

52. Koyama K et al. *Nature* **378** 255 (1995)
53. Völk H J, Berezhko E G, Ksenofontov L T *Astron. Astrophys.* **433** 229 (2005)
54. Esposito J A et al. *Astrophys. J.* **461** 820 (1996)
55. Sturmer S J, Dermer C D *Astron. Astrophys. J.* **293** L17 (1995)
56. Muraishi H et al. (CANGAROO Collab.) *Astron. Astrophys.* **354** L57 (2000)
57. Enomoto R et al. (CANGAROO Collab.) *Nature* **416** 823 (2002)
58. Aharonian F A et al. (HESS Collab.) *Nature* **432** 75 (2004)
59. Aharonian F et al. (HESS Collab.) *Astron. Astrophys.* **370** 112 (2001)
60. Aharonian F et al. (HESS Collab.) *Astron. Astrophys.* **437** L7 (2005)
61. Aharonian F et al. (HESS Collab.) *Astrophys. J.* **636** 777 (2006)
62. Berezhko E G, Völk H J *Astron. Astrophys.* **451** 981 (2006); astro-ph/0602177
63. Fermi E *Phys. Rev.* **75** 1169 (1949)
64. Крымский Г Ф *ДАХ СССР* **234** 1306 (1977)
65. Bell A R *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **182** 147 (1978)
66. Бережко Е Г, Елшин В К, Ксенофонтов Л Т *ЖЭТФ* **109** 3 (1996)
67. Lagage P O, Cesarsky C J *Astron. Astrophys.* **118** 223 (1983)
68. Kang H, Jones T W *Astropart. Phys.* **25** 246 (2006)
69. Bell A R, Lucek S G *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **321** 433 (2001)
70. Ptuskin V S, Zirakashvili V N *Astron. Astrophys.* **403** 1 (2003)
71. Bell A R *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **353** 550 (2004)
72. Ptuskin V S, Zirakashvili V N *Astron. Astrophys.* **429** 755 (2005)
73. Hörandel J R *Astropart. Phys.* **19** 193 (2003)
74. Свешникова Л Г *Письма в Астрон. журн.* **30** 47 (2004)
75. Bergman D R (HiRes Collab.) *Nucl. Phys. B: Proc. Suppl.* **165** 19 (2007); astro-ph/0609453
76. Greisen K *Phys. Rev. Lett.* **16** 748 (1966)
77. Зацепин Г Т, Кузьмин В А *Письма в ЖЭТФ* **4** 114 (1966)
78. Torres D F, Anchordoqui L A *Rep. Prog. Phys.* **67** 1663 (2004)
79. Allard D, Parizot E, Olinto A V *Astropart. Phys.* **27** 61 (2007); astro-ph/0512345
80. Hillas A M, in *Cosmology, Galaxy Formation and Astroparticle Physics on the Pathway to the SKA* (Eds H-R Klockner et al.) (Oxford, 2006) (in press); astro-ph/0607109
81. Berezhinsky V, Gazizov A Z, Grigorieva S I *Phys. Lett. B* **612** 147 (2005)
82. Быков А М, Топтыгин И Н *Письма в Астрон. журн.* **27** 735 (2001)
83. Völk H J, Zirakashvili V N *Astron. Astrophys.* **417** 807 (2004)
84. Blasi P, Epstein R I, Olinto A V *Astrophys. J.* **533** L123 (2000)
85. Куликов Г В, Христиансен Г Б *ЖЭТФ* **35** 635 (1958)

PACS numbers: 74.20.De, 74.20.Mn, **74.72.** –h

## Уравнения Гинзбурга – Ландау для высокотемпературных сверхпроводников

В.И. Белявский, Ю.В. Копаев

Феноменологическая теория сверхпроводимости [1], созданная В.Л. Гинзбургом и Л.Д. Ландау в 1950 г. (задолго до появления микроскопической теории сверхпроводимости Бардина, Купера и Шриффера (БКШ) [2]), определила многие перспективные направления в физике конденсированного состояния. Введенный в [1] комплексный параметр порядка позволил описать переход в сверхпроводящее состояние как установление фазовой когерентности в электронной системе, а учет градиентного вклада в функционал свободной энергии (в духе теории флуктуаций Орнштейна и Цернике) дал возможность рассматривать поведение сверхпроводящей системы в неоднородных внешних полях, в частности эффект Мейснера. Такие параметры теории Гинзбурга – Ландау, как длина когерентности и глубина проникнове-

ния, позволили увидеть различие в поведении разных сверхпроводников и дать их простую классификацию (сверхпроводники первого и второго рода [3]). Уравнения Гинзбурга – Ландау (выведенные исходя из микроскопической теории Л.П. Горьковым [4] в 1958 г.) являются основным инструментом для интерпретации экспериментальных данных и лежат в основе многочисленных технических приложений.

Открытие в 1986 г. высокотемпературной сверхпроводимости [5] и последовавшие за ним активные экспериментальные и теоретические исследования этого уникального явления (в значительной степени подготовленные работами возглавлявшейся В.Л. Гинзбургом группы теоретиков [6]) привели к необходимости объяснения свойств новых сверхпроводников, не вписывающихся в привычную схему теории БКШ.

В.Л. Гинзбург одним из первых обратил внимание на тогда еще неизвестную область температур, лежащую выше температуры сверхпроводящего перехода  $T_c$ , в которой проявляются сильные флуктуационные эффекты [7]. В настоящее время считается, что понимание природы этой области псевдощелевого состояния высокотемпературных сверхпроводящих (ВТСП) купратов может дать ключ к пониманию микроскопического механизма сверхпроводимости этих соединений.

Интерес В.Л. Гинзбурга к термоэлектрическим явлениям в сверхпроводниках [8] и к гигантскому диамагнетизму упорядоченных состояний с орбитальными токами [9], проявляемый им в течение более чем полувека, сегодня в связи с наблюдениями аномального эффекта Нернста [10–12] и нелинейного по полю диамагнетизма [13] в области сильной псевдощели ВТСП-купратов разделяется многими исследователями.

Для объяснения всей совокупности свойств ВТСП-купратов как в псевдощелевом, так и в сверхпроводящем состояниях предлагаются различные теоретические схемы, в большинстве основанные на предположении, что эти свойства определяются главным образом сильными электронными корреляциями в медно-кислородных плоскостях [14].

Кулоновское отталкивание, ограничивающее двукратное заполнение узлов решетки атомов меди в купратных плоскостях, приводит к тому, что родительское соединение оказывается антиферромагнитным (AF) диэлектриком. С возрастанием концентрации носителей, вводимых при допировании, дальний AF-порядок сменяется ближним при сохранении диэлектрической щели и создаются условия для возникновения сверхпроводимости с необычной симметрией энергетической щели [15]. Таким образом, сильные кулоновские корреляции приводят не только к диэлектризации, но и к сверхпроводимости купратов.

Возможность появления сверхпроводимости при спаривающем отталкивании, впервые отмеченная Ландау, для изотропного вырожденного электронного газа исследована Коном и Латтинджером [16], а для металлов с двухзонным электронным спектром — Москаленко [17] и Сулом и др. [18]. Оценки, сделанные в этих работах, приводят к весьма низким значениям  $T_c$ .

Здесь в рамках схемы Гинзбурга – Ландау представлена феноменология сверхпроводящего спаривания с большим импульсом при кулоновском отталкивании и рассмотрены ее применения к интерпретации фазовой диаграммы допированных купратных соединений.

Для конечных участков типичного для купратов контура Ферми в виде квадрата со скругленными углами [19] выполняется условие нестинга

$$\varepsilon(\mathbf{Q} + \mathbf{p}) + \varepsilon(\mathbf{p}) = 2\mu, \quad (1)$$

где  $\varepsilon(\mathbf{p})$  — закон дисперсии,  $\mu$  — химический потенциал, что приводит к диэлектрической неустойчивости системы. Импульс  $\mathbf{Q}$  определяет период состояния с дальним диэлектрическим порядком. Кроме того, для конечных участков контура Ферми выполняется условие зеркального нестинга [20]

$$\varepsilon\left(\frac{\mathbf{K}}{2} + \mathbf{k}\right) = \varepsilon\left(\frac{\mathbf{K}}{2} - \mathbf{k}\right), \quad (2)$$

которое соответствует тому, что пара одноименно заряженных частиц с импульсами  $\mathbf{k}_{\pm} = \mathbf{K}/2 \pm \mathbf{k}$ , принадлежащими контуру Ферми, имеет суммарный импульс  $\mathbf{K}$  при определенном в некоторой части зоны Бриллюэна (области кинематического ограничения) импульсе относительного движения  $\mathbf{k}$ . При зеркальном нестинге возникает неустойчивость по отношению к синглетному сверхпроводящему спариванию с импульсом пары  $\mathbf{K}$ .

Нестинг и зеркальный нестинг контура Ферми делают возможным развитие неустойчивостей как в сверхпроводящем, так и в некотором диэлектрическом канале спаривания при кулоновском отталкивании. В диэлектрическом канале не возникает логарифмической сингулярности из-за зеркального нестинга, который поэтому (в отличие от обычного нестинга) не может стать причиной радикальной перестройки фононного спектра.

Приближенный зеркальный нестинг имеет место лишь на конечных участках контура Ферми, поэтому конечная плотность внеконденсатных частиц сохраняется вплоть до  $T = 0$ , что находит отражение в друдевском поведении оптической проводимости [21] и квазилинейной температурной зависимости теплоемкости [22] купратов в сверхпроводящем состоянии.

Характерная форма области сверхпроводимости на фазовой диаграмме купратов определяется двумя конкурирующими факторами: с ростом допирования возрастает площадь области импульсного пространства, дающая эффективный вклад в параметр порядка, но убывает длина участков контура Ферми с зеркальным нестингом. Приближенный зеркальный нестинг может привести к сверхпроводимости с большим (но, вообще говоря, несоизмеримым) импульсом пары. Дальнейшая эволюция контура Ферми с допированием [23] делает канал спаривания с большим импульсом неэффективным. При этом может оказаться неэффективным и обычный куперовский канал спаривания с нулевым импульсом пары при электрон-фононном взаимодействии (ЭФВ) из-за малости толмачевского логарифма, ограничивающего снизу константу связи.

Помимо спинового антиферромагнитного и сверхпроводящего состояний с дальним порядком, на фазовой диаграмме купратов с дырочным допированием проявляется псевдощелевое состояние, ограниченное сверху некоторой температурой  $T^*$ . Убедительные экспериментальные свидетельства того, что этой температуре соответствует какой-либо фазовый переход, отсутствуют, что дает основания рассматривать  $T^*$  как температуру кроссовера между состояниями псевдощели при  $T_c < T < T^*$  и нормальной ферми-жидкости при  $T > T^*$ . Псевдощелевое поведение можно связать с

диэлектрическим ближним порядком [24] или с развитыми флуктуациями сверхпроводящего параметра порядка при  $T > T_c$ , что оказывается возможным при малой сверхтекучей плотности (малой фазовой жесткости), из-за чего потеря фазовой когерентности происходит раньше разрыва связи между частицами, составляющими куперовскую пару [25]. В таком случае некогерентные пары (флуктуирующий сверхпроводящий порядок) могут существовать в некотором интервале температур, превышающих  $T_c$ . Характерная ширина этого интервала имеет порядок  $T_c$  и в недодопированных соединениях оказывается гораздо меньше  $T^*$ .

Если, как предполагается в [26], псевдощель проявляется "скрытый" (трудно обнаружимый) дальний диэлектрический антиферромагнитный порядок в виде волны плотности орбитального тока с d-волновой симметрией, то  $T^*$  имеет смысл температуры фазового перехода. Возможно, орбитальный антиферромагнетизм проявляется лишь как ближний порядок [27], в частности как диэлектрическое состояние кора абрикосовского вихря (что существенно понижает его энергию и имеет экспериментальное подтверждение [28]).

Область псевдощели условно может быть разделена на области сильной псевдощели при  $T_c < T < T_{str}^*$ , в которой из-за развитых флуктуаций сверхпроводящего параметра порядка наблюдается усиление диамагнитного отклика и гигантский эффект Нернста, и слабой псевдощели при  $T_{str}^* < T < T^*$  с аномалиями ряда физических свойств. Верхняя граница сильной псевдощели  $T_{str}^*$  является температурой кроссовера между областями слабых и развитых флуктуаций сверхпроводящего параметра порядка.

В схеме спаривания с большим импульсом экранированное кулоновское отталкивание, в отличие от спаривающего притяжения, допускает не только связанное состояние, но и долгоживущие квазистационарные состояния некогерентных пар [29], которые существенно расширяют область развитых флуктуаций сверхпроводящего параметра порядка при температурах, превышающих  $T_c$ , и могут быть связаны с состоянием сильной псевдощели.

Скрытый дальний порядок в виде волны плотности тока с d-волновой симметрией может проявляться в относительной фазе двух компонент сверхпроводящего параметра порядка [31, 32]. Нули сверхпроводящего (при расширенной s-волновой симметрии) и орбитального антиферромагнитного (соответствующего согласно [26] фазе с потоком [27], обладающим d-волновой симметрией) параметров порядка не совпадают, с чем можно связать относительную нечувствительность сверхпроводимости купратов к рассеянию на немагнитных примесях.

Необходимым (и достаточным при зеркальном нестинге) условием сверхпроводимости при отталкивании является существование хотя бы одного отрицательного собственного значения оператора спаривающего взаимодействия. Собственная функция, соответствующая отрицательному собственному значению, имеет линию нулей, пересекающую контур Ферми в области кинематического ограничения. Сверхпроводящая энергетическая щель оказывается знакопеременной функцией импульса относительного движения пары внутри этой области, обращаясь в нуль в нескольких точках контура Ферми [20].

Кинематическое ограничение является достаточным для того, чтобы из спектра ядра экранированного кулоновского спаривающего взаимодействия отщепилось одно отрицательное собственное значение [33]. Приблизительно такое спаривающее взаимодействие может быть описано вырожденным ядром с двумя четными (по отношению к преобразованию  $\mathbf{k} \rightarrow -\mathbf{k}$ ) собственными функциями с собственными значениями разного знака. Таким образом, сверхпроводящему упорядочению при спаривающем кулоновском отталкивании соответствует двухкомпонентный комплексный параметр порядка (обычная сверхпроводимость при спаривающем притяжении из-за ЭФВ описывается однокомпонентным параметром порядка).

Спаривающее отталкивание приводит к тому, что в каждой области кинематического ограничения, соответствующей одному из кристаллически эквивалентных импульсов пары, имеются три особые линии с общими точками пересечения. Одной из них является часть контура Ферми, на которой, в силу зеркального нестинга, кинетическая энергия пары

$$2\xi(\mathbf{k}) = \varepsilon\left(\frac{\mathbf{K}}{2} + \mathbf{k}\right) + \varepsilon\left(\frac{\mathbf{K}}{2} - \mathbf{k}\right) - 2\mu$$

обращается в нуль (при переходе через эту линию заряд квазичастицы меняет знак). Второй особой линией является линия нулей параметра порядка (точкам пересечения этой линии с контуром Ферми соответствует бесщелевой спектр квазичастиц). На линии минимумов энергии квазичастицы как функции импульса групповая скорость квазичастицы обращается в нуль [20]. Факторы когерентности обнаруживают нетривиальную зависимость от импульса с неоднородным распределением частиц в импульсном пространстве, что приводит к асимметрии туннельной проводимости, "peak-dip-hump"-структуре туннельных и фотоэмиссионных спектров, а также к ограничению андреевского отражения в купратах [20]. При переходе в сверхпроводящее состояние возникает линейный по абсолютной величине параметр порядка сдвиг химического потенциала, зависящий от отношения площадей заполненной и вакантной частей области кинематического ограничения [34].

В каждой области кинематического ограничения можно определить параметр порядка в виде произведения волновых функций относительного движения и свободного движения центра масс пары с импульсом  $\mathbf{K}_j$  и радиусом-вектором  $\mathbf{R}$ . В приближении среднего поля волновая функция относительного движения  $\Psi_j(\mathbf{k})$  пропорциональна нетривиальному решению уравнения самосогласования. С учетом вырождения, обусловленного кристаллической симметрией, параметр порядка записывается как

$$\Psi(\mathbf{R}, \mathbf{k}) = \sum_j \gamma_j \exp(i\mathbf{K}_j \mathbf{R}) \Psi_j(\mathbf{k}), \quad (3)$$

где областью определения импульса относительного движения  $\mathbf{k}$  является объединение всех областей кинематического ограничения, а коэффициенты  $\gamma_j$  определяются взаимодействием, снимающим присущее спариванию с большим импульсом вырождение.

При доминирующем притяжении, обусловленном ЭФВ, которое само по себе может приводить к обычной s-волновой сверхпроводимости, все коэффициенты  $\gamma_j$

оказываются одинаковыми. Функция  $\Psi_j(\mathbf{k})$  имеет линию нулей, пересекающую контур Ферми в соответствующей области кинематического ограничения, так что параметр порядка имеет симметрично распределенные по квадрантам зоны Бриллюэна нули на контуре Ферми, оставаясь инвариантным при повороте на угол  $\pi/2$  в импульсном пространстве. Такому параметру порядка соответствует расширенная s-волновая симметрия.

Схема спаривания с большим импульсом при учете вклада ЭФВ-механизма спаривания [35] позволяет объяснить проявления изотопического эффекта в купратах, включая отрицательный изотопический эффект [36].

Если доминирующим спаривающим возмущением является обмен АФ-магнонами [37, 38], то коэффициенты  $\gamma_j$ , соответствующие соседним областям  $\Xi_j$ , имеют разные знаки. В этом случае параметр порядка меняет знак при повороте на угол  $\pi/2$  и к нулям, обусловленным спаривающим отталкиванием, добавляются еще четыре нуля в точках пересечения контура Ферми с диагоналями зоны Бриллюэна. В таком случае параметр порядка может быть отнесен к расширенной d-волновой симметрии. В разных соединениях (или в объеме и приповерхностном слое одного соединения) проявляются оба типа симметрии [39, 40].

Разложение параметра порядка по полной ортонормированной системе двух собственных функций  $\varphi_s(\mathbf{k})$  вырожденного ядра  $U(\mathbf{k} - \mathbf{k}')$  оператора спаривающего взаимодействия позволяет задать параметр порядка двумя его комплексными компонентами, зависящими в случае пространственно неоднородной системы от радиуса-вектора центра масс:

$$\Psi(\mathbf{R}, \mathbf{k}) = \sum_{s=1}^2 \Psi_s(\mathbf{R}) \varphi_s(\mathbf{k}). \quad (4)$$

При этом вся зависимость от импульса относительного движения переносится на собственные функции, определяемые независимо от уравнения самосогласования.

Двумерную (в расчете на одну купратную плоскость) плотность свободной энергии в функционале Гинзбурга – Ландау можно представить в виде

$$f = f_0 + f_g + f_m, \quad (5)$$

где  $f_0$  — вклады второго и четвертого порядков по  $\Psi_s(\mathbf{R})$ ,  $f_g$  — градиентный член,  $f_m$  — плотность энергии магнитного поля.

Разложение плотности свободной энергии по степеням параметра порядка в общем случае может быть представлено в виде

$$f_0 = \sum_{ss'} A_{ss'} \Psi_s^* \Psi_{s'} + \frac{1}{2} \sum_{ss'tt'} B_{ss'tt'} \Psi_s^* \Psi_{s'}^* \Psi_t \Psi_{t'}. \quad (6)$$

Здесь матрицы  $A_{ss'}$  и  $B_{ss'tt'}$  являются функциями температуры и допирования.

Сохраняя в градиентном члене лишь вклад второго порядка по  $\nabla \Psi_s$ , что является достаточным при медленном изменении  $\Psi_s(\mathbf{R})$ , его можно записать в виде

$$f_g = \frac{\hbar^2}{4m} \sum_{ss'} [\widehat{D}\Psi_s]^\dagger M_{ss'} [\widehat{D}\Psi_{s'}], \quad (7)$$

где элементы матрицы  $M_{ss'}$  также зависят от температуры и допирования, а оператор ковариантного дифференцирования имеет вид

$$\hat{D} = -i\nabla - \frac{2e}{\hbar c} \mathbf{A}. \quad (8)$$

Здесь  $\mathbf{A} = \mathbf{A}(\mathbf{R})$  — векторный потенциал, определяющий индукцию магнитного поля  $\mathbf{B} = \text{rot } \mathbf{A}$ . Поле  $\mathbf{A}$  характеризует не только внешнее магнитное поле, но и внутреннее, связанное с возможным возникновением спонтанных орбитальных токов.

Изменение двумерной плотности свободной энергии среды в магнитном поле записывается как

$$f_m = \frac{z_0}{8\pi} (\text{rot } \mathbf{A})^2, \quad (9)$$

где  $z_0$  — расстояние между соседними плоскостями.

Матрицы, определяющие разложение свободной энергии по степеням параметра порядка, в приближении слабой связи рассчитаны в [41].

Компоненты параметра порядка имеют общий фазовый множитель,  $\Psi_s = \psi_s \exp(i\Phi)$ . С фазой  $\Phi$ , относящейся к движению центра масс пар, связано установление фазовой когерентности в системе пар при переходе в сверхпроводящее состояние. Комплексные коэффициенты  $\psi_s$  характеризуются модулями, связанными друг с другом условием нормировки,  $|\psi_1|^2 + |\psi_2|^2 = n_{sf}/2$ , и относительной фазой  $\beta$ :  $\psi_2 = \psi_1 \exp(i\beta)$ . Таким образом, при заданной сверхтекучей плотности  $n_{sf}$  относительное орбитальное движение пары характеризуется двумя независимыми параметрами: одним из модулей ( $\psi_1$  или  $\psi_2$ ) и относительной фазой  $\beta$ .

Возникновение отличного от нуля модуля параметра порядка связывается с нарушением калибровочной симметрии при переходе в сверхпроводящее состояние, т.е. с зарядовой степенью свободы пары. Естественно предположить, что фаза  $\beta$ , которая проявляется в градиентном члене, связана с орбитальной токовой степенью свободы относительного движения пары.

Состояние пространственно однородной системы определяется условием минимума плотности свободной энергии (5). При температуре  $T > T_{sc}$ , где  $T_{sc}$  — температура фазового перехода в сверхпроводящее состояние, элементы матрицы  $A_{ss'}$  больше нуля и минимуму (5) соответствует очевидное тривиальное решение  $\psi_1 = \psi_2 = 0$  с неопределенной относительной фазой  $\beta$ . При  $T < T_{sc}$  появляется нетривиальное решение, для которого равновесные значения  $\psi_1$ ,  $\psi_2$  и  $\beta$  определяются значениями матриц  $A_{ss'}$  и  $B_{ss'tt'}$ .

Для упрощения можно положить  $\psi_1 = \psi_2 \equiv \psi$ . В случае пространственно однородной системы без внешнего магнитного поля в (5) отсутствуют слагаемые  $f_g$  и  $f_m$ . Плотность свободной энергии тогда можно переписать в виде

$$f_0 = a_1 \psi^2 + \frac{1}{2} (B + 2C \cos \beta + D \cos^2 \beta) \psi^4, \quad (10)$$

где  $a_1 = A_{11} + A_{22}$ ,  $B = B_{1111} + 2B_{1122} + B_{2222}$ ,  $C = 2(B_{1112} + B_{1222})$ ,  $D = 4B_{1122}$ . Отметим, что простейшее приближение, соответствующее симметричному заполнению области кинематического ограничения, приводит к  $B \neq 0$ ,  $C = D = 0$ . Поэтому для анализа возможных состояний на фазовой диаграмме необходимо снять подобное ограничение.

Исследование (10) на экстремум при  $T < T_{sc}$  показывает, что минимум достигается при  $\beta = \pi$  и  $\psi \neq 0$ , когда выполняется условие  $C \geq D$ , или при  $\beta < \pi$  и  $\psi \neq 0$ , если  $C \leq D$ . В последнем случае относительная фаза определяется соотношением  $\cos \beta = -C/D$ . Для различения двух термодинамически равновесных SC-фаз введем параметр порядка  $\alpha = \pi - \beta$ . Таким образом, при  $C \geq D$   $\alpha = 0$ , а при  $C < D$   $\alpha \neq 0$ .

Отклонение относительной фазы  $\beta$  от  $\pi$  допускает наглядную интерпретацию. Изменение фазы оператора уничтожения электрона на узле кристаллической решетки  $\mathbf{n}$  может быть связано с векторным потенциалом магнитного поля  $\mathbf{A}(\mathbf{n})$ , которое возникает при появлении орбитального антиферромагнитного (OAF) упорядочения [26]. В сверхпроводящем состоянии OAF-упорядочение может проявляться как AF-коррелированные циркуляции орбитальных токов [30], выживающие и при  $T > T_{sc}$ .

Возникновение орбитальных токов в сверхпроводящем состоянии приводит к необходимости учитывать в функционале Гинзбурга–Ландау вклад, связанный с энергией их магнитного поля. Формально этот вклад учитывается в плотности свободной энергии слагаемым  $f_m$ , если понимать под  $\mathbf{B}$  магнитную индукцию поля орбитальных токов. Простое добавление к  $f_0$  слагаемого вида  $f_m(\alpha) = \chi \alpha^2$  с положительным коэффициентом  $\chi$  исключает минимум плотности свободной энергии при  $\alpha \neq 0$ . Это естественным образом приводит к необходимости рассмотрения конкуренции двух каналов спаривания: сверхпроводящего спаривания с большим импульсом и диэлектрического OAF-спаривания с параметром порядка  $\alpha$ .

Так как спонтанные орбитальные токи могут возникать и без наличия сверхпроводящего порядка, то плотность свободной энергии (в отсутствие сверхпроводимости) вблизи OAF-перехода может быть представлена в виде разложения по четным степеням  $\alpha$ :

$$f_d = a_2 \alpha^2 + \frac{1}{2} b_2 \alpha^4, \quad (11)$$

где  $b_2$  — положительная функция допирования, а коэффициент  $a_2$  вблизи линии диэлектрического фазового перехода может быть представлен в виде  $a_2 = \tau_2 a'$ ,  $a' > 0$ ,  $\tau_2 = (T - T_d(x))/T_d(x)$ , где  $T_d(x)$  — температура перехода в OAF-состояние.

Связь между двумя типами упорядочения определяется градиентным слагаемым  $f_g$ , в котором в пространственно однородной системе следует сохранить вклад спонтанных токов. Это приводит к появлению в свободной энергии слагаемого вида  $b_{12} \psi^2 \alpha^2$ , где  $b_{12}$  — зависящий от допирования феноменологический параметр, определяемый матрицей  $M_{ss'}$ .

Таким образом, плотность свободной энергии, описывающая конкуренцию сверхпроводящего и OAF-упорядоченных состояний с точностью до членов четвертого порядка включительно, принимает вид

$$f = a_1 \psi^2 + a_2 \alpha^2 + \frac{1}{2} b_1 \psi^4 + b_{12} \psi^2 \alpha^2 + \frac{1}{2} b_2 \alpha^4, \quad (12)$$

где коэффициент  $b_1$ , как видно из (10), определяется отличными от нуля элементами матрицы  $B_{ss'tt'}$ . Разложение (12) имеет смысл лишь в малой окрестности обоих фазовых переходов, где линии  $T_{sc}(x)$  и  $T_d(x)$  либо пересекаются, либо проходят вблизи друг от друга.

Допирование приводит к подавлению орбитального антиферромагнетизма, поэтому естественно считать, что  $T_d(x)$  и  $T_{sc}(x)$  являются убывающими функциями допирования. Предположим, что при малых  $x$  диэлектрический порядок с температурой перехода  $T_d(x)$  доминирует над сверхпроводимостью с температурой перехода  $T_{sc}(x)$  и быстро подавляется допированием. Из этого следует возможность пересечения линий  $T_d(x)$  и  $T_{sc}(x)$  в некоторой точке (тетра критической точке  $c$ ), соответствующей допированию  $x_0$ .

Минимизация функции (12) приводит к четырем различным фазам на фазовой диаграмме.

1. При  $T > \max(T_d(x), T_{sc}(x))$  минимум достигается при  $\alpha = 0$  и  $\psi = 0$ , что соответствует нормальной (N) фазе. Участок  $T_d(x)$  при  $x < x_0$  является линией фазового перехода из N-фазы в диэлектрическую ОАФ-фазу ( $\alpha$ -фазу, соответствующую слабой псевдощели), а линия  $T_{sc}(x)$  при  $x > x_0$  соответствует фазовому переходу из N-фазы в сверхпроводящую  $\pi$ -фазу.

2. Диэлектрическая  $\alpha$ -фаза проникает в область температур меньших  $T_{sc}(x)$  (область сильной псевдощели). Положение линии  $T_C(x)$  при  $x < x_0$ , соответствующей фазовому переходу из  $\alpha$ -фазы в сверхпроводящую  $\beta$ -фазу, определяется условием  $b_2a_1 - b_{12}a_2 = 0$ . В  $\alpha$ -фазе  $\psi = 0$ ,  $\alpha^2 = -a_2/b_2$ .

3. Сектору  $\beta$  соответствует сверхпроводящая  $\beta$ -фаза, в которой

$$\psi^2 = -\frac{b_2a_1 - b_{12}a_2}{b_1b_2 - b_{12}^2}; \quad \alpha^2 = -\frac{b_1a_2 - b_{12}a_1}{b_1b_2 - b_{12}^2}, \quad (13)$$

и сверхпроводимость сосуществует со спонтанным орбитальным антиферромагнетизмом. Температура сверхпроводящего фазового перехода  $T_C$  из  $\alpha$ -фазы в  $\beta$ -фазу меньше  $T_{sc}$ . Аналогично, температура  $T_{\beta\pi}$  фазового перехода между двумя сверхпроводящими состояниями ( $\beta$ - и  $\pi$ -фазы) меньше  $T_d$ .

4. В сверхпроводящей  $\pi$ -фазе параметр порядка имеет вид  $\alpha = 0$ ,  $\psi = -a_1/b_1$ . Часть  $\pi$ -фазы между  $T_d(x)$  и  $T_{\beta\pi}(x)$  при  $x > x_0$  проникает в область температур, меньших  $T_d(x)$ .

Кроме четырех термодинамически различных фаз, диаграмма обнаруживает две области, которые могут интерпретироваться как области развитых флуктуаций сверхпроводящего параметра порядка (область между линиями  $T_{sc}(x)$  и  $T_C(x)$  при  $x < x_0$ ) и ОАФ-параметра порядка (область между линиями  $T_d(x)$  и  $T_{\beta\pi}(x)$  при  $x > x_0$ ). В первой из этих областей флуктуирует параметр порядка  $\psi$ : некогерентные сверхпроводящие пары существуют в виде квазистационарных состояний при температурах, превышающих  $T_C$  [29]. Флуктуационному состоянию сверхпроводящих пар соответствует седловая точка (на оси  $\psi$ ) плотности свободной энергии как функции  $\psi$  и  $\alpha$ , близкая по энергии минимуму на оси  $\alpha$ . Температура  $T_{sc}$ , вплоть до которой существуют развитые флуктуации SC-пар, не является температурой фазового перехода, соответствуя кроссоверу между двумя состояниями диэлектрической  $\alpha$ -фазы: слабой и сильной псевдощели. Следует отметить, что квазистационарные состояния могут возникать и при температурах, превышающих  $T_{sc}$  [29], расширяя область сильной псевдощели.

В области развитых флуктуаций диэлектрического параметра порядка  $\alpha$  (между линиями  $T_d(x)$  и  $T_{\beta\pi}(x)$ )

внутри сверхпроводящего состояния) плотность свободной энергии имеет минимум на оси  $\psi$  и седловую точку на оси  $\alpha$ . Значения свободной энергии в минимуме и седловой точке в пределах этой области близки друг к другу и линия  $T_d(x)$  имеет смысл кроссовера, условно ограничивая область  $\pi$ -фазы с развитыми флуктуациями диэлектрического ОАФ-параметра порядка  $\alpha$ . Эти флуктуации проявляются в виде квазистационарных состояний орбитальных циркулярных токов и соответствуют токовым циркуляциям в сверхпроводящем состоянии, исследованным в работе [30]. Такие флуктуации, возникающие в схеме среднего поля, обусловлены конкуренцией двух упорядоченных состояний. Фазовый переход второго рода между двумя сверхпроводящими состояниями при  $T_{\beta\pi}(x)$  отделяет область обычной сверхпроводимости ( $\pi$ -фаза), которая фактически описывается однокомпонентным параметром порядка ( $\psi$ ), от области сосуществования диэлектрического состояния и SC-состояния ( $\beta$ -фаза), для описания которой принципиально необходим не менее чем двухкомпонентный параметр порядка. Выше уровня допирования, соответствующего переходу  $\beta \rightarrow \pi$ , имеется широкая область фазовой диаграммы, в которой также проявляются развитые флуктуации. Поскольку такой переход происходит между двумя сверхпроводящими состояниями, сбой фазы связан не с движением центра масс, а с относительным движением пары, т.е. с флуктуациями относительной фазы  $\beta$  в виде квазистационарных состояний циркулярных орбитальных токов. Сбой фазы сверхпроводящего параметра порядка, связанной с движением центра масс пары, приводящий к разрушению сверхпроводимости, обусловлен возникновением абрикосовских вихрей, что является причиной аномального усиления эффекта Нернста.

Проведенный анализ, строго говоря, справедлив лишь в малой окрестности тетра критической точки  $c$ , так что линии, продленные за пределы этой окрестности, имеют весьма условный смысл, отражая общие тенденции их поведения в окрестности точки  $c$ . В связи с этим следует отметить, что продолжение линии  $T_{\beta\pi}(x)$  до оси  $T = 0$  вплоть до  $x = x_b$  (линия фазового перехода второго рода не может окончиться в точке) естественно приводит к представлению о квантовой критической точке ( $x = x_b$ ,  $T = 0$ ) при более высоком уровне допирования  $x_b$  по сравнению с  $x_0$ .

В случае, когда имеет место не дальний, а лишь ближний ОАФ-порядок, фазовый переход внутри сверхпроводящего состояния не происходит, однако широкая область развитых флуктуаций при температурах, превышающих  $T_C$ , допускает интерпретацию псевдощелевого состояния с условным разделением на сильную и слабую псевдощели, отражая один из допустимых вариантов фазовой диаграммы купратов [42].

Концепция сверхпроводящего спаривания с большим импульсом при экранированном кулоновском отталкивании [20], которая естественным образом приводит к двухкомпонентному параметру порядка, отражающему зарядовую и токовую степени свободы относительного движения пары, в целом хорошо согласуется с экспериментальными данными о фазовой диаграмме и физических свойствах купратов.

Работа поддержана Российским фондом фундаментальных исследований (гранты 05-02-17077а, 06-02-17186а).

## Список литературы

1. Гинзбург В Л, Ландау Л Д *ЖЭТФ* **20** 1064 (1950)
2. Bardeen J, Cooper L N, Schrieffer J R *Phys. Rev.* **108** 1175 (1957)
3. Абрикосов А А *ЖЭТФ* **32** 1442 (1957)
4. Горьков Л П *ЖЭТФ* **36** 1918 (1959)
5. Bednorz J G, Müller K A *Z. Phys. B* **64** 189 (1986)
6. *Проблема высокотемпературной сверхпроводимости* (Под ред. В Л Гинзбурга, Д А Киржница) (М.: Наука, 1977)
7. Булаевский Л Н, Гинзбург В Л, Собянин А А *ЖЭТФ* **94** 355 (1988); Булаевский Л Н, Гинзбург В Л, Собянин А А, Стратоных А А *УФН* **157** 539 (1989)
8. Гинзбург В Л *ЖЭТФ* **14** 177 (1944); *Письма в ЖЭТФ* **49** 50 (1989); *УФН* **168** 363 (1998)
9. Ginzburg V L et al. *Solid State Commun.* **50** 339 (1984)
10. Corson J et al. *Nature* **398** 221 (1999)
11. Xu Z A et al. *Nature* **406** 486 (2000)
12. Wang Y et al. *Science* **299** 86 (2003)
13. Wang Y et al. *Phys. Rev. Lett.* **95** 247002 (2005); cond-mat/0503190
14. Anderson P W *Science* **235** 1196 (1987)
15. Dagotto E *Rev. Mod. Phys.* **66** 763 (1994)
16. Kohn W, Luttinger J M *Phys. Rev. Lett.* **15** 524 (1965)
17. Москаленко В А *ФММ* **8** 503 (1959)
18. Suhl H, Matthias B T, Walker L R *Phys. Rev. Lett.* **3** 552 (1959)
19. Damascelli A, Hussain Z, Shen Z-X *Rev. Mod. Phys.* **75** 473 (2003)
20. Белявский В И, Копаев Ю В *УФН* **176** 457 (2006)
21. Basov D N, Timusk T *Rev. Mod. Phys.* **77** 721 (2005)
22. Loram J W et al. *Physica C* **341–348** 831 (2000)
23. Белявский В И, Капаев В В, Копаев Ю В *Письма в ЖЭТФ* **81** 650 (2005)
24. Садовский М В *УФН* **171** 539 (2001)
25. Emery V J, Kivelson S A *Nature* **374** 434 (1995)
26. Chakravarthy S et al. *Phys. Rev. B* **63** 094503 (2001)
27. Lee P A, Nagaosa N, Wen X-G *Rev. Mod. Phys.* **78** 17 (2006)
28. Voebinger G S et al. *Phys. Rev. Lett.* **77** 5417 (1996)
29. Белявский В И и др. *ЖЭТФ* **126** 672 (2004)
30. Ivanov D A, Lee P A, Wen X-G *Phys. Rev. Lett.* **84** 3958 (2000)
31. Белявский В И, Копаев Ю В, Смирнов М Ю *ЖЭТФ* **128** 525 (2005)
32. Belyavsky V I, Kopaev Yu V, Smirnov M Yu *Phys. Rev. B* **72** 132501 (2005)
33. Белявский В И и др. *ЖЭТФ* **124** 1149 (2003)
34. Belyavsky V I, Kopaev Yu V *Phys. Rev. B* **67** 024513 (2003)
35. Belyavsky V I et al. *Phys. Lett. A* **342** 267 (2005)
36. Franck J P, Lawrie D D J. *Supercond.* **8** 591 (1995)
37. Berk N F, Schrieffer J R *Phys. Rev. Lett.* **17** 433 (1966)
38. Chubukov A V, Pines D, Schmalian J, in *The Physics of Superconductors* Vol. 1 *Conventional and High-T<sub>c</sub> Superconductors* (Eds K H Bennemann, J B Ketterson) (Berlin: Springer-Verlag, 2003) p. 495
39. Zhao G *Phys. Rev. B* **64** 024503 (2001)
40. Brandow B H *Phys. Rev. B* **65** 054503 (2002)
41. Белявский В И, Копаев Ю В *ЖЭТФ* **127** 45 (2005)
42. Norman M R, Pines D, Kallin C *Adv. Phys.* **54** 715 (2005); cond-mat/0507031

PACS numbers: 41.60.-m, 52.20.-j, 52.27.Lw

## Поляризационные эффекты в среде: от излучения Вавилова – Черенкова и переходного рассеяния до спаривания пылевых частиц, или развитие одной идеи В.Л. Гинзбурга с 1940 по 2006 гг.

В.Н. Цытович

### 1. Поляризация вокруг частиц

В будущей общей теории частиц, в которой каждая из частиц будет состоять из всех остальных, любая частица как возбуждение системы будет окружена поляризацией этих остальных частиц. Пока что развито только представление о поляризации, создаваемой вокруг частиц,

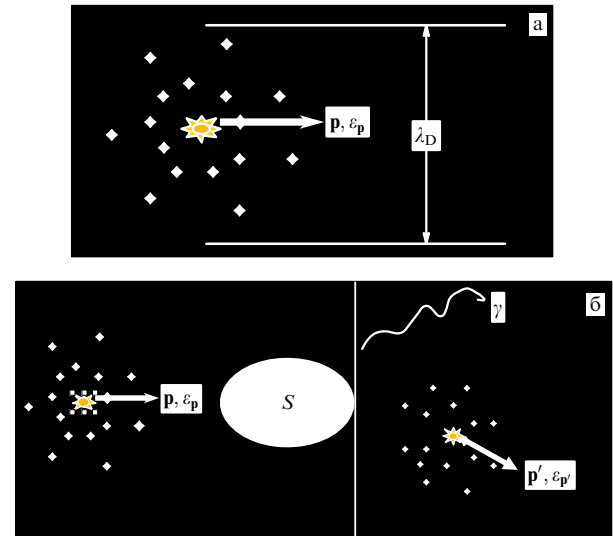


Рис. 1. (а) Свободно движущаяся в среде частица с импульсом  $\mathbf{p}$  и энергией  $\varepsilon_p$  всегда окружена поляризацией с неким эффективным радиусом  $\lambda_D$  (в плазме — дебаевский радиус). (б) Схема взаимодействия частиц, окруженных поляризационными "шубами": слева частица до взаимодействия, справа — после; взаимодействие приводит к излучению моды среды (волны, распространяющейся в среде).

движущихся в среде (рис. 1а). При изменении состояния частиц вместе с ним изменяется и поляризационная "шуба" частиц. На рисунке 1 показано взаимодействие частиц с внешними воздействиями, с испускаемым ими излучением или падающим излучением как с отдельными налетающими частицами, так и с большим числом налетающих частиц (т.е. потоками частиц) — кружок  $S$  на рис. 1б. Взаимодействие частиц между собой существенно зависит от возмущений поляризационной "шубы" во время взаимодействия (рис. 1б). Впервые физика таких взаимодействий была рассмотрена в работе В.Л. Гинзбурга [1].

### 2. Работа В.Л. Гинзбурга 1940 года

В работе В.Л. Гинзбурга "Квантовая теория сверхзвукового излучения электрона, равномерно движущегося в среде" [1] в 1940 г. впервые были использованы квантовые законы сохранения энергии и импульса при излучении в среде  $\varepsilon_p = \varepsilon_{p'} + \hbar\omega_k$ ,  $\mathbf{p} = \mathbf{p}' + \hbar\mathbf{k}$ , или в системе единиц, в которой  $\hbar = 1$ ,  $\varepsilon_p = \varepsilon_{p'} + \omega_k$ ,  $\mathbf{p} = \mathbf{p}' + \mathbf{k}$ , что в классическом пределе ( $\mathbf{k} \ll \mathbf{p}$ ,  $\omega_k \ll \varepsilon_p$ ) приводит к классическому условию Тамма–Франка для излучения Вавилова–Черенкова  $\omega_k = (\mathbf{k}\mathbf{v})$ ,  $\mathbf{v} = d\varepsilon_p/d\mathbf{k}$ . Здесь важным является: 1) введение импульса фотона в среде и 2) наиболее четкое утверждение о том, что энергией и импульсом обмениваются только частица и излучение. Последующие исследования привели к более глубокому пониманию и обобщению этих утверждений.

В работе В.Л. Гинзбурга [1] относительно первого пункта имеется замечание: "...в среде импульс кванта равен  $\hbar\omega/c$ , а не  $\hbar\omega/c...$  понятие о квантах с импульсом  $\hbar\omega/c$  представляется нам в такой же степени законным, как связанное с ним понятие о скорости света  $c/n$ , строго говоря, неверное". Многочисленные последующие исследования по излучению в средах с пространственной дисперсией подтвердили это положение и позволили получить общий результат, заключающийся в том, что