

ОБЗОРЫ АКТУАЛЬНЫХ ПРОБЛЕМ

Универсальное поведение сильнокоррелированных ферми-систем

В.Р. Шагинян, М.Я. Амусья, К.Г. Попов

Обзор посвящен рассмотрению теории и анализу явлений, происходящих в таких сильнокоррелированных ферми-системах, как высокотемпературные сверхпроводники, металлы с тяжелыми фермионами и квазидвумерные ферми-системы. Показано, что основные свойства и универсальное поведение сильнокоррелированных ферми-систем могут быть объяснены в рамках теории, основанной на ферми-конденсатном квантовом фазовом переходе и известной парадигме Ландау, включающей формализм квазичастиц и параметра порядка. Отмечена полезность использования идей фермионной конденсации при изучении нейтронных звезд, конечных ферми-систем, ультрахолодных газов в ловушках и кварковой плазмы.

PACS numbers: 71.27. + a, 74.20.Fg, 74.25.Jb

Содержание

1. Введение (585).

1.1. Квантовые фазовые переходы и аномальное поведение коррелированных ферми-систем. 1.2. Границы и цели обзора.

2. Ферми-жидкость с фермионным конденсатом (587).

2.1. Теория ферми-жидкости Ландау. 2.2. Ферми-конденсатный квантовый фазовый переход. 2.3. "Тень" фермионного конденсата при конечных температурах.

3. Сверхпроводящее состояние с фермионным конденсатом (591).

3.1. Сверхпроводящее состояние при $T = 0$. 3.2. Функции Грина сверхпроводящего состояния с фермионным конденсатом при $T = 0$. 3.3. Сверхпроводящее состояние при конечных температурах. 3.4. Квазичастицы Боголюбова. 3.5. Псевдощель. 3.6. Зависимость критической температуры T_c сверхпроводя-

щего фазового перехода от легирования. 3.7. Щель и теплоемкость в окрестности T_c .

4. Закон дисперсии и форма линии одночастичных возбуждений (596).

5. Электронная жидкость с фермионным конденсатом в магнитных полях (598).

5.1. Ферми-жидкость Ландау в высокотемпературных сверхпроводниках.

6. Появление ферми-конденсатного квантового фазового перехода в ферми-системах (600).

7. Высококоррелированная электронная жидкость в металлах с тяжелыми фермионами (602).

7.1. Зависимость эффективной массы M^* от магнитного поля. 7.2. Зависимость эффективной массы M^* от температуры и затухание квазичастиц. 7.3. Электрическое сопротивление металлов с тяжелыми фермионами. 7.4. Магнитная восприимчивость. 7.5. Магнетосопротивление.

8. Металлы с сильнокоррелированной электронной жидкостью (607).

8.1. Энтропия, линейное расширение и закон Грюнайзена. 8.2. T - V -фазовая диаграмма, коэффициент Холла и магнитная восприимчивость. 8.3. Металлы с тяжелыми фермионами в непосредственной близости от ферми-конденсатного квантового фазового перехода.

9. Асимметричная проводимость сильнокоррелированных металлов (612).

9.1. Нормальное состояние. 9.2. Сверхпроводящее состояние.

10. Выводы и заключение (615).

Список литературы (616).

В.Р. Шагинян. Петербургский институт ядерной физики им. Б.П. Константинова РАН, 188300 Гатчина, Ленинградская обл., Орлова роща, Российская Федерация
Тел. (813) 714-60-96. E-mail: vrshag@thd.pnpi.spb.ru
Racah Institute of Physics, Hebrew University, Jerusalem 91904, Israel

М.Я. Амусья. Racah Institute of Physics, Hebrew University, Jerusalem 91904, Israel
Тел. (972) 26584348. E-mail: amusia@vms.huji.ac.il
Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН, 194021 Санкт-Петербург, ул. Политехническая 4, Российская Федерация
Тел. (812) 292-79-40

К.Г. Попов. Коми научный центр УрО РАН, 167982 Республика Коми, Сыктывкар, ГСП-2, ул. Чернова 3а, Российская Федерация
Тел. (8212) 21-57-40. E-mail: kpopov@dm.komisc.ru

Статья поступила 31 октября 2006 г.,
после доработки 9 января 2007 г.

1. Введение

Теория ферми-жидкости Ландау (ФЖЛ) имеет давнюю историю и блестящие результаты в описании многообразных свойств электронной жидкости обычных металлов и ферми-жидкостей типа ^3He . Эта теория построена в предположении, что физику при низких

температурах определяют элементарные возбуждения, которые ведут себя как квазичастицы, характеризующиеся эффективной массой и находящиеся по основным своим свойствам в одном классе с квазичастицами слабо взаимодействующего ферми-газа. Поэтому эффективная масса M^* не зависит от температуры, давления, магнитного поля и является параметром теории.

Открытый относительно недавно новый класс сильнокоррелированных ферми-систем, таких как металлы с тяжелыми фермионами (ТФ), высокотемпературные сверхпроводники (ВТСП) и квазидвумерные ферми-жидкости, проявляет огромное разнообразие физических свойств [1–5]. Свойства этих материалов принципиально отличаются от свойств обычных ферми-систем. Например, в случае металлов с тяжелыми фермионами сильная корреляция электронов приводит к перенормировке эффективной массы квазичастиц, которая может превысить обычную, "голую" массу на несколько порядков или даже стать неограниченно большой. При этом эффективная масса демонстрирует сильную зависимость от температуры, давления или приложенного магнитного поля. Такие металлы имеют аномальное поведение и необычные степенные законы температурной зависимости термодинамических свойств при низких температурах, аналогичные таковым для аномальной ферми-жидкости Ландау.

Неспособность теории ферми-жидкости Ландау объяснить экспериментальные наблюдения, связанные с зависимостью M^* от температуры T , магнитного поля B , давления и т.д., привела к заключению о том, что квазичастицы не выживают в сильнокоррелированных ферми-системах и тяжелый электрон не сохраняет своей целостности как возбуждение-квазичастица [6–11].

1.1. Квантовые фазовые переходы и аномальное поведение коррелированных ферми-систем

Предполагается, что необычные свойства и аномальное поведение, наблюдаемые в ВТСП и металлах с ТФ, определяются разнообразными магнитными квантовыми фазовыми переходами [3]. Поскольку квантовый фазовый переход происходит при температуре $T = 0$, то контролирующими параметрами являются такие, как состав, плотность числа электронов (или дырок) x , давление, напряженность магнитного поля B и т.д. Квантовый фазовый переход происходит в квантовой критической точке, которая отделяет упорядоченную фазу, возникающую в результате квантового фазового перехода, от неупорядоченной фазы. Обычно предполагается, что магнитные (например ферромагнитные и антиферромагнитные) квантовые фазовые переходы ответственны за аномальное поведение. Критическую точку такого фазового перехода смещают в абсолютный нуль температур с помощью изменения указанных выше параметров.

Можно ожидать, что универсальное поведение наблюдается только в том случае, когда рассматриваемая система находится очень близко к квантовой критической точке, например, когда длина корреляций намного больше, чем микроскопический масштаб длины, и критические квантовые и тепловые флуктуации определяют аномальный вклад в термодинамические функции металла. Квантовые фазовые переходы такого вида весьма распространены [2–4], поэтому мы будем назы-

вать их обычными квантовыми фазовыми переходами. В этом случае физику явления определяют тепловые и квантовые флуктуации критического состояния, а квазичастичные возбуждения разрушены этими флуктуациями.

Считается, что отсутствие квазичастичных возбуждений является основной причиной аномального поведения металлов с тяжелыми фермионами и высокотемпературных сверхпроводников [2–4]. Однако при таком подходе возникают трудности. Критическое поведение в экспериментах с металлами, содержащими ТФ, наблюдается при температурах, достигающих довольно больших значений, сопоставимых с эффективной температурой Ферми T_k . Например, коэффициент теплового расширения $\alpha(T)$, который в случае нормальной ферми-жидкости Ландау линейно зависит от температуры, $\alpha(T) \propto T$, при измерениях на CeNi_2Ge_2 демонстрирует зависимость $\alpha \propto \sqrt{T}$ при изменении температуры на два порядка — при ее понижении от 6 К до по крайней мере 50 мК [12]. Вряд ли подобное поведение можно объяснить на основе флуктуационной теории критической точки. Очевидно, что такая ситуация возможна только при $T \rightarrow 0$, когда критические флуктуации вносят доминирующий вклад в энтропию и когда длина корреляций намного больше, чем микроскопический масштаб длины. При некоторой температуре $T \ll T_k$ эта макроскопически большая длина корреляций должна быть разрушена обычными тепловыми флуктуациями и соответствующее универсальное поведение должно исчезнуть.

Другая трудность связана с объяснением восстановления поведения ФЖЛ под воздействием магнитного поля B , наблюдаемого в металлах с ТФ и в ВТСП [1, 13, 14]. В случае ФЖЛ при $T \rightarrow 0$ электрическое сопротивление $\rho(T) = \rho_0 + AT^2$, теплоемкость $C(T) = \gamma T$ и магнитная восприимчивость $\chi = \text{const}$. Оказывается, что зависимости от магнитного поля коэффициента $A(B)$, коэффициента Зоммерфельда $\gamma(B)$ и восприимчивости $\chi(B)$ таковы, что $A(B) \propto \gamma^2(B)$ и $A(B) \propto \chi^2(B)$, из чего следует, что соотношение Кадоваки–Вудса (КВ) $K = A(B)/\gamma^2(B)$ [15] является B -независимым и сохраняется [13]. Такое универсальное поведение, вполне естественное при определяющей роли квазичастиц, едва ли можно объяснить в рамках подхода, предполагающего отсутствие квазичастиц, которое свойственно обычным квантовым фазовым переходам в окрестности квантовой критической точки.

Например, соотношение КВ не соответствует сценарию волн спиновой плотности [13] и результатам исследований квантовой критичности на основе ренорм-группового подхода [16]. Кроме того, измерения переноса заряда и тепла показали, что закон Видемана–Франца (ВФ) выполняется в ряде случаев ВТСП [14, 17] и металлов с ТФ [18, 19]. Поэтому мы можем заключить, что квазичастицы существуют в этих металлах, о чем свидетельствуют и результаты фотоэмиссионной спектроскопии [20, 21].

Невозможность объяснить поведение металлов с тяжелыми фермионами в рамках теорий, основанных на обычных квантовых фазовых переходах, приводит к заключению о том, что другое важное понятие, введенное Ландау, — понятие параметра порядка — также не работает (см., например, [8–11]). Таким образом, мы остаемся без наиболее фундаментальных принципов квантовой физики многих тел [22], а широкий круг

интересных явлений, связанных с аномальным поведением сильнокоррелированных ферми-систем, остается без объяснений.

1.2. Границы и цели обзора

В обзоре мы показываем, что такие разнородные системы, как ВТСП, металлы с ТФ и квазидвумерные сильнокоррелированные ферми-жидкости, обладают общим универсальным поведением, которое можно описать в рамках единого подхода, основанного на теории фермионной конденсации [23, 24]. Однако, сосредоточившись на рассмотрении универсального поведения, ввиду ограниченности объема обзора мы не имеем возможности обсудить специфику отдельных сильнокоррелированных систем. Например, мы оставляем в стороне физику таких ферми-систем, как нейтронные звезды, атомные кластеры и ядра, кварковая плазма и ультрахолодные газы в ловушках, в которых возможно существование фермионного конденсата (ФК) [25–29]. Ультрахолодные газы в ловушках интересны тем, что благодаря легкой настройке ловушек можно осуществить подбор параметров, необходимых для наблюдений квантовой критической точки и ФК.

Экспериментальные исследования свойств квантовых фазовых переходов и их критических точек являются принципиально важными для понимания физической природы высокотемпературной сверхпроводимости и металлов с ТФ. Экспериментальные данные, относящиеся к различным сильнокоррелированным ферми-системам, являются взаимодополняющими. В случае высокотемпературной сверхпроводимости такие эксперименты практически отсутствуют, поскольку при низких температурах соответствующие критические точки находятся в области сверхпроводимости и физические свойства соответствующего квантового фазового перехода изменены сверхпроводимостью. Однако для металлов с ТФ эти исследования вполне возможны. Недавние экспериментальные данные, относящиеся к поведению металлов с ТФ, проливают свет на природу критических точек и фазовых переходов (см., например, [13, 14, 17–21]). Поэтому существенно важным является одновременное изучение высокотемпературной сверхпроводимости и аномального поведения металлов с ТФ.

Для того чтобы избежать сложностей, связанных с анизотропией, порождаемой кристаллической решеткой твердых тел, ее спецификой, нерегулярностями и т.п., мы используем модель однородной тяжелой электронной (фермионной) жидкости для изучения универсального поведения электронных (дырочных) систем ВТСП, металлов с ТФ и квазидвумерных ферми-систем при низких температурах. Такая модель вполне работоспособна, так как мы рассматриваем универсальное поведение, демонстрируемое этими материалами при низких температурах, которое связано со степенными расходимостями таких величин, как эффективная масса, теплоемкость, тепловое расширение и т.д. Эти расходимости, или характеризующие их критические индексы, определяются малыми передаваемыми импульсами по сравнению с импульсами порядка величины обратной постоянной решетки, вклады которых не оказывают влияния на изучаемую динамику системы, связанную с малыми импульсами, и поэтому могут быть опущены, как это делается, например, при построении флуктуационной теории критических индексов [22]. Таким же

образом мы можем игнорировать сложности и специфику, связанные с конкретным ВТСП или металлом с ТФ.

Универсальные свойства сильнокоррелированных ферми-систем мы будем анализировать в рамках теории фермионной конденсации [23, 24, 30], поскольку само поведение металлов с ТФ предлагает ассоциировать их необычные свойства с квантовым фазовым переходом, связанным с неограниченным возрастанием эффективной массы в его критической точке. Например, расходимость эффективной массы наблюдалась в индуцированной магнитным полем квантовой критической точке [6, 13, 18, 19, 31]. Таким квантовым фазовым переходом является ферми-конденсатный квантовый фазовый переход (ФККФП), приводящий к образованию ФК. Основной особенностью ФККФП является расходимость эффективной массы M^* в его квантовой критической точке [23, 24, 30]. Мы будем предполагать, что тяжелая электронная жидкость находится или вблизи ФККФП, или уже за критической точкой ФККФП.

2. Ферми-жидкость с фермионным конденсатом

Одной из самых сложных проблем современной физики конденсированного состояния является вопрос о структуре и свойствах ферми-систем с большими константами межчастичного взаимодействия. Впервые способ решения таких проблем посредством введения понятия квазичастиц и амплитуд, которые характеризуют эффективное взаимодействие между ними [22, 32], был предложен Ландау в теории ферми-жидкости, позднее названной "нормальной". Теория Ландау может рассматриваться как эффективная теория при низких энергиях, в которой высокоэнергетичные степени свободы устранены путем введения амплитуд, определяющих взаимодействия между квазичастицами при низких температурах, вместо сильного межчастичного взаимодействия. Стабильность основного состояния ферми-жидкости Ландау определяется условиями стабильности Померанчука: стабильность нарушается, когда хотя бы одна из амплитуд Ландау становится отрицательной и достигает критического значения [22, 33]. Отметим, что новая фаза, в которой условия стабильности восстанавливаются, в принципе может быть также описана в рамках теории ферми-жидкости Ландау.

2.1. Теория ферми-жидкости Ландау

Вначале кратко напомним основные положения теории ФЖЛ [22, 32]. Теория ферми-жидкости Ландау опирается на понятие квазичастиц, которые представляют собой элементарные слабо возбужденные состояния ферми-жидкости и поэтому являются специфическими возбуждениями, формирующими низкотемпературные термодинамические и транспортные свойства ферми-жидкости. В случае электронной жидкости квазичастицы характеризуются квантовыми числами электрона и эффективной массой M^* . Энергия основного состояния рассматриваемой системы является функционалом чисел заполнения квазичастиц (или функции распределения квазичастиц) $n(\mathbf{p}, T)$, точно так же, как и свободная энергия $F[n(\mathbf{p}, T)]$, энтропия $S[n(\mathbf{p}, T)]$ и другие термодинамические функции. Из условия минимума свободной энергии $F = E - TS$ можно найти функцию распре-

деления:

$$\frac{\delta(F - \mu N)}{\delta n(\mathbf{p}, T)} = \varepsilon(\mathbf{p}, T) - \mu(T) - T \ln \frac{1 - n(\mathbf{p}, T)}{n(\mathbf{p}, T)} = 0, \quad (2.1)$$

здесь μ — химический потенциал, а $\varepsilon(\mathbf{p}, T)$ — энергия квазичастицы,

$$\varepsilon(\mathbf{p}, T) = \frac{\delta E[n(\mathbf{p}, T)]}{\delta n(\mathbf{p}, T)}. \quad (2.2)$$

Эта энергия является функционалом $n(\mathbf{p}, T)$ точно так же, как энергия $E[n(\mathbf{p}, T)]$. Энтропия $S[n(\mathbf{p}, T)]$ задается известным выражением [22, 32]:

$$S[n(\mathbf{p}, T)] = -2 \int [n(\mathbf{p}, T) \ln(n(\mathbf{p}, T)) + (1 - n(\mathbf{p}, T)) \ln(1 - n(\mathbf{p}, T))] \frac{d\mathbf{p}}{(2\pi)^3}, \quad (2.3)$$

которое следует из чисто комбинаторного рассмотрения.

Уравнению (2.1) обычно придают стандартный вид распределения Ферми–Дирака

$$n(\mathbf{p}, T) = \left[1 + \exp \frac{\varepsilon(\mathbf{p}, T) - \mu}{T} \right]^{-1}. \quad (2.4)$$

При $T \rightarrow 0$ уравнения (2.1) и (2.4) имеют стандартное решение $n(p, T \rightarrow 0) \rightarrow \theta(p_F - p)$, здесь $\theta(p_F - p)$ — ступенчатая функция, $\varepsilon(p \approx p_F) - \mu = p_F(p - p_F)/M_L^*$, где M_L^* — эффективная масса квазичастицы Ландау [22, 32],

$$\frac{1}{M_L^*} = \frac{1}{p} \left. \frac{d\varepsilon(p, T=0)}{dp} \right|_{p=p_F}. \quad (2.5)$$

Подразумевается, что M_L^* является положительной и конечной на поверхности Ферми. В результате T -зависящие поправки к M_L^* , энергии квазичастиц $\varepsilon(\mathbf{p})$ и другим величинам начинаются с члена пропорционального T^2 . Эффективная масса задается хорошо известным уравнением Ландау

$$\frac{1}{M_L^*} = \frac{1}{M} + \sum_{\sigma_1} \int \frac{\mathbf{p}_F \mathbf{p}_1}{p_F^3} F_{\sigma, \sigma_1}(\mathbf{p}_F, \mathbf{p}_1) \frac{\partial n_{\sigma_1}(\mathbf{p}_1, T)}{\partial p_1} \frac{d\mathbf{p}_1}{(2\pi)^3}. \quad (2.6)$$

Здесь $F_{\sigma, \sigma_1}(\mathbf{p}_F, \mathbf{p}_1)$ — амплитуда Ландау, зависящая от импульсов $\mathbf{p}$, $\mathbf{p}_F$ и спинов σ , M — "голая" масса электрона. С целью упрощения мы не учитываем спин-зависимость эффективной массы, поскольку в случае однородной жидкости и слабых магнитных полей M_L^* почти не зависит от спина.

Из уравнения (2.6) при $T = 0$, учитывая, что $n(\mathbf{p}, T = 0)$ становится ступенчатой функцией $\theta(p_F - p)$, мы получаем известный результат [34]

$$\frac{M_L^*}{M} = \frac{1}{1 - N_0 F^1(p_F, p_F)/3},$$

где N_0 — плотность состояний свободного ферми-газа, $F^1(p_F, p_F)$ — p -волновая компонента амплитуды взаимодействия Ландау. Поскольку в теории ферми-жидкости Ландау $x = p_F^3/3\pi^2$, амплитуда Ландау может быть записана как $F^1(p_F, p_F) = F^1(x)$. Предположим, что в некоторой критической точке x_{FC} знаменатель

$(1 - N_0 F^1(p_F, p_F)/3)$ стремится к нулю, т.е.

$$\left(1 - \frac{N_0 F^1(x)}{3} \right) \propto (x - x_{FC}) + a(x - x_{FC})^2 + \dots \rightarrow 0.$$

В результате получаем, что [35, 36]

$$\frac{M_L^*(x)}{M} \approx A + \frac{B}{x - x_{FC}} \propto \frac{1}{r}, \quad (2.7)$$

где A и B — константы, а $r = (x - x_{FC})/x_{FC}$ — "расстояние" от квантовой критической точки x_{FC} , в которой $M_L^*(x \rightarrow x_{FC}) \rightarrow \infty$.

Поведение $M_L^*(x)$, описываемое формулой (2.7), хорошо согласуется с результатами экспериментов [37, 38] и вычислений [39–41] (см. также раздел 6). В случае электронных систем уравнение (2.7) справедливо при $x > x_{FC}$, когда $r > 0$ [24, 42]. Такое поведение эффективной массы может наблюдаться в металлах с ТФ, обладающих достаточно плоской и узкой зоной проводимости, соответствующей большой эффективной массе $M_L^*(x \approx x_{FC})$, с сильной электронной корреляцией и эффективной температурой Ферми $T_k \sim p_F^2/M_L^*(x)$ порядка нескольких десятков градусов Кельвина или еще ниже (см., например, [1]).

2.2. Ферми-конденсатный квантовый фазовый переход

Не так давно было показано, что условия стабильности Померанчука охватывают не все возможные типы неустойчивости и по крайней мере один из них упущен [23]. Этот тип неустойчивости соответствует ситуации, в которой эффективная масса — наиболее важная характеристика квазичастиц Ландау — может стать бесконечно большой. В результате кинетическая энергия квазичастиц оказывается пренебрежимо малой вблизи ферми-поверхности и функция $n(\mathbf{p})$ определяется потенциальной энергией. Это приводит к образованию нового класса сильнокоррелированных ферми-жидкостей с ФК [23, 24, 43], который отделен от нормальной ферми-жидкости ФККФП [44, 45].

Из уравнения (2.7) следует, что при $T = 0$ и $r = (x - x_{FC}) \rightarrow 0$ эффективная масса расходится, $M_L^*(r) \rightarrow \infty$. Расстояние r за критической точкой x_{FC} становится отрицательным, и соответственно становится отрицательной эффективная масса. Для того чтобы предотвратить появление неустойчивого и принципиально бессмысленного состояния с отрицательным значением эффективной массы, в системе должен осуществиться квантовый фазовый переход в критической точке $x = x_{FC}$, который, как мы увидим ниже, представляет собой ФККФП [44, 46]. Так как кинетическая энергия квазичастиц, находящихся вблизи поверхности Ферми, пропорциональна обратной величине эффективной массы, то при $x \rightarrow x_{FC}$ потенциальная энергия квазичастиц, находящихся у ферми-поверхности, определяет энергию основного состояния. Поэтому фазовый переход, понижая энергию системы, должен приводить к перестройке функции распределения квазичастиц, и распределение квазичастиц за точкой фазового перехода при $x \leq x_{FC}$ определяется обычным уравнением для поиска минимума функционала энергии [23]:

$$\frac{\delta E[n(\mathbf{p})]}{\delta n(\mathbf{p}, T = 0)} = \varepsilon(\mathbf{p}) = \mu, \quad p_i \leq p \leq p_f. \quad (2.8)$$

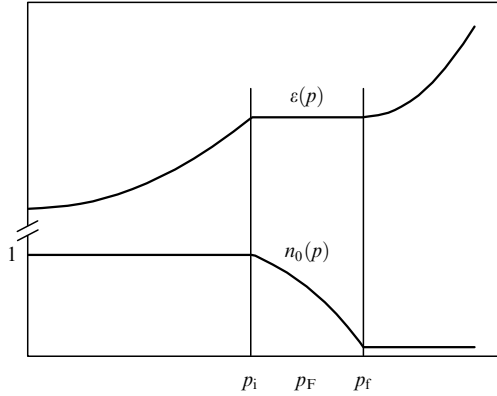


Рис. 1. Функция распределения квазичастиц $n_0(p)$ и одночастичный спектр $\varepsilon(p)$. Поскольку $n_0(p)$ является решением уравнения (2.8), то $n_0(p < p_i) = 1$, $0 < n_0(p_i < p < p_f) < 1$, $n_0(p > p_f) = 0$ и $\varepsilon(p_i < p < p_f) = \mu$. Импульс Ферми p_F удовлетворяет условию $p_i < p_F < p_f$.

Уравнение (2.8) дает функцию распределения квазичастиц $n_0(\mathbf{p})$, которая минимизирует энергию основного состояния E . Определенная из уравнения (2.8) $n_0(\mathbf{p})$ отличается от ступенчатой функции в области (p_i, p_f) , где $0 < n_0(\mathbf{p}) < 1$, а вне этой области $n_0(\mathbf{p})$ совпадает со ступенчатой функцией. Из уравнения (2.8) также следует, что в указанной области одночастичный спектр имеет абсолютно "плоскую" форму. Возможное решение $n_0(\mathbf{p})$ уравнения (2.8) и соответствующий одночастичный спектр $\varepsilon(\mathbf{p})$ показаны на рис. 1. Квазичастицы с импульсами в области (p_i, p_f) имеют одинаковые одночастичные энергии, равные химическому потенциалу μ , и образуют ФК, а сами распределения $n_0(\mathbf{p})$ описывают новое состояние ферми-жидкости с ФК [23, 24, 43]. В отличие от ферми-жидкостей Ландау, маргинальной или Латтинджера, характеризующихся общей топологической структурой функции Грина, в системах с ФК, в которых ферми-поверхность расплывается в полосу, функция Грина относится к иному топологическому классу [28, 29, 43]. Топологический класс ферми-жидкости можно охарактеризовать следующим инвариантом [43]:

$$N = \text{tr} \oint_C \frac{d\mathbf{l}}{2\pi i} G(i\omega, \mathbf{p}) \partial_l G^{-1}(i\omega, \mathbf{p}), \quad (2.9)$$

где оператор tr обозначает след по спиновым индексам функции Грина, а интеграл берется по произвольному контуру C , охватывающему особенность функции Грина. Инвариант N , задаваемый (2.9), остается целочисленным даже в том случае, когда особенность не является полюсной, не может изменяться непрерывно и сохраняется как при переходе от ферми-жидкости Ландау к маргинальным жидкостям, так и при малых возмущениях функции Грина. Как было показано Воловиком, совсем иная ситуация возникает в системах с ФК, где инвариант N становится полуцелым, превращая системы с ФК в существенно новый класс ферми-жидкостей со своей топологической структурой [28, 29, 43].

В случае ФККФП, как и при рассмотрении других фазовых переходов, мы имеем дело с сильным межчастичным взаимодействием, и абсолютно надежный ответ нельзя дать на основе теоретического рассмотрения,

исходящего из первых принципов. Поэтому единственный способ удостовериться в реальности ФК заключается в изучении этого состояния в рамках точно решаемых моделей и рассмотрении экспериментальных фактов, которые можно интерпретировать как прямое подтверждение существования ФК.

Точно решаемые модели однозначно свидетельствуют о том, что ферми-системы с ФК существуют (см., например, [47–50]). Принимая во внимание топологическое рассмотрение, можно заключить, что новый класс ферми-жидкостей с ФК не является пустым, действительно существует и представляет собой обширное семейство новых состояний ферми-систем [28, 29, 43].

Отметим, что решения $n_0(\mathbf{p})$ уравнения (2.8) являются новыми решениями известных уравнений теории ферми-жидкости Ландау. Действительно, при $T = 0$ стандартное решение, представляющее собой ступенчатую функцию, $n(\mathbf{p}, T \rightarrow 0) \rightarrow \theta(p_F - p)$, — не единственно возможное. Могут существовать аномальные решения $\varepsilon(\mathbf{p}) = \mu$ уравнения (2.1), если логарифмическое выражение в его правой части конечно. Это возможно при выполнении условия $0 < n_0(\mathbf{p}) < 1$ в некоторой области $p_i \leq p \leq p_f$. Тогда в рассматриваемой области указанное логарифмическое выражение остается конечным при $T \rightarrow 0$, а произведение $T \ln [(1 - n_0(\mathbf{p}))/n_0(\mathbf{p})]|_{T \rightarrow 0} \rightarrow 0$, и мы снова получаем уравнение (2.8).

Таким образом, при $T \rightarrow 0$ функция распределения квазичастиц $n_0(\mathbf{p})$, являющаяся решением уравнения (2.8), не стремится к ступенчатой функции $\theta(p_F - p)$, соответственно, как следует из уравнения (2.3), энтропия $S_{\text{NFL}}(T)$ этого состояния при $T \rightarrow 0$ стремится к конечной величине S_0 :

$$S_{\text{NFL}}(T \rightarrow 0) \rightarrow S_0. \quad (2.10)$$

Вопрос о том, как работает теорема Нернста в системах с ФК, обсуждается в разделе 3.1, а поведение энтропии — в разделе 8.

Предположим, что при уменьшении плотности (или возрастании силы взаимодействия) мы достигли точки $x \approx x_{\text{FC}}$, в которой возникает ФК. Это означает, что $p_i \rightarrow p_f \rightarrow p_F$ и отклонение $\delta n(\mathbf{p}) = n_0(\mathbf{p}) - \theta(p_F - p)$ является малым. Разлагая функционал $E[n(\mathbf{p})]$ в ряд Тейлора по $\delta n(\mathbf{p})$ и сохраняя старшие члены, из уравнения (2.8) можно получить следующее соотношение в интервале $p_i \leq p \leq p_f$:

$$\mu = \varepsilon(\mathbf{p}) = \varepsilon_0(\mathbf{p}) + \int F(\mathbf{p}, \mathbf{p}_1) \delta n(\mathbf{p}_1) \frac{d\mathbf{p}_1}{(2\pi)^2}, \quad (2.11)$$

где $F(\mathbf{p}, \mathbf{p}_1) = \delta^2 E / \delta n(\mathbf{p}) \delta n(\mathbf{p}_1)$ — амплитуда Ландау. Обе величины, амплитуда и одночастичная энергия $\varepsilon_0(\mathbf{p})$, вычислены при $n(\mathbf{p}) = \theta(p_F - p)$. Уравнение (2.11) имеет нетривиальные решения при значениях плотности $x \leq x_{\text{FC}}$, если соответствующая амплитуда Ландау, зависящая от плотности, положительна и достаточно велика для того, чтобы потенциальная энергия была больше, чем кинетическая. Например, такое состояние реализуется в электронной жидкости с малой плотностью. Тогда преобразование ступенчатой функции Ферми $n(\mathbf{p}) = \theta(p_F - p)$ в гладкую, определяемую уравнением (2.11), становится возможным [23, 24, 42].

Система с ФК может считаться сильнокоррелированной ферми-жидкостью при значениях плотности $x < x_{\text{FC}}$.

Из уравнения (2.11) видно, что квазичастицы фермионного конденсата формируют коллективное состояние, поскольку их состояние определено макроскопическим числом квазичастиц с импульсами $p_i < p < p_f$. Форма одночастичного спектра, связанного с фермионным конденсатом, не зависит от взаимодействия Ландау, которое, вообще говоря, обусловлено свойствами системы как целого, включая коллективные состояния, нерегулярность структуры, наличие примесей, состав и т.д. Единственная характеристика, определяемая взаимодействием Ландау, — ширина $p_f - p_i$ области, занятой ФК; разумеется, взаимодействие должно быть достаточно сильным, чтобы ФККФП вообще был возможен. Следовательно, можно заключить, что спектры, связанные с ФК, имеют универсальную форму.

В разделах 2.3 и 3.1 мы покажем, что указанные спектры зависят от температуры и сверхпроводящей щели, но эта зависимость также имеет универсальный характер. Существование таких спектров может рассматриваться, как характерная особенность "квантового протектората", при котором свойства материала, в том числе термодинамические, определяются некоторым фундаментальным принципом [51, 52]. В нашем случае состояние вещества с ФК также является квантовым протекторатом, поскольку новый тип квазичастиц этого состояния обуславливает особые универсальные термодинамические и транспортные свойства ферми-жидкости с ФК.

2.3. "Тень" фермионного конденсата при конечных температурах

Согласно уравнению (2.1) одночастичная энергия $\varepsilon(\mathbf{p}, T)$ в пределах интервала (p_i, p_f) при $T \ll T_f$ линейна по T [53]. Разлагая $\ln[(1 - n(\mathbf{p}))/n(\mathbf{p})]$ в ряд по $n(\mathbf{p})$ при $p \approx p_f$, можно записать следующее выражение:

$$\frac{\varepsilon(\mathbf{p}, T) - \mu(T)}{T} = \ln \frac{1 - n(\mathbf{p})}{n(\mathbf{p})} \approx \frac{1 - 2n(\mathbf{p})}{n(\mathbf{p})} \Big|_{p \approx p_f}. \quad (2.12)$$

Здесь T_f — температура, при превышении которой влияние ФК становится незначительным [54]:

$$\frac{T_f}{\varepsilon_F} \sim \frac{p_f^2 - p_i^2}{2m\varepsilon_F} \sim \frac{\Omega_{FC}}{\Omega_F}, \quad (2.13)$$

где Ω_{FC} — объем ФК, ε_F — энергия Ферми, Ω_F — объем сферы Ферми. Отметим, что при $T \ll T_f$ числа заполнения $n(\mathbf{p})$, полученные из уравнения (2.8), почти не зависят от T . При конечных температурах согласно уравнению (2.12) бездисперсионное плато $\varepsilon(\mathbf{p}) = \mu$, показанное на рис. 1, немного повернуто против часовой стрелки относительно μ . В результате плато слегка наклонено и закруглено в конечных точках. Согласно уравнениям (2.5) и (2.12) эффективная масса M_{FC}^* , относящаяся к квазичастицам ФК, задается выражением

$$M_{FC}^* \approx p_F \frac{p_f - p_i}{4T}. \quad (2.14)$$

При выводе уравнения (2.14) использована аппроксимация производной $dn(p)/dp \approx -1/(p_f - p_i)$.

Из уравнения (2.14) видно, что при $0 < T \ll T_f$ электронная жидкость с ФК ведет себя так, как будто ее поместили в квантовую критическую точку, поскольку эффективная масса электрона расходитесь при $T \rightarrow 0$.

Фактически система находится на квантовой критической линии $x < x_{FC}$, так как критическое поведение наблюдается при $T \rightarrow 0$ для всех $x \leq x_{FC}$. Как будет показано в разделах 5 и 8, поведение такой системы кардинально отличается от поведения системы, находящейся в квантовой критической точке.

Учитывая, что $p_f - p_i \ll p_F$, и используя (2.13) и (2.14), получаем следующие оценки для эффективной массы M_{FC}^* :

$$\frac{M_{FC}^*}{M} \sim \frac{N(0)}{N_0(0)} \sim \frac{T_f}{T}, \quad (2.15)$$

где $N_0(0)$ — плотность состояний невзаимодействующего электронного газа, $N(0)$ — плотность состояний на ферми-поверхности.

Соотношения (2.14) и (2.15) показывают температурную зависимость M_{FC}^* . Умножая обе части (2.14) на $p_f - p_i$, получаем характерную энергию

$$E_0 \approx 4T, \quad (2.16)$$

определяющую интервал импульсов (p_i, p_f) , в котором находятся низкоэнергетические квазичастицы, характеризующиеся энергией $|\varepsilon(\mathbf{p}) - \mu| \leq E_0/2$ и эффективной массой M_{FC}^* . Квазичастицы, не принадлежащие этому интервалу импульсов, имеют энергию $|\varepsilon(\mathbf{p}) - \mu| \geq E_0/2$ и слабо зависящую от температуры эффективную массу M_L^* [44, 45, 55]. Из уравнения (2.16) видно, что E_0 не зависит от конденсатного объема. Из соотношений (2.14) и (2.16) заключаем, что одноэлектронный спектр квазичастиц ФК при $T \ll T_f$ имеет универсальную форму и обладает особенностями квантового протектората.

Таким образом, система с ФК характеризуется двумя эффективными массами: M_{FC}^* и M_L^* . Существование двух эффективных масс проявляется в изломе или резком изменении закона дисперсии квазичастиц, который для квазичастиц с энергией $\varepsilon(\mathbf{p}) \leq \mu$ может быть приближен двумя прямыми, пересекающимися при значении энергии $E_0/2 \approx 2T$. Как видно из рис. 1, при $T = 0$ прямые пересекаются при $p = p_i$. Данный излом имеет место при конечных температурах $T_c \leq T \leq T_f$, где T_c — критическая температура сверхпроводящего фазового перехода, что соответствует экспериментальным данным [56], и, как мы увидим в разделе 3, при $T \leq T_c$ это поведение соответствует экспериментальным фактам [56, 57]. При $T > T_c$ квазичастицы хорошо определены, поскольку их ширина γ невелика по сравнению с их энергией и пропорциональна температуре, $\gamma \sim T$ [20, 54]. Кривая квазичастичного возбуждения (см. раздел 4) может быть приближенно описана простым лоренцианом [55], что также согласуется с экспериментальными данными [58].

Оценим плотность x_{FC} , при которой происходит ФККФП. Как будет показано в разделе 6, неограниченное возрастание эффективной массы предшествует появлению волны плотности или волны зарядовой плотности, образующейся в электронных системах при $r_s = r_{cdw}$, где $r_s = r_0/a_B$, r_0 — среднее расстояние между электронами, a_B — боровский радиус. Следовательно, ФККФП неизбежно происходит при $T = 0$, когда r_s достигает критического значения r_{FC} , соответствующего x_{FC} , причем $r_{FC} < r_{cdw}$ [42]. Отметим, что возрастание эффективной массы при уменьшении электронной

плотности наблюдалось экспериментально в металлических двумерных (2D) электронных системах при $r_s \approx 7,5$ [38] и при увеличении плотности — в 2D-системах ^3He [59]. С другой стороны, в слаболегированных высокотемпературных сверхпроводниках также существуют волны зарядовой плотности [60, 61], приводящие к формированию ФК.

Таким образом, формирование ФК может рассматриваться как общее свойство различных сильнокоррелированных ферми-систем, а не как редкое явление, соответствующее аномальному решению уравнения (2.8) [42]. За точкой ФККФП конденсатный объем пропорционален $r_s - r_{\text{FC}}$, причем $T_f/\varepsilon_F \sim (r_s - r_{\text{FC}})/r_{\text{FC}}$, по крайней мере, когда $(r_s - r_{\text{FC}})/r_{\text{FC}} \ll 1$. Отсюда мы получаем

$$\frac{r_s - r_{\text{FC}}}{r_{\text{FC}}} \sim \frac{p_f - p_i}{p_f} \sim \frac{x_{\text{FC}} - x}{x_{\text{FC}}}. \quad (2.17)$$

Поскольку состояние системы с ФК сильно вырождено, ФК служит стимулятором фазовых переходов, которые могли бы устранять вырождение спектра. Например, ФК может стимулировать появление волн спиновой плотности, антиферромагнитного состояния и т.д., порождая новые свойства рассматриваемых систем. Наличие ФК существенно способствует переходу в сверхпроводящее состояние, поскольку обе фазы характеризуются одинаковым параметром порядка (см. раздел 3, в котором мы рассмотрим свойства сверхпроводящего состояния при наличии ФК). Таким образом, сверхпроводимость, устраняя вырождение спектра, "выигрывает" соревнование с другими фазовыми переходами при температурах вплоть до критической температуры T_c .

3. Сверхпроводящее состояние с фермионным конденсатом

В этом разделе рассматривается сверхпроводящее состояние 2D-жидкости тяжелых электронов, поскольку ВТСП представлены преимущественно 2D-структурами. С другой стороны, наше рассмотрение может быть легко обобщено для трехмерного (3D) случая. Чтобы показать, что не существует принципиальной разницы между двумерным и трехмерным случаями, в разделе 3.2 функции Грина получены для 3D-случая.

3.1. Сверхпроводящее состояние при $T = 0$

Энергия основного состояния $E_{\text{gs}}[\kappa(\mathbf{p}), n(\mathbf{p})]$ 2D-электронной жидкости является функционалом как параметра порядка сверхпроводящего состояния $\kappa(\mathbf{p})$, так и чисел заполнения квазичастиц $n(\mathbf{p})$. Эта энергия определяется известным уравнением Бардина – Купера – Шриффера (БКШ) и в теории слабой связи сверхпроводимости имеет вид [62, 63]

$$E_{\text{gs}}[\kappa(\mathbf{p}), n(\mathbf{p})] = E[n(\mathbf{p})] + \lambda_0 \int V(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2) \kappa(\mathbf{p}_1) \kappa^*(\mathbf{p}_2) \frac{d\mathbf{p}_1 d\mathbf{p}_2}{(2\pi)^4}. \quad (3.1)$$

Здесь $E[n(\mathbf{p})]$ — функционал Ландау, определяющий энергию нормальной ферми-жидкости, и

$$n(\mathbf{p}) = v^2(\mathbf{p}), \quad \kappa(\mathbf{p}) = v(\mathbf{p}) u(\mathbf{p}), \quad (3.2)$$

где $u(\mathbf{p})$, $v(\mathbf{p})$ — нормированные параметры, такие, что $v^2(\mathbf{p}) + u^2(\mathbf{p}) = 1$; $\kappa(\mathbf{p}) = [n(\mathbf{p})(1 - n(\mathbf{p}))]^{1/2}$. Предполагается,

что константа λ_0 , определяющая величину спаривательного взаимодействия $\lambda_0 V(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2)$, мала. Определим сверхпроводящую щель как

$$\Delta(\mathbf{p}) = -\lambda_0 \int V(\mathbf{p}, \mathbf{p}_1) \kappa(\mathbf{p}_1) \frac{d\mathbf{p}_1}{4\pi^2}. \quad (3.3)$$

Минимизируя E_{gs} по $v(\mathbf{p})$ и учитывая (3.3), получаем уравнения, связывающие одночастичную энергию $\varepsilon(\mathbf{p})$ с $\Delta(\mathbf{p})$ и $E(\mathbf{p})$:

$$\varepsilon(\mathbf{p}) - \mu = \Delta(\mathbf{p}) \frac{1 - 2v^2(\mathbf{p})}{2\kappa(\mathbf{p})}, \quad \frac{\Delta(\mathbf{p})}{E(\mathbf{p})} = 2\kappa(\mathbf{p}), \quad (3.4)$$

где одночастичная энергия $\varepsilon(\mathbf{p})$ определяется уравнением Ландау (2.2);

$$E(\mathbf{p}) = \sqrt{\xi^2(\mathbf{p}) + \Delta^2(\mathbf{p})}, \quad (3.5)$$

$\xi(\mathbf{p}) = \varepsilon(\mathbf{p}) - \mu$. Подставляя выражение для $\kappa(\mathbf{p})$ из (3.4) в уравнение (3.3), получаем известное уравнение теории БКШ для $\Delta(\mathbf{p})$:

$$\Delta(\mathbf{p}) = -\frac{\lambda_0}{2} \int V(\mathbf{p}, \mathbf{p}_1) \frac{\Delta(\mathbf{p}_1)}{E(\mathbf{p}_1)} \frac{d\mathbf{p}_1}{4\pi^2}. \quad (3.6)$$

При $\lambda_0 \rightarrow 0$ максимальное значение Δ_1 сверхпроводящей щели $\Delta(\mathbf{p})$ стремится к нулю и каждое из уравнений (3.4) сводится к уравнению (2.8):

$$\frac{\delta E[n(\mathbf{p})]}{\delta n(\mathbf{p})} = \varepsilon(\mathbf{p}) - \mu = 0, \quad (3.7)$$

при условии, что $0 < n(\mathbf{p}) < 1$, или $\kappa(\mathbf{p}) \neq 0$, в интервале $p_i \leq p \leq p_f$. Из уравнения (3.7) видно, что при $x < x_{\text{FC}}$ функция $n(\mathbf{p})$ определяется из решения стандартной задачи поиска минимума функционала $E[n(\mathbf{p})]$ [23, 54]. Уравнение (3.7) устанавливает функцию распределения квазичастиц $n_0(\mathbf{p})$, которая обеспечивает минимальную величину энергии основного состояния $E_{\text{gs}}[\kappa(\mathbf{p}), n(\mathbf{p})]$ при $\lambda_0 \rightarrow 0$. Теперь мы можем изучить отношения между состоянием, задаваемым уравнением (3.7) или (2.8), и сверхпроводящим состоянием.

При температуре $T = 0$ уравнение (3.7) определяет специфическое состояние ферми-жидкости с ФК, для которого модуль параметра порядка $|\kappa(\mathbf{p})|$ имеет конечное значение в интервале импульсов $p_i \leq p \leq p_f$, в то время как $\Delta_1 \rightarrow 0$. Такое состояние может рассматриваться как сверхпроводящее с бесконечно малой величиной Δ_1 . Поэтому при $T = 0$ энтропия этого состояния равна нулю. Очевидно, что квантовое состояние с ФК, возникшее в результате ФККФП, исчезает при $T > 0$ [44, 45]. Любой квантовый фазовый переход, который происходит при $T = 0$, контролируется не температурой, а другими параметрами, например давлением, магнитным полем или плотностью подвижных носителей заряда x . В случае ФК, как было показано в разделе 2, контролирующим параметром может быть плотность x системы, которая определяет величину амплитуды Ландау. Как мы видели в разделе 2, ФККФП происходит в квантовой критической точке $x = x_{\text{FC}}$. При $x > x_{\text{FC}}$ система находится на неупорядоченной стороне от ФККФП, а при $x < x_{\text{FC}}$ — на упорядоченной стороне, и параметр порядка $\kappa(\mathbf{p})$ отличен от нуля в области $p_i < p_f < p_f$.

Решения $n_0(\mathbf{p})$ уравнения (3.7) представляют собой новый класс решений как уравнений БКШ, так и уравнений ферми-жидкости Ландау. В отличие от обычных решений БКШ [62] новые решения характеризуются бесконечно малой величиной сверхпроводящей щели, $\Delta_1 \rightarrow 0$, при конечной величине параметра порядка $\kappa(\mathbf{p})$. С другой стороны, в отличие от стандартных решений теории ферми-жидкости Ландау новые решения $n_0(\mathbf{p})$ определяют состояние тяжелой электронной жидкости с конечной величиной энтропии S_0 при $T \rightarrow 0$ (см. формулу (2.10)).

Мы приходим к важному заключению о том, что решения уравнения (3.7) могут рассматриваться как общие решения уравнений БКШ и уравнений ферми-жидкости Ландау, а само уравнение (3.7) может быть выведено либо из теории БКШ, либо из теории ФЖЛ. Таким образом, при $T \rightarrow 0$ сосуществуют оба состояния системы. При переходе в состояние с параметром порядка $\kappa(\mathbf{p})$ энтропия скачком обращается в нуль, а система испытывает фазовый переход первого рода, вблизи которого критические квантовые и тепловые флуктуации оказываются подавленными и квазичастицы являются хорошо определенными возбуждениями (см. также раздел 8). Как следует из уравнения (2.9), ФККФП связан с изменением топологической структуры функции Грина и относится к топологическим фазовым переходам Лифшица, происходящим при нулевой температуре [43]. Это обстоятельство устанавливает связь ФККФП с квантовыми фазовыми переходами, при которых ферми-сфера расщепляется в последовательность ферми-слоев [64] (см. раздел 5). Отметим, что в состоянии с параметром порядка $\kappa(\mathbf{p})$ энтропия системы $S = 0$ и теорема Нернста в системах с ФК выполняется.

Если $\lambda_0 \neq 0$, то Δ_1 становится конечной, приводя к конечной величине эффективной массы M_{FC}^* , которая может быть получена из уравнения (3.4) путем дифференцирования его обеих частей по импульсу p с учетом уравнения (2.5) [44, 45, 55]:

$$M_{\text{FC}}^* \approx p_{\text{F}} \frac{p_{\text{F}} - p_i}{2\Delta_1}. \quad (3.8)$$

Что касается масштаба энергии, то он определяется параметром E_0 :

$$E_0 = \varepsilon(p_{\text{F}}) - \varepsilon(p_i) \approx p_{\text{F}} \frac{p_{\text{F}} - p_i}{M_{\text{FC}}^*} \approx 2\Delta_1. \quad (3.9)$$

3.2. Функции Грина сверхпроводящего состояния с фермионным конденсатом при $T = 0$

Запишем два уравнения для трехмерного случая — уравнения Горькова [65], — определяющие функции Грина $F^+(\mathbf{p}, \omega)$ и $G(\mathbf{p}, \omega)$ сверхпроводника (см., например, [22]):

$$\begin{aligned} F^+ &= -\frac{\lambda_0 \Xi^*}{(\omega - E(\mathbf{p}) + i0)(\omega + E(\mathbf{p}) - i0)}, \\ G &= \frac{u^2(\mathbf{p})}{\omega - E(\mathbf{p}) + i0} + \frac{v^2(\mathbf{p})}{\omega + E(\mathbf{p}) - i0}. \end{aligned} \quad (3.10)$$

Щель Δ и функция Ξ имеют вид

$$\Delta = \lambda_0 |\Xi|, \quad i\Xi = \int_{-\infty}^{\infty} F^+(\mathbf{p}, \omega) \frac{d\omega d\mathbf{p}}{(2\pi)^4}. \quad (3.11)$$

Напомним, что функция $F^+(\mathbf{p}, \omega)$ имеет смысл волновой функции куперовских пар, а Ξ — волновая функция движения этих пар как целого, которая в однородной системе сводится к постоянной [22]. Параметры $v(\mathbf{p})$ и $u(\mathbf{p})$ определены соотношением (3.2). Из уравнений (3.4) и (3.11) получаем

$$i\Xi = \int_{-\infty}^{\infty} F_0^+(\mathbf{p}, \omega) \frac{d\omega d\mathbf{p}}{(2\pi)^4} = i \int \kappa(\mathbf{p}) \frac{d\mathbf{p}}{(2\pi)^3}. \quad (3.12)$$

Принимая во внимание (3.11) и (3.4), записываем уравнения (3.10) в виде

$$\begin{aligned} F^+ &= -\frac{\kappa(\mathbf{p})}{\omega - E(\mathbf{p}) + i0} + \frac{\kappa(\mathbf{p})}{\omega + E(\mathbf{p}) - i0}, \\ G &= \frac{u^2(\mathbf{p})}{\omega - E(\mathbf{p}) + i0} + \frac{v^2(\mathbf{p})}{\omega + E(\mathbf{p}) - i0}. \end{aligned} \quad (3.13)$$

При $\lambda_0 \rightarrow 0$ щель $\Delta \rightarrow 0$, но Ξ и $\kappa(\mathbf{p})$ остаются конечными, если спектр становится плоским, $E(\mathbf{p}) = 0$, а уравнения (3.13) в области $p_i \leq p \leq p_{\text{F}}$ принимают вид

$$\begin{aligned} F^+(\mathbf{p}, \omega) &= -\kappa(\mathbf{p}) \left[\frac{1}{\omega + i0} - \frac{1}{\omega - i0} \right], \\ G(\mathbf{p}, \omega) &= \frac{u^2(\mathbf{p})}{\omega + i0} + \frac{v^2(\mathbf{p})}{\omega - i0}. \end{aligned} \quad (3.14)$$

Параметры $v(\mathbf{p})$ и $u(\mathbf{p})$ определяются из условия, что спектр плоский: $\varepsilon(\mathbf{p}) = \mu$. Это условие, если принять во внимание уравнение Ландау (2.2), опять сводится к уравнениям (2.8) и (3.7) на определение минимума функционала $E[n(\mathbf{p})]$.

Построим функции $F^+(\mathbf{p}, \omega)$ и $G(\mathbf{p}, \omega)$ в случае, когда константа λ_0 конечна, но мала, так что $v(\mathbf{p})$ и $\kappa(\mathbf{p})$ могут быть определены на основе ФК-решений уравнения (2.8). Тогда Ξ , Δ и $E(\mathbf{p})$ даются уравнениями (3.12), (3.11) и (3.4). Подставляя эти построенные таким образом функции в (3.13), мы получаем $F^+(\mathbf{p}, \omega)$ и $G(\mathbf{p}, \omega)$ [66]. Отметим, что из (3.11) следует, что в рассматриваемых условиях Δ — линейная функция λ_0 .

3.3. Сверхпроводящее состояние при конечных температурах

Предположим, что область, занятая ФК, мала: $(p_{\text{F}} - p_i)/p_{\text{F}} \ll 1$ и $\Delta_1 \ll T_{\text{F}}$. Тогда параметр порядка $\kappa(\mathbf{p})$ определяется главным образом ФК, т.е. функцией распределения $n_0(\mathbf{p})$ [44, 45]. Для того чтобы решить уравнение (3.6) аналитически, возьмем приближение БКШ для взаимодействия [62]: $\lambda_0 V(\mathbf{p}, \mathbf{p}_1) = -\lambda_0$, если $|\varepsilon(\mathbf{p}) - \mu| \leq \omega_{\text{D}}$, и взаимодействие равно нулю вне этой области, ω_{D} — некоторая характеристическая энергия. В результате сверхпроводящая щель зависит только от температуры, $\Delta(\mathbf{p}) = \Delta_1(T)$, и уравнение (3.6) принимает вид

$$1 = N_{\text{FC}} \lambda_0 \int_0^{E_0/2} \frac{d\xi}{\sqrt{\xi^2 + \Delta_1^2(0)}} + N_{\text{L}} \lambda_0 \int_{E_0/2}^{\omega_{\text{D}}} \frac{d\xi}{\sqrt{\xi^2 + \Delta_1^2(0)}}. \quad (3.15)$$

Здесь мы обозначили $\xi = \varepsilon(\mathbf{p}) - \mu$ и ввели плотность состояний N_{FC} в интервале (p_i, p_{F}) , или в E_0 -энергетическом интервале. Из уравнения (3.8) следует, что $N_{\text{FC}} = (p_{\text{F}} - p_{\text{F}}) p_{\text{F}} / 2\pi \Delta_1(0)$. Плотность состояний N_{L} в энергетическом интервале $(E_0/2, \omega_{\text{D}})$ имеет стандарт-

ный вид $N_L = M_L^*/2\pi$. Если энергия $E_0 \rightarrow 0$, то (3.15) сводится к уравнению БКШ. С другой стороны, предполагая, что $E_0 \leq 2\omega_D$, и опуская второй интеграл в правой части уравнения (3.15), получим

$$\begin{aligned} \Delta_1(0) &= \frac{\lambda_0 p_F (p_f - p_F)}{2\pi} \ln(1 + \sqrt{2}) = \\ &= 2\beta \varepsilon_F \frac{p_f - p_F}{p_F} \ln(1 + \sqrt{2}), \end{aligned} \quad (3.16)$$

где $\varepsilon_F = p_F^2/2M_L^*$ — энергия Ферми, β — безразмерная константа спаривания, $\beta = \lambda_0 M_L^*/2\pi$. Используя обычную величину β для рядовых сверхпроводников, например $\beta \approx 0,3$, и полагая $(p_f - p_F)/p_F \approx 0,2$, мы получаем из уравнения (3.16) большую величину $\Delta_1(0) \sim 0,1\varepsilon_F$, в то время как для рядовых сверхпроводников щель имеет намного меньшее значение: $\Delta_1(0) \sim 10^{-3}\varepsilon_F$. Принимая во внимание опущенный выше интеграл, находим

$$\Delta_1(0) \approx 2\beta \varepsilon_F \frac{p_f - p_F}{p_F} \ln(1 + \sqrt{2}) + \Delta_1(0)\beta \ln \frac{2\omega_D}{\Delta_1(0)}. \quad (3.17)$$

В правой части (3.17) значение Δ_1 задано (3.16). Если $E_0 \rightarrow 0$ и $p_f \rightarrow p_F$, то первое слагаемое в правой части (3.17) равно нулю, и мы получаем обычный результат БКШ. Поправка, связанная со вторым интегралом в (3.15), мала, поскольку второе слагаемое в правой части (3.17) содержит дополнительный множитель β . Ниже покажем, что $2T_c \approx \Delta_1(0)$. В этом случае изотопический эффект мал, поскольку T_c зависит от ω_D логарифмически, но он восстанавливается, если $E_0 \rightarrow 0$.

При температуре $T \approx T_c$ уравнения (3.8) и (3.9) заменяются уравнениями (2.14) и (2.16), которые верны также при $T_c \leq T \ll T_f$:

$$M_{FC}^* \approx p_F \frac{p_f - p_i}{4T_c}, \quad E_0 \approx 4T_c \quad \text{при} \quad T \approx T_c, \quad (3.18)$$

$$M_{FC}^* \approx p_F \frac{p_f - p_i}{4T}, \quad E_0 \approx 4T \quad \text{при} \quad T \geq T_c. \quad (3.19)$$

Уравнение (3.15) заменяется его обычным обобщением, справедливым при конечных температурах:

$$\begin{aligned} 1 &= N_{FC} \lambda_0 \int_0^{E_0/2} \frac{d\xi}{\sqrt{\xi^2 + \Delta_1^2}} \tanh \frac{\sqrt{\xi^2 + \Delta_1^2}}{2T} + \\ &+ N_L \lambda_0 \int_{E_0/2}^{\omega_D} \frac{d\xi}{\sqrt{\xi^2 + \Delta_1^2}} \tanh \frac{\sqrt{\xi^2 + \Delta_1^2}}{2T}. \end{aligned} \quad (3.20)$$

Учитывая, что $\Delta_1(T \rightarrow T_c) \rightarrow 0$, из (3.20) получаем соотношение, близкое к результату БКШ [5],

$$2T_c \approx \Delta_1(0), \quad (3.21)$$

где $\Delta_1(T=0)$ определяется из уравнения (3.17). Сравнивая (3.8), (3.9) и (3.18), (3.19), мы видим, что M_{FC}^* и E_0 также не зависят от температуры при $T \leq T_c$.

3.4. Квазичастицы Боголюбова

Из уравнения (3.6) видно, что сверхпроводящая щель зависит от одночастичного спектра $\varepsilon(\mathbf{p})$. С другой стороны, из (3.4) следует, что $\varepsilon(\mathbf{p})$ зависит от $\Delta(\mathbf{p})$ при

условии, что при $\lambda_0 \rightarrow 0$ (3.7) имеет решение, определяющее существование ФК. Предположим, что величина λ_0 настолько мала, что спаривательное взаимодействие $\lambda_0 V(\mathbf{p}, \mathbf{p}_1)$ приводит лишь к малому возмущению параметра порядка $\kappa(\mathbf{p})$. Из соотношения (3.8) вытекает, что эффективная масса и плотность состояний, $N(0) \propto M_{FC}^* \propto 1/\Delta_1$, конечны.

Таким образом, в отличие от спектра в обычной теории сверхпроводимости одночастичный спектр $\varepsilon(\mathbf{p})$ сильно зависит от сверхпроводящей щели и уравнения (2.2) и (3.6) следует решать самосогласованным методом.

Допустим, что уравнения (2.2) и (3.6) решены и эффективная масса M_{FC}^* определена. Теперь можно установить закон дисперсии квазичастиц $\varepsilon(\mathbf{p})$, выбирая эффективную массу M^* равной полученному значению M_{FC}^* , и затем решать уравнение (3.6) без учета (2.2), как это делается в случае обычной теории сверхпроводимости БКШ [62]. Следовательно, сверхпроводящее состояние с ФК характеризуется квазичастицами Боголюбова [67] с дисперсией (3.5) и выполнением условия нормировки $v^2(\mathbf{p}) + u^2(\mathbf{p}) = 1$ для коэффициентов $v(\mathbf{p})$ и $u(\mathbf{p})$. Далее, квазичастичные возбуждения сверхпроводящего состояния в присутствии ФК совпадают с квазичастицами Боголюбова, характерными для теории БКШ, и сверхпроводимость с ФК похожа на сверхпроводимость БКШ, что указывает на применимость формализма БКШ при описании сверхпроводящего состояния ВТСП [68]. Вместе с тем максимальная величина сверхпроводящей щели, устанавливаемая уравнением (3.17), и другие экзотические свойства определяются присутствием ФК. Эти результаты хорошо согласуются с экспериментальными фактами, полученными для высокотемпературных сверхпроводников $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{Ca}_2\text{Cu}_3\text{O}_{10+\delta}$ [69].

При построении сверхпроводящего состояния с ФК мы вернулись к принципиальным основам теории ферми-жидкости Ландау, из которой исключены высокоэнергетические степени свободы благодаря введению квазичастиц. Главным различием между ферми-жидкостью Ландау, служащей основанием при конструировании сверхпроводящего состояния, и ферми-жидкостью с ФК является то, что в последнем случае мы должны расширить число низкоэнергетических степеней свободы, вводя новый тип квазичастиц с эффективной массой M_{FC}^* и характерную энергию E_0 , задаваемую (3.9). Поэтому закон дисперсии $\varepsilon(\mathbf{p})$ характеризуется двумя типами квазичастиц с эффективными массами M_L^* и M_{FC}^* и масштабом E_0 . Эти новые квазичастицы определяют свойства сверхпроводника, в том числе и форму линии возбуждения квазичастиц [44, 45, 70], тогда как дисперсия квазичастиц Боголюбова имеет стандартную форму.

Отметим, что при $T < T_c$ эффективная масса M_{FC}^* и масштаб E_0 не зависят от температуры [70]. При $T > T_c$ эффективная масса M_{FC}^* и масштаб E_0 задаются уравнениями (2.14) и (2.16) соответственно. Очевидно, что эти новые возбуждения-квазичастицы ферми-жидкости с ФК мы не можем непосредственно связать с возбуждениями-квазичастицами идеального ферми-газа, как это сделано в стандартной теории ферми-жидкости, потому что рассматриваемая система находится за точкой ФККФП. Тем не менее основные принципы теории ферми-жидкости Ландау работают при ФККФП: понятие параметра порядка сохранено и низкоэнергетические

возбуждения сильнокоррелированной жидкости с ФК представлены квазичастицами. Свойства и динамика этих новых квазичастиц тесно связаны со свойствами сверхпроводящего состояния и имеют коллективную природу, формируемую ФККФП и определяемую макроскопическим числом квазичастиц ФК с импульсами в интервале (p_i, p_f) . Такая система не может быть возмущена рассеяниями на примесях и дефектах решетки и поэтому имеет особенности квантового протектората, а также демонстрирует универсальное поведение [44, 45, 51, 52].

Здесь уместно сделать несколько замечаний, связанных с квантовым протекторатом и универсальным поведением сверхпроводников с ФК. Как и теория ферми-жидкости Ландау, теория высокотемпературной сверхпроводимости, основанная на ФККФП, имеет дело с квазичастицами, которые являются элементарными возбуждениями малой энергии. Эта теория дает качественное общее описание как сверхпроводящего, так и нормального состояний сверхпроводника. Конечно, можно выбрать феноменологические параметры (например константу связи спаривательного взаимодействия и т.п.) и получить количественное рассмотрение сверхпроводимости, как это может быть сделано в рамках теории Ландау при описании нормальной ферми-жидкости, например ³He. Поэтому любая теория, способная описать ФК и совместимая с теорией БКШ, даст качественную картину сверхпроводящего и нормального состояний, совпадающую с картиной, основанной на ФККФП. Очевидно, что оба подхода могут быть согласованы на уровне численных результатов путем подбора соответствующих параметров. Например, поскольку формирование ФК возможно в модели Хаббарда [50], то в ней можно воспроизвести результаты теории, основанной на ФККФП. Здесь уместно отметить, что соответствующее описание, ограничивающееся случаем $T = 0$, получено в рамках модели Хаббарда [71, 72].

3.5. Псевдощель

Обсудим некоторые особенности сверхпроводящего состояния с ФК [73, 74]. Рассмотрим два возможных типа сверхпроводящей щели $\Delta(\mathbf{p})$, определяемой уравнением (3.6) и взаимодействием $\lambda_0 V(\mathbf{p}, \mathbf{p}_1)$. Если взаимодействие обусловлено притяжением, возникающим, например, в результате обмена фононами или магнитными возбуждениями, то тогда решение уравнения (3.6) с s-волной или s + d-смешанными волнами будет иметь самую низкую энергию. Если спаривательное взаимодействие $\lambda_0 V(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2)$ представляет собой комбинацию притягивающего и достаточно сильного отталкивающего взаимодействий, то может иметь место d-волновая сверхпроводимость (см., например, [75, 76]). Однако как s-волновая, так и d-волновая симметрии приводят приблизительно к одинаковой величине щели Δ_1 в уравнении (3.17) [70]. Поэтому d-волновая сверхпроводимость не является универсальным и необходимым свойством высокотемпературных сверхпроводников. Это заключение согласуется с результатами экспериментов [77–81].

Мы можем определить критическую температуру T^* как температуру, при которой $\Delta_1(T^*) \equiv 0$. При $T \geq T^*$ уравнение (3.20) имеет только тривиальное решение $\Delta_1 \equiv 0$. С другой стороны, критическая температура T_c может быть определена как температура, при которой

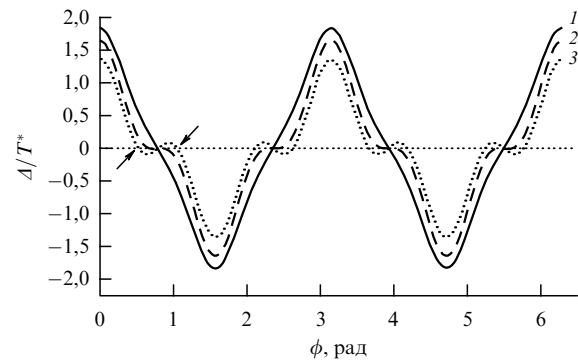


Рис. 2. Щель $\Delta(p_F, \phi)$ как функция ϕ , вычисленная при трех значениях температуры, выраженных в единицах $T_{\text{node}} \approx T_c$. Сплошная кривая (1) изображает функцию $\Delta(p_F, \phi)$, рассчитанную при температуре $0,9T_{\text{node}}$. Штриховая кривая (2) представляет ту же функцию при $T = T_{\text{node}}$, а пунктирная кривая (3) показывает эту функцию, рассчитанную при $T = 1,2T_{\text{node}}$. Стрелки указывают область θ_c , ограниченную двумя новыми нулями, появляющимися при $T > T_{\text{node}}$.

сверхпроводимость исчезает, а щель занимает только часть поверхности Ферми. Таким образом, существуют две различные температуры T_c и T^* , которые в случае d-волновой симметрии щели могут не совпадать. Как было показано [55, 73], при наличии ФК имеются нетривиальные решения уравнения (3.20) при $T_c \leq T \leq T^*$, когда спаривательное взаимодействие $\lambda_0 V(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2)$ наряду с притяжением включает в себя сильное отталкивание, приводящее к d-волновой сверхпроводимости. В этом случае щель $\Delta(\mathbf{p})$ как функция угла ϕ , $\Delta(\mathbf{p}) = \Delta(p_F, \phi)$, обладает новыми узлами при $T > T_{\text{node}}$, как это видно из рис. 2 [55].

На рисунке 2 показано отношение $\Delta(p_F, \phi)/T^*$, вычисленное при значениях температуры $0,9T_{\text{node}}$, T_{node} и $1,2T_{\text{node}}$. Важным отличием кривой 1 от кривых 2, 3 является наличие на последних плоских участков. Как видно из рисунка, уплощение происходит из-за двух новых нулей, появляющихся при $T = T_{\text{node}}$. С возрастанием температуры область θ_c , заключенная между нулями (указана стрелками на рис. 2), увеличивается. Из рисунка 2 также видно, что щель Δ является чрезвычайно малой внутри интервала θ_c . Показано [82, 83], что существует взаимное влияние между магнетизмом и сверхпроводимостью, приводящее к подавлению магнетизма при температурах меньших T_c . В связи с этим можно ожидать подавления сверхпроводимости за счет магнетизма.

Таким образом, можно заключить, что щель в области θ_c может быть разрушена сильными антиферромагнитными корреляциями (или волнами спиновой плотности), примесями и заметными неоднородностями, существующими в ВТСП [84]. Вследствие разрушения сверхпроводящей щели в макроскопической области фазового пространства θ_c происходит и разрушение сверхпроводимости, так что $T_c \approx T_{\text{node}}$. Точное значение T_c определяется конкуренцией между антиферромагнитным состоянием (или волнами спиновой плотности) и сверхпроводимостью в интервале θ_c . Поведение и форма псевдощели очень похожи на аналогичные характеристики сверхпроводящей щели, как это видно из рис. 2. Основное различие состоит в том, что псевдощель исчезает на сегменте θ_c поверхности Ферми, а щель — в изолированных узлах d-волны. Наши оценки показы-

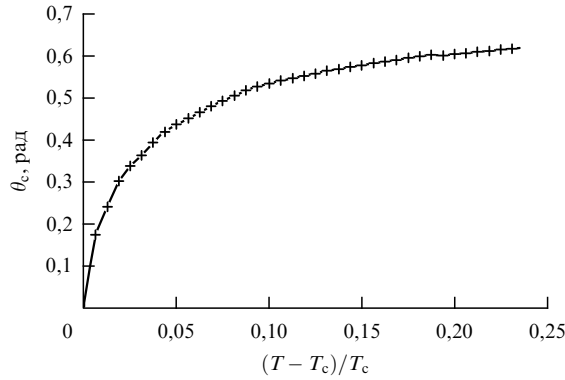


Рис. 3. Результат численного расчета угла θ_c , разделяющего два нуля, как функции $(T - T_c)/T_c$.

вают, что при малых значениях угла ψ функция $\theta_c(\psi)$ быстро увеличивается, $\theta_c(\psi) \approx \sqrt{\psi}$. Эти оценки соответствуют результатам численных расчетов функции $\theta_c([T - T_c]/T_c)$ (рис. 3). Поэтому мы можем заключить, что T_c должна быть близка к T_{node} .

Таким образом, состояние с псевдощелью появляется при $T \geq T_c \approx T_{\text{node}}$ и исчезает при температурах $T \geq T^*$, при которых уравнение (3.20) имеет только тривиальное решение $\Delta_1 \equiv 0$. Очевидно, что Δ_1 определяет T^* , а не T_c , поэтому уравнение (2.15) следует переписать как

$$2T^* \approx \Delta_1(0). \quad (3.22)$$

Температура T^* имеет физический смысл температуры перехода БКШ между состоянием с параметром порядка $\kappa \neq 0$ и нормальным состоянием.

При температуре $T < T_c$ квазичастичные возбуждения сверхпроводящего состояния характеризуются острыми пиками. Когда температура становится больше ($T > T_c$) и $\Delta(\theta) \equiv 0$ в интервале θ_c , на сегментах θ_c поверхности Ферми появляются нормальные квазичастичные возбуждения с шириной γ . Псевдощель существует вне сегментов θ_c , и в этой области ферми-поверхность занята возбуждениями типа БКШ. Оба типа возбуждений имеют ширину одного порядка величины, передавая свои энергию и импульс в возбуждения нормальных квазичастиц.

Оценим γ . Если бы вся поверхность Ферми была занята нормальным состоянием, то ширина γ определялась бы как $\gamma \approx N^3(0)T^2/\varepsilon^2(T)$ с плотностью состояний $N(0) \sim M^*(T) \sim 1/T$ (см. уравнение (2.14)). Диэлектрическая постоянная $\varepsilon(T) \sim N(0)$ и, следовательно, отсюда $\gamma \sim T$ [54]. Однако в нашем случае только часть поверхности Ферми в пределах θ_c занята нормальными возбуждениями. Поэтому число состояний доступных для квазичастиц и квазидырок пропорционально θ_c и множитель T^2 заменяется множителем $T^2\theta_c^2$. Принимая это во внимание, получаем $\gamma \sim \theta_c^2 T \sim T(T - T_c)/T_c \sim T - T_c$. Здесь мы опустили малый вклад, даваемый возбуждениями типа БКШ. Именно поэтому ширина γ становится равной нулю при $T = T_c$. Отметим, что сопротивление нормального состояния $\rho(T) \propto T$, поскольку $\gamma \sim T - T_c$. Очевидно, что при $T > T^*$ соотношение $\rho(T) \propto T$ остается справедливым при температурах до $T \sim T_f$ и T_f может быть столь же большой, как и энергия Ферми, если ФК занимает значимую часть объема Ферми.

Температура T_{node} определяется главным образом отталкивающим взаимодействием, являющимся частью спаривательного взаимодействия $\lambda_0 V(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2)$. В свою очередь, величина отталкивающего взаимодействия может зависеть от таких свойств материалов, как состав, уровень легирования и т.д. Поскольку сверхпроводимость разрушается при $T_c \approx T_{\text{node}}$, отношение $2\Delta_1/T_c$ может изменяться в широких пределах и сильно зависеть от свойств материала [55, 73, 74]. Например, в случае $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_{6+\delta}$ считается, что сверхпроводимость и псевдощель имеют общее происхождение: $2\Delta_1/T_c \approx 28$, в то время как $2\Delta_1/T^* \approx 4$, что согласуется с экспериментальными данными, полученными в измерениях на других ВТСП [75].

Отметим, что уравнение (3.22) также дает хорошее описание максимальной величины щели Δ_1 и в случае d-волновой сверхпроводимости, поскольку различные области с максимальной плотностью состояний могут рассматриваться как несвязанные [76]. Можно также заключить, что без достаточно сильного отталкивающего взаимодействия, при котором реализуется s-волновое спаривание, псевдощель отсутствует. Таким образом, переход от сверхпроводящей щели к псевдощели может осуществляться только в случае d-волнового спаривания, когда сверхпроводимость разрушается при $T_c \approx T_{\text{node}}$ и сверхпроводящая щель плавно преобразуется в псевдощель, которая закрывается при некоторой температуре $T^* > T_c$ [55, 73, 74]. Отсутствие псевдощели в случае s-волнового спаривания соответствует экспериментальным данным (см., например, [81]).

3.6. Зависимость критической температуры T_c сверхпроводящего фазового перехода от легирования

Рассмотрим максимальную величину сверхпроводящей щели Δ_1 как функцию плотности x подвижных носителей заряда, которая пропорциональна уровню легирования. Используя уравнение (2.17), мы можем переписать уравнение (3.16) в следующем виде:

$$\frac{\Delta_1}{\varepsilon_F} \sim \beta \frac{(x_{\text{FC}} - x)x}{x_{\text{FC}}}. \quad (3.23)$$

Здесь мы приняли во внимание, что уровень Ферми $\varepsilon_F \propto p_F^2$, плотность $x \sim p_F^2/(2M_1^*)$ и, следовательно, $\varepsilon_F \propto x$. Вполне реалистичным будет предположение, что $T_c \propto \Delta_1$, поскольку полученная опытным путем кривая $T_c(x)$ в высокотемпературных сверхпроводниках [2] должна иметь плавную зависимость от x . Поэтому мы аппроксимируем $T_c(x)$ гладкой функцией, форма которой получается колоколообразной [85]:

$$T_c(x) \propto \beta(x_{\text{FC}} - x)x. \quad (3.24)$$

В качестве примера применения предыдущего анализа рассмотрим основные особенности сверхпроводника, который мог бы существовать при комнатной температуре. Такой сверхпроводник должен быть квазидвумерной структурой, как высокотемпературные сверхпроводящие купраты. Из уравнения (3.16) следует, что $\Delta_1 \sim \beta \varepsilon_F \propto \beta/r_s^2$. Учитывая, что ферми-конденсатный квантовый фазовый переход в трехмерных системах происходит при $r_s \sim 20$, а в двумерных — при $r_s \sim 8$ [42], мы можем ожидать, что в 3D-системах Δ_1 составляет 10 % от максимальной величины сверхпроводящей щели

в 2D-системе, которая в последнем случае достигает величины 60 мВ для слаболегированных купратов с критической температурой $T_c = 70$ К [86]. С другой стороны, из уравнения (3.16) видно, что Δ_1 может быть еще больше, $\Delta_1 \sim 75$ мВ. Можно ожидать, что $T_c \sim 300$ К в случае s-волнового спаривания, как это следует из простого отношения $2T_c \approx \Delta_1$. Действительно, мы можем взять $\varepsilon_F \sim 500$ мВ, $\beta \sim 0,3$ и $(p_f - p_i)/p_F \sim 0,5$.

Таким образом, возможный сверхпроводник при комнатной температуре должен быть s-волновым сверхпроводником, чтобы избавиться от эффекта псевдощели, чрезвычайно уменьшающего температуру T_c разрушения сверхпроводящего состояния. Отметим, что плотность x подвижных носителей заряда должна удовлетворять условию $x \leq x_{FC}$ и быть изменяемой, для того чтобы достичь оптимального уровня легирования $x_{opt} \approx x_{FC}/2$.

3.7. Щель и теплоемкость в окрестности T_c

Обратимся к вычислениям щели и теплоемкости при температурах $T \rightarrow T_c$. Наш анализ справедлив, если $T^* \approx T_c$, иначе рассмотренные ниже разрывы теплоемкости сглаживаются по температурному диапазону, заключенному между T^* и T_c . Для простоты вычисляем главный вклад в щель и теплоемкость, связанный с ФК. Найдем функцию $\Delta_1(T \rightarrow T_c)$ из уравнения (3.20), разлагая первый интеграл в его правой части по степеням Δ_1 и опуская вклад от второго интеграла. Эта процедура приводит к следующему уравнению [70]:

$$\Delta_1(T) \approx 3,4T_c \sqrt{1 - \frac{T}{T_c}}. \quad (3.25)$$

Таким образом, щель в спектре одночастичных возбуждений имеет обычное поведение.

Для вычисления теплоемкости можно использовать стандартное выражение для энтропии S [62]:

$$S(T) = -2 \int [f(\mathbf{p}) \ln f(\mathbf{p}) + (1 - f(\mathbf{p})) \ln (1 - f(\mathbf{p}))] \frac{d\mathbf{p}}{(2\pi)^2}, \quad (3.26)$$

где

$$f(\mathbf{p}) = \left(1 + \exp \frac{E(\mathbf{p})}{T}\right)^{-1},$$

$$E(\mathbf{p}) = \sqrt{(\varepsilon(\mathbf{p}) - \mu)^2 + \Delta_1^2(T)}.$$

Теплоемкость C определяется уравнением

$$C(T) = T \frac{dS}{dT} \approx 4 \frac{N_{FC}}{T^2} \int_0^{E_0} f(E)(1 - f(E)) \times$$

$$\times \left[E^2 + T\Delta_1(T) \frac{d\Delta_1(T)}{dT} \right] d\xi +$$

$$+ 4 \frac{N_L}{T^2} \int_{E_0}^{\omega_D} f(E)(1 - f(E)) \left[E^2 + T\Delta_1(T) \frac{d\Delta_1(T)}{dT} \right] d\xi. \quad (3.27)$$

При выводе уравнения (3.27) мы снова использовали переменную ξ , прежние обозначения для плотности состояний N_{FC} и N_L и обозначение $E = [\xi^2 + \Delta_1^2(T)]^{1/2}$. Уравнение (3.27) описывает скачок теплоемкости

$\delta C(T) = C_s(T) - C_n(T)$, где $C_s(T)$ и $C_n(T)$ — теплоемкости сверхпроводящего и нормального состояний соответственно, при T_c , обусловленный двумя последними слагаемыми в квадратных скобках в правой части этого уравнения. Используя уравнение (3.25) для вычисления первого слагаемого правой части уравнения (3.27), мы получаем [70]:

$$\delta C(T_c) \approx \frac{3}{2\pi^2} (p_f - p_i) p_F^n, \quad (3.28)$$

где $n = 1$ для двумерного и $n = 2$ для трехмерного случаев. Этот результат отличается от обычного БКШ-результата, согласно которому скачок является линейной функцией T_c . Скачок $\delta C(T_c)$ не зависит от критической температуры T_c , потому что, как видно из уравнения (3.19), плотность состояний изменяется обратно пропорционально T_c . Отметим, что при выводе уравнения (3.28) мы учли главный вклад, обусловленный ФК. Этот вклад исчезает, как только $E_0 \rightarrow 0$, и второй интеграл в правой части уравнения (3.27) дает обычный результат.

Как мы покажем ниже (см. уравнение (8.4) в разделе 8), теплоемкость системы с ФК ведет себя как $C_n(T) \propto \sqrt{T/T_f}$. Скачок теплоемкости, определяемый уравнением (3.28), не зависит от температуры. В результате получаем, что

$$\frac{\delta C(T_c)}{C_n(T_c)} \sim \sqrt{\frac{T_f}{T_c}} \frac{p_f - p_i}{p_F}. \quad (3.29)$$

В отличие от случая нормальных сверхпроводников, в которых $\delta C(T_c)/C_n(T_c) = 1,43$ [22], в данном случае из уравнения (3.29) следует, что отношение $\delta C(T_c)/C_n(T_c)$ не является постоянным и может быть очень большим при условии $T_f/T_c \gg 1$.

4. Закон дисперсии и форма линии одночастичных возбуждений

Недавно обнаруженный излом в дисперсии квазичастиц при энергии 40–70 мВ, следствием которого является изменение скорости квазичастиц при этой энергии [56–58], вряд ли может быть объяснен в рамках маргинальной теории ферми-жидкости, поскольку последняя теория не содержит дополнительных масштабов энергии или параметров, позволяющих учесть этот излом [87, 88]. Можно предположить, что данный излом, приводящий к новому энергетическому масштабу, происходит из-за взаимодействия электронов с коллективными возбуждениями. Но тогда придется отказаться от идеи квантового протектората, что противоречило бы наблюдениям [51, 52].

Как было показано в разделах 2 и 3, система с ФК характеризуется двумя эффективными массами: M_{FC}^* , которая определяет одночастичный спектр при низких энергиях, и M_L^* , формирующей спектр при высоких энергиях. Наличие двух эффективных масс проявляется в виде излома в законе дисперсии квазичастиц. Закон дисперсии может быть приближен двумя прямыми, пересекающимися при энергии связи $E_0/2$ (см. уравнения (2.16) и (3.9)). Излом дисперсии имеет место при температурах $T \ll T_f$, когда система находится в сверхпроводящем или нормальном состоянии. Такое поведение хорошо согласуется с экспериментальными данными

[56]. Уместно отметить, что при $T < T_c$ эффективная масса M_{FC}^* не зависит от импульсов p_F , p_f и p_i , как это видно из уравнений (3.8) и (3.16),

$$M_{FC}^* \sim \frac{2\pi}{\lambda_0}. \quad (4.1)$$

Из соотношения (4.1) следует, что M_{FC}^* может слабо зависеть от x , если допустить зависимость λ_0 от x . Этот результат хорошо согласуется с экспериментальными фактами [89–91]. То же самое верно для зависимости скорости Ферми $v_F = p_F/M_{FC}^*$ от x , потому что ферми-импульс $p_F \sim \sqrt{n}$ слабо зависит от электронной плотности $n = n_0(1 - x)$ [89, 90]; здесь n_0 — одночастичная электронная плотность полузаполненной зоны.

Поскольку λ_0 — константа связи, определяющая величину спаривательного взаимодействия, например электрон-фононного, можно было бы ожидать, что излом в дисперсии квазичастиц обусловлен электрон-фононным взаимодействием. Фононный сценарий мог бы объяснить постоянство излома при $T > T_c$, поскольку фононы T -независимы. С другой стороны, было показано, что закон дисперсии квазичастиц, искаженный наличием взаимодействия с фононами, имеет тенденцию восстанавливаться до обычного закона одночастичной дисперсии, когда энергия квазичастицы становится больше типичных значений энергии фонона [92]. Однако экспериментальные наблюдения не указывают, что такое восстановление закона дисперсии имеет место [56].

Линия квазичастичного возбуждения $L(q, \omega)$ является функцией двух переменных. Измерения при постоянной энергии $\omega = \omega_0$, где ω_0 — энергия одночастичного возбуждения, определяют линию $L(q, \omega = \omega_0)$ как функцию импульса q . Мы показали выше, что M_{FC}^* конечна и постоянна при $T \leq T_c$. Поэтому при энергиях возбуждения $\omega \leq E_0$ система ведет себя как обычная сверхпроводящая ферми-жидкость с эффективной массой, задаваемой уравнением (3.8) [44, 45, 55]. При $T_c \leq T$ эффективная масса M_{FC}^* также является конечной и дается уравнением (2.14). Другими словами, при энергиях $\omega < E_0$ система ведет себя как ферми-жидкость, одночастичный спектр которой хорошо определен, а ширина одночастичных возбуждений имеет порядок T [44, 45, 54]. Это поведение наблюдалось в экспериментах по измерению кривой квазичастичного возбуждения при фиксированной энергии [20, 58, 93].

Кривая квазичастичного возбуждения также может быть описана как функция ω , $L(q = q_0, \omega)$, при постоянном значении импульса $q = q_0$. При малых значениях ω поведение этой функции аналогично рассмотренному выше и $L(q = q_0, \omega)$ имеет характеристический максимум и ширину. При энергиях $\omega \geq E_0$ вклад, даваемый квазичастицами с массой M_L^* , становится важным и приводит к возрастанию функции $L(q = q_0, \omega)$. Таким образом, функция $L(q = q_0, \omega)$ обладает известной структурой максимумов и минимумов [94], непосредственно определяемой существованием двух эффективных масс — M_{FC}^* и M_L^* [44, 45, 55]. Можно заключить, что в отличие от квазичастиц Ландау эти квазичастицы имеют более сложную форму спектральной линии.

Воспользуемся преобразованием Крамерса–Кронига для вычисления мнимой части $\text{Im } \Sigma(\mathbf{p}, \varepsilon)$ собственной-энергетической части $\Sigma(\mathbf{p}, \varepsilon)$. Рассмотрим действительную часть $\text{Re } \Sigma(\mathbf{p}, \varepsilon)$, которая определяет эффектив-

ную массу [95]:

$$\frac{1}{M^*} = \left(\frac{1}{M} + \frac{1}{p_F} \frac{\partial \text{Re } \Sigma}{\partial p} \right) \left(1 - \frac{\partial \text{Re } \Sigma}{\partial \varepsilon} \right)^{-1}, \quad (4.2)$$

здесь M — "голая" масса. Соответствующие импульсы p и энергии ε удовлетворяют следующим неравенствам: $|p - p_F|/p_F \ll 1$ и $\varepsilon/\varepsilon_F \ll 1$. Возьмем $\text{Re } \Sigma(\mathbf{p}, \varepsilon)$ в самой простой форме, которая обеспечивает изменение эффективной массы при значении энергии $E_0/2$:

$$\begin{aligned} \text{Re } \Sigma(\mathbf{p}, \varepsilon) = & -\varepsilon \frac{M_{FC}^*}{M} + \left(\varepsilon - \frac{E_0}{2} \right) \frac{M_{FC}^* - M_L^*}{M} \times \\ & \times \left[\theta\left(\varepsilon - \frac{E_0}{2}\right) + \theta\left(-\varepsilon - \frac{E_0}{2}\right) \right], \end{aligned} \quad (4.3)$$

где $\theta(\varepsilon)$ — ступенчатая функция. Чтобы обеспечить плавный переход от одночастичного спектра, характеризуемого M_{FC}^* , к спектру, определяемому M_L^* , ступенчатую функцию нужно заменить некоторой сглаженной функцией. Подставляя выражение (4.3) в уравнение (4.2), можно убедиться, что внутри интервала $(-E_0/2, E_0/2)$ эффективная масса $M^* \approx M_{FC}^*$, а вне этого интервала $M^* \approx M_L^*$. Применяя преобразование Крамерса–Кронига к $\text{Re } \Sigma(\mathbf{p}, \varepsilon)$, получаем мнимую часть собственной энергии [70]:

$$\begin{aligned} \text{Im } \Sigma(\mathbf{p}, \varepsilon) \sim & \varepsilon^2 \frac{M_{FC}^*}{\varepsilon_F M} + \frac{M_{FC}^* - M_L^*}{M} \times \\ & \times \left[\varepsilon \ln \left| \frac{2\varepsilon + E_0}{2\varepsilon - E_0} \right| + \frac{E_0}{2} \ln \left| \frac{4\varepsilon^2 - E_0^2}{E_0^2} \right| \right]. \end{aligned} \quad (4.4)$$

Из соотношения (4.4) видно, что при $\varepsilon/E_0 \ll 1$ мнимая часть пропорциональна ε^2 , при $2\varepsilon/E_0 \approx 1$ мнимая часть $\text{Im } \Sigma \sim \varepsilon$, а при $E_0/\varepsilon \ll 1$ основной вклад в мнимую часть приблизительно постоянен.

Из выражения (4.4) следует, что при $E_0 \rightarrow 0$ второе слагаемое в его правой части стремится к нулю и одночастичные возбуждения становятся более определенными, что напоминает ситуацию в нормальной ферми-жидкости, а структура максимумов и минимумов в конечном счете исчезает. С другой стороны, фактор перенормировки квазичастицы $a(\mathbf{p})$ дается уравнением [95]

$$\frac{1}{a(\mathbf{p})} = 1 - \frac{\partial \text{Re } \Sigma(\mathbf{p}, \varepsilon)}{\partial \varepsilon}. \quad (4.5)$$

При $T \leq T_c$, как следует из (4.4) и (4.5), амплитуда квазичастицы на ферми-поверхности возрастает при уменьшении характерной энергии E_0 . Из уравнений (3.9) и (3.24) получаем, что $E_0 \sim (x_{FC} - x)/x_{FC}$. При $T > T_c$ согласно (4.3) и (4.5) амплитуда квазичастицы увеличивается при уменьшении эффективной массы M_{FC}^* . Как видно из уравнений (2.14) и (2.17), $M_{FC}^* \sim (p_f - p_i)/p_F \sim (x_{FC} - x)/x_{FC}$. В результате можно заключить, что амплитуда возрастает с увеличением уровня легирования и одночастичные возбуждения оказываются лучше определенными в сильно легированных образцах. При $x \rightarrow x_{FC}$ характерная энергия $E_0 \rightarrow 0$ и квазичастицы становятся нормальными возбуждениями ферми-жидкости Ландау. Отметим, что такое поведение наблюдалось экспериментально в высоколегированном Bi2212, демонстрирующем высо-

котемпературную сверхпроводимость, где размер щели составлял около 10 мВ [96]. Такая величина щели свидетельствует о том, что область, занятая ФК, является малой, поскольку $E_0/2 \approx \Delta_1$. При $x > x_{FC}$ и малых температурах тяжелая электронная жидкость ведет себя как ферми-жидкость Ландау (см. раздел 7). Экспериментальные данные показали, что, как и следовало ожидать, ФЖЛ существует в сверхлегированном не сверхпроводящем $\text{La}_{1.7}\text{Sr}_{0.3}\text{CuO}_4$ [97, 98].

5. Электронная жидкость с фермионным конденсатом в магнитных полях

В этом разделе рассмотрим поведение тяжелой электронной жидкости с ФК в магнитном поле.

Предположим, что константа связи отлична от нуля, $\lambda_0 \neq 0$, но бесконечно мала. Как показано в разделе 3, при $T = 0$ сверхпроводящий параметр порядка $\kappa(\mathbf{p})$ конечен в области занятой ФК, а максимальная величина сверхпроводящей щели $\Delta_1 \propto \lambda_0$ бесконечно мала. Поэтому любое малое магнитное поле $B \neq 0$ является критическим и разрушает $\kappa(\mathbf{p})$ и сам ФК. Для определения типа перестройки состояния с ФК достаточно простых энергетических аргументов. С одной стороны, из-за разрушения состояния с ФК выигрыш в энергии $\Delta E_B \propto B^2$ стремится к нулю при $B \rightarrow 0$. С другой стороны, занимая конечный интервал (p_i, p_f) в пространстве импульсов, функция $n_0(\mathbf{p})$, задаваемая уравнениями (2.8) или (3.9), приводит к конечному выигрышу в энергии основного состояния по сравнению с энергией основного состояния нормальной ферми-жидкости [23].

Таким образом, в слабых магнитных полях новое основное состояние без ФК должно иметь почти ту же энергию, что и состояние с фермионным конденсатом. Такое состояние образуется многосвязными сферами Ферми, напоминающими луковицу, для которых гладкая функция распределения квазичастиц $n_0(\mathbf{p})$ в области (p_i, p_f) заменяется распределением $v(\mathbf{p})$ [64, 99]:

$$v(\mathbf{p}) = \sum_{k=1}^n \theta(p - p_{2k-1}) \theta(p_{2k} - p). \quad (5.1)$$

Здесь параметры $p_i \leq p_1 < p_2 < \dots < p_{2n} \leq p_f$ подобраны так, чтобы удовлетворить условиям нормировки и сохранения числа частиц:

$$\int_{p_{2k-1}}^{p_{2k+3}} v(\mathbf{p}) \frac{d\mathbf{p}}{(2\pi)^3} = \int_{p_{2k-1}}^{p_{2k+3}} n_0(\mathbf{p}) \frac{d\mathbf{p}}{(2\pi)^3}.$$

Соответствующее многосвязное распределение показано на рис. 4. Для определенности приведем наиболее интересный случай трехмерной системы, рассмотрение двумерной системы может быть выполнено аналогично. Отметим, что на возможность существования многосвязных сфер Ферми было указано в работах [100, 101].

Предположим, что толщина каждого внутреннего блока ферми-сферы $\delta p \approx p_{2k+1} - p_{2k}$ определяется величиной магнитного поля B . Используя известное правило для оценки погрешности при вычислении интегралов, получим, что минимальная потеря в энергии основного состояния вследствие формирования блоков приблизительно равна $(\delta p)^4$. Этот результат становится ясным, если принять во внимание то, что непрерывные ферми-

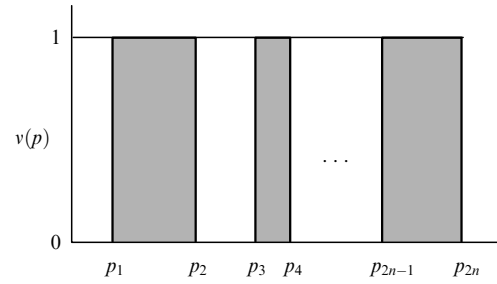


Рис. 4. Функция $v(\mathbf{p})$ для многосвязного распределения, заменяющего функцию $n_0(\mathbf{p})$ в области (p_i, p_f) , занятой фермионным конденсатом. Импульсы удовлетворяют соотношению $p_i < p_F < p_f$, где p_F — импульс нормальной ферми-жидкости Ландау. Внешняя ферми-поверхность при $p \approx p_{2n} \approx p_f$ имеет вид ферми-ступеньки, поэтому при $T < T^*(B)$ система ведет себя как ферми-жидкость Ландау.

конденсатные функции $n_0(\mathbf{p})$ обеспечивают минимальную величину функционала энергии $E[n(\mathbf{p})]$, в то время как приближение $v(\mathbf{p})$ ступеньками шириной δp приводит к минимальной ошибке, порядок которой $(\delta p)^4$. Учитывая, что выигрыш за счет магнитного поля пропорционален B^2 , и приравняв оба вклада, получаем

$$\delta p \propto \sqrt{B}. \quad (5.2)$$

Таким образом, при $T \rightarrow 0$, когда $B \rightarrow 0$, толщина δp стремится к нулю, $\delta p \rightarrow 0$, и поведение ферми-жидкости с ФК сменяется поведением ферми-жидкости Ландау с импульсом Ферми p_f . Из уравнения (3.7) следует, что $p_f > p_F$, а плотность электронов x остается постоянной, причем ферми-импульс многосвязной ферми-сферы $p_{2n} \approx p_f > p_F$ (см. рис. 4). Как мы увидим далее, это наблюдение играет важную роль при рассмотрении коэффициента Холла $R_H(B)$ как функции B при низких температурах в металлах с ТФ.

Для того чтобы вычислить эффективную массу $M^*(B)$ как функцию приложенного магнитного поля B , заметим, что при $T = 0$ поле B расщепляет ФК-состояние на уровни Ландау, подавляя сверхпроводящий параметр порядка $\kappa(\mathbf{p})$ и разрушая ФК-состояние, что приводит к восстановлению состояния, характерного для ферми-жидкости Ландау [30, 102]. Уровни Ландау вблизи поверхности Ферми могут быть приближены отдельными блоками, толщина которых в пространстве импульсов равна δp . Аппроксимируя закон дисперсии квазичастиц в пределах этого блока, $\varepsilon(p) - \mu \sim (p - p_f + \delta p)(p - p_f)/M$, получаем, что эффективная масса $M^*(B) \sim M/(\delta p/p_f)$. Приращение энергии ΔE_{FC} вследствие перестройки ФК-состояния может быть оценено на основе формулы Ландау [22]

$$\Delta E_{FC} = \int (\varepsilon(\mathbf{p}) - \mu) \delta n(\mathbf{p}) \frac{d\mathbf{p}}{(2\pi)^3}. \quad (5.3)$$

Область, занятая вариацией $\delta n(\mathbf{p})$, имеет толщину δp , в то время как $\varepsilon(\mathbf{p}) - \mu \sim (p - p_f)p_f/M^*(B) \sim \delta p p_f/M^*(B)$. В результате мы имеем $\Delta E_{FC} \sim p_f^3 \delta p^2/M^*(B)$. С другой стороны, существует добавка $\Delta E_B \sim (B\mu_B)^2 M^*(B) p_f$, обусловленная приложенным магнитным полем, понижающая энергию и связанная с зеемановским расщеплением. Приравняв ΔE_B к ΔE_{FC} и принимая во внимание то, что в этом случае $M^*(B) \propto 1/\delta p$, получаем следующее

соотношение:

$$\frac{\delta p^2}{M^*(B)} \propto \frac{1}{(M^*(B))^3} \propto B^2 M^*(B), \quad (5.4)$$

из которого вытекает, что эффективная масса $M^*(B)$ расходится как

$$M^*(B) \propto \frac{1}{\sqrt{B - B_{c0}}}, \quad (5.5)$$

где B_{c0} — критическое магнитное поле, которое помещает металл с ТФ в настраиваемую магнитным полем квантовую критическую точку и обращает в нуль соответствующую температуру Нееля, $T_N(B_{c0}) = 0$ [30]. В нашей простой модели тяжелой электронной жидкости с ФК величина B_{c0} является параметром, который определяется спецификой конкретного металла с ТФ. Отметим, что в некоторых случаях $B_{c0} = 0$, например, металл с ТФ CeRu_2Si_2 не имеет ни магнитного упорядочивания, ни сверхпроводимости, ни поведения ферми-жидкости Ландау даже при самых низких температурах [103].

Выражение (5.5) и рис. 4 показывают, что посредством приложения магнитного поля $B > B_{c0}$ система с ФК может быть возвращена в состояние ферми-жидкости Ландау с эффективной массой $M^*(B)$, зависящей от магнитного поля. Это означает, что восстанавливаются следующие характерные для ферми-жидкости Ландау зависимости: для теплоемкости — $C/T = \gamma_0(B) \propto M^*(B)$, для магнитной восприимчивости — $\chi_0(B) \propto M^*(B)$. Коэффициент $A(B)$ определяет зависящую от температуры часть сопротивления, $\rho(T) = \rho_0 + \Delta\rho$, где ρ_0 — остаточное сопротивление и $\Delta\rho = A(B)T^2$. Так как этот коэффициент непосредственно определяется эффективной массой, $A(B) \propto (M^*(B))^2$ [104], из соотношения (5.5) мы получаем, что

$$A(B) \propto \frac{1}{B - B_{c0}}. \quad (5.6)$$

Заметим, что эмпирическое соотношение КВ [15] $K = A/\gamma_0^2 \approx \text{const}$ в нашем случае выполняется. Кроме того, отметим, что величина K может зависеть от степени вырождения квазичастиц. С учетом этого вырождения соотношение КВ дает хорошее описание соответствующих экспериментальных данных для широкого ряда металлов с ТФ [105]. В самом простом случае, в котором тяжелая электронная жидкость сформирована квазичастицами со спином $1/2$ и числом вырождения 2, величина K оказывается близкой к эмпирическому значению [104], известному как отношение КВ [15]. Следовательно, при приложении магнитного поля система возвращается в состояние ферми-жидкости Ландау и постоянство соотношения КВ выполняется.

При конечных температурах система остается в состоянии ферми-жидкости Ландау, однако при $T > T^*(B)$ поведение тяжелой ферми-жидкости с ФК и энтропией S_0 (см. (2.10)) восстанавливается. Относительно определения функции $T^*(B)$ заметим, что эффективная масса M^* , характеризующая одночастичный спектр, не может измениться при $T^*(B)$, так как при этой температуре не происходит никакого фазового перехода. Чтобы вычислить $T^*(B)$, мы приравниваем эффективную массу

$M^*(T)$, определяемую уравнением (2.14), к $M^*(B)$, задаваемой выражением (5.5), $M^*(T) \sim M^*(B)$,

$$\frac{1}{M^*(T)} \propto T^*(B) \propto \frac{1}{M^*(B)} \propto \sqrt{B - B_{c0}}, \quad (5.7)$$

отсюда

$$T^*(B) \propto \sqrt{B - B_{c0}}. \quad (5.8)$$

При температурах $T \geq T^*(B)$ система возвращается к поведению тяжелой ферми-жидкости с энтропией S_0 и эффективной массой M^* , задаваемой уравнением (2.14). Таким образом, выражение (5.8) определяет линию на фазовой диаграмме $T-B$, которая отделяет область, в которой эффективная масса зависит от B , а тяжелая электронная жидкость имеет поведение ферми-жидкости Ландау, от области, в которой эффективная масса зависит от T . При температуре $T^*(B)$ происходит также переход от квадратичной зависимости сопротивления от температуры к линейной.

Из соотношения (5.8) следует, что тяжелая электронная жидкость при некоторой температуре $T^*(B) \ll T_f$ приобретает свойства ферми-жидкости Ландау в достаточно сильных магнитных полях, $B - B_{c0} \propto (T^*(B))^2$. При конечной температуре $T < T^*(B)$ тяжелая электронная жидкость демонстрирует все более явно выраженное металлическое поведение по мере увеличения магнитного поля B , так как эффективная масса уменьшается (см. уравнение (5.5)). Такое поведение эффективной массы может наблюдаться, например, в измерениях теплоемкости, магнитной восприимчивости, сопротивления и осцилляций Шубникова–де Гааза. Из построенной $T-B$ -фазовой диаграммы следует, что появляется уникальная возможность управлять изменением физической природы и типа поведения электронной жидкости с ФК с помощью магнитного поля.

Кратко рассмотрим случай, когда система находится очень близко к ФККФП, но на упорядоченной стороне фазового перехода, так что $\delta p_{FC} = (p_f - p_i)/p_F \ll 1$. Поскольку $\delta p \propto M^*(B)$, то из (5.2) и (5.5) следует

$$\frac{\delta p}{p_F} \sim a_c \sqrt{\frac{B - B_{c0}}{B_{c0}}}, \quad (5.9)$$

где a_c — постоянная, которая имеет порядок единицы, $a_c \sim 1$. При увеличении магнитного поля B величина $\delta p/p_F$ становится сопоставимой с δp_{FC} и функция распределения $v(\mathbf{p})$ исчезает, будучи поглощенной обычным зеемановским расщеплением. В результате мы имеем дело с тяжелой электронной жидкостью, расположенной на неупорядоченной стороне ФККФП. Как будет показано в разделе 8, поведение такой системы сильно отличается от поведения системы с фермионным конденсатом. Из выражения (5.9) следует, что относительно слабое магнитное поле B_{cr} ,

$$B_{cr} \sim (\delta p_{FC})^2 = \frac{B - B_{c0}}{B_{c0}} \equiv B_{red}, \quad (5.10)$$

где B_{red} — приведенное поле, переводит систему с упорядоченной стороны фазового перехода на неупорядоченную при условии, что $\delta p_{FC} \ll 1$.

5.1. Ферми-жидкость Ландау в высокотемпературных сверхпроводниках

Наблюдения показали, что в нормальном состоянии, полученном при приложении магнитного поля большего, чем максимальное критическое поле B_c , разрушающее сверхпроводимость, в сильно ($\text{Ti}_2\text{Ba}_2\text{CuO}_{6+\delta}$) [14] и оптимально ($\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CuO}_{6+\delta}$) [17] легированных купратах не наблюдается каких-либо значительных нарушений закона Видемана–Франца (ВФ). При изучении допированного электронами сверхпроводника $\text{Pr}_{0,91}\text{LaCe}_{0,09}\text{CuO}_{4-y}$ ($T_c = 24$ К) в случае разрушения сверхпроводимости магнитным полем было обнаружено, что спин-решеточная постоянная релаксации $1/T_1$ при температурах вплоть до $T \approx 0,2$ К подчиняется соотношению $T_1 T = \text{const}$, известному как закон Корринги [106, 107]. При более высоких температурах и магнитных полях, достигающих значения до 15,3 Тл, перпендикулярных плоскости CuO_2 , отношение $1/T_1 T$ как функция T постоянно при $T \leq 55$ К. В области температур $300 > T > 50$ К отношение $1/T_1 T$ уменьшается с возрастанием T [107]. Измерения для сильнолегированного несверхпроводника $\text{La}_{1,7}\text{Sr}_{0,3}\text{CuO}_4$ показывают, что сопротивление ρ изменяется как T^2 и выполняется закон ВФ [97, 98].

Поскольку выполнение законов ВФ и Корринги является надежным свидетельством наличия ферми-жидкости Ландау, эксперименты демонстрируют, что наблюдаемые элементарные возбуждения в высокотемпературных сверхпроводниках нельзя отличить от квазичастиц Ландау. Это обстоятельство налагает сильные ограничения на модели, описывающие легированные дырками и электронами высокотемпературные сверхпроводники. Например, в случаях жидкости Латтинджера [108], спин-зарядового разделения [7] и в некоторых t – J -моделях [109] было предсказано нарушение закона ВФ, что противоречит опыту и указывает на ограниченную применимость этих моделей.

Если константа λ_0 конечна, то тяжелая электронная жидкость с ФК находится в сверхпроводящем состоянии. Рассмотрим поведение системы в полях $B > B_c$. В этом случае она превращается в ферми-жидкость Ландау, индуцированную магнитным полем, а элементарные возбуждения превращаются в квазичастицы, неотличимые от квазичастиц Ландау, с эффективной массой $M^*(B)$, заданной выражением (5.5). В результате при $T \rightarrow 0$ закон ВФ выполняется, что находится в соответствии с экспериментальными фактами [14, 17]. Низкотемпературные свойства рассматриваемой системы зависят от эффективной массы, в частности сопротивление $\rho(T)$ ведет себя как $\rho(T) = \rho_0 + A(B)T^2$, причем $A(B) \propto (M^*(B))^2$. Предполагая, что в случае высокотемпературных сверхпроводников $B_{c0} \approx 0$, из уравнения (5.5) получаем

$$\gamma_0 \sqrt{B} = \text{const}, \quad (5.11)$$

здесь $\gamma_0 = C/T$, где C — теплоемкость. Принимая во внимание (5.6) и (5.11), находим

$$\gamma_0 \sim A(B) \sqrt{B}. \quad (5.12)$$

При конечных температурах система остается ферми-жидкостью Ландау, но при $T > T^*(B)$ эффективная масса начинает зависеть от температуры, $M^* \propto 1/T$, и

сопротивление становится линейной функцией температуры: $\rho(T) \propto T$ [44, 45, 99]. Такое поведение сопротивления наблюдалось в ВТСП $\text{Ti}_2\text{Ba}_2\text{CuO}_{6+\delta}$ ($T_c < 15$ К) [110]. При значении поля $B = 10$ Тл $\rho(T)$ является линейной функцией температуры в интервале между 120 мК и 1,2 К, тогда как при $B = 18$ Тл температурная зависимость сопротивления может быть представлена как $\rho(T) \propto AT^2$ в том же самом температурном диапазоне [110].

В ферми-жидкости Ландау спин-решеточный параметр релаксации $1/T_1$ определяется квазичастицами около уровня Ферми, заселенность которого пропорциональна $M^* T$, откуда $1/T_1 T \propto M^*$, и является постоянной величиной [106, 107]. Когда сверхпроводящее состояние исчезает при приложении магнитного поля, основное состояние может рассматриваться как индуцированная полем ферми-жидкость Ландау с эффективной массой, зависящей от магнитного поля. В результате отношение $T_1 T = \text{const}$, что свидетельствует о выполнении закона Корринги. Согласно соотношению (5.5), величина $1/T_1 T \propto M^*(B)$ уменьшается с увеличением магнитного поля при $T < T^*(B)$, тогда как в случае ферми-жидкости Ландау, как уже отмечалось выше, она остается постоянной. С другой стороны, при $T > T^*(B)$ величина $1/T_1 T$ является убывающей функцией температуры, $1/T_1 T \propto M^* \propto 1/T$. Эти результаты находятся в хорошем согласии с экспериментальными фактами [107]. Поскольку $T^*(B)$ является возрастающей функцией магнитного поля (см. (5.8)), закон Корринги сохраняет справедливость также при более высоких температурах в большем магнитном поле. Следовательно, при $T_0 \leq T^*(B_0)$ и больших магнитных полях $B > B_0$ система демонстрирует более явно выраженное металлическое поведение, поскольку эффективная масса уменьшается с увеличением B (см. (5.5)) [111].

Существование ФККФП также может быть проверено экспериментально, поскольку при значениях плотности $x > x_{\text{FC}}$, или за точкой ФККФП, система должна становиться ферми-жидкостью Ландау при достаточно низких температурах [102]. Эксперименты показали, что эта жидкость действительно существует в сильнолегированном несверхпроводящем соединении $\text{La}_{1,7}\text{Sr}_{0,3}\text{CuO}_4$ [97, 98]. Замечательно, что при $T < 55$ К сопротивление демонстрирует T^2 -поведение без дополнительного линейного слагаемого и закон ВФ выполняется [97, 98]. При температурах $T > 55$ К в экспериментах наблюдались заметные отклонения от поведения ферми-жидкости Ландау. Мы предсказываем, что в данном случае система может быть снова возвращена в состояние, характеризующее поведение ферми-жидкости Ландау, посредством приложения достаточно сильных магнитных полей (см. раздел 7).

6. Появление ферми-конденсатного квантового фазового перехода в ферми-системах

Будем называть ферми-системы, приближающиеся к ФККФП со стороны неупорядоченного состояния, высококоррелированными системами, для того чтобы отличать их от сильнокоррелированных систем (или жидкостей), которые уже находятся за точкой ФККФП. Подробное рассмотрение свойств высококоррелированной электронной жидкости дано в разделе 7, а свойств сильнокоррелированной электронной жидкости — в

разделе 8. В этом разделе мы рассмотрим поведение эффективной массы M^* как функции плотности системы x , когда $x \rightarrow x_{\text{FC}}$.

Экспериментальные факты для двумерного ^3He высокой плотности [37, 59, 112] показывают, что эффективная масса расходится, когда достигается значение плотности, при котором 2D-жидкость ^3He начинает затвердевать [59]. Наблюдалось также резкое увеличение эффективной массы в металлической 2D-электронной системе при уменьшении плотности x , когда x стремится к критической плотности перехода металл–изолятор [38]. Отметим, что в рассматриваемых ферми-системах ферромагнитная неустойчивость отсутствует и соответствующая амплитуда Ландау $F_0^a > -1$ [38, 59], что согласуется с моделью почти локализованных фермионов [34].

Рассмотрим расходимость эффективной массы в двумерной и трехмерной высокоррелированных ферми-жидкостях при $T = 0$, когда плотность x приближается к ФККФП со стороны нормальной ферми-жидкости Ландау, т.е. со стороны неупорядоченной фазы. Сначала вычислим зависимость M^* как функцию разности $x - x_{\text{FC}}$ в случае 2D-ферми-жидкости. Для этого воспользуемся уравнением для M^* , полученным в [42], где была предсказана расходимость эффективной массы M^* , связанная с возникновением волны плотности в различных ферми-жидкостях. При $x \rightarrow x_{\text{FC}}$ эффективная масса M^* может быть приближенно представлена как

$$\frac{1}{M^*} \approx \frac{1}{M} + \frac{1}{4\pi^2} \int_{-1}^{g_0} \int_0^{g_0} \frac{y dy dg}{\sqrt{1-y^2}} \frac{v(q(y))}{[1 - R(q(y), g) \chi_0(q(y))]^2}. \quad (6.1)$$

Здесь мы используем обозначение $p_F \sqrt{2(1-y)} = q(y)$, где $q(y)$ — переданный импульс, $v(q)$ — парное взаимодействие, интеграл берется по константе связи g от нуля до реальной величины g_0 , $\chi_0(q, \omega)$ — линейная функция отклика невзаимодействующей ферми-жидкости, $R(q, \omega)$ — эффективное взаимодействие, обе функции взяты при частоте $\omega = 0$. Величины R и χ_0 определяют линейную функцию отклика рассматриваемой системы

$$\chi(q, \omega, g) = \frac{\chi_0(q, \omega)}{1 - R(q, \omega, g) \chi_0(q, \omega)}. \quad (6.2)$$

В окрестности неустойчивости, связанной с возникновением волны плотности при значении плотности x_{cdw} , сингулярная часть функции отклика χ имеет известный вид (см., например, [2]):

$$\chi^{-1}(q, \omega, g) \approx a(x_{\text{cdw}} - x) + b(q - q_c)^2 + c(g_0 - g), \quad (6.3)$$

где a, b, c — константы, а $q_c \approx 2p_F$ — импульс волны плотности. После подстановки уравнения (6.3) в (6.1) и интегрирования уравнение для эффективной массы M^* может быть представлено в следующем виде [35, 36]:

$$\frac{1}{M^*(x)} = \frac{1}{M} - \frac{C}{\sqrt{x - x_{\text{cdw}}}}, \quad (6.4)$$

где C — некоторая положительная постоянная. Из уравнения (6.4) следует, что $M^*(x)$ расходится как функция разности $x - x_{\text{FC}}$ и при $x \rightarrow x_{\text{FC}}$ эффективная

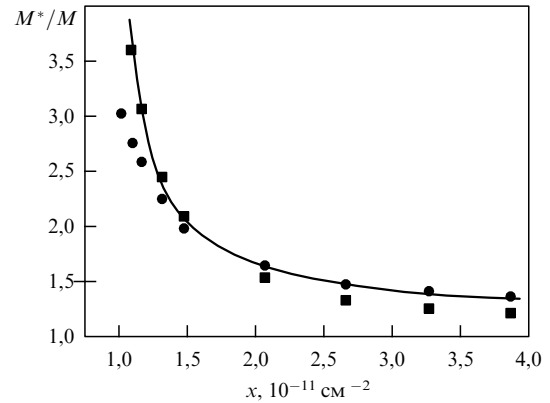


Рис. 5. Отношение M^*/M в кремниевом MOSFET как функция плотности электронов x . Квадраты обозначают экспериментальные данные осцилляций Шубникова–де Гааза. Данные, полученные при приложении параллельного магнитного поля, показаны кружками [38, 113]. Сплошная кривая представляет функцию (6.4).

масса $M^*(x) \rightarrow \infty$ [35, 36],

$$\frac{M^*(x)}{M} \approx A + \frac{B}{x - x_{\text{FC}}}, \quad (6.5)$$

где A и B — константы. Отметим, что уравнения (6.4) и (6.5) не содержат в явном виде взаимодействия $v(q)$, хотя $v(q)$ влияет на величины A, B и x_{FC} . Этот результат находится в согласии с уравнением (2.7), которое определяет тот же самый, не зависящий от взаимодействия универсальный тип расходимости. Поэтому оба уравнения (6.4) и (6.5) применимы к 2D- ^3He , электронной жидкости и другим ферми-жидкостям. Из уравнений (6.4) и (6.5) также видно, что ФККФП предшествует формированию волн плотности (или зарядовой плотности) в ферми-системах.

Отметим, что в обоих случаях разность $x - x_{\text{FC}}$ должна быть положительной, потому что плотность x приближается к x_{FC} , когда система находится на неупорядоченной стороне ФККФП с эффективной массой $M^*(x) > 0$. В случае ^3He ФККФП происходит при возрастании плотности, когда потенциальная энергия начинает вносить определяющий вклад в энергию основного состояния. Таким образом, при рассмотрении 2D- ^3He -жидкости $x - x_{\text{FC}}$ в правой части уравнения (6.5) заменяем разностью $x_{\text{FC}} - x$. Как показывает эксперимент, эффективная масса действительно расходится при высоких значениях плотности в случае 2D- ^3He и при ее низких значениях в случае 2D-электронных систем [38, 59].

Эффективная масса как функция электронной плотности x в кремниевом MOSFET (Metal Oxide Semiconductor Field Effect Transistor — полевой транзистор на основе структуры металл–окисел–полупроводник), аппроксимированная с помощью (6.4), представлена на рис. 5. Соответствующие параметры аппроксимации: $x_{\text{cdw}} = 0,7 \times 10^{-11} \text{ см}^{-2}$, $C = 2,14 \times 10^{-6} \text{ см}^{-1}$, $x_{\text{FC}} = 0,9 \times 10^{-11} \text{ см}^{-2}$ [35]. Из рисунка 5 видно, что уравнение (6.4) хорошо описывает экспериментальные результаты. Расходимость эффективной массы $M^*(x)$, обнаруженная при измерениях в 2D- ^3He [37, 59], показана на рис. 6. Как видно из рис. 5 и 6, описание, даваемое формулами (6.4), (6.5) и (2.7), хорошо согласуется с экспериментальными результатами.

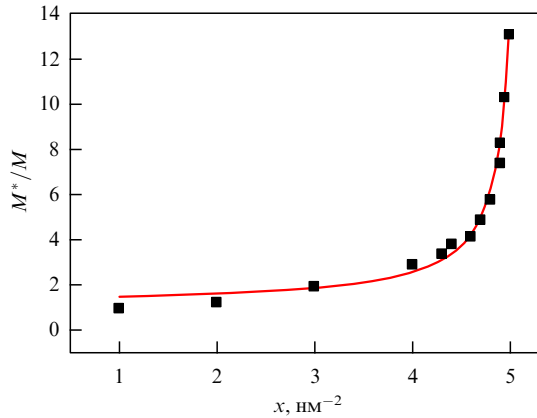


Рис. 6. Отношение M^*/M в двумерном ^3He в зависимости от плотности жидкости x , полученное из измерений теплоемкости и намагниченности. Экспериментальные значения показаны квадратами [37, 59], сплошная кривая представляет функцию $M^*(x)/M = A + B/(x_{\text{FC}} - x)$, где $A = 1,09$, $B = 1,68 \text{ nm}^{-2}$, $x_{\text{FC}} = 5,11 \text{ nm}^{-2}$.

В случае 3D-систем при $x \rightarrow x_{\text{FC}}$ эффективная масса определяется выражением [42]

$$\frac{1}{M^*} \approx \frac{1}{M} + \frac{p_{\text{F}}}{4\pi^2} \int_{-1}^1 \int_0^{g_0} \frac{v(q(y))y dy dg}{[1 - R(q(y), g) \chi_0(q(y))]^2}. \quad (6.6)$$

Сравнение уравнений (6.1) и (6.6) показывает, что между ними нет никакого качественного различия, несмотря на то, что эти уравнения описывают 2D- и 3D-случаи. Для 3D-случая таким же образом мы можем получить уравнения, аналогичные (6.4) и (6.5), разумеется, численные значения коэффициентов изменятся, поскольку они зависят также от размерности пространства. Единственное различие между 2D- и 3D-электронными системами состоит в том, что в последних ФККФП происходит при значениях плотности намного меньших тех, которые соответствуют 2D-системам. В массивном 3D- ^3He ФККФП не происходит, поскольку он поглощается фазовым переходом первого рода жидкость–твёрдая фаза [37, 59].

7. Высококоррелированная электронная жидкость в металлах с тяжелыми фермионами

Как уже отмечалось во введении, универсальное поведение в случае обычных квантовых фазовых переходов становится наблюдаемым только тогда, когда электронная система металла с ТФ находится очень близко к квантовой критической точке, например, когда длина корреляций оказывается намного большей микроскопического масштаба длины. При этом условии физика явления определяется тепловыми и квантовыми флуктуациями критического состояния, характеризуемого отсутствием квазичастиц. Однако теории, основанные на обычных квантовых фазовых переходах, не в состоянии объяснить экспериментальные наблюдения, связанные с расходимостью эффективной массы M^* в магнитном поле, специфическое поведение спиновой восприимчивости и ее масштабные свойства, поведение теплового расширения, сохранение соотношения КВ и т.д. [6, 8, 9, 12, 13, 18, 31, 103, 114–120].

7.1. Зависимость эффективной массы M^* от магнитного поля

Когда ферми-система приближается к ФККФП со стороны неупорядоченной фазы, она остается ферми-жидкостью Ландау с эффективной массой M^* , сильно зависящей от расстояния $r = (x - x_{\text{FC}})/x_{\text{FC}}$, температуры T и магнитного поля B . Это состояние системы с M^* , существенно зависящей от T , r и B , напоминает состояние сильнокоррелированной жидкости, описанное в разделе 2. Однако в отличие от сильнокоррелированной жидкости для рассматриваемой системы не существует энергетического масштаба E_0 , задаваемого уравнением (2.16), и при достаточно низких температурах она становится ферми-жидкостью Ландау с эффективной массой $M^* \propto 1/r$ (см. уравнения (2.7) и (6.5)). Такую жидкость можно назвать высококоррелированной жидкостью, которая, как мы увидим, имеет необычные свойства, отличающиеся от свойств сильнокоррелированных ферми-систем [36, 121].

Воспользуемся уравнением Ландау для изучения поведения эффективной массы $M^*(T, B)$ как функции температуры и магнитного поля. В случае однородной жидкости при конечных температурах и магнитных полях это уравнение имеет вид [22]

$$\frac{1}{M^*(T, B)} = \frac{1}{M} + \sum_{\sigma_1} \int \frac{\mathbf{p}_F \mathbf{p}}{p_{\text{F}}^3} F_{\sigma, \sigma_1}(\mathbf{p}_F, \mathbf{p}) \frac{\partial n_{\sigma_1}(\mathbf{p}, T, B)}{\partial p} \frac{d\mathbf{p}}{(2\pi)^3}, \quad (7.1)$$

где $F_{\sigma, \sigma_1}(\mathbf{p}_F, \mathbf{p})$ — амплитуда Ландау, зависящая от импульсов $\mathbf{p}_F$, $\mathbf{p}$ и спина σ . Так как металлы с ТФ являются преимущественно трехмерными, тяжелую электронную жидкость мы также считаем 3D-жидкостью. Ради упрощения пренебрегаем спиновой зависимостью эффективной массы, поскольку в случае слабых магнитных полей $M^*(T, B)$ почти не зависит от спина. Функция распределения квазичастиц выражается в виде

$$n_{\sigma}(\mathbf{p}, T) = \left[1 + \exp \frac{\varepsilon(\mathbf{p}, T) - \mu_{\sigma}}{T} \right]^{-1}, \quad (7.2)$$

где $\varepsilon(\mathbf{p}, T)$ определяется уравнением (2.2). В нашем случае одночастичный спектр слабо зависит от спина, но химический потенциал может зависеть от спина из-за расщепления Зеемана. Мы будем специально показывать зависимость физических величин от спина, когда она будет иметь значение. Представим функцию распределения квазичастиц как

$$n_{\sigma}(\mathbf{p}, T, B) \equiv \delta n_{\sigma}(\mathbf{p}, T, B) + n_{\sigma}(\mathbf{p}, T = 0, B = 0),$$

тогда уравнение (7.1) принимает вид

$$\begin{aligned} \frac{M}{M^*(T, B)} &= \frac{M}{M^*(x)} + \frac{M}{p_{\text{F}}^2} \sum_{\sigma_1} \int \frac{\mathbf{p}_F \mathbf{p}_1}{p_{\text{F}}} \times \\ &\times F_{\sigma, \sigma_1}(\mathbf{p}_F, \mathbf{p}_1) \frac{\partial \delta n_{\sigma_1}(\mathbf{p}_1, T, B)}{\partial p_1} \frac{d\mathbf{p}_1}{(2\pi)^3}. \end{aligned} \quad (7.3)$$

Мы предполагаем, что высококоррелированная электронная жидкость находится вблизи ФККФП и расстояние r мало, так что $M/M^*(x) \ll 1$, как следует из уравнения (2.7). В случае нормальных металлов, когда электронная жидкость ведет себя как ферми-жидкость

Ландау с эффективной массой порядка нескольких "голых" электронных масс $M/M^*(x) \sim 1$, при температурах, достигающих значения $T \sim 1000$ К, второе слагаемое в правой части уравнения (7.3) имеет порядок T^2/μ^2 и является намного меньшим первого слагаемого. Можно проверить, что то же самое справедливо, когда прикладывается магнитное поле $B \lesssim 100$ Тл. Таким образом, при $M/M^*(x) \sim 1$ рассматриваемая система имеет поведение ферми-жидкости Ландау с эффективной массой, фактически не зависящей от температуры или магнитного поля, а сопротивление $\rho(T) \propto T^2$. Это означает, что поправки к эффективной массе, определяемые вторым слагаемым в правой части уравнения (7.3), пропорциональны $(T/\mu)^2$ или $(\mu_B B/\mu)^2$, где μ_B — магнетон Бора.

Вблизи критической точки x_{FC} , в случае, когда $M/M^*(x \rightarrow x_{FC}) \rightarrow 0$, поведение эффективной массы кардинально меняется, потому что первое слагаемое в правой части уравнения (7.3) исчезает, второе слагаемое становится главным и эффективная масса определяется однородным уравнением (7.3) как функция B и T .

Обратимся к качественному анализу решений уравнения (7.3) при $x \approx x_{FC}$ и $T = 0$. Приложение магнитного поля приводит к расщеплению Зеемана поверхности Ферми, и расстояние δr между поверхностями Ферми со "спином вверх" и "спином вниз" становится равным $\delta r = p_F^\uparrow - p_F^\downarrow \sim \mu_B B M^*(B)/p_F$. Заметим, что второе слагаемое в правой части уравнения (7.3) пропорционально $(\delta r)^2 \propto (\mu_B B M^*(B)/p_F)^2$ и уравнение (7.3) приводится к виду [30, 102, 122]

$$\frac{M}{M^*(B)} = \frac{M}{M^*(x)} + c \frac{(\mu_B B M^*(B))^2}{p_F^4}, \quad (7.4)$$

где c — константа. Отметим, что эффективная масса $M^*(B)$ зависит также от x , причем эта зависимость исчезает при $x = x_{FC}$. В точке $x = x_{FC}$ слагаемое $M/M^*(x)$ обнуляется, уравнение (7.4) становится однородным и может быть решено аналитически [36, 102, 122]:

$$M^*(B) \propto \frac{1}{(B - B_{c0})^{2/3}}, \quad (7.5)$$

где B_{c0} — критическое магнитное поле, которое следует рассматривать как параметр (см. пояснение к формуле (5.5)).

Уравнение (7.5) задает универсальное степенное поведение эффективной массы, которое не зависит от межчастичного взаимодействия. При значениях плотности $x > x_{FC}$ эффективная масса $M^*(x)$ конечна и мы имеем дело с обычными квазичастицами Ландау при условии, что магнитное поле мало настолько, что

$$\frac{M^*(x)}{M^*(B)} \ll 1,$$

где $M^*(B)$ задается выражением (7.5). Второе слагаемое в правой части уравнения (7.4), пропорциональное $(B M^*(x))^2$, представляет собой малую поправку. В противоположном случае, когда

$$\frac{M^*(x)}{M^*(B)} \gg 1,$$

электронная жидкость ведет себя так, как будто она находится в квантовой критической точке. Поскольку в

режиме ферми-жидкости Ландау основные термодинамические и транспортные свойства системы определяются эффективной массой, то из соотношения (7.5) следует, что мы получаем уникальную возможность управлять ее магнетосопротивлением, сопротивлением, теплоемкостью, намагничиванием, тепловым объемным расширением и т.д. Здесь необходимо отметить, что большая эффективная масса приводит к высокой плотности состояний, вызывающих появление большого числа конкурирующих между собой состояний и фазовых переходов [123]. Мы предполагаем, что они могут быть подавлены внешним магнитным полем, и рассматриваем термодинамические свойства системы без учета такой конкуренции.

7.2. Зависимость эффективной массы M^* от температуры и затухание квазичастиц

Для качественного изучения поведения $M^*(T)$ при увеличении температуры упростим уравнение (7.3), опуская переменную B и имитируя влияние внешнего магнитного поля конечной эффективной массой в знаменателе первого слагаемого в правой части уравнения (7.3). Тогда эффективная масса становится функцией $M^*(r)$ расстояния r , которое определяется и величиной магнитного поля B . В отсутствие магнитного поля $r = (x - x_{FC})/x_{FC}$. Проинтегрируем второе слагаемое в правой части (7.3) по угловым переменным, затем возьмем по частям интеграл по переменной p и заменим p переменной $z = (\varepsilon(p) - \mu)/T$. В случае плоской и узкой зоны можем воспользоваться приближением $\varepsilon(p) - \mu \approx p_F(p - p_F)/M^*(T)$. В результате получим

$$\begin{aligned} \frac{M}{M^*(T)} &= \frac{M}{M^*(r)} + \alpha \int_0^\infty \frac{F(p_F, p_F(1 + \alpha z)) dz}{1 + \exp z} - \\ &- \alpha \int_0^{1/\alpha} \frac{F(p_F, p_F(1 - \alpha z)) dz}{1 + \exp z}, \end{aligned} \quad (7.6)$$

где использованы обозначения: $F \sim M d(F^1 p^2)/dp$, переменная $\alpha = TM^*(T)/p_F^2 = TM^*(T)/(T_k M^*(r))$, $T_k = p_F^2/M^*(r)$, импульс Ферми определяется из условия $\varepsilon(p_F) = \mu$.

Сначала предположим, что $\alpha \ll 1$. Тогда, опуская слагаемые порядка $\exp(-1/\alpha)$, можно положить верхний предел второго интеграла в правой части уравнения (7.6) равным бесконечности, и в этом случае сумма второго и третьего слагаемых будет являться четной функцией α . Полученные интегралы — типичные выражения с функцией Ферми–Дирака в качестве подынтегрального выражения — могут быть вычислены с помощью стандартной процедуры (см., например, [124]). Так как нам необходима только оценка интегралов, представим уравнение (7.6) как

$$\frac{M}{M^*(T)} \approx \frac{M}{M^*(r)} + a_1 \left(\frac{TM^*(T)}{T_k M^*(r)} \right)^2 + a_2 \left(\frac{TM^*(T)}{T_k M^*(r)} \right)^4 + \dots, \quad (7.7)$$

где a_1 и a_2 — константы порядка единицы.

Уравнение (7.7) может рассматриваться как типичное уравнение теории ферми-жидкости Ландау. Единственным исключением при этом является эффективная масса $M^*(r)$, сильно зависящая от расстояния r и расходящаяся при $r \rightarrow 0$. Тем не менее из (7.7) следует, что при $T \rightarrow 0$ поправки к $M^*(r)$ начинаются с членов порядка T^2 при

условии выполнения неравенства

$$\frac{M}{M^*(r)} \gg \left(\frac{TM^*(T)}{T_k M^*(r)} \right)^2 \approx \frac{T^2}{T_k^2} \quad (7.8)$$

и система демонстрирует поведение ферми-жидкости Ландау. Из соотношения (7.8) видно, что поведение, свойственное ферми-жидкости Ландау, исчезает, когда $r \rightarrow 0$ и $M^*(r) \rightarrow \infty$. Тогда свободный член в правой части уравнения (7.6) оказывается пренебрежимо малым, $M/M^*(r) \rightarrow 0$, и уравнение (7.6), становясь однородным, определяет универсальное поведение эффективной массы $M^*(T)$.

При некоторой температуре $T_1 \ll T_k$ величина суммы в правой части уравнения (7.7) определяется вторым слагаемым и соотношение (7.8) становится несправедливым. Удерживая в уравнении (7.7) только второе слагаемое, получаем соотношение для определения $M^*(T)$ в переходной области [122, 125]:

$$M^*(T) \propto \frac{1}{T^{2/3}}. \quad (7.9)$$

Температурная зависимость вида $T^{-2/3}$ в выражении (7.9) заслуживает комментария. Соотношение (7.9) справедливо, если второе слагаемое в уравнении (7.7) намного больше первого:

$$\frac{T^2}{T_k^2} \gg \frac{M}{M^*(r)}, \quad (7.10)$$

и одновременно больше третьего:

$$\frac{T}{T_k} \ll \frac{M^*(r)}{M^*(T)} \approx 1. \quad (7.11)$$

Очевидно, что оба неравенства (7.10) и (7.11) удовлетворяются, если $M/M^*(r) \ll 1$ и T конечна. Диапазон температур, в котором соотношение (7.9) справедливо, сжимается до нуля, как только $r \rightarrow 0$, потому что $T_k \rightarrow 0$.

Таким образом, если система очень близка к квантовой критической точке, $x \rightarrow x_{\text{FC}}$, то поведение эффективной массы, даваемое соотношением (7.9), в широком диапазоне температур возможно, только если величина эффективной массы $M^*(r)$ значительно уменьшена вследствие приложения магнитного поля. Можно сказать, что расстояние r становится больше под действием поля B . Когда магнитное поле B конечно, $T^{-2/3}$ -зависимость может наблюдаться при сравнительно высокой температуре $T > T_1(B)$.

Относительно оценки температуры перехода $T_1(B)$, при которой эффективная масса начинает зависеть от температуры, заметим, что эффективная масса является непрерывной функцией температуры и величины магнитного поля: $M^*(B) \sim M^*(T_1)$. Принимая во внимание (7.5) и (7.9), получаем $T_1(B) \propto B$.

При возрастании температуры система переходит в другой режим. Коэффициент α становится порядка единицы, $\alpha \sim 1$, верхний предел второго интеграла в уравнении (7.6) не может быть распространен на бесконечность, и существенную роль начинают играть нечетные слагаемые. В результате уравнение (7.7) оказывается несправедливым и сумма первого и второго интегралов в правой части уравнения (7.6) становится пропорциональной $M^*(T)T$. Пренебрегая первым слагаемым $M/M^*(r)$

и приближая сумму интегралов выражением $M^*(T)T$, из (7.6) получаем

$$M^*(T) \propto \frac{1}{\sqrt{T}}. \quad (7.12)$$

Таким образом, можно заключить, что при повышении температуры и выполнении условия $x \approx x_{\text{FC}}$ система демонстрирует три типа режимов: 1) поведение ферми-жидкости Ландау при $\alpha \ll 1$, когда уравнение (7.8) справедливо и поведение эффективной массы описывается (7.5); 2) поведение, определяемое соотношением (7.9), когда $M^*(T) \propto T^{-2/3}$ и $S(T) \propto M^*(T)T \propto T^{1/3}$; 3) поведение при $\alpha \sim 1$, когда справедливо уравнение (7.12), $M^*(T) \propto 1/\sqrt{T}$, а энтропия $S(T) \propto M^*(T)T \propto \sqrt{T}$ и теплоемкость $C(T) = T(\partial S(T)/\partial T) \propto \sqrt{T}$.

Проиллюстрируем поведение $S(T)$ с помощью вычислений на основе модельного функционала Ландау [24, 123]

$$E[n(p)] = \int \frac{\mathbf{p}^2 n(\mathbf{p})}{2M} \frac{d\mathbf{p}}{(2\pi)^3} + \frac{1}{2} \int V(\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2) n(\mathbf{p}_1) n(\mathbf{p}_2) \frac{d\mathbf{p}_1 d\mathbf{p}_2}{(2\pi)^6} \quad (7.13)$$

с межчастичным взаимодействием вида

$$V(\mathbf{p}) = g_0 \frac{\exp(-\beta_0 |\mathbf{p}|)}{|\mathbf{p}|}. \quad (7.14)$$

Мы нормировали эффективную массу на M , $M^* = M^*/M$, температуру T_0 на ферми-энергию ε_F^0 , $T = T_0/\varepsilon_F^0$, и использовали безразмерную постоянную взаимодействия $g = g_0 M/(2\pi^2)$, а также $\beta = \beta_0 p_F$. Ферми-конденсатный квантовый фазовый переход происходит тогда, когда эти параметры достигают критических значений: $\beta = \beta_c$ и $g = g_c$. С другой стороны, ФККФП имеет место, когда эффективная масса $M^* \rightarrow \infty$. Это условие позволяет получить выражение, связывающее β_c и g_c [24, 123]:

$$\frac{g_c}{\beta_c^3} (1 + \beta_c) \exp(-\beta_c) (\beta_c \cosh \beta_c - \sinh \beta_c) = 1.$$

Из последнего уравнения следует, что критическая точка ФККФП может быть достигнута путем изменения g_0 , если β_0 и p_F фиксированы, или путем изменения p_F , если фиксированы β_0 и g_0 , и т.д. Для определенности мы будем изменять g , чтобы достигнуть ФККФП или исследовать свойства системы за пределами критической точки. Расчеты $M^*(T)$, $S(T)$ и $C(T)$, основанные на модельном функционале (7.13) с параметрами $g = g_c = 6,7167$ и $\beta = \beta_c = 3$, показывают, что $M^*(T) \propto 1/\sqrt{T}$, $S(T) \propto \sqrt{T}$ и $C(T) \propto \sqrt{T}$. На рисунке 7 приведена зависимость энтропии от температуры.

Оценим затухание квазичастиц $\gamma(T)$. В рамках теории ферми-жидкости Ландау γ определено выражением [22]

$$\gamma \sim |\Gamma|^2 (M^*)^3 T^2, \quad (7.15)$$

где Γ — частично-дырочная амплитуда. В случае высококоррелированной системы с большой плотностью состояний, вызванной огромной величиной эффективной массы, амплитуда Γ не может быть приближена "голым" взаимодействием между частицами, но может быть оценена в рамках "лестничного" приближения,

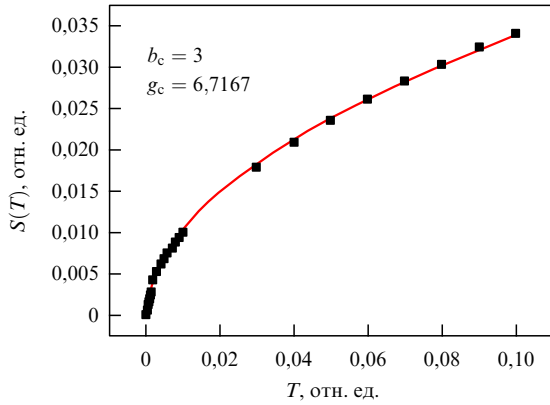


Рис. 7. Энтропия $S(T)$ высокоррелированной ферми-жидкости, находящейся в критической точке ФККФП. Сплошная кривая представляет $S(T) \propto \sqrt{T}$, результаты вычислений показаны квадратами.

которое дает $|G| \sim 1/(p_F M^*(T))$ [54]. В результате мы получаем, что в режиме ферми-жидкости Ландау $\gamma(T) \propto T^2$, в $T^{-2/3}$ -режиме $\gamma(T) \propto T^{4/3}$ и в $1/\sqrt{T}$ -режиме $\gamma(T) \propto T^{3/2}$. Заметим, что во всех случаях ширина является малой по сравнению с характерной энергией квазичастицы, которая считается величиной порядка T , так что понятие квазичастицы имеет смысл.

Можно заключить, что, когда электронная жидкость локализована вблизи квантовой критической точки ФККФП и находится на неупорядоченной стороне, ее возбуждения малой энергии являются квазичастицами с эффективной массой $M^*(B, T)$.

Отметим, что при $x \rightarrow x_{FC}$ фактор перенормировки квазичастицы $a(\mathbf{p})$ остается конечным и приблизительно постоянным, а расходимость эффективной массы, следующая из уравнения (2.7), не связана с тем, что $a(\mathbf{p}) \rightarrow 0$ [126]. Таким образом, понятие квазичастиц сохраняется, и именно они определяют транспортные и термодинамические свойства высокоррелированной электронной жидкости.

7.3. Электрическое сопротивление металлов с тяжелыми фермионами

Сопротивление электрическому току

$$\rho(T) = \rho_0 + \Delta\rho_1(B, T)$$

непосредственно определяется эффективной массой, поскольку $\Delta\rho_1(B, T) = A(B, T)T^2 \propto (M^*(B, T)T)^2$ [104], поэтому рассмотренные выше температурные зависимости эффективной массы могут наблюдаться в измерениях сопротивления металлов с ТФ. При температурах $T \ll T_1(B)$ исследуемая система демонстрирует режим ферми-жидкости Ландау, поведение эффективной массы при $x \rightarrow x_{FC}$ описывается выражением (7.5) и коэффициент $A(B)$ может быть представлен как

$$A(B) \propto \frac{1}{(B - B_{c0})^{4/3}}. \quad (7.16)$$

В режиме ферми-жидкости Ландау сопротивление ведет себя следующим образом: $\Delta\rho_1 = c_1 T^2 / (B - B_{c0})^{4/3} \propto T^2$. Второй режим высокоррелированной ферми-жидкости, который определяется соотношением (7.9), характеризуется зависимостью $\Delta\rho_2 = c_2 T^2 / (T^{2/3})^2 \propto T^{2/3}$. Тре-

тий режим при $T > T_1(B)$ дается соотношением (7.12) и представлением $\Delta\rho_3 = c_3 T^2 / (\sqrt{T})^2 \propto T$. Здесь c_1, c_2, c_3 — константы.

Заметим, что все температурные зависимости, соответствующие этим режимам, наблюдались в измерениях на металлах с тяжелыми фермионами CeCoIn_5 и YbAgGe [18, 31, 116, 118]. Если рассмотреть отношение $\Delta\rho_2/\Delta\rho_1 \propto [(B - B_{c0})/T]^{4/3}$, то можно прийти к очень интересному заключению о том, что это отношение является функцией только переменной $(B - B_{c0})/T$, что согласуется с экспериментальными фактами [31].

7.4. Магнитная восприимчивость

Магнитная восприимчивость пропорциональна эффективной массе, $\chi \propto M^*$, где M^* задается соотношениями (7.5), (7.9) и (7.12). При $T \ll T_1$ эффективная масса определяется (7.5) и восприимчивость выражается как

$$\chi(B) \propto M^*(B) \propto (B - B_{c0})^{-2/3}. \quad (7.17)$$

Статическая намагниченность

$$M_B(B) \propto B M^*(B) \propto (B - B_{c0})^{1/3}. \quad (7.18)$$

При $T \sim T_1(B)$, как видно из (7.9), выражение (7.17) приобретает вид

$$\chi(T) \propto M^*(T) \propto T^{-2/3}. \quad (7.19)$$

При дальнейшем увеличении температуры, когда $T \gg T_1(B)$, как это следует из (7.12), выражение (7.17) принимает вид

$$\chi(T) \propto M^*(T) \propto T^{-1/2}. \quad (7.20)$$

Поведение $\chi(B)$ и $M_B(B)$, а также поведение $\chi(B, T)$, полученное при решении (7.3) (рис. 8), хорошо согласуется с результатами измерений на CeRu_2Si_2 с критическим полем $B_{c0} = 0$ [103]. На рисунке 8 температура нормирована на T_P — температуру, при которой восприимчивость достигает максимума, восприимчивость нормирована на пиковое значение $\chi(B, T_P)$, а намагниченность — на величину $M_B(B, T \rightarrow 0)$ при каждом значении поля.

Рассмотрим состояние системы при $r \rightarrow 0$. Свойства этого состояния определяются магнитным полем B и температурой T . При переходной температуре $T \approx T_1(B)$ эффективная масса зависит как от T , так и от B , в то время как при $T \ll T_1(B)$ система является ферми-жидкостью Ландау с эффективной массой, определяемой (7.5), а при $T \gtrsim T_1(B)$ масса задается соотношением (7.9). Вместо получения решения уравнения (7.3) можно построить простую интерполяционную формулу, описывающую поведение эффективной массы при $T \lesssim T_1$:

$$M^*(B, T) = \frac{c_1(B - B_{c0})^2 + c_2 T^2}{c_3(B - B_{c0})^{8/3} + c_4 T^{8/3}}, \quad (7.21)$$

где c_1, c_2, c_3 и c_4 — некоторые константы. Поделив обе части уравнения (7.21) на $M^*(B, T = 0)$ и обозначив $y = T/(B - B_{c0})$, получим

$$\frac{M^*(B, T)}{M^*(B)} = \frac{1 + (c_2/c_1)y^2}{1 + (c_4/c_3)y^{8/3}}. \quad (7.22)$$

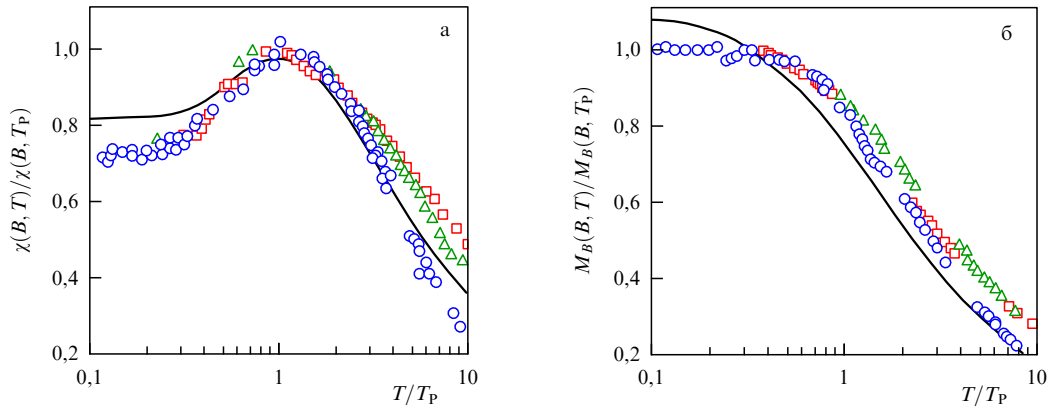


Рис. 8. Нормированная магнитная восприимчивость $\chi(B, T)/\chi(B, T_P)$ (а) и нормированная намагниченность $M_B(B, T)/M_B(B, T_P)$ (б) для CeRu_2Si_2 в магнитных полях 0,20 мТл (квадраты), 0,39 мТл (треугольники) и 0,94 мТл (круги) как функции нормированной температуры T/T_P [103]. Сплошные кривые показывают расчетное универсальное поведение [122].

Из уравнения (7.22) следует, что поведение эффективной массы может быть описано универсальной функцией только одной переменной y . Если использовать (7.22) и определение восприимчивости $\chi(B, T) = \partial M_B(B, T)/\partial B$, то можно прийти к выводу о том, что восприимчивость и намагниченность также демонстрируют скейлинговое поведение и могут быть представлены как универсальные функции только одной переменной y при условии, что они нормированы на восприимчивость (7.17) и намагниченность (7.18) соответственно. Отметим, что восприимчивость $\chi(y)$ имеет максимум, а намагниченность максимума не имеет [30, 122, 125]. Из уравнения (7.21) следует, что скейлинговое поведение нормированных значений восприимчивости и намагниченности будет разрушаться при $T \gg T_1(B)$, поскольку поведение эффективной массы при таких температурах задается формулой (7.12). Как видно из рис. 8, вышеупомянутое скейлинговое поведение нормированных намагниченности и восприимчивости согласуется с экспериментами на CeRu_2Si_2 , причем скейлинговое поведение экспериментальных точек исчезает при $T \gg 1$, что соответствует $T \gg T_P \approx T_1(B)$ [103].

Из рисунка 8 видно, что при конечных значениях поля B кривая, описывающая $\chi(B, T)/\chi(B, T_P)$, имеет максимум при некоторой температуре T_P , а намагниченность $M_B(B, T)/M_B(B, T_P)$ максимума не имеет. Это поведение хорошо согласуется с экспериментальными результатами [103]. Отметим, что такое поведение восприимчивости совершенно не характерно для обычных металлов и не может быть объяснено в рамках теорий, рассматривающих только обычные квантовые фазовые переходы [103].

7.5. Магнетосопротивление

Рассмотрим поведение магнетосопротивления

$$\rho_{\text{mr}}(B, T) = \frac{\rho(B, T) - \rho(0, T)}{\rho(0, T)} \quad (7.23)$$

высококоррелированной электронной жидкости как функцию магнитного поля B и температуры T [121]. Сопротивление $\rho(B, T) = \rho_0 + \Delta\rho(B, T) + \Delta\rho_{\text{mr}}(B)$ измеряется в магнитном поле B при температуре T . Предположим, что вклад $\Delta\rho_{\text{mr}}(B)$, определяемый магнитным

полем B , можно рассматривать в приближении слабого поля на основе хорошо известного правила Колера:

$$\frac{\Delta\rho_{\text{mr}}(B)}{\rho(0, T)} \approx \lambda_{\perp} \left(\frac{B\rho(0, \Theta_D)}{B_0\rho(0, T)} \right)^2, \quad (7.24)$$

где Θ_D — температура Дебая, B_0 — характеристическое поле, $\lambda_{\perp}$ — константа. Отметим, что приближение слабого поля подразумевает, что $\Delta\rho_{\text{mr}}(B) \ll \rho(0, T) \equiv \rho(T)$.

Предположим, что температура не слишком низка, $\rho_0 \leq \Delta\rho(B=0, T)$ и $B \geq B_{c0}$. Подставляя (7.24) в (7.23), находим

$$\rho_{\text{mr}}(B, T) \approx \frac{\Delta\rho_{\text{mr}}(B)}{\rho(0, T)} + cT^2 \frac{(M^*(B, T))^2 - (M^*(0, T))^2}{\rho(0, T)}, \quad (7.25)$$

где c — постоянная, определяемая температурной зависимостью сопротивления: $c(M^*(B, T))^2 T^2 = \Delta\rho(B, T)$.

Рассмотрим магнетосопротивление, описываемое уравнением (7.25), как функцию B при некоторой температуре $T = T_0$. В слабых магнитных полях, когда $T_0 > T_1(B) \propto B$, основной вклад в магнетосопротивление вносит слагаемое $\Delta\rho_{\text{mr}}(B)$, так как эффективная масса не зависит от магнитного поля. Поэтому отношение $|M^*(B, T) - M^*(0, T)|/M^*(0, T) \ll 1$ и главный вклад дается $\Delta\rho_{\text{mr}}(B)$. В результате магнетосопротивление является возрастающей функцией B . Когда величина поля B принимает настолько большое значение, что становится справедливым соотношение $T_1(B) \sim T_0$, разность $M^*(B, T) - M^*(0, T)$ оказывается отрицательной и магнетосопротивление как функция B достигает максимальной величины при $T_1(B) \sim T_0$. При увеличении B , когда $T_1(B) > T_0$, эффективная масса $M^*(B, T)$ становится убывающей функцией магнитного поля, как следует из (7.5). С возрастанием B отношение

$$\frac{M^*(B, T) - M^*(0, T)}{M^*(0, T)} \rightarrow -1$$

и магнетосопротивление, являясь убывающей функцией B , оказывается отрицательным.

Рассмотрим теперь магнетосопротивление как функцию T при некотором значении поля B_0 . При низких

температурах $T \ll T_1(B_0)$ выполняется условие

$$\frac{M^*(B_0)}{M^*(T)} \ll 1,$$

как это следует из (7.5) и (7.12), и магнетосопротивление определяется величиной $\rho(0, T)$. Отметим, что B_0 должно быть сравнительно большим, чтобы гарантировать выполнение неравенства $M^*(B_0)/M^*(T) \ll 1$. Следовательно, $\rho_{\text{mr}}(B_0, T) \sim -1$, поскольку $\Delta\rho_{\text{mr}}(B)/\rho(0, T) \ll 1$. По мере увеличения температуры магнетосопротивление возрастает, оставаясь отрицательным. При $T \approx T_1(B_0)$ магнетосопротивление становится приблизительно равным нулю, поскольку в этой точке эффективная масса $M^*(B_0) \approx M^*(T)$ и $\rho(B_0, T) \approx \rho(0, T)$. Отсюда можно заключить, что изменение температурной зависимости сопротивления $\rho(T)$ от квадратичной до линейной проявляется в переходе от отрицательного магнетосопротивления к положительному. При $T \geq T_1(B_0)$ основной вклад в магнетосопротивление дает $\Delta\rho_{\text{mr}}(B_0)$ и магнетосопротивление достигает максимума. При $T_1(B_0) \ll T$ магнетосопротивление является убывающей функцией температуры, поскольку

$$\frac{|M^*(B, T) - M^*(0, T)|}{M^*(0, T)} \ll 1$$

и $\Delta\rho_{\text{mr}}(B_0)/\rho(T) \ll 1$ — убывающая функция T .

Оба перехода (от положительного магнетосопротивления к отрицательному с увеличением B при фиксированной T и от отрицательного магнетосопротивления к положительному с увеличением T при фиксированном B) были обнаружены в измерениях сопротивления CeCoIn_5 в магнитном поле [31]. Таким образом, описанное выше поведение магнетосопротивления хорошо согласуется с экспериментальными результатами.

8. Металлы с сильнокоррелированной электронной жидкостью

При $T \ll T_f$ функция $n_0(\mathbf{p})$, заданная уравнением (2.8), определяет энтропию $S_{\text{NFL}}(T)$ тяжелой электронной жидкости, находящейся на упорядоченной стороне ФККФП. Как следует из (2.10), энтропия содержит вклад, не зависящий от температуры,

$$S_0 \sim \frac{p_f - p_i}{p_f} \sim |r|,$$

где $r = (x - x_{\text{FC}})/x_{\text{FC}}$. Другой специфический вклад связан со спектром $\varepsilon(\mathbf{p})$, который обеспечивает связь между бездисперсионной областью (p_i, p_f) , занятой ФК, и нормальными квазичастицами, находящимися в областях $p < p_i$ и $p > p_f$. Этот спектр имеет форму $\varepsilon(\mathbf{p}) \propto (p - p_f)^2 \sim (p_i - p)^2$. Такая форма спектра, которая подтверждается в точно решаемых моделях для систем с ФК, приводит к появлению вклада в теплоемкость $C \sim \sqrt{T/T_f}$ [23]. Таким образом, при $0 < T \ll T_f$ энтропия может быть аппроксимирована функцией

$$S_{\text{NFL}}(T) \approx S_0 + a \sqrt{\frac{T}{T_f}} + b \frac{T}{T_f}, \quad (8.1)$$

где a и b — константы. Третье слагаемое в правой части уравнения (8.1), которое возникает вследствие вклада

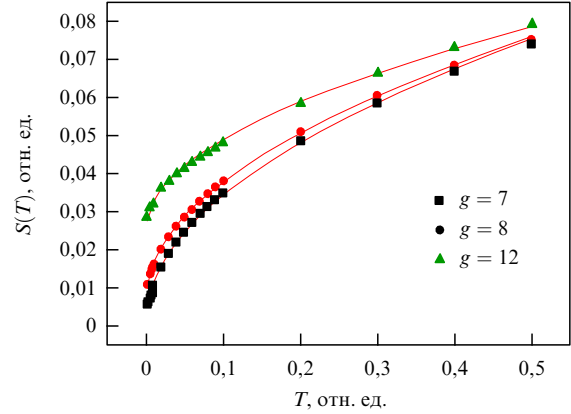


Рис. 9. Энтропия $S(T)$ как функция температуры. Сплошные кривые представляют собой аппроксимацию $S(T)$, вычисленную из уравнения (8.1), символы соответствуют результатам вычислений на основе (7.13).

независящей от температуры части спектра $\varepsilon(\mathbf{p})$, дает относительно малую добавку в энтропию. Как мы увидим, независящее от температуры слагаемое S_0 определяет универсальные термодинамические и транспортные свойства тяжелой электронной жидкости с ФК, которую мы будем называть сильнокоррелированной ферми-жидкостью. Свойства этой жидкости кардинально отличаются от свойств высококоррелированных систем. В результате мы можем рассматривать ФККФП как фазовый переход, который разделяет высококоррелированную и сильнокоррелированную ферми-жидкости. Поскольку высококоррелированная жидкость при $T \rightarrow 0$ имеет поведение ферми-жидкости Ландау, то ФККФП отделяет ферми-жидкость Ландау от сильнокоррелированной ферми-жидкости.

Вычисленная на основе модельного функционала (7.13) температурная зависимость $S(T)$ представлена на рис. 9. Вычисления выполнены для $g = 7, 8, 12$ и $\beta = b_c = 3$. Напомним, что критическая величина $g = g_c = 6,7167$. Из рисунка 9 видно, что S_0 увеличивается по мере того, как система удаляется от ФККФП. Очевидно, что слагаемое S_0 в правой части (8.1), не зависящее от температуры, не вносит вклада в теплоемкость, однако второе слагаемое в (8.1) вклад вносит, и теплоемкость имеет аномальное поведение $C(T) \propto \sqrt{T}$, как это подтверждается нашими вычислениями.

8.1. Энтропия, линейное расширение и закон Грюнайзена

Необычная зависимость энтропии от температуры сильнокоррелированной электронной жидкости, заданная соотношением (8.1), определяет ее особое поведение. Существование независимого от температуры члена S_0 может быть проиллюстрировано на основе вычисления коэффициента теплового расширения $\alpha(T)$ [127, 128], который дается выражением [22]

$$\alpha(T) = \frac{1}{3} \left(\frac{\partial(\log V)}{\partial T} \right)_P = - \frac{1}{3V} \left(\frac{\partial(S/x)}{\partial P} \right)_T, \quad (8.2)$$

здесь P — давление, V — объем. Отметим, что сжимаемость $K = d\mu/d(Vx)$ не имеет сингулярности при ФККФП и в системах с фермионным конденсатом

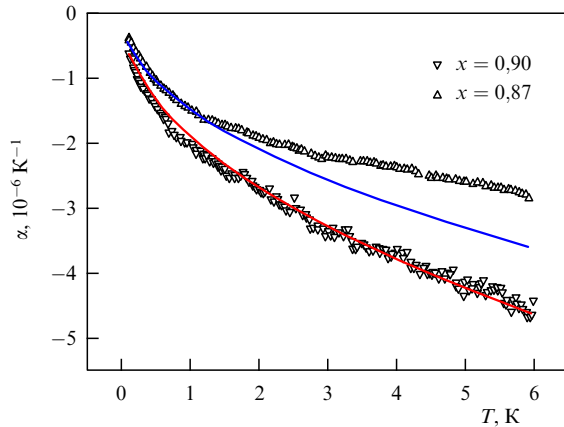


Рис. 10. Коэффициент теплового расширения $\alpha(T)$ как функция температуры в интервале $0,1 \leq T \leq 6$ К. Экспериментальные значения при уровнях легирования $x = 0,90$ и $0,87$ взяты из [130]. Сплошные кривые представляют собой аппроксимации экспериментальных значений $\alpha(T) = c_1\sqrt{T}$, где c_1 — подгоночный параметр.

является приблизительно постоянной [129]. Подставляя (8.1) в уравнение (8.2), находим, что

$$\alpha_{FC}(T) \approx a_0 \sim \frac{M_{FC}^* T}{p_F^2 K}, \quad (8.3)$$

где $a_0 \sim \partial S_0 / \partial P$ — величина, не зависящая от температуры. При вычислении (8.3) был удержан только главный вклад, связанный с S_0 . Учтем, что теплоемкость имеет вид

$$C(T) = T \frac{\partial S(T)}{\partial T} \approx \frac{a}{2} \sqrt{\frac{T}{T_f}}. \quad (8.4)$$

В результате отношение Грюнайзена $\Gamma(T)$ расходится как

$$\Gamma(T) = \frac{\alpha(T)}{C(T)} \approx 2 \frac{a_0}{a} \sqrt{\frac{T_f}{T}}, \quad (8.5)$$

отсюда мы заключаем, что в случае сильнокоррелированных ферми-систем закон Грюнайзена не выполняется.

Теперь рассмотрим, как поведение эффективной массы, описываемое уравнением (2.14) и выражением (7.12), соотносится с экспериментальными наблюдениями. Коэффициент теплового расширения $\alpha(T)$, измеренный для парамагнетика CeNi_2Ge_2 , ведет себя как $\sqrt{T}$ при изменении температуры от 6 К до 50 мК [12]. Такое же поведение, $\alpha(T) \propto \sqrt{T}$, было обнаружено в измерениях на ферромагнетике $\text{CePd}_{1-x}\text{Rh}_x$ [130] (рис. 10).

Из рисунка 10 видно, что в критической точке $x = 0,90$, в которой критическая температура ферромагнитного фазового перехода обращается в нуль, коэффициент теплового расширения хорошо аппроксимируется зависимостью $\alpha(T) \propto \sqrt{T}$ при изменении температуры почти на два порядка, однако даже при небольшом смещении системы относительно критической точки резко ухудшается соответствие используемой аппроксимации экспериментальным данным.

Отметим, что критическое поведение двух совершенно различных металлов с ТФ (один — парамагнетик, а другой — ферромагнетик) удается хорошо описать

функцией $\alpha(T) = c_1\sqrt{T}$ с единственным подгоночным параметром c_1 . Это обстоятельство наглядно показывает, что флуктуации не определяют поведение $\alpha(T)$. Измерения теплоемкости, проведенные на $\text{CePd}_{1-x}\text{Rh}_x$ при $x = 0,90$, показали, что $C(T) \propto \sqrt{T}$ [130]. Таким образом, электронные системы обоих металлов можно отнести к высококоррелированной электронной жидкости.

Результаты измерения на $\text{YbRh}_2(\text{Si}_{0,95}\text{Ge}_{0,05})_2$ показывают: $\alpha/T \propto 1/T$, а отношение Грюнайзена расходится как $\Gamma(T) \approx T^{-q}$, $q \approx 0,33$, что позволяет отнести электронную систему этого соединения к сильнокоррелированной жидкости [12]. Наша оценка $q = 0,5$, следующая из уравнения (8.5), находится в удовлетворительном согласии с этим экспериментальным значением. Оба типа поведения $\alpha(T)$ противоречат выводам теории ферми-жидкости Ландау, согласно которой при $T \rightarrow 0$ коэффициент теплового расширения $\alpha(T)/T = M^* = \text{const}$. В нашем случае эффективная масса зависит от T и зависимость вида $1/\sqrt{T}$, следующая из уравнения (7.12), хорошо согласуется с результатом для первой системы [127], а зависимость эффективной массы вида $1/T$, вытекающая из уравнения (2.14) и предсказанная в [128], соответствует второму результату.

Из уравнения (2.14) следует, что $M^*(T \rightarrow 0) \rightarrow \infty$ и сильнокоррелированная электронная жидкость ведет себя так, как будто она помещена в квантовую критическую точку. Фактически жидкость находится на квантовой критической линии $x < x_{FC}$, и при $T \rightarrow 0$ критическое поведение наблюдается при всех $x \leq x_{FC}$. Как показано в разделе 3, при $T \rightarrow 0$ сильнокоррелированная электронная жидкость испытывает квантовый фазовый переход первого рода, поскольку энтропия становится разрывной функцией температуры: при конечных температурах энтропия дается уравнением (8.1), в то время как $S(T=0) = 0$. Поэтому энтропия испытывает скачок $\delta S = S_0$ при $T \rightarrow 0$. Отсюда следует, что в результате фазового перехода первого рода критические флуктуации оказываются подавленными вдоль квантовой критической линии и соответствующие расходимости, например расходимость $\Gamma(T)$, определяются квазичастицами, а не критическими флуктуациями, как можно было ожидать в случае обычного квантового фазового перехода [4]. Отметим, что согласно известному неравенству [124] $\delta Q \leq T \delta S$ теплота перехода δQ от неупорядоченной фазы к упорядоченной равна нулю, потому что $\delta Q \leq S_0 T$ стремится к нулю при $T \rightarrow 0$.

8.2. T – B -фазовая диаграмма, коэффициент Холла и магнитная восприимчивость

Для изучения фазовой диаграммы T – B сильнокоррелированной электронной жидкости рассмотрим случай, когда неферми-жидкостное поведение возникает при подавлении антиферромагнитной (AF) фазы внешним магнитным полем B , например, как это происходит в металлах с ТФ YbRh_2Si_2 и $\text{YbRh}_2(\text{Si}_{0,95}\text{Ge}_{0,05})_2$ [12, 13].

Антиферромагнитная фаза представляет собой электронную ферми-жидкость Ландау с энтропией, обращаемой в нуль при $T \rightarrow 0$. Для магнитных полей, превышающих критическое значение B_{c0} , при котором температура Нееля $T_N(B \rightarrow B_{c0}) \rightarrow 0$, антиферромагнитная фаза преобразуется в слабо поляризованную парамагнитную сильнокоррелированную электронную жидкость. Как было показано в разделе 5, при $T = 0$ при-

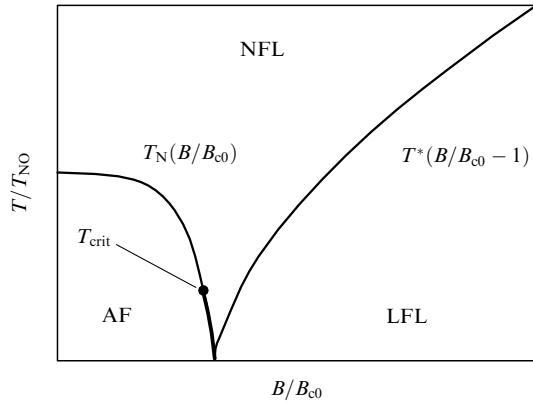


Рис. 11. Фазовая диаграмма T – B сильнокоррелированной электронной жидкости. Кривая $T_N(B/B_{c0})$ — зависимость температуры Нееля от поля B . Черный кружок при $T = T_{crit}$ — критическая температура, при которой AF-фазовый переход второго рода становится переходом первого рода. При $T < T_{crit}$ жирная сплошная кривая представляет зависимость $T_N(B/B_{c0})$, когда AF-фазовый переход становится переходом первого рода. Сильнокоррелированная жидкость в области NFL характеризуется энтропией S_{NFL} , заданной уравнением (8.1). Линия, разделяющая сильнокоррелированную жидкость (NFL) и слабополяризованную электронную жидкость, имеющую поведение ферми-жидкости Ландау (LFL), описывается функцией $T^*(B/B_{c0} - 1) \propto \sqrt{B/B_{c0} - 1}$ (см. (5.8)).

ложение магнитного поля B расщепляет ферми-конденсатное состояние, занимающее область (p_i, p_f) , на уровни Ландау и подавляет сверхпроводящий параметр порядка $\kappa(\mathbf{p})$. Новое состояние дается многосвязной сферой Ферми, на которой гладкая функция распределения квазичастиц $n_0(\mathbf{p})$ в интервале импульсов (p_i, p_f) заменена распределением $v(\mathbf{p})$ (см. рис. 4). Поэтому поведение ферми-жидкости Ландау восстанавливается и характеризуется квазичастицами с эффективной массой $M^*(B)$, определяемой выражением (5.5). При повышении температуры настолько, что

$$T > T^*(B - B_{c0}) \propto \sqrt{B - B_{c0}},$$

энтропия электронной жидкости дается уравнением (8.1). Описанное выше поведение сильнокоррелированной жидкости показано на фазовой диаграмме T – B , приведенной на рис. 11.

В соответствии с данными эксперимента предположим, что при относительно высоких температурах, $T/T_{NO} \sim 1$, где T_{NO} — температура Нееля в отсутствие магнитного поля, антиферромагнитный фазовый переход является переходом второго рода [13]. В этом случае энтропия и другие термодинамические функции при температуре перехода $T_N(B)$ являются непрерывными функциями. Это означает, что энтропия антиферромагнитной фазы S_{AF} совпадает с энтропией S_{NFL} сильнокоррелированной жидкости, определяемой уравнением (8.1):

$$S_{AF}(T \rightarrow T_N(B)) = S_{NFL}(T \rightarrow T_N(B)). \quad (8.6)$$

Поскольку антиферромагнитная фаза имеет поведение ферми-жидкости Ландау, т.е. $S(T \rightarrow 0) \rightarrow 0$, уравнение (8.6) не может быть удовлетворено при достаточно низких температурах $T \leq T_{crit}$ из-за наличия независимого от температуры слагаемого S_0 . Следовательно, антиферромагнитный фазовый переход второго рода

становится переходом первого рода при $T = T_{crit}$ (см. рис. 11).

При температуре $T = 0$ критическое поле B_{c0} , при котором антиферромагнитная фаза становится ферми-жидкостью Ландау, определяется условием, что энергия основного состояния антиферромагнитной фазы должна совпадать с энергией основного состояния $E[n_0(\mathbf{p})]$ электронной ферми-жидкости Ландау. Это означает, что основное состояние антиферромагнитной фазы оказывается вырожденным при $B = B_{c0}$. Поэтому температура Нееля $T_N(B \rightarrow B_{c0}) \rightarrow 0$, поведение эффективной массы $M^*(B \geq B_{c0})$ определено выражением (5.5) и $M^*(B)$ расходится при $B \rightarrow B_{c0}$.

Фазовый переход, разделяющий антиферромагнитную фазу, существующую при $B \leq B_{c0}$, и ферми-жидкость Ландау при $B \geq B_{c0}$, представляет собой квантовый фазовый переход первого рода. Контролирующим параметром этого фазового перехода является магнитное поле B . Отметим, что соответствующие квантовые и тепловые критические флуктуации исчезают при $T < T_{crit}$, поскольку при этих температурах имеем дело с антиферромагнитным фазовым переходом первого рода.

Можно также заключить, что критическое поведение, наблюдаемое при $T \rightarrow 0$ и $B \rightarrow B_{c0}$, определяется квазичастицами, а не критическими флуктуациями, сопровождающими фазовые переходы второго рода. Когда $r \rightarrow 0$, электронная жидкость приближается к ФККФП со стороны упорядоченной фазы. Очевидно, $T_{crit} \rightarrow 0$ в точке $r = 0$, и температура Нееля равна нулю в точке, где антиферромагнитный фазовый переход второго рода становится переходом первого рода. Поэтому можно ожидать, что вклады, определяемые критическими флуктуациями, приводят только к появлению логарифмических поправок к величинам, вычисляемым в теории фазовых переходов Ландау [124], а степенные законы критического поведения снова определяются соответствующими квазичастицами.

Таким образом, парадигма Ландау, основанная на понятии квазичастиц и параметра порядка, применима при рассмотрении T – B -фазовой диаграммы сильнокоррелированной электронной жидкости.

Теперь рассмотрим скачок коэффициента Холла, обнаруженный в измерениях на YbRh_2Si_2 . Коэффициент Холла $R_H(B)$ как функция B изменяется скачком при $T \rightarrow 0$, когда приложенное магнитное поле B достигает критического значения $B = B_{c0}$ и затем превосходит это критическое значение так, что $B = B_{c0} + \delta B$, где δB — бесконечно малое магнитное поле [131]. Как было показано в разделе 5, при $T = 0$ приложение критического магнитного поля B_{c0} , подавляющего антиферромагнитную фазу (с импульсом Ферми $p_{AF} \approx p_F$), восстанавливает ферми-жидкость Ландау с импульсом Ферми $p_f > p_F$. При $B < B_{c0}$ энергия основного состояния антиферромагнитной фазы ниже энергии основного состояния парамагнитной электронной ферми-жидкости Ландау, но при $B > B_{c0}$ мы имеем дело с противоположным случаем, когда парамагнитная ферми-жидкость Ландау имеет меньшую энергию. При $B = B_{c0}$ и $T = 0$ обе фазы приобретают одинаковую энергию основного состояния, будучи вырожденными.

Таким образом, при $T = 0$ и $B = B_{c0}$ бесконечно малое увеличение магнитного поля δB приводит к конечному скачку в импульсе Ферми, поскольку функция распреде-

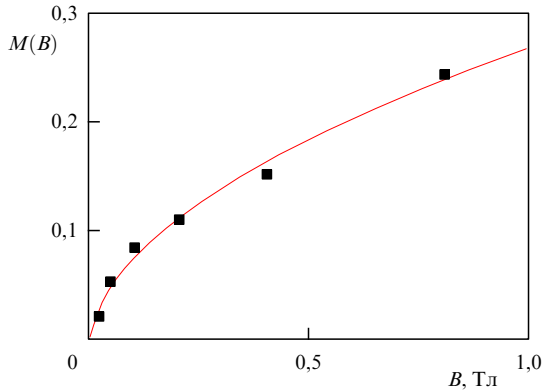


Рис. 12. Значения намагниченности $M(B)$, полученные в измерениях на $\text{YbRh}_2(\text{Si}_{0.95}\text{Ge}_{0.05})_2$ (квадраты) [6]. Кривая представляет зависящую от поля функцию $M(B) = a_m \sqrt{B}$ (см. (8.9)), где a_m — подгоночный параметр.

ления становится многосвязной (см. рис. 4), однако число подвижных электронов не изменяется. В результате коэффициент Холла испытывает резкий скачок, поскольку в антиферромагнитной фазе $R_H(B) \propto 1/p_F^3$, а в парамагнитной фазе $R_H(B) \propto 1/p_F^3$. Отсюда, предполагая, что, как и в моделях с простым односвязным ферми-объемом, $R_H(B)$ может рассматриваться как мера импульса Ферми [131], получаем

$$\frac{R_H(B = B_{c0} - \delta)}{R_H(B = B_{c0} + \delta)} \approx 1 + 3 \frac{p_F - p_F}{p_F} \approx 1 + d \frac{S_0}{x_{FC}}, \quad (8.7)$$

где S_0/x_{FC} — энтропия, приходящаяся на один тяжелый электрон, d — константа, $d \sim 5$.

Из уравнения (8.7) следует, что скачкообразное изменение коэффициента Холла определяется аномальным поведением энтропии, связанным с членом S_0 . Поэтому скачок стремится к нулю при $r \rightarrow 0$ и исчезает, когда рассматриваемая система находится на неупорядоченной стороне от ФККФП, где энтропия не имеет не зависящего от температуры вклада [132].

Рассмотрим магнитную восприимчивость, которая пропорциональна эффективной массе и определяется выражением (5.5). При $T \ll T^*(B)$ магнитная восприимчивость имеет вид [30]

$$\chi(B) \propto M^*(B) \propto \frac{1}{\sqrt{B - B_{c0}}}, \quad (8.8)$$

а статическая намагниченность $M(B)$ дается выражением

$$M(B) \propto \sqrt{B - B_{c0}}. \quad (8.9)$$

Как видно из рис. 12, зависимость $M(B)$, следующая из (8.9), хорошо согласуется с данными, полученными в измерениях на $\text{YbRh}_2(\text{Si}_{0.95}\text{Ge}_{0.05})_2$; отметим, что в этом случае $B_{c0} \approx 0$ [6]. Можно также заключить, что уравнения (7.21) и (7.22), определяющие свойство масштабируемости или скейлинга эффективной массы, статической намагниченности и восприимчивости, также справедливы в случае сильнокоррелированной жидкости, но теперь переменная $y = T/\sqrt{B - B_{c0}}$. В результате оказывается, что при $T < T^*(B)$ фактор $d\rho/dT$ ведет себя, как $A(B)T \propto T/(B - B_{c0})$, а при $T > T^*(B)$, — как $A(B)T \propto 1/T$ [30]. Эти наблюдения согласуются с данными, полученными в измерениях на $\text{YbRh}_2(\text{Si}_{0.95}\text{Ge}_{0.05})_2$ [6].

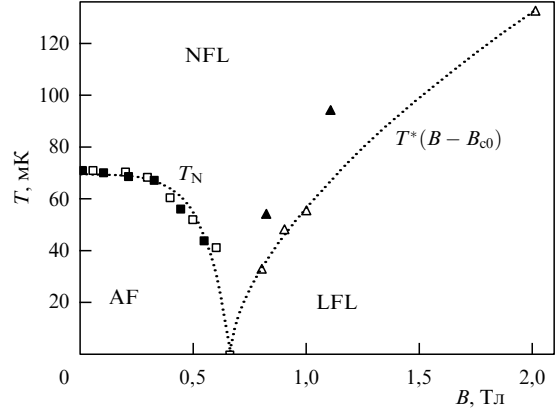


Рис. 13. Фазовая диаграмма $T-B$ для YbRh_2Si_2 : символами обозначены экспериментальные данные [6, 13]. Кривая T_N — зависимость температуры Нееля от магнитного поля B . В области NFL поведение сильнокоррелированной жидкости характеризуется энтропией S_{NFL} , определяемой уравнением (8.1). Кривая, отделяющая область NFL от области LFL, в которой сильнокоррелированная жидкость ведет себя как ферми-жидкости Ландау с эффективной массой (5.5), аппроксимирована функцией $T^*(B - B_{c0}) = c\sqrt{B - B_{c0}}$, где c — подгоночный параметр.

Отметим, что, как и в случае высококоррелированной жидкости, восприимчивость $\chi(y)$ сильнокоррелированной жидкости не является монотонной функцией y и обладает максимумом. В экспериментах такое поведение проявляется как наличие максимума функции $\chi(B, T)$, наблюдаемого при изменении T и фиксированном значении B . Как было показано в разделе 5, известное эмпирическое отношение КВ $K = A/\gamma_0^2 \approx \text{const}$ также выполняется в случае сильнокоррелированной жидкости [30]. Эти результаты хорошо согласуются с экспериментальными фактами [6, 13, 133].

Рассмотрим фазовую $T-B$ -диаграмму металла с ТФ YbRh_2Si_2 [13], представленную на рис. 13. В области LFL поведение металла характеризуется эффективной массой $M^*(B)$, которая расходится как $1/\sqrt{B - B_{c0}}$ [13]. Можно убедиться в том, что выражение (5.5) хорошо описывает этот экспериментальный факт: $M^*(B)$ расходится в точке $B \rightarrow B_{c0}$ при $T_N(B = B_{c0}) = 0$ и, как видно из рис. 12, расчетное поведение намагниченности соответствует данным эксперимента. Из рисунка 13 видно, что в соответствии с (5.8) кривая, разделяющая области LFL и NFL, может быть аппроксимирована функцией $c\sqrt{B - B_{c0}}$ с подгоночным параметром c . Принимая во внимание, что поведение YbRh_2Si_2 подобно поведению $\text{YbRh}_2(\text{Si}_{0.95}\text{Ge}_{0.05})_2$ [6, 12, 115, 133], можно заключить, что в области NFL коэффициент теплового расширения $\alpha(T)$ не зависит от T и отношение Грюнайзера как функция температуры T расходится [12]. Мы приходим к заключению, что энтропия в области NFL определяется (8.1). Поскольку при относительно высоких температурах антиферромагнитный фазовый переход является переходом второго рода [13], мы предсказываем, что при понижении температуры фазовый переход становится переходом первого рода. Данное выше описание поведения коэффициента Холла $R_H(B)$ также согласуется с экспериментальными фактами [131].

Таким образом, можно заключить, что универсальная $T-B$ -фазовая диаграмма сильнокоррелированной электронной жидкости, показанная на рис. 11, согла-

суется с экспериментальной T – B -диаграммой, полученной при измерении на металлах с тяжелыми фермионами YbRh_2Si_2 и $\text{YbRh}_2(\text{Si}_{0,95}\text{Ge}_{0,05})_2$ и приведенной на рис. 13.

8.3. Металлы с тяжелыми фермионами в непосредственной близости от ферми-конденсатного квантового фазового перехода

Рассмотрим случай, когда $\delta p_{\text{FC}} = (p_f - p_i)/p_F \ll 1$ и электронная система металла с ТФ находится в состоянии, близком к ФККФП, оставаясь на упорядоченной стороне. Как следует из уравнения (5.10), приложение магнитного поля $(B - B_{c0})/B_{c0} \geq B_c$ перемещает систему с упорядоченной от ФККФП стороны на неупорядоченную, или превращает сильнокоррелированную жидкость в высококоррелированную. В результате при $T \leq T_1(B)$ эффективная масса $M^*(B)$ задается формулами (7.5) и (7.9), выполняются соотношение КВ и закон ВФ, существуют квазичастицы. Соответствующее сопротивление ведет себя так, как описано в разделе 7.3.

В отсутствие магнитного поля или при температурах $T_f \gg T > T_1(B)$ система демонстрирует поведение сильнокоррелированной ферми-жидкости, эффективная масса $M^*(T)$ дается уравнением (2.14) и энтропия определяется (8.1). Магнитная восприимчивость $\chi(T) \propto M^*(T) \propto 1/T$, коэффициент теплового расширения $\alpha(T)$ не зависит от T , как видно из (8.3), и отношение Грюнрайзена расходится, как следует из уравнения (8.5). Отметим, что теплоемкость $C(T) \propto \sqrt{T}$ в обоих случаях: когда электронная система находится на упорядоченной или на неупорядоченной стороне от ФККФП. Из уравнения (2.14) следует, что $\gamma(T) \propto T$ (см. также раздел 3.5). Поэтому при $T \gg T_1(B)$ зависящая от температуры часть сопротивления $\Delta\rho(T)$ ведет себя как $\Delta\rho(T) \propto \gamma(T) \propto T$ в обоих случаях: когда электронная система находится и в высококоррелированном, и в сильнокоррелированном состояниях.

Предположим, что при некоторой температуре T_c система переходит в сверхпроводящее состояние. В отличие от скачка $\delta C(T_c)$ теплоемкости при T_c в обычных сверхпроводниках, являющегося линейной функцией T_c , в данном случае скачок $\delta C(T_c)$ не зависит от критической температуры T_c . Как видно из (3.28) и (3.29), как скачок $\delta C(T_c)$, так и отношение $\delta C(T_c)/C_n(T_c)$ могут быть очень большими по сравнению с соответствующими величинами в обычном БКШ-случае [70, 134, 135].

Эксперименты показывают, что электронная система металла с ТФ CeCoIn_5 может рассматриваться как сильнокоррелированная электронная жидкость. Действительно, при $T > T_1(B)$ коэффициент линейного расширения $\alpha(T) \propto \text{const}$ и отношение Грюнрайзена расходится [136] (см. уравнения (8.3) и (8.5)) и мы можем считать, что энтропия задается (8.1).

Под действием магнитного поля электронная система перемещается на неупорядоченную сторону ФККФП и при $T < T_1(B)$ ведет себя как высококоррелированная жидкость с эффективной массой, заданной выражением (7.5). Оценки δp_{FC} , основанные на вычислении магнитной восприимчивости, показывают, что $\delta p_{\text{FC}} \approx 0,044$ [134]. Можно заключить, что $B_{\text{cr}} \sim 0,01$, как это следует из уравнения (5.10), и электронная система металла с ТФ CeCoIn_5 при приложении относительно слабых магнитных полей перемещается на неупорядоченную сторону ФККФП и приобретает поведение, характерное для высококоррелированной жидкости.

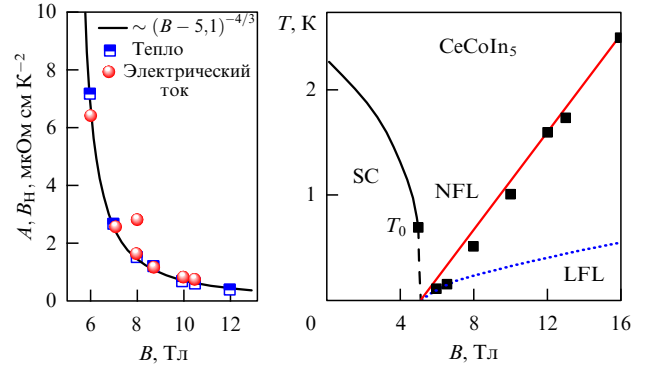


Рис. 14. T – B -фазовая диаграмма CeCoIn_5 . (а) Зависимости коэффициентов $A(B)$ и $B_H(B)$, определяющих T^2 -зависимость сопротивления электрическому току и переносу тепла в режиме ферми-жидкости Ландау, наведенном магнитным полем; экспериментальные значения показаны символами [18, 31]. (б) Линия фазовых переходов в магнитном поле, разделяющая нормальное (NFL) и сверхпроводящее (SC) состояния [114]; жирная сплошная линия соответствует фазовым переходам второго рода, а штриховая — первого рода, черный квадрат (при T_0) — точка, в которой фазовые переходы второго рода становятся переходами первого рода. Пунктирная кривая — вычисленная согласно (8.10) зависимость $T^*(B)$ переходной области между ферми-жидкостью Ландау (LFL) и сильнокоррелированной жидкостью (NFL). Сплошная тонкая кривая — вычисленная согласно (8.11) зависимость $T^*(B)$ переходной области (при $B \gg B_{\text{cr}}$) между высококоррелированной и сильнокоррелированной жидкостями; экспериментальные результаты, полученные из измерений сопротивления, показаны черными квадратами [18, 31].

Отметим, что полученная величина δp_{FC} позволяет объяснить относительно большое значение скачка $\delta C(T_c)$ [134], наблюдаемое при $T_c = 2,3$ К в экспериментах на CeCoIn_5 [135].

Как видно из рис. 14а, поведение $A(B) \propto B_H(B) \propto M^*(B) \propto (B - B_{c0})^{-4/3}$, заданное выражением (7.16), хорошо согласуется с экспериментальными результатами [18, 31]. Коэффициент $B_H(B)$ определяет T^2 -зависимость теплового сопротивления, отношение $A(B)/B_H(B)$ не зависит от поля B , $A/B_H \approx 0,47$ [18, 31]. В режиме ферми-жидкости Ландау выполняются соотношение КВ, закон ВФ и существуют квазичастицы [18, 31, 114, 118]. Таким образом, мы можем заключить, что наше описание хорошо согласуется с экспериментом.

При низких температурах и $B_{\text{red}} \sim B_{\text{cr}}$ (см. (7.16)) электронная система находится в состоянии ферми-жидкости Ландау. При повышении температуры поведение сильнокоррелированной жидкости, определяемое энтропией S_0 , восстанавливается при $T^*(B)$ и эффективная масса начинает зависеть от T согласно уравнению (2.14). Чтобы вычислить $T^*(B)$, воспользуемся тем, что при $T < T^*(B)$ поведение эффективной массы задается (7.5), а при $T > T^*(B)$ — уравнением (2.14). Поскольку величина эффективной массы не может измениться при $T = T^*(B)$, мы можем оценить $T^*(B)$, приравняв эти два значения эффективной массы. В результате получим

$$T^*(B) \propto (B - B_{c0})^{2/3}. \quad (8.10)$$

Функция $T^*(B)$, заданная (8.10), показана пунктирной кривой на рис. 14б. С увеличением магнитного поля, $B \gg B_{\text{cr}}$, система переходит в состояние высококоррелированной жидкости, в котором поведение $M^*(T)$ описывается (7.9), а поведение $M^*(B)$ — соотношением (7.5). Из

сравнения этих типов поведения получаем

$$T^*(B) \propto (B - B_{c0}). \quad (8.11)$$

Функция $T^*(B)$, определенная (8.11), показана сплошной тонкой кривой на рис. 14б. Как видно из рисунка, обе кривые согласуются с экспериментальными результатами.

Используя уравнение (8.6) для исследования сверхпроводящего фазового перехода, мы опять приходим к выводу, что при достаточно низких температурах это уравнение не может быть удовлетворено, поскольку в области NFL поведение системы определяется энтропией S_0 . Поэтому в магнитных полях сверхпроводящий фазовый переход второго рода должен стать переходом первого рода при некоторой температуре T_0 [66]. Для того чтобы вычислить T_0 из уравнения (8.6), необходимо знать энтропию сверхпроводника в магнитном поле; оценки этой энтропии были сделаны Воловиком [137]. Используя оценку Воловика, получаем $T_0/T_c \sim 0,3$, что находится в согласии с экспериментом. Как видно из рис. 14, построенная нами фазовая диаграмма хорошо согласуется с экспериментальной.

9. Асимметричная проводимость сильнокоррелированных металлов

В экспериментах на металлах с ТФ исследуются главным образом их термодинамические свойства. Представляется целесообразным изучать такие свойства коррелированных электронных жидкостей, которые определяются функцией распределения квазичастиц $n(\mathbf{p}, T)$, а не только плотностью состояний или поведением эффективной массы M^* [138, 139]. Сканирующая туннельная микроскопия и контактная спектроскопия, тесно связанная с андreeвским отражением [140, 141], будучи чувствительными к плотности состояний и функции $n(\mathbf{p}, T)$, определяющей вероятность заполнения квазичастичных состояний, являются идеальной техникой для изучения аномального поведения сильнокоррелированных ферми-систем, определяемого функцией $n_0(\mathbf{p}, T)$ и энтропией S_0 .

9.1. Нормальное состояние

Туннельный ток I через точечный контакт между двумя обычными металлами пропорционален приложенному напряжению V и квадрату модуля квантово-механической амплитуды перехода t , умноженной на разность $N_1(0)N_2(0)(n_1(p, T) - n_2(p, T))$ [142], где $N_{1,2}(0)$ — плотности состояний соответствующих металлов. С другой стороны, волновая функция, вычисленная в квазиклассическом приближении, определяющая амплитуду t , пропорциональна $(N_1(0)N_2(0))^{-1/2}$. Таким образом, плотность состояний выпадает из окончательного результата, и туннельный ток становится независимым от $N_1(0)N_2(0)$. Учитывая, что при $T \rightarrow 0$ распределение $n(p, T \rightarrow 0) \rightarrow \theta(p_F - p)$, где $\theta(p_F - p)$ — ступенчатая функция, можно убедиться в том, что в рамках теории ферми-жидкости Ландау дифференциальная туннельная проводимость $\sigma_d(V) = dI/dV$ является симметричной или четной функцией напряжения V . Фактически, симметрия $\sigma_d(V)$ соблюдается при условии существования симметрии дырка – квазичастица, которая есть в теории ферми-жидкости Ландау. Поэтому наличие симметрии $\sigma_d(V)$ весьма очевидно и естественно в случае контактов

металла с металлом, когда они являются обычными и находятся в нормальном или сверхпроводящем состояниях.

Рассмотрим туннельный ток при низкой температуре, который для обычных металлов дается выражением [141, 142]

$$I(V) = 2|t|^2 \int [n(\varepsilon - V) - n(\varepsilon)] d\varepsilon. \quad (9.1)$$

Мы используем атомную систему единиц: $e = m = \hbar = 1$, и нормируем амплитуду перехода на единицу, $|t|^2 = 1$. Поскольку температуры малы, аппроксимируем функцию распределения обычного металла $n(\varepsilon)$ ступенчатой функцией $\theta(\mu - \varepsilon)$ и получаем из уравнения (9.1) $I(V) = a_1 V$, так что дифференциальная проводимость $\sigma_d(V) = dI/dV = a_1 = \text{const}$ является симметричной функцией приложенного напряжения V .

Для того чтобы рассмотреть количественно поведение асимметричной части проводимости $\sigma_d(V)$, продифференцируем обе части уравнения (9.1) по V и получим уравнение для проводимости $\sigma_d(V)$:

$$\sigma_d = \frac{1}{T} \int n(\varepsilon(z) - V, T) (1 - n(\varepsilon(z) - V, T)) \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} dz. \quad (9.2)$$

В подынтегральном выражении (9.2) мы взяли в качестве переменной безразмерный импульс $z = p/p_F$ вместо ε , поскольку в случае сильнокоррелированной электронной жидкости $n(\varepsilon)$ уже не является функцией от ε , а зависит от импульса, как это видно из рис. 1. Действительно, переменная ε в интервале (p_i, p_f) равна μ , а функция распределения квазичастиц изменяется в этой области.

Из уравнения (9.2) после несложных преобразований получаем, что асимметричная часть

$$\Delta\sigma_d(V) = \frac{\sigma_d(V) - \sigma_d(-V)}{2}$$

дифференциальной проводимости выражается в виде

$$\Delta\sigma_d(V) = \frac{1}{2} \int \frac{\alpha(1 - \alpha^2)}{[n(z, T) + \alpha(1 - n(z, T))]^2} \times \frac{\partial n(z, T)}{\partial z} \frac{1 - 2n(z, T)}{[\alpha n(z, T) + (1 - n(z, T))]^2} dz, \quad (9.3)$$

где $\alpha = \exp(-V/T)$.

Асимметричную туннельную проводимость можно наблюдать в измерениях на металлах, электронная система которых содержит ФК. К таким металлам можно отнести высокотемпературные сверхпроводники и металлы с ТФ, например, $\text{YbRh}_2(\text{Si}_{0.95}\text{Ge}_{0.05})_2$, CeCoIn_5 или YbRh_2Si_2 . Измерения следует проводить, когда металл с ТФ находится в сверхпроводящем или нормальном состоянии. Если металл находится в нормальном состоянии, то измерения $\Delta\sigma_d(V)$ могут выполняться в магнитном поле $B > B_{c0}$ при температурах $T^*(B) < T \leq T_f$ или в отсутствие магнитного поля при температурах, превышающих соответствующую критическую температуру, когда электронная система находится в парамагнитном состоянии и ее поведение определяется энтропией S_0 .

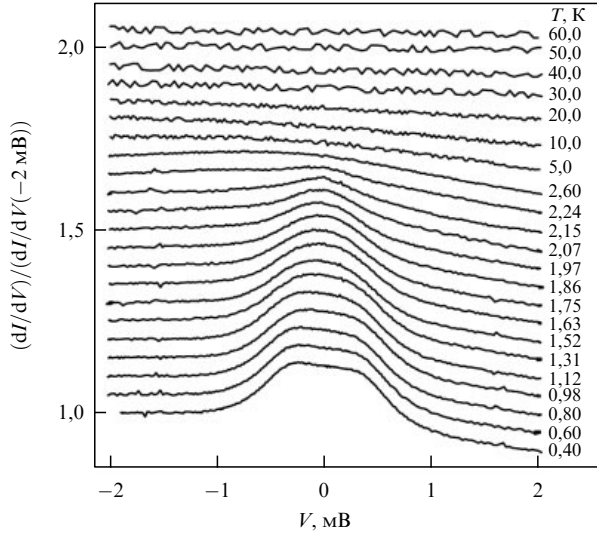


Рис. 15. Дифференциальная проводимость $\sigma_d(V)$, измеренная в случае точечных контактов Au/CeCoIn₅. Кривые $\sigma_d(V)$ сдвинуты вдоль вертикальной оси на 0,05. Проводимость нормирована на ее значение при $V = -2$ мВ. Асимметрия становится заметной при $T < 45$ К и увеличивается с уменьшением температуры [143].

Отметим, что при достаточно низкой температуре $T < T^*(B)$ приложение магнитного поля $B > B_{c0}$ ведет к восстановлению поведения ферми-жидкости Ландау с $M^*(B)$, определяемой уравнением (4.5), и асимметричное поведение дифференциальной проводимости исчезает [138, 139].

Недавние измерения дифференциальной проводимости, проведенные на CeCoIn₅ в технике спектроскопии с точечными контактами [143], наглядно выявили асимметрию дифференциальной проводимости в сверхпроводящем ($T_c = 2,3$ К) и нормальном состояниях. Как видно из рис. 15, на котором приведены результаты этих измерений, $\sigma_d(V)$ является почти постоянной, когда металл с ТФ находится в сверхпроводящем состоянии, и не испытывает заметного изменения вблизи T_c , а затем при возрастании температуры монотонно убывает [143].

Результаты вычислений асимметричной части $\Delta\sigma_d(V)$ проводимости $\sigma_d(V)$ по (9.3) приведены на рис. 16. Для вычисления функции распределения $n(z, T)$ использовался функционал (7.13) (параметры $\beta = 3$, $g = 8$). В этом случае $(p_f - p_i)/p_F \approx 0,1$. Как видно из рис. 16, асимметричная часть проводимости $\Delta\sigma_d(V)$ линейно зависит от V при малых значениях напряжения и убывает при возрастании температуры, что соответствует поведению экспериментальных кривых, показанных на вставке рис. 16.

Получим оценочную формулу для анализа асимметричной части дифференциальной проводимости. Как следует из (9.3), при малых величинах напряжения V асимметричная часть ведет себя как $\Delta\sigma_d(V) \propto V$. Здесь уместно напомнить, что асимметричная часть туннельной проводимости является нечетной функцией V , поэтому $\Delta\sigma_d(V)$ должна менять знак при изменении знака напряжения V . Естественной единицей для измерения напряжения является $2T$, поскольку эта величина определяет характерную энергию для ФК, как это видно из уравнения (2.16). Фактически, асимметричная часть должна быть пропорциональна величине $(p_f - p_i)/p_F$

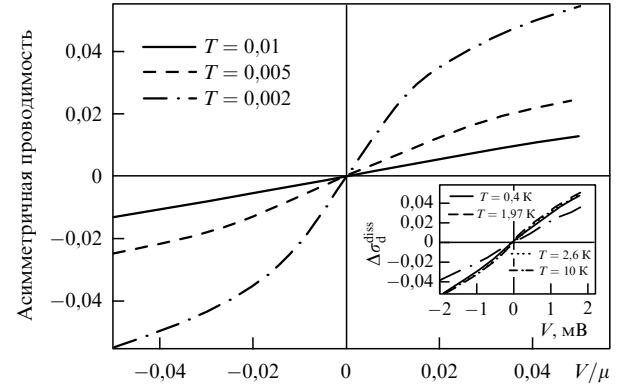


Рис. 16. Асимметричная проводимость $\Delta\sigma_d(V)$ как функция V/μ для трех значений нормированной на μ температуры T/μ , указанных на рисунке. На вставке — асимметричная проводимость, полученная из данных, приведенных на рис. 15.

области, занятой ФК:

$$\Delta\sigma_d(V) \approx c \frac{V}{2T} \frac{p_f - p_i}{p_F} \approx c \frac{V}{2T} \frac{S_0}{x_{FC}}. \quad (9.4)$$

Здесь $S_0/x_{FC} \sim (p_f - p_i)/p_F$ — независимая от температуры часть энтропии (см. уравнение (8.1)), c — константа порядка единицы. Эта константа может быть оценена с помощью аналитически решаемых моделей. Например, вычисления c в рамках простой модели с функционалом Ландау $E[n(p)]$ вида [24]

$$E[n(p)] = \int \frac{p^2 n(\mathbf{p})}{2M} \frac{d\mathbf{p}}{(2\pi)^3} + V_1 \int n(\mathbf{p}) n(\mathbf{p}) \frac{d\mathbf{p}}{(2\pi)^3} \quad (9.5)$$

дают $c \approx 1/2$. Из уравнения (9.4) следует, что когда $V \approx 2T$ и ФК занимает заметную часть объема Ферми, $(p_f - p_i)/p_F \approx 1$, асимметричная часть становится сопоставимой с дифференциальной туннельной проводимостью $\Delta\sigma_d(V) \sim V_d(V)$.

9.2. Сверхпроводящее состояние

Туннельная проводимость может оставаться асимметричной, когда высокотемпературный сверхпроводник или рассматриваемый металл с ТФ переходят из нормального состояния в сверхпроводящее. Причина этого состоит в том, что функция $n_0(\mathbf{p})$ снова определяет дифференциальную проводимость. Как мы видели в разделе 3, $n_0(\mathbf{p})$ заметно не искажается спаривательным взаимодействием, которое является относительно слабым по сравнению со взаимодействием Ландау, формирующим функцию распределения $n_0(\mathbf{p})$. Поэтому асимметричная часть проводимости почти не изменяется при $T \leq T_c$, что согласуется с экспериментальными результатами (см. рис. 15). При вычислении проводимости на основе измерений с помощью туннельного микроскопа необходимо учесть, что плотность состояний

$$N_s(E) = N(\varepsilon - \mu) \frac{E}{\sqrt{E^2 - \Delta^2}} \quad (9.6)$$

определяет проводимость, которая при $E \leq |\Delta|$ равна нулю. Здесь E — энергия квазичастицы, заданная соотношением (3.5), энергия $\varepsilon - \mu = \sqrt{E^2 - \Delta^2}$.

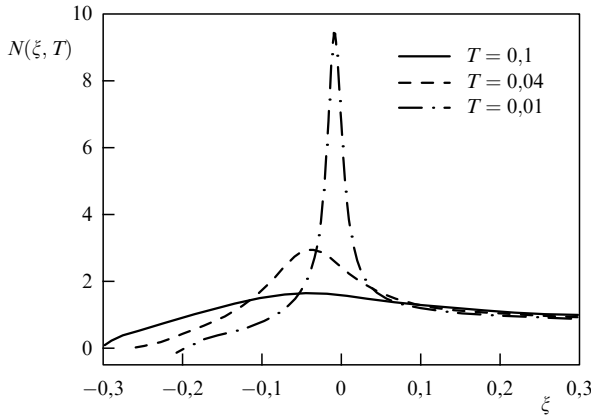


Рис. 17. Плотность состояний $N(\xi, T)$ как функция переменной $\xi = (e - \mu)/\mu$, вычисленная при трех значениях нормированной на μ температуры T , указанных на рисунке.

Из уравнения (9.6) следует, что туннельная проводимость может быть асимметричной, если плотность состояний $N(e)$ асимметрична по отношению к ферми-уровню [144], как это имеет место в случае сильнокоррелированных ферми-систем с ФК. Наши вычисления плотности состояний, основанные на модельном функционале (7.13) с теми же параметрами, которые использовались при вычислении проводимости $\Delta\sigma_d(V)$, приведенной на рис. 16, подтверждают этот вывод.

Из рисунка 17, на котором представлены результаты вычисления плотности состояний $N(\xi, T)$, видно, что $N(\xi, T)$ существенно асимметрична относительно уровня Ферми. Если рассматриваемая система находится в сверхпроводящем состоянии, то значения нормированной температуры, приведенные в правом верхнем углу рис. 17, можно связать с Δ_1 . Принимая во внимание, что $\Delta_1 \approx 2T_c$, получаем $2T/\mu \approx \Delta_1/\mu$. Так как $N(\xi, T)$ асимметрична, первая производная $\partial N(\xi, T)/\partial \xi$ у ферми-уровня не равна нулю и при малых значениях ξ функция $N(\xi, T)$ может быть записана как $N(\xi, T) \approx a_0 + a_1\xi$. Коэффициент a_0 не дает вклада в асимметричную часть. Величина $\Delta\sigma_d(V)$, очевидно, определяется коэффициентом $a_1 \propto M^*(\xi = 0)$. В свою очередь $M^*(\xi = 0)$ определяется соотношением (3.8). В результате из уравнения (9.6) получаем

$$\Delta\sigma_d(V) \sim c_1 \frac{V}{|A|} \frac{S_0}{x_{FC}}, \quad (9.7)$$

поскольку $(p_f - p_i)/p_F \approx S_0/x_{FC}$, энергию E заменяем напряжением V , $\xi = \sqrt{V^2 - \Delta^2}$. В соотношении (9.7) энтропия S_0 относится к нормальному состоянию металла с ТФ.

Отметим, что (9.7), по сути, совпадает с (9.4), если учесть, что характерная энергия для сверхпроводящего состояния определяется равенством (3.9) и не зависит от температуры. При изучении универсального поведения асимметричной проводимости формула (9.7) удобнее, чем (9.6). Из формул (9.4) и (9.7) следует, что измерения транспортных свойств (асимметричной части проводимости) позволяют определять термодинамические свойства нормальной фазы, связанные с энтропией S_0 . Из соотношения (9.7) видно, что асимметричная часть дифференциальной туннельной проводимости стано-

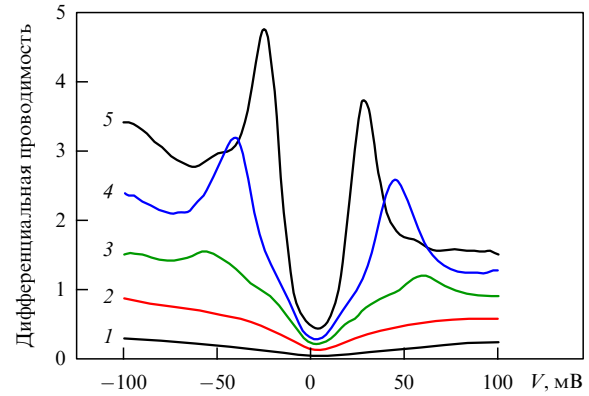


Рис. 18. Пространственное изменение спектров туннельной дифференциальной проводимости, измеренной в $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_{8+x}$. Кривые 1 и 2 относятся к областям, в которых интегральная локальная плотность состояний очень мала. Низкая дифференциальная проводимость и отсутствие сверхпроводящей щели являются показателями изолятора. Кривая 3 соответствует большой щели (65 мэВ) со слабо выраженными пиками. Интегральная величина локальной плотности состояний для кривой 3 мала, но больше, чем для кривых 1 и 2. Кривая 4 отвечает щели размером 40 мэВ, такая величина близка средней величине щели. Кривая 5, соответствующая максимальной интегральной локальной плотности состояний и наименьшей щели размером 25 мэВ, имеет два острых когерентных пика [145].

вится сравнимой с дифференциальной туннельной проводимостью при $V \sim 2|A|$, если ФК занимает заметную часть объема Ферми, $(p_f - p_i)/p_F \approx 1$. В случае d-волновой симметрии щели правая часть (9.7) должна быть усреднена по распределению щели $\Delta(\phi)$, где ϕ — угол. Эта несложная процедура сводится к переопределению величины щели или константы c_1 . В результате формула (9.7) будет применима и при $V < \Delta_1$, где Δ_1 — максимальное значение d-волновой щели [138]. При андреевском отражении, когда ток отличен от нуля при любых малых значениях V , формула (9.7) применима при $V < \Delta_1$ и в случае s-волновой щели.

Неоднородность плотности распределения электронов в $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_{8+x}$ была обнаружена при низкотемпературных измерениях с использованием туннельной микроскопии и спектроскопии [145]. Эта неоднородность проявляется как пространственное изменение в локальной плотности состояний в низкоэнергетической части спектра и в величине сверхпроводящей щели. Неоднородность, наблюдаемая в интегральной локальной плотности состояний, обусловлена не примесями, а свойственна природе системы. Наблюдения позволили связать величину интегральной локальной плотности состояний с концентрацией x локальных добавок кислорода.

Пространственные изменения спектра туннельной дифференциальной проводимости показаны на рис. 18, из которого видно, что туннельная дифференциальная проводимость сильно асимметрична в сверхпроводящем состоянии соединения $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_{8+x}$. Туннельная дифференциальная проводимость, показанная на рис. 18, может рассматриваться как измеренная при разных значениях $\Delta_1(x)$, но при одной и той же температуре, что позволяет изучить зависимость $\Delta\sigma_d(V)$ от величины $\Delta_1(x)$.

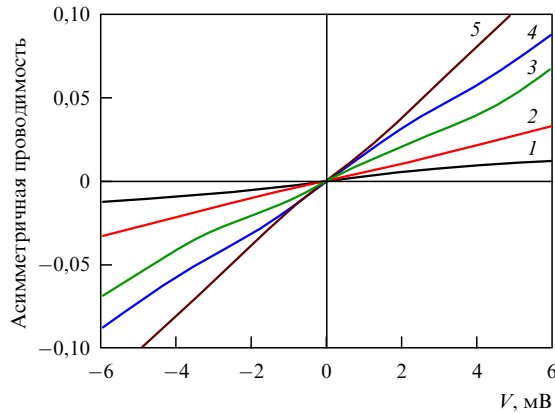


Рис. 19. Асимметричная часть $\Delta\sigma_d(V)$ туннельной дифференциальной проводимости, измеренная в ВТСП $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_{8+x}$ и извлеченная из данных, приведенных на рис. 18, как функция напряжения V . Номера кривых соответствуют номерам кривых на рис. 18.

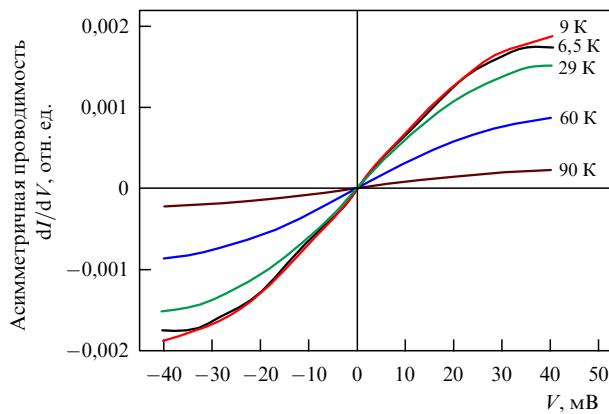


Рис. 20. Температурная зависимость асимметричной части $\Delta\sigma_d(V)$ спектров проводимости, полученных в измерениях на $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-x}/\text{La}_{0.7}\text{Ca}_{0.3}\text{MnO}_3$ с помощью контактной спектроскопии; критическая температура $T_c \approx 30$ K [146].

На рисунке 19 приведены графики асимметричной проводимости, полученные из данных, представленных на рис. 18. Видно, что при малых значениях V в соответствии с (9.7) $\Delta\sigma_d(V)$ является линейной функцией напряжения, а наклон соответствующих прямых $\Delta\sigma_d(V)$ обратно пропорционален величине щели Δ_1 . На рисунке 20 показано изменение асимметричной части проводимости $\Delta\sigma_d(V)$ при возрастании температуры. Измерения были проведены на $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-x}/\text{La}_{0.7}\text{Ca}_{0.3}\text{MnO}_3$ с $T_c \approx 30$ K [146]. Видно, что при $T < T_c$ в области линейной зависимости от V асимметричная часть проводимости $\Delta\sigma_d(V)$ слабо зависит от температуры, такое поведение соответствует (9.7). При $T > T_c$ наклон прямых участков графиков $\Delta\sigma_d(V)$ убывает при увеличении температуры, это поведение описывается формулой (9.4). Можно заключить, что описание универсального поведения $\Delta\sigma_d(V)$ с помощью формул (9.4) и (9.7) хорошо согласуется с результатами экспериментов, представленными на рис. 16, 19 и 20.

10. Выводы и заключение

В обзоре рассмотрено влияние ферми-конденсатного квантового фазового перехода на свойства различных

ферми-систем и представлено значительное число свидетельств в поддержку его существования. Продемонстрировано, что многочисленные экспериментальные факты, собранные в исследованиях разнообразных материалов, таких как высокотемпературные сверхпроводники, металлы с тяжелыми фермионами и коррелированные двумерные ферми-структуры, могут быть объяснены в рамках теории, основанной на ферми-конденсатном квантовом фазовом переходе. Показано, что фермионные системы с фермионным конденсатом имеют признаки "квантового протектора", а теория высокотемпературной сверхпроводимости, основанная на ферми-конденсатном квантовом фазовом переходе и содержащая элементы обычной теории сверхпроводимости, дает описание больших T_c и максимальной величины щели Δ_1 , которая может достигать значений $\Delta_1 \sim 0,1\epsilon_F$. Прослежен переход от обычных сверхпроводников к высокотемпературным и с помощью простого, но самосогласованного анализа показано, что в рамках предложенной теории можно объяснить как состояние с псевдощелью, так и общие особенности изменения критической температуры $T_c(x)$ как функции плотности x подвижных носителей заряда в высокотемпературных сверхпроводниках.

Показано также, что замечательные результаты экспериментов на высокотемпературных сверхпроводниках по индуцированию магнитным полем ферми-жидкости Ландау, которые во многом проявили природу высокотемпературной сверхпроводимости, находят объяснение в рамках нашей теории. Достигнутое согласие с экспериментом позволяет утверждать, что наличие ферми-конденсатного квантового фазового перехода и появление новых квазичастиц с эффективной массой, сильно зависящей от магнитного поля и температуры, есть свойства, присущие электронной (дырочной) системе высокотемпературных сверхпроводников.

Объяснены экспериментальные результаты, указывающие на расходимость эффективной массы в двумерной электронной жидкости и в двумерном ^3He . Показано, что до критической точки ферми-конденсатного квантового фазового перехода тяжелая фермионная жидкость демонстрирует поведение ферми-жидкости Ландау при достаточно низких температурах. Однако поведение тяжелой фермионной жидкости, приближающейся к ферми-конденсатному квантовому фазовому переходу со стороны неупорядоченной фазы, может рассматриваться как высококоррелированное, потому что эффективная масса квазичастиц велика и сильно зависит от плотности, температуры и магнитных полей.

Рассмотрено поведение высококоррелированной электронной жидкости при различных температурах и различных магнитных полях, построена T – B -фазовая диаграмма и описано поведение магнетосопротивления. Полученные результаты хорошо согласуются с результатами экспериментов на металлах с тяжелыми фермионами, электронная система которых находится на неупорядоченной стороне ферми-конденсатного фазового перехода.

Мы определили сильнокоррелированную электронную жидкость как жидкость, находящуюся на упорядоченной стороне ферми-конденсатного фазового перехода. В отличие от высококоррелированной электронной жидкости эта жидкость имеет аномальное поведение при температуре вплоть до нуля, а ее энтропия содержит

независящее от температуры слагаемое. Однако эта жидкость может быть переведена в состояние ферми-жидкости Ландау и посредством приложения магнитного поля B . Полученная нами фазовая T – B -диаграмма хорошо согласуется с экспериментальной фазовой T – B -диаграммой, полученной в измерениях для ряда металлов с тяжелыми фермионами.

Нами продемонстрировано, что в магнитных полях антиферромагнитный фазовый переход второго рода, как и сверхпроводящий фазовый переход, при понижении температуры фазового перехода сменяются переходами первого рода. Сопутствующие фазовым переходам второго рода квантовые и тепловые критические флуктуации исчезают и не оказывают влияния на поведение системы при низких температурах, и низкотемпературная термодинамика металлов с тяжелыми фермионами определяется квазичастицами.

Мы показали, что отношение Грюнайсена как функция температуры расходится при $T \rightarrow 0$; дали объяснение экспериментам, в которых был обнаружен резкий скачок в коэффициенте Холла R_H . Продемонстрировали, что дифференциальная проводимость между металлическим точечным контактом и металлом с тяжелыми фермионами или высокотемпературным сверхпроводником может быть заметно асимметричной. Асимметрия наблюдается, когда сильнокоррелированный металл находится в нормальном или сверхпроводящем состоянии. Перечисленные выше особенности формируют универсальное поведение сильнокоррелированных ферми-систем и связаны с аномальным поведением при низких температурах энтропии, которая содержит независимое от температуры слагаемое.

Установлено, что в отличие от физики обычных квантовых фазовых переходов, которая определяется тепловыми и квантовыми флуктуациями и характеризуется отсутствием квазичастиц, физика систем с тяжелыми фермионами определяется квазичастицами, сходными с квазичастицами Ландау. В отличие от эффективной массы обычных квазичастиц Ландау эффективная масса введенных квазичастиц сильно зависит от температуры, величины приложенного магнитного поля, плотности, давления и других параметров. Квазичастицы и параметр порядка хорошо определены и пригодны для описания универсальных термодинамических и транспортных свойств высокотемпературных сверхпроводников, металлов с тяжелыми фермионами и других коррелированных ферми-систем. Система квазичастиц определяет сохранение соотношения Кадоваки–Вудса и восстановление поведения ферми-жидкости Ландау под действием приложенного магнитного поля.

В дальнейшем стоит расширить круг задач и приложить определенные усилия, для того чтобы рассмотреть такие макроскопические черты ферми-конденсата, как особенности распространения в нем звуковых и ударных волн. Помимо уже известных веществ, свойства которых не просто информируют о существовании ферми-конденсата, но просто кричат об этом, существует ряд других объектов, которые представляют огромный интерес как возможные объекты для исследования обсуждаемого фазового перехода. К таким объектам относятся нейтронные звезды, атомные кластеры, ультрахолодные газы в ловушках, ядра и кварковая плазма. Другое направление возможных исследований связано со структурой нуклона, в которой все "море" невалентных

кварков может находиться в состоянии ферми-конденсата. Комбинация кварков и связывающих их глюонов особо интересна, поскольку глюоны, вполне возможно, могут находиться в фазе "глюонного конденсата", качественно подобного пионному конденсату, предложенному довольно давно А.Б. Мигдалом. Мы уверены, что ферми-конденсат можно наблюдать в ловушках, где возникает возможность, изменяя плотность числа частиц, контролировать появление квантового фазового перехода с образованием ферми-конденсата.

В целом, введение представления о новом фазовом переходе в одной области стимулирует интенсивное исследование возможностей его проявлений в других областях. Так произошло в случае сверхпроводимости металлов, идеи которой были успешно применены к описанию атомных ядер и к объяснению возможного происхождения масс элементарных частиц. Подобное, вполне возможно, произойдет и с ферми-конденсацией.

Наконец, наше общее рассмотрение показывает, что ферми-конденсатный квантовый фазовый переход, появление новых квазичастиц и их сходство с квазичастицами Ландау есть внутренние свойства, присущие сильнокоррелированным фермионным системам. Более того, ферми-конденсатный квантовый фазовый переход может рассматриваться как универсальная причина неферми-жидкостного поведения, наблюдаемого в самых различных металлах, жидкостях и других ферми-системах. Таким образом, парадигма Ландау, основанная на формализме квазичастиц и параметра порядка, оказывается применимой при рассмотрении низкотемпературных свойств сильнокоррелированных ферми-систем.

Работа была частично поддержана Российским фондом фундаментальных исследований, проект № 05-02-16085 и INTAS, проект № 05-02-16085. М.Я.А. благодарен за финансовую поддержку the Israeli Science Foundation, проект № 174/03 и the Hebrew University Intramural Funds.

Список литературы

1. Stewart G R *Rev. Mod. Phys.* **73** 797 (2001)
2. Varma C M, Nussinov Z, van Saarloos W *Phys. Rep.* **361** 267 (2002)
3. v. Löhneysen H et al. *Rev. Mod. Phys.* (to be published); cond-mat/0606317
4. Vojta M *Rep. Prog. Phys.* **66** 2069 (2003)
5. Белявский В И, Копяев Ю В *УФН* **176** 457 (2006)
6. Custers J et al. *Nature* **424** 524 (2003)
7. Senthil T, Fisher M P A *Phys. Rev. B* **62** 7850 (2000)
8. Senthil T, Vojta M, Sachdev S *Phys. Rev. B* **69** 035111 (2004); Senthil T, Sachdev S, Vojta M *Physica B* **359**–**361** 9 (2005)
9. Senthil T et al. *Science* **303** 1490 (2004)
10. Coleman P, in *Lectures on the Physics of Highly Correlated Electron Systems VI* (AIP Conf. Proc., No. 629, Ed. F Mancini) (Melville, NY: American Institute of Physics, 2002) p. 79
11. Coleman P, Schofield A J *Nature* **433** 226 (2005)
12. Küchler R et al. *Phys. Rev. Lett.* **91** 066405 (2003)
13. Gegenwart P et al. *Phys. Rev. Lett.* **89** 056402 (2002)
14. Proust C et al. *Phys. Rev. Lett.* **89** 147003 (2002)
15. Kadowaki K, Woods S B *Solid State Commun.* **58** 507 (1986)
16. Millis A J et al. *Phys. Rev. Lett.* **88** 217204 (2002)
17. Bel R et al. *Phys. Rev. Lett.* **92** 177003 (2004)
18. Paglione J et al. *Phys. Rev. Lett.* **97** 106606 (2006)
19. Ronning F et al. *Phys. Rev. Lett.* **97** 067005 (2006)
20. Koralek J D et al. *Phys. Rev. Lett.* **96** 017005 (2006)
21. Fujimori S et al., cond-mat/0602296

22. Лифшиц Е М, Питаевский Л П *Статистическая физика* Ч. 2 (М.: Наука, 1978)
23. Ходель В А, Шагинян В Р *Письма в ЖЭТФ* **51** 488 (1990)
24. Khodel V A, Shaginyan V R, Khodel V V *Phys. Rep.* **249** 1 (1994)
25. Khodel V A, Clark J W, Zverev M V *Phys. Rev. Lett.* **87** 031103 (2001)
26. Amusia M Ya, Msezane A Z, Shaginyan V R *ЯФ* **66** 1850 (2003)
27. Khodel V A et al. *Письма в ЖЭТФ* **84** 703 (2006)
28. Volovik G E *Acta Phys. Slov.* **56** 49 (2005)
29. Volovik G E, cond-mat/0601372; in *Quantum Simulations via Analogues: From Phase Transitions to Black Holes* (Lecture Notes in Physics) (to be published)
30. Shaginyan V R *Письма в ЖЭТФ* **79** 344 (2004)
31. Paglione J et al. *Phys. Rev. Lett.* **91** 246405 (2003); cond-mat/0405157
32. Ландау Л Д *ЖЭТФ* **30** 1058 (1956)
33. Померанчук И Я *ЖЭТФ* **35** 524 (1958)
34. Pfitzner M, Wölfle P *Phys. Rev. B* **33** 2003 (1986)
35. Yakovenko V M, Khodel V A *Письма в ЖЭТФ* **78** 850 (2003)
36. Shaginyan V R *Письма в ЖЭТФ* **77** 104 (2003)
37. Casey A et al. *J. Low Temp. Phys.* **113** 293 (1998)
38. Shashkin A A et al. *Phys. Rev. B* **66** 073303 (2002); *Phys. Rev. Lett.* **91** 046403 (2003)
39. Boronat J et al. *Phys. Rev. Lett.* **91** 085302 (2003)
40. Zhang Y, Yakovenko V M, Das Sarma S *Phys. Rev. B* **71** 115105 (2005)
41. Zhang Y, Das Sarma S *Phys. Rev. B* **70** 035104 (2004)
42. Khodel V A, Shaginyan V R, Zverev M V *Письма в ЖЭТФ* **65** 242 (1997)
43. Воловик Г Е *Письма в ЖЭТФ* **53** 208 (1991)
44. Амусья М Я, Шагинян В Р *Письма в ЖЭТФ* **73** 268 (2001)
45. Amusia M Ya, Shaginyan V R *Phys. Rev. B* **63** 224507 (2001); Shaginyan V R *Physica B* **312–313** 413 (2002)
46. Shaginyan V R, Han J G, Lee J *Phys. Lett. A* **329** 108 (2004)
47. Khveshchenko D V, Hlubina R, Rice T M *Phys. Rev. B* **48** 10766 (1993)
48. Dzyaloshinskii I *J. Phys. I (France)* **6** 119 (1996)
49. Lidsky D et al. *Phys. Rev. B* **57** 1340 (1998)
50. Irkhin V Yu, Katanin A A, Katsnelson M I *Phys. Rev. Lett.* **89** 076401 (2002)
51. Laughlin R B, Pines D *Proc. Natl. Acad. Sci. USA* **97** 28 (2000)
52. Anderson P W, cond-mat/0007185; cond-mat/0007287
53. Khodel V A, Clark J W, Shaginyan V R *Solid State Commun.* **96** 353 (1995)
54. Dukelsky J et al. *Z. Phys. B* **102** 245 (1997); Khodel V A, Shaginyan V R *Condens. Matter Theor.* **12** 222 (1997)
55. Artamonov S A, Shaginyan V R *ЖЭТФ* **119** 331 (2001)
56. Bogdanov P V et al. *Phys. Rev. Lett.* **85** 2581 (2000)
57. Kaminski A et al. *Phys. Rev. Lett.* **86** 1070 (2001)
58. Valla T et al. *Science* **285** 2110 (1999); *Phys. Rev. Lett.* **85** 828 (2000)
59. Casey A et al. *Phys. Rev. Lett.* **90** 115301 (2003)
60. Grüner G *Density Waves in Solids* (Frontiers in Physics, Vol. 89) (Reading, Mass.: Addison-Wesley Publ. Co., 1994)
61. Tassini L et al. *Phys. Rev. Lett.* **95** 117002 (2005)
62. Bardeen J, Cooper L N, Schrieffer J R *Phys. Rev.* **108** 1175 (1957)
63. Tilley D R, Tilley J *Superfluidity and Superconductivity* 2nd ed. (Bristol: A. Hilger, 1986)
64. Artamonov S A, Pogorelov Yu G, Shaginyan V R *Письма в ЖЭТФ* **68** 893 (1998)
65. Горьков Л П *ЖЭТФ* **34** 735 (1958)
66. Shaginyan V R et al. *Europhys. Lett.* **76** 898 (2006)
67. Bogolyubov N N *Nuovo Cimento* **7** 794 (1958)
68. Amusia M Ya, Shaginyan V R *Письма в ЖЭТФ* **77** 803 (2003)
69. Matsui H et al. *Phys. Rev. Lett.* **90** 217002 (2003)
70. Amusia M Ya, Artamonov S A, Shaginyan V R *Письма в ЖЭТФ* **74** 435 (2001)
71. Paramekanti A, Randeria M, Trivedi N *Phys. Rev. Lett.* **87** 217002 (2001)
72. Anderson P W et al. *J. Phys.: Condens. Matter* **16** R755 (2004)
73. Shaginyan V R *Письма в ЖЭТФ* **68** 491 (1998)
74. Amusia M Ya, Shaginyan V R *Phys. Lett. A* **298** 193 (2002)
75. Kugler M et al. *Phys. Rev. Lett.* **86** 4911 (2001)
76. Abrikosov A A *Phys. Rev. B* **52** R15738 (1995); cond-mat/9912394
77. Yeh N-C et al. *Phys. Rev. Lett.* **87** 087003 (2001)
78. Biswas A et al. *Phys. Rev. Lett.* **88** 207004 (2002)
79. Skinta J A et al. *Phys. Rev. Lett.* **88** 207005 (2002)
80. Skinta J A et al. *Phys. Rev. Lett.* **88** 207003 (2002)
81. Chen C-T et al. *Phys. Rev. Lett.* **88** 227002 (2002)
82. Metoki N et al. *Phys. Rev. Lett.* **80** 5417 (1998)
83. Honma T et al. *J. Phys. Soc. Jpn.* **68** 338 (1999)
84. Kresin V Z, Ovchinnikov Yu N, Wolf S A *Phys. Rep.* **431** 231 (2006); "Erratum" **437** 233 (2007)
85. Amusia M Ya, Shaginyan V R *Письма в ЖЭТФ* **76** 774 (2002)
86. Miyakawa N et al. *Phys. Rev. Lett.* **83** 1018 (1999)
87. Varma C M et al. *Phys. Rev. Lett.* **63** 1996 (1989)
88. Varma C M et al. *Phys. Rev. Lett.* **64** 497 (1990)
89. Ino A et al. *Phys. Rev. B* **65** 094504 (2002)
90. Zhou X J et al. *Nature* **423** 398 (2003)
91. Padilla W J et al. *Phys. Rev. B* **72** 060511(R) (2005)
92. Valla T et al. *Phys. Rev. Lett.* **83** 2085 (1999)
93. Feng D L et al. *Phys. Rev. Lett.* **88** 107001 (2002)
94. Dessau D S et al. *Phys. Rev. Lett.* **66** 2160 (1991)
95. Мигдал А Б *Теория конечных ферми-систем и свойства атомных ядер* 2-е изд. (М.: Наука, 1983)
96. Yusof Z M et al. *Phys. Rev. Lett.* **88** 167006 (2002)
97. Nakamae S et al. *Phys. Rev. B* **68** 100502 (2003)
98. Hussey N E et al. *Nature* **425** 814 (2003)
99. Pogorelov Yu G, Shaginyan V R *Письма в ЖЭТФ* **76** 614 (2002)
100. de Llano M, Vary J P *Phys. Rev. C* **19** 1083 (1979); de Llano M, Plastino A, Zabolitzky J G *Phys. Rev. C* **20** 2418 (1979)
101. Zverev M V, Baldo M J. *Phys.: Condens. Matter* **11** 2059 (1999)
102. Shaginyan V R, Msezane A Z, Amusia M Ya *Phys. Lett. A* **338** 393 (2005)
103. Takahashi D et al. *Phys. Rev. B* **67** 180407 (2003)
104. Khodel V A, Schuck P Z. *Phys. B* **104** 505 (1997)
105. Tsujii N, Kontani H, Yoshimura K *Phys. Rev. Lett.* **94** 057201 (2005)
106. Korringa J *Physica* **16** 601 (1950)
107. Zheng G et al. *Phys. Rev. Lett.* **90** 197005 (2003)
108. Kane C L, Fisher M P A *Phys. Rev. Lett.* **76** 3192 (1996)
109. Houghton A, Lee S, Marston J B *Phys. Rev. B* **65** 20503 (2002)
110. Mackenzie A P et al. *Phys. Rev. B* **53** 5848 (1996)
111. Amusia M Ya, Shaginyan V R *Phys. Lett. A* **315** 288 (2003)
112. Morhard K-D et al. *Phys. Rev. B* **53** 2658 (1996)
113. Kravchenko S V, Sarachik M P *Rep. Prog. Phys.* **67** 1 (2004)
114. Ronning F et al. *Phys. Rev. B* **71** 104528 (2005)
115. Pépin C *Phys. Rev. Lett.* **94** 066402 (2005)
116. Bud'ko S L, Morosan E, Canfield P C *Phys. Rev. B* **69** 014415 (2004)
117. Küchler R et al. *Phys. Rev. Lett.* **93** 096402 (2004)
118. Bianchi A et al. *Phys. Rev. Lett.* **91** 257001 (2003)
119. Zhu L et al. *Phys. Rev. Lett.* **91** 066404 (2003)
120. Ishida K et al. *Phys. Rev. Lett.* **89** 107202 (2002)
121. Shaginyan V R *Письма в ЖЭТФ* **77** 208 (2003)
122. Clark J W, Khodel V A, Zverev M V *Phys. Rev. B* **71** 012401 (2005); Зверев М В, Ходель В А *Письма в ЖЭТФ* **79** 772 (2004)
123. Khodel V A, Shaginyan V R *Nucl. Phys. A* **555** 33 (1993)
124. Ландау Л Д, Лифшиц Е М *Статистическая физика* Ч. 1 (М.: Наука, 1976)
125. Shaginyan V R *Письма в ЖЭТФ* **80** 294 (2004)
126. Clark J W et al. *Phys. Rep.* **391** 123 (2004)
127. Amusia M Ya, Msezane A Z, Shaginyan V R *Phys. Lett. A* **320** 459 (2004)
128. Зверев М В и др. *Письма в ЖЭТФ* **65** 828 (1997)
129. Nozières P *J. Phys. I (France)* **2** 443 (1992)
130. Sereni J G et al., cond-mat/0602588
131. Paschen S et al. *Nature* **432** 881 (2004)
132. Shaginyan V R, Popov K G, Artamonov S A *Письма в ЖЭТФ* **82** 234 (2005)
133. Gegenwart P et al. *Phys. Rev. Lett.* **94** 076402 (2005)
134. Khodel V A, Zverev M V, Yakovenko V M *Phys. Rev. Lett.* **95** 236402 (2005)
135. Bauer E D et al. *Phys. Rev. Lett.* **93** 147005 (2004)

136. Oeschler N et al. *Phys. Rev. Lett.* **91** 076402 (2003)
137. Volovik G E *Письма в ЖЭТФ* **65** 465 (1997)
138. Shaginyan V R *Письма в ЖЭТФ* **81** 283 (2005)
139. Shaginyan V R, Popov K G *Phys. Lett. A* **361** 406 (2007)
140. Андреев А Ф *ЖЭТФ* **46** 1823 (1964)
141. Deutscher G *Rev. Mod. Phys.* **77** 109 (2005)
142. Zagoskin A M *Quantum Theory of Many-Body Systems: Techniques and Applications* (New York: Springer, 1998)
143. Park W K et al. *Phys. Rev. B* **72** 052509 (2005)
144. Anderson P W, Ong N P, cond-mat/0405518; Randeria M et al., cond-mat/0412096
145. Pan S H et al. *Nature* **413** 282 (2001)
146. Piano S et al. *J. Phys.: Conf. Ser.* **43** 1123 (2006)

Universal behavior of strongly correlated Fermi-systems

V.R. Shaginyan

*B.P. Konstantinov Petersburg Nuclear Physics Institute, Russian Academy of Sciences,
Orlova Roshcha, 188300 Gatchina, Leningrad region, Russian Federation
Tel. (7-813) 714-60 96. E-mail: vrshag@thd.pnpi.spb.ru*

Racah Institute of Physics, Hebrew University, Jerusalem 91904, Israel

M.Ya. Amusia

*Racah Institute of Physics, Hebrew University, Jerusalem 91904, Israel
Tel. (972) 26584348. E-mail: amusia@vms.huji.ac.il*

*A.F. Ioffe Physico-Technical Institute, Russian Academy of Sciences,
ul. Politekhnicheskaya 4, 194021 St. Petersburg, Russian Federation
Tel. (7-812) 292-79 40*

K.G. Popov

*Komi Scientific Center, Ural Branch of the Russian Academy of Sciences,
ul. Chernova 3a, 167982 Syktyvkar, Respublika Komi, Russian Federation
Tel. (7-8212) 21-57 40. E-mail: kpopov@dm.komisc.ru*

The theory and analysis of phenomena occurring in strongly correlated Fermi systems are reviewed. The specific systems covered include high-temperature superconductors, heavy-fermion metals and quasi-two-dimensional Fermi systems. It is shown that the key properties and universal behavior of strongly correlated Fermi systems can be described within the fermion condensation quantum phase transition framework and using the well-known Landau paradigm of quasiparticles and order parameters. The use of the concept of fermion condensation is shown to be essential for further understanding such things as neutron stars, finite Fermi systems, ultra-cold gases in traps, and quark plasmas.

PACS numbers: **71.27. + a**, 74.20.Fg, 74.25.Jb

Bibliography — 146 references

Received 31 October 2006, revised 9 January 2007

Uspekhi Fizicheskikh Nauk **177** (6) 585–618 (2007)

Physics – Uspekhi **50** (6) (2007)