

ОБЗОРЫ АКТУАЛЬНЫХ ПРОБЛЕМ

## Несинхронные взаимодействия

В.Ф. Кравченко, А.А. Кураев, А.К. Синицын

*В обзоре на примерах взаимодействия электронных потоков с электромагнитными полями регулярных и нерегулярных электродинамических структур показана существенная роль несинхронных (нерезонансных) сил. Эти силы приводят к кумулятивным эффектам "несинхронного взаимодействия", проявляющимся как в отсутствие, так и при наличии синхронного (резонансного) взаимодействия.*

PACS numbers: 07.57.-c, 41.20.Jb, 84.40.-x

### Содержание

1. Введение (511).
2. Полоса и критичность условий циклотронного авторезонанса (512).
3. Несинхронное взаимодействие: мнимые противоречия усредненных решений (516).
4. Несинхронное взаимодействие релятивистского электронного потока с вращающимся  $E_{11r}$ -полем цилиндрического резонатора (518).
5. Коаксиальный генератор с несинхронным взаимодействием (522).
6. Влияние несинхронных азимутальных пространственных гармоник на эффективность пениотрона (525).
7. Несинхронные взаимодействия релятивистских электронных потоков с полями нерегулярных волноводов в сверхмощных электронных приборах СВЧ (528).
  - 7.1. Самосогласованные уравнения нелинейной модели релятивистских ЛОВ и ЛБВ-О с замедляющей системой в виде гофрированного волновода.
  - 7.2. Особенности расчета закритических волн.

### Список литературы (533).

### 1. Введение

В современной физике, несмотря на возросшую вычислительную мощность ЭВМ, в исследованиях тех или иных явлений или приборов при формулировке их математических моделей приходится отказываться от учета ряда факторов, которые считаются несущественно влияющими на характеристики явления, прибора (конечно, все факторы учесть, по-видимому, вообще невозможно). К

этим факторам, как правило, относятся те, которые связаны с нерезонансными или несинхронными силами или воздействиями. На первый взгляд это справедливо и разумно: в отличие от синхронных эти взаимодействия как будто не должны приводить к накапливающимся, кумулятивным эффектам: их действие усредняется и в итоге не имеет каких-либо заметных следствий. Однако, как показано ниже, это не так, по крайней мере, в некоторых, заранее предвидимых случаях.

1. Очевидный случай — отсутствие синхронных (резонансных) взаимодействий, когда имеется только несинхронная (нерезонансная) силовая составляющая. Благодаря нелинейности процесса взаимодействия возникают "квадратичные" составляющие, определяющие появление систематической (кумулятивной) компоненты взаимодействия.

2. Случай, когда резонансные (синхронные) эффекты взаимодействия взаимно компенсируются и на первый план выступает несинхронное взаимодействие. Примером может служить взаимодействие винтового электронного потока, направляемого однородным магнитным полем, с Т-волной. При синхронизме (циклотронном резонансе) электронов с попутной или встречной Т-волной имеет место явление авторезонанса: относительная фаза в волне не меняется из-за точной компенсации приращений фазы за счет азимутального релятивистского смещения электрона и его продольного инерционного смещения [1, 2]. Однако такой механизм возможен только при синхронизме (циклотронном резонансе) электронного потока с изолированной бегущей попутно с потоком или встречено ему Т-волной постоянной амплитуды. Реально же такой случай невозможен, поскольку поток электронов излучает как попутную, так и встречную волны. Таким образом, возникает несинхронная встречная или попутная волна, интерференция которой с синхронной соответственно попутной или встречной волной нарушает компенсацию азимутальной и продольной группировок в электронном потоке, и положительные эффекты — усиление (синхронная попутная волна) или генерация (встречная волна) оказываются возможными в Т-поле [3, 4]. Иначе говоря, неучет несинхронного взаимодействия с попутной или встреч-

**В.Ф. Кравченко.** Институт радиотехники и электроники РАН,  
125009 Москва, Моховая ул. 11, корп. 7, Российская Федерация  
Тел. (495) 203-47-93

E-mail: kravchenko\_yf@fromru.com

**А.А. Кураев, А.К. Синицын.** Белорусский государственный  
университет информатики и радиоэлектроники  
220013 Минск, ул. П. Бровки 6, Беларусь  
Тел. (375-17) 293-84-98, 293-23-46  
E-mail: kurayev@bsuir.unibel.by, sinitsyn@bsuir.unibel.by

Статья поступила 13 октября 2006 г.

ной возбуждаемой потоком волной приводит к ошибочному заключению о невозможности фазовой группировки и, соответственно, энергообмена винтового электронного потока с Т-волнами.

3. Случай, когда несинхронное взаимодействие заметно влияет на основные (резонансные) эффекты, например влияние несинхронных пространственных гармоник на взаимодействие электронов с электромагнитными полями.

Ниже роль несинхронных взаимодействий показана на примере взаимодействия электронов с электромагнитными полями, что отвечает направлению работы авторов. Можно, однако, сделать предположение об аналогичной роли несинхронных взаимодействий и в других типах взаимодействий, что требует их учета или, по крайней мере, оценки их влияния.

## 2. Полоса и критичность условий циклотронного авторезонанса

Содержание этого раздела основано на материалах работы [5]. Явление циклотронного авторезонансного движения заряженной частицы в поле Т-волны, распространяющейся вдоль направления постоянного магнитного поля, впервые описано и исследовано в работах [1, 2]. Оно заключается в том, что заряженная частица независимо от ускорения или торможения полем перемещается строго вдоль винтовой линии постоянной фазы резонансной циркулярно поляризованной составляющей Т-волны. Иначе говоря, относительная фаза заряженной частицы (далее — электрона) в поле Т-волны остается постоянной, несмотря на изменение ее энергии. Следовательно, электроны, попадающие в начале области взаимодействия в "тормозящую" фазу поля волны, непрерывно тормозятся до полной остановки на некотором протяженном участке, длина которого определяется только начальной фазой, энергией электрона и амплитудой Т-волны. Эти особенности циклотронного авторезонанса оказались весьма привлекательными для использования такого режима в приборах релятивистской электроники: мазерах на циклотронном резонансе [6–13], пениомагнетроне [14], гиротоне [15–17]. Предполагается, что режим авторезонанса позволит существенно повысить КПД релятивистских генераторов и усилителей и даже приблизить его к предельно достижимому и одновременно повысить рабочую частоту.

Эксперименты с мазерами на циклотронном авторезонансе (МЦАР) с протяженным взаимодействием [18–20] обнаружили сильное расхождение с предсказаниями теории [6–13]: вместо прогнозируемых КПД 20–40 % реально получены 2–4 %. Заметим попутно, что в упомянутых теоретических работах [6–13] использовано неверное выражение для "одночастичного" КПД: оно противоречит интегралу движения электрона в бегущей волне при  $v_\phi \neq c$  [20]. Однако главная причина расхождения, вероятнее всего, заключается в критичности условий авторезонанса, которая резко возрастает при увеличении длины области взаимодействия, что отмечалось еще в работе [15]. Поэтому неоптимальный выбор питч-фактора электронного пучка в экспериментах [18–20] и привел к резкому снижению КПД. В [1] получено аналитическое решение уравнения движения заряженной частицы в поле Т-волны при точном выполнении условия авторезонанса. В данной статье найдены анали-

тические решения и в нерезонансном случае, что позволяет провести исследование авторезонанса как физического явления в различных ситуациях: фиксированная длина области взаимодействия, фиксированная амплитуда волны, заданное число витков траектории частицы и т.д. Такие исследования позволяют оценить полосу и критичность условий циклотронного авторезонанса для различных параметров электронного пучка и условий взаимодействия, что представляется полезным при выборе типов и конструкций приборов релятивистской электроники, в которых используются режимы, близкие к авторезонансу.

Уравнения движения электрона в заданном врачающимся Т-поле резонатора и в однородном магнитном поле при пренебрежении действием встречной несинхронной компоненты стоячего поля резонатора и несинхронной левополяризованной компоненты имеют вид [1, 21]

$$\frac{d\beta}{d\theta} = -A \left\{ \mathbf{E} + [\boldsymbol{\beta} [\mathbf{z}_0 \mathbf{E}]] \right\} - F_0 [\boldsymbol{\beta} \mathbf{z}_0], \quad (1)$$

$$\frac{dx}{d\theta} = \beta_x, \quad \frac{dy}{d\theta} = \beta_y, \quad \frac{dz}{d\theta} = \beta_z. \quad (2)$$

Здесь

$$\begin{aligned} \theta &= \omega t, \quad A = \frac{eE'_m}{m_0\omega c}, \quad F_0 = \frac{eB_0}{m_0\omega}, \\ \boldsymbol{\beta} &= \frac{\mathbf{v}}{c}, \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \boldsymbol{\beta}^2}}, \quad \mathbf{x} = \frac{\omega}{c} \mathbf{x} = x \mathbf{x}_0 + y \mathbf{y}_0 + z \mathbf{z}_0. \end{aligned}$$

Из условий гирорезонанса выбираем правополяризованную Т-волну

$$\mathbf{E} = \cos(\theta - z + \psi_0) \mathbf{x}_0 + \sin(\theta - z + \psi_0) \mathbf{y}_0. \quad (3)$$

Начальные условия к системе (1), (2) имеют вид

$$\begin{aligned} \theta &= 0, \quad z = 0, \quad \beta_z(0) = \beta_{||}, \quad \beta_x(0) = \beta_{\perp} \cos \psi_0, \\ \beta_y(0) &= \beta_{\perp} \sin \psi_0, \quad x(0) = 0, \quad y(0) = 0. \end{aligned} \quad (4)$$

Электронный КПД взаимодействия рассчитывается по изменению релятивистского масс-фактора  $\gamma(z)$  следующим образом:

$$\eta(z) = \frac{\gamma_0 - \gamma(z)}{\gamma_0 - 1}, \quad \gamma_0 = \gamma(0). \quad (5)$$

Для аналитического решения преобразуем уравнение (1), следуя методике, аналогичной [1]. Умножая (1) скалярно на  $\boldsymbol{\beta}$ , получаем известное уравнение для  $\gamma$

$$\frac{d\gamma}{d\theta} = -A \boldsymbol{\beta} \mathbf{E}. \quad (6)$$

Умножая (1) скалярно на  $\mathbf{z}_0$  и используя (6), находим интеграл движения

$$\gamma(1 - \beta_z) = k_0 = \text{const} = \gamma_0(1 - \beta_{z0}). \quad (7)$$

Здесь  $\gamma_0, \beta_{z0}$  — значения  $\gamma$  и  $\beta_z$  при входе в резонатор. Введем поперечный вектор  $\boldsymbol{\beta}_t = \beta_x \mathbf{x}_0 + \beta_y \mathbf{y}_0$ . Тогда из (1) и (6), (7) имеем

$$\frac{d\gamma \boldsymbol{\beta}_t}{d\theta} = -(1 - \beta_z) \left\{ A \mathbf{E} + \frac{F_0}{k_0} [\gamma \boldsymbol{\beta}_t \mathbf{z}_0] \right\}.$$

Перейдем к новой независимой переменной  $\Phi = \theta - z$ . Обозначив  $\mathbf{P}_t = \gamma \beta_t$ , запишем для поперечной составляющей импульса  $\mathbf{P}_t$  линейное уравнение с гармонической правой частью:

$$\frac{d\mathbf{P}_t}{d\Phi} + \frac{F_0}{k_0} [\mathbf{P}_t \mathbf{z}_0] = -A \mathbf{E}(\Phi). \quad (8)$$

Заметим, что уравнение (8) справедливо для Т-волны произвольной поляризации и  $F_0$  произвольного знака. Чтобы найти точное решение уравнения (8), его удобно записать в комплексном виде. Для этого обозначим

$$\dot{\mathbf{P}}_t = P_x + jP_y,$$

$$\dot{\mathbf{E}} = \cos(\Phi + \psi_0) + j \sin(\Phi + \psi_0) = \exp(j\Phi) \exp(j\psi_0).$$

В результате имеем

$$\begin{aligned} \frac{d\dot{\mathbf{P}}_t}{d\Phi} - j \frac{F_0}{k_0} \dot{\mathbf{P}}_t &= -A \exp(j\psi_0) \exp(j\Phi), \\ \dot{\mathbf{P}}_t(0) &= \dot{\mathbf{P}}_{t0} = P_{x0} + jP_{y0} = |\dot{\mathbf{P}}_{t0}| \exp(j\psi_p). \end{aligned} \quad (9)$$

Здесь  $\Phi > 0$ ,  $\theta$  и  $z$  отсчитываются от начала резонатора.

Представим точное решение задачи (9) в следующем виде:

а)  $F_0/k_0 \neq 1$  (нерезонансное движение):

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{P}}_t &= \dot{\mathbf{P}}_{t0} \exp\left(j \frac{F_0}{k_0} \Phi\right) - \\ &- \frac{jA \exp(j\psi_0)}{1 - F_0/k_0} \left[ \exp\left(j \frac{F_0}{k_0} \Phi\right) - \exp(j\Phi) \right]; \end{aligned} \quad (10)$$

б)  $F_0/k_0 = 1$  (авторезонансное движение):

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{P}}_t &= [\dot{\mathbf{P}}_{t0} - A \exp(j\psi_0) \Phi] \exp(j\Phi) = \\ &= [|\dot{\mathbf{P}}_{t0}| \exp(j\psi_p) - A \Phi \exp(j\psi_0)] \exp(j\Phi). \end{aligned} \quad (11)$$

Выражения (10), (11) получены для поперечной составляющей импульса. Для определения его продольной составляющей  $P_z = \gamma \beta_z$  воспользуемся интегралом движения (7) и соотношением  $\gamma^2 = 1 + P_x^2 + P_y^2 + P_z^2$ . Тогда

$$P_z = \gamma(z) - k_0, \quad \gamma = \frac{1 + P_x^2 + P_y^2 + k_0^2}{2k_0}. \quad (12)$$

Здесь выражение для  $|\dot{\mathbf{P}}_t|^2 = P_x^2 + P_y^2$ , входящее в  $\gamma$ , имеет вид:

а) в случае нерезонансного движения ( $\alpha = 1 - F_0/k_0$ )

$$\begin{aligned} |\dot{\mathbf{P}}_t|^2 &= |\dot{\mathbf{P}}_{t0}|^2 + \frac{2A^2}{\alpha^2} (1 - \cos \alpha \Phi) - \\ &- 4 \frac{|\dot{\mathbf{P}}_{t0}| A}{\alpha} \sin \frac{\alpha \Phi}{2} \cos \left( \frac{\alpha \Phi}{2} + \psi_0 - \psi_p \right), \end{aligned} \quad (13)$$

б) в случае авторезонансного движения ( $\alpha = 0$ )

$$P_x^2 + P_y^2 = |\dot{\mathbf{P}}_{t0}|^2 + A^2 \Phi^2 - 2 |\dot{\mathbf{P}}_{t0}| A \Phi \cos(\psi_0 - \psi_p). \quad (14)$$

Для решения уравнений (2) обозначим  $\dot{r} = x + jy$ . Теперь, используя соотношение (7) и переходя к незави-

симой переменной  $\Phi$ , запишем уравнения

$$\frac{dr}{d\Phi} = \frac{\dot{P}_t}{k_0}, \quad \dot{r}(0) = \dot{r}_0, \quad \frac{dz}{d\Phi} = \frac{P_z}{k_0} = \frac{\gamma - k_0}{k_0}, \quad z(0) = 0. \quad (15)$$

После подстановки в (15) выражений (10)–(14) получаются точные решения для  $\dot{r}(\Phi)$  и  $z(\Phi)$ .

Найдем решение уравнений (15) для случая авторезонансного движения. Используя в (15) выражение (11) для  $\dot{P}_t$ , после интегрирования имеем

$$\begin{aligned} \dot{r} &= \dot{r}_0 + \frac{1}{F_0} [A \exp(j\psi_0) + j \dot{P}_{t0}] - \\ &- \frac{1}{F_0} [A \exp(j\psi_0) + j \dot{P}_{t0} - j A \Phi \exp(j\psi_0)] \exp(j\Phi). \end{aligned} \quad (16)$$

С помощью (12), (14) уравнение для  $z$  из (15) преобразуем к виду

$$\frac{dz}{d\Phi} = \frac{1 - k_0^2 + (P_{x0} - A \Phi \cos \psi_0)^2 + (P_{y0} - A \Phi \sin \psi_0)^2}{2k_0^2}. \quad (17)$$

Интегрируя (17), получаем уравнение, связывающее  $\Phi$  и  $z$ :

$$z = a\Phi^3 + b\Phi^2 + c\Phi, \quad (18)$$

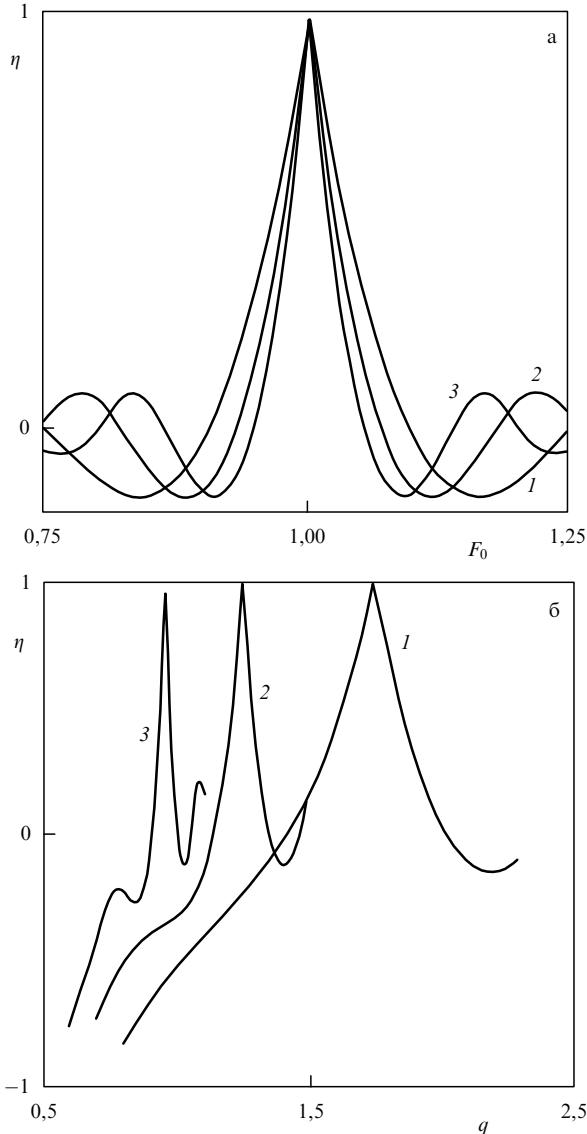
где

$$\begin{aligned} a &= \frac{A^2}{6k_0^2}, \\ b &= -A \frac{P_{x0} \cos \psi_0 + P_{y0} \sin \psi_0}{2k_0^2}, \\ c &= \frac{1 - k_0^2 + P_{x0}^2 + P_{y0}^2}{2k_0^2}. \end{aligned}$$

Аналогичные соотношения, только более громоздкие, получаются для нерезонансного случая (10):

$$\begin{aligned} z &= \frac{1}{2k_0^2} \left\{ (1 - k_0^2 + |\dot{\mathbf{P}}_{t0}|^2) \Phi + \frac{2A^2}{\alpha^3} (\alpha \Phi - \sin \alpha \Phi) - \right. \\ &\left. - \frac{2 |\dot{\mathbf{P}}_{t0}| A}{\alpha^2} [\cos(\psi_0 - \psi_p) - \cos(\alpha \Phi + \psi_0 - \psi_p) - \right. \\ &\left. - \alpha \Phi \sin(\psi_0 - \psi_p)] \right\}. \end{aligned} \quad (19)$$

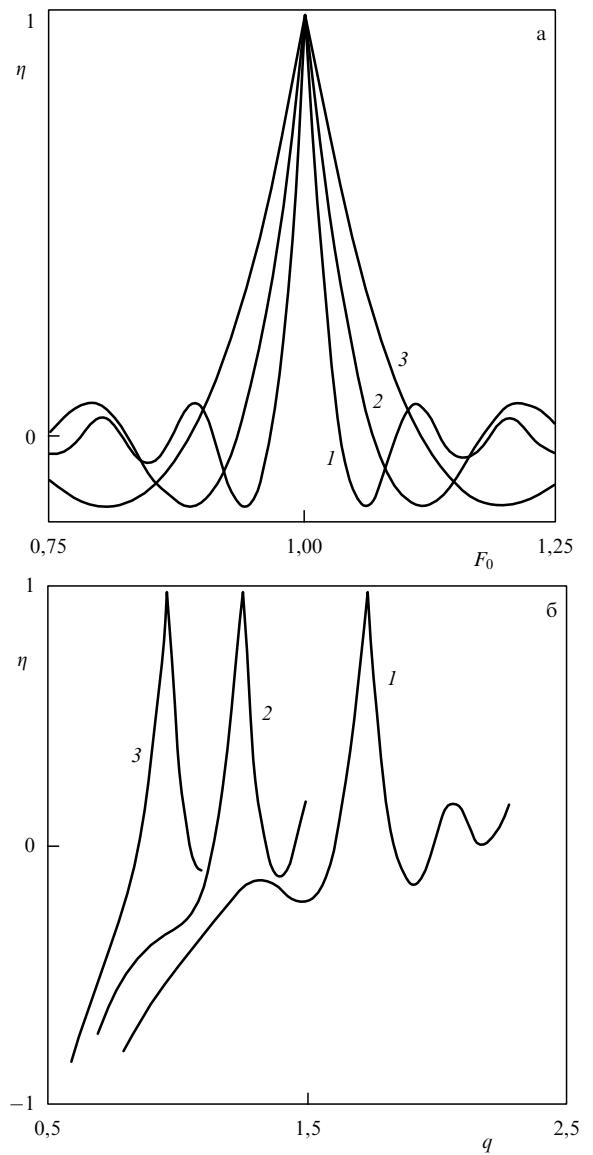
Выражения (11)–(19) при заданных начальных условиях на входе резонатора определяют движение электрона в любом сечении  $z$  при его взаимодействии с попутной парциальной Т-волной. На рисунке 1а представлено семейство функций  $\eta(F_0)$  при  $A = 0,015$  для различных  $\beta_0$ . Для каждого значения  $\beta_0$  длина области взаимодействия  $L$  и питч-фактор  $q = v_\perp/v_\parallel = \sqrt{2/(\gamma_0 - 1)}$  выбирались из условия полной остановки электрона в конце этой области при точном авторезонансе ( $F_0 = 1$ ), т.е.  $\eta(1) = 1$ . Характер резонансных кривых весьма специфичен: в отличие от обычного резонанса при авторезонансе точка точного резонанса не является стационарной, т.е. в этой точке имеет место разрыв первой производной  $\eta'(F_0)$ . При этом  $\eta'(1 - 0) =$



**Рис. 1.** Резонансные кривые при фиксированном значении  $A = 0,015$ :  
(а)  $\eta(F_0)$ , (б)  $\eta(q)$ ; 1 —  $\beta_0 = 0,8$ ,  $L = 17,1$ ,  $\Phi = 77,0$ ; 2 —  $\beta_0 = 0,9$ ,  $L = 46,3$ ,  $\Phi = 107,2$ ; 3 —  $\beta_0 = 0,95$ ,  $L = 102,7$ ,  $\Phi = 139,9$ .

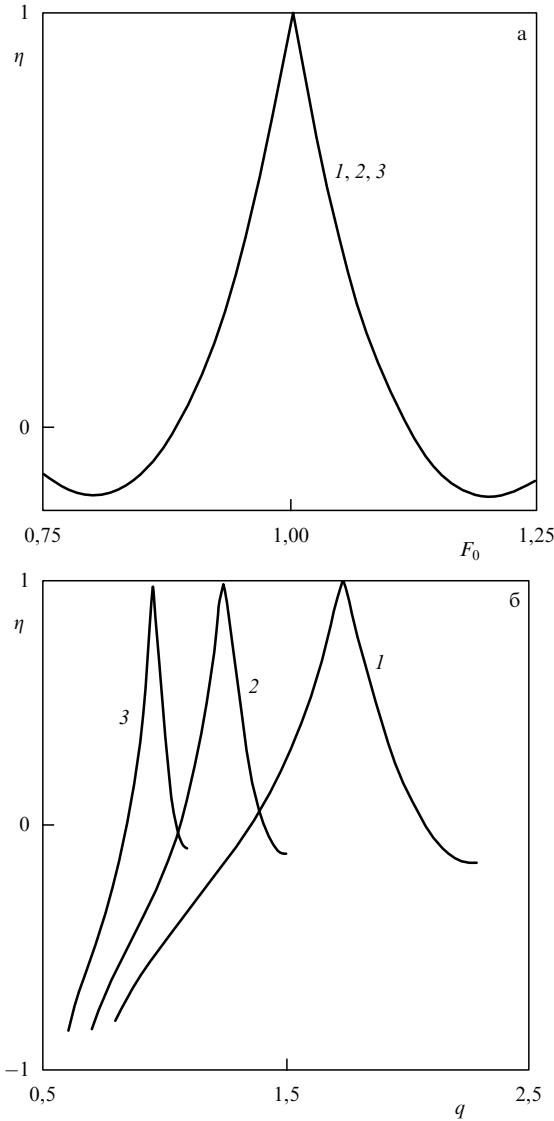
$= -\eta'(1+0)$ , а сами производные весьма велики, что говорит о критичности оптимальных условий при авторезонансе. Полоса авторезонанса достаточно узкая и сужается по мере увеличения релятивизма электрона ( $\beta_0$ ). Последнее понятно: при заданной амплитуде  $A$  длина оптимальной области увеличивается с ростом  $\beta_0$ , что естественным образом сужает полосу авторезонанса.

"Резонансные" кривые  $\eta(q)$  при  $F_0 = 1$ ,  $A = 0,015$  и заданных  $\beta_0$  (т.е.  $\gamma_0$ ), приведенные на рис. 1а, характеризуют критичность условий авторезонанса по отклонению параметров пучка (пигч-фактора  $q$ ) от оптимальных, рассчитанных из условия полного отбора энергии электрона при точном авторезонансе ( $\gamma_0(1 - \beta_{z0}) = 1$ ). Критичность  $\eta(q)$  в оптимальных точках резко возрастает при увеличении  $\beta_0$ . Это отчасти связано с указанной выше причиной — увеличением оптимальной длины области взаимодействия с ростом  $\beta_0$  при заданной  $A$ . Кроме того, само условие оптимальности  $1 - \beta_{z0} = \gamma_0^{-1}$  становится тем критичнее, чем больше  $\gamma_0$ .

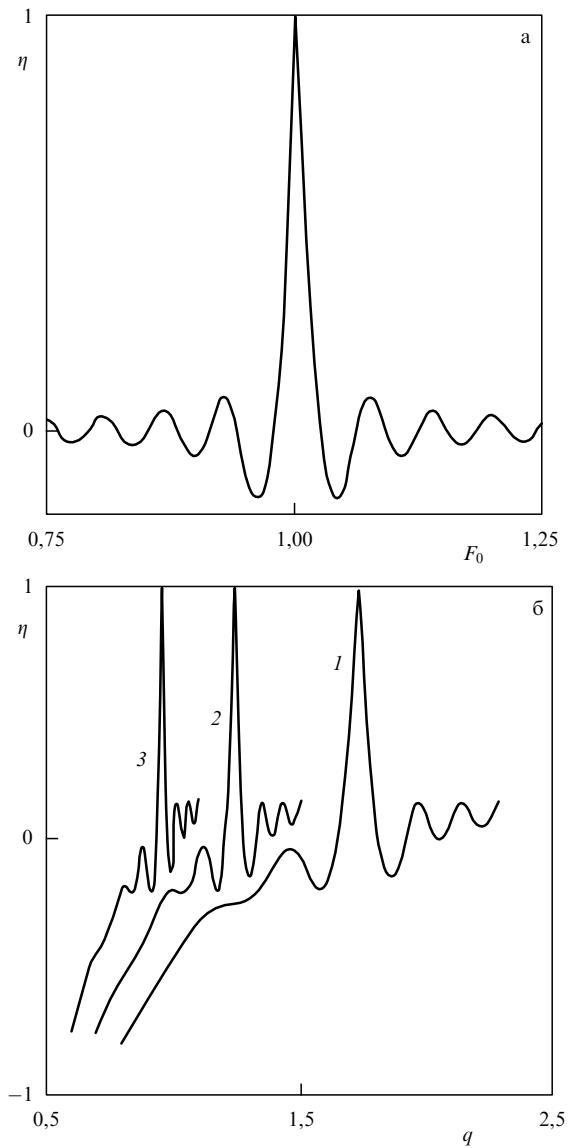


**Рис. 2.** Резонансные кривые при фиксированном значении  $L = 15\pi$ :  
(а)  $\eta(F_0)$ , (б)  $\eta(q)$ ; 1 —  $\beta_0 = 0,8$ ,  $A = 0,0055$ ,  $\Phi = 211,7$ ; 2 —  $\beta_0 = 0,9$ ,  $A = 0,0147$ ,  $\Phi = 109,2$ ; 3 —  $\beta_0 = 0,95$ ,  $A = 0,0327$ ,  $\Phi = 64,2$ .

На рисунке 2а представлено семейство резонансных кривых  $\eta(F_0)$  при заданной длине области взаимодействия  $L = 15\pi$  для различных  $\beta_0$ . Подобно предыдущему случаю выбор  $A$  и  $q$  производился из условия  $\eta(1) = 1$ . Характер функций  $\eta(F_0)$  такой же, как на рис. 1а, однако зависимость от  $\beta_0$  в приведенном семействе  $\eta(F_0)$  меняется на прямо противоположную: с увеличением  $\beta_0$  полоса резонанса теперь расширяется. Это вполне понятно, ведь при заданной длине области взаимодействия с увеличением  $\beta_0$  число оборотов (циклотронных циркуляций) электрона уменьшается и полоса резонанса расширяется. На рисунке 2б изображено семейство зависимостей  $\eta(q)$  при  $F = 1$  и  $L = 15\pi$  для различных  $\beta_0$ . По сравнению с аналогичным семейством на рис. 1б общий характер зависимостей сохраняется и, что существенно, по-прежнему критичность  $\eta(q)$  возрастает с увеличением  $\beta_0$ , хотя и менее резко, чем в предыдущем случае. Таким образом, требования к качеству электронного потока (минимальность разброса  $q$ ) и соот-



**Рис. 3.** Резонансные кривые при фиксированном значении  $\Phi = 20\pi (N = 10)$ : (а)  $\eta(F_0)$ , (б)  $\eta(q)$ ; 1 —  $\beta_0 = 0,8$ ,  $A = 0,0184$ ,  $L = 13,9$ ; 2 —  $\beta_0 = 0,9$ ,  $A = 0,0256$ ,  $L = 27,10$ ; 3 —  $\beta_0 = 0,95$ ,  $A = 0,0334$ ,  $L = 46,13$ .



**Рис. 4.** Резонансные кривые при фиксированном значении  $\Phi = 100\pi (N = 50)$ : (а)  $\eta(F_0)$ , (б)  $\eta(q)$ , 1 —  $\beta_0 = 0,8$ ,  $A = 0,0037$ ,  $L = 69,8$ ; 2 —  $\beta_0 = 0,9$ ,  $A = 0,0051$ ,  $L = 135,5$ ; 3 —  $\beta_0 = 0,95$ ,  $A = 0,0067$ ,  $L = 230,6$ .

ветствию  $q$  условиям полного отбора энергии электрона ( $\gamma_0(1 - \beta_{z0}) = 1$ ) ужесточаются с увеличением релятивизма пучка.

На рисунке 3а приведено семейство резонансных кривых  $\eta(F_0)$  при заданном числе оборотов электрона в области взаимодействия  $N = 10$  для различных  $\beta_0$ . Как следует из рис. 3а, семейство вырождается в одну кривую  $\eta(F_0)$  для всех  $\beta_0$ , т.е. резонансные кривые  $\eta(F_0)$  при заданном  $N$  не зависят от  $\beta_0$ . На рисунке 3б изображено семейство зависимостей  $\eta(q)$  при  $F_0 = 1$  и  $N = 10$  для различных  $\beta_0$ . Общий характер зависимостей остается аналогичным приведенным на рис. 1б и 2б: критичность  $\eta(q)$  достаточно быстро возрастает с увеличением  $\beta_0$ .

На рисунке 4а, б представлены аналогичные предыдущим зависимости  $\eta(F)$  и  $\eta(q)$  при  $N = 50$  для различных  $\beta_0$ . Как следует из этих зависимостей, полоса резонанса значительно сужается, критичность условий резонанса возрастает. Очень резко возрастает критичность  $\eta(q)$  при увеличении  $\beta_0$ . Таким образом, станов-

ится понятной трудность создания МЦАР с высоким КПД: для достижения приемлемой фазовой группировкой электронов при  $\beta_\phi \rightarrow 1$  (например,  $\beta_\phi = 1,03$  [11]) необходима большая длина области взаимодействия (точнее, большое  $N$ ), но при росте  $N$ , как показывают приведенные выше результаты, критичность МЦАР к отклонению параметров пучка от оптимальных (прежде всего,  $q$ ) резко возрастает, особенно при больших  $\beta_0$ . В то же время именно ультрарелятивистские МЦАР представляются интересными из-за возможности повышения рабочей частоты пропорционально  $\gamma^2$  [11]. Указанные противоречия, по-видимому, разрешимы только в каскадных МЦР, где первый каскад работает при  $\beta_\phi \approx 1,5-2$ , обеспечивая необходимую фазовую группировку электронов, а второй (отбиратель) — в режиме МЦАР при  $\beta_\phi \approx 1$  (при высоком качестве электронного пучка и точном соответствии его параметров условиям полного отбора энергии), обеспечивая высокий КПД прибора.

### 3. Несинхронное взаимодействие: мнимые противоречия усредненных решений

Содержание этого раздела основано на материалах работы [22]. В заключительной 10-й лекции ("Перспективы") курса "Основы сверхвысокочастотной электроники" [23] Л.А. Вайнштейн основное внимание уделил несинхронному взаимодействию электронов с быстро осциллирующим полем. Такое взаимодействие замечательно тем, что в неоднородном (по направлению начальной скорости электрона) поле электрон приобретает приращение систематической составляющей скорости. Этот эффект родствен эффекту, возникающему в маятнике с вибрирующим подвесом, обнаруженному П.Л. Капицей [24]. В электронике это явление открыто и исследовано М.А. Миллером [25, 26]. Инструментом исследования был метод усреднения, применяемый к уравнению движения электрона в системе "t". Через 20 лет появилась работа [27], в которой также методом усреднения преобразованы уравнения движения электрона в неоднородном высокочастотном поле, однако уравнения один раз записывались в системе "t", другой раз — в "z". В том и другом случаях правые части уравнения для систематической составляющей ускорения получились одинаковыми по величине, но противоположными по знаку. Кажущаяся неразрешенность такого противоречия привела авторов [27] к заключению, что систематического приращения скорости не существует или что его выделить из-за малости нельзя, т.е. эффект Миллера отсутствует, электрон нарастающим полем не отражается. Ниже показано, что этот вывод ошибчен, несмотря на верность "противоречия", полученного в [27]. Решающую роль здесь сыграла существенная разница описания движения электрона в системах "t" и "z".

Пусть прямолинейный нерелятивистский электронный поток, направленный вдоль оси  $z$ , взаимодействует с  $z$ -компонентой заданного электрического поля на частоте  $\omega$ :  $E_z = E(z) \cos(\omega t + \varphi)$ . Интервал взаимодействия:  $0 \leq z \leq L$ . Процесс взаимодействия электронного потока с электромагнитным полем может быть изучен путем исследования коллективного взаимодействия с ВЧ-полям ансамбля из  $N$  частиц, вначале равномерно распределенных на участке, равном электронной длине волны  $\lambda_\omega = 2\pi v_0/\omega$ . Все частицы ансамбля влетают одна за другой в область взаимодействия за один период колебаний с начальной скоростью  $v_0$ . Если взаимодействие частиц — электронов игнорируется, движение каждого из них в области взаимодействия определяется уравнением (нерелятивистское приближение)

$$\frac{d^2 z'_i}{dt^2} = \frac{e}{m_0} E(z'_i) \cos(\omega t + \varphi_i), \quad (20)$$

где  $z'_i$  — размерная координата  $i$ -го электрона,  $\varphi_i$  — его фаза влета в область взаимодействия,  $e$ ,  $m_0$  — заряд и масса покоя электрона.

Перейдем далее к безразмерным переменным:

$$\begin{aligned} z_i &= \frac{z'_i}{L}, \quad V_i = \frac{v_i}{v_0}, \quad \tau = \frac{v_0 t}{L}, \quad E(z') = E_m f\left(\frac{z'}{L}\right), \\ A &= \frac{e E_m L}{m_0 v_0^2}, \quad \theta_0 = \frac{\omega L}{v_0}. \end{aligned}$$

Тогда (20) перепишется в виде системы уравнений

$$\begin{aligned} \frac{dV_i}{d\tau} &= A f(z_i) \cos(\theta_0 \tau + \varphi_i), \\ \frac{dz_i}{d\tau} &= V_i. \end{aligned} \quad (21)$$

Начальные условия к (21) ставятся в форме

$$V_i(0) = 1, \quad z_i(0) = 0, \quad \varphi_i = \frac{2\pi i}{N}. \quad (22)$$

Заметим, что, поскольку интервал взаимодействия задан, в (21)  $f(z_i) \equiv 0$  при  $z_i \leq 0$  и  $z_i \geq 1$ . Это существенно при использовании системы "t", в которой записаны уравнения (21), при анализе итогов движения электрона в поле на конечном интервале (в  $z = 1$  или в текущем  $z$ ). Именно, нужно рассчитывать такое  $\tau_i$ , при котором электрон оказывается соответственно в  $z$  или в  $z = 1$ . Этой процедуры пересчета можно избежать, если уравнение движения электрона сразу записать в системе "z":

$$\begin{aligned} \frac{dV_i}{dz} &= \frac{A f(z)}{V_i} \cos(\theta_0 \tau_i + \varphi_i), \\ \frac{d\tau_i}{dz} &= \frac{1}{V_i}, \\ V_i(0) &= 1, \quad \tau_i(0) = 0, \quad \varphi_i = \frac{2\pi i}{N}. \end{aligned} \quad (23)$$

Эта более простая в вычислительном отношении (но более сложная для интерпретации результата) система переменных, к сожалению, не универсальна, как система "t". В этой системе можно исследовать движение электрона только при условии, что  $V_i > 0$ , т.е. до точки, когда электрон останавливается (т.е. его полная скорость (систематическая + колеблющаяся) обращается в нуль). Таким образом, не только процесс отражения электрона, но и более ранние стадии его движения (полная  $V_i$  равняется нулю) не могут быть исследованы в системе "z". Мощность взаимодействия электронного потока мощностью  $P_0$  с электромагнитным полем в системах "z" и "t" может быть рассчитана по формулам

$$\begin{aligned} \frac{P(z)}{P_0} &= \frac{2A}{N} \sum_{i=1}^N \int_0^z f(z) \cos(\theta_0 \tau_i(z) + \varphi_i) dz = \\ &= \frac{2A}{N} \sum_{i=1}^N \int_0^{\tau_{iz}} V_i(\tau) f(z_i(\tau)) \cos(\theta_0 \tau + \varphi_i) d\tau, \end{aligned} \quad (24)$$

$$z_i(\tau_{iz}) = z.$$

Задачи (21), (22) или (23) могут быть решены с любой наперед заданной степенью точности численно на современных ПЭВМ, что позволит для конкретных  $f(z)$  выявить все особенности одномерного несинхронного взаимодействия электронов с неоднородным электрическим полем. Нашей задачей, однако, является выяснение на основе точных решений достоверности выводов работ [23, 25, 26] и сути противоречия, найденного в [27]. Решения в указанных работах получены методом усреднения (различные его модификации в рассматриваемой задаче приводят к одинаковым усредненным уравнениям). Поэтому напомним форму решения, к которой приводит метод усреднения.

1. Для задачи (21), (22) [23, 25–27]

$$\begin{aligned} z_i &= z_{ci}(\tau) + A f(z_{ci}) \cos(\theta_0 \tau + \varphi_i), \\ V_i &= V_{ci}(\tau) - A f(z_{ci}) \frac{\sin(\theta_0 \tau + \varphi_i)}{\theta_0}, \\ \frac{dV_{ci}}{d\tau} &= -\frac{A^2}{4\theta_0^2} \frac{df^2(z_{ci})}{dz}, \\ \frac{dz_{ci}}{d\tau} &= V_{ci}. \end{aligned} \quad (25)$$

Здесь индексом "c" обозначены систематические части величин.

2. Для задачи (23) при той же общей форме решения в [27] найдено

$$\begin{aligned} \frac{dV_{ci}}{dz} &= \frac{A^2}{4\theta_0^2 V_{ci}} \frac{df^2(z_{ci})}{dz}, \\ \frac{d\tau_i}{dz} &= \frac{1}{V_{ci}}. \end{aligned} \quad (26)$$

Противоречие (25) и (26) на первый взгляд "очевидно".

Выберем  $f(z) = Az^2$ , поскольку усечение в методе Вайнштейна

$$f(z_c + z_v) = f(z_c) + \frac{df(z_c)}{dz} z_v + \frac{1}{2} \frac{d^2f(z_c)}{dz^2} z_v^2 + O(z_v^3)$$

( $z = z_c(\tau) + z_v(\tau)$ ,  $z_v(\tau)$  — осциллирующая часть) является в этом случае точным. Эффективность взаимодействия ансамбля электронов с электромагнитным полем будем рассчитывать как средний по ансамблю электронный ( $\eta_e$ ) и волновой ( $\eta_v$ ) КПД следующим образом:

1) в системе "z"

$$\eta_e(z) = \frac{\Delta W_k(z)}{W_k(0)} = 1 - \bar{V}^2, \quad \bar{V}^2(z) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N V_i^2(z), \quad (27)$$

$$\eta_v(z) = \frac{P(z)}{P_0} = \frac{2A}{N} \sum_{i=1}^N \int_0^z f(z) \cos(\theta_0 \tau_i + \varphi_i) dz; \quad (28)$$

2) в системе "t"

$$\eta_e(z) = 1 - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N V_i^2(\tau_{iz}), \quad z = z_i(\tau_{iz}), \quad (29)$$

$$\eta_v(z) = \frac{2A}{N} \sum_{i=1}^N \int_0^{\tau_{iz}} V_i(\tau) f(z_i(\tau)) \cos(\theta_0 \tau + \varphi_i) d\tau. \quad (30)$$

При  $N = 1$  формулы (27)–(30) определяют "индивидуальные" КПД  $\eta_{ei}$ ,  $\eta_{vi}$ . Сравнивая  $\eta_v(z)$  и  $\eta_e(z)$ , контролируют точность расчетов. Ввиду невозможности из-за ограниченного объема статьи использовать все численные и графические материалы, полученные при сопоставлении решений точных и усредненных уравнений, ниже приведем лишь отдельные из них, интегрально характеризующие суть дела.

На рисунке 5 показаны типичные зависимости от  $z$  усредненных и индивидуальных характеристик взаимодействия для ансамбля из восьми электронов ( $N = 8$ ),

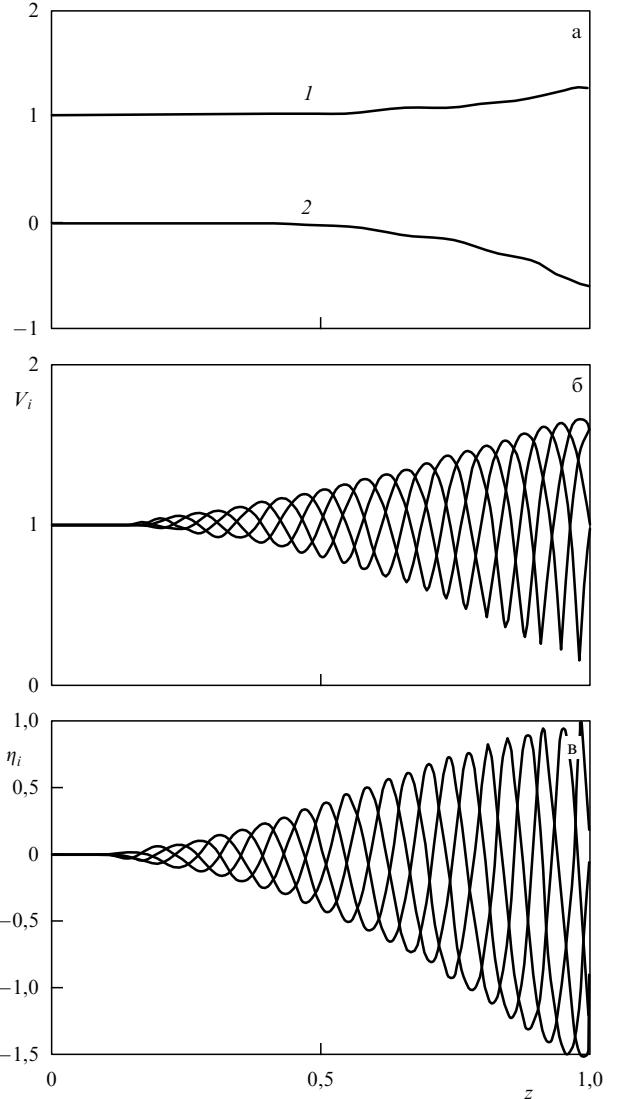


Рис. 5. Характеристики взаимодействия ансамбля из восьми электронов при  $\theta_0 = 40$ ,  $A = 32$ : (а) усредненные и систематические составляющие, кривая 1 соответствует совпадающим  $\bar{V}$  и  $V_{ci}$ , кривая 2 соответствует совпадающим  $\eta_e$  и  $\eta_{eic}$ ; (б, в) индивидуальные траектории  $i = 1, 3, 5, 7$ .

причем

$$\bar{V} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N V_i(z),$$

а

$$V_{ci}(z) \text{ и } \eta_{eic}(z)$$

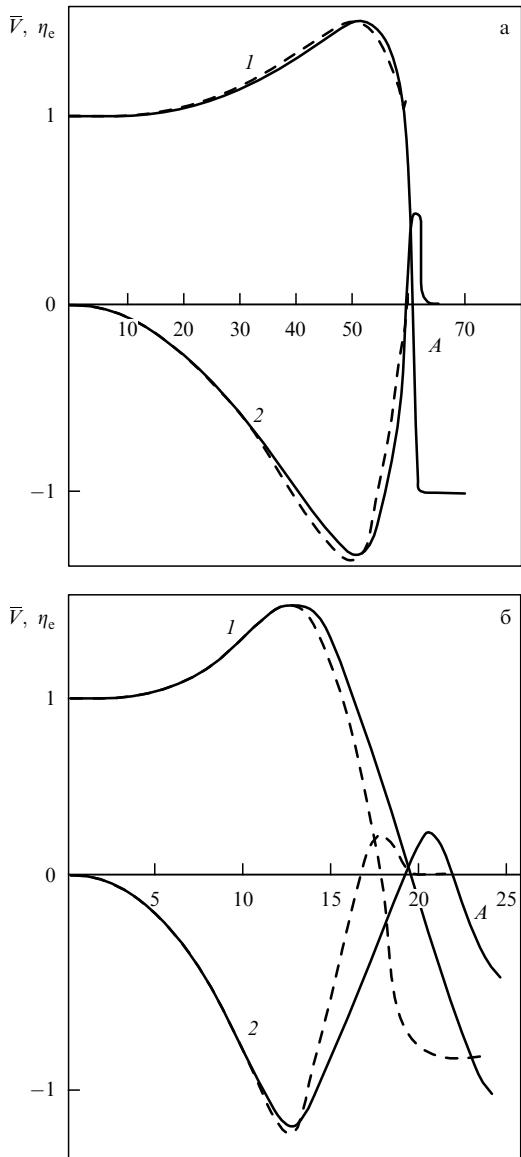
— систематические составляющие соответственно  $V_i$  и  $\eta_{ei}$ , определяемые численно на основе фильтрационной процедуры. Параметры выбраны так, что вплоть до границы области взаимодействия для всех электронов выполняется условие применимости системы "z" ( $V_i > 0$ ). Небольшое увеличение  $A$  до 33,5 приводит к нарушению этого условия. Данные получены путем численного решения задачи (23). В качестве первого итога отметим, что  $\eta_e(z)$  и  $\eta_{eic}(z)$  совпадают для всех начальных фаз  $i$ -х электронов, то же относится и к  $\bar{V}$ , и к  $V_{ci}$ . Поэтому вместо фильтрационной процедуры для режима с  $V_i > 0$  можно просто вычислять  $\eta_e$  и  $\bar{V}$  для ансамбля (осцилляции усредняются по ансамблю). Вто-

рой (и главный) итог состоит в том, что в рассматриваемом режиме ( $V_i > 0$ )  $V_{ci}(z)$  растет, что соответствует представлениям (26) (как увидим дальше, и (25) тоже). Соответственно  $\eta_e$ ,  $\eta_{eic}$  имеют отрицательный знак и по величине монотонно растут (накачка энергии в электронный поток).

На рисунке ба представлены зависимости  $\eta_e(A)$ ,  $\bar{V}(A)$  (при  $z = 1$  для того же ансамбля). Расчеты выполнялись в системе "t" для задачи (21), (22) с пересчетом интегральных характеристик в систему "z". Этот шаг дал следующую информацию:

1) в точке  $A = 32$  величины  $\eta_e(A)$ ,  $\bar{V}(A)$  точно соответствуют  $\eta_e(1)$ ,  $\bar{V}(1)$  на рис. 5, т.е. расчеты в системе "t" дают точно те же результаты, что и в "z", как этого и следовало ожидать;

2) при  $A \cong 59$  начинается уменьшение  $\bar{V}$  (от начального значения), а  $\eta_e$  в данной точке обращается в нуль.



**Рис. 6.** Зависимость интегральных характеристик взаимодействия электронного потока с осциллирующим полем на интервале от амплитуды  $A$  для  $\theta_0 = 40$  (а) и 10 (б). Кривая 1 —  $\bar{V}(1)$ , 2 —  $\eta_e(1)$ . Сплошная — полные уравнения, штриховая — усредненные уравнения.

Вблизи этой точки появляется первый электрон, выброшенный назад через  $z = 0$ :

3) при  $A_0 \geq 59$  величина  $\eta_e$  становится положительной и при  $A_0 = 60,5$  КПД достигает 48 %. В этом режиме часть электронов преодолевает интервал взаимодействия, часть из них отбрасывается назад;

4) при  $A = A^* \cong 62$  все электроны отражаются ВЧ-полем, причем  $\bar{V}(0) = -1$  и  $\eta_e(A^*) = 0$ . Следовательно, при таких  $A^*$  выводы М.А. Миллера совершенно справедливы.

Наконец, несложно проверить и решения на основе усредненных уравнений (25) с пересчетом в систему "z" и в соответствии с (22). Эти решения обозначены штриховой линией на рис. 6а.

Поэтому можно утверждать следующее:

1) решения усредненных уравнений практически совпадают с точными;

2) усредненные уравнения (25), несмотря на знак в уравнении для  $dV_{ci}/dt$ , при  $A < 32$  приводят к тому же результату, что и (26) — электроны в этих режимах не задерживаются, а ускоряются ВЧ-полем. Естественно, этот результат проявился только при переходе из "t" в "z" систему. Таким образом, обсуждаемое противоречие (25) и (26) чисто мнимое. И, конечно, существенно то, что (26) "работает" только в оговоренном диапазоне  $A$ , где заведомо  $\bar{V}$  растет.

Рассмотренный вариант (рис. 5, 6а) соответствует случаю, когда метод усреднения, безусловно, применим: число электронных осцилляций  $n_e \geq 10$ , процесс вполне адиабатический. На рисунке 6б приведены зависимости  $\bar{V}(A)$  и  $\eta_e(A)$  для варианта, когда условия усреднения не выполнены и при достаточно больших  $A$  соответствие заметно нарушается. Здесь  $n_e \approx 2,5$  и "усреднять" нечего; тем удивительнее, что качественное соответствие еще остается. Следует сказать, что и характер физических процессов в этом варианте, конечно, меняется. Здесь из-за неадиабатичности процессов осцилляционные составляющие скорости при обратном движении не "угасают" до 0, а остаются конечными. В результате при  $A > 23$ , когда все электроны отражаются полем, величина КПД  $\eta_e(A)$  не остается равной нулю, его отрицательное значение продолжает расти.

#### 4. Несинхронные взаимодействия релятивистского электронного потока с вращающимся $E_{11n}$ -полем цилиндрического резонатора

Содержание этого раздела основано на материалах работы [28]. В [29] показано, что при взаимодействии прямолинейного на входе релятивистского электронного потока (РЭП) с сильным вращающимся  $H_{111}$ -полем цилиндрического резонатора при определенном сочетании значений начальной скорости электронов  $v_0$ , фазовой скорости волны в резонаторе  $v_\phi$  и индукции внешнего продольного магнитного поля  $B_0$  возможна эффективная генерация, если амплитуда электромагнитного поля достигает достаточно высоких значений. Эффект отдачи энергии релятивистскими электронами, очевидно, возможен и во вращающемся  $H_{11n}$ -поле, причем дополнительным фактором служит взаимодействие электронов с продольной составляющей электрического поля  $E_z$ . Основной же особенностью механизма взаимодействия тонкого РЭП с вращающимся электромагнитным полем

является отсутствие фазовой группировки электронов (все электроны правильнофазные), сохраняющейся, естественно, и в этом случае. Ниже приведены результаты исследования взаимодействия РЭП с вращающимся полем  $E_{11n}$ . Основными упрощениями модели взаимодействия были те же, что и в [29]: РЭП тонкий, прямолинейный и входит в резонатор по оси; пространственный заряд не учитывается; используется приближение заданного  $E_{11n}$ - поля (т.е. возбуждение паразитных типов волн не учитывается). Зададим поля рабочего вида колебаний на частоте  $\omega$  в резонаторе в форме

$$\begin{aligned}\dot{E}' &= E'_m E^0(x) \exp(j\theta) = E'_m E^0(x) \exp[j(\theta + \psi_0)], \\ \dot{B}' &= \dot{B}'_m B^0(x) \exp(j\theta) = \frac{E'_m}{c} B^0(x) \exp[j(\theta + \psi_0)],\end{aligned}\quad (31)$$

$$\theta - \omega t.$$

Обозначим далее

$$E = \operatorname{Re} E^0 \exp[j(\theta + \psi_0)], \quad B = \operatorname{Re} B^0 \exp[j(\theta + \psi_0)].$$

Тогда уравнения движения электрона в заданном поле резонатора и однородном продольном магнитном поле примут вид

$$\frac{d(\beta/R)}{d\theta} = -A(\mathbf{E} + [\boldsymbol{\beta}\mathbf{B}]) - F[\beta z_0], \quad \frac{dx}{d\theta} = \beta, \quad (32)$$

где

$$\begin{aligned}\mathbf{x} &= \frac{cx'}{\omega} = x\mathbf{x}_0 + y\mathbf{y}_0 + z\mathbf{z}_0 = \psi\mathbf{\psi}_0 + r\mathbf{r}_0 + z\mathbf{z}_0, \\ \beta &= \frac{v}{c}, \quad R = \sqrt{1 - \beta^2}, \quad A = \frac{eE'_m}{m_0\omega c}, \quad F = \frac{eB_0}{m_0\omega}.\end{aligned}$$

Для вращающегося  $E_{11n}$ - поля компоненты  $E$  и  $B$  имеют вид ( $B_z = 0$ )

$$E_\psi = -0,5 \frac{k_z}{k_r} [J_0(k_r r) + J_2(k_r r)] \sin(k_z z) \sin(\theta + \psi_0 - \psi),$$

$$E_r = -0,5 \frac{k_z}{k_r} [J_0(k_r r) - J_2(k_r r)] \sin(k_z z) \cos(\theta + \psi_0 - \psi),$$

$$E_z = J_1(k_r r) \cos(k_z z) \cos(\theta + \psi_0 - \psi), \quad (33)$$

$$B_\psi = 0,5k_r^{-1} [J_0(k_r r) - J_2(k_r r)] \cos(k_z z) \sin(\theta + \psi_0 - \psi),$$

$$B_r = 0,5k_r^{-1} [J_0(k_r r) + J_2(k_r r)] \cos(k_z z) \cos(\theta + \psi_0 - \psi).$$

В резонаторе с колебаниями  $H_{11n}$  компоненты  $E$ ,  $B$  могут быть записаны в форме ( $E_z = 0$ )

$$\begin{aligned}E_\psi &= -0,5 [J_0(k_r r) - J_2(k_r r)] \sin(k_z z) \sin(\theta + \psi_0 - \psi), \\ E_r &= -0,5 [J_0(k_r r) + J_2(k_r r)] \sin(k_z z) \cos(\theta + \psi_0 - \psi), \\ B_\psi &= 0,5k_z [J_0(k_r r) + J_2(k_r r)] \cos(k_z z) \sin(\theta + \psi_0 - \psi), \\ B_r &= 0,5k_z [J_0(k_r r) - J_2(k_r r)] \cos(k_z z) \cos(\theta + \psi_0 - \psi), \\ B_z &= k_r J_1(k_r r) \sin(k_z z) \cos(\theta + \psi_0 - \psi).\end{aligned}\quad (34)$$

Здесь

$$k_z = \frac{1}{\beta_\Phi}, \quad k_r = \beta_\Phi \sqrt{\beta_\Phi^2 - 1}, \quad \beta_\Phi = \frac{v_\Phi}{c}, \quad 0 \leq z \leq \frac{n\pi}{k_z}.$$

Начальные условия к системе (32) в случае тонкого электронного потока, имеющего на входе резонатора пренебрежимо малые поперечные скорости электронов и входящего по оси резонатора, можно задать в виде

$$\beta(0) = \beta_0 z_0, \quad x(0) = 0. \quad (35)$$

Полный электронный КПД может быть определен как

$$\eta(0) = \frac{1 - R(0)/R(\theta)}{1 - R(0)}. \quad (36)$$

Для согласования в резонаторе поля и возбуждающего его тока уравнения движения (32) следует дополнить уравнением возбуждения

$$\begin{aligned}A &= A \exp(j\psi_c) = \\ &= \frac{2eI_0Q}{m_0\omega^3\varepsilon_0 ||E^0||^2} \frac{1 + j\varphi Q}{1 + (\varphi Q)^2} \int_0^{\theta_1} \exp(-j\theta) E^0 \beta d\theta.\end{aligned}\quad (37)$$

Здесь

$$||E^0||^2 = \int_{V_p} E^0 E^{0*} dV_p,$$

$V_p$  — объем резонатора,  $I_0$  — ток пучка,  $Q$  — добротность резонатора для колебаний рабочего вида,  $\varphi = 2(\omega - \omega_0)/\omega$  — относительная расстройка резонатора ( $\omega_0$  — его резонансная частота),  $\theta_1$  — фаза вылета электрона из резонатора. Уравнение (37) позволяет разделить задачу анализа, если  $I_0$ ,  $Q$  не заданы: можно решать отдельно задачу (32), (35), (36) с заданными  $A$ ,  $\psi_0$ , а затем (при необходимости) определить соответствующие найденному режиму сочетания  $Q$ ,  $I_0$ ,  $\varphi$ , рассчитав интеграл в (37). Далее при расчетах использовалась именно такая возможность разделения. На рисунке 7 в плоскости ( $F$ ,  $A$ ) приведен рельеф зон генерации и поглощения при взаимодействии прямолинейного РЭП с вращающимися полями  $E_{111}$  (а),  $E_{112}$  (б) и  $H_{111}$  (в) при  $\beta_0 = 0,9$ ;  $\beta_\Phi = 1,2$ . Значения КПД (положительные и отрицательные) обозначены цифрами на линиях уровня, знаком "+" отмечены центры зон генерации, знаком "-" — зоны поглощения.

Сравнение структур зон генерации и поглощения в указанных трех случаях приводит к следующим выводам. Наиболее широкая и наименее критичная зона генерации имеет место при взаимодействии РЭП с  $E_{111}$ -полем. Для  $E_{112}$ -поля основная зона сужается, максимальный КПД падает; одновременно возникает вторая зона генерации в области повышенных  $A$  и  $F < 0$ . Зона генерации для  $H_{111}$ -поля оказывается весьма критичной в области высоких КПД; кроме того, высокие КПД получаются при значениях  $A$ , вдвое больших, чем для  $E_{111}$ -полей.

Следует также отметить, что зона генерации при  $F > 0$  в случае  $H_{111}$ -поля отделена от области малых значений  $A$  зоной поглощения (то же самое относится и ко второй зоне генерации  $E_{112}$ -поля). Такая особенность (на это обращено внимание в [29]) приводит к пороговому эффекту: генерация может возникнуть только при конечных (и достаточно больших) значениях амплитуд ВЧ-поля. При  $E_{111}$ -колебаниях пороговый эффект отсутствует, что весьма существенно для реализации генератора на РЭП. Перемещение центра зоны генера-

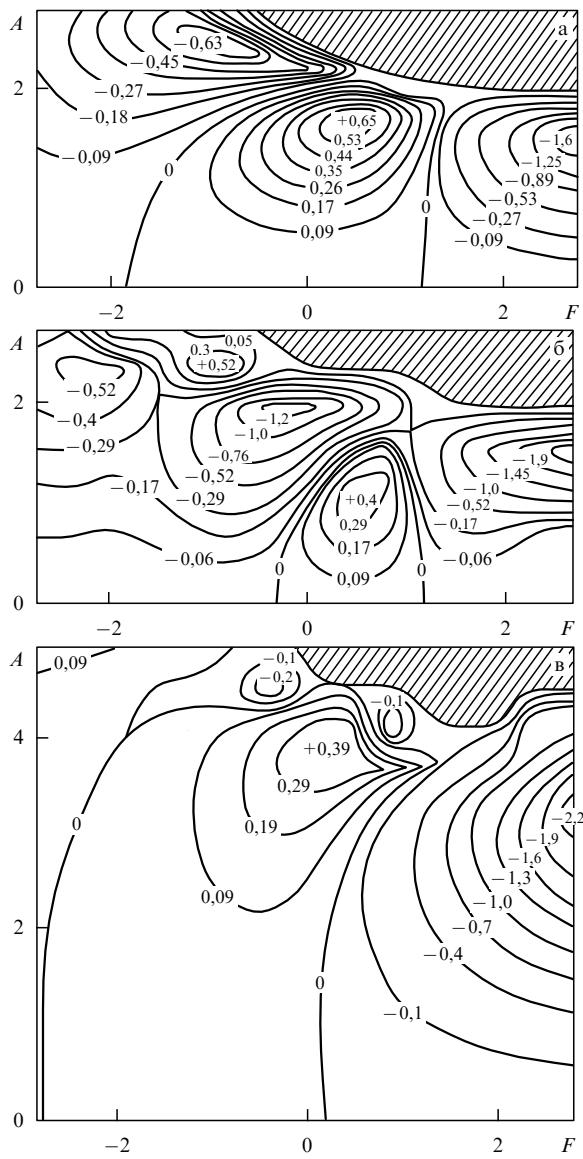


Рис. 7. Рельефы электронного КПД  $\eta$  в плоскости  $(A, F)$ .

ции в пространстве  $A, F, \beta_\phi$  при  $\beta_0 = 0,9$  для  $E_{111}$ -поля иллюстрирует рис. 8а, где приведены зависимости оптимальных значений  $A^0, F^0$  и  $\eta^0$  от  $\beta_\phi$ . При малых  $\beta_\phi$  ( $\beta_\phi = 1,05; 1,1$ ) центр зоны расположен в области  $F = 0$  (напомним, что при  $\beta_\phi = 1$ , т.е. в  $T_{00r}$ -поле, генерация возможна только при  $F < 0$  [21]). С повышением  $\beta_\phi$  центр зоны смещается в сторону положительных  $F$  (зона генерации в плоскости  $(F, A)$  "дрейфует" вправо). Вначале повышаются значения  $A^0$  и  $\eta^0$  (максимум  $\eta^0$  расположен в области  $\beta_\phi \approx 1,2$ ), затем величина  $\eta^0$  медленно понижается. Зависимости  $A^0, F^0$  и  $\eta^0$  от  $\beta_0$  при  $\beta_\phi = 1,2$  приведены на рис. 8б. Они указывают на то, что величины  $F^0, A^0$  и  $\eta^0$  монотонно возрастают с увеличением  $\beta_0$ ; при  $\beta_0 = 0,95$  КПД достигает 75 %. Однако при  $\beta_0 > 0,9$  рост  $A^0$  резко ускоряется, что, конечно, нежелательно как с точки зрения увеличения потерь в резонаторе, так и из-за ограничения частоты генерации (вследствие достижения пробивных напряженностей ВЧ-поля). Поскольку наибольший интерес представляет взаимодействие РЭП с  $E_{111}$ -полям, рассматривался именно этот случай. Как показали исследования, во всей зоне генерации механизм взаимодействия остается однотипным. Поэтому основные его закономерности обсудим на конкретном примере:  $\beta_\phi = 1,2$ ;  $\beta_0 = 0,9$ ;  $A = 1,35$ ;  $F = 0,445$  (эта точка лежит ниже центра зоны по оси  $A$ :  $A^0 = 1,74$ ). На рисунке 9а приведены зависимости  $\beta_z(z)$ ,  $\beta_t(z)$ ,  $R(z)$  и относительное значение  $E_z(z)$  на траектории электрона; стрелочками на оси  $z$  отмечены моменты времени для сопоставления с рис. 9б, где те же моменты указаны точками и пронумерованы. На рисунке 9б приведена траектория электрона в неподвижной системе координат. Процесс взаимодействия РЭП с вращающимся  $E_{111}$ -полям можно разделить на несколько этапов.

1. На участке  $0 \leq z \leq 1,5$  за счет действия поля  $B_t$  происходит преобразование  $\beta_z$  и  $\beta_t$ . В конечной области этого участка ( $1 \leq z \leq 1,5$ ) имеет место, кроме того, своеобразный эффект компенсации ускоряющего действия  $E_z$  ( $E_z < 0$ ) и тормозящего действия тангенциальной к траектории составляющей  $E_t$  (ср. рис. 9а и б, узловая точка 3). В результате на этом участке  $R = \text{const}$ .

2. На участке  $1,5 \leq z \leq 2$  (центр резонатора) отдача поперечной энергии начинает превышать приращение продольной, а  $R$  — медленно возрастать.

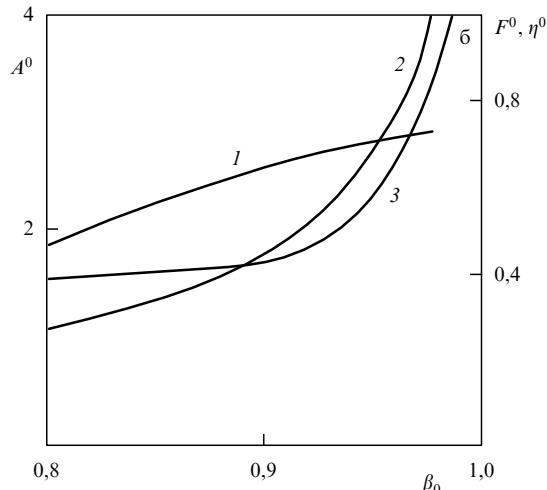
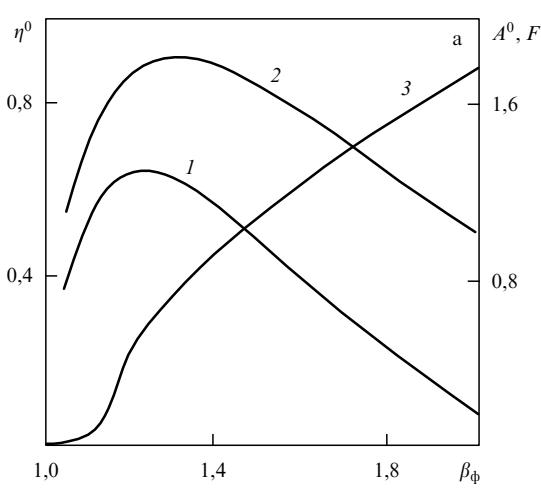


Рис. 8. Зависимости оптимальных по КПД параметров  $\eta^0$  (1),  $A^0$  (2),  $F^0$  (3) (а) от величины  $\beta_\phi$  и от  $\beta_0$  (б).

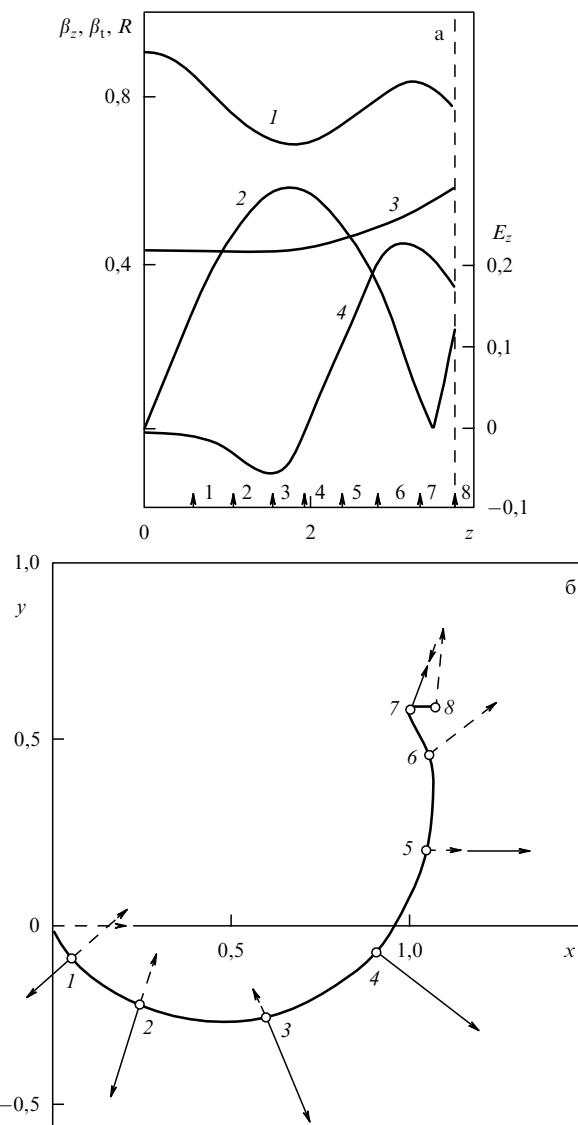


Рис. 9. Характеристики движения электрона вдоль траектории: 1 —  $\beta_z$ , 2 —  $\beta_t$ , 3 —  $R$ , 4 —  $E_z$  (а) и поперечная траектория электрона (б); сплошные стрелки — направление  $E_t$ , штриховые — направление  $B_t$ .

3. На участке  $2 \leq z \leq 3,7$  происходит основной энергоотбор от РЭП. Причем осуществляется он весьма своеобразно: электрон движется в быстро нарастающем тормозящем поле  $E_z$ , и в то же время его продольная скорость на участке  $2 \leq z \leq 3,25$  возрастает. Это связано с превышением увеличения  $\beta_z$  за счет преобразования  $\beta_t$  в поле  $B_t$  (см. ориентацию  $B_t$  на рис. 9б, точки 4—7) над уменьшением  $\beta_z$  в тормозящем поле  $E_z$ . Таким образом, при взаимодействии РЭП с  $E_{111}$ -полем функция  $\beta_t$  является своеобразным энергетическим резервуаром для "подпора"  $\beta_z$ , а непосредственное взаимодействие с  $E_t$  (рис. 9б) незначительно (мала тангенциальная составляющая  $E_t$ ) и играет вспомогательную роль в отличие от взаимодействия РЭП с  $H_{111}$ -полем. Поперечная составляющая скорости электрона  $\beta_t$  играет и другую роль: благодаря ей происходит поперечное отклонение электрона и фазировка его в поле  $E_z$  (напомним, что на оси  $E_z = 0$ , см. (33)).

В конечной области участка отбора  $3,5 \leq z \leq 3,77$  происходит обратный разворот пучка и в  $B_t$  (ср. точку 8

на рис. 9а и б). Здесь вновь возрастает  $\beta_t$ , а  $\beta_z$  уменьшается как за счет торможения в  $E_z$ , так и за счет преобразования в  $\beta_t$ . Следует отметить, что этот эффект не является следствием "насыщения" или "перенасыщенного" режима. Он наблюдается и при еще более малых по сравнению с оптимальным значениях  $A$ . По-видимому, такой режим энергетически более выгоден из-за задержки электрона в тормозящей фазе  $E_z$  за счет реверса его траектории.

Представляют интерес зависимости  $A^2/\eta$  от  $A$ , характеризующие пусковой ток и устойчивость стационарного режима генерации ( $(A^2/\eta)|_{A=0}$  пропорциональна пусковому току  $I_{\text{пуск}}$ , при конечных заданных  $A$  эта величина пропорциональна рабочему току или добротности резонатора). На рисунке 10 приведены зависимости  $A^2/\eta$  от  $A$  при  $\beta_0 = 0,9$ . Видно, что порогового эффекта при взаимодействии РЭП с вращающимися  $E_{111}$ -полями не существует в отличие от  $H_{111}$ -полей [29], как указывалось выше на основе анализа структуры зон генерации. Жесткий же режим возбуждения в принципе может быть при  $0,4 \leq A \leq 1,3$  (кривые 1 и 2), при этом рабочий ток меньше пускового. Однако в режиме больших КПД (кривая 2) при  $A = 1,74$  рабочий ток больше пускового; наклон зависимости  $A^2/\eta$  от  $A$  в этом случае положительный, что свидетельствует об устойчивости стационарного режима генерации. Кривые 3—5 отражают везде положительный наклон кривой  $A^2/\eta$ , т.е. устойчивость стационарной генерации при любой добротности.

Проведенные исследования взаимодействия прямолинейного РЭП с вращающимися  $E_{111}$ -полями указывают на следующие три основные преимущества такого вида взаимодействия в генераторе по сравне-

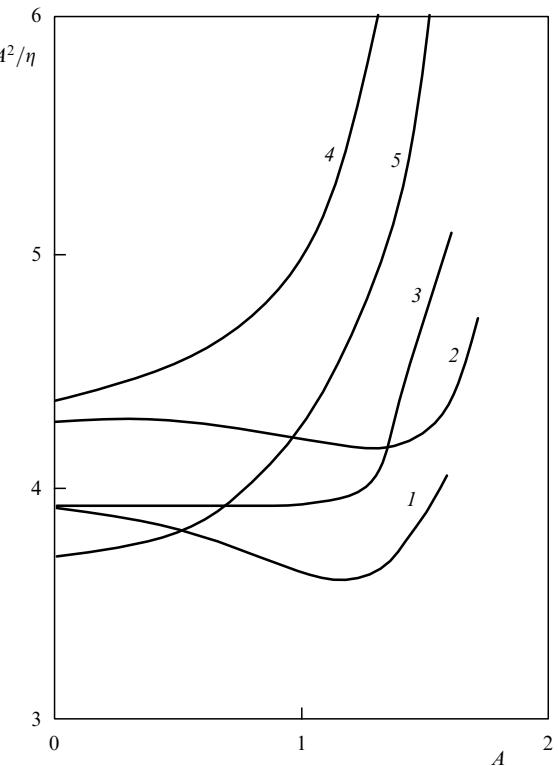


Рис. 10. Зависимости  $A^2/\eta$  от  $A$  при различных условиях взаимодействия: 1 —  $\beta_\phi = 1,1, F = 0$ ; 2 —  $\beta_\phi = 1,2, F = 0,44$ ; 3 —  $\beta_\phi = 1,2, F = 0$ ; 4 —  $\beta_\phi = 1,2, F = 0,4$ ; 5 —  $\beta_\phi = 1,5, F = 0,8$ .

нию с  $H_{111}$ -полями [29]: 1) пороговые эффекты отсутствуют; 2) рабочая напряженность поля вдвое ниже; 3) зоны генерации в области больших КПД некритичны. Одновременно следует отметить и такую особенность: отбиратели с  $E_{111}$ -типом колебаний в усилителях с предварительной разверткой РЭП могут обеспечить КПД, приближающийся к единице, в отличие от отбирателей с  $H_{111}$ -типом колебаний. Если учесть также, что отбиратели с  $E_{111}$ -типом колебаний могут самовозбуждаться (в отсутствие предварительной развертки РЭП), а с  $H_{111}$ -типом нет (из-за пороговых явлений), становится очевидным, что  $E_{111}$ -тип колебаний можно рекомендовать для генераторов,  $H_{111}$ -тип — для отбирателей усилителей.

## 5. Коаксиальный генератор с несинхронным взаимодействием

Содержание этого раздела основано на материалах работы [30]. Для многих целей в настоящее время требуются СВЧ-генераторы средней мощности, к главным достоинствам которых относятся малый вес и габариты (отсутствие фокусирующих магнитных систем и т.д.), а также простота и высокая надежность конструкции. При этом КПД не является первостепенным параметром. Области применения таких генераторов весьма разнообразны: переносные медицинские и технологические установки, бытовые микроволновые приборы с большим сроком службы, приборы для учебной лаборатории и измерительной антенной техники и т.д. Эта потребность заставила обратиться к поиску механизмов генерации, обеспечивающих указанные требования. Как это часто бывает, поиск привел к давно известным [31–34] схемам диода и монотрона. Однако эти схемы обеспечивают неприемлемо низкий КПД ( $\approx 6\%$ ). Поэтому здесь рассматривается схема обращенного цилиндрического диода (и монотрона) с коаксиальным резонатором.

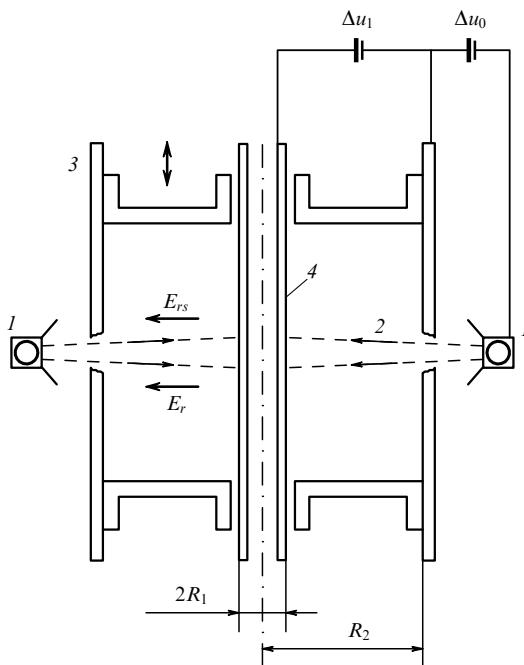


Рис. 11. Схема диодного генератора-диотрона.

В таких схемах электроны движутся в направлении нарастающего ВЧ-поля, что, как известно, несмотря на присущие несинхронному взаимодействию недостатки группирования, позволяет надеяться на существенное повышение КПД. Как показано в данном разделе, электронный КПД монотрона (с учетом пространственного заряда) в принципе может достигать 33 %, а диода соответственно — 24 %.

На рисунке 11 приведена схема генератора, которую мы рассмотрим для случая монотрона. Формируемый электронной пушкой 1 плоский дискообразный электронный поток 2 проходит через коаксиальный резонатор 3 в области максимума электрической составляющей низшей собственной моды  $T_1$  и взаимодействует с ней. Напряжение  $\Delta u_0$  определяет начальную скорость электронов на входе в область взаимодействия,  $\Delta u_1$  — ускоряющее напряжение в области взаимодействия. Если эмиссия электронов осуществляется со стенки резонатора с нулевой начальной скоростью, конструкция упрощается и  $\Delta u_0 = 0$  (диод). Отработавшие электроны оседают на внутреннем цилиндре, играющем роль анода (в отличие от экспериментов [31], где внутренний цилиндр был катодом). Электроны потока внутри области взаимодействия (рис. 11) движутся под действием постоянного  $E_r$  и переменного  $E_{rs}$  электрических полей:

$$E_r = \frac{\Delta u_1}{\ln(R_2/R_1)} \frac{1}{r}, \quad E_{rs} = \frac{\Delta u_s}{\ln(R_2/R_1)} \frac{1}{r} \cos(\omega t + \varphi). \quad (38)$$

Здесь  $R_1, R_2$  — радиусы внутреннего и внешнего цилиндров коаксиального резонатора,  $r$  — расстояние от оси резонатора,  $R_1 \leq r \leq R_2$ ,  $\Delta u_1$  — разность потенциалов между цилиндрами,  $\Delta u_s$  — амплитуда ВЧ-колебаний возбуждаемого электромагнитного поля в резонаторе,  $\omega$  — рабочая частота колебания,  $\varphi$  — начальная фаза. Следуя методу крупных частиц, электронный поток представим ансамблем из  $N$  частиц в виде колец, вначале равномерно распределенных по периоду колебания. В этом случае поле пространственного заряда, действующего на  $i$ -ю частицу со стороны других частиц, приближенно можно представить как

$$E_{qi} = \frac{I_0}{\omega r_i 2\pi \epsilon_0} \frac{1}{N} \sum_{j=1, j \neq i}^N \frac{1}{r_i - r_j}, \quad (39)$$

где  $I_0$  — ток пучка,  $\epsilon_0$  — диэлектрическая постоянная пустоты,  $r_i, r_j$  — радиусы частиц-колец.

Введем переменную отсчета в направлении движения частиц  $z = R_2 - r$ . Размерные уравнения движения крупных частиц запишем в "z" системе координат

$$\begin{aligned} \frac{dv_i}{dz} &= \frac{e(E_r + E_s + E_{qi})}{m_0 \gamma_i^3 v_i}, \\ \frac{dt_i}{dz} &= \frac{1}{v_i}. \end{aligned} \quad (40)$$

Здесь  $v_i$  — скорость движения  $i$ -й частицы,  $t_i$  — индивидуальное время,  $e, m_0$  — заряд и масса покоя электрона,  $\gamma_i = 1/\sqrt{1 - v_i^2/c^2}$ ,  $c$  — скорость света.

Для удобства расчетов перейдем к безразмерным переменным:  $V_i = v_i/v_0$ ,  $v_0$  — опорное значение скорости

электронов,

$$\begin{aligned}\beta_0 &= \frac{v_0}{c}, \quad \gamma_0 = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta_0^2}}, \quad \gamma_i(T) = \frac{1}{\sqrt{1 - V_i^2(T) \beta_0^2}}, \\ L &= R_2 - R_1, \quad \delta = \frac{R_1}{L}, \quad T = \frac{z}{L}, \quad u_i = \omega t_i - \frac{z\omega}{v_0}, \\ \theta_0 &= \frac{\omega L}{v_0}, \quad A = \frac{e\Delta u_1}{m_0 v_0^2}, \quad A_s = \frac{e\Delta u_s}{m_0 v_0^2}, \\ D_1 &= \ln \frac{\delta + 1}{\delta}, \quad S_q = \frac{eD_1 I_0}{m_0 2\pi \epsilon_0 v_0^3}, \quad F_{qi} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \frac{1}{u_i - u_j}.\end{aligned}$$

При переходе от (39) к записи  $F_{qi}$  используется, как принято обычно в приборах типа "О", линейная экстраполяция  $u_j$ . В этих переменных уравнения (40) записутся следующим образом:

$$\begin{aligned}\frac{dV_i}{dT} &= \frac{A + A_s \cos(u_i + \theta_0 T) + S_q F_{qi}}{V_i \gamma_i^3 D_1 (\delta + 1 - T)}, \\ \frac{du_i}{dT} &= \theta_0 \left( \frac{1}{V_i} - 1 \right).\end{aligned}\quad (41)$$

Для монотрона опорное значение скорости  $v_0$  выбирается равным скорости влета электронов в резонатор, которая рассчитывается через ускоряющее напряжение  $\Delta u_0$  из соотношения  $e\Delta u_0 = mc^2(\gamma_0 - 1)$ , и, если не учитывать релятивистскую поправку,

$$v_0^2 \cong \frac{2\Delta u_0 e}{m_0}, \quad A \cong \frac{1}{2} \frac{\Delta u_1}{\Delta u_0}, \quad A_s \cong \frac{1}{2} \frac{\Delta u_s}{\Delta u_0}.$$

В случае диода начальная скорость электронов равна нулю ( $\Delta u_0 = 0$ ) и опорное значение  $v_0$  рассчитывается через ускоряющее напряжение  $\Delta u_1$  из соотношения  $e\Delta u_1 = mc^2(\gamma_0 - 1)$ . Если не учитывать релятивистскую поправку, то

$$v_0^2 = \frac{2\Delta u_1 e}{m_0},$$

при этом параметр  $A \cong 0,5 = \text{const}$ ,  $A_s \cong 0,5\Delta u_s/\Delta u_1$ .

Начальные условия при  $T = 0$ :

$$u_i = (i - 0,5) \frac{2\pi}{N}, \quad i = 1, \dots, N, \quad (42)$$

где  $V_i = 1$  для монотрона и  $V_i = 0$  для диода.

Эффективность взаимодействия оценивается величиной электронного КПД, представляющего отношение разности средней энергии электронов до и после взаимодействия с ВЧ-полем к энергии электронов, соответствующей разности потенциалов  $\Delta u_0 + \Delta u_1$ :

монотрон

$$\begin{aligned}\eta_e(T) &= \\ &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{\gamma_0 - \gamma_i(T) + A\beta_0^2 \ln((\delta + 1)/(\delta + 1 - T))/D_1}{\gamma_0 - 1 + A\beta_0^2},\end{aligned}\quad (43)$$

диод

$$\begin{aligned}\eta_e(T) &= \\ &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left[ \frac{\ln((\delta + 1)/(\delta + 1 - T))}{D_1} - \frac{\gamma_i(T) - 1}{\gamma_0 - 1} \right].\end{aligned}$$

Уровень группирования частиц оценивается функцией группировки

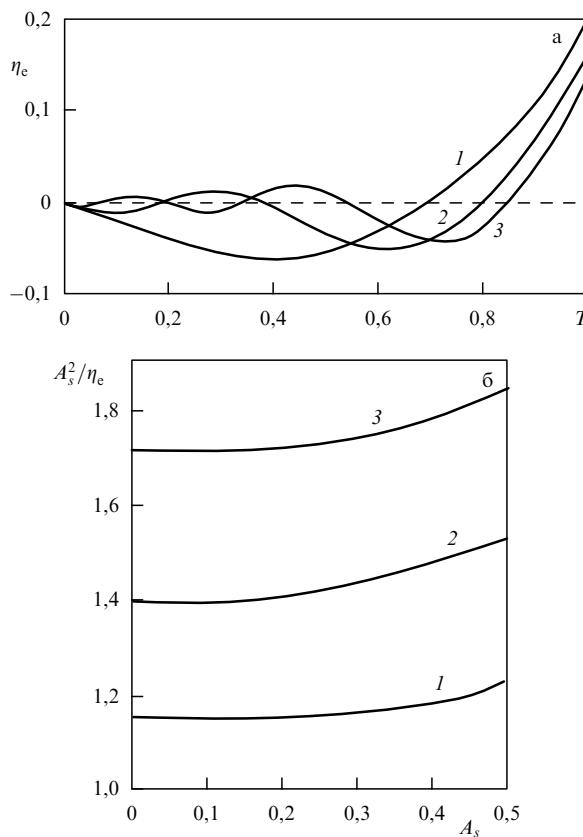
$$G_r = \sqrt{\left( \frac{1}{N} \sum_i \cos u_i \right)^2 + \left( \frac{1}{N} \sum_i \sin u_i \right)^2}. \quad (44)$$

При отсутствии группировки  $G_r = 0$ , при идеальной группировке  $G_r = 1$ .

Процесс взаимодействия в рассматриваемом генераторе определяется четырьмя основными безразмерными параметрами:  $A$  — относительная величина ускоряющего напряжения в области взаимодействия;  $A_s$  — относительная амплитуда ВЧ-поля;  $\theta_0$  — угол пролета;  $\delta$  — характеристика геометрии резонатора. Два дополнительных параметра  $\beta_0$  и  $S_q$  описывают соответственно релятивистские эффекты (если  $\beta_0 > 0,3$ ) и действие сил взаимодействия электронов при больших токах пучка.

В рассмотренной схеме можно реализовать два принципиально различных режима. Первый — режим диода, когда эмиссия электронов осуществляется непосредственно со стенки внешнего цилиндра резонатора (катод пушки  $I$  совмещен со стенкой,  $\Delta u_0 = 0$ ). Второй — режим монотрона, когда электроны потока, формируемого электронной пушкой, с начальной скоростью  $v_0$ , определяемой разностью потенциалов  $\Delta u_0$ , входят в область резонатора и взаимодействуют с ВЧ-полям. Дополнительное ускоряющее напряжение  $\Delta u_1$  в этом случае требуется для того, чтобы электроны осаждались на внутреннем цилиндре. В обоих случаях были получены решения задачи (41), (42) и выявлены характерные особенности этих режимов.

**Режим диода.** В этом случае конструкция генератора особенно проста. При выполнении расчетов с учетом того, что при  $T = 0$ ,  $V_i = 0$  уравнения (41) записывались в "t" системе, причем поле пространственного заряда не учитывалось ( $S_q = 0$ ). Таким образом, задача описывается тремя параметрами  $A_s$ ,  $\theta_0$ ,  $\delta$ . На рисунке 12а представлена характерная зависимость  $\eta(T)$  для трех вариантов, соответствующих различным углам пролета  $\theta_0$ . При больших углах пролета  $\theta_0$  величина  $\eta(T)$  с ростом  $T$  периодически меняет знак. Области положительных  $\eta$  соответствуют отбору кинетической энергии электронов электромагнитной волной. Амплитуда колебаний  $\eta(T)$  возрастает с увеличением  $T$ , так как возрастает амплитуда ВЧ-поля. Генерация имеет место, если в конце области взаимодействия  $\eta(1) > 0$ . При фиксированных  $A_s$  и  $\delta$  с ростом  $\theta_0$  можно наблюдать генерацию поочередно на первом, втором и последующих максимумах (зонах). Механизм генерации состоит в том, что электроны потока в самом начале движения получают модуляцию по скорости в поле ВЧ-волны, имеющем при  $T = 0$  конечную амплитуду  $A_s/(1 + \delta)$ . В результате последующей группировки сформировавшийся сгусток поочередно проходит в тормозящей и ускоряющей фазах ВЧ-поля с возрастающей амплитудой. Наиболее интенсивный энергообмен осуществляется возле внутреннего цилиндра, где амплитуда ВЧ-поля резко возрастает, если  $\delta$  мало. Параметры следует выбирать так, чтобы положительный максимум приходился на конец области ( $T = 1$ ). Расчеты показали, что положение максимума  $\eta(1)$  не зависит от  $A_s$  и определяется параметрами  $\theta_0$  и  $\delta$ . С ростом  $A_s$  величина  $\eta(1)$  монотонно увеличивается. При  $A_s > 0,5$  ( $\Delta u_s > \Delta u_1$ ) часть электронов запирается



**Рис. 12.** Характеристики диода при  $A_s = 0,5$ ,  $\delta = 0,1$  для трех вариантов: 1 —  $\theta_0 = 2,21$ ,  $\eta(1) = 0,205$ ; 2 —  $\theta_0 = 4,47$ ,  $\eta(1) = 0,162$ ; 3 —  $\theta_0 = 6,68$ ,  $\eta(1) = 0,135$ . (а) Зависимости электронного КПД от  $T$ . (б) Зависимости  $A_s^2/\eta_e$  от  $A_s$ .

ВЧ-полем на катоде, поэтому расчеты проводятся при  $A_s \leq 0,5$ . На рисунке 12 приведены варианты для фиксированного  $\delta = 0,1$ , при котором амплитуда поля возрастает вдоль области взаимодействия приблизительно в 10 раз. Значения  $\theta_0$  подобраны так, что  $\eta(1)$  соответствует максимуму. При уменьшении  $\delta$  величина  $\eta(1)$  возрастает, а значение  $\theta_0$ , соответствующее максимуму, уменьшается.

Как видно из таблицы, где верхний индекс соответствует номеру рабочего максимума, КПД генератора может достигать 24 % в первой зоне, что значительно превосходит КПД плоского диодного генератора ( $\cong 6\%$  [31]). С увеличением номера зоны на единицу величина  $\eta(1)$  уменьшается примерно в 1,2 раза. Рабочий ток генератора при заданных значениях нагруженной добротности  $Q$ ,  $\delta$  и  $\Delta u_1$  рассчитывается следующим образом:

$$I_0 = \frac{\pi e_0 c \Delta u_1}{\ln[(\delta + 1)/\delta] Q} \frac{A_s^2}{\eta(1)}. \quad (45)$$

**Таблица.** Параметры диода для  $A_s = 0,5$

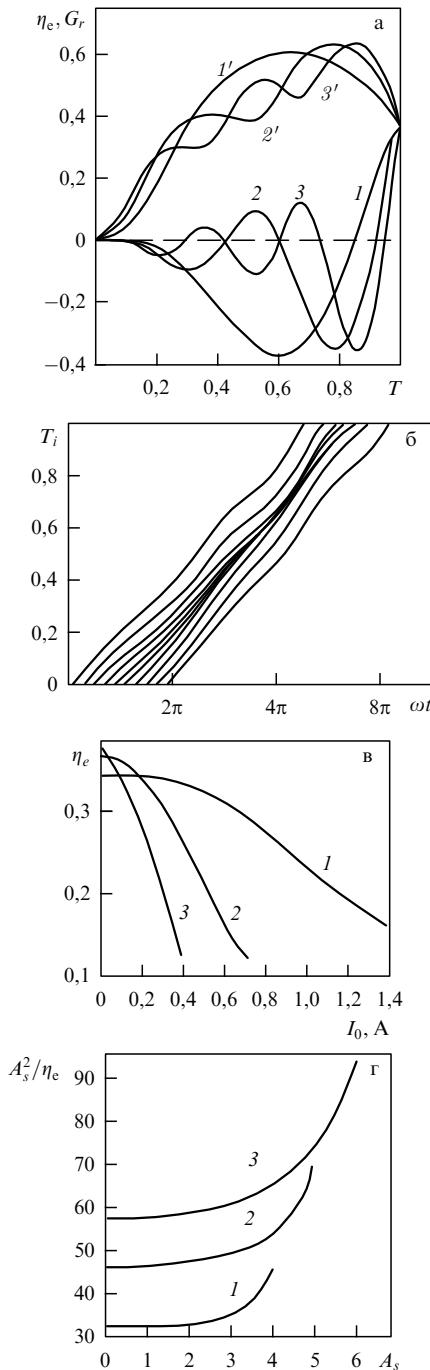
$\delta$	$\theta_0^1$	$\eta^1(1)$	$\theta_0^2$	$\eta^2(1)$	$\theta_0^3$	$\eta^3(1)$
1,0	3,20	0,13	6,14	0,08	8,97	0,06
0,1	2,21	0,20	4,47	0,16	6,68	0,13
0,05	2,06	0,22	4,02	0,18	6,04	0,16
0,025	1,82	0,24	3,69	0,22	5,59	0,18

При  $A_s \rightarrow 0$  формула (45) определяет пусковой ток  $I_{\text{пуск}}$ . На рисунке 12б приведены зависимости  $A_s^2/\eta_e$  от  $A_s$ , из которых следует, что  $I_{\text{пуск}} < I_0$ , т.е. режим возбуждения диодрона — мягкий.

**Режим монотрона.** В этом варианте генератора имеется возможность варьировать параметром  $A$ , который представляет отношение постоянных ускоряющих напряжений. При  $A = 0$  ускоряющее напряжение внутри области взаимодействия отсутствует. В этом случае электроны потока движутся по инерции к внутреннему цилиндру в ВЧ-поле с нарастающей амплитудой. Из-за наличия в электронном потоке начального и динамического разброса скоростей часть электронов может отразиться от внутреннего цилиндра, что нежелательно. Чтобы этого избежать, создается добавочное ускоряющее напряжение  $\Delta u_1$ , обеспечивающее осаждение всех электронов потока на внутренний цилиндр. При  $A = 0,5$  выполняется соотношение  $\Delta u_1 \cong \Delta u_0$  и тем самым обеспечивается осаждение всех электронов на анод. Решение задачи (41), (42) выполнялось с учетом поля пространственного заряда при напряжениях  $\Delta u_0 + \Delta u_1 \leq 5$  кВ, поэтому релятивистские эффекты незначительны и результаты можно использовать для  $\beta_0 \leq 0,15$ . Расчеты показали, что с увеличением  $A$  уменьшается реальный угол пролета без изменения характера взаимодействия. С увеличением  $A_s$  до значения, зависящего от  $\delta$  и  $\theta_0$ , после которого появляются заторможенные до нулевой скорости электроны, величина  $\eta(1)$  монотонно возрастает. В отличие от диодной схемы максимальное значение  $\eta(1)$  достигается при некотором определенном соотношении между параметрами  $A_s$ ,  $\delta_0$  и  $\theta_0$ , которые находились из условия максимума  $\eta(1)$ .

На рисунке 13а приведены типичные для данного режима зависимости от  $T$  характеристик взаимодействия при оптимальных значениях  $A_s$ ,  $\delta_0$  и  $\theta_0$ , соответствующих режимам генерации на первом, втором и третьем максимумах (зонах). Зависимости  $\eta(T)$  похожи на уже описанные выше характеристики диода. Из характера кривых  $G_r(T)$  видно, что электроны потока, получив начальную скорость модуляцию, затем группируются в довольно компактные сгустки ( $G_r$  достигает 0,65), причем возрастание  $G_r$  имеет место только на участках, где  $\eta$  уменьшается, т.е. когда сгусток проходит ускоряющую фазу поля. Центру сгустка при этом соответствует центр тормозящей фазы на входе в область взаимодействия. Процесс группирования иллюстрирует рис. 13б, где приведены фазовые траектории электронов в форме зависимостей  $T_i(\omega t)$ , т.е. в системе " $t$ ". Компактный сгусток, проходя на конечном участке в тормозящей фазе поля значительной амплитуды, отдает часть кинетической энергии тем большую, чем больше амплитуда поля на этом участке и выше уровень группирования.

В рассматриваемой схеме профиль амплитуды поля определяется одним параметром  $\delta$ , оптимальное значение которого уменьшается с увеличением номера рабочего максимума. С ростом номера рабочей зоны КПД несколько повышается за счет достижения более высокого уровня группирования и уменьшения длины участка отбора. Расчеты показали, что в рассматриваемой схеме КПД достигает 37 % (в плоско-параллельном монотроне — 19 %). Можно предположить, что за счет выбора аналогичного профиля амплитуды ВЧ-поля и ускоряющего напряжения в какой-либо другой схеме,



**Рис. 13.** Характеристики монотронной схемы генератора при  $A = 0,5$  для трех вариантов: 1 —  $\theta_0 = 8,18$ ,  $A_s = 3,96$ ,  $\delta = 0,41$ ; 2 —  $\theta_0 = 15,31$ ,  $A_s = 5,12$ ,  $\delta = 0,18$ ; 3 —  $\theta_0 = 22,2$ ,  $A_s = 6,00$ ,  $\delta = 0,1$ . (а) Зависимости электронного КПД ( $1$ ,  $2$ ,  $3$ ) и функции  $G_r$  ( $1'$ ,  $2'$ ,  $3'$ ) от  $T$ . (б) Траектории электронов для варианта 2. (в) Зависимости электронного КПД от величины рабочего тока  $I_0$ . (г) Зависимости  $A_s^2/\eta_e$  от  $A_s$ .

при которых обеспечиваются оптимальные условия начальной модуляции, последующей группировки и отбора энергии, эффективность взаимодействия возрастает в 1,5–2 раза. На рисунке 13в приведены данные расчетов с учетом поля пространственного заряда. Видно, что с увеличением рабочего тока  $I_0$  действие сил расталкивания препятствует группированию и КПД снижается. Критичность к росту тока резко повышается с увеличением номера рабочей зоны.

В случае монотрона рабочий ток  $I_0$  рассчитывается по формуле

$$I_0 = \frac{\pi e_0 c \Delta u_0}{(1 + 2A) \ln [(\delta + 1)/\delta] Q} \frac{A_s^2}{\eta(1)}. \quad (46)$$

В пределе  $A_s \rightarrow 0$  ток  $I_0 \rightarrow I_{\text{пуск}}$ . Существенной особенностью режима монотрона является мягкий характер возбуждения. Из рисунка 13г, на котором для трех первых зон генерации представлены характерные зависимости величины  $A_s^2/\eta_e$  от  $A_s$ , видно, что пусковой ток значительно меньше рабочего. С увеличением номера рабочего максимума при фиксированной добротности резонатора пусковой ток возрастает. Немаловажным представляется вопрос о диапазонах длин волн, в которых параметры диотрона реализуемы. Поэтому для иллюстрации приведем следующие варианты, соответствующие  $\theta_0$  и  $\delta$  из рис. 13 при  $L = 1$  см,  $\Delta u_0 = \Delta u_1 = 1$  кВ,  $I_0 = 0,2$  А. Для первой зоны  $\lambda = 11,5$  см,  $Q = 841$ ; для второй —  $\lambda = 6,32$  см,  $Q = 928$ ; для третьей —  $\lambda = 4,35$  см,  $Q = 1252$ . Собственная же добротность медного коаксиального резонатора в указанных диапазонах длин волн  $Q_c$  составляет более 12 000. Таким образом, контурный КПД  $\eta_k = 1 - Q/Q_c$  во всех диапазонах более 90 %.

## 6. Влияние несинхронных азимутальных пространственных гармоник на эффективность пениотрона

Содержание этого раздела основано на материалах работы [35]. Пениотрон изобретен в начале 1960-х гг. [36]. Он является одним из немногих приборов СВЧ, в котором реализуется практически идеальный по КПД механизм взаимодействия, а именно: все электроны тонкостенного трубчатого, соосно с азимутально периодической электродинамической системой вращающегося в продольном магнитном поле  $B_0$  пучка независимо от начальной относительной фазы в  $T$ -поле ( $v_\phi = c$ ) в среднем одинаково отдают свою энергию ВЧ-полю. Это происходит при выполнении условия пениотронного синхронизма

$$1 - \frac{v_z}{v_\phi} = p\Omega, \quad p = n - 1, \quad \Omega = \frac{eB_0}{\gamma m_0 \omega},$$

где  $v_z$  — продольная скорость электронов,  $v_\phi$  — фазовая скорость волны, имеющей  $n$  азимутальных вариаций,  $p$  — номер синхронной гармоники. При этом, как показывают упрощенные аналитические модели [37], эффективность пениотрона взаимодействия остается высокой при увеличении номера синхронной гармоники до  $p = 10$ , что вселяло надежду создать на основе этого механизма эффективный источник миллиметрового диапазона средней мощности ( $P_{\text{вых}} \approx 1 - 10$  кВт) на постоянных магнитах, обеспечивающих требуемый уровень  $B_0$ .

Впервые на неадекватность одноэлектронной модели при определенных условиях указано в работе [38], в которой при расчетах по неусредненной модели была обнаружена существенная зависимость КПД от начальной фазы электронов при  $v_\phi > c$  и в релятивистском случае. В работе [39] были предложены неусредненные модели пениотронного усилителя и генератора на  $T$ -волне многосвязанной электродинамической системы.

Такая система является наилучшей для эффективной реализации пениотронного механизма не только из-за реализации условия  $v_\phi = c$ , но и из-за возможности приблизить электронные орбиты слаборелятивистского пучка к ламелям электродинамической структуры в область интенсивного поля.

Проведенные исследования оптимальных вариантов, полученных на основе этих моделей с учетом влияния сил поля пространственного заряда, указывают на заметное ухудшение эффективности пениотронного усилителя вследствие действия сил поля пространственного заряда, приводящего к зависимости энергетики взаимодействия от фазы влета электрона, особенно при увеличении номера синхронной гармоники. Как показали расчеты, выполненные в работах [40–42], эффективность пениотрона-генератора при оптимально подобранных параметрах все же остается довольно высокой (КПД достигает 72 % при  $p = 3$  и 34 % при  $p = 10$ ), несмотря на то, что здесь отрицательное воздействие оказывает также встречная парциальная волна, если создаются условия, близкие к обеспечению ее гирорезонансного взаимодействия с пучком.

Анализ оптимальных вариантов пениотрона-генератора показал, что в них действие сил поля пространственного заряда компенсируется за счет создания условий, при которых амплитуда ВЧ-поля значительно превышает величину этих сил. На практике это оказывается возможным, когда соответствующим образом сбалансированы значения добротности резонатора и мощности пучка. Согласно экспериментальным данным [43] для  $p = 3$  за счет выбора нагруженной добротности  $Q \approx 2000$  удается обеспечить требуемую амплитуду ВЧ-поля и получить КПД = 70 %, соответствующий расчетному. При  $p = 10$  расчетный КПД = 33 %, в то время как в эксперименте достигнуто лишь значение 6 %. Расчеты показывают, что оптимальный КПД достигается при добротности резонатора, в 5 раз превосходящей ту, что реализована в эксперименте. Аналогичный результат получен в эксперименте [44].

Недостаток существующих математических моделей заключается в том, что поле электродинамической системы представлено только одной синхронной гармоникой с азимутальной зависимостью вида  $\exp(-j\eta\psi)$ . Именно для такого приближения в нерелятивистском случае устанавливается "идеальность" пениотрона-генератора механизма взаимодействия. Однако на самом деле ВЧ-поле негармонично по азимуту, т.е. в нем присутствуют несинхронные составляющие с распределением вида  $\exp(-jk\eta\psi)$ . Очевидно, что эти составляющие разрушают "идеальность" пениотрона-генератора механизма, и их влияние следует учитывать при расчете пениотрона.

В настоящей работе такие расчеты выполнены для пениотрона-генератора сантиметрового диапазона на основе резонатора в виде отрезка многосвязного волновода, в котором реализуется  $\pi$ -вид  $T_{211}$ -колебания [39] (сдвиг фаз тока в соседних ламелях равен  $\pi$ ). Расчет векторного потенциала для  $T_{211}$ -волны выполнен методом сеток практически точно, что позволило выявить особенности взаимодействия электронов вблизи ламелей, где распределение ВЧ-поля отлично от представляемого одной синхронной гармоникой в [39]. Обнаружено, что несинхронные гармоники приводят к зависимости взаимодействия от начальной фазы влета электронов и, соответственно, к снижению эффективности. Показано,

что при использовании эллипсоидальной формы ламелей удается значительно уменьшить уровень несинхронных гармоник и повысить эффективность пениотрона.

Геометрия поперечного сечения области взаимодействия для двух вариантов профиля ламелей представлена на рис. 14а, б. В рабочей области трубчатый пучок, вращающийся в продольном магнитном поле  $B_0$  вокруг оси, взаимодействует с возбуждаемой  $T_{211}$ -модой резонатора ( $\pi$ -модой). Будем использовать все обозначения и безразмерную математическую модель, описанную в [39], в которой учтено влияние сил поля пространственного заряда. Для учета влияния несинхронных гармоник расчет компонент ВЧ-поля производился следующим образом. Безразмерные компоненты электромагнитного поля  $T_{211}$ -моды выражим через компоненту векторного потенциала  $V$ :

$$\begin{aligned} \{E_r, E_\psi, B_r, B_\psi\} &= \operatorname{Re} \{\dot{E}_r, \dot{E}_\psi, \dot{B}_r, \dot{B}_\psi\} \exp(jW\theta), \\ \dot{E}_r &= W \frac{\partial V_t}{\partial r}, \quad \dot{E}_\psi = W \frac{1}{r} \frac{\partial V_t}{\partial \psi}, \quad \dot{B}_r = -j \frac{1}{r} \frac{\partial^2 V_t}{\partial z \partial \psi}, \\ \dot{B}_\psi &= j \frac{\partial^2 V_t}{\partial z \partial r}, \quad V_t = V(r, \psi) \sin z, \quad W = \frac{\omega}{\omega_0}. \end{aligned}$$

Функция  $V(r, \psi)$  удовлетворяет уравнению Лапласа:

$$r \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial V}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 V}{\partial \psi^2} = 0. \quad (47)$$

В силу азимутальной симметрии решение (47) для  $T_{n11}$ -моды можно искать в секторе  $0 \leq \psi \leq \pi/2n$ ,  $0 \leq r \leq R$  (рис. 14).

Значение функции  $V$  на смежных ламелях задавалось равным единице:  $V = \pm 1$ . На границах расчетного сектора

$$\text{при } r = R, \quad r = 0 \quad V = 0,$$

$$\text{при } \psi = 0 \quad \frac{\partial V}{\partial \psi} = 0 \quad \text{— условие симметрии, (48)}$$

$$\text{при } \psi = \frac{\pi}{2n} \quad V = 0.$$

Задача (47), (48) решалась в системе MATLAB методом конечных элементов. После чего по модели [39] в результате оптимизации по КПД найдена амплитуда ВЧ-поля  $A$  и величина сопровождающего магнитного поля  $B_0$ . Особенность пениотрона-генератора средней мощности в сантиметровом диапазоне состоит в том, что при напряжениях пучка  $U_0 = 1-20$  кВ длина области взаимодействия составляет  $L' = (0,5-1,5)\lambda$ ; ( $L = \pi - 3\pi$ ), в отличие от пениотронов миллиметрового диапазона, где ее значение обычно составляет  $(10-15)\lambda$ .

Ниже анализируются полученные в результате компьютерного моделирования варианты генераторов, в которых обеспечивается выходная мощность 4–15 кВт при КПД 70–85 % для используемой в технологических установках частоты  $f = 915$  МГц ( $\lambda = 32,7$  см) при напряжении и токах пучка  $U_0 \approx 10$  кВ,  $I_0 \approx 0,5-2$  А. Нагруженная добротность резонатора с  $T_{n11}$ -модой в принятых переменных вычисляется по формуле

$$\begin{aligned} Q &= \frac{\omega E}{\eta I_0 U_0} = \frac{\varepsilon_0 c^3 A^2 m_0 l \pi W}{4 e_0 I_0 (\gamma_0 - 1) \eta} \times \\ &\times \int \int_S \left[ \left( \frac{\partial V}{\partial r} \right)^2 + \left( \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \psi} \right)^2 \right] r dr d\psi, \end{aligned}$$

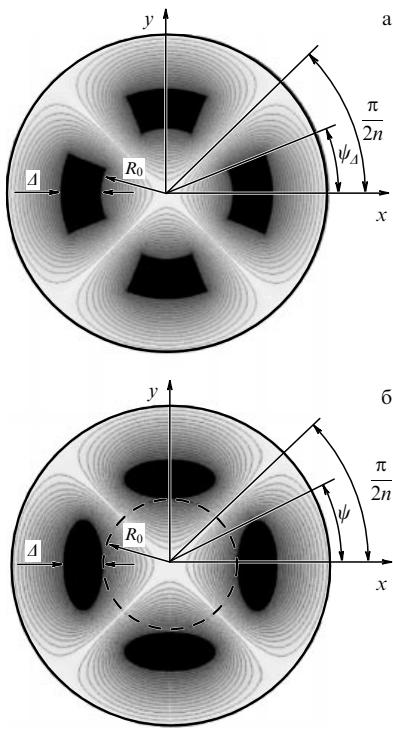


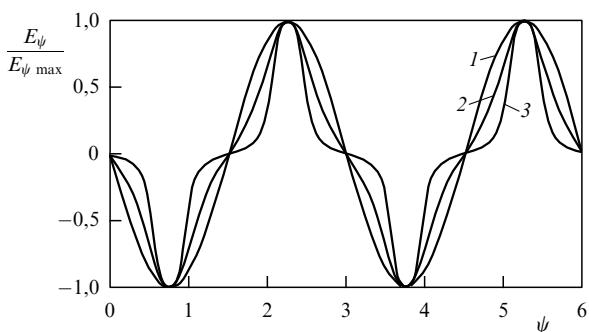
Рис. 14. Поперечное сечение области взаимодействия пениотрона.

где  $\eta$  — электронный КПД,  $\omega$  — рабочая частота,  $E$  — запасенная энергия резонатора,  $S$  — поперечное сечение области взаимодействия.

В [40, 42] при расчетах ВЧ-поля представлено лишь одной синхронной гармоникой, т.е. в области взаимодействия полагалось  $\dot{V} = r^n \sin z \exp(-j\eta\psi)$ . Поэтому вблизи ламелей, т.е. при  $r$ , близком к  $R_0$ , такое приближение значительно отличается от реального. На рисунке 15 приведена зависимость

$$E_\psi = \frac{1}{r} \frac{\partial V(r, \psi)}{\partial \psi}$$

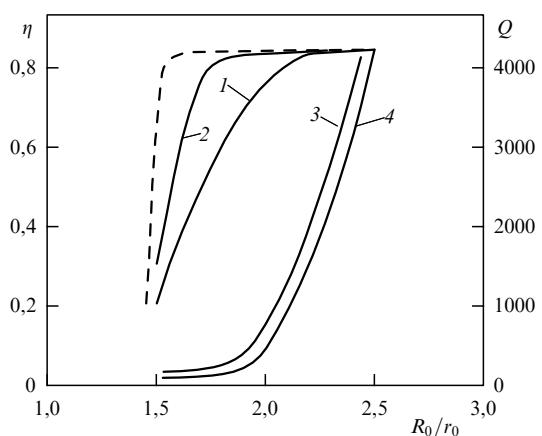
для резонатора с прямоугольными ламелями при различных  $r \leq R_0$  (кривая 1 соответствует  $r = 0,5 R_0$ , кривая 2 —  $r = 0,75 R_0$ , кривая 3 —  $r = 0,95 R_0$ ). Из графика видно, что по мере того как  $r$  приближается к  $R_0$ , синусоидальное распределение искажается и постепенно переходит в ступенчатую функцию. Как показали сравнительные расчеты, учет реального распределения

Рис. 15. Изменение зависимости  $E_\psi(\psi)$  при приближении к ламелям.

поля вблизи ламелей приводит к дополнительной зависимости взаимодействия от начальной фазы электронов. При этом по мере приближения синхронного радиуса  $r_0$  электронного потока к ламелям максимальный КПД снижается. Расчет поля по методу сеток показал, что понизить уровень пространственных гармоник можно, используя скругленную форму ламелей. Зависимость КПД от величины  $R_0/r_0$  для приближения поля одной гармоникой показана на рис. 16 штриховой кривой. Резкий спад наблюдается, когда траектории движения электронов достигают радиуса  $R_0$  и электроны начинают осаждаться на ламелях.

Зависимости КПД с учетом пространственных гармоник для ламелей с прямоугольным сечением (кривая 1) и для ламелей с сечением скругленной формы (кривая 2) при больших значениях  $R_0/r_0$  совпадают с КПД, полученным по идеальной модели, так как распределение  $E_\psi$  мало отличается от синусоидального. При уменьшении  $R_0/r_0$  с 2 до значения 1,5 кривая 1 резко спадает. Это объясняется тем, что электроны вследствие дрейфа ведущих центров приближаются к ламелям и попадают в поле с интенсивными пространственными гармониками. Кривая КПД для резонатора со скругленными ламелями начинает спадать при меньших значениях  $R_0/r_0$ , так как амплитуда пространственных гармоник в этом случае значительно меньше. Необходимые значения добротности  $Q$  для вариантов со скругленными и с прямоугольными ламелями отображают кривые 3 и 4 соответственно. Как видно, требуемая добротность для резонатора со скругленными ламелями больше, чем для резонатора с прямоугольными ламелями, однако в области рабочих значений  $Q < 1000$  это превышение незначительно по сравнению с КПД.

Приведенные зависимости были получены для заданных параметров пучка:  $\beta_0 = 0,2$ ;  $q = 2$ ;  $r_0 = 0,196$ ;  $\Delta = 0,083$ ;  $\psi_A = 22^\circ$ ;  $R_0/R = 0,6$ ;  $\lambda = 32,7$  см;  $U_0 = 10,5$  кВ;  $I_0 = 1$  А;  $L' = \lambda$ ;  $B_0 = 0,0304$  Тл. При этом радиус ламелей  $R_0$  изменялся от 0,295 до 0,491, в каждой точке оптимизировались амплитуда  $A_0$  и величина сопровождающего магнитного поля  $B_0$ . Основной отбор энергии происходит от поперечной составляющей скорости электронов  $\beta_t$  в областях максимумов  $E$ -составляющих ВЧ-поля. Небольшое уменьшение продольной составляющей  $\beta_z$  происходит из-за ее преобразования в поперечную в максимуме магнитной составляющей

Рис. 16. Зависимости  $\eta$  и  $Q$  от положения радиуса пучка относительно ламелей.

**ВЧ-поля.** Учет влияния пространственных гармоник увеличивает энергетический разброс электронов в 10 раз для случая резонатора с прямоугольными ламелями.

Обсуждаемые результаты были получены без учета сил поля пространственного заряда, чтобы выделить эффект несинхронных составляющих в чистом виде. Учет этих сил также приводит к снижению КПД и увеличению энергетического разброса электронов: при токе 0,5 А КПД составляет 83 %, при увеличении тока до 5 А КПД практически линейно спадает до 36 %.

Как следует из анализа рис. 16, для достижения высоких значений КПД ( $> 70\%$ ) при реализуемой нагруженной добротности для резонатора с прямоугольными ламелями необходимо выбирать отношение  $R_0/r_0$  порядка двух. Использование скругленных ламелей позволяет уменьшить значение  $R_0/r_0$  до 1,7 и приблизить электронный поток в область сильных полей вблизи ламелей и, как следствие, уменьшить требуемую нагруженную добротность  $Q$ .

Ниже приведены оптимизированные варианты пениотрона-генератора на первой гармонике циклотронной частоты при следующих заданных параметрах:  $\lambda = 32,7$  см,  $U_0 = 10,5$  кВ. Первые три варианта соответствуют пениотрону с резонатором на прямоугольных ламелях. Варианты 4 и 5 получены для скругленных ламелей. В каждом варианте фиксировались значения тока пучка  $I_0$  и длина резонатора  $L'$ ; оптимизировались по КПД амплитуда ВЧ-поля  $E_m$  и величина направляющего магнитного поля  $B_0$ . В результате оптимизации находились КПД  $\eta$ , выходная мощность  $P_{\text{вых}}$  и нагруженная добротность  $Q$ .

Вариант 1:

$$R_0/r_0 = 2; I_0 = 2 \text{ А}; L' = \lambda; E_m = 1,35 \text{ кВ см}^{-1};$$

$$B_0 = 0,0304 \text{ Тл}; \eta = 0,78; P_{\text{вых}} = 16,3 \text{ кВт}; Q = 400.$$

Вариант 2:

$$R_0/r_0 = 2; I_0 = 0,5 \text{ А}; L' = \lambda; E_m = 1,62 \text{ кВ см}^{-1};$$

$$B_0 = 0,031 \text{ Тл}; \eta = 0,83; P_{\text{вых}} = 4,3 \text{ кВт}; Q = 900.$$

Вариант 3:

$$R_0/r_0 = 2; I_0 = 0,5 \text{ А}; L' = 0,5\lambda; E_m = 3,43 \text{ кВ см}^{-1};$$

$$B_0 = 0,030 \text{ Тл}; \eta = 0,77; P_{\text{вых}} = 4,0 \text{ кВт}; Q = 1900.$$

Вариант 4:

$$R_0/r_0 = 1,7; I_0 = 0,5 \text{ А}; L' = \lambda; E_m = 1,20 \text{ кВ см}^{-1};$$

$$B_0 = 0,030 \text{ Тл}; \eta = 0,81; P_{\text{вых}} = 4,2 \text{ кВт}; Q = 540.$$

Вариант 5:

$$R_0/r_0 = 1,7; I_0 = 0,5 \text{ А}; L' = 0,5\lambda; E_m = 2,54 \text{ кВ см}^{-1};$$

$$B_0 = 0,030 \text{ Тл}; \eta = 0,78; P_{\text{вых}} = 4,1 \text{ кВт}; Q = 1200.$$

Первый вариант получен для высоких значений микропервеанса пучка, что позволяет достичнуть значительной выходной мощности при электронном КПД, близком к 80 %. Во втором варианте в 4 раза уменьшен ток, что дало возможность повысить электронный КПД на 6 %, однако выходная мощность при этом снизилась вчетверо и вдвое увеличилась нагруженная добротность. В четвертом и пятом вариантах использование скруглен-

ных ламелей позволило приблизить электронный поток к области интенсивного поля, при этом добротность уменьшилась почти в 2 раза без снижения КПД.

Проведенные исследования указывают на существенную роль азимутальной негармоничности ВЧ-поля в пениотроне в снижении его эффективности. Ее учет необходим в математической модели пениотрона. На основе такой, более полной, модели возможен выбор оптимальных параметров пениотрона, при которых минимизируется влияние несинхронных азимутальных гармоник. Обратим внимание на то, что, как показано ниже, при этом фазовые траектории электронов близки к конгруэнтным и энергетический разброс электронов в потоке на выходе резонатора невелик. Данное обстоятельство может быть использовано для высокоеффективной рекуперации энергии электронов на коллекторе. В этом отношении пениотрон выгодно отличается от приборов с фазовой группировкой типа ЛБВ-О, где энергетический фазовый разброс электронов велик и требуются сложные многокаскадные системы рекуперации с селекцией электронов, имеющих разные скорости. В магнетроне же вообще возможность рекуперации энергии отсутствует.

## 7. Несинхронное взаимодействие релятивистских электронных потоков с полями нерегулярных волноводов в сверхмощных электронных приборах СВЧ

Содержание этого раздела основано на материалах работ [45, 46]. Электродинамические системы современных мощных и сверхмощных электронных приборов СВЧ (гиротронов, релятивистских ламп бегущей и обратной волн — ЛБВ и ЛОВ), включая вводы и выводы энергии, представляют собой отрезки нерегулярных волноводов. Причем режим этих волноводов оказывается чаще всего многоволновым. Улучшение характеристик указанных сверхмощных приборов СВЧ связано, прежде всего, с оптимизацией профиля их электродинамических систем. Это, в свою очередь, требует развития адекватной теории и методов расчета произвольно нерегулярных волноводов.

Наиболее эффективной процедурой при расчете нерегулярных волноводов как в отношении вычислений, так и в отношении физической интерпретации полученных результатов представляется метод, основанный на отображении произвольно нерегулярной внутренней поверхности волновода на регулярный цилиндр, коаксиал и т.д. с круговым или прямоугольным сечением [47–51]. В преобразованной (косоугольной) системе координат решение записывается в виде связанных нормальных волн с использованием проекционной процедуры. При этом амплитуды связанных волн определяются системой обыкновенных дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами, вид которых зависит от профиля неоднородного волновода. Границные условия к такой системе ставятся в начальном и конечном сечении отрезка нерегулярного волновода (двуточечная задача).

Решение этой задачи традиционными методами не встречает затруднений, если рассматриваются только распространяющиеся волны. Как показано ниже, для точного расчета волновода необходим учет и связанных с распространяющимися закритических волн, существенно меняющих характеристики волновода. Однако

для закритических волн численное решение граничной (двухточечной) задачи с использованием традиционных методов (пошаговых методов типа Рунге–Кутта или Хемминга) невозможно из-за быстрой расходимости (из-за малых ошибок появляются резко возрастающие решения). В данном случае необходимо строить аналитическое решение на системе заданных узловых точек, удовлетворяющих граничным условиям краевой задачи и представляющих собой разложение искомых функций в специальном базисе, обеспечивающем разрешимость системы алгебраических уравнений относительно коэффициентов разложения. Здесь для этой цели использован метод блочной матричной прогонки [52, 53], отличающийся от ранее предложенных методов прогонки [54–56]. В обзоре также сравниваются результаты, полученные на основе развивающегося метода, с результатами расчета тех же нерегулярностей в волноводе методом конечных элементов.

Кроме того обращено внимание на отсутствие условия периодичности второго рода (условия Флоке) в согласованных отрезках периодических нерегулярных волноводов, что предопределяет несостоительность ряда работ в области теории ЛБВ и ЛОВ [57–60], основанных на указанном условии и вытекающем из него представлении о пространственных гармониках поля.

### 7.1. Самосогласованные уравнения нелинейной модели релятивистских ЛОВ и ЛБВ-О с замедляющей системой в виде гофрированного волновода

Теория релятивистских ЛБВ и ЛОВ с электродинамической системой в виде нерегулярного гофрированного волновода с использованием метода преобразования координат развита в работах [47–49, 53, 61]. Для ЛБВ и ЛОВ с рабочей волной  $E_{0m}$  полого нерегулярного волновода в одномерном приближении она приводит к следующей системе самосогласованных нелинейных уравнений. Уравнения для амплитуд возбуждаемых волн:

$$\begin{aligned} \frac{d\dot{A}_{sm}}{dT} &= L_0 (sW\dot{V}_{sm} + v_{0m}\dot{C}_{sm}), \\ \frac{d\dot{V}_{sm}}{dT} &= -sW \left\{ L_0\dot{A}_{sm} + \frac{v_{01}^2}{L_0} \left( \frac{dg}{dT} \right)^2 \times \right. \\ &\quad \times \left[ \dot{A}_{sm} \frac{1}{3} \left( 1 + \frac{4}{v_{0m}^2} \right) + \sum_{k \neq m} \frac{4(v_{0m}^2 + v_{0k}^2)}{(v_{0m}^2 - v_{0k}^2)^2} \frac{J_1(v_{0k})}{J_1(v_{0m})} \dot{A}_{sk} \right] - \\ &\quad - v_{01}^2 g \frac{dg}{dT} \left( -\frac{\dot{C}_{sm}}{v_{0m}} + \sum_{k \neq m} \frac{2v_{0k}}{v_{0m}^2 - v_{0k}^2} \frac{J_1(v_{0k})}{J_1(v_{0m})} \dot{C}_{sk} \right) \left. \right\} - \\ &\quad - \frac{jsW\sigma r_0}{\pi e_{0m} g} \frac{dg}{dT} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N J_1 \left( \frac{v_{0m}}{v_{01}} \frac{r_0}{g} \right) \exp(-jsW\theta_i); \\ \dot{C}_{sm} &= -\frac{v_{0m}\dot{V}_{sm}}{(sW)^2 v_{01} g^2} + \frac{1}{L_0 g} \frac{dg}{dT} \times \\ &\quad \times \left( -\frac{\dot{A}_{sm}}{v_{0m}} + \sum_{k \neq m} \frac{2v_{0m}}{v_{0k}^2 - v_{0m}^2} \frac{J_1(v_{0k})}{J_1(v_{0m})} \dot{A}_{sk} \right) - \\ &\quad - \frac{j\sigma}{sW\pi e_{0m} v_{01}^2 g^2} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N J_0 \left( \frac{v_{0m}}{v_{01}} \frac{r_0}{g} \right) \exp(-jsW\theta_i). \end{aligned} \quad (49)$$

Уравнения движения крупных частиц:

$$\frac{d\beta_i}{dT} = -\frac{L_0 E_{zi}}{\beta_i \gamma_i^3}, \quad \frac{d(W\theta_i)}{dT} = \frac{WL}{s\beta_i}, \quad i = 1, \dots, N, \quad (50)$$

$$\begin{aligned} E_{zi} &= \operatorname{Re} \left[ \sum_{s=1}^S \sum_{m=1}^M J_0 \left( \frac{v_{0m}}{v_{01}} \frac{r_0}{g} \right) \dot{C}_{sm} \exp(j s W \theta_i) + \right. \\ &\quad \left. + \frac{r_0}{L v_{01} g^2} \frac{dg}{dT} \sum_{s=1}^S \sum_{m=1}^M J_1 \left( \frac{v_{0m}}{v_{01}} \frac{r_0}{g} \right) \dot{A}_{sm} \exp(j s W \theta_i) \right]. \end{aligned} \quad (51)$$

Здесь  $T = z/L$ ,  $L$  — общая длина области взаимодействия,  $s$  — номер гармоники опорной частоты  $\omega_0$ ,  $W = \omega/\omega_0$ ,  $\omega$  — рабочая частота,  $m$  — радиальный индекс волны  $E_{0m}$ ,  $v_{0m}$  —  $m$ -й корень  $J_0(x)$ ,  $k_0 = \omega_0/c$ ,  $b(T) = k_0 b_v(T)$ ,  $b_v(T)$  — внутренний радиус волновода (профиль волновода),  $g = b(T)/v_{01}$ ,  $L_0 = k_0 L$ ,  $r_0 = k_0 r_0$ ,  $r_0$  — радиус трубчатого электронного потока,

$$\dot{A}_{sm} = \frac{b_v \dot{E}_{rsm} e}{m_0 c^2}, \quad \dot{C}_{sm} = \frac{\dot{E}_{zsm} e}{\omega_0 m_0 c}, \quad \dot{V}_{sm} = \frac{b_v \dot{B}_{\varphi ms} e}{m_0 c},$$

$e$ ,  $m_0$  — заряд и масса покоя электрона,  $c$  — скорость света в вакууме,  $\sigma = 0,73 \times 10^{-3} |I_0|$ ,  $I_0$  — ток пучка в амперах,  $\beta_i = v_i/c$ ,  $v_i$  — скорость  $i$ -й крупной частицы,  $\gamma_i = (1 - \beta_i^2)^{-1/2}$ ,  $e_{0m} = J_1^2(v_{0m})/2$ .

Заметим, что уравнения возбуждения (49) включают как вихревую, так и потенциальную ("поле пространственного заряда") составляющие полного поля на частоте  $s\omega_0 W$ . Поясним это более подробно. Запишем первое уравнение Максвелла и применим к обеим его частям операцию  $\operatorname{div}$ :

$$\operatorname{div} \operatorname{rot} \mathbf{H} = \operatorname{div} \left( \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \boldsymbol{\delta} \right).$$

В результате имеем ( $\operatorname{div} \operatorname{rot} \mathbf{H} = 0$ )

$$\operatorname{div} \left( \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \boldsymbol{\delta} \right) = 0,$$

где  $\boldsymbol{\delta}$  — вектор полной плотности электрического тока,  $\mathbf{D}$  — вектор электрического смещения. Поскольку  $\operatorname{div} \boldsymbol{\delta} = -\partial \rho / \partial t$  в соответствии с уравнениями непрерывности, в неподвижной системе отсчета получаем

$$\frac{\partial}{\partial t} (\operatorname{div} \mathbf{D} - \rho) = 0.$$

Для чисто переменных процессов ( $\partial/\partial t \neq 0$ ) приходим к третьему уравнению Максвелла:  $\operatorname{div} \mathbf{D} = \rho$ . Точно так же для этих процессов четвертое уравнение Максвелла является следствием второго. Таким образом, для чисто переменных процессов первое и второе уравнения Максвелла определяют полное (т.е. включающее как вихревую, так и потенциальную составляющие) поле, возбуждаемое источником с плотностью тока  $\boldsymbol{\delta}$  при соответствующем задании граничных условий. Этот вывод в полной мере относится к уравнению возбуждения (49), в котором в исходной постановке задачи задана полная плотность электрического тока  $\boldsymbol{\delta}$  [47, 53].

В некоторых задачах (например, в теории кристаллов) имеет смысл разделить искомое электрическое поле

**Е** на вихревую и потенциальную составляющие:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2, \quad \operatorname{div} \mathbf{E}_1 = 0, \quad \operatorname{rot} \mathbf{E}_2 = 0.$$

В этом случае задача разделяется на две связанные — динамическую и квазистатическую [47–49]:

$$\operatorname{rot} \mathbf{H} = \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}_1}{\partial t} + \boldsymbol{\delta}',$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{E}_1 = -\mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t},$$

$$\mathbf{E}_2 = -\operatorname{grad} \Phi^e, \quad \nabla^2 \Phi^e = -\frac{\rho}{\varepsilon_0},$$

$$\boldsymbol{\delta}' = \boldsymbol{\delta} - \varepsilon_0 \operatorname{grad} \left( \frac{\partial \Phi^e}{\partial t} \right).$$

При таком подходе плотность тока в (49)  $\boldsymbol{\delta}$  должна быть заменена на  $\boldsymbol{\delta}'$ . Очевидно, что для ЛБВ это разделение нецелесообразно: придется дважды рассчитывать ряды, представляющие  $\Phi^e$ , — в квазистатической и динамической задаче (в уравнении возбуждения). Интересно, что в "традиционной" теории ЛБВ делается очевидная ошибка: квазистатическая часть (поле пространственного заряда) рассчитывается отдельно, но в уравнении возбуждения оставляется  $\boldsymbol{\delta}$  вместо  $\boldsymbol{\delta}'$  (см. [59], формулы (7.07)–(7.11)), а это явно противоречит изложенным выше следствиям уравнений Максвелла. В результате квазистатическое поле в [59] учитывается дважды, что и приводит к одной из ошибок (но не единственной) в работе [59] и других, основанных на ней. Двойной учет потенциальной составляющей в [59] нетрудно обнаружить по исходной формуле для поля  $E_z$  (см. (6.04) в [59]):

$$E_z = (\mathbf{E}, \mathbf{z}_0), \quad \mathbf{E} = C_s(z) \mathbf{E}_s - \operatorname{grad} \Phi, \quad \operatorname{div} \mathbf{E}_s = 0.$$

Потенциальная часть представлена как  $-\operatorname{grad} \Phi$ . Однако "вихревая" часть  $C_s \mathbf{E}_s$  также содержит потенциальную часть:

$$\operatorname{div}(C_s(z) \mathbf{E}_s) = (\mathbf{E}_s, \operatorname{grad} C_s) + C_s \operatorname{div} \mathbf{E}_s = E_{sz} \frac{dC_s}{dz} \neq 0$$

в области источников, где  $dC_s/dz \neq 0$ .

Границные условия к системе (49) могут быть сформулированы следующим образом:

1) для немодулированного на входе области взаимодействия электронного потока

$$W\theta_i(0) = \frac{2\pi}{N} (i - 0,5), \quad \beta_i(0) = \beta_0. \quad (52)$$

На границах нерегулярной области взаимодействия, сопряженной с регулярным волноводом, ( $(dg/dT)(0) = dg/dT(1) = 0$ ) имеют место следующие соотношения:

2) для распространяющихся  $E_{0m}$  волн

$$WA_{sm}(0) + jk_{sm}^e \dot{V}_{sm}(0) = jk_{sm}^e W 2b(0) \dot{e}_{sm}^+, \quad (53)$$

$$- WA_{sm}(1) + jk_{sm}^e \dot{V}_{sm}(1) = jk_{sm}^e W 2b(1) \dot{e}_{sm}^-;$$

3) для закритических  $E_{0m}$  волн

$$WA_{sm}(0) + k_{sm}^e \dot{V}_{sm}(0) = k_{sm}^e W 2b(0) \dot{e}_{sm}^+, \quad (54)$$

$$- WA_{sm}(1) + k_{sm}^e \dot{V}_{sm}(1) = k_{sm}^e W 2b(1) \dot{e}_{sm}^-.$$

Здесь

$$k_{sm}^e = \sqrt{\left| (sW)^2 - \left( \frac{v_{0m}}{gv_{01}} \right)^2 \right|},$$

$\dot{e}_{sm}^+, \dot{e}_{sm}^-$  — относительные амплитуды прямой и встречной распространяющихся и закритических волн на сопряженных с областью взаимодействия регулярных участках.

Профиль нерегулярного гофрированного волновода задавался как

$$b(T) = b_0 + h_v(T) \sin^2 \left( n_v \pi (T + D_v(T)) \right), \quad (55)$$

$T = (z - z_0)/L_v$ ,  $z_0, L_v$  — начало и длина нерегулярного участка,  $n_v$  — количество периодов,  $h_v(T)$  — глубина гофра,  $D_v(T)$  — функция, задающая изменение периода,  $D_v(0) = 0, D_v(1) = 0$ , при  $D_v(T) = 0$  период постоянный и равен в принятых единицах  $d = k_0 L_v / n_v$ .

Функции  $h_v(T)$  и  $D_v(T)$  аппроксимировались в виде разложений по сдвигам стандартной финитной функции  $\varphi_3(x)$ , представляющей В-сплайн третьей степени [54]:

$$h_v(T) = \sum_{k=1}^K h_k^v \varphi_3[T(K-3) - k + 2], \quad (56)$$

$$D_v(T) = \sum_{k=1}^K d_k^v \varphi_3[T(K+3) - k - 1],$$

$$\varphi_3(x) = \begin{cases} 0, & |x| \geq 2, \quad \frac{(2-x)^3}{6}, \quad 1 \leq x \leq 2, \\ \frac{1}{6} [1+3(1-x)+3(1-x)^2-3(1-x)^3], & 0 \leq x \leq 1, \\ \varphi_3(-x), & x \leq 0. \end{cases}$$

Заметим, что при такой аппроксимации значения коэффициентов  $h_k$  и  $d_k$  соответствуют значениям функций  $h_v((k-2)/(K-3))$  и  $D_v((k+1)/(K+3))$  соответственно.

Эффективность взаимодействия определяется следующими соотношениями:

1) через мощность возбужденных потоком волн ("волновой" КПД)

$$\eta_{sm}(T) = \pi e_{0m} \frac{\operatorname{Im} [\dot{A}_{sm}(T) \dot{V}_{sm}^*(T) - \dot{A}_{sm}(0) \dot{V}_{sm}^*(0)]}{(\gamma_0 - 1) \sigma},$$

$$\eta_s^v = \sum_m \eta_{sm}^v; \quad (57)$$

2) через потерю кинетической энергии электронным потоком ("электронный" КПД)

$$\eta^e(T) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{\gamma_0 - \gamma(T)}{\gamma_0 - 1}. \quad (58)$$

Фазовую группировку электронов определяет функция группировки  $G_r$ :

$$G_r(T) = \frac{1}{N} \left[ \left( \sum_{i=1}^N \cos sW\theta_i \right)^2 + \left( \sum_{i=1}^N \sin sW\theta_i \right)^2 \right]^{1/2}. \quad (59)$$

При малом энергообмене  $G_r$  близка к относительной первой гармонике тока в пучке.

## 7.2. Особенности расчета закритических волн

Как видно из (51), точное решение для полного электромагнитного поля на частоте  $sW$  в рассматриваемом

волноводе можно записать в общем случае в форме бесконечного по  $m$  ряда. На протяженном регулярном участке без источников в этом разложении остается только конечное число членов, представляющих распространяющиеся собственные волны  $E_{0m}$  с индексами  $1 \leq m \leq m_p$  (где  $m_p$  — число докритических волн для заданного радиуса  $b$ ). Все закритические волны на достаточно протяженном регулярном участке затухают. На нерегулярном участке, а также на регулярном с источниками для того, чтобы получить точное решение в представлении (51), необходимо учесть наряду с распространяющимися и некоторое число закритических волн  $E_{0m}$  с индексами  $m_p < m \leq m_p + m_3 = M$  ( $m_3$  — количество учитываемых в расчете закритических волн).

Особенность краевой задачи для системы дифференциальных уравнений (49) состоит в том, что применяемый для ее решения прямой численный расчет методом пристрелки с учетом закритических волн неустойчив из-за наличия экспоненциально нарастающих составляющих в представлении общего решения, т.е. задача Коши некорректна. Для решения таких задач ранее предлагались методы направленной ортогонализации [55], различные варианты дифференциальной прогонки [52, 56], которые, однако, имеют ограниченное применение. Для решения этой краевой задачи ниже рассмотрен универсальный устойчивый алгоритм на основе использования метода блочной матричной прогонки. Запишем систему дифференциальных уравнений для комплексных амплитуд (49) в стандартном виде

$$\frac{d\mathbf{u}}{dT} = G(T)\mathbf{u} + \mathbf{f}(T), \quad (60)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{u} &= \{u^1, \dots, u^{2M}\} = \\ &= \{\dot{A}_1, \dot{V}_1, \dot{A}_2, \dot{V}_2, \dots, \dot{A}_m, \dot{V}_m, \dots, \dot{A}_M, \dot{V}_M\}, \\ \mathbf{f} &= \{\dot{f}^1, \dot{f}^2, \dots, \dot{f}^{2M-1}, \dot{f}^{2M}\}. \end{aligned} \quad (61)$$

Элементы комплексной матрицы  $G$  размером  $2M$  получены приведением подобных членов системы (49) в соответствии с представлением (61) и являются функциями от  $T$ . Связь с уравнениями движения реализуется через вектор  $\mathbf{f}(T)$ , в который входят члены (49), содержащие  $\sigma$ .

Зададим граничные условия к (60), исходя из (53), (54), в общем виде:

$$\begin{aligned} \alpha_m^0 u^{2m-1}(0) + \beta_m^0 u^{2m}(0) &= \gamma_m^0, \\ \alpha_m^L u^{2m-1}(1) + \beta_m^L u^{2m}(1) &= \gamma_m^L, \quad m = 1, \dots, M. \end{aligned} \quad (62)$$

Для численного решения краевой задачи (60), (62) выберем равномерную сетку:  $\{T_i = (i-1)h, h = 1/n, i = 1, \dots, n+1\}$ ;  $\{\mathbf{u}_i = \mathbf{u}(T_i)\}$  — таблица значений искомого решения в узлах сетки. Для расчетов выберем трехточечную конечно-разностную неявную схему Адамса третьего порядка точности:

$$\begin{aligned} \frac{\mathbf{u}_{i+1} - \mathbf{u}_i}{h} &= \frac{5}{12} (G\mathbf{u} + \mathbf{f})_{i+1} + \\ &+ \frac{8}{12} (G\mathbf{u} + \mathbf{f})_i - \frac{1}{12} (G\mathbf{u} + \mathbf{f})_{i-1}. \end{aligned} \quad (63)$$

Заметим, что эта схема приводит к блочной трехдиагональной матрице с преобладающим диагональным элементом. После приведения подобных членов в (63) получим систему линейных алгебраических уравнений (если не считать, что  $\mathbf{f}$  зависит от  $\mathbf{u}$ ):

$$\frac{h}{12} G_{i-1} \mathbf{u}_{i-1} - \left( E + \frac{8h}{12} G_i \right) \mathbf{u}_i + \left( E - \frac{5h}{12} G_{i+1} \right) \mathbf{u}_{i+1} = \mathbf{d}_i, \quad (64)$$

где

$$\mathbf{d}_i = \frac{h}{12} (5\mathbf{f}_{i+1} + 8\mathbf{f}_i - \mathbf{f}_{i-1}), \quad i = 2, \dots, n,$$

$E$  — единичная диагональная матрица. Систему (64) следует дополнить одним недостающим конечно-разностным уравнением второго порядка точности

$$\frac{\mathbf{u}_2 - \mathbf{u}_1}{h} = \frac{G_1 \mathbf{u}_1 + f_1 + G_2 \mathbf{u}_2 + f_2}{2} \quad (65)$$

и граничными условиями

$$\alpha_m^0 u_1^{2m-1} + \beta_m^0 u_1^{2m} = \gamma_m^0, \quad \alpha_m^L u_{n1}^{2m-1} + \beta_m^L u_{n1}^{2m} = \gamma_m^L. \quad (66)$$

Для решения системы линейных уравнений (64)–(66) с ленточной матрицей была разработана экономичная модификация метода Гаусса — метод блочной матричной прогонки.

Решение самосогласованной системы уравнений (60) получалось в результате следующего итерационного процесса. Вначале при заданных граничных условиях и  $\mathbf{f}^0 = 0$  решается система (60). После этого для определенных по формуле (51) полей  $E_z$  решаются уравнения движения (50) и находится  $\tilde{\mathbf{f}}^1$ , затем итерации повторяются до сходимости. При итерациях использовалась последовательная нижняя релаксация

$$\mathbf{f}^{k+1} = \omega_r \tilde{\mathbf{f}} + (1 - \omega_r) \mathbf{f}^k, \quad \omega_r = 0.1 - 0.6.$$

В принятых обозначениях безразмерные компоненты  $E_r$ ,  $E_z$ ,  $B_\phi$  симметричных волновых  $E$ -полей цилиндрического продольно-нерегулярного волновода на основной частоте  $s = 1$  получаются из решения следующей краевой задачи:

$$\begin{aligned} \dot{B}_\phi &= \frac{u(r, z)}{r}, \quad \dot{E}_r = \frac{j}{W} \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial z}, \\ \dot{E}_z &= -\frac{j}{W} \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r}, \quad u(z, r) = u_{re} + j u_{im}. \end{aligned}$$

В области  $0 \leq r \leq b(z)$ ,  $0 \leq z \leq L$

$$\frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} \right) + \frac{W^2}{r} u = 0. \quad (67)$$

Границные условия:

$$\text{при } r = 0 \quad u = 0.$$

На проводящей границе ( $r = b(z)$ ,  $\partial u / \partial \mathbf{n} = 0$ , где  $\mathbf{n}$  — вектор нормали к поверхности):

$$\text{при } z = 0 \quad -\frac{\partial u}{\partial z} + j k_m^e u = e^+ r J_1(v_{0m} r)$$

(падает  $E_{0m}$ -волна),

$$\text{при } z = L \quad \frac{\partial u}{\partial z} + jk_m^e u = 0$$

(условие полного согласования для  $E_{0m}$ -волны).

Мощность через поперечное сечение

$$P = \operatorname{Re} \int_0^{b(z)} E_r B_\varphi^* r dr = \\ = \frac{1}{W} \int_0^{b(z)} \left( u_{im} \frac{\partial u_{re}}{\partial z} - u_{re} \frac{\partial u_{im}}{\partial z} \right) \frac{dr}{r}. \quad (68)$$

**Тестовые расчеты.** Для проверки точности предлагаемого метода Галеркина решалась задача об отражении  $E_{01}$ -волны регулярного цилиндрического волновода радиусом  $b_0$  от неоднородности в виде  $k$  синусоидальных канавок глубиной  $h$  и шириной  $d$ :

$$b(z) = \begin{cases} b_0, & z < z_1, \\ b_0 + h \sin^2 \frac{\pi(z - L_1)}{d}, & z_1 \leq z \leq z_1 + kd, \\ b_0, & z_1 + kd < z < L. \end{cases}$$

Значения  $z_1$ ,  $L$  выбирались таким образом, чтобы возбуждаемые на неоднородности закритические волны затухали и в сечениях  $z = 0$ ,  $z = L$  наблюдалась только  $E_{01}$ -волна регулярного волновода. На рисунке 17 приве-

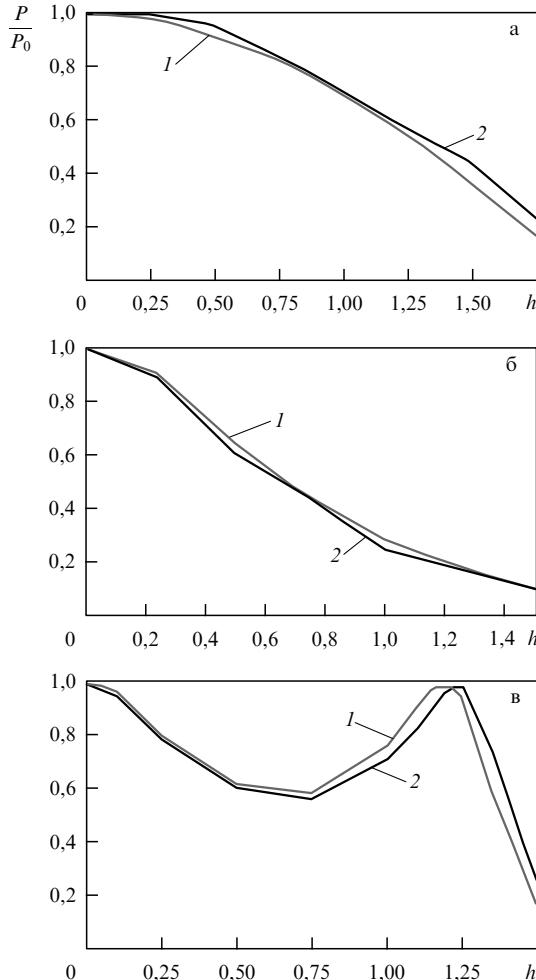


Рис. 17. Зависимость проходящей мощности от глубины канавок  $h$  для  $d = 2$ : (а)  $b_0 = 3$ ,  $k = 1$ ; (б)  $b_0 = 2,5$ ,  $k = 1$ ; (в)  $b_0 = 2,5$ ,  $k = 2$ .

дены зависимости от глубины  $h$  проходящей мощности (68), отнесенной к проходящей мощности регулярного волновода. Кривые 1 получены по методу Галеркина с учетом восьми базисных функций, кривые 2 — из решения краевой задачи методом конечных треугольных элементов с использованием пакета MATLAB. Выбраны  $z_1 = 1,5b_0$ ,  $L = 2z_1 + kd$ . Число элементов разбиения области равно 2750. При числе элементов 4000 кривые на всех рисунках совпадают, т.е. результаты по методу конечных элементов сходятся к результатам, полученным по методу Галеркина.

**Невыполнение условия периодичности второго рода в согласованных отрезках периодических волноводов.** В [53, 61–63] уже указывалось на невыполнение этого условия как в общем случае ( $EH_{nm}$ -,  $HE_{nm}$ -волны [61–63]), так и в рассматриваемом случае  $E_{0m}$ -волн [52]. Эти выводы подтверждаются результатами расчетов согласованных отрезков периодических гофрированных волноводов на  $E_{0m}$ -моде, полученными из решения задачи (67) методом сеток и методом Галеркина. На рисунке 18а, б приведена структура линий уровня функции  $\operatorname{Re}[r B_\varphi(r, z)]$ , рассчитанная методом сеток для двух конфигураций волновода (эти линии близки к силовым линиям Е). Рисунок 19 иллюстрирует изменение модуля продольной компоненты  $|\dot{E}_z(r_0, z)|$  вдоль отрезка гофрированного волновода, рассчитанной по методу Галеркина. Заметим, что расчет такого волновода по методу сеток с хорошей точностью затруднителен из-за недостаточной мощности современных персональных компьютеров. Из рисунков 18, 19 видно, что периодичность

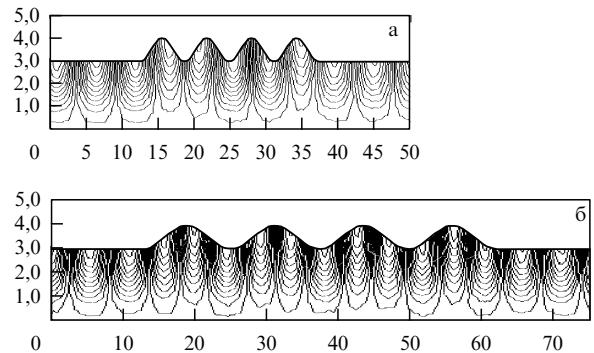


Рис. 18. Линии уровня  $\operatorname{Re}[u(r, z)]$ , полученные методом сеток: (а)  $b_0 = 3$ ,  $h = 1$ ,  $d = 2\pi$ ; (б)  $b_0 = 3$ ,  $h = 1$ ,  $d = 4\pi$ .

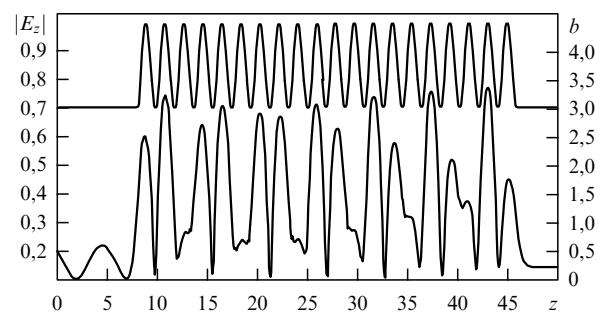


Рис. 19. Изменение модуля компоненты  $E_z$  волнового поля вдоль отрезка гофрированного волновода для  $b_0 = 3$ ,  $d = 1,9$  на уровне  $r_0 = 2,5$ .

распределения как  $r\dot{B}_\phi$ , так и  $\dot{E}_z$  в гофрированной секции в обоих случаях отсутствует. Этот вывод, как отмечалось ранее в [51, 52, 61–63], существен для формулировки адекватной самосогласованной теории ЛБВ и ЛОВ. В связи с этим выводом теории работ [57–60], основанные на представлении о "синхронных пространственных гармониках поля" в замедляющей системе ЛОВ или ЛБВ, являются ошибочными. Особенно это относится к работе [60], автор которой, пренебрегая поперечными и продольными граничными условиями в кусочно-периодической гофрированной структуре, оперирует с "пространственными гармониками", используя для них преобразование Фурье.

**Расчет и оптимизация релятивистского генератора на гофрированном волноводе.** Используя самосогласованную систему (49)–(51) и граничные условия к ней (52)–(54), на основе метода блочной матричной прогонки получаем следующий вариант трехволнового генератора с оптимизированным профилем периода гофра:  $b_0 = 9,5$ ,  $r_0 = 9$ ,  $h = 1,3$ ,  $d = 1$ ,  $\beta_0 = 0,79$  ( $U_0 = 320$  кВ)  $I_0 = 1$  А,  $\eta_e = 0,56$ .

Вариации  $D_v(z)$  периода гофра задаются следующими коэффициентами (55), (56):  $d_{\text{var}} = d_{1-6}$ , где коэффициенты  $d_{1-6}$  соответственно равны 0,003; 0,035; –0,012; –0,053; 0,082; –0,01.

На рисунке 20 представлено изменение характеристик взаимодействия этого варианта. Кривые 4–6 соответствуют волновым КПД (57) для волн  $E_{01}$ ,  $E_{02}$ ,  $E_{03}$  соответственно. Электронный КПД этого варианта на 13 % выше, чем соответствующего ему варианта с регулярным гофром. В этом варианте при небольшом уровне группировки достигнут больший КПД за счет более длительного удержания сгустка в тормозящей фазе суперпозиции  $(E_{02} + E_{03})$ -волн. Волна же  $E_{01}$  отдает энергию, получаемую ей при преобразовании  $E_{02}$  и  $E_{03}$  в  $E_{01}$  на нерегулярностях гофрированного волновода: фазовая скорость этой волны растет (увеличивается период гофра) и сгусток попадает в ускоряющую fazу этой волны.

Характерно, что отдаваемая электронами мощность передается как на выход, так и на вход, причем на входе мощности, переносимые волновым полем влево и вправо, в этом варианте одинаковы:  $P^-(0) \approx P^+(0)$ , на выходе же реализуется практически полное согласование  $P^-(1) \approx 0$ ;  $P^+(1) \approx P(1)$  (рис. 20б). Это указывает на то, что при отражении волн на входе данный вариант реализуется как эффективный генератор с внутренней обратной связью. Изменение набега фазы "горячей" волны  $\varphi = \arctan(E_{zim}/E_{zre})$  при  $r = r_0$ , представленное на рис. 20в, указывает на то, что в первой половине области взаимодействия волна распространяется навстречу движению электронов. При этом происходит монотонное нарастание группировки пучка без отбора энергии от него. Отбор энергии резко увеличивается в конце, где фаза волны начинает возрастать, что соответствует преимущественному переносу энергии попутно с движением электронов к выходному концу области. Наклон кривой  $\varphi(T)$  на конечном участке соответствует замедлению горячей волны  $\beta_\varphi^+ \approx 0,73$ . Следует отметить, что в большинстве полученных нами путем оптимизации по КПД вариантах регулярных или нерегулярных ЛБВ (как одномодовых, так и многомодовых) наблюдается описанный выше режим несинхронного взаимодействия.

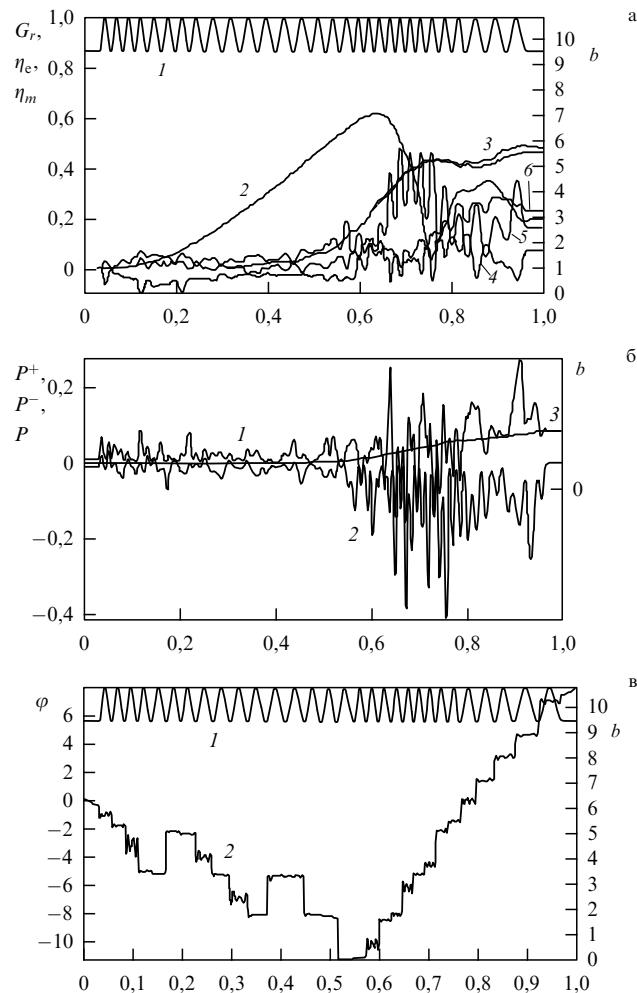


Рис. 20. Характеристики варианта трехволнового генератора: (а) кривые 1 —  $b(T)$ , 2 —  $G_r(T)$ , 3 —  $\eta_e$ , 4 —  $\eta_1$ , 5 —  $\eta_2$ , 6 —  $\eta_3$ ; (б) кривые 1 —  $P^+$ , 2 —  $P^-$ , 3 —  $P$ ; (в) кривые 1 —  $b(T)$ , 2 —  $\varphi(T)$ .

Авторы выражают благодарность Ю.В. Гуляеву, В.И. Пустовойту за полезные обсуждения данной работы.

## Список литературы

1. Коломенский А А, Лебедев А Н *ДАН СССР* **145** 1259 (1962)
2. Давыдовский В Я *ЖЭТФ* **43** 886 (1962)
3. Кураев А А, Шевчик В Н *Радиотехника и электроника* **9** 1083 (1964)
4. Кураев А А *Сверхвысокочастотные приборы с периодическими электронными потоками* (Минск: Наука и техника, 1971)
5. Кураев А А, Синицын А К, Щербаков А В *Радиотехника и электроника* **44** 891 (1999)
6. Петелин М И *Изв. вузов. Радиофизика* **17** 902 (1974)
7. Братман В Л и др., в сб. *Релятивистская высокочастотная электроника* Вып. 1 (Горький: ИПФ АН СССР, 1979) с. 157
8. Bratman V L et al. *Int. J. Electron.* **51** 541 (1981)
9. Bratman V et al. *IEEE J. Quantum Electron.* **QE-19** 282 (1983)
10. Гинзбург Н С, Зарница И Г, Нусинович Г С *Изв. вузов. Радиофизика* **24** 481 (1981)
11. Братман В Л, Денисов Г Г, Офицеров М М, в сб. *Релятивистская высокочастотная электроника* Вып. 3 (Горький: ИПФ АН СССР, 1983) с. 127
12. Братман В Л, Новожилова Ю В, Сергеев А С *Изв. вузов. Радиофизика* **30** 1261 (1987)

13. Братман В Л, Денисов Г Г, Луковников Д А *Изв. вузов. Радиофизика* **33** 976 (1990)
14. Еремка В Д, Жураховский В А, Коваленко А М *ДАН УССР Сер. А. Физ.-мат. и техн. науки* (10) 63 (1990)
15. Дикун Т Ф и др. *Радиотехника и электроника* **29** 293 (1984)
16. Кураев А А, Синицын А К *Радиотехника и электроника* **30** 1794 (1985)
17. Kurayev A A, Sinitsyn A K, Slepian A Ya *Int. J. Electron.* **80** 603 (1996)
18. Ботвинник И Е и др. *Письма в ЖЭТФ* **35** 418 (1982)
19. Ботвинник И Е и др. *Письма в ЖТФ* **8** 1386 (1982)
20. Богаченков В А и др. *Кратк. сообщ. по физ.* (6) 38 (1983)
21. Кураев А А, Попкова Т Л *Докл. НАН Беларусь* **42** 120 (1998)
22. Кураев А А, Синицын А К *Радиотехника и электроника* **43** 468 (1997)
23. Вайнштейн Л А *Основы сверхвысокочастотной электроники* Ч. 2 (Саратов: СГУ, 1970) с. 84
24. Капица П Л *УФН* **44** 7 (1951)
25. Миллер М А *Изв. вузов. Радиофизика* **1** 110 (1958)
26. Миллер М А *Изв. вузов. Радиофизика* **1** 166 (1958)
27. Жураховский В А, Орлов Н Н, Чемерис В Т, Препринт № 261 (Киев: Институт энергетики АН УССР, 1981)
28. Кураев А А, Синицын А К *Радиотехника и электроника* **32** 1686 (1987)
29. Колосов С В, Кураев А А *Радиотехника и электроника* **18** 2558 (1973)
30. Кураев А А, Синицын А К *Радиотехника и электроника* **42** 214 (1997)
31. Калинин В И, Герштейн Г М *Введение в радиофизику* (М.: Гостехиздат, 1957) с. 513
32. Левеллин Ф Б *Инерция электронов* (М.: Гостехиздат, 1946)
33. Шевчик В Н *Основы электроники сверхвысоких частот* (М.: Сов. радио, 1959)
34. Гайдук В И, Палатов К И, Петров Д М *Физические основы электроники сверхвысоких частот* (М.: Сов. радио, 1971) с. 116
35. Кураев А А, Синицын А К, Щербаков А В *Радиотехника и электроника* **50** 491 (2005)
36. Ono S et al. "Cyclotron fast tube utilizing spatial harmonic interaction. Travelling-wave peniotron. Pt. 1. Theoretical analysis", *Sci. Rep. V.B.-14. No. 2* (Tohoku: Res. Inst. Tohoku Univ., 1962) p. 49
37. Голеницкий И И, Еремка В Д, Сазонов В П "Электровакуумные источники миллиметровых и субмиллиметровых волн на гармониках циклотронной частоты", в сб. *Обзоры по электронной технике Сер. 1. Электроника СВЧ* Вып. 325 (М.: ЦНИИ "Электроника", 1988)
38. Кураев А А *Радиотехника и электроника* **35** 1278 (1990)
39. Кураев А А, Парамонов Б М, Синицын А К *Радиотехника и электроника* **40** 102 (1995)
40. Кураев А А, Матвеенко В В, Синицын А К *Радиотехника и электроника* **39** 1661 (1994)
41. Еремка В Д и др. *Радиотехника и электроника* **45** 357 (2000)
42. Щербаков А В, в сб. *Сборник научных работ Ч. 1* (Харьков 1999) с. 217
43. Ishihara T et al. *IEEE Trans. Electron Dev.* **46** 798 (1999)
44. Сухоруков А П и др. *Вестн. МГУ Сер. 3. Физ. Астрон.* (3) 15 (2000)
45. Кравченко В Ф, Кураев А А, Синицын А К *Электромагнитные волны и электронные системы* **10** 44 (2005)
46. Кравченко В Ф и др. *Докл. РАН* **404** 470 (2005)
47. Кураев А А *Изв. АН БССР, Сер. физ.-техн. наук* **1** 121 (1979)
48. Кураев А А *Теория и оптимизация электронных приборов СВЧ* (Минск: Наука и техника, 1979)
49. Кураев А А *Мощные приборы СВЧ. Методы анализа и оптимизации параметров* (М.: Радио и связь, 1986)
50. Кураев А А *Изв. НАН Беларусь. Сер. физ.-техн. наук* (4) 60 (1999)
51. Кураев А А, Синицын А К *Электромагнитные волны и электронные системы* **7** (3) 12 (2002)
52. Батура М П, Кураев А А, Синицын А К, в сб. *Материалы 14-й Междунар. конф. "СВЧ техника и телекоммуникационные технологии"* (Севастополь, 2004) с. 175
53. Батура М П и др. *Докл. Беларусского гос. унив. информатики и радиоэлектроники* (4) 26 (2004)
54. Марчук Г И, Агошков В И *Введение в проекционно-сеточные методы* (М.: Наука, 1981)
55. Ильинский А С, Слепян Г Я *Колебания и волны в электродинамических системах с потерями* (М.: Изд-во МГУ, 1983)
56. Бугаев С П и др., в сб. *Релятивистская высокочастотная электроника* Вып. 5 (Горький: ИПФ АН СССР, 1988) с. 78
57. Силин Р А, Сазонов В П *Замедляющие системы* (М.: Сов. радио, 1966)
58. Солицев В А, Ромашин Н Л, Кравченко Н П, в сб. *Лекции по электронике СВЧ и радиофизике: 8-я Зим. школа-семинар инженеров Кн. 1* (Саратов: Изд-во Сарат. ун-та, 1989) с. 5
59. Вайнштейн Л А, Солицев В А *Лекции по сверхвысокочастотной электронике* (М.: Сов. радио, 1973)
60. Солицев В А *Радиотехника и электроника* **43** 1285 (1998)
61. Колосов С В, Кураев А А *Электромагнитные волны и электронные системы* **4** 44 (1999)
62. Кураев А А, Навроцкий А А, Синицын А К *Электромагнитные волны и электронные системы* **8** (1) 4 (2003)
63. Kurayev A A, Sinitsyn A K, Yaromenok S I, in *4th IEEE Intern. Conf. on Vacuum Electronics, Seoul, Korea, 28–30 May 2003* (Piscataway, NJ: IEEE, 2003) p. 225

## Nonsynchronous interactions

**V.F. Kravchenko**

*Institute of Radio Engineering and Electronics, Russian Academy of Sciences,  
ul. Mokhovaya 11, korp. 7, 125009 Moscow, Russian Federation  
Tel. (7-495) 203-4793*

*E-mail: kravchenko\_yf@fromru.com*

**A.A. Kurayev, A.K. Sinitsyn**

*Belarusian State University of Informatics and Radio-electronics  
ul. P. Brovki 6, 220013 Minsk, Belarus  
Tel. (375-17) 293-84 98, 293-23 46  
E-mail: kurayev@bsuir.unibel.by, sinitsyn@bsuir.unibel.by*

Examples of interaction between electron beams and the electromagnetic fields of regular and irregular electrodynamic structures are discussed to illustrate the importance of nonsynchronous (nonresonant) forces. These forces lead to the cumulative effects of "nonsynchronous interaction" that occur both in the presence and in the absence of synchronous (resonant) interaction.

PACS numbers: **07.57.-e**, 41.20.Jb, **84.40.-x**

Bibliography — 63 references

Received 13 October 2006

*Uspekhi Fizicheskikh Nauk* **177** (5) 511–534 (2007)

*Physics – Uspekhi* **50** (5) (2007)