

Список литературы

1. Гинзбург В Л, Ландау Л Д *ЖЭТФ* **20** 1064 (1950)
2. Bardeen J, Cooper L N, Schrieffer J R *Phys. Rev.* **108** 1175 (1957)
3. Абрикосов А А *ЖЭТФ* **32** 1442 (1957)
4. Горьков Л П *ЖЭТФ* **36** 1918 (1959)
5. Bednorz J G, Müller K A *Z. Phys. B* **64** 189 (1986)
6. *Проблема высокотемпературной сверхпроводимости* (Под ред. В Л Гинзбурга, Д А Киржница) (М.: Наука, 1977)
7. Булаевский Л Н, Гинзбург В Л, Собянин А А *ЖЭТФ* **94** 355 (1988); Булаевский Л Н, Гинзбург В Л, Собянин А А, Стратоновников А А *УФН* **157** 539 (1989)
8. Гинзбург В Л *ЖЭТФ* **14** 177 (1944); *Письма в ЖЭТФ* **49** 50 (1989); *УФН* **168** 363 (1998)
9. Ginzburg V L et al. *Solid State Commun.* **50** 339 (1984)
10. Corson J et al. *Nature* **398** 221 (1999)
11. Xu Z A et al. *Nature* **406** 486 (2000)
12. Wang Y et al. *Science* **299** 86 (2003)
13. Wang Y et al. *Phys. Rev. Lett.* **95** 247002 (2005); cond-mat/0503190
14. Anderson P W *Science* **235** 1196 (1987)
15. Dagotto E *Rev. Mod. Phys.* **66** 763 (1994)
16. Kohn W, Luttinger J M *Phys. Rev. Lett.* **15** 524 (1965)
17. Москаленко В А *ФММ* **8** 503 (1959)
18. Suhl H, Matthias B T, Walker L R *Phys. Rev. Lett.* **3** 552 (1959)
19. Damascelli A, Hussain Z, Shen Z-X *Rev. Mod. Phys.* **75** 473 (2003)
20. Белявский В И, Копяев Ю В *УФН* **176** 457 (2006)
21. Basov D N, Timusk T *Rev. Mod. Phys.* **77** 721 (2005)
22. Loram J W et al. *Physica C* **341–348** 831 (2000)
23. Белявский В И, Копяев В В, Копяев Ю В *Письма в ЖЭТФ* **81** 650 (2005)
24. Садовский М В *УФН* **171** 539 (2001)
25. Emery V J, Kivelson S A *Nature* **374** 434 (1995)
26. Chakravarthy S et al. *Phys. Rev. B* **63** 094503 (2001)
27. Lee P A, Nagaosa N, Wen X-G *Rev. Mod. Phys.* **78** 17 (2006)
28. Voebinger G S et al. *Phys. Rev. Lett.* **77** 5417 (1996)
29. Белявский В И и др. *ЖЭТФ* **126** 672 (2004)
30. Ivanov D A, Lee P A, Wen X-G *Phys. Rev. Lett.* **84** 3958 (2000)
31. Белявский В И, Копяев Ю В, Смирнов М Ю *ЖЭТФ* **128** 525 (2005)
32. Belyavsky V I, Kopyaev Yu V, Smirnov M Yu *Phys. Rev. B* **72** 132501 (2005)
33. Белявский В И и др. *ЖЭТФ* **124** 1149 (2003)
34. Belyavsky V I, Kopyaev Yu V *Phys. Rev. B* **67** 024513 (2003)
35. Belyavsky V I et al. *Phys. Lett. A* **342** 267 (2005)
36. Franck J P, Lawrie D D *J. Supercond.* **8** 591 (1995)
37. Berk N F, Schrieffer J R *Phys. Rev. Lett.* **17** 433 (1966)
38. Chubukov A V, Pines D, Schmalian J, in *The Physics of Superconductors* Vol. 1 *Conventional and High-T_c Superconductors* (Eds K H Bennemann, J B Ketterson) (Berlin: Springer-Verlag, 2003) p. 495
39. Zhao G *Phys. Rev. B* **64** 024503 (2001)
40. Brandow B H *Phys. Rev. B* **65** 054503 (2002)
41. Белявский В И, Копяев Ю В *ЖЭТФ* **127** 45 (2005)
42. Norman M R, Pines D, Kallin C *Adv. Phys.* **54** 715 (2005); cond-mat/0507031

PACS numbers: 41.60. – m, 52.20. – j, 52.27.Lw

Поляризационные эффекты в среде: от излучения Вавилова – Черенкова и переходного рассеяния до спаривания пылевых частиц, или развитие одной идеи В.Л. Гинзбурга с 1940 по 2006 гг.

В.Н. Цытович

1. Поляризация вокруг частиц

В будущей общей теории частиц, в которой каждая из частиц будет состоять из всех остальных, любая частица как возбуждение системы будет окружена поляризацией этих остальных частиц. Пока что развито только представление о поляризации, создаваемой вокруг частиц,

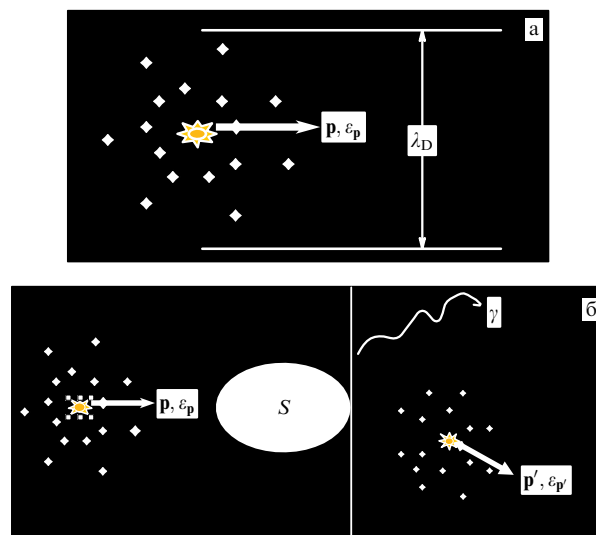


Рис. 1. (а) Свободно движущаяся в среде частица с импульсом $\mathbf{p}$ и энергией ε_p всегда окружена поляризацией с неким эффективным радиусом λ_D (в плазме — дебаевский радиус). (б) Схема взаимодействия частиц, окруженных поляризационными "шубами": слева частица до взаимодействия, справа — после; взаимодействие приводит к излучению моды среды (волны, распространяющейся в среде).

движущихся в среде (рис. 1а). При изменении состояния частиц вместе с ним изменяется и поляризационная "шуба" частиц. На рисунке 1 показано взаимодействие частиц с внешними воздействиями, с испускаемым ими излучением или падающим излучением как с отдельными налетающими частицами, так и с большим числом налетающих частиц (т.е. потоками частиц) — кружок S на рис. 1б. Взаимодействие частиц между собой существенно зависит от возмущений поляризационной "шубы" во время взаимодействия (рис. 1б). Впервые физика таких взаимодействий была рассмотрена в работе В.Л. Гинзбурга [1].

2. Работа В.Л. Гинзбурга 1940 года

В работе В.Л. Гинзбурга "Квантовая теория сверхзвукового излучения электрона, равномерно движущегося в среде" [1] в 1940 г. впервые были использованы квантовые законы сохранения энергии и импульса при излучении в среде $\varepsilon_p = \varepsilon_p' + \hbar\omega_k$, $\mathbf{p} = \mathbf{p}' + \hbar\mathbf{k}$, или в системе единиц, в которой $\hbar = 1$, $\varepsilon_p = \varepsilon_p' + \omega_k$, $\mathbf{p} = \mathbf{p}' + \mathbf{k}$, что в классическом пределе ($\mathbf{k} \ll \mathbf{p}$, $\omega_k \ll \varepsilon_p$) приводит к классическому условию Тамма – Франка для излучения Вавилова – Черенкова $\omega_k = (\mathbf{k}\mathbf{v})$, $\mathbf{v} = d\varepsilon_p/d\mathbf{k}$. Здесь важным является: 1) введение импульса фотона в среде и 2) наиболее четкое утверждение о том, что энергией и импульсом обмениваются только частица и излучение. Последующие исследования привели к более глубокому пониманию и обобщению этих утверждений.

В работе В.Л. Гинзбурга [1] относительно первого пункта имеется замечание: "...в среде импульс кванта равен $\hbar\omega/c$, а не $\hbar\omega/c$... понятие о квантах с импульсом $\hbar\omega/c$ представляется нам в такой же степени законным, как связанное с ним понятие о скорости света c/n , строго говоря, неверное". Многочисленные последующие исследования по излучению в средах с пространственной дисперсией подтвердили это положение и позволили получить общий результат, заключающийся в том, что

мощность излучения энергии $\dot{E}$ и мощность излучения импульса $\dot{\mathbf{P}}$ даже при классическом описании связаны между собой соотношениями $\dot{E} = \int \omega_k w_k dk$, $\dot{\mathbf{P}} = \int \mathbf{k} w_k dk$, где w_k — вероятность излучения. Причем этот результат справедлив для любых мод среды (например фононов в твердых телах или плазмонах в плазме) и даже для тех гидродинамических мод, для которых электромагнитный импульс равен нулю или ничтожно мал и импульс которых связан со смещениями частиц. Второй пункт с точки зрения физических следствий оказался наиболее важным — любые моды среды могут излучаться любыми тяжелыми частицами, причем поляризация волн высоких частот создается только легкими частицами (например электронами) и, следовательно, определяется массой легких частиц. Согласно [1] импульсом и энергией обмениваются только частица и излучение, хотя поляризация может создаваться легкими частицами и определяться их массой (например, излучение иона определяется массой электрона).

Этот результат представляется более важным, чем бытующее представление, что самым существенным является то, что излучать могут равномерно движущиеся частицы. Этот результат относится и к другим процессам, таким как переходное (по своей природе поляризационное) рассеяние, поляризационное тормозное излучение и взаимодействия частиц через их поляризационные "шубы". Все эти направления исследований непрерывно развивались начиная с работы В.Л. Гинзбурга [1] и продолжают развиваться до сих пор, в том числе их многочисленные астрофизические приложения. Самые важные из этих направлений кратко обсуждаются в этом докладе.

3. Схемы переходного излучения, переходного рассеяния и поляризационно-тормозного излучения

Переходное излучение, впервые рассмотренное В.Л. Гинзбургом и И.М. Франком [2], является примером процесса, который связан с изменением поляризационной "шубы" при переходе частицы из одной среды в другую, что инициирует излучение мод каждой из сред (рис. 2а). Моды могут быть любыми модами каждой из сред или поверхностными. Законы сохранения энергии и импульса выполняются только при учете изменения энергии и импульса поляризационных "шуб", доказательство чего приведено в [3]. Всякая мода или волна в среде несет с собой и волну поляризации, которая может рассеиваться из-за колебаний поляризационной "шубы" частицы, что представляет собой переходное рассеяние [4] (рис. 2б). Для ионов в плазме переходное рассеяние может определяться массой электронов, если длина волны больше размеров поляризационной "шубы", таким образом, сечение рассеяния на ионах может быть больше или порядка томсоновского сечения рассеяния на электронах в вакууме [5]. Переходное рассеяние интерферирует с обычным рассеянием, вызванным возмущением движения самой рассеивающей частицы, и такая интерференция подавляет рассеяние на электронах.

Квантовые законы сохранения для рассеяния $\varepsilon_p + \omega_k = \varepsilon_{p'} + \omega_{k'}$, $\mathbf{p} + \mathbf{k} = \mathbf{p}' + \mathbf{k}'$, аналогичные впервые использованным В.Л. Гинзбургом для излучения, приводят к закону для полной вероятности рассеяния в классическом пределе: $\omega_k - \omega_{k'} = (\mathbf{k} - \mathbf{k}') \cdot \mathbf{v}$. При столкновении частиц колебание поляризационной "шубы" каждой

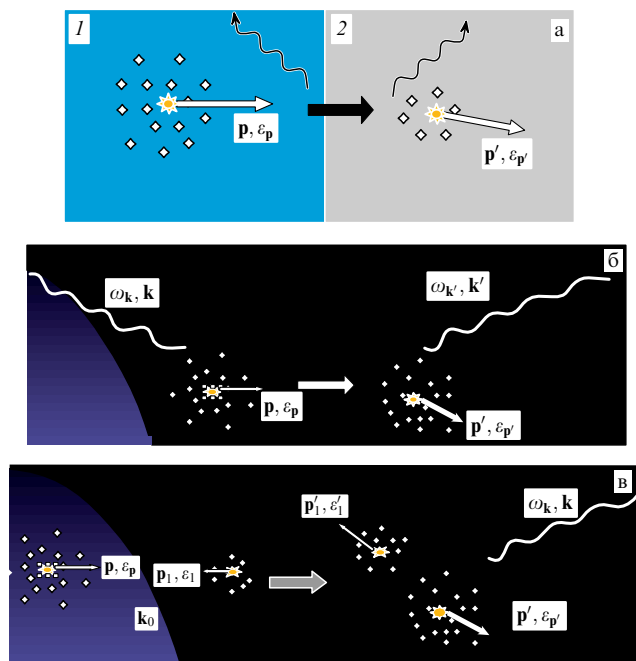


Рис. 2. (а) При переходе частицы из среды 1 в среду 2 от границы раздела распространяются как моды (волны) в каждой из сред, так и поверхностные волны вдоль границы сред. Закон сохранения энергии и импульса должен учитывать изменение поляризационной "шубы" частиц при переходе из среды 1 в среду 2. (б) Схема переходного рассеяния: падающая волна приводит к возмущениям поляризационной "шубы" частиц, изменяющей рассеяние тяжелых частиц. (в) Схема поляризационно-тормозного излучения частиц, для которого существенным являются возмущения в процессе столкновений всех "шуб" сталкивающихся частиц; в возмущениях участвуют также связанные электроны "шуб" сталкивающихся атомов и ионов.

из сталкивающихся частиц вносит вклад в амплитуду поляризационно-тормозного излучения (рис. 2в) [6]. Квантовые законы сохранения

$$\varepsilon_p + \varepsilon_{p_1} = \varepsilon_{p'} + \varepsilon_{p'_1} + \omega_k,$$

$$\mathbf{p}' = \mathbf{p} - \mathbf{k}_0, \quad \mathbf{p}'_1 = \mathbf{p}_1 + \mathbf{k}_0 - \mathbf{k},$$

где $\mathbf{k}_0$ — импульс, передаваемый при столкновениях от одной из частиц другой частице, приводят для полной вероятности излучения при столкновениях в классическом пределе к тому же соотношению, что и для тормозного излучения при пренебрежении возмущениями поляризационных "шуб": $\omega_k = (\mathbf{k} - \mathbf{k}_0) \cdot \mathbf{v} + \mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{v}'$. Поляризационные "шубы" во всех случаях являются как бы "передаточным звеном", но их возмущения могут определять обмен энергией и импульсом между конечными состояниями излучения и частиц [1].

4. Примеры переходного рассеяния в плазме

Так называемое томсоновское рассеяние в плазме, проведенное приглашенными в СССР английскими учеными на заре термоядерных исследований, использовалось для доказательства необходимости достаточно большой температуры в токамаках и стимулировало весь комплекс исследований по управляемому термоядерному синтезу. Существует представление о том, что рассеяние на отдельных частицах является томсоновским, т.е. обусловленным колебаниями частиц в поле падающей волны, но в плазме (или в другой среде) это рассеяние соответствует рассеянию на флуктуациях плотности и

возникающее различие обусловлено тем, что флуктуации плотности электронов могут порождаться также ионами.

Возникает вопрос о роли переходного рассеяния в полном рассеянии. В связи с этим можно удивляться неосведомленности некоторых физиков относительно основ физических процессов, давно рассмотренных в [1]. Физически ясно, что для длин волн, больших размера поляризационной "шубы", электроны "шубы" осциллируют в поле волны когерентно и ионы могут рассеивать интенсивнее электронов, для которых поляризационная "шуба" осциллирует в противофазе по отношению к осцилляциям рассеивающих электронов. Ответ на этот вопрос, который был дан в 1985 г. (опубликован в материалах конференции в Ереване по переходному излучению [7]), состоит в том, что если учесть переходное рассеяние, то используемые для так называемого "томсоновского рассеяния на флуктуациях" формулы можно переписать как сумму рассеяний на электронах и ионах, причем для электронов вероятность рассеяния содержит сумму амплитуд томсоновского рассеяния и переходного рассеяния, а для ионов рассеяние полностью определяется амплитудой переходного рассеяния. Это видно также из используемой в пособиях по рассеянию в плазме [8] формулы

$$\frac{Q}{Q_0} \propto r_0^2 \left[\left(1 - \frac{1 - \epsilon_e}{\epsilon} \right)^2 f_e + \left(\frac{1 - \epsilon_e}{\epsilon} \right)^2 f_i \right],$$

где Q — интенсивность рассеянного, а Q_0 — падающего излучения, r_0 — классический радиус электрона, ϵ_e и ϵ — электронная и полная диэлектрическая проницаемости на частоте и волновых числах биений, f_e и f_i — электронная и ионная функции распределения. Тем самым снимается различие между рассеянием на флуктуациях и на отдельных частицах — полное рассеяние является суммой рассеяний на отдельных частицах. Это утверждение в первом приближении справедливо для любых сред. Переходное рассеяние имеет резонансы (нули ϵ), которые полностью описывают комбинационное рассеяние на модах плазмы, измеряемое экспериментально. Такая трактовка не является просто иной интерпретацией рассеяний, так как электроны и ионы подвержены различным типам дополнительных воздействий (хотя бы столкновений).

Примером непонимания астрофизиками переходного рассеяния является реакция редакции *Astrophysical Journal* на посланную в этот журнал статью об обобщении эффекта Сюняева–Зельдовича для области низких частот, когда основным становится переходное рассеяние на ионах с сечением порядка томсоновского сечения рассеяния на электронах. Редакция одного из основных журналов по астрофизике сочла возможным ответить, "что, может быть, авторы и правы, но ни члены редакции, ни рецензенты не могут понять, как ионы могут рассеивать с такими большими сечениями". Статья была опубликована в журнале *Physics of Plasmas* [9]. Это говорит о большой инерционности проникновения в астрофизику физических представлений, заложенных еще в 1940 г. в [1].

5. Обобщение для неравновесных состояний плазмы представлений Эйнштейна об индуцированных процессах
В прошлом году исполнилось 100 лет со времени трех открытий Эйнштейна в 1905 г., в том числе открытия индуцированных процессов, которые легли в основу

современной лазерной физики. Плазма является единственной средой, для которой ввиду малости энергии полей по сравнению с энергией частиц может быть создана полностью аналитическая теория неравновесных индуцированных процессов, включая неравновесные распределения плазменных мод (определяемых неравновесным числом квантов N_k) и плазменных частиц, распределение которых определяется неравновесными распределениями f_e и f_i , при учете всех индуцированных процессов [10]. Основной результат — доказано, что такое построение возможно, только если в вероятностях всех процессов учтены поляризационные эффекты. При этом фигурирующая в разделе 4 вероятность поляризационного рассеяния на ионах входит в неравновесное уравнение для ионной функции распределения f_i . Это не оставляет сомнений в правильности интерпретации рассеяния как процесса, в который неотъемлемой частью входит переходное рассеяние, и в процессе такого рассеяния энергию и импульс получают именно ионы плазмы. Последнее заключение, хотя и можно получить, используя результаты [10], но в явном виде оно сформулировано только в докладе [11]. Результаты экспериментов, опубликованных на сегодня, непосредственно показывают, что ионы ответственны за индуцированное переходное рассеяние плазменных мод.

6. Примеры поляризационно-тормозного излучения

Так как обычно длина волны тормозного кванта больше размера атома, то в качестве поляризационной "шубы" могут выступать и связанные электроны — эффект, называемый для сложных атомов атомным тормозным излучением или поляризационно-тормозным излучением. Последний термин отражает то, что имеет место интерференция, т.е. суммируются амплитуды тормозного и поляризационного излучений.

Интенсивные теоретические исследования и их многочисленные экспериментальные подтверждения были проведены большим коллективом Ленинградского физико-технического института и коллективами ряда институтов Москвы, включая Физический институт им. П.Л. Лебедева (ФИАН), Институт общей физики (ИОФАН) и Курчатовский институт. Основные результаты изложены в коллективной монографии [6]. Два примера иллюстрируют возможность проявления качественно новых эффектов.

1. При столкновении электронов с частично ионизованными атомами (ионами) в плазме, когда экранирование ядра атома частично осуществляется связанными электронами и частично электронами плазмы, в поляризационно-тормозном излучении связанные и свободные электроны могут выступать когерентно (интенсивность излучения пропорциональна квадрату суммы чисел связанных и свободных электронов) [6, гл. 6], что имеет место, естественно, при больших скоростях налетающей частицы с энергией, много большей энергии связи, причем электроны, связанные до столкновения, остаются таковыми и после столкновения.

2. В плазме, содержащей пылевые частицы, возможно поляризационно-тормозное излучение последних, обусловленное колебаниями поляризационного заряда при столкновении тяжелых пылевых частиц. Пылевые частицы несут очень большие отрицательные заряды (до $Z_d \approx 10^4 - 10^6$, где Z_d — заряд пылевой частицы в единицах электронного заряда), которые компенси-

руются "шубой" из электронов и ионов, окружающей пылевую частицу. Тормозное излучение, хотя и содержит обычную малость по связи и амплитуда поляризационного излучения имеет тот же порядок, что и амплитуда тормозного излучения, но будучи пропорциональной квадрату заряда каждой из сталкивающихся частиц, интенсивность содержит очень большой фактор — Z_d^4 . В экспериментах поляризационно-тормозная потеря энергии пылевыми частицами из-за излучения низкочастотных мод может оказаться сравнимой с потерей их энергии при торможении в нейтральном газе [12].

7. Столкновения частиц в плазме

Возможны безызлучательные столкновения, на которые также влияют поляризационные "шубы" частиц (рис. 3а). Сейчас является общепринятым, что взаимодействия частиц при столкновениях соответствуют динамически экранированным взаимодействиям, причем поляризационные "шубы" при столкновениях двух выбранных (как говорят, пробных) частиц создаются флуктуациями всех остальных частиц плазмы (см. [5]). Сечения про-

цессов столкновений двух частиц содержат множитель $1/|\epsilon_{k,kv}|^2$ и тем самым определяются распределениями всех остальных частиц плазмы.

8. Влияние поляризации на скорости ядерных реакций

Обычно поляризационные "шубы" оказывают влияние на туннелирование ядер, приводящее к ядерным реакциям (рис. 3б). Это существенно при больших плотностях плазмы, порядка тех, которые возникают в недрах звезд, на что впервые было обращено внимание С. Сальпетером [13] в 1954 г. и что явилось базисом современного сценария эволюции звезд. Для недр Солнца поправки [13] для реакций водородного цикла составляют (рис. 3б) от 5 % до 20 %. При этом в [13] просто постулировалось дебаевское экранирование без учета того, что с точки зрения современных позиций необходимо доказательство такого экранирования в теории флуктуаций, которая принимала бы во внимание также и ядерные реакции. Первые такие исследования кинетики экранирования [14] ядерных реакций в плазме выявили основную ошибку [13], которая становится очевидной при использовании теории флуктуаций, определяющей конечное и достаточно большое время установления поляризационного экранирования.

В этой проблеме важно понимание фундаментальных положений о вероятностном описании в квантовой физике, а именно: вероятностный характер туннелирования указывает на то, что хотя при больших барьерах время туннелирования мало, но вероятность его невелика, что приводит к малой скорости ядерных реакций. Время установления экранирования из-за флуктуаций согласно [14] намного больше времени туннелирования. Возникает и новый эффект — корреляции флуктуаций приводят к эффекту того же порядка, что и увеличение вероятности туннелирования вследствие поляризационного понижения потенциального барьера, — эффекту, рассмотренному для усредненного дебаевского потенциала в [13]. В работе [14] показано, что при слабом экранировании (грубо говоря, применимо для солнечных недр) амплитуда корреляционного эффекта в точности равна амплитуде [13]. Однако в [14] была допущена расчетная ошибка в знаке амплитуды корреляционного эффекта, которая оказалась бы несущественной, если бы оба эффекта суммировались независимо. Но суммируются не вероятности, а амплитуды, и это привело в [14] к деструктивной интерференции двух эффектов (грубо говоря, если сальпетеровскую амплитуду принять за 1, то $|1 - 1|^2 = 0$). После исправления в [15] этой ошибки конструктивная интерференция двух эффектов стала приводить к неприемлемому результату — увеличению поправок в 4 раза, $|1 + 1|^2 = 4$. Выход был найден также в [15], где было доказано, что вероятности процесса не изменяются (при флуктуационной трактовке без введения недоказанного усредненного экранирования) и сальпетеровский эффект отсутствует. Тогда корреляции "восстанавливают" сальпетеровский результат ($|1|^2 = 1$). Но это справедливо только при слабом экранировании, а эффект Сальпетера используется в астрофизике эволюции плотных звезд также в условиях сильного экранирования. Теперь оказалось необходимым заменить его эффектами сильных корреляций, теория которых в плотной плазме недостаточно развита, хотя имеется широкий спектр лабораторных экспериментальных исследований [16].

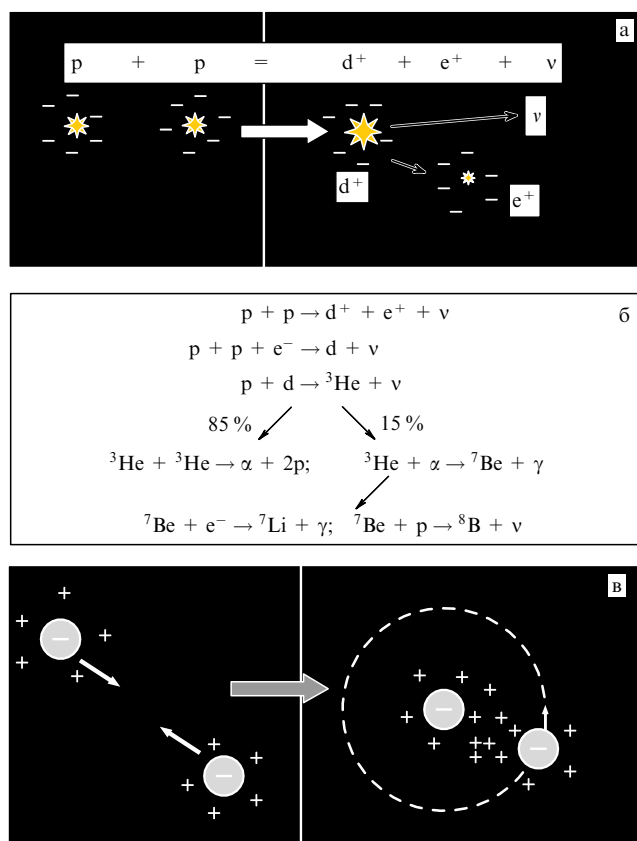


Рис. 3. (а) Пример ядерных столкновений в начале водородного цикла; до и после столкновений все заряженные частицы ядерной реакции окружены поляризационными "шубами", влияющими на скорости этих реакций. (б) Схема водородного цикла термоядерных реакций в недрах Солнца. Каждое из ядер является "голым" (связанные электроны отсутствуют и экранирование осуществляется свободными отрицательными зарядами плазмы). (в) Образование связанных состояний двух пылевых частиц при их столкновениях за счет притяжения при избыточной концентрации положительных ионов поляризационной "шубы" между взаимодействующими пылевыми частицами. Импульс и энергия частицы при ее захвате потенциальной ямой притяжения могут уменьшаться за счет излучения пылевого звука или из-за трения об атомы нейтрального газа.

9. Взаимодействия и спаривание пылевых частиц

Пылевая плазма в последнее время интенсивно исследуется экспериментально и теоретически (см. обзоры [17, 18]), и основной проблемой является исследование взаимодействия пылевых частиц, которые представляют собой макроскопические образования (с числом атомов более $10^9 - 10^{11}$) с большими отрицательными зарядами (более $10^4 - 10^6$ зарядов электронов), но с размерами, много меньшими размера поляризационной "шубы" экранирования. Каждая из частиц создает плазменные потоки и взаимодействует с плазменными потоками, и поляризационные заряды взаимодействуют не с отдельными частицами плазмы, а когерентно со многими из них или, другими словами, с плазменными потоками. Действительно, в проведенных экспериментах длина свободного пробега потоков мала и поле потоков является тем дополнительным полем, которое, взаимодействуя с полем поляризаций, может приводить к изменению взаимодействия пылевых частиц (см. схематическое изображение на рис. 3в). Как оказывается, при этом на больших расстояниях отталкивание переходит в притяжение. На таких расстояниях воздействие потоков на взаимодействия частиц является наиболее эффективным (рис. 4а), что означает возможность спаривания пылевых частиц с образованием связанных состояний типа пылевых молекул частицами с одинаковым знаком заряда и возможность формирования более сложных комплексов пылевых частиц, вплоть до кристаллов. Экспериментальное открытие в 1996 г. [19–22] таких кристаллов, названных плазменными кристаллами, поставило вопрос об объяснении физики их образования. Изменение взаимодействия изолированных пылевых частиц в плазме из-за наличия плазменных потоков

впервые рассматривалось в 1960 г. Питаевским [23], но влияние потоков на взаимодействия изолированных частиц существенно отличается от такового в случае коллектива пылевых частиц.

На рисунке 4а отмечена область коллективного взаимодействия для двух пробных частиц, возникающего при наличии потоков многих частиц, сходного в принципе с коллективным взаимодействием в обычной плазме (см. раздел 7). Интегралы столкновений, описывающие взаимодействия пылевых частиц, содержат не только средние квадраты флуктуаций поляризационных полей, но и средние произведения полей поляризаций и полей потоков, взаимно связанных друг с другом. Существенной особенностью взаимодействия является нелинейность поляризационной "шубы" — эффект, впервые рассмотренный в [24] применительно к искусственным спутникам Земли (их размеры тоже меньше радиуса экранирования), который в литературе принято называть экранированием А.В. Гуревича.

10. Плазменные пылевые кристаллы и объяснение параметров фазовых переходов

Предполагалось, что большие заряды пылевых частиц в плазме могут обеспечить сильные корреляции и переход пыли в кристаллическое состояние даже при ее малой плотности [25]. Ожидалось, что константа связи (константа неидеальности) $\Gamma = Z_d^2 e^2 / T_d r_m$ (где $r_m = (4\pi n_d / 3)^{-1/3}$ — среднее расстояние между пылевыми частицами, а T_d — температура пыли) для этого должна достигать, по крайней мере, значений 4–10, как при обычных фазовых переходах в состояние твердого тела. Простота, с которой были созданы кристаллы из пыли в плазме путем простой инъекции пылевых частиц в обычный высокочастотный разряд в низкотемпературной плазме [19] (достаточно было даже инжектировать порошок от принтера [26]) и в особенности сами параметры перехода [27, 28] оказались совершенно неожиданными (примеры плазменных кристаллов, полученных в различных экспериментах, приведены на рис. 4б–г).

Первое, что может удивить, — это экстремально большие наблюдаемые значения параметра Γ (от $\approx 3 \times 10^3 - 10^4$ до $\approx 10^5$). Второе — это достаточно большое значение r_m , превышающее линейный радиус экранирования в 8–10 раз. Если считать, что на таких расстояниях поле пылевой частицы уже полностью экранировано, то не ясно, почему частицы не сближаются до меньших расстояний. Наконец, температура пыли при плавлении кристалла T_d оказалась достаточно малой, порядка 0,1–1 эВ. Хотя эта температура намного больше комнатной ($\approx 0,02$ эВ) и кристаллы довольно "крепкие", но она много меньше той максимальной энергии, которая соответствует сближению частиц до расстояния порядка их радиуса — по оценке порядка $3Z_d T_e \approx 50$ кэВ при стандартных для проведенных экспериментов значениях $Z_d \approx 3 \times 10^3$, $T_e \approx 2$ эВ.

Возникает вопрос, является ли случайным совпадение большой величины наблюдаемого Γ с отношением максимальной энергии взаимодействия к температуре плавления? Назвать образование кристаллов результатом проявления сильной связи затруднительно, так как взаимодействие могло бы быть во много раз более интенсивным. Скорее всего, взаимодействия оказываются незэкранированными кулоновскими, что подкрепляется многочисленными экспериментальными свиде-

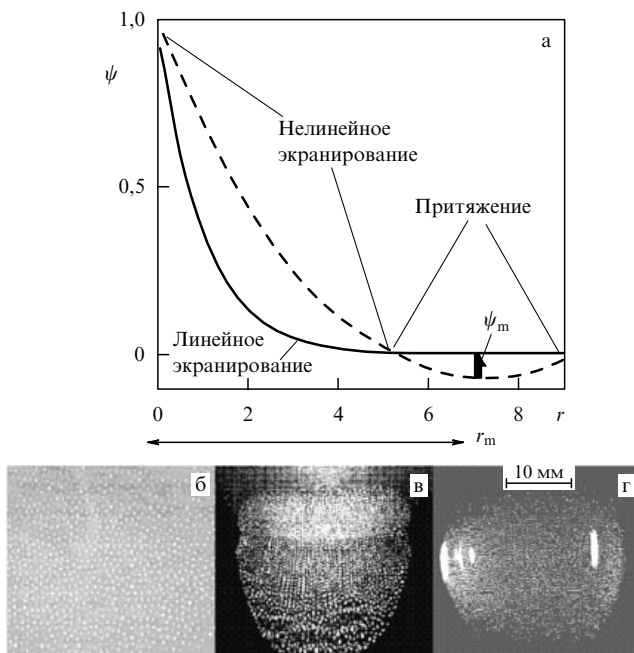


Рис. 4. (а) Схематическое изображение фактора экранирования ψ во взаимодействии пылевых частиц, $V = Z_d^2 e^2 \psi(r/\lambda_{Di})/r$; расстояние между частицами r дано в единицах λ_{Di} . (б–г) Примеры наблюдаемых плазменных кристаллов в [19, 22, 33] соответственно. На рисунке б показано распределение в одной из плоскостей кристалла; на рис. в и г вертикальная ось ориентирована по направлению силы тяжести в лабораторных экспериментах [22, 33].

тельствами о притяжении одноименно заряженных пылевых частиц [29, 30]. Вначале пытались привлечь дебаевское экранирование, для того чтобы подогнать наблюдаемые значения Γ к предсказанному численно для модели однокомпонентной плазмы при сильной связи значению $\Gamma = 170$. Но тогда величина длины экранирования должна быть ограничена определенными рамками — радиус экранирования должен отличаться от межчастичного расстояния только в несколько раз, что дает неприемлемо большую величину радиуса экранирования. Кроме того, стало очевидным, что такое экранирование в отличие от линейного дебаевского экранирования является нелинейным, так как в большой области вблизи пылевой частицы отношение потенциальной энергии к температуре экранирующих ионов изменяется от ≈ 300 до $10 - 3$. Наилучшее объяснение получено при учете взаимодействия полей потоков и полей поляризации при нелинейном экранировании [31, 32], приводящем к притяжению пылевых частиц, схематически изображенному на рис. 4а. Эта модель не только предсказывает правильное значение межчастичного расстояния r_m , но и легко объясняет другие наблюдения — большое значение $\Gamma = 1/\psi_m$ [31, 33] и малое значение отношения температуры плавления и максимальной энергии взаимодействия, которое оказывается равным ψ_m , причем это отношение совпадает с $1/\Gamma$. Нелинейность экранирования при этом существенна, так как определяет распределение поляризационного заряда в нелинейной области вблизи пылевой частицы и дает межчастичное расстояние, на котором возникает минимум энергии ямы притяжения, близкое к наблюдаемому межчастичному расстоянию r_m .

Притяжение пылевых частиц существует вне зависимости от того, является ли экранирование линейным или нелинейным, нелинейность обычно велика в лабораторных экспериментах, где $\tau = T_i/T_e \approx 10^{-2}$, и чаще всего мала в астрофизических условиях. Во всех случаях поля частиц модифицируются потоками таким образом, что становятся дальнотействующими и простираются на расстояния, много большие дебаевского радиуса экранирования. В решении проблемы имеется заметный прогресс, но до сих пор неясно, как, хотя бы приближенно, ввести свободную энергию в явно негамильтоновской системе, чтобы получить возможность использования стандартных моделей фазовых переходов. Следует отметить, что эти исследования открывают перспективы для изучения эффектов спаривания (в частности электронов) в других неравновесных системах.

11. Эффективная гравитационная неустойчивость в пылевой плазме

Притяжение пылевых частиц на больших расстояниях и то, что определенная часть их поля полностью не экранируется и простирается на большие расстояния, может приводить к появлению в пылевой плазме новой неустойчивости типа гравитационной [34, 35], которой подвержены только пылевые частицы, тогда как обычная универсальная гравитационная неустойчивость, действует на любые массы. Конечно, через взаимодействие с пылевыми частицами притяжение может передаваться и другим частицам. В лабораторных условиях такая неустойчивость может приводить к образованию различных структур, которые при дальнейшем охлаждении пылевых частиц могут испытывать фазовый переход в кри-

сталлическое состояние. В астрофизических условиях с ней можно связывать наблюдаемую структуризацию пылевых облаков с размерами много меньшими джинсовской длины для обычной гравитационной неустойчивости.

Дисперсионное уравнение для эффективной пылевой неустойчивости совпадает по виду с хорошо известным уравнением для обычной гравитационной неустойчивости $\omega^2 = k^2 v_{s,eff}^2 - G_{eff} m_d n_d$, которое в качестве примера записано для пылевых частиц с определенной массой m_d , размером a и концентрацией n_d . Эффективная скорость звука соответствует скорости пылевого звука [35]:

$$v_{s,eff}^2 = \frac{Z_d P T_i}{m_d s_{eff}}, \quad s_{eff} = \frac{1 + P}{1 + z},$$

$P = n_d Z_d / n_i$ — параметр, характеризующий относительную долю заряда на пылевых частицах (обычно порядка 1), $z = Z_d e^2 / a T_e$ — безразмерный заряд пылевых частиц (равный примерно 2–4). Эффективная гравитационная константа G_{eff} зависит от константы взаимодействия потоков и электростатических полей $k_{eff} \lambda_D$ ($1/k_{eff}$ имеет порядок наиболее эффективной длины взаимодействия потоков и электростатических полей) [32]:

$$G_{eff} = \frac{Z_d^2 e^2 (k_{eff} \lambda_D)^2}{m_d^2 s_{eff}^2} (k_{eff} \lambda_D)^2 = \frac{\alpha_d z a^2 T_e}{T_i \lambda_{Di}^2},$$

где α_d — численная константа, оцениваемая как $\alpha_d \approx 0,16$ и зависящая от коэффициентов, определяющих темп зарядки пылевых частиц и силу их увлечения ионными потоками. Эффективная джинсовская длина, $L_{eff} \approx 1/k_{eff}$, не зависящая от массы пылевых частиц и слабо зависящая от их размера, может быть оценена через полное число ионов в сфере ионного дебаевского радиуса $N_i = n_i 4\pi \lambda_{Di}^3 / 3$ как

$$L_{eff} \approx \lambda_{Di} \frac{N_i}{Z_d} \sqrt{\frac{T_e (1 + z)}{T_i \alpha_d P (1 - P)}}.$$

Для типичных параметров лабораторных экспериментов, $a \approx 10$ мкм, $z \approx 3$, $T_e \approx 3$ эВ, $m_d \approx 2 \times 10^{-9}$ г, $P \approx 0,5$, получим $G_{eff} \approx 72,6$ дин см² г⁻², т.е. G_{eff} примерно на девять порядков больше обычной гравитационной константы $G = 6,67 \times 10^{-8}$ дин см² г⁻². Эффективная джинсовская длина и эффективное притяжение пылевых частиц соответствуют тем, которые фигурируют в объяснении кристаллизации пыли в лабораторных экспериментах. Для астрофизических условий эффективная джинсовская длина имеет разные оценки для пылевых облаков различного типа, но обычно находится в пределах $10^{14} - 10^{17}$ см и, как правило, оказывается намного меньше гравитационной джинсовской длины.

Поляризационные эффекты также имеют многие астрофизические приложения.

12. Переходное рассеяние в недрах Солнца и солнечные нейтрино

Термоядерные реакции в недрах Солнца (в центральной его части, примерно до $(1/3)R_\odot$) нагревают недра Солнца до $T \approx 1,5$ кэВ, и перенос энергии к поверхности Солнца осуществляется радиационно за счет рассеяния на электронах и ионах. Рассеяние на ионах является переходным рассеянием и практически сменяет рассеяние на электро-

нах в области частот $\omega_{pe} < \omega \ll \omega_{pe}c/v_{Te}$, где ω_{pe} — электронная плазменная частота, c — скорость света, v_{Te} — средняя тепловая скорость электронов. Коэффициент непрозрачности Солнца (solar opacity) определяется процессами рассеяния, а в моделях Солнца этот коэффициент по наблюдаемой светимости определяет температуру недр и тем самым поток нейтрино. Особенно критически от температуры зависит выход самых энергичных нейтрино в водородном цикле (боровских нейтрино от распада ${}^7\text{Be}$, создающих, в частности, ${}^8\text{B}$), которые измерялись в первых экспериментах Дэвида с дефицитом в 2–3 раза.

Очень сильная зависимость выхода боровских нейтрино от температуры соответствует тому, что уменьшение температуры в недрах Солнца на 1–2 К приводит к уменьшению числа энергичных нейтрино примерно в 2 раза. Уменьшение температуры на 1–2 К не противоречит данным солнечной сейсмологии, хотя точность измерения мод колебаний Солнца резко снижается для тех мод, которые захватывают центральную область Солнца. Поэтому роль ионов в рассеянии и переносе излучения в недрах Солнца привлекла внимание только в 1987 г. в связи с проблемой дефицита солнечных нейтрино [36]. Причем в [36] проблема рассматривалась в рамках рассеяния на электронных флуктуациях в предположении, что ионы влияют на эти флуктуации. Как уже подробно обсуждалось, речь фактически идет об описании в первом приближении переходного рассеяния на ионах, и в этом приближении результаты [36] правильны и учитывают переходное рассеяние на ионах. Критерий того, что рассеяние на ионах доминирует, не очень хорошо выполняется в недрах Солнца, и поэтому на ионах рассеивается 30–60 % энергии излучения, а на электронах соответственно — 70–40 %, в зависимости от частоты излучения. Это связано с тем, что область частот для распространения электромагнитных волн в недрах Солнца достаточно узка: $\omega_{pe} \approx 9,78 \times 10^{17} < \omega < T/\hbar \approx 7,62 \times 10^{18} \text{ с}^{-1}$, тогда как $c/v_{Te} \approx 10,1$ и, следовательно, условие сильного доминирования рассеяния на ионах $\omega \ll \omega_{pe}(c/v_{Te})$, строго говоря, не выполняется. В расчетах [36] эффекты переходного рассеяния на ионах в моделях переноса излучения в недрах Солнца учтены только в первом приближении. Дальнейшие уточнения непрозрачности (после необходимого уточнения интерпретации) требовали четкого разграничения эффектов, которые оказывают влияние на перенос излучения ионами, и тех, которые оказывают влияние на перенос излучения электронами. Исследование дополнительных поправок к коэффициенту непрозрачности (всего их девять), обобщенное в [37], показывает, что сумма всех поправок может достигать 7–12 %, что дает необходимое для высокоэнергичных солнечных нейтрино уменьшение температуры недр на 1–2 К при практически неизменных потоках протонных нейтрино.

13. Поляризационные поправки

к термоядерным реакциям и солнечные нейтрино

Поляризационным эффектом в недрах Солнца, влияющим на выход нейтрино, является корреляция флуктуаций, создающих поляризационные "шумы", которые, как обсуждалось, только в первом порядке совпадают с фактором Сальпетера [13]. Более подробный анализ корреляционных эффектов в поляризациях и их роли во всех реакциях водородного цикла (рис. 3б), проведенный

в [15], показал, что почти для всех этих реакций поправки в 1,37–1,25 раз больше, чем сальпетеровские поправки. Последние в водородном цикле возрастают от 5 % в начале цикла до 20 % в конце цикла, а с учетом того, что согласно [15] только корреляционные эффекты могут быть ответственными за поправки к скоростям термоядерных реакций, поправки возрастают от 6,5 % до 25 %. Это не очень сильно изменяет предсказания о нейтринном излучении от первых реакций водородного цикла и примерно согласуется с наблюдениями.

Однако для реакций с ${}^7\text{Be}$ в конце водородного цикла корреляционные поправки имеют другой знак (подавление, а не усиление реакций) и по абсолютной величине в три раза превышают сальпетеровские. Это является еще одним эффектом, который может использоваться для объяснения наблюдаемого дефицита энергичных нейтрино в опытах Дэвида, вне зависимости от того, существуют или нет нейтринные осцилляции.

Следует отметить, что остаются теоретические проблемы, связанные с низкоэнергичными нейтрино в начале водородного цикла. Совпадение корреляционных поправок с сальпетеровскими имеет место только в первом порядке при предположении о слабом экранировании. Но ранее при построении моделей Солнца было замечено, что экранирование не является очень слабым и параметр, который характеризует его малость, не намного меньше единицы (равен примерно 1/7), и при построении моделей Солнца использовались интерполяционные формулы между слабым и сильным сальпетеровским экранированием. Согласно [15] сальпетеровское экранирование заменяется корреляционными эффектами, теория которых может быть достаточно хорошо развита только для слабых корреляций, и не существует хорошо установленного теоретического результата для сильных корреляций, используя который, можно было бы интерполировать результат для слабого экранирования.

14. Эволюция звезд

Проблема, связанная с корреляционными эффектами и с сильным экранированием, усугубляется для звезд, в которых закончился водородный цикл и горение которых связано с углеродным циклом. Ядро углерода ${}^{12}\text{C}$ имеет $Z = 6$, и параметр экранирования близок к единице или много больше единицы. Слабое экранирование нельзя использовать, а хорошей теории сильного экранирования, связанного с сильными корреляциями, пока нет. Теория звездной эволюции требует поэтому определенного пересмотра.

15. Эффект Сюняева–Зельдовича

и переходное рассеяние

Эффект Сюняева–Зельдовича соответствует покраснению фотонов вследствие индуцированного рассеяния при прохождении излучения через плазму. В настоящее время учитывается только томсоновское рассеяние на электронах и эффект служит для детектирования плотности электронов. При частотах $\omega < \omega_{pe}c/v_{Te}$ существенным становится переходное рассеяние на ионах, а при $\omega \ll \omega_{pe}c/v_{Te}$ переходное рассеяние на ионах доминирует и эффект Сюняева–Зельдовича меняется [9]. Порог в длинах волн может быть записан в виде $\lambda > 47 \text{ [м]} \sqrt{T[\text{эВ}]/n[\text{см}^{-3}]}$ и является доступным в метровом диапазоне при малых температурах и больших значениях плотности детектируемой плазмы.

16. Переходное рассеяние на пылевых частицах, образующих серебристые облака

Серебристые облака (noctilucent clouds) наблюдаются в нижней ионосфере на высоте примерно 90 км летом в северных широтах. Радарное детектирование по обратному рассеянию обнаружило аномально большую интенсивность рассеянного сигнала по сравнению с интенсивностью обычного сигнала рассеяния на электронах (большую примерно на два порядка [38]). Простейшим объяснением является то, что процесс рассеяния связан с переходным рассеянием посредством нелинейной электронной "шубы" пылевых частиц, что согласуется с наблюдаемым очень малым доплеровским смещением частоты сигнала, свидетельствующим об очень малой скорости рассеивателя. Рассеяние пропорционально $Z_d^2 n_d = Z_d P n_i$, и при обычных значениях $n_i \sim n_e$, $P \sim 1$ и $Z_d \sim 100$ дает увеличение рассеянного сигнала в качественном согласии с наблюдениями [38].

17. Новые пылевые структуры.

Пылевые звезды

Притяжение пылевых частиц через поляризационные шубы может иметь ряд астрофизических следствий, доступных сегодня для измерений. Наблюдение разнообразных пылевых структур в лабораторных условиях заставило предположить, что процессы структуризации являются неотъемлемой чертой пылевой плазмы и могут быть объяснены с помощью эффективной гравитационной неустойчивости пылевых систем. Нет оснований считать, что такие процессы не могут развиваться в астрофизических условиях в пылевых облаках. Основным следствием обычной гравитационной неустойчивости является структуризация материи в космическом пространстве, и нетрудно понять, что эффективная гравитационная неустойчивость в пылевой плазме должна приводить к структуризации пылевых облаков. Структурность таких облаков действительно наблюдается, но до сих пор не проведен анализ того, в какой мере она может быть объяснена эффективной гравитационной неустойчивостью пылевой плазмы. Для такого анализа необходимо вначале продвинуться в описании систем с разбросом пылевых частиц по размерам — исследования в этом направлении до сих пор находятся в зачаточном состоянии.

Однако можно поставить вопрос о конечной стадии процесса и также вопрос о том, что если обычная гравитационная неустойчивость может приводить к образованию звезд, то не может ли эффективная гравитационная пылевая неустойчивость приводить к образованию "пылевых звезд" как изолированных объектов, окруженных областями без пылевой компоненты. Пока что показана возможность существования устойчивого равновесия в сферических пылевых структурах для всех ее компонент — пыли, плазменных частиц и заряда пылевых частиц [38]. Обобщение для систем с распределением пылевых частиц по размерам и, как следствие, с их распределением по зарядам до сих пор не проведено. Но некоторые качественные следствия из уже проведенного исследования дают основание для предварительных выводов:

1) все пылевые структуры должны иметь резкие границы;

2) пылевые звезды должны "питаться" потоками плазмы извне (т.е. в отличие от обычных звезд должны

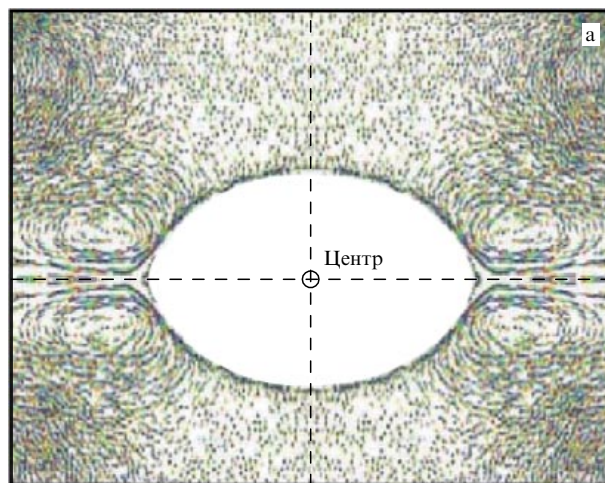


Рис. 5. (а) Пылевые структуры, наблюдаемые на Международной космической станции. Центральный пылевой void, который образуется потоками плазмы, генерируемыми ионизационными процессами, имеет очень резкие границы. Снаружи пылевая плазма окружена пристеночными voidами, на периферии voidа наблюдаются конвективные ячейки пыли. Пылевые системы больших размеров разбиваются на сгустки пыли (пылевые структуры) и пылевые voidы. (б) Пример пылевых структур с резкими границами в пылевой туманности, наблюдаемых на аппарате "Хаббл".

поглощать плазму, являясь в этом отношении "анти-звездами");

3) в приграничных областях должны развиваться конвективные явления, обусловленные непотенциальностью электростатических сил, действующих на пылевые частицы вследствие пространственной неоднородности их заряда.

Оба эффекта — резкие границы пылевых структур и образование в них пылевой конвекции — подтверждаются результатами экспериментов на Международной космической станции (рис. 5а) [40], а резкие границы пылевых космических облаков ярко иллюстрируются одним из снимков аппарата "Хаббл" (рис. 5б). Предполагается, что многие пылевые структуры (в частности типа "пылевых звезд") могли бы быть обнаружены около ближайших звезд с помощью аппаратуры недавно запущенного инфракрасного телескопа "Спитцер".

Сейчас весьма трудно ответить на вопрос о возможной эволюции "пылевых звезд" и их возможном вкладе в скрытую массу.

Плоские пылевые структуры типа колец планет могут проявлять структуризацию в тех условиях, когда гравитация центральной планеты слабее эффектов взаимного притяжения пылевых частиц. Это не относится к тем кольцам, в которых основными компонентами являются большие частицы (камни), движение которых в основном регулируется гравитацией центральной планеты. Такое типично поляризационное явление, как возбуждение конусов Маха пылевого звука большим камнем [41], летящим под кольцом Сатурна, сейчас запланировано для экспериментов на космическом аппарате "Кассини", более года удачно циркулирующем в щели колец Сатурна. Притяжение пылевых частиц может проявиться в излучении Вавилова – Черенкова пылевого звука только при измерении спектра до достаточно больших длин волн, порядка тех, для которых может оказаться существенной эффективная гравитационная неустойчивость, обсуждавшаяся выше.

Целью настоящего сообщения было показать, что *простые, но очень глубокие замечания В.Л. Гинзбурга 1940 г. имеют далеко идущие следствия* и открывают многие перспективы как лабораторных, так и астрофизических исследований, в том числе исследования новых механизмов спаривания одноименно заряженных частиц в неравновесных системах.

Список литературы

1. Гинзбург В Л *ЖЭТФ* **10** 589 (1940)
2. Гинзбург В Л, Франк И М *ЖЭТФ* **16** 15 (1946)
3. Гинзбург В Л, Цытович В Н *Переходное излучение и переходное рассеяние* (М.: Наука, 1984)
4. Гинзбург В Л, Цытович В Н *ЖЭТФ* **65** 1818 (1973)
5. Tsytovich V N *Lectures on Non-Linear Plasma Kinetics* (Berlin: Springer, 1995)
6. *Поляризационное тормозное излучение частиц и атомов* (Под ред. В Н Цытовича, И М Ойрингеля) (М.: Наука, 1987)
7. Гинзбург В Л, Цытович В Н, в сб. *Материалы международной конф. по переходному излучению* (Ереван: ЕГУ, 1985) с. 511
8. Шеффилд Дж *Рассеяние электромагнитного излучения в плазме* (М.: Атомиздат, 1978) с. 119
9. Bingham R, Tsytovich V N, de Angelis U, Forlani A, Mendonça J T *Phys. Plasmas* **10** 3297 (2003)
10. Цытович В Н *Теория турбулентной плазмы* (М.: Атомиздат, 1971)
11. Tsytovich V, in *EPS 13 Beyond Einstein Physics for the 21st Century. 13 Gen. Conf. Eur. Phys. Soc., Bern, Switzerland 11–15 July 2005; Europhys. Conf. Abst.* **29D** 97 (2005)
12. Гори Дж, Морфилл Г, Цытович В Н *Физ. плазмы* **24** 534 (1998)
13. Salpeter E E *Austral. J. Phys.* **7** 373 (1954)
14. Цытович В Н, Борнатичи М *Физ. плазмы* **26** 894 (2000)
15. Цытович В Н *ЖЭТФ* **121** 1080 (2002)
16. Fortov V, in *Invited Papers from the 30th European Physical Society Conf. on Controlled Fusion and Plasma Physics* (St. Petersburg, Russia, 7–11 July 2003); *Plasma Phys. Contr. Fusion* **45** (12A) A1 (2003)
17. Цытович В Н, Морфилл Г, Томас Х *Физ. плазмы* **28** 675 (2002); Морфилл Г, Цытович В Н, Томас Х *Физ. плазмы* **29** 3 (2003); Томас Х, Морфилл Г, Цытович В Н *Физ. плазмы* **29** 963 (2003); Цытович В Н, Морфилл Г, Томас Х *Физ. плазмы* **30** 877 (2004)
18. Фортв В Е и др. *УФН* **174** 495 (2004); Fortov V E et al. *Phys. Rep.* **421** 1 (2005)
19. Thomas H et al. *Phys. Rev. Lett.* **73** 652 (1994)
20. Chu J A, Lin I, *Physica A* **205** 183 (1994)
21. Hayashi Y, Tachibana K *Jpn. J. Appl. Phys.* **33** L804 (1994)
22. Fortov V E et al. *Phys. Lett. A* **219** 89 (1996)
23. Питаевский Л П *ЖЭТФ* **39** 1450 (1960)
24. Альперт Я Л, Гуревич А В, Питаевский Л П *Искусственные спутники в разреженной плазме* (М.: Наука, 1964)
25. Ikezi H *Phys. Fluids* **29** 1764 (1986)
26. Tomme E B, Annaratone B M, Allen J E *Plasma Sources Sci. Technol.* **9** 87 (2000)
27. Цытович В Н *Письма в ЖЭТФ* **81** 563 (2005)
28. Tsytovich V *Contrib. Plasma Phys.* **45** 533 (2005)
29. Law D et al., in *XXIII Intern. Conf. on Phenomena in Ionized Gases; ICPIG Proc., Contributed Papers Vol. 1* (1997) p. 192
30. Annaratone B M et al. *Phys. Rev. E* **63** 036406 (2001)
31. Цытович В Н *ЖЭТФ* **131** 312 (2007)
32. Tsytovich V, Morfill G, in *Invited Papers from the 31st European Physical Society Conf. on Plasma Physics, London, UK (28 June–2 July 2004); Plasma Phys. Contr. Fusion.* **46** (12B) B527 (2004)
33. Konopka U et al. *Phys. Rev. E* **61** 1890 (2000)
34. Tsytovich V N, Watanabe K *Contrib. Plasma Phys.* **43** 51 (2003)
35. Tsytovich V N *Phys. Scripta* **74** C81 (2006)
36. Boercker D B *Astrophys. J. Lett.* **316** L95 (1987)
37. Цытович В Н и др. *УФН* **166** 113 (1996)
38. Havnes O, Aslaksen T, Brattli A *Phys. Scripta* **T89** 133 (2001)
39. Tsytovich V N *Comments Phys. Pt. E Comments Plasma Phys. Controlled Fusion* **1** 1 (2000)
40. Цытович В Н *Физ. плазмы* **31** 157 (2005)
41. Havnes O et al. *Planet. Space Sci.* **49** 223 (2001)