).

Слагаемое $\hat{J}$ описывает взаимодействие носителей с подсистемой локализованных спинов $\mathbf{S}_{\mathbf{R}}$ ($\hat{\sigma}^z$ — матрицы Паули, по дважды повторяющимся декартовым α и спиновым γ_1, γ_2 индексам везде подразумевается суммирование). При характерных значениях $J \simeq 0,1$ эВ гамильтониан $\hat{J}$ отвечает сильному взаимодействию голых дырок со спиновой подсистемой.

Минимальным "хорошим" узелным набором служит следующий набор базисных операторов:

$$\varphi_{\mathbf{r}\sigma}^{(1)} = a_{\mathbf{r}\sigma}, \quad \varphi_{\mathbf{r}\sigma}^{(2)} = \left(\frac{3}{4}\right)^{-1/2} S_{\mathbf{r}}^z \hat{\sigma}_{\sigma\sigma_1}^z a_{\mathbf{r}\sigma_1},$$

$$\langle [\varphi_{\mathbf{r}\sigma}^{(i)}; \varphi_{\mathbf{r}\sigma}^{(j)+}]_+ \rangle = \delta_{i,j},$$

$$\langle \hat{A} \rangle = \text{Tr} \{ \hat{\rho}^0 \hat{A} \}, \quad \hat{\rho}^0 = Z_0^{-1} \exp \left(-\frac{\hat{H}_0}{T} \right).$$

Операторы $\varphi_{\mathbf{r}\sigma}^{(1)}, \varphi_{\mathbf{r}\sigma}^{(2)}$ дают полный набор однодырочных локальных спин-поляронных операторов. При этом $\varphi_{\mathbf{r}\sigma}^{(2)}$ является аналогом одноузельного синглетного состояния, а $\varphi_{\mathbf{r}\sigma}^{(1)}$ — аналогом триплетного. Уже в базисе локальных операторов затравочная зона $\varepsilon_{\mathbf{k}}$ расщепляется на две зоны, причем спектральный вес голых дырок в нижней зоне разительно отличается от единицы. Дальнейший учет затухания спинового полярона в нижней зоне позволяет описать возникновение псевдо-щели вблизи границы магнитной зоны Бриллюэна.

Теория описывает также известную кинковую (kink) структуру спектральной плотности и закрытие псевдо-щели при увеличении допирования.

Для описания аномальной кинетики (электросопротивления $\rho(T)$ и коэффициента Холла $R(T)$) получено кинетическое уравнение, основанное на поляронном подходе, и развит многомоментный метод решения, позволяющий учесть сильнейшую анизотропию рассеяния дырок на спиновых флуктуациях [66]. Рассмотрение в рамках одного подхода адекватно описывает и диэлектрический режим, и режим малого допирования, и случай допирования, близкого к оптимальному. Показано [67], что в столкновительный член

$$\begin{aligned} P_{ll}^{s, s_1} = & J^2 \frac{1}{N^2} \sum_{\mathbf{k}, \mathbf{q}} [F_l^s(\mathbf{k}) - F_l^s(\mathbf{k} + \mathbf{q})] \times \\ & \times [F_l^{s_1}(\mathbf{k}) - F_l^{s_1}(\mathbf{k} + \mathbf{q})] Z_{\mathbf{k}}^{(s)} Z_{\mathbf{k}+\mathbf{q}}^{(s_1)} \times \\ & \times n_F(E_{\mathbf{k}}^{(s)}) \left[1 - n_F(E_{\mathbf{k}+\mathbf{q}}^{(s_1)}) n_B(E_{\mathbf{k}+\mathbf{q}}^{(s)} - E_{\mathbf{k}}^{(s_1)}) \right] \times \\ & \times \chi''(\mathbf{q}, E_{\mathbf{k}+\mathbf{q}}^{(s_1)} - E_{\mathbf{k}}^{(s)}) \end{aligned}$$

должны входить характеристики (энергии $E_{\mathbf{k}}^{(s)}$, вычеты $Z_{\mathbf{k}}^{(s)}$) именно поляронных зон. Это приводит к адекватному описанию аномальной температурной зависимости сопротивления и эффекта Холла в купратах.

Осуществленное более 10 лет назад экспериментальное наблюдение явления конденсации Бозе–Эйнштейна в разреженных парах металлов открыло новые возможности для исследования макроскопических квантовых явлений в вырожденных системах. Как правило, эти системы состоят из нескольких десятков тысяч атомов, собирающихся в ограниченное облако вблизи минимума внешнего потенциала. Характерной их чертой является разреженность и пространственная неоднородность. На первом этапе атомы охлаждаются с помощью лазерного охлаждения. Затем атомы частично испаряются из ловушки. Поскольку атомы с большей энергией испаряются более энергично, испарение приводит к охлаждению газа. В результате удается получить температуру порядка сотен нК и наблюдать бозе-конденсацию.

Современное теоретическое описание разреженного бозе-газа в ловушках базируется на знаменитой работе Н.Н. Боголюбова 1947 г., в которой было показано, что слабое отталкивание качественно меняет спектр возбуждений системы. Главным пунктом приближения Боголюбова явилось выделение из вторично-квантованного ψ -оператора аннигиляции бозонов его классической части, описывающей конденсат. Используемое для описания поведения бозе-конденсата в ловушках уравнение Гросса–Питаевского получается с помощью обобщения теории Боголюбова на пространственно-неоднородный случай. Это уравнение, имеющее вид нелинейного уравнения Шрёдингера, является классическим по своей сущности, хотя и содержит в явном виде квантовую постоянную.

Целый ряд новых интересных эффектов в поведении бозе-конденсатов в ловушках проявляется в экспериментах со смесями ультрахолодных газов. В работах В.Н. Рыжова и Е.Е. Тареевой с соавторами [68–77] были рассмотрены некоторые задачи, связанные с поведением таких смесей, а именно, разделение фаз и

вихревые состояния в бинарных смесях конденсатов для случаев совмещенных и сдвинутых центров ловушек, а также устойчивость бозе-системы в бозе-ферми-смеси с притяжением между бозонами и фермионами. Полученные результаты хорошо описывают экспериментальные данные по смеси конденсатов, состоящих из атомов рубидия в двух спиновых состояниях, и смеси бозонных атомов рубидия и ферми-атомов калия.

Во-первых, был рассмотрен двухкомпонентный бозе-конденсат с совмещенными ловушками, компоненты которого соответствуют двум внутренним состояниям спина атомов рубидия [69, 70]. Показано, что взаимодействие между конденсатами приводит к разделению фаз — образованию оболочек. Рассчитаны критические угловые скорости вращения конденсата, необходимые для порождения устойчивых вихревых состояний. Исследована зависимость картины от концентраций частиц в конденсатах. Далее была рассмотрена та же задача, но при исходно сдвинутых центрах ловушек [71, 72]. Показано, что результирующий сдвиг центров масс конденсатов оказывается существенно больше за счет взаимодействия конденсатов, что соответствует экспериментальным результатам. Исследована устойчивость вихрей внешнего и внутреннего конденсатов в зависимости от смещения минимумов потенциалов ловушек по оси вращения.

Интерес к поведению смеси бозонов и фермионов в первую очередь диктуется возможностью получения вырожденных ферми-систем и обнаружения в них сверхпроводимости. Однако поведение смеси бозонов и фермионов представляет и самостоятельный интерес. Например, в силу принципа Паули взаимодействие спин-поляризованных фермионов в s -волновом приближении отсутствует, поэтому эффективное охлаждение ферми-систем за счет испарения возможно или при наличии опосредованного взаимодействия с фермионной подсистемой в другом спиновом состоянии, или за счет взаимодействия с бозонной подсистемой в ферми-бозе-смеси.

В работах В.Н. Рыжова и Е.Е. Тареевой был получен эффективный гамильтониан, описывающий поведение бозе-компоненты в смеси фермионов и бозонов, и проанализирована устойчивость системы для случая притяжения между бозонами и фермионами [73–77]. Используя тот факт, что в силу отсутствия взаимодействия между фермионами в s -волновом приближении действие квадратично по фермионным операторам, можно формально точно провести интегрирование по ферми-полям, получив эффективное действие, зависящее от числа фермионов и температуры, в которое входят только бозонные поля. В квазиклассическом приближении Томаса–Ферми был получен явный вид эффективного действия, которое может быть разложено в ряд по бозонному полю. Показано, что взаимодействие с фермионами уменьшает эффективное взаимодействие между бозонами, соответствующее четвертому порядку разложения. В случае притяжения между бозонами и фермионами поведение системы определяется отрицательным членом шестого порядка по бозонному полю. В этом случае, по аналогии с системой бозонов с притяжением, для оценки энергии системы можно использовать вариационный принцип с гауссовой волновой функцией бозонов. Поведение системы определяется конкуренцией между положительной кинетической энер-

гией нулевых колебаний, обусловленной существованием ловушки, положительной энергией межбозонного отталкивания и отрицательной энергией за счет члена шестого порядка по бозонному полю. Последний член растет по абсолютной величине с ростом числа фермионов и приводит к увеличению плотности бозонов в центре ловушки. При некотором критическом значении числа бозонов суммы положительной кинетической энергии и энергии межбозонного отталкивания недостаточно, чтобы стабилизировать систему, что в конечном итоге приводит к коллапсу бозонной компоненты. Критическое число бозонов зависит от числа фермионов и температуры. Результаты вычислений применены для описания системы, состоящей из атомов ^{40}K (фермионы) и ^{87}Rb (бозоны), при этом получено хорошее согласие с экспериментом. Кроме того, была исследована структура и устойчивость вихревых состояний в этой системе в рамках вариационного подхода и приближения Томаса–Ферми. Показано, что при наличии вихря коллапс системы происходит при более высоких значениях числа бозонов. Рассмотрена зависимость критических скоростей образования вихрей от числа бозонов и фермионов. С помощью численного решения обобщенного уравнения Гросса–Питаевского, соответствующего эффективному гамильтониану, показано, что приближение Томаса–Ферми позволяет описать поведение и коллапс системы с очень высокой точностью.

Кроме того, на основе эффективного гамильтониана для бозонной подсистемы в смеси вырожденных бозе- и ферми-газов в гармонической ловушке найдено смещение критической температуры бозе-газа в зависимости от числа бозонов и фермионов. Показано, что наличие ферми-компоненты приводит к качественно новому характеру закона смещения по сравнению с результатом для одиночного взаимодействующего бозе-газа в ловушке: зависимость критической температуры бозе-конденсации T_C от числа бозонов N_B будет иметь другую кривизну при наличии ферми-компоненты [78].

В целом можно заключить, что за 50 лет существования Теоретического отдела ИФВД РАН в отделе проводились исследования по широкому спектру наиболее интересных направлений в физике конденсированного состояния вещества, при этом были получены результаты, соответствующие мировому уровню, а в ряде случаев и определяющие этот уровень. Сотрудники Отдела активно занимаются преподавательской деятельностью, что позволило подготовить целый ряд способных молодых исследователей, защитивших кандидатские и докторские диссертации и в настоящее время работающих в Отделе. Все это позволяет с достаточным оптимизмом смотреть в будущее Теоретического отдела ИФВД РАН.

Авторы благодарны за поддержку Российскому фонду фундаментальных исследований (гранты 07-02-00280 и 08-02-00781) и программам Президиума РАН.

Список литературы

1. Алексеев Е С, Архипов Р Г *ФТТ* **4** 1077 (1962) [Alekseev E S, Arkhipov R G *Sov. Phys. Solid State* **4** 795 (1962)]; Архипов Р Г *ЖЭТФ* **49** 1601 (1965) [Arkhipov R G *Sov. Phys. JETP* **22** 1095 (1966)]; Архипов Р Г, Алексеев Е С, Кочкин А П *ФТТ* **10** 2202 (1968) [Arkhipov R G, Alekseev E S, Kochkin A P *Sov. Phys. Solid State* **10** 1725 (1969)]

2. Максимов Е Г, Магницкая М В, Фортвов В Е *УФН* **175** 793 (2005) [Maksimov E G, Magnitskaya M V, Fortov V E *Phys. Usp.* **48** 761 (2005)]
3. Degtyareva O et al. *Phys. Rev. Lett.* **99** 155505 (2007)
4. Magnitskaya M et al. *Phys. Rev. B* **49** 1113 (1994); Цвященко А В и др. *Письма в ЖЭТФ* **68** 864 (1998) [Tsvyashchenko A V et al. *JETP Lett.* **68** 908 (1998)]
5. Kulikov N I *J. Phys. F: Met. Phys.* **15** 1139 (1985); Kulikov N I et al. *Phys. Rev. B* **36** 929 (1987)
6. Kulikov N I, Tugushev V V *J. Phys. C: Solid State Phys.* **14** L809 (1981); Куликов Н И, Тугушев В В *УФН* **144** 643 (1984) [Kulikov N I, Tugushev V V *Sov. Phys. Usp.* **27** 954 (1984)]
7. Tatarchenko A F, Kulikov N I *Phys. Rev. B* **50** 8266 (1994); Kulikov N I et al. *Phys. Rev. B* **59** 6824 (1999); *Phys. Rev. B* **66** 014206 (2002)
8. Alekseev E S, Arkhipov R G, Popova S V *Phys. Status Solidi B* **110** K151 (1982); Alekseev E S, Tatarchenko A F *Solid State Commun.* **73** 569 (1990)
9. Куликов Н И *ФТТ* **20** 2027 (1978) [Kulikov N I *Sov. Phys. Solid State* **20** 1170 (1978)]; Kulikov N I *J. Less-Common Met.* **107** 111 (1985); Magnitskaya M V, Kulikov N I *Solid State Commun.* **77** 657 (1991)
10. Maksimov E G et al. *ЖЭТФ* **132** 731 (2007); [*JETP* **105** 642 (2007)]; Максимов Е Г и др. *Письма в ЖЭТФ* **87** 507 (2008) [Maksimov E G et al. *JETP Lett.* **87** 437 (2008)]
11. Tareeva E E, Trapezina T I *Phys. Lett. A* **37** 83 (1971)
12. Тареева Е Е *ТМФ* **21** 343 (1974) [Tareeva E E *Theor. Math. Phys.* **21** 1189 (1974)]; Tareeva E E *Phys. Lett. A* **49** 309 (1974)
13. Tareeva E E, Trapezina T I *Phys. Lett. A* **51** 114 (1975); Тареева Е Е, Трапезина Т И *ДАН СССР* **223** 823 (1975) [Tareeva E E, Trapezina T I *Sov. Phys. Dokl.* **20** 548 (1976)]; Тареева Е Е, Трапезина Т И *ТМФ* **26** 269 (1976) [Tareeva E E, Trapezina T I *Theor. Math. Phys.* **26** 180 (1976); Тареева Е Е, Щелкачёва Т И *ТМФ* **31** 359 (1977) [Tareeva E E, Shchekacheva T I *Theor. Math. Phys.* **31** 510 (1977)]
14. Тареева Е Е, Щелкачёва Т И *ТМФ* **121** 479 (1999) [Tareeva E E, Shchekacheva T I *Theor. Math. Phys.* **121** 1666 (1999)]; Schelkacheva T I, Tareeva E E *Phys. Rev. B* **61** 3143 (2000)
15. Ryzhov V N, Tareeva E E *Phys. Lett. A* **75** 88 (1979)
16. Рыжов В Н, Тареева Е Е *ТМФ* **48** 416 (1981) [Ryzhov V N, Tareeva E E *Theor. Math. Phys.* **48** 835 (1981)]
17. Ryzhov V N, Tareeva E E *Physica A* **109** 357 (1981)
18. Рыжов В Н, Тареева Е Е, Щелкачёва Т И *ФНТ* **12** 530 (1986)
19. Shchekacheva T I *Phys. Lett. A* **239** 397 (1998)
20. Рыжов В Н *ТМФ* **88** 449 (1991) [Ryzhov V N *Theor. Math. Phys.* **88** 990 (1991)]
21. Рыжов В Н *ЖЭТФ* **100** 1627 (1991) [Ryzhov V N *Sov. Phys. JETP* **73** 899 (1991)]
22. Рыжов В Н, Тареева Е Е *ТМФ* **73** 463 (1987) [Ryzhov V N, Tareeva E E *Theor. Math. Phys.* **73** 1344 (1987)]
23. Ryzhov V N, Tareeva E E *J. Phys. C: Solid State Phys.* **21** 819 (1988)
24. Ryzhov V N, Tareeva E E *Phys. Lett. A* **158** 321 (1991)
25. Ryzhov V N, Tareeva E E *Phys. Rev. B* **51** 8789 (1995)
26. Рыжов В Н, Тареева Е Е *ЖЭТФ* **108** 2044 (1995) [Ryzhov V N, Tareeva E E *JETP* **81** 1115 (1995)]
27. Ryzhov V N, Tareeva E E *Physica A* **314** 396 (2002)
28. Рыжов В Н *ТМФ* **80** 107 (1989) [Ryzhov V N *Theor. Math. Phys.* **80** 745 (1989)]
29. Ryzhov V N *J. Phys.: Condens. Matter* **2** 5855 (1990)
30. Ryzhov V N, Tareeva E E *Physica C* **205** 55 (1993)
31. Ryzhov V N, Tareeva E E *Phys. Rev. B* **48** 12907 (1993)
32. Ryzhov V N, Tareeva E E *Phys. Rev. B* **49** 6162 (1994)
33. Irz D Yu, Ryzhov V N, Tareeva E E *Phys. Lett. A* **207** 374 (1995)
34. Irz D Yu, Ryzhov V N, Tareeva E E *Phys. Rev. B* **54** 3051 (1996)
35. Ирз Д Ю, Рыжов В Н, Тареева Е Е *ТМФ* **104** 337 (1995) [Irz D Yu, Ryzhov V N, Tareeva E E *Theor. Math. Phys.* **104** 1035 (1995)]
36. Ирз Д Ю, Рыжов В Н, Тареева Е Е *ТМФ* **107** 100 (1996) [Irz D Yu, Ryzhov V N, Tareeva E E *Theor. Math. Phys.* **107** 499 (1996)]
37. Lutchinskaia E A, Ryzhov V N, Tareeva E E *J. Phys. C: Solid State Phys.* **17** L665 (1984)
38. Schelkacheva T I *Письма в ЖЭТФ* **76** 434 (2004) [*JETP* **76** 374 (2004)]
39. Schelkacheva T I, Tareeva E E, Chitchelechev N M *Phys. Rev. B* **76** 195408 (2007)
40. Chitchelechev N M, Ryzhov V N, Schelkacheva T I, Tareeva E E *Phys. Lett. A* **329** 244 (2004)
41. Рыжов В Н, Тареева Е Е, Щелкачёва Т И, Щелкачёв Н М *ТМФ* **141** 131 (2004) [Ryzhov V N, Tareeva E E, Schelkacheva T I, Chitchelechev N M *Theor. Math. Phys.* **141** 1443 (2004)]
42. Lutchinskaia E A, Tareeva E E *Europhys. Lett.* **17** 109 (1992)
43. Lutchinskaia E A, Tareeva E E *Phys. Rev. B* **52** 366 (1995)
44. Gribova N V, Ryzhov V N, Schelkacheva T I, Tareeva E E *Phys. Lett. A* **315** 467 (2003)
45. Gribova N V, Ryzhov V N, Tareeva E E *Phys. Rev. E* **68** 067103 (2003)
46. Ryzhov V N, Stishov S M *ЖЭТФ* **122** 820 (2002) [*JETP* **95** 710 (2002)]
47. Ryzhov V N, Stishov S M *Phys. Rev. E* **67** 010201 (2003)
48. Fomin Yu D, Ryzhov V N, Tareeva E E *Phys. Rev. E* **74** 041201 (2006)
49. Barabanov A F, Kikoin K A, Maksimov L A *Solid State Commun.* **15** 977 (1974)
50. Барабанов А Ф, Кикоин К А, Максимов Л А *ЖЭТФ* **69** 688 (1975) [Barabanov A F, Kikoin K A, Maksimov L A *JETP* **42** 348 (1975)]
51. Барабанов А Ф, Цвелик А М *ФТТ* **21** 3214 (1979) [Barabanov A F, Tsvetlik A M *Sov. Phys. Solid State* **21** 1855 (1979)]
52. Барабанов А Ф, Алексеев Е С *ФТТ* **18** 1686 (1976) [Barabanov A F, Alekseev E S *Sov. Phys. Solid State* **18** 979 (1976)]
53. Barabanov A F, Maksimov L A, Mikheyenkov A V *J. Phys.: Condens. Matter* **1** 10143 (1989)
54. Barabanov A F, Mikheyenkov A V *Phys. B* **93** 349 (1994)
55. Barabanov A F, Maksimov L A, Mikheyenkov A V "Spin polaron in the cuprate superconductors: interpretation of the APRES results", in *Spectroscopy of High-T_c Superconductors: A Theoretical View* (Ed. N M Plakida) (London: Taylor & Francis, 2003) p. 1
56. Барабанов А Ф, Максимов Л А, Уймин Г В *ЖЭТФ* **96** 655 (1989) [Barabanov A F, Maksimov L A, Uimin G V *Sov. Phys. JETP* **69** 371 (1989)]
57. Уймин Г В, Максимов Л А, Барабанов А Ф *Письма ЖЭТФ* **48** 281 (1988) [Uimin G V, Maksimov L A, Barabanov A F *JETP Lett.* **48** 312 (1988)]
58. Barabanov A F, Starykh O A *J. Phys. Soc. Jpn.* **61** 704 (1992)
59. Barabanov A F, Beresovsky V M *J. Phys. Soc. Jpn.* **63** 3974 (1994)
60. Barabanov A F, Beresovsky V M, Žasinas E *Phys. Rev. B* **52** 10177 (1995)
61. Barabanov A F, Maksimov L A *Phys. Lett. A* **207** 390 (1995)
62. Михеенков А В, Барабанов А Ф *ЖЭТФ* **132** 392 (2007) [Mikheenko A V, Barabanov A F *JETP* **105** 347 (2007)]
63. Барабанов А Ф, Максимов Л А *Письма в ЖЭТФ* **87** 433 (2008) [Barabanov A F, Maksimov L A *JETP Lett.* **87** 371 (2008)]
64. Barabanov A F, Kuzian R O, Maksimov L A *Phys. Rev. B* **55** 4015 (1997)
65. Fiorentino V, Mancini F, Žasinas E, Barabanov A F *Phys. Rev. B* **64** 214515 (2001)
66. Barabanov A F, Kovalev A A, Urzaev O V, Belemouk A M *Phys. Lett. A* **265** 221 (2000)
67. Белемук А М, Барабанов А Ф, Максимов Л А *Письма в ЖЭТФ* **86** 374 (2007) [Belemuk A M, Barabanov A F, Maksimov L A *JETP Lett.* **86** 321 (2007)]
68. Рыжов В Н, Тареева Е Е *ТМФ* **154** 149 (2008) [Ryzhov V N, Tareeva E E *Theor. Math. Phys.* **154** 123 (2008)]
69. Chui S T, Ryzhov V N, Tareeva E E *ЖЭТФ* **118** 1366 (2000) [*JETP* **91** 1183 (2000)]
70. Chui S T, Ryzhov V N, Tareeva E E *Phys. Rev. A* **63** 023605 (2001)
71. Chui S T, Ryzhov V N, Tareeva E E *J. Phys.: Condens. Matter* **14** L77 (2002)
72. Chui S T, Ryzhov V N, Tareeva E E *Письма в ЖЭТФ* **75** 279 (2002) [*JETP Lett.* **75** 233 (2002)]
73. Chui S T, Ryzhov V N, Tareeva E E *Письма в ЖЭТФ* **80** 305 (2004) [*JETP Lett.* **80** 274 (2004)]
74. Chui S T, Ryzhov V N *Phys. Rev. A* **69** 043607 (2004)
75. Chui S-T, Ryzhov V N, Tareeva E E *Phys. Part. Nuclei.* **36** (Suppl. 1) 107 (2005)
76. Belemuk A M, Chitchelechev N M, Ryzhov V N, Chui S-T *Phys. Rev. A* **73** 053608 (2006)
77. Belemuk A M, Ryzhov V N, Chui S-T *Phys. Rev. A* **76** 013609 (2007)
78. Белемук А М, Рыжов В Н *Письма в ЖЭТФ* **87** 438 (2008) [Belemuk A M, Ryzhov V N *JETP Lett.* **87** 376 (2008)]