

ОБЗОРЫ АКТУАЛЬНЫХ ПРОБЛЕМ

**Развитие физических представлений  
о взаимодействии плазменных потоков  
и электростатических полей в пылевой плазме**

В.Н. Цытович

*В настоящем обзоре представлена концепция взаимодействия электростатических полей и плазменных потоков в пылевой плазме. При помощи такого подхода удается описать многие наблюдения в пылевой плазме. Существенными являются процессы, вносимые плазменными потоками во взаимодействие пылевых частиц между собой. Флуктуации плазменных потоков совместно с флуктуациями электростатических полей существенно меняют взаимодействия пылевых частиц, приводя к притяжению одновременно заряженных пылевых частиц на больших расстояниях — эффекту, который может быть ответственным за спаривание одновременно заряженных пылевых частиц. Дано развитие представлений о притяжении пылевых частиц на больших расстояниях между ними начиная с первых работ 1963 г. и прослежено, как эти представления возникали, как они видоизменялись и уточнялись вплоть до современной формы, позволяющей качественно объяснять параметры перехода пылевой плазмы в состояние пылевого кристалла и давать соответствующую наблюдениям оценку константы связи, межчастичного расстояния пылевых частиц и температуры перехода. Обсуждается роль вариаций собственной энергии пылевых частиц, превосходящей их кинетическую энергию и энергию взаимодействия. Обсуждаются механизмы генерации и роль регулярных плазменных потоков. С самовозбуждением регулярных и флуктуационных плазменных потоков связано возникновение таких структур, как пылевые впадины (пустоты), пылевые вихри, пылевые сгустки и пылевые винтовые структуры. Самоорганизующиеся пылевые структуры часто наблюдаются в лабораторных экспериментах и в природных условиях. Затрагиваются перспективы исследований и нереешенные проблемы.*

PACS numbers: 52.25.-b, 52.27.Lw, 94.05.Bf

**Содержание**

**1. Введение (428).**  
**2. Исторические заметки (428).**

2.1. Общие положения. 2.2. О первой работе [6] по притяжению пылевых частиц и ее следствиях. 2.3. Идея теневого лесажевского притяжения пылевых частиц. 2.4. Границы применимости подходов, использующих суммирование взаимодействий пар частиц. 2.5. Флуктуирующие и регулярные плазменные потоки. 2.6. Пробные частицы и одно важное замечание работы [31]. 2.7. Исследования притяжения пылевых частиц из-за видоизменения плазменных потоков.

**3. Линейное взаимодействие плазменных потоков и электростатических полей (437).**  
3.1. Элементарные оценки. 3.2. Статические уравнения для полей поляризаций и полей потоков плазмы. 3.3. Решения линейных

уравнений. 3.4. Различные обобщения линейной экранировки. 3.5. Амплитуды линейного экранирования и потенциальная энергия спаривания пылевых частиц. 3.6. Физика эффектов притяжения пылевых частиц. 3.7. Разрушенные мифы.

- 4. Нелинейное экранирование (442).**  
4.1. Оценки нелинейностей. 4.2. Нелинейности Гуревича [51] и роль захваченных частиц [52]. 4.3. Простая модель нелинейного экранирования. 4.4. Решение нелинейного уравнения Пуассона. 4.5. Аппроксимация нелинейного экранирования эффективным юкавским потенциалом. 4.6. Рассеяние ионов на нелинейном потенциале пылевых частиц. Коэффициент нелинейного увеличения и сила трения при нелинейном рассеянии [54]. 4.7. Общее обсуждение результатов. Роль столкновений, внешних полей и плазменных потоков.
- 5. Взаимодействие электростатических полей и полей плазменных потоков при нелинейном экранировании (453).**  
5.1. Нелинейное обобщение. 5.2. Численное решение задачи при предположении о слабости эффектов взаимодействия полей поляризаций и полей потоков на расстояниях меньших  $R_{nl}$  для ионизации, пропорциональной электронной концентрации. 5.3. Численное решение задачи при предположении о слабости эффектов взаимодействия полей поляризаций и полей потоков на расстояниях меньших  $R_{nl}$  для ионизации, не зависящей от электронной концентрации.

**В.Н. Цытович.** Институт общей физики им. А.М. Прохорова РАН, 119991 Москва, ул. Вавилова 38, Российская Федерация  
Тел. (495) 135-02-47. Факс (495) 135-02-70  
E-mail: tsytov@lpi.ru

Статья поступила 7 ноября 2006 г.,  
после доработки 27 ноября 2006 г.

- 6. Спаривание пылевых частиц и объяснение основных параметров плазменных кристаллов (458).**
  - 6.1. Общая качественная картина взаимодействия пылевых частиц.
  - 6.2. Результаты численных расчетов параметра  $G$ .
  - 6.3. Сравнения с экспериментами.
  - 6.4. Обсуждение других моделей кристаллизации и некоторых экспериментов.
  - 6.5. Возможность измерения притяжения по дисперсии пылевого звука.
- 7. Поверхностные эффекты и роль регулярных плазменных потоков (465).**
  - 7.1. Регулярные плазменные потоки и их генерация пылевыми структурами.
  - 7.2. Физика формирования пылевых вордов и механизм образования резких границ структур.
  - 7.3. Обсуждение различных подходов к формированию вордов.
  - 7.4. Конвективные пылевые ячейки вблизи поверхностей структур.
  - 7.5. Проблемы двумерных и винтовых кластеров.
  - 7.6. Процессы самоорганизации в пылевой плазме и максимальные размеры пылевых кристаллов.
- 8. Обсуждение перспектив дальнейших исследований (470).**
  - 8.1. Нелинейные взаимодействия плазменных потоков и поляризационных полей — разрывы и особые линии.
  - 8.2. Развитие кинетики пылевой плазмы.
  - 8.3. Взаимодействия пылевых структур и поликристаллы.
  - 8.4. Экспериментальные проблемы диагностики параметров пылевой плазмы.
  - 8.5. Новые технологии и новые проявления в астрофизике.

Список литературы (471).

## 1. Введение

Одна из задач обзора — проследить за развитием представлений о роли плазменных потоков в пылевой плазме, приведших к современной концепции пылевой плазмы как особого состояния вещества. Физическими особенностями этого состояния являются: 1) наличие сильных процессов диссипации, которые делают систему способной к образованию диссипативных самоорганизующихся структур; 2) переменность заряда пылевых частиц, которая делает систему "открытой" и негамильтоновой; 3) нелинейность экранирования пылевых частиц поляризационными полями и плазменными потоками. Описание пылевой плазмы при помощи двух полей — поля плазменного потока и электростатического поля — позволяет рассмотреть необычные особенности пылевой плазмы с единой точки зрения и существенно уточнить ранее используемые описания. Каждое из полей может иметь как регулярную, так и случайную компоненту. Если флуктуации электростатических полей в обычной плазме описывают коллективные взаимодействия частиц плазмы, то флуктуации плазменных потоков совместно с флуктуациями электростатических полей существенно меняют взаимодействия пылевых частиц, приводя к притяжению одноименно заряженных пылевых частиц на больших расстояниях между ними. Это может считаться одним из наиболее характерных свойств пылевых систем.

Пылевая плазма стала одной из наиболее активно развивающихся областей исследований, инициированных тремя крупными проблемами, возникшими в начале 1990-х годов: промышленным СВЧ травлением, термоядерными исследованиями и открытиями возможности фазовых переходов [1, 2]. Однако в дальнейшем акценты были перенесены на основы физики пылевой плазмы, исследования которой все больше указывали на отличия ее от других известных состояний вещества [3–5]. Большой фактический материал достаточно под-

робно изложен в [1–5]. На основные свойства пылевой плазмы как необычного состояния вещества было впервые обращено внимание в [3], но роль плазменных потоков анализировалась недостаточно как в обзорах [3], так и в последующих обзорах [4, 5]. Вместе с тем, развитие наблюдений происходило достаточно стремительно, так что за 2–3 года появлялось много новых наблюдений и интерпретация предшествующих наблюдений существенно менялась. Анализ роли плазменных потоков в [3–5] в определенной мере отсутствовал и, как теперь ясно, это не помогло построению подходов, естественным путем объясняющих наблюдения. Анализ показывает, что попытки интерпретации ряда наблюдений в [3–5], к сожалению, быстро состарились — частично или полностью. Настоящий обзор ставит цель дать отражение простой физики процессов в свете последних исследований, позволивших сформулировать простую концепцию для описания существующих лабораторных наблюдений на языке взаимодействия полей плазменных потоков и электростатических полей поляризаций и постараться использовать ее для интерпретации наблюдений.

## 2. Исторические заметки

### 2.1. Общие положения

Утверждение о том, что плазменные кристаллы могут возникать из-за притяжения пылевых частиц, было высказано впервые в [6] до их экспериментального открытия [7–10]. Однако в целом последующий анализ показал, что притяжение одноименно заряженных пылевых частиц может возникать только на больших расстояниях между ними. Хотя этого и достаточно для того, чтобы попытаться объяснить феномен кристаллизации пыли в пылевой плазме, но в [6] силы притяжения на больших расстояниях подробно не рассматривались и доказано было только то, что при сближении пылевых частиц их полная электростатическая энергия падает, а не возрастает, как должно было бы быть при отталкивании частиц. Вместе с тем в [6] содержались зародыши новых представлений, значимость которых стала очевидной много позже. Поэтому здесь мы оценим, в какой мере в [6] были правильно отражены существующие сейчас представления и в каких пунктах они требовали развития или служили только зачатками тех представлений, которые теперь считаются общепринятыми. Сама логика первых и последующих исследований представляет общий и самостоятельный интерес. Ход развития, в конечном счете, привел к возможности сформулировать некоторые основные для физики пылевой плазмы процессы, но он был довольно сложным и долгим.

Три основных положения современной физики пылевой плазмы (как бы ее три "кита"), подчеркнутые в [3], кажутся сейчас достаточно ясными только в свете взаимодействия потоков и электростатических полей поляризаций: 1) диссипативность системы и самоорганизация, являясь естественным следствием большого поглощения потоков на пылевых частицах, зависит от поляризационных полей, которые могут препятствовать распространению потоков до поверхности пылевых частиц; 2) открытость и негамильтоновый характер системы определяются мерой вариации потоков, прони-

кающих к пылевым частицам; 3) нелинейность экранирования может быть изменена взаимодействием с потоками. Эти три "кита" фактически содержат одну физическую причину — большие заряды пылевых частиц, приводящие к появлению плазменных потоков, действие которых сравнимо или больше действия электростатических полей — это соответствует современному пониманию явлений, определяющих физику пылевой плазмы. Это понимание достигалось постепенно, хотя исследования указанных процессов начались сравнительно давно. Детали мозаики современных представлений складывались в более или менее полную картину постепенно и отчасти логически достаточно последовательно. Поэтому мы постараемся проследить за логикой исследований и постепенным становлением той картины, которая сложилась к настоящему времени.

Уже в первых исследованиях, более 50-ти лет назад, которые были направлены в основном на астрофизические приложения и только частично на лабораторные исследования [3], сложилось понимание того, что заряды пылевых частиц определяются потоками электронов и ионов на поверхность пылинок. Уже здесь возникли представления о плазменных потоках, но так как рассматривали отдельные изолированные пылинки, то считалось, что такие потоки влияют только на заряды отдельных частиц — пылинки заряжаются до больших зарядов порядка тех, которые соответствуют величине плавающего потенциала. Главное, что отсутствовало — это понимание того, что взаимодействия пылевых частиц могут быть достаточно сильными на расстояниях, много превосходящих радиус экранирования.

Оценку заряда получали из простых аргументов. Если ввести заряд пылинки в единицах заряда электрона как  $Z_d$ , то безразмерный заряд  $z = Z_d e^2 / a T_e$  должен быть порядка единицы (где  $a$  — размер пылинки и  $T_e$  — температура электронов). Для пылинок размера порядка 3–10 мкм и температуры электронов около 1–2 эВ заряд пылинок будет порядка  $Z_d \approx (3–8) \times 10^3$ . При этом при достижении зарядами равновесных значений потоки электронов и ионов, которые производят такую зарядку, не исчезают. Хотя заряды пылевых частиц достаточно быстро становятся постоянными и равновесными, пылевые частицы все время поглощают плазменные потоки. На последнее обращалось довольно мало внимания и о роли потоков забывали, считая заряд пылевых частиц фиксированным. Пылевые частицы того размера (или меньшего), что использован в приведенном численном примере, часто встречаются во многих космических или природных объектах и лабораторных экспериментах, а пылевые облака могут содержать достаточно большую их плотность. Но обычно принималось, что для достаточно большой плотности таких частиц существен только эффект насыщения, когда потоков не хватает для полной зарядки частиц, так как частицы как бы должны делиться друг с другом плазменными потоками для получения соответствующего заряда. При этом почему-то считалось, что взаимодействие частиц за пределами радиуса экранирования исчезает, и не учитывалось, что взаимодействие потоков и поляризаций может существенно изменить характер самого экранирования. Бытовало мнение о том, что существен может быть только эффект насыщения потоков, что должно приводить только к падению зарядов индивидуальных частиц, когда плотность заряда пыле-

вых частиц становится сравнимой с плотностью заряда электронов или ионов, что можно характеризовать параметром  $P = n_d Z_d / n_{i,0}$  (где  $n_d$  — плотность пыли,  $n_{i,0}$  — плотность ионов вдали от пылинок). В частности, это возникает в условиях, когда этот параметр близок к единице. Впервые этот эффект был замечен в работе [11], в которой введен параметр, называемый сейчас параметром Хавнеса  $P_H = n_d a T_e / n_e e^2$ . Он несколько отличен от введенного выше параметра  $P$ .

Несколько замечаний об использовании параметра Хавнеса. Этот параметр не очень удобен при оценках по сравнению с введенным параметром  $P$ , так как  $P_H$  содержит значение электронной концентрации, значительно меняющейся вблизи пылинок, и может приводить к ряду недоразумений при оценках. Но легко видеть, что в условиях, когда электронная концентрация вдали от пылинок порядка ионной, то  $P = P_{H,0}/z$  (где  $P_{H,0}$  соответствует  $P_H$  при  $n_e \approx n_{i,0}$ ), и так как  $z$  часто порядка единицы, то параметры  $P$  и  $P_{H,0}$  имеют сходные оценки. В силу сказанного ниже будет использован только параметр в его модифицированной форме, а именно параметр  $P$ . Он значительно удобней как для оценок параметров экспериментов, так и для численных расчетов, что продемонстрировано на многих примерах в [3].

Одной из первых работ, в которой исследовано влияние плазменных потоков на асимптотику потенциала **отдельных изолированных частиц, поглощающих плазменный поток**, является работа [12, 51], показавшего, что электростатический потенциал частицы, поглощающей плазменный поток, падает на больших расстояниях как  $1/r^2$  (а не как кулоновский потенциал  $1/r$ ). Подробнее этот эффект для отдельных частиц был исследован позднее в [13] (см. также [3]) и вывод закона  $1/r^2$  был дан в [14] из условия квазинейтральности.

Более полно ситуация с важностью роли плазменных потоков стала проясняться с началом лабораторных экспериментов в начале 1990-х годов с открытием большой роли пылевых облаков в процессах плазменного травления [15], открытием пылевых кристаллов [7–10] и открытием важной роли пылевых частиц в существующих и планируемых установках по созданию управляемого термоядерного синтеза [2]. Эксперименты, проведенные на Международной космической станции принесли большое число загадок для объяснения морфологии наблюдаемых пылевых структур [16]. Появилась реальная возможность оценки различных процессов и роли плазменных потоков в лабораторных экспериментах.

Самая простая оценка процессов, когда плазменные потоки становятся коллективными и не определяются суммой потоков на изолированные частицы (и когда оценка [12] не пригодна), была произведена только в начале 2000 г. в [17]. Поскольку она важна в дальнейшем, можно ее сразу привести здесь. Для примера приведем типичные параметры для установок, в которых наблюдалось образование пылевых кристаллов: плотность ионов порядка  $n_i \approx 10^8 \text{ см}^{-3}$ , температура электронов порядка  $T_e \approx 1–3 \text{ эВ}$ ,  $z \approx 3–4$ ,  $Z_d \approx \approx 3 \times 10^3–10^4$ , температура ионов близка к компонентной, т.е.  $\tau \equiv T_i/T_e \approx 10^{-2}$ ,  $z/\tau \approx 300–400 \gg 1$ , размер пылевых частиц порядка  $a \approx 5–10 \text{ мкм}$ , т.е. параметр  $P$  несколько меньше, но порядка единицы. Для этих параметров при  $\tau \ll 1$  длина дебаевского экранирования

определяется ионным дебаевским радиусом  $\lambda_{\text{Di}} = \sqrt{T_i/4\pi n_i e^2} \approx 35$  мкм. Примем теперь, что длина, на которой становится бессодержательным представление о потоках на индивидуальные частицы и потоки становятся коллективными, является длиной свободного пробега ионов при их поглощении на пылевых частицах. Будем считать, что пылевые частицы распределены однородно с плотностью  $n_d$ . Тогда характерные длины, на которых оказывается взаимное влияние потоков плазмы на различные пылевые частицы, оцениваются как  $\lambda_{\text{Di}}^2/aP \approx 200 - 300$  мкм. Существенно, что эти длины оказываются много меньше размеров системы в лабораторных условиях (часто порядка или более 10 см = = 10000 мкм) и тем более для астрофизических объектов, и это указывает на то, что потоки плазмы могут заметно влиять на свойства всей системы и, в частности, на взаимодействие отдельных пылевых частиц между собой. Самый интересный вопрос заключается в следующем: не может ли взаимодействие пылевых частиц на больших расстояниях стать притягивающим и может ли наличие плазменных потоков приводить к "спариванию" пылевых частиц, формально сходному с таковым, приводящим к сверхпроводимости? Возникает естественный вопрос — не может ли это приводить к появлению кластеров пылевых частиц и объяснить наблюдение пылевых кристаллов? Подозрения на возможность присутствия сил притяжения появились сразу после первых экспериментальных работ, в которых плазменные пылевые кристаллы были наблюдены экспериментально, и сразу возникло много косвенных экспериментальных указаний на то, что такие силы притяжения действительно присутствуют в большинстве лабораторных экспериментов. Но с самого начала основной задачей было понять физические процессы, которые могут приводить к такому притяжению, и определить возможную роль коллективных плазменных потоков в создании такого притяжения.

Мы изложим логический путь исследований и цепь косвенных аргументов, связанных с экспериментальными наблюдениями, позволивших утверждать сейчас, что **не остается фактически никаких других возможностей для объяснения феномена плазменных кристаллов кроме как наличие притяжения пылевых частиц**, возникающее как необходимое следствие коллективизации плазменных потоков. Этот результат был получен только после более чем 10 лет интенсивных исследований, в которых рассматривалось появление разнообразных структур (объяснение которых не может быть сделано без привлечения представления о коллективных плазменных потоках), при исследовании парного взаимодействия частиц при наличии плазменных потоков и при сопоставлении результатов с наблюдениями. На первых порах плазменные потоки вводились при теоретическом описании структур и взаимодействий частиц либо по логике расчетов, либо по необходимости получения самосогласованной картины явлений, и им не придавалось того значения, которое было выяснено впоследствии.

Здесь удобно использовать представление о поле плазменных потоков, которое находится во взаимодействии с полями электростатических поляризаций и провести разделение потоков на регулярные плазменные потоки и случайные флуктуирующие плазменные потоки. Отметим, что деление электростатических полей на регулярные и случайные является стандартным в

современной физике плазмы. В пылевой плазме возможно существование регулярных потоков, которые могут возбуждаться пылевыми структурами из-за процессов зарядки пылевых частиц. Они действуют на структуры извне и не могут проникать в пылевую систему на длину, большую длины свободного пробега потока в пылевой плазме. В большой системе пылевых частиц всегда присутствуют и случайные пылевые потоки. Если в обычной плазме флуктуирующие поля определяются взаимодействием частиц [21], то в пылевой плазме флуктуирующие потоки видоизменяют взаимодействия пылевых частиц на большом расстоянии между ними. Оказалось, что такое видоизменение может доходить до изменения знака взаимодействия, когда отталкивание больших зарядов сменяется их притяжением. То, как исторически был получен этот вывод, и будет предметом обсуждений. Таким образом, история исследований по притяжению пылевых частиц неотделима от истории исследований взаимодействия плазменных потоков и электростатических полей.

## 2.2. О первой работе [6]

### по притяжению пылевых частиц и ее следствиях

Сейчас, когда уже сложилась достаточно полная картина физических процессов, благодаря которым возникает притяжение пылевых частиц, стоит с современных позиций осветить первую работу [6], в которой обсуждалась возможность такого притяжения и предполагалось, что наличие такого притяжения должно приводить к образованию кристаллов. Оказывается, что многие из широко обсуждаемых современных положений в зачатке или в явном виде уже присутствовали в [6], но в начале исследований на некоторые моменты, следующие из [6], просто не обращалось внимания. В [6] использовался тот факт, что заряд пылевых частиц не фиксирован и зависит от плазменных потоков на их поверхность и, как следствие, сближение двух изолированных пылевых частиц должно видоизменять эти потоки, и изменять заряды частиц и, следовательно, изменять также собственную энергию частиц, которая для отдельной изолированной частицы порядка  $Z_d^2 e^2 / 2a$  (где  $a$  — радиус пылевой частицы). Заряд каждой из частиц должен уменьшаться при уменьшении расстояния между ними. Повторим аргументацию работы [6]. При приближении одной из частиц к другой потенциал на поверхности каждой из них будет определяться суммой собственного потенциала и потенциала другой частицы и будет задаваться плавающим потенциалом, соответствующим температуре электронов  $T_e$ . Тогда, если расстояние между частицами  $r$  много больше их размера  $a$ , то потенциал, создаваемый второй частицей, мал по сравнению с собственным потенциалом и приближенно по малому параметру  $a/r$  заряд каждой из них зависит от расстояния между ними по закону

$$Z_d(r) = \frac{Z_{d,\infty}}{1 + a/r} \approx Z_{d,\infty} - \frac{Z_{d,\infty} a}{r},$$

где  $Z_{d,\infty}$  — заряд пылевых частиц при достаточно большом ("бесконечном") расстоянии между ними. Для простоты можно взаимодействие частиц считать кулоновским. Тогда изменение полной собственной энергии двух частиц  $2Z_d^2 e^2 / 2a$  при их сближении из бесконечности уменьшается на  $-2Z_{d,\infty}^2 / r$ , т.е. уменьшается на фактор, в два раза больший, чем увеличение потенциальной энер-

гии отталкивания одноименно заряженных частиц  $Z_{d,\infty}^2/r$ , в которой можно в первом приближении пренебречь уменьшением заряда при сближении частиц. Это означает, что **при сближении двух одноименно заряженных пылевых частиц всегда происходит выигрыши в электростатической энергии**. Этот результат **остается правильным и с современных позиций**. Подчеркнем также, что вывод не меняется, если поле частиц считать экранированным полем — изменение собственной энергии будет в два раза большим энергии взаимодействия и иметь противоположный знак. Такой результат получается только при использовании предположения о том, что расстояние между частицами много больше их размера и потенциальная энергия их взаимодействия много меньше собственной энергии пылевых частиц.

Означает ли это наличие притяжения частиц? Здесь всплывает основной момент, который важен во всей физике систем с меняющимися зарядами и с необходимостью их поддержания внешними потоками — электростатическая энергия не может быть полностью использована для вычисления действующих сил и ее пространственные градиенты не определяют силы между частицами. В статике (когда обе частицы находятся, как говорят, в тепловом термостате) [19] нужно учитывать работу внешних источников, поддерживающих заряд частиц [20, 21], так как изменение зарядов требует изменения потоков, которое происходит из-за работы внешних источников. Эта работа может компенсировать изменение собственной энергии, но только к условиям теплового равновесия [19, 21]. Потоки плазмы, осуществляющие процесс зарядки, влияют не только на значение зарядов пылевых частиц, но, существуя в окрестности пылевых частиц, могут изменить поляризационные заряды вокруг них и совершать работу, связанную с такими изменениями поляризации. На основной вопрос о том, выполняется ли условие, когда источники потоков совершают только работу на зарядку пылевых частиц (как в тепловом равновесии) должен быть в общем случае дан отрицательный ответ. Работа внешних источников над поляризационными зарядами пылевых частиц в [6] не обсуждалась. Но отвлекаясь от роли поляризационных зарядов, очевидно, можно сказать, что пылевые системы неравновесны и диссипация потоков при поглощении на пылевых частицах должна компенсироваться либо внешними потоками, либо в условиях неравновесности самоутверждение о том, что внешние источники компенсируют изменение собственной энергией, не является верным. Нужно дать ответ на вопрос: какова работа внешних источников над поляризационными зарядами для конкретных источников плазменных потоков и как она может оказаться на взаимодействии частиц, т.е. на силах, непосредственно действующих на частицы (как силах поляризации, так и силах, связанных поглощением плазменных потоков). Кроме того, надо было ответить на вопрос: являются ли пылевые системы термодинамическими открытыми системами (аналогично диссипативным структурам) с постоянным "потоком энергии и частиц". Эти вопросы возникли сразу, но сразу же было ясно, что ответ на них не может быть дан в рамках исследования поведения отдельных изолированных пылевых частиц, так как полное поглощение энергии источников определяется всеми пылевыми частицами системы. Эти вопросы ставились и постепенно разрешались при последующем развитии физики пылевой

плазмы. В реальных экспериментах внешние источники распределены в пространстве почти однородно (объемная ионизация) и в таких условиях вопрос состоит в том, как работа источников может оказаться на взаимодействии частиц и как она может быть передана частицам? Это требует конкретного рассмотрения генерации потоков плазмы в системе с внешними источниками на всех расстояниях между частицами, где такие источники имеются, с анализом видоизменения поляризационных зарядов и потоковых полей с расстоянием между частицами с тем, чтобы определять силы взаимодействия между частицами, не используя энергетический принцип или принцип свободной энергии. Все же помимо необходимости решения таких конкретных вопросов (ясных по результатам [6]) в работе [6] содержались новые общие моменты, развитие которых только в начале 2000-х гг. привело к достаточно общим утверждениям. Новые моменты, отмеченные в [6] или следующие из [6] (но значимость которых стала ясной позже), можно суммировать следующим образом:

- Обращено внимание на то, что переменность заряда пылевых частиц является фундаментальным и важным явлением в пылевой плазме — только в начале 2000-х гг. это стало общепризнанным и особенно интенсивно стало развиваться в рамках так называемых программ "негамилтоновости пылевых плазменных систем".

- Взаимодействие одноименно заряженных пылевых частиц может быть притягивающим и приводить к формированию пылевых кристаллов — только в последние годы были исследованы силы, непосредственно действующие между частицами, и показано наличие притяжения на больших расстояниях между ними.

- Утверждение о возможности образования пылевых кристаллов из-за сил притяжения было высказано до их экспериментального открытия [7–10] — только при исследовании взаимодействия потоков плазмы и поляризаций это предугаданное в [6] положение получило в последнее время разумное развитие.

- Стало очевидным, что силы, действующие между пылевыми частицами, не могут быть получены как производные от потенциальной энергии электростатического взаимодействия и должны быть определены непосредственно через импульс, передаваемый электростатическими полями и плазменными потоками пылевым частицам.

- Подчеркнуто, что собственная энергия пылевых частиц намного превосходит как среднюю их кинетическую энергию, так и среднюю энергию их взаимодействия (сейчас очевидно, что коренное отличие пылевой плазмы от обычных сред, состоящих из обычных частиц с постоянным зарядом, состоит в том, что собственная энергия частиц является переменной величиной и может рассматриваться как внутренняя переменная энергия системы, которая может меняться плазменными потоками).

- Одним из следствий непостоянства зарядов, является то, что в потенциальном электрическом поле  $\mathbf{E} = -\nabla\phi$  (где  $\phi$  — потенциал электростатического поля) сила, действующая на пылевую частицу  $Z_d\mathbf{E}$ , не является потенциальной — только сейчас стало ясным (но это не подчеркнуто в [6]), что в общем случае непотенциальность электростатических сил, действующих на пылевые частицы, является ярким отличием пылевых систем от обычного вещества, и при этом возбуждаются вихревые

пылевые движения, так как  $[\nabla \times Z_d \mathbf{E}] = [(\nabla Z_d) \times \mathbf{E}] \neq 0$  при наличии градиента заряда пылевых частиц, причем такие вихревые движения наблюдаются в большинстве экспериментов в пылевой плазме.

Таким образом, в первой работе [6] уже содержались зачатки ряда качественно новых следствий, и поднятая тематика постепенно развивалась, причем каждый из перечисленных пунктов получил достаточное развитие, которое, в конечном счете, привело, с нашей точки зрения, к более полному пониманию физической картины явлений, характерных для пылевой плазмы. Но, естественно, все перечисленные аспекты не были столь ясными во время публикации работы [6].

Рассмотрим раздельно, как развивались представления о взаимодействии пылевых частиц и представления о собственной внутренней энергии пылевой плазмы.

### 2.3. Идея теневого лесажевского притяжения пылевых частиц

Исторически следующим этапом исследований, инициированных [6], было рассмотрение так называемого лесажевского [22] теневого притяжения двух изолированных пылевых частиц [23, 24]. Причем в работе [23], непосредственно следующей из модели Лесажа [22], был использован принцип так называемой геометрической тени, тогда как в [24] рассмотрен размер тени, увеличенный притяжением ионов к пылевым частицам, что может иметь место в существующих экспериментах, где размер тени значительно превышает размер геометрической тени, причем теневые силы могут более чем на два порядка превышать те, которые соответствуют геометрической тени.

Поясним эти положения более подробно. Рассмотрим взаимодействие двух изолированных пылевых частиц на расстояниях, много больших их размера, когда они могут считаться почти точечными частицами и когда изменением их заряда можно пренебречь. Важно, что каждая из них поддерживает свой заряд за счет плазменных потоков, изменение которых возможно каждой из взаимодействующих частиц. Для одиночной пылевой частицы плазменный поток сферически симметричен, но при наличии другой частицы, перехватывающей поток на первую, симметрия нарушается. Поток, направляющийся на одну из них, будет экранироваться другой и давление потока с внешней стороны по отношению к области, определяемой направлением между двумя частицами, будет большим, что дает притяжение двух частиц — так называемый теневой эффект Лесажа [22]. Название взято из забытой работы 1782 г., где Лесаж пытался объяснить всемирное тяготение тем, что каждая из частиц поглощает эфир, а другая экранирует этот поток пропорционально телесному углу  $\propto 1/r^2$ , что и приводит к закону притяжения  $\propto 1/r^2$ , соответствующему закону тяготения Ньютона. На пылевые частицы действуют реальные потоки электронов и ионов, поглощаемые ими (основным в передаче импульса, естественно, являются ионы). Теневое притяжение на первый взгляд является просто следствием закона сохранения импульса, но эффект не является столь простым, если речь идет не просто о тривиальной геометрической тени, как рассматривалось в первой работе по лесажевскому притяжению [23]. Нужно определить размер тени и физические процессы, которые ее определяют. Положительные ионы притягиваются к отрицательно заряжен-

ным пылевым частицам. Геометрическая тень возникает при  $a \ll r$  в пределах телесного угла  $a^2/r^2$ , а сила определяется потоком импульса  $n m_i v^2 \pi a^2$  (который следует усреднить по распределению ионов по скоростям  $v$ ). В действительности, нужно говорить об эффективной площади, перекрывающей плазменный поток, и заменить радиус  $a$  на  $r_{\text{eff}} \gg a$ . Здесь возникает первая неопределенность, а именно, может ли  $r_{\text{eff}}$  определяться сечением  $\pi r_{\text{eff}}^2$  для поглощения потока пылевой частицей. Для определения сечения требуются определенные модели. Вторая неопределенность — это величина скорости  $v$ , достигаемой ионом на поверхности частицы при его движении из области, где притяжение мало и его скорость, например, соответствует тепловой скорости ионов температуры  $T_i$ . Эта энергия может не зависеть от характера экранирования кулоновского поля пылевой частицы только в том случае, если распределение потенциала между поверхностью пылевой частицы и большими расстояниями от нее таково, что не возникают потенциальные барьеры для распространения ионов. Если допустимо использовать закон сохранения энергии при движении ионов от расстояний, где кинетическая энергия ионов много больше их притяжения пылевой частицей (такое притяжение может учитывать эффекты экранирования кулоновского поля пылевой частицы), то в силу притяжения ионов к отрицательно заряженным пылевым частицам имеем

$$r_{\text{eff}}^2 = \left(1 + \frac{z}{\tau}\right) a^2 \approx \frac{za^2}{\tau} \gg a^2$$

(последнее соотношение написано для случая наиболее часто встречающегося в лабораторных экспериментах  $z/\tau \gg 1$ ). При этом поток импульса будет  $m_i v^2 n_i \approx z T_e n_i$  в силу того, что по закону сохранения энергии ионы, достигающие поверхности пылинки, приобретают энергию, соответствующую температуре электронов  $z T_e \gg T_i$  (ионы, притягиваясь к пылинке, приобретают энергию, соответствующую ее плавающему потенциальному). Тогда получим оценку теневой силы

$$F_{\text{at}} \approx \frac{\eta_i \pi a^2 z^2 T_e^2 n_i}{T_i} \frac{a^2}{r^2} \quad (1)$$

или  $F_{\text{at}} = (Z_d^2 e^2 / r^2)(a^2 / 4\lambda_{\text{Di}}^2)$ , где  $\eta_i < 1$  — коэффициент прилипания ионов к пылевой частице (часто полагаемый близким к единице).

Уже из приведенного выражения для силы притяжения видно, что она в  $\eta_i a^2 / 4\lambda_{\text{Di}}^2$  меньше силы кулоновского отталкивания, т.е., казалось бы, ею можно пренебречь так же, как выше мы пренебрегли видоизменением силы из-за изменения заряда. Но последнее неверно, так как в силу сохранения потока (точнее его теневой части) сила теневого притяжения работает на расстояниях больших радиуса экранировки, тогда как кулоновское отталкивание экранируется на определенных радиусах, равных радиусу экранировки (в общем случае нелинейной). Эффект, описываемый приведенным выражением, был впервые получен в [14, 24], эффект геометрической тени, рассчитанный в [23], в  $\tau/z$  раз меньше, численный коэффициент в (1) был уточнен в [25].

Численные расчеты [14] подтвердили закон изменения заряда пылевых частиц при их сближении, записанный выше, и то, что влияние теневого эффекта на заряд частиц

много меньше записанного выше и найденного в [6]. Для больших расстояний между частицами ( $r \gg a$ ) эффект изменения заряда из-за теневого эффекта является пре-небрежимо малым. Оценка влияния теневого эффекта на заряд пылевых частиц была сделана впервые в 1994 г. в работе [26] вскоре после публикации [6]. Но изменение заряда (даже много большее того, которое связано с теневым эффектом), как было показано, мало сказывается на энергии взаимодействия, а для собственной энергии может частично компенсироваться работой внешних источников. В обсуждаемом эффекте теневой силы основным является передача момента количества движения (т.е. сила взаимодействия частиц), а не изменение заряда пылевых частиц, которое в первом приближении определяется выражением из [6] и подтверждается численными расчетами [14].

В работах [14, 24] было исследовано изменение экранирования пылевых частиц из-за наличия теневого эффекта и поглощения потока плазменными частицами и показано, что на больших расстояниях по сравнению с длиной экранирования из условия квазинейтральности для отдельной частицы получается потенциал Питаевского  $\propto 1/r^2$  с коэффициентом, найденным Питаевским. Тем самым результат Питаевского получил дополнительную интерпретацию.

Для многих частиц численное моделирование образования пылевых кластеров для линейного экранирования при наличии притяжения (1) было проведено в [27]. Численное исследование [27] показало определенное сходство структур, получаемых при численных расчетах, использующих линейное экранирование и притяжение, описываемое соотношением (1), с наблюдаемыми кристаллическими структурами, в частности, наблюдалось появление гексагональной кристаллической решетки. Но для полного соответствия и приложения результатов к существующим экспериментам, в которых наблюдались кристаллические структуры из большого числа пылевых частиц, не хватало одной, казалось бы, небольшой детали, а именно проверки условия применимости теневого экранирования как суммы независимого экранирования потоков отдельных пар пылевых частиц. Это условие выполнялось в численных расчетах [27], в которых использовалось относительно небольшое число пылевых частиц (такие системы, в отличие от плазменных кристаллов, часто называют пылевыми кластерами).

Вопрос состоял в применимости теневого экранирования как суммы независимого экранирования потоков отдельных пар пылевых частиц к наблюдаемым кристаллическим структурам. Ясно, что независимое сложение "теней" возможно только при небольшом общем числе частиц в системе. Оказалось, что объяснение явления кристаллизации в пылевой плазме как процесса, обязанного теневому экранированию, скорее всего трудно применить к наблюдаемым кристаллам из большого числа пылевых частиц и оно может быть применено только к пылевым системам из небольшого числа частиц (пылевым кластерам).

#### **2.4. Границы применимости подходов, использующих суммирование взаимодействий пар частиц**

С самого начала, границы применимости использования взаимодействия пар изолированных частиц или

процессов зарядки отдельных изолированных частиц для описания реальных систем со многими пылевыми частицами были более-менее ясны из простых оценок. Критерий может быть найден из условия того, что плазменные потоки, участвующие в зарядке пылевых частиц и в теневом притяжении, "не мешали бы" друг другу и хотя бы незначительно пересекались и что такими пересечениями можно было бы пренебречь. Только в этом случае можно взаимодействия многих частиц рассматривать как совокупность независимых парных теневых притяжений. Критерием этого является малость размеров системы пылевых частиц по сравнению с длиной поглощения потоков на пыли. Последняя оценивается из сечения поглощения в простейшей модели, изложенной во всех обзорах и основанной только на законах сохранения и предположении, что пылевые частицы поглощают плазменные потоки [3, 27]. Эта оценка дает длину свободного пробега потока относительно поглощения как  $\lambda_{\text{Di}}^2/aP$ , что для большинства экспериментов порядка 200 мкм и на порядок или два меньше размеров наблюдаемых пылевых структур и, в частности, пылевых кристаллов [7–10]. Поэтому в этих условиях теневое притяжение, по-видимому, может играть роль в поверхностных слоях, меньших длины свободного пробега, и определять величину поверхностного натяжения.

В последнее время интенсивно обсуждалась роль парных столкновений ионов с нейтральными атомами, которые могли бы увеличить потоки ионов на пылевые частицы [5]. Стоить заметить, что любые увеличения сечений поглощения на пыли только уменьшают длину свободного пробега потоков и, тем самым, еще больше ограничивают область применимости парного взаимодействия. Особую роль могли бы играть процессы перезарядки. В [26] использовалось предположение (пока полностью не подтвержденное), что тепловой ион, появляющийся после перезарядочного столкновения с нейтральным атомом, тем или иным способом будет в конечном счете поглощен пылевой частицей. Если принять это предположение как доказанное, то в относительно узком интервале давлений нейтрального газа согласно [5, 27, 28] потоки на пылевую частицу могут увеличиться вплоть до двух порядков. Это означает увеличение сечения поглощения на отдельных изолированных частицах примерно на два порядка. Не обсуждая правильность этих оценок, посмотрим, что это означает с точки зрения области применимости таких результатов к системам, состоящим из многих частиц. В этом случае сильное уменьшение длины свободного пробега делает рассмотрение эффектов на отдельных частицах применимым только к системам с очень малым числом пылевых частиц. Реально для этого в пылевой плазме плотность пылевых частиц должна быть очень малой. Задача приобретает чисто академический интерес, так как требует уменьшения плотности пыли соответственно на 6 порядков (записанный выше критерий применимости отсутствия пересечения пылевых потоков видоизменяется на 2 порядка (200 мкм заменяются на 2 мкм)). Поэтому мы здесь не видим специального интереса для углубленного изучения роли перезарядки в установлении качественно новых явлений взаимодействия плазменных потоков и электростатических полей, хотя, в принципе, учет столкновений с атомами нейтрального газа мы все же всюду будем учитывать в

простейшей модели трения ионов об атомы нейтрального газа.

## 2.5. Флуктуирующие и регулярные плазменные потоки

После выяснения границ применимости эффектов плазменных потоков в системе пылевых частиц при использовании результатов для изолированных пылевых частиц исторически естественным образом встала проблема описания систем, содержащих большое число пылевых частиц, и в первую очередь возник вопрос о том, как поглощаемые потоки восстанавливаются в реальных лабораторных установках. В большинстве из них работают внешние источники ионизации — в СВЧ разрядах производится непрерывная объемная ионизация, которая в хорошем приближении является однородной и обеспечивает приток электронов и ионов, необходимый для поглощения пылевыми частицами [7–10]. В разрядах в постоянном внешнем поле [10] электроны разгоняются полем до получения энергии, достаточной для ионизации, и часто возникают системы страт (максимальная ионизация и максимальное свечение плазмы возникает в областях, где электроны набирают максимальные энергии). Специальные опыты подтвердили, что пылевая плазма, как система из заряженных пылевых частиц, электронов и ионов, перестает существовать за короткое время зарядки пылевых частиц после того, как выключен источник ионизации. Таким образом, в целом однородную пылевую плазму имеет смысл рассматривать только в условиях, когда локальное поглощение на пыли и внешняя ионизация скомпенсированы. Но в этом случае возникают локальные неоднородности в плазменных потоках, которые могут быть в зависимости от условий направлены на ту или иную пылевую частицу, тогда как усредненные потоки могут отсутствовать. Поэтому целесообразно рассматривать поля потоков  $\Phi$ , как имеющие две компоненты — регулярную  $\langle \Phi \rangle$  и случайную  $\delta\Phi$ , так что  $\Phi = \langle \Phi \rangle + \delta\Phi$ . Регулярные потоки могут создаваться как потоками извне пылевой системы, так и возбуждаться внутри нее, но случайные потоки являются непременной составляющей любой пылевой системы с большим числом пылевых частиц. Заметим также, что в обычной плазме в отсутствие пыли при нерелятивистских движениях частиц существенны только электростатические поля  $E$ , которые тоже имеют регулярную и флуктуационную компоненты  $E = \langle E \rangle + \delta E$ , причем флуктуационная компонента связана с дискретностью системы и описывает столкновения частиц плазмы [18], точнее, они описываются коррелятором  $\langle \delta E \delta E \rangle$ , определяющим интеграл столкновений Ландау–Балеску. Взаимодействия частиц при этом оказываются динамически экранированными [18]. Трудно представить себе, что в пылевой плазме флуктуационные потоки не взаимодействовали бы с флуктуационными электростатическими полями и не приводили бы к корреляторам как полей и потоков  $\langle \delta E \delta \Phi \rangle$ , так и к корреляторам потоков  $\langle \delta \Phi \delta \Phi \rangle$ , которые могли бы существенно изменить взаимодействия пылевых частиц. Таким образом, возникло естественное предположение, следующее из логики исследований и простой физики о том, что специфические для пылевой плазмы плазменные потоки должны видоизменять взаимодействия пылевых частиц, которые не могут быть такими же, как взаимодействия обычных частиц с фиксирован-

ными зарядами. Это означало, что необходимо построение новой кинетики для описания пылевой плазмы. Первые шаги к построению такой кинетики были сделаны в работах [29, 30]. Кинетический подход, в принципе, является наиболее полным, но сопряжен со сложной математикой и построением системы новых уравнений, содержащих новые интегралы столкновений как для взаимодействий пылевых частиц между собой, так и пылевых частиц с электронами и ионами плазмы. Он был определенным этапом исследований и мы не предполагаем излагать здесь его подробно, загромождая изложение сложными выкладками. Будем использовать простые качественные соображения, которые можно получить из моментов функции распределения, уравнения для которых, естественно, являются следствием кинетических уравнений, но вместо "истинной" функции распределения в этих моментах можно представлять некие простейшие распределения, включая тепловые, имея в виду, что точные распределения могут привести к изменениям численных коэффициентов порядка единицы. Кроме того, есть ряд эффектов, таких как нелинейное экранирование, которые до сих пор не включены в кинетический подход (хотя принципиальных затруднений здесь нет), но они просто объясняются при использовании гидродинамического описания. При этом следует учитывать все эффекты, связанные с плазменными потоками, имея в виду как их случайные, так и регулярные составляющие.

## 2.6. Пробные частицы

### и одно важное замечание работы [31]

Одно весьма глубокое замечание, сделанное в [31] еще в 1940 г. по квантовой теории эффекта Вавилова–Черенкова [32], тесно связано с ролью поляризационных зарядов вокруг частиц и может быть распространено на те дополнительные поляризационные эффекты, которые создаются наличием плазменных потоков в пылевой плазме. Прежде всего нужно отметить одно замечательное свойство взаимодействий частиц, получаемых из интеграла столкновений Ландау–Балеску [18], точнее, тех коррекций, которые были сделаны Балеску. Если мы рассматриваем плазму в отсутствие пыли, то имеем в виду необходимость дальнейших уточнений при использовании аналогии с известными результатами в обычной плазме. Дело в том, что интегралы столкновений в обычной плазме описывают столкновения "одетых" частиц, поляризационная "шуба" которых определяется диэлектрической проницаемостью  $\epsilon_{\omega, k}$  при  $\omega = kv$ , т.е. величиной  $\epsilon_{kv, k}$  (где  $\omega$  — частота,  $k$  — волновой вектор, а  $v$  — скорость частицы до взаимодействия). Более точно, столкновения определяются  $1/|\epsilon|^2$ , т.е. взаимодействия осуществляются через поляризацию, окружающую взаимодействующие частицы, и каждая из взаимодействующих (сталкивающихся) частиц "воспринимает" поле другой частицы, экранированное поляризационными зарядами. Эта поляризация создается всеми остальными частицами системы в их флуктуационных движениях [18]. Существенно, что если мы введем пробную частицу, то ее потенциал (или поле) экранируется точно тем же поляризационным зарядом с той же диэлектрической проницаемостью. Для произвольного заряда  $q$  его электростатический потенциал  $\phi = q/2\pi^2 \int d\mathbf{k}/k^2 \epsilon_{kv, k}$  определяется тем же значением диэлектрической проницаемости  $\epsilon$  и если заряд  $q$

является одним из зарядов плазмы, т.е. является пробным зарядом, то его экранировка в точности такая же, как и экранировка зарядов при их взаимодействии. Два обстоятельства при этом являются существенными, а именно то, что взаимодействие передается через поляризационные поля и то, что поляризационные поля создаются всеми частицами во флуктуациях. Последнее редко подчеркивается, как и то, что экранирование частиц в обычной плазме является достаточно сложным физическим процессом — так статическое экранирование соответствует дебаевскому  $\phi = (q/r) \exp(-r/\lambda_D)$  (где  $\lambda_D$  — дебаевский радиус), тогда как в дебаевской сфере по определению плазмы находится большое число частиц и все дебаевские сферы отдельных частиц перекрываются (хотя каждая из них имеет поле, экранированное дебаевским радиусом). Идея пробных частиц при определении их реального взаимодействия в сложной системе из многих частиц является достаточно плодотворной. Она основана на представлении о том, что вторая из взаимодействующих частиц воспринимает поляризационное поле как "неотделимую" часть поля частицы, на которую она реагирует при взаимодействии.

Здесь стоит вспомнить одно важное высказывание, сделанное в [31], о роли поляризационных полей в процессах излучения и, в частности, в процессах излучения Вавилова — Черенкова [32]. В [31] было впервые четко показано, что в процессах такого излучения весь импульс и энергию теряет только излучающая частица, хотя поляризация вокруг нее создается, как правило, более легкими частицами (связанными электронами среды для излучения Вавилова — Черенкова). Можно еще ярче это показать, если в поляризации участвуют только электроны и диэлектрическая проницаемость определяется только массой электронов. Но замечание [31] сводилось к тому, что электроны поляризации служат только как бы передаточным звеном, а закон сохранения энергии и импульса при излучении Вавилова — Черенкова  $\omega(\mathbf{k}) = \mathbf{k}v$  показывает, что обмен энергией и импульсом при излучении происходит только между полем излучения и излучающей частицей. Наиболее наглядно и просто это было показано в [31] на квантовом языке — если до излучения энергия частицы была  $E_p$ , то после излучения она по законам сохранения равна

$$E_{p+\hbar\mathbf{k}} \approx E_p + \hbar\mathbf{k} \frac{dE_p}{dp} = E_p + \hbar\omega_k,$$

где  $\omega_k = kv$ . Эта идея была затем обобщена на процессы рассеяния [33, 34] (переходное рассеяние [35]), когда рассеивающая частица может быть весьма тяжелой, но может рассеивать достаточно сильно из-за легких частиц поляризации, и рассеяние, например, ионов может определяться массой электронов [18]. Сейчас это используется во всей современной физике плазмы, причем рассеяние определяется квадратом суммы матричных элементов обычного рассеяния и переходного рассеяния. До сих пор остались еще рецидивы прошлого в понимании физики рассеяния. На заре развития физики плазмы были получены соотношения для рассеяния излучения на флуктуациях плазмы и этими результатами повсюду пользуются в диагностике плазмы, называя иногда это томсоновским рассеянием и не замечая того, что такие рассеяния на флуктуациях плазмы могут быть выражены через квадраты модуля сумм амплитуд

обычного томсоновского рассеяния и переходного рассеяния — это результат строгий. Причем излучение именно ионами может быть рассчитано с учетом видоизменения падающей волной поляризации вокруг рассеивающего иона. Применительно к использованию неправильно употребляемого термина "томсоновское рассеяние" к рассеянию в плазме отметим, что ясная физическая картина, основы которой установлены так давно в [31], явно помогает пониманию физики процессов рассеяния. Если учсть переходное рассеяние, то полное соответствие рассеяния на отдельных частицах и рассеяния на флуктуациях полностью восстанавливается, во всяком случае, в первом приближении при пренебрежении эффектами поглощения в среде. То же имеет место для других процессов, например для тормозного излучения [36, 37], где достаточно добавить процессы поляризационного тормозного излучения для получения полной картины тормозного излучения. До сих пор в астрофизических работах тоже считают, что ионы не могут рассеивать и считают появление таких работ курьезом. Курьезным является, однако, то, что в астрофизике до сих пор не получили широкого понимания глубокие соображения [31]. В действительности роль рассеяния на ионах очень важна во многих проблемах астрофизики, включая процессы переноса излучения в недрах Солнца [38] (где рассеяние на ионах может доминировать) и кончая эффектом Сюняева — Зельдовича в области низких частот [39].

Во всей этой истории для нас здесь наиболее важно то, что поляризационные эффекты играют важнейшую роль в современной физике, включая физику плазмы, не содержащей пыли. Поэтому с начала 2000-х гг. изучение экранировки пылевых частиц и их поляризационных "шуб" в пылевой плазме, стало одним из важных направлений исследований. Конечно, такие исследования можно было бы начать значительно раньше, используя существующее понимание на глубоком физическом уровне, соответствующее подходам, заложенным в [31].

Можно сказать, что поляризационные поля являются виртуальными полями, через которые передается импульс от одной из взаимодействующих частиц к другой. Это достаточно простое утверждение, если учсть, что такие поля могут быть и волнами поляризации или модами самой системы (ведь сверхпроводимость, связанная с притяжением электронов, передается через фононы, которые являются модами системы). Проблемы с пылевыми системами состоят в том, что к поляризациям, возникающим из-за флуктуаций электростатических полей, примешиваются поляризации, создаваемые флуктуациями плазменных потоков, которые в общем случае не могут быть отделены от флуктуаций электростатических полей из-за их взаимодействия с последними. Таким образом, только к началу 2000-х гг. стало очевидным, что пристальное внимание должно быть обращено на свойства поляризации и диэлектрическую проницаемость пылевой плазмы при учете в ней роли плазменных потоков. Естественно, правильный учет плазменных потоков должен сказаться и на модах пылевой плазмы, и на характере взаимодействия пылевых частиц через эти моды (как в сверхпроводниках). К большому удивлению в начале 2000-х гг. было обнаружено, что в предшествующих исследованиях проницаемости пылевой плазмы роль плазменных потоков вообще не учитывалась и полученные до начала 2000-х гг.

результаты по модам пылевой плазмы оказались либо в основном ошибочными, либо имели узкие области применимости и, естественно, соответствовали условиям, когда ролью плазменных потоков можно пренебречь. Заранее ясно, что элементарная оценка применимости ранее полученных результатов для диэлектрической проницаемости показывает, что характерный размер  $1/k$  не только меньше длины свободного пробега плазменных потоков для поглощения на пыли ( $\lambda_{\text{Di}} \times \lambda_{\text{Di}}/aP$ ) (где второй множитель всегда много больше единицы и длина поглощения поэтому много больше дебаевского радиуса), которая при характерных параметрах в существующих экспериментах с пылевой плазмой порядка 200–300 мкм ( $\lambda_{\text{Di}} \approx 35$  мкм), но и много меньше характерных размеров неоднородностей и размеров экспериментальных установок. Неучет влияния плазменных потоков возможен только либо для волновых чисел, много больших обратных расстояний такого порядка, либо для сильно неоднородной системы. Это последнее обстоятельство почему-то полностью ускользнуло из поля зрения первых исследований в 1992–2000 гг. (см., например, [40–42] и многие другие работы, цитируемые в обзорах [3, 5]), в которых использовались ошибочные выражения. В обзорах [3] приведено несколько примеров роли плазменных потоков, а в обзорах [4, 5] моды пылевой плазмы рассматривались без учета баланса плазменных потоков или рассматривался случай систем конечного размера, когда поглощение потоков обязано наличию стенок и его учет производился грубо феноменологически. В начавшихся после обнаружения этого обстоятельства (а именно, необходимости учета баланса потоков в любой достаточно большой пылевой системе) исследованиях роли плазменных потоков в откликах пылевой плазмы, акцент был сделан на новые качественные проявления взаимодействия потоков и электростатических поляризаций и, в частности, на таких ситуациях, когда появляется притяжение одноименно заряженных пылевых частиц.

## 2.7. Исследования притяжения пылевых частиц из-за видоизменения плазменных потоков

Первой теоретической работой, в которой была корректно поставлена задача об основном состоянии пылевой плазмы как возникающим из-за баланса не только зарядов, но и потоков плазмы с рассмотрением возмущений от этого состояния, вызванного модами пылевой плазмы, была работа 2000 г. [17]. До этого даже диэлектрическая проницаемость плазмы записывалась из выражений, которые ниоткуда не следовали — использовалась аналогия с обычной плазмой, а необходимость поддержания зарядов пылевых частиц плазменными потоками просто игнорировалась [40–42]. Неправомочность подхода [40–42] для мод с частотами, меньшими частоты зарядки, ясна из простых соображений, подтвержденных экспериментами — пылевая плазма исчезнет за время, меньшее одного периода волны. Такой парадокс обусловлен элементарной ошибкой в [40–42], возникшей из-за неучета того, что малые отклонения можно рассматривать только как отклонения от некоторого равновесия, а условие баланса и равновесия потоков не учитывалось, т.е. основное состояние было неравновесным и, вообще говоря, даже неопределенным. До 2000 г. появлялись работы, в

которых учитывался ряд эффектов, обязанных плазменным потокам. Так, в 1996 г. в [43] было сделано правильное общее утверждение о том, что все моды пылевой плазмы меняются коренным образом при частотах, меньших частот зарядки пылевых частиц, и при волновых числах, меньших обратной длины свободного пробега, но в дальнейшем при рассмотрении влияния процессов зарядки на распространение ионно-звуковых волн не учитывались изначальные условия баланса потоков и их рассеяния на пылевых частицах. Была также сделана попытка учесть лесажевское теневое притяжение частиц и было получено дисперсионное уравнение, аналогичное уравнению для гравитационной неустойчивости [44]. Оно имеет узкую область применимости: из условия того, чтобы теневое притяжение преобладало над дополнительным отталкиванием Питаевского, нужны расстояния  $r > \lambda_{\text{Di}}^2/a$  ( $k < a/\lambda_{\text{Di}}^2$ ), тогда как пренебречь ролью плазменных потоков можно только при  $r \ll \lambda_{\text{Di}}^2/aP$  ( $k \gg aP/\lambda_{\text{Di}}^2$ ). То есть концентрация пыли должна быть достаточно малой  $P \ll 1$  (в большинстве экспериментов  $P$  порядка единицы, в общем случае  $P$  может изменяться в пределах  $0 < P < 1$ ).

Следующим шагом в описании роли потоков были работы [17, 45], в которых были полностью учтены балансы плазменных потоков и получены правильные уравнения для ионно-звуковых волн в плазме. Описание мод в пылевой плазме имеет непосредственное отношение к взаимодействию пылевых частиц, которое может передаваться через эти моды. Но только в 2002 г., по воле случая, при написании обзора [3] была вычислена статическая диэлектрическая проницаемость [46] и было обнаружено, что при малых  $k$  ее действительная часть меняет знак, т.е. на больших расстояниях между зарядами отталкивание одноименно заряженных пылевых частиц может смениться на притяжение. В [46] рассматривался поляризационный заряд вокруг "точечной" пылевой частицы и была показана возможность появления притяжения на больших расстояниях, но при этом однозначного ответа не было получено, так как в приближении точечных частиц, когда расчет поля поляризации наиболее прост, возникла проблема обхода полюсов, где диэлектрическая проницаемость меняет знак. Только после того, как эта проблема была разрешена в [47], стало возможным широкое использование эффекта притяжения для объяснения наблюдений. Прогресс, достигнутый в [47], связан с простым замечанием того, что все эффекты, связанные с плазменными потоками, определяются конечными размерами пылевых частиц. Уже из теневого притяжения это обстоятельство очевидно, но и все изменения в проницаемости также определяются конечными размерами пылевых частиц. Путем решения задачи для частиц конечного размера, в [47] были восстановлены все результаты [46] в пределе, когда размер частиц мал по сравнению со всеми остальными характерными размерами. Дальнейшее развитие уже могло идти по "проторенной дорожке" путем различных уточнений, связанных с плазменными потоками и ролью нелинейности в экранировании. Последнее позволило прийти к современному состоянию, когда можно объяснить большие значения константы связи фазовых переходов в плазменно-пылевые кристаллы, относительно малую температуру этих фазовых переходов и относительно большие расстоя-

ния между пылевыми частицами при таких фазовых переходах. Все эти аспекты будут предметом дальнейшего изложения.

### 3. Линейное взаимодействие плазменных потоков и электростатических полей

#### 3.1. Элементарные оценки

Начнем с простейших предположений и постараемся оценить изменение линейного экранирования пробного заряда при наличии потоков плазмы. Термин "линейное" означает, что пробный заряд мал, так что поляризационный заряд вокруг него пропорционален полю пробного заряда. В обычной плазме без пылевых частиц и создаваемых ими потоков плазмы стандартное линейное экранирование пробных частиц заряда  $Q$  соответствует так называемому потенциалу Юкавы  $\phi = Q\psi(r)/r$ , где экранирующий фактор

$$\psi = \exp\left(-\frac{r-a}{\lambda_D}\right) \quad (2)$$

определяется дебаевским радиусом  $\lambda_D$ . Здесь мы записали фактор экранирования для сферических частиц конечного радиуса  $a$  — конечные радиусы пылевых частиц всегда существенны при рассмотрении эффектов плазменных потоков, но в ряде остальных проявлений пылевые частицы могут рассматриваться как почти точечные, так как, как правило,  $a \ll \lambda_D$ .

Несколько слов об используемой терминологии. В физике плазмы устоялся термин дебаевское экранирование, который используется для "точечных" электронов и ионов ( $a = 0$  для случая, когда  $\lambda_D$  совпадает с дебаевским радиусом). В пылевой плазме стали использовать соотношение (2), в котором  $\lambda_D$  не совпадает с дебаевским радиусом, и стали говорить о потенциале Юкавы, или юкавском экранировании. Использование термина юкавское экранирование представляется столь же законным, как и широкое использование термина дебаевское экранирование. Для юкавского экранирования фактор экранировки экспоненциальный, но  $\lambda_D$  не совпадает с дебаевским радиусом. Возникновение такой терминологии связано с тем, что при сравнении с наблюдениями и при попытке подгонки результатов наблюдений к формуле (2) в большинстве случаев оказывается, что  $\lambda_D$  не совпадает с дебаевским радиусом. Кроме того, перед экспонентой возникает численный множитель, указывающий на то, что эффективный заряд может отличаться от заряда частицы. Мы ниже подробно обсудим вопрос о том, как можно реально наблюдать или нелинейное экранирование подогнать под юкавское экранирование. Здесь же мы начнем с обсуждения качественно новых эффектов в экранировании в пылевой плазме.

Естественно предположить из физических соображений, что в пылевой плазме в линейном приближении дополнительное взаимодействие поляризационного потенциала с плазменными потоками приведет к дополнительным экспонентам в экранирующем факторе (линейные решения всегда могут быть представлены в таком виде при использовании преобразования Фурье). Однако в общем случае факторы в экспонентах могут не

быть действительными. Тогда, если таких экспонент две, то

$$\psi(r) = \operatorname{Re} \left[ \psi_a \exp\left(-\frac{r-a}{\lambda_1}\right) + \psi_b \exp\left(-\frac{r-a}{\lambda_2}\right) \right], \quad (3)$$

причем очевидно, что  $\psi_a + \psi_b = 1$ . Соотношение между  $\psi_a$  и  $\psi_b$  должно зависеть от взаимного влияния поляризационных полей и полей потоков — некой константы их взаимодействия  $\eta$ . Рассмотрим слабое взаимодействие  $\eta \ll 1$ . Тогда очевидно, что  $\psi_b \propto \eta$ . Выберем  $\eta$  так, чтобы коэффициент пропорциональности был равен единице, т.е.  $\psi_b = \eta$ . Получим

$$\psi(r) = \operatorname{Re} \left[ (1 - \eta) \exp\left(-\frac{r-a}{\lambda_1}\right) + \eta \exp\left(-\frac{r-a}{\lambda_2}\right) \right]. \quad (4)$$

Экранирование, описываемое (4), качественно отлично от (2). При слабом взаимодействии можно предположить, что  $\lambda_1$  близко к  $\lambda_D$ , а  $\lambda_2$  порядка или больше длины пробега плазменных потоков, т.е. много больше  $\lambda_D$ . Это будет означать, что при слабом взаимодействии полей поляризации и полей потоков большая часть заряда пылевых частиц экранируется на расстояниях дебаевского радиуса, но малая часть заряда экранируется только на расстояниях, намного больших экранировки основной части заряда. Так как заряды пылевых частиц обычно очень велики, эта "малая часть" может быть весьма значительной. Далее, соотношение (4) может описывать и переэкранировку, когда поляризационный заряд меняет знак. Для этого существует две возможности: первая — это  $\eta < 0$ , когда поляризационный заряд изменяет знак на расстояниях, непосредственно примыкающих к  $\lambda_1$  (т.е. когда первая экспонента делает вклад первого члена (4) малым), и вторая — это комплексные значения  $\lambda_2$ , когда осциляции поляризационного заряда возникают на расстояниях порядка  $\lambda_2$ . Качественно обе возможности соответствуют реальным моделям, описывающим взаимодействие электростатических полей поляризации и полей плазменных потоков.

#### 3.2. Статические уравнения для полей поляризаций и полей потоков плазмы

Рассмотрим наиболее простой и интересный для приложений случай, когда температура электронов много больше температуры ионов и скорости потоков много меньше тепловой скорости электронов. Тогда электроны всегда подстраиваются под распределение ионов и потоки плазмы могут быть определены из уравнений непрерывности ионов. Поляризационные поля определяются, естественно, уравнениями Пуассона. Используем безразмерные переменные, измеряя расстояния  $r$  и размеры пылевых частиц  $a$  в единицах  $\lambda_{Di}$ , электростатические поля в единицах  $T_i/\lambda_{Di}$ , электростатические потенциалы в единицах  $T_e/e$  и потоки ионов в единицах  $n_0\sqrt{2}v_{Ti}$ ;  $v_{Ti} = \sqrt{T_i/m_i}$ , а концентрации ионов и электронов в единицах  $n_0$  ( $n \rightarrow n_i/n_0$ ;  $n_e \rightarrow n_e/n_0$ ) и определим  $P$  как  $n_d Z_d/n_0$ , где  $n_0$  — некая постоянная концентрация ионов или электронов вдали от пылевой системы или концентрация ионов вдали от пробного заряда. В этих переменных уравнение Пуассона и уравнение непрерывности ионов не содержат неопределенных констант и

имеют весьма простой вид

$$\begin{aligned} e \operatorname{div} \mathbf{E} &\equiv e \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} \cdot \mathbf{E} = n - n_e - P, \\ \operatorname{div} \Phi &\equiv \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} \cdot \Phi = a(I_{\text{ion}} - \alpha_{\text{ch}} P n). \end{aligned} \quad (5)$$

Второй член  $-a\alpha_{\text{ch}} P n$  получен из сечения поглощения ионов ( $\sigma_i = \pi a^2 z / \tau$ ),  $\alpha_{\text{ch}}$  — коэффициент в ионном потоке, поглощаемом пылевой частицей. Для простейшей модели при  $\tau \ll 1$  он равен постоянному числу  $1/2\sqrt{\pi} = 0,282$ . В правую часть введен дополнительный источник потоков из-за объемных источников ионизации  $I_{\text{ion}}$  (фактор  $a$  выделен для удобства). Источник ионизации необходим в любой системе, размер которой больше длины свободного пробега потока относительно поглощения на пылевых частицах. Введенный в (5) член  $I_{\text{ion}}$  описывает такую ионизацию (его размерность непосредственно следует из (5)). Радиационные источники ионизации обычно не сильно зависят от концентрации электронов, тогда как другие (такие, как связанные с используемыми в пылевых экспериментах СВЧ полями) пропорциональны электронной концентрации. Поэтому рассмотрим для иллюстрации простейший случай

$$I_{\text{ion}} = \alpha_{\text{ion}} n_e, \quad (6)$$

где  $\alpha_{\text{ion}}$  — константа ионизации,  $n_e$  — электронная концентрация.

Эти уравнения достаточны для определения основного соотношения для баланса зарядов и баланса потоков, которые обязательно необходимы для существования равновесного состояния. Условия равновесия плотностей зарядов и потоков до внесения пробного заряда (индекс 0) имеют вид:

$$n_0 = 1, \quad n_{e,0} = 1 - P_0, \quad \alpha_{\text{ion}}(1 - P_0) = \alpha_{\text{ch}}(z_0)P_0, \quad (7)$$

где равновесный пылевой заряд  $z_0$  определяется уравнением равенства ионных и электронных тепловых потоков на пылевую частицу

$$\exp(-z_0) = \sqrt{\frac{m_e}{m_i \tau}} \frac{z_0}{1 - P_0}.$$

Последнее соотношение может быть использовано для маркировки невозмущенного состояния только одним параметром, а именно,  $P_0$ .

Линейные уравнения для возмущений полей и потоков пробным зарядом можно получить, считая, для простоты, что изменение параметра  $P = P_0 + P_q$  связано только с изменением заряда пылевых частиц пылевой плазмы  $z = z_0 + z_q$ ,  $P_q = P_0 z_q / z_0$ ,  $n = 1 + n_q$ ,  $n_e = 1 - P_0 + n_{e,q}$ :

$$\begin{aligned} \operatorname{div} \Phi_q &= \\ &= a\alpha_{\text{ch}}(z_0)P_0 \left( \frac{n_{e,q}}{1 - P_0} - n_q - \frac{z_q}{z_0} \left( 1 + \frac{z_0}{\alpha_{\text{ch}}(z_0)} \frac{\partial \alpha_{\text{ch}}(z_0)}{\partial z_0} \right) \right). \end{aligned} \quad (8)$$

Окончательно имеем систему уравнений

$$\operatorname{div} \Phi_q = a\alpha_{\text{ch}}(z_0)P_0 \left( \frac{n_{e,q}}{1 - P_0} - n_q - \frac{z_q}{z_0 + \tau} \right), \quad (9)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{E}_q = n_q - n_{e,q} - P_0 \frac{z_q}{z_0}. \quad (10)$$

Здесь  $z_q$  — изменение заряда фоновых пылевых частиц из-за воздействия внесенного пробного заряда. Обозначим через  $Z_q$  заряд пробной частицы после ее внесения в пылевую плазму (он представляет собой равновесное значение заряда, определяемое размерами внесенной пылевой частицы  $a_q$ , температурой  $T_e$  и плазменными потоками, которые может создавать пылевая плазма с параметрами, определяемыми до внесения пробного заряда — параметры  $P_0$  и  $\alpha_{\text{ion}}$ ). Поле внесенного заряда считаем сферически симметричным, т.е. полагаем, что

$$\begin{aligned} \mathbf{E} &= \frac{\mathbf{r}}{r} \frac{Z_q e^2}{\lambda_{\text{Di}} T_i} \frac{d}{dr} \frac{\psi(r)}{r} \equiv \zeta_q \frac{\mathbf{r}}{r} \frac{d}{dr} \frac{\psi(r)}{r}, \\ \Phi &= \frac{\mathbf{r}}{r} \frac{Z_q e^2}{\lambda_{\text{Di}} T_i} \frac{d}{dr} \frac{\chi(r)}{r} \equiv \zeta_q \frac{\mathbf{r}}{r} \frac{d}{dr} \frac{\chi(r)}{r}, \\ \zeta_q &\equiv \frac{Z_q e^2}{\lambda_{\text{Di}} T_i}, \end{aligned} \quad (11)$$

кроме того, в записанных соотношениях выделен кулоновский фактор  $1/r$  в потенциале электростатического поля, поток записан по аналогии с полем,  $\psi$  и  $\chi$  определяются соотношениями (11) и соответствуют экранирующим факторам соответствующих потенциалов, заряд внесенной пылевой частицы считается отрицательным и равным  $-Z_q e$ . Используя

$$\begin{aligned} \frac{1}{r^2} \left( \frac{d}{dr} r^2 \frac{d}{dr} \left( \frac{f}{r} \right) \right) &= \frac{1}{r} \frac{d^2 f}{dr^2}, \\ n_q &= \zeta_q \frac{N_q}{r}, \quad n_{e,q} = \zeta_q \frac{N_{e,q}}{r}, \\ z_q &= \zeta_q \frac{\delta Z_q}{r}, \end{aligned} \quad (12)$$

систему уравнений (9), (10) можно записать в виде

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \chi}{dr^2} &= a\alpha_{\text{ch}} P_0 \left( \frac{N_{e,q}}{1 - P_0} - N_q - \frac{\delta Z_q}{z_0} \right), \\ \frac{d^2 \psi}{dr^2} &= N_q - N_{e,q} - P_0 \frac{\delta Z_q}{z_0}. \end{aligned} \quad (13)$$

Для замыкания системы уравнений необходимо использовать линейные соотношения, связывающие  $N_q$ ,  $N_{e,q}$  и  $\delta Z_q$  с  $\psi$  и  $g$ . Для этого запишем в уже использованной нормировке известные соотношения для баланса сил для электронов (равенство электростатической силы и силы давления) и ионов (равенство электростатической силы и суммы силы давления и силы трения на пылевой компоненте из-за рассеяния ионов на пылинках):

$$\mathbf{E} = -\frac{1}{\tau n_e} \frac{dn_e}{dr}, \quad \mathbf{E}_q = -\frac{1}{\tau(1 - P_0)} \frac{dn_{e,q}}{dr}, \quad (14)$$

$$\mathbf{E} = \frac{1}{n} \left( \frac{dn}{dr} + \alpha_{\text{dr}}(z) \beta(z) \Phi \right), \quad \mathbf{E}_q = \frac{dn_q}{dr} + \alpha_{\text{dr}}(z_0) \beta(z_0) \Phi_q, \quad (15)$$

$$\beta(z) \equiv \frac{za}{\tau}, \quad \tau \equiv \frac{T_i}{T_e}, \quad (16)$$

где  $\alpha_{\text{dr}}$  — коэффициент передачи импульса от ионного потока пылевым частицам при их рассеянии на ионах, равный в линейном приближении

$$\alpha_{\text{dr}}(z) = \frac{2}{3\sqrt{\pi}} (\ln A), \quad (17)$$

где  $\ln A$  — кулоновский логарифм. В общем случае  $\alpha_{\text{dr}}$  зависит от заряда  $z$ , но в линейном приближении по потоку во второе из уравнений (15) входит значение равновесного заряда  $z_0$ . Соотношения (14), (15) при использовании (11) дают

$$N_{e,q} = -\tau(1 - P_0)\psi,$$

$$N_q = \psi - \alpha_{\text{dr}}(z_0)\beta P_0 \chi = \psi - g, \quad (18)$$

$$g = \frac{\chi k_0^2}{\alpha_{\text{ch}}(z_0)P_0 a} = \alpha_{\text{dr}}(z_0)\beta P_0 \chi,$$

$$k_0^2 = \alpha_{\text{dr}}(z_0)\alpha_{\text{ch}}(z_0)\beta(z_0)P_0^2 a. \quad (19)$$

Система уравнений принимает довольно простой вид:

$$\frac{d^2\psi}{dr^2} = \frac{1}{\lambda_D^2} \psi - g, \quad \frac{d^2g}{dr^2} = k_0^2 \left( g - \frac{1}{\lambda_\phi^2} \psi \right). \quad (20)$$

Тем самым найдено конкретное выражение для введенной выше константы связи электростатических полей поляризации и полей плазменных потоков

$$\eta = k_0^2. \quad (21)$$

Для конкретности приведем результат для  $\lambda_D^2$  и  $\lambda_\phi^2$ , если пренебречь изменениями заряда пылевых частиц фона (положить  $\delta Z_q = 0$ ):

$$\frac{1}{\lambda_D^2} = 1 + \tau(1 - P_0), \quad \frac{1}{\lambda_\phi^2} = 1 + \tau. \quad (22)$$

Более общие выражения для этих параметров обсуждаются ниже.

### 3.3. Решения линейных уравнений

Взаимосвязанная система линейных уравнений непосредственно и самым наглядным образом показывает как поляризационный заряд зависит не только от электростатического потенциала  $\psi$ , но и от потенциала потока  $g$ , который в свою очередь зависит не только от потенциала потока  $g$ , но и от электростатического потенциала  $\psi$ . В отсутствие потоков остается только первый член в правой части уравнения для электростатического потенциала, решением которого является нарастающая и убывающая экспоненты и из физических соображений остается только убывающая экспонента, соответствующая юкавскому потенциальному (экранирование ионами описывается первым членом первого соотношения (22), а экранирование электронами описывается вторым членом в этом выражении). Так как система уравнений (20) является системой более высокого порядка по производным по  $r$ , чем та, которая имеет место при отсутствии плазменных потоков, то в условиях, когда показатели в экспонентах действительны, экранирование описывается, по крайней мере, двумя экспонентами, что дает качественное различие с юкавским экранированием, так как при разных величинах показателей экспонент часть заряда должна экранироваться на, вообще говоря, значительно больших расстояниях. Уравнения (16) в каком-то смысле похожи на дисперсионные соотношения с различными корнями. Решение системы (20), конечно, тривиально. Но важны физические следствия, получае-

мые из них:

$$\begin{aligned} \psi &= \text{Re} \{ \psi_+ \exp(-k_+(r-a)) + \psi_- \exp(-k_-(r-a)) \}, \\ g &= \text{Re} \{ g_+ \exp(-k_+(r-a)) + g_- \exp(-k_-(r-a)) \}, \end{aligned} \quad (23)$$

где

$$k_\pm^2 = \frac{1}{2} \left( k_0^2 + \frac{1}{\lambda_D^2} \right) \pm \sqrt{\frac{1}{4} \left( k_0^2 + \frac{1}{\lambda_D^2} \right)^2 + k_0^2 \left( \frac{1}{\lambda_\phi^2} - \frac{1}{\lambda_D^2} \right)}, \quad (24)$$

$$g_\pm = -\frac{k_0^2}{k_\pm^2 - k_0^2} \frac{1}{\lambda_\phi^2} \psi_\pm. \quad (25)$$

Соотношения (22) подтверждают правильность использованного ранее оценочного соотношения (3) и позволяют найти конкретные выражения для  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$ .

Линейное приближение, как будет более подробно изложено ниже, применимо при  $\beta = za/\tau \ll 1$ , кроме того, отношение радиуса частицы к дебаевскому радиусу также часто мало, т.е. величина  $a$  тоже мала и  $P_0 < 1$  по определению, и, наконец,  $\alpha_{\text{ch}}\alpha_{\text{dr}} = \ln A/3\pi$ . Поэтому  $k_0^2 \ll 1$  и в этом пределе

$$k_+ \approx \frac{1}{\lambda_D}, \quad k_-^2 \approx k_0^2 \left( 1 - \frac{\lambda_D^2}{\lambda_\phi^2} \right). \quad (26)$$

Из этого следует, что  $k_-^2$  положительно только при  $\lambda_\phi^2 > \lambda_D^2$ , что не имеет места для приведенных выше соотношений (22), полученных при пренебрежении вариациями заряда пылевых частиц. Таким образом, в данном случае  $k_-^2 < 0$  и можно положить  $k_-^2 = -1/\lambda_\phi^2$  и вместо второй экспоненты получим осциллирующий с расстоянием член, описывающий систему минимумов потенциала притяжения пробной частицы. В этих минимумах плотности поляризационного заряда имеют тот же знак, что и знак пробного заряда. Эффект, часто называемый перезкранировкой, возникает на расстояниях много больших дебаевского радиуса ( $\approx 1/k_0\sqrt{\tau}$ ). Впервые этот эффект был получен в [46, 47] в случае, когда источник ионизации пропорционален плотности электронов, т.е. при справедливости использованного здесь соотношения (6), тогда как противоположный случай, когда источник ионизации не зависит от электронной плотности, был рассмотрен в [48] и показано, что вторая экспонента чисто действительна (т.е. часть заряда экранируется только на расстояниях много больших дебаевского радиуса). Относительная доля вкладов двух экспонент определяется значениями константы связи  $\eta = k_0^2$  и находится для линейной экранировки из граничных условий на поверхности пробного заряда.

Заметим, что эффекты притяжения обеспечиваются отрицательным знаком дополнительного поляризационного заряда, возникающего из-за наличия плазменных потоков (т.е.  $g > 0$ , см. первое из уравнений (20)). Так как эффекты, обвязанные потокам, как показано, сказываются на расстояниях больших дебаевского радиуса, то для получения решения (26), которое может описывать притяжение пылевых частиц, достаточно воспользоваться условием квазинейтральности, получаемым из первого уравнения (20) путем приравнивания его правой части нулю, тогда  $g = \psi/\lambda_D^2$ . Второе из уравнений (20) приводит к выражению (26) для  $k_-^2$ .

### 3.4. Различные обобщения линейной экранировки

При исследовании возможности возникновения притяжения между пылевыми частицами совсем не надо знать амплитуды  $\psi_+$  и  $\psi_-$  при членах, описывающих экранирование, достаточно найти критерии, когда в показателе экспоненты может возникнуть мнимая часть. Тогда, вне зависимости от знака амплитуд, на определенном расстоянии знак поляризации изменится и возникнут ямы притяжения. Этим можно воспользоваться, решая получаемые уравнения типа уравнений (20) как дисперсионные уравнения, подставляя экспоненциальные решения и определяя, является ли фактор в экспоненте действительным или мнимым, либо имеющим мнимую компоненту. Кроме того, можно использовать то обстоятельство, что притяжение возникает обычно на больших расстояниях по сравнению с линейной экранировкой, и можно значительно упростить решение проблемы, используя условие квазинейтральности. Результатам такого анализа посвящен данный раздел [49].

#### Вариации плотности заряда пылевых частиц фона.

Несложно учесть вариации заряда фона пылевых частиц и обобщить результат на произвольные значения отношения температур ионов и электронов  $\tau = T_i/T_e$ . Можно воспользоваться локальным уравнением зарядки пылевых частиц (равенства потоков ионов и электронов) для того, чтобы выразить возмущения заряда пылевых частиц через возмущения электронной и ионной плотностей [49]. Результат совпадает с уравнениями (20), но с видоизмененными ("перенормированными") значениями характерных длин и константы связи:

$$k_0^2 \rightarrow k_0^2 \frac{z_0 + \tau}{1 + z_0 + \tau}, \quad g \rightarrow g \left( 1 + \frac{P_0(z_0 + 1)}{z_0(z_0 + \tau + 1)} \right), \quad (27)$$

$$\frac{1}{\lambda_D^2} \rightarrow \left( 1 + \frac{P_0(z_0 + \tau)}{z_0(z_0 + \tau + 1)} + \tau \left( 1 - P_0 + \frac{P_0(z_0 + \tau)}{z_0(z_0 + \tau + 1)} \right) \right), \quad (28)$$

$$\frac{1}{\lambda_\phi^2} \rightarrow \left( 1 + \frac{P_0(z_0 + \tau)}{z_0(z_0 + \tau + 1)} \right) (1 + \tau). \quad (29)$$

При этом всегда возникает переэкранировка и ямы притяжения, так как

$$\frac{1}{\lambda_\phi^2} - \frac{1}{\lambda_D^2} = \tau P_0 > 0. \quad (30)$$

**Возникновение притяжения для других типов источников ионизации.** Простейшим примером является наличие источника ионизации, не зависящего от электронной плотности. Для многих приложений чаще всего ионизация производится электронами (как во всех экспериментах по СВЧ разрядам или прямоточным разрядам). Поэтому рассмотренный выше пример, когда ионизация пропорциональна электронной концентрации, является наиболее распространенным. Однако ионизация возможна и другими источниками: резонансным излучением, быстрыми ионами и др. Для примера может быть проведен анализ для случая, когда

$$I_{\text{ion}} = \alpha_{\text{ion}} (n_e + \gamma_{\text{ion}}), \quad (31)$$

где  $\alpha_{\text{ion}}$ , как и выше, константа ионизации, пропорциональная электронной концентрации,  $\gamma_{\text{ion}}$  — отношение константы ионизации, не зависящей от электронной концентрации, к константе ионизации, пропорциональ-

ной электронной концентрации. В зависимости от значения  $\gamma_{\text{ion}}$  решения уравнений, описывающих взаимодействие электростатических поляризационных полей с полями плазменных потоков, могут соответствовать осциллирующему фактору экранирования или экспоненциальному фактору экранирования [53, 55]. Критерий появления ям притяжения получается в виде

$$\gamma_{\text{ion}} < \frac{P_0 z_0 (z_0 + \tau) (1 - P_0)}{z_0 (z_0 + \tau) (1 - P_0) + z_0 + \tau + P_0 z_0} \quad (32)$$

с правой частью, пропорциональной параметру  $P_0$ . Сходные критерии возможны и для других моделей источников ионизации.

**Роль столкновений с нейтральными атомами.** Сила трения ионов о нейтральные атомы газа может превосходить силу трения ионов при столкновениях с пылевыми частицами, если

$$\frac{\lambda_{\text{Di}}}{\lambda_{\text{in}}} \gg \alpha_{\text{dr}} \beta P_0, \quad (33)$$

где  $\lambda_{\text{in}}$  — длина свободного пробега при столкновениях ионов с нейтралами. Для параметров типичных лабораторных экспериментов как правая, так и левая части последнего неравенства порядка или много меньше единицы. Так что случай доминирования трения о нейтралы достаточно реальный в определенном диапазоне давления нейтрального газа. Легко видеть, что притяжение не зависит от природы силы трения и все результаты предыдущих разделов переносятся на случай, когда трение о нейтралы доминирует путем замены

$$\alpha_{\text{dr}} \beta P_0 \rightarrow \frac{\sqrt{2} \lambda_{\text{Di}}}{\lambda_{\text{in}}}. \quad (34)$$

**Роль регулярных плазменных потоков при столкновениях ионов с пылевыми частицами.** При наличии регулярного плазменного потока вдали от пробного заряда, поддерживаемого неким внешним эффективным полем  $E_{\text{eff}}$ , распределение поляризационных зарядов вокруг пробного заряда становится анизотропным и разным в направлении потока и перпендикулярно ему. Внешнее поле, создающее регулярный поток, может определять стационарную дрейфовую скорость ионов  $u_0 \rightarrow u_i/\sqrt{2} v_{Ni}$  либо из-за трения ионов при рассеянии на пылевых частицах, либо из-за трения при столкновениях с нейтральными атомами газа.

В случае, когда столкновения ионов потока с пылевыми частицами определяют дрейфовую скорость ионов, получим соотношение (описывающее закон Ома в пылевой плазме):

$$E_0 = \alpha_{\text{dr}} (z_0, u_0) P_0 u_0. \quad (35)$$

При рассмотрении возмущений, вносимых пробным зарядом при  $u_0 \gg 1$ , удобно воспользоваться выражениями для  $\alpha_{\text{dr}}$ ,  $\alpha_{\text{ch}}$  в пределе  $u_0 \gg 1$ :

$$\alpha_{\text{dr}} = \alpha_{\text{dr}} (z_0, u_0) \approx \frac{1}{2u_0^3} \left( \ln \Lambda + \frac{\tau u_0^2}{z_0} + \frac{\tau^2 u_0^4}{z_0^2} \right), \quad (36)$$

$$\alpha_{\text{ch}} = \alpha_{\text{ch}} (z_0, u_0) \approx \frac{1}{4u_0} \left( 1 + \frac{\tau u_0^2}{z_0} \right),$$

использовать условие квазинейтральности и ввести параметры, определяющие возникновение притяжения между

частицами:

$$\begin{aligned}\tilde{k}_0^2 &= k_0^2 \frac{1 - P_0}{2u_0^2}, \\ \kappa &= \frac{2u_0^2 \tau (P_0 - \gamma_{\text{ion}})}{(1 + \tau(1 - P_0))(1 - P_0 + \gamma_{\text{ion}})}, \\ U_0 &= \frac{4u_0^4}{\beta P_0 \ln \Lambda}.\end{aligned}\quad (37)$$

Расстояние вдоль потока обозначим через  $x$ , а поперек потока — через  $\mathbf{r}_\perp$ . Дисперсионное уравнение, получаемое при подстановке всех переменных в виде, пропорциональном  $\exp(-kx + i\mathbf{k}_\perp \mathbf{r}_\perp)$  (в пределе  $kU_0 \gg 1$ ), учитывая, что при  $u_0^2 \ll z_0/\tau$  и  $z_0$ ,  $P_0$  также порядка единицы и  $\kappa \ll 1$ , имеет решение

$$k = k_\pm = \frac{1}{2} \left( U_0 \tilde{k}_0^2 \pm \sqrt{U_0^2 \tilde{k}_0^4 + 4k_\perp^2} \right). \quad (38)$$

Здесь все решения являются затухающими по  $x$ , причем при  $x > 0$  нужно выбрать  $k_-$ , а при  $x < 0$  нужно выбрать  $k_+$ . Это соответствует отсутствию переэкранировки и притяжения частиц. При  $\kappa \ll kU_0 \ll 1$

$$k_\pm = \frac{1}{2} \left( U_0 \tilde{k}_0^2 \pm \sqrt{U_0^2 \tilde{k}_0^4 - \frac{z_0}{1+z_0} 4k_\perp^2} \right) \quad (39)$$

переэкранировка возможна при  $k_\perp^2 > \tilde{k}_0^4 U_0^2 (1 + z_0)/4z_0$ . Наконец, при  $kU_0 \ll \kappa$  имеем

$$k^2 = \frac{z_0}{1+z_0} (k_\perp^2 - \tilde{k}_0^2) \quad (40)$$

и притяжение частиц возможно при слабом условии  $k_\perp > \tilde{k}_0$ , так как  $k_0 \ll 1$ . Таким образом, при наличии внешних ионных потоков, встречающихся часто в настоящих экспериментах, коллективное взаимодействие экранирующих электростатических полей и плазменных потоков может в широкой области параметров приводить к притяжению и спариванию пылевых частиц.

**Роль регулярных плазменных потоков при столкновениях ионов с нейтральными атомами газа.** В условиях, когда дрейфовая скорость ионов потока велика  $u_0 \gg 1$ , сила трения ионов при столкновениях с атомами нейтрального газа определяется соотношением [49]

$$-\alpha_{\text{in}} \mathbf{u} |\mathbf{u}| \frac{\lambda_{\text{Di}}}{\lambda_{\text{in}}}, \quad (41)$$

где  $\alpha_{\text{in}}$  — коэффициент порядка единицы, зависящий от сорта газа. Для наиболее интересного случая  $\lambda_{\text{Di}}^2/\lambda_{\text{in}}^2 \ll 1/u_0^2 \tau$  и для длин вдоль потока, много больших длины свободного пробега из-за столкновений ионов с нейтралами  $k \ll \lambda_{\text{Di}}/\lambda_{\text{in}}$  ( $k$  — в единицах  $1/\lambda_{\text{Di}}$ ):

$$\frac{1}{2} k^2 = k_\perp^2 - \tilde{k}_0^2, \quad (42)$$

где

$$\tilde{k}_0^2 = \frac{\tau \lambda_{\text{Di}} P_0^2 z_0 a}{4 \lambda_{\text{in}} (1 + z_0 + P_0 + \tau(1 + z_0(1 - P_0)))}. \quad (43)$$

Согласно (42) ямы притяжения возникают при  $k_\perp^2 < \tilde{k}_0^2$ .

### 3.5. Амплитуды линейного экранирования

#### и потенциальная энергия спаривания пылевых частиц

Существенное значение имеет то, что наличие плазменных потоков на пылевые частицы сводится к появлению второй экспоненты (или осциллирующему с расстоянием косинусоидальному члену, который в определенном смысле тоже экранирует потенциал пробной частицы, так как сводит поле экранирования в среднем к нулю). Важен первый минимум потенциала, который описывает притяжение и возможное спаривание пылевых частиц. Для определения глубины потенциальной ямы притяжения необходимо найти амплитуды двух экранирующих факторов. Обратимся вначале к случаю отсутствия внешних ионных потоков  $u_0 = 0$ . Тогда для малых  $\gamma_{\text{ion}}$  и  $k \ll 1$

$$\psi \approx \psi_+ \exp \left( -\frac{r}{\lambda_D} \right) + \psi_- \cos \left( k_0 r \sqrt{1 - \frac{\lambda_D^2}{\lambda_\phi^2}} \right) \quad (44)$$

и при больших  $\gamma_{\text{ion}}$  [51]

$$\psi \approx \psi_+ \exp \left( -\frac{r}{\lambda_D} \right) + \psi_- \exp \left( -k_0 r \sqrt{\frac{\lambda_D^2}{\lambda_\phi^2} - 1} \right). \quad (45)$$

Границные условия при линейной экранировке можно выбрать на поверхности пробного заряда. Считаем, что его размер мал по сравнению с дебаевским радиусом и тем более с характерным радиусом второго члена, обзанного эффектам взаимодействия плазменных потоков с электростатическими поляризационными полями. Нормировка с параметром  $\zeta_q$  выбрана так, чтобы в этом случае  $\psi(a) \approx \psi_+ + \psi_- = 1$ , кроме того дополнительные потоки на поверхность пылинки, помимо тех, что связаны с вариацией заряда при  $u_0 = 0$ , отсутствуют и  $g(a) = g_+ + g_- = 0$ . С другой стороны, из первого уравнения (20) для  $k^2 \ll 1$  имеем  $g_- = \psi_-/\lambda_D^2$ , из второго уравнения (20) при  $k^2 \approx -1/\lambda_D^2$  получаем  $g_+ = -k_0^2 \lambda_D^2 / \lambda_\phi^2 \psi_+$  и

$$\begin{aligned}\psi_- &= k_0^2 \frac{\lambda_D^4}{\lambda_\phi^2} \psi_+ \approx k_0^2 \frac{\lambda_D^4}{\lambda_\phi^2}, \\ \psi_+ &= \left( 1 + k_0^2 \frac{\lambda_D^4}{\lambda_\phi^2} \right)^{-1} \approx 1 - k_0^2 \frac{\lambda_D^4}{\lambda_\phi^2}.\end{aligned}\quad (46)$$

Эти соотношения применимы как для (44), так и для (45). Сумма коэффициентов при двух "экранирующих факторах" равна единице.

При  $u_0 \gg 1$  рассмотрение усложняется различием экранирования по потоку и поперек потока, но в принципе результат сходный — амплитуда дополнительных членов в экранировании имеет относительный порядок  $\tilde{k}_0^2$ . Этот случай требует дополнительно подробного и отдельного анализа и здесь мы ограничимся этой оценкой. Глубина потенциальной энергии притяжения двух пылевых частиц  $U_{\text{at}}$  оценивается как

$$U_{\text{at}} = -\frac{Z_d^2 e^2}{r_{\min}} k_0^2 \frac{\lambda_D^4}{\lambda_\phi^2} \approx Z_d^2 e^2 k_0^2 \pi \frac{\lambda_D^4}{\lambda_\phi^2} \sqrt{\frac{1}{\lambda_\phi^2} - \frac{1}{\lambda_D^2}}. \quad (47)$$

Хотя  $k_0^2 \ll 1$ , но обычно  $Z_d \gg 1$  и потенциал притяжения может быть значительным.

### 3.6. Физика эффектов притяжения пылевых частиц

Физика эффектов переэкранировки и притяжения ясна из приведенных расчетов — она связана с накоплением

положительно заряженных ионов между взаимодействующими отрицательно заряженными частицами. Электроны, вновь рожденные ионизацией, в силу их большой подвижности легко покидают область между частицами — они, как правило, успевают распределиться по Больцману и подстраиваются под локальное значение электростатического потенциала. Ионы не могут быстро покидать эту область из-за наличия трения и накапливаются на определенных достаточно больших расстояниях между взаимодействующими частицами — именно благодаря этому эффект притяжения появляется вне зависимости от природы силы трения. Плазменные потоки служат механизмом накопления положительного заряда между отрицательно заряженными пылевыми частицами. Непосредственное обобщение на случай положительно заряженных пылевых частиц невозможен, так как меняются плазменные потоки и процессы накопления зарядов видоизменяются, не говоря вообще о том, что основными частицами потоков становятся не ионы, а электроны. О взаимодействии можно говорить как осуществляемом через виртуальные волны, но сами волны коренным образом меняются при наличии притяжения частиц, обусловливая либо неустойчивости типа гравитационной, либо формируя связанные состояния пылевых частиц — пылевые кластеры или кристаллы. Все зависит от изменений кинетической энергии пылевых частиц в процессах их самосжатия из-за притяжения. Быстрое уменьшение кинетической энергии пылевых частиц в лабораторных условиях обычно возможно из-за их трения об атомы нейтрального газа. Такое трение значительно из-за обычно слабой ионизации в газовых разрядах, в которых проводятся эксперименты с пылевой плазмой.

### 3.7. Разрушенные мифы

Одним из распространенных мифов, часто используемых в интерпретации экспериментов по пылевой плазме, является утверждение о том, что для небольших зарядов экранировка частиц в пылевой плазме является дебаевской, а потенциал частиц может быть аппроксимирован как юкавский. Все, что было изложено выше, четко указывает на то, что это неверно — на больших расстояниях для отдельных частиц остается неэкранированный потенциал Питаевского, а для большого числа частиц, с размером системы большим длины свободного пробега плазменных потоков, появляется слабо экранированная компонента потенциала, которая может соответствовать не только отталкиванию, но и притяжению. Причем столкновения не только не восстанавливают юкавский потенциал, но увеличивают эффекты, связанные со слабо экранированной компонентой потенциала. Таким образом, миф о юкавском экранировании оказывается развеянным даже для небольших зарядов в пылевой плазме в условиях, когда можно использовать линейное приближение для поляризационного заряда (пропорциональность поляризационного заряда потенциальну пробной частицы).

Другой миф, используемый в большинстве существующих сейчас численных расчетах в пылевой плазме, состоял в том, что, используя заданные потенциалы парного взаимодействия частиц, можно рассчитывать на описание динамики систем из большого числа пылевых частиц. Все изложенное говорит об ошибочности этого мифа, так как во всех приведенных примерах

парное взаимодействие частиц и экранировка отдельных частиц зависит непосредственно от параметра  $P_0$ , т.е. от плотности пылевых частиц. Поэтому при изменении расстояний между пылевыми частицами их парное взаимодействие видоизменяется и это нужно учитывать во всех расчетах пылевых систем. Такое взаимодействие можно назвать коллективным. В появлении коллективности парного взаимодействия нет ничего удивительного. Достаточно напомнить, что в обычной плазме без пылевых частиц парное взаимодействие определяется юкавским потенциалом, длина экранирования в котором зависит от плотности плазменных частиц. В пылевой плазме трудно ожидать в этом смысле чего-то необычного и самым естественным является зависимость парного взаимодействия пылевых частиц от плотности пыли. Конечно, в простых соотношениях, приведенных выше, входила средняя локальная плотность пыли. Эффект нелокальности требует более детального изучения в будущем, но общее утверждение о коллективности взаимодействий трудно подвергнуть сомнениям.

## 4. Нелинейное экранирование

### 4.1. Оценки нелинейностей

Интенсивные экспериментальные исследования пылевой плазмы начались с понимания того, что даже при малых плотностях пыли пылевые частицы, обладая большими зарядами, могут взаимодействовать сильно и это непосредственно касается как промышленных приложений по плазменному травлению [3, 15], так и проблем фазовых переходов в пылевой плазме с образованием плазменных кристаллов [7–10] и будущих термоядерных установок, где пыление стенок может играть определяющую роль в возможностях получения термоядерной энергии. Грубо говоря, параметр  $P_0 = n_d Z_d / n_0$ , который характеризует отношение плотности заряда пылевых частиц к плотности ионов плазмы, должен быть порядка единицы (напомним пределы его возможного изменения  $0 < P_0 < 1$ ). Если в существующих разрядах  $n_0 \approx \approx 10^8 \text{ см}^{-3}$ , а  $n_d \approx 10^4 \text{ см}^{-3}$ , то необходимо  $Z_d \approx \approx (3-9) \times 10^3$ , что и имеется в современных экспериментах. Но при таких больших зарядах экранирование чаще всего будет нелинейным. Говоря об этом, мы имеем в виду то, что вблизи пылевой частицы отношение потенциальной энергии экранирующих частиц к их кинетической энергии будет значительно больше единицы.

Для доказательства этого проделаем элементарные оценки. В силу того, что чаще всего электроны имеют температуру порядка 2–5 эВ, а ионы — 0,02 эВ, то  $\tau \approx \approx 0,01 - 0,005$  и в силу малой температуры ионов основными являются ионные нелинейности. На поверхности пылевой частицы  $e\phi/T_i \approx Z_d e^2/aT_i = z/\tau \approx 300 - 500$  для  $z \approx 3$ , т.е. нелинейности очень сильны. В таких условиях разложение ионного поляризационного заряда  $\rho_i \propto \propto \exp(e\phi/T_i)$  по параметру  $e\phi/T_i$ , приводящее к линейному юкавскому экранированию, совершенно недопустимо. Тем более вызывает большое удивление то, что юкавский потенциал использовался до последнего времени во многих работах с приложениями к экспериментам, в которых основные параметры соответствуют приведенному примеру. Можно все же быть несколько

более лояльным к таким работам, а именно учесть, что потенциал пылевой частицы убывает с расстоянием. Предположим, что расстояние еще меньше линейного дебаевского радиуса экранирования  $\lambda_{Di}$ , но больше размеров пылевой частицы  $a$  (при обычно выполненном условии  $\lambda_{Di} \gg a$ ). При этом потенциал падает  $\propto 1/r$  и это падение потенциала при линейном экранировании может происходить примерно до  $\lambda_{Di}$ , когда  $e\phi/T_i \approx za/\tau\lambda_{Di}$ . Таким образом, хотя на поверхности пылевой частицы нелинейность всегда сильная, для линейного экранирования остается место только при  $\beta \ll 1$

$$\beta = \frac{za}{\tau\lambda_{Di}} = \frac{Z_d e^2}{\lambda_{Di} T_i}. \quad (48)$$

Важно то, что в большинстве экспериментов  $\lambda_{Di}/a \approx 35-50$ ,  $\beta \approx 30-100$ , т.е. не остается места для линейного экранирования. Поэтому неюкавская форма экранирования обусловлена не только взаимодействием электростатических полей и полей плазменных потоков при больших расстояниях, но и сильной нелинейностью экранирования на малых расстояниях. Стоит заметить все же, что нелинейность может быть слабой для частиц малого размера, что видно из первого из соотношений (48). Может показаться, что это противоречит второму из соотношений (48), которое, казалось бы, не зависит от размера частиц. Это неверно, так как заряд пылевых частиц пропорционален их размеру и параметр  $z$  остается практически неизменным при изменении размеров частиц. Если в типичных экспериментах  $a \approx 5-10$  мкм, то для того, чтобы экранирование стало линейным при тех же параметрах, необходимо  $a < 0,3-0,1$  мкм. Эксперименты с такими малыми размерами частиц существуют, но для того, чтобы сделать взаимодействие пылевых частиц сильным, нужно максимально увеличить размер частиц. При этом экранирование автоматически становится нелинейным. Можно только удивляться тому, что это обстоятельство почти игнорировалось до 2000 г. и использовалось юкавское экранирование для сильно взаимодействующих частиц.

## 4.2. Нелинейности Гуревича [51] и роль захваченных частиц [52]

Самым известным еще с 1956 г. типом нелинейности является нелинейность, которая впервые была рассмотрена наиболее подробно в монографии [51] и чаще всего называется нелинейностью Гуревича. Посмотрим, какие физические предположения лежат в ее основе и всегда ли они выполнены (см. также [52-60]). В [51] речь шла об экранировании поля спутников, но спутники в этом отношении аналогичны пылевым частицам, так как в обоих случаях их размер много меньше длины экранирования. Поэтому, используя результаты [51], мы будем везде говорить о пылевых частицах, хотя в [51] о них вообще не упоминается. Наиболее просто эта нелинейность была получена в [53]. Мы воспроизведем основные аргументы [53], которые состоят в предположении о том, что в экранировании могут участвовать только частицы (в данном случае ионы, так как нелинейность связана в основном с поляризационным зарядом ионов), которые могут прийти к пылевой частице из "бесконечности", т.е. из области, в которой влияние поля пылевой частицы пренебрежимо мало. Так как потенциал отрицательно заряженной пылевой частицы отрицателен, если ионы на

большом расстоянии тепловые с температурой  $T_i$ , тогда критерием, описывающим то, что ион может экранировать пылевую частицу, будет  $\epsilon_i > -e\phi$ , где  $\epsilon_i$  — локальная энергия ионов на расстоянии  $r$  от пылевой частицы, а  $\phi$  — локальный потенциал пылевой частицы на расстоянии  $r$ . Тогда плотность заряда ионов на расстоянии  $r$  может быть определена как

$$\rho_i(r) = en_{i,0} \frac{2}{\sqrt{\pi}} \exp\left(-\frac{e\phi}{T_i}\right) \int_{-e\phi}^{\infty} \exp\left(-\frac{\epsilon_i}{T_i}\right) \sqrt{\frac{\epsilon_i}{T_i}} \frac{d\epsilon_i}{T_i} = \\ = en_{i,0} \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\infty} \sqrt{\frac{\epsilon - e\phi}{T_i}} \frac{1}{T_i} \exp\left(-\frac{\epsilon}{T_i}\right) d\epsilon, \quad (49)$$

где коэффициент  $2/\sqrt{\pi}$  получен при использовании обычной нормировки теплового распределения ( $\int_0^{\infty} \exp(-y) \sqrt{y} dy = \sqrt{\pi}/2$ ), а  $\epsilon = \epsilon_i + e\phi$ . Если при сильной нелинейности, т.е. при  $|e\phi/T_i| \gg 1$ , пренебречь в последнем из соотношений (49) величиной  $\epsilon$  под знаком квадратного корня, то

$$\rho \approx \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sqrt{\left|\frac{e\phi}{T_i}\right|}. \quad (50)$$

Точное выражение для поляризационного заряда (49) может быть выражено через функции ошибок и, естественно, справедливо как при сильной нелинейности, так и на "хвосте" распределения потенциала, когда нелинейность является слабой и  $|e\phi/T_i| \ll 1$ . В [54, 55, 61] подробно проанализировано, когда в области нелинейности можно использовать приближенное соотношение (50), и показано, что оно применимо вплоть до  $|e\phi/T_i|$  порядка единицы. Стоит особо обратить внимание на то, что нелинейности (49), (50) справедливы только при отрицательных значениях потенциала или только при положительных значениях экранирующего фактора  $\psi$  (напомним, что  $\phi = -(Z_d e/r)\psi(r)$ ,  $Z_d > 0$ ). Последнее очень существенно при численных решениях уравнения Пуассона с потенциалом (49) — при получении отрицательных значений  $\psi$  они не могут быть продолжены на большие расстояния, что иногда ошибочно делается (см. [56]). Легко видеть, что как только потенциал становится положительным, а экранирующий фактор — отрицательным, ограничения по энергии исчезают и надо пользоваться просто больцмановским распределением ( $\rho_i = en_i \exp(-e\phi/T_i)$ ). Чаще всего появление отрицательных значений фактора экранирования может быть связано с ошибками численного расчета, если не учитываются другие процессы, такие как обсуждаемые здесь взаимодействия поляризационных электростатических полей и плазменных потоков. Пока что они никак не учтены в (49). Но при их учете отрицательные значения фактора экранирования неизбежны и нужно при этом изменять (49), переходя к больцмановскому или другому фактору экранирования, который учитывает взаимодействия с потоками плазмы.

Условие, обратное использованному  $\epsilon_i > -e\phi$ , т.е.  $\epsilon_i < -e\phi$  означает, что частицы таких энергий не могут уйти на бесконечность, т.е. являются захваченными частицами. Стоит обратить внимание на то, что при получении (49) следует предполагать изотропию ионов. Для захваченных ионов такой изотропии, как правило, может не быть, как это получено в исследованиях [52-58]. Мы сейчас более подробно обсудим роль захваченных ионов — проблему, на которую впервые было

обращено внимание в [59]. Здесь же подчеркнем, что **распределение Гуревича не учитывает захваченных ионов**. Для этого есть физические основания. При внесении пылевой частицы в плазму динамика роста ее заряда, по-видимому, приводит к малому числу захваченных частиц. Если распределение захваченных частиц определяется распределением  $\Phi^{\text{tr}}(\epsilon_i, \Omega)$ , где  $\Omega$  — телесный угол скорости захваченных частиц (нормировка на  $d\Omega/4\pi$ ), то захваченные частицы вносят дополнительный вклад в плотность заряда около пылевой частицы

$$\rho_i^{\text{tr}} = en_i \int_0^{-e\phi} \sqrt{\epsilon_i} d\epsilon_i \Phi^{\text{tr}}(\epsilon_i, \Omega) \frac{d\Omega}{4\pi}. \quad (51)$$

На пылевую частицу падают те ионы, которые могут прийти из области, где потенциал пылевой частицы мал по сравнению с кинетической энергией ионов, т.е. в экранировке участвуют незахваченные ионы. Их конверсия в захваченные частицы может возникать из-за столкновений с нейтралами. Наиболее эффективными являются столкновения с перезарядкой, когда быстрый ион превращается в быстрый нейтральный атом, уходящий из системы, и остается ион практически тепловой с температурой нейтралов. Этот процесс, в основном, и рассматривался в [56–59]. Нужно сказать, что при приближении ионов к пылевой частице его скорость нарастает, так как он притягивается к пылевой частице, причем энергия иона далеко от пылинки увеличивается от тепловой ионной температуры до электронной температуры на поверхности пылинки, т.е. для существующих экспериментов примерно на два порядка. Сечения перезарядки в этой области энергий примерно постоянны (см. [57]) и, следовательно, частота перезарядки пропорциональна скорости иона и растет с его приближением к пылинке. Поэтому с уменьшением расстояний до пылинки столкновения с перезарядкой становятся все более существенными и их частота растет. В работах [52, 59] рассматривались траектории отдельных ионов и определялись условия их перехода на захваченные траектории и в [58] уже более подробно рассматривалась плотность распределения захваченных частиц путем суммирования по траекториям, вычисленным для изолированных ионов. Такая методика оправдана при очень малой плотности захваченных частиц и в первой работе [59] вывод был сделан о том, что захваченных частиц действительно относительно мало. Противоположный вывод был получен в [58] с утверждением о том, что захваченные частицы могут полностью экранировать поле пылевых частиц. Но при такой плотности захваченных частиц естественно поставить вопрос о применимости исходных допущений. Захваченные частицы всегда распределены анизотропно и из физики плазмы известно, что анизотропные распределения сильно неустойчивы [60]. Тогда естественным будет предположение о том, что захваченные частицы будут быстро изотропированы и процесс изотропизации будет самым быстрым из всех остальных процессов, включая процесс поглощения ионов пылевыми частицами. Вопрос об инкременте неустойчивости распределений, сведенных в [60], может быть четко поставлен, но до сих пор решение его в литературе не приводилось в силу сложности решения задачи о неустойчивости сильно анизотропного и сильно неоднородного распределения захваченных частиц. Поэтому мы можем здесь только сделать оценки, базирующиеся на предположении о том, что этот про-

цесс является самым быстрым, на что указывают простейшие оценки. Дело будущих исследований уточнить, при какой критической плотности захваченных частиц это предположение является оправданным. Оценки дают плотности много меньшие тех, которые получены в [60]. Причиной этого является то, что как в [59], так и в [58] уход и приход захваченных частиц пропорционален частоте перезарядки и поэтому число захваченных частиц оказывается независимым от частоты перезарядки. При учете же быстрой изотропизации приход пропорционален частоте перезарядки, а уход определяется инкрементом изотропизации. Следует заметить, что в распределении захваченных частиц по углам всегда есть конус потерь, когда частицы за пролетное время попадают на пылевую частицу и поглощаются ею, в то время как процессы изотропизации все время поставляют новые частицы в этот конус и он служит механизмом постоянного стока захваченных частиц.

Проделаем некие простые оценки. Рассмотрим некоторое расстояние от пылевой частицы  $r$ . Ему можно приписать некое значение экранированного потенциала  $\phi(r)$ . Можно маркировать это расстояние как значением  $r$ , так и значением  $\phi$ , так как они однозначно связаны друг с другом. Предположим, что на этом расстоянии произошло столкновение перезарядки и ион с энергией  $\epsilon_i$  превратился в тепловой ион. Число таких событий в единице времени в  $\text{см}^{-3}$  плазмы будет определяться выражением

$$v_{\text{ch-ex}} \int_{-e\phi}^{\infty} \frac{v_i}{v_{Ti}} \Phi^{\text{ntr}}(\epsilon_i) \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sqrt{\epsilon_i} d\epsilon_i, \quad v_i = \sqrt{\frac{2\epsilon_i}{m_i}}, \quad (52)$$

где  $v_{\text{ch-ex}} = v_{Ti}/\lambda_{\text{in}}$  — частота столкновений перезарядки тепловых ионов, а температуры ионов и нейтралов считаются одинаковыми. Наиболее интересными являются те расстояния, которые много больше размеров частиц ( $r \gg a$ ) и те, на которых нелинейность является сильной ( $-e\phi \gg T_i$ ). Первое условие связано с тем, что на близких расстояниях как линейная, так и любая нелинейная экранировка мала (из физических соображений нелинейность должна уменьшать поляризационный заряд и только увеличивать те расстояния, на которых существенна экранировка). Второе условие естественно, если нас интересует влияние столкновений на нелинейность. В силу первого условия темп появления частиц с энергией, меньшей  $-e\phi$ , согласно (52) будет (проделываем те же операции, что и при получении (50))  $v_{\text{ch-ex}} \propto n_{\text{ntr}}(2/\sqrt{\pi})(-e\phi/T_i)$ . Их убыль определяется величиной  $n_{\text{ntr}} p^2 v_{Ti}$ , где  $p$  — прицельный параметр и учтено, что начальная скорость ионов, появившихся в результате столкновений перезарядки, равна тепловой скорости нейтралов, которая порядка тепловой скорости ионов при больших расстояниях от частицы. Далее  $p = r \sin \theta$ , где  $\theta$  — угол между скоростью иона и направлением на пылевую частицу. При отсутствии изотропизации величина  $p$  может быть найдена из законов сохранения энергии и момента количества движения для расстояний  $r$  и  $a$ :  $pv = av_d$ ;  $e\phi_d + mv_d \approx e\phi$ , где  $v_d$  — скорость касающегося иона на поверхности пылевой частицы (мы оцениваем максимальный параметр столкновений). Тогда

$$p_{\max}^2 \approx a^2 \left( \frac{e\phi - e\phi_d}{T_i} \right) \approx a^2 \left( -\frac{e\phi_d}{T_i} \right)$$

и, следовательно,

$$\frac{n_{\text{tr}}}{n_{\text{ntr}}} \approx \sqrt{\frac{1}{n_{\text{ntr}} \lambda_{\text{in}} \pi a^2} \frac{\phi}{\phi_d}}. \quad (53)$$

Для большинства существующих экспериментов  $\lambda_{\text{in}} \approx 10^{-2}$  см;  $a \approx 10$  мкм;  $n_{\text{tr}} \approx 10^8$  см<sup>-3</sup> имеем оценку  $n_{\text{tr}}/n_{\text{ntr}} \approx \sqrt{\phi/3\phi_d}$  и хотя  $\phi/\phi_d \ll 1$ , но определенное увеличение давления нейтрального газа (уменьшение  $\lambda_{\text{in}}$ ) приводит к оценке, показывающей, что концентрации захваченных частиц и незахваченных частиц могут быть сравнимыми (в [59] убыль захваченных частиц также определялась столкновениями перезарядки и поэтому оценка захваченных частиц была завышена по сравнению с (53), где уход определялся по конусу потерь). Учет изотропизации коренным образом меняет эту оценку. В этом случае ионы с любым значением  $r < r$  попадают в конус потерь и (53) нужно заменить на

$$\frac{n_{\text{tr}}}{n_{\text{ntr}}} \approx \sqrt{\frac{1}{n_{\text{ntr}} \lambda_{\text{in}} \pi r^2} \left( \frac{-e\phi}{T_i} \right)} \ll 1 \quad (53a)$$

и практически захваченные частицы не являются существенными и можно использовать нелинейность Гуревича [51]. Мы считаем, что эти оценки даже несколько завышены и в действительности роль захваченных частиц еще меньше. Легко обобщить результат (50) на произвольное изотропное распределение ионов  $f(\epsilon_i)$

$$\rho_i = n_{i,0} \sqrt{\left| \frac{-e\phi}{T_{\text{eff}}} \right|}, \quad T_{\text{eff}} = \left( \frac{\int f(\epsilon_i) \sqrt{\epsilon_i} d\epsilon_i}{\int f(\epsilon_i) d\epsilon_i} \right)^2. \quad (54)$$

В заключение этого обсуждения стоит подчеркнуть, что проблема захваченных частиц полностью не решается этой оценкой и подробное исследование устойчивости распределения захваченных частиц будет необходимым пунктом будущего анализа. Но естественно обратить внимание на то, что **проблема захваченных частиц является важным примером большой роли взаимодействия поляризационных зарядов и плазменных потоков**.

#### 4.3. Простая модель нелинейного экранирования

Нелинейная плотность заряда (50) является не единственным примером нелинейностей, так как возможны нелинейности, обязанные захваченным частицам с учетом различного типа столкновений. Для нахождения нелинейного потенциала необходимо решать нелинейное уравнение Пуассона. В этом отношении поучительным является рассмотрение простейших решаемых аналитически нелинейных уравнений для фактора экранирования  $\psi$ :

$$\frac{d^2\psi}{dr^2} = \psi^v, \quad (55)$$

где  $v$  — произвольный параметр нелинейности. Уравнение (54) имеет явные аналитические решения, удовлетворяющие условиям, что  $\psi(1) = 1$  и  $\psi(+\infty) = 0$ , которые качественно различны при  $v < 1$  и при  $v > 1$

$$\psi \propto \left( 1 - \frac{r}{r_0} \right)^{2/(1-v)}, \quad v < 1, \quad (56a)$$

$$\psi \propto \frac{1}{(1 + r/r_0)^{2/(v-1)}}, \quad v > 1, \quad (56b)$$

где  $r_0$  — константа интегрирования. Первое из распределений обрывается на конечном расстоянии  $r_0$ , тогда второе переходит при  $r \gg r_0$  в степенное распределение.

#### 4.4. Решение нелинейного уравнения Пуассона

Изложенная простейшая модель служит подсказкой при попытках решения нелинейного уравнения Пуассона с нелинейной плотностью заряда

$$\rho_i = en_{i,0} \left( \left| \frac{e\phi}{T_{\text{eff}}} \right| \right)^v, \quad \text{div } \mathbf{E} = 4\pi e \rho_i. \quad (57)$$

Уравнение (57) при естественной модификации принятых обозначений с учетом того, что температура ионов должна быть изменена на эффективную температуру согласно (54), сводится к

$$\lambda_{D,\text{eff}}^2 = \frac{T_{\text{eff}}}{4\pi n_{i,0} e^2}, \quad \beta_{\text{eff}} = \frac{za}{\tau_{\text{eff}} \lambda_{D,\text{eff}}}, \quad \tau_{\text{eff}} = \frac{T_{\text{eff}}}{T_e}. \quad (58)$$

При условии сферической симметрии распределение потенциала вокруг пылевой частицы (57) сводится к простому уравнению для фактора экранировки

$$\frac{d^2\psi}{dr^2} = r^{1-v} \psi^v, \quad r \rightarrow \frac{r}{\lambda_{D,\text{eff}} \beta_{\text{eff}}^{-(3-v)/(1-v)}}. \quad (59)$$

Уравнение приведено к максимально простому виду путем исключения параметра  $\beta_{\text{eff}}$  при соответствующей нормировке расстояния  $r$  в единицах эффективного дебаевского радиуса, помноженного на некую степень  $\beta_{\text{eff}}$ . В случае  $T_{\text{eff}} = T_i$  естественно  $\lambda_{D,\text{eff}} = \lambda_{Di}$ ,  $\beta_{\text{eff}} = \beta$ . Случай нелинейности (54) соответствует  $v = 1/2$ . В дальнейшем мы будем иметь в виду возможность такого простого обобщения на случай нетеплового распределения ионов вдали от пылевой частицы и будем использовать просто тепловое распределение.

Уравнение (59) при  $v < 1$  было решено численно в [54] и было показано, что так же, как и в упрощенной модели, изложенной в предыдущем разделе с использованием условия  $\psi \rightarrow 0$  на конечных расстояниях, решения уравнения (59) находились при использовании граничного условия на поверхности пылевой частицы:

$$\psi(a) = 1 + a \frac{d\psi(a)}{da}, \quad (60)$$

где  $a$  — размер частицы (при любой нормировке). В использованной здесь нормировке  $a \ll 1$  и второй член дает, вообще говоря, малую поправку, однако ее учет необходим, так как численные расчеты необходимо проводить с большой точностью. Последнее связано с тем, что при фиксации второго граничного условия — величины  $d\psi(a)/da$  на поверхности частицы, всегда возникают смеси растущего и падающего решений. В вышеприведенном примере простой модели проблема решалась путем отбора одного из решений для первого интеграла уравнений (причем разные решения приходилось использовать при  $v < 1$  и  $v > 1$ ). Даже в линейном приближении мы имеем два решения  $\exp(-r/\lambda_D)$  и  $\exp(+r\lambda_D)$ , причем второе решение отбрасывается из физических соображений. Сама плотность заряда (57) имеет один и тот же знак и соответствует экранированию, т.е. решению убывающему с расстоянием от пылевой частицы. Для линейного экранирования есте-

ственno легко проверяется методика решения уравнения Пуассона, показывающая, что при некорректном значении  $d\psi(a)/da$  всегда возникает смесь двух экспонент. Нелинейные решения также являются суммой нарастающих и убывающих решений, соотношение между которыми зависит от выбранного значения  $d\psi(a)/da$ . Это значение нужно нормировать так, чтобы осталось только убывающее решение. Как правило, если даже  $d\psi(a)/da$  было выбрано так, чтобы амплитуда нарастающего решения была мала при  $r = a$ , то при удалении от пылевой частицы экранирующий фактор начинает убывать с расстоянием, но на некотором расстоянии нарастающее решение начинает сказываться и потом доминирует. Кроме того, расчеты могут давать отрицательные значения  $\psi$ , что указывает на наличие численной ошибки, требующей увеличения точности расчета и уменьшения шага расчетов. Это не было учтено в [61]. В [54] шаг расчетов последовательно уменьшался до  $10^{-6} - 10^{-8}$  на длине порядка 7–9 безразмерных длин. Процедура расчетов, использованная в [54], состояла в том, чтобы вариацией  $\psi'(a)$  добиться того, что убывающие решения простирались бы на все большие расстояния — это корректируется изменением исходного значения  $\psi'(a)$ . Одновременно с этим уменьшался шаг расчета и точность расчета до тех пор, пока результат не становился зависеть от шага и точности и убывающее решение доходило до нуля с той же точностью, с которой проводился расчет. Ясно, что эти расстояния больше тех расстояний, когда нелинейность становится слабой. Дальнейший расчет с исходными выражениями, предполагающими нелинейность сильной, проводить не имеет смысла, так как задачей является нахождение тех расстояний, на которых нелинейность становится слабой. Но решение нелинейного уравнения имеет самостоятельный интерес и описанная процедура обеспечивала необходимую точность численного решения задачи. Полученная кривая аппроксимировалась приближенным решением (56а) и находилась величина эффективного нелинейного радиуса экранирования  $R(v, \beta)$

$$\psi(r) = \left\{ \left( 1 + a \frac{d\psi(a)}{da} \right)^{(1-v)/2} - \frac{r-a}{R(v, \beta)} \right\}^{2/(1-v)} \quad (61)$$

или в размерных единицах ( $d(v)$  см. на рис. 1а)

$$R(v, \beta) = \lambda_{Di} d(v) \beta^{(1-v)/(3-v)}. \quad (62)$$

Численные расчеты были проведены в пределах изменений параметров  $0,1 < v < 0,9$ ;  $2 < \beta < 100$  (значения  $v = 0$  и  $v = 1$  являются особыми, так как при  $v = 0$  плотность поляризационного заряда постоянна, а при  $v = 1$  распределение является юковским). Расчеты проводились в основном для  $a = 0,15\lambda_{Di}$  — значения, соответствующего параметрам многих экспериментов, когда плотность ионов порядка  $3 \times 10^7 \text{ см}^{-3}$  и  $a \approx 9 - 10 \text{ мкм}$ . Но далее расчеты распространялись на меньшие значения  $a$  и в пределах  $a \ll 1$  слабо зависели от  $a$ . Найденное в численных расчетах значение  $d(v)$  представлено на рис. 1а, а значения  $R(v, \beta)$  представлены на рис. 1б.

Численные расчеты показали, что фит точного решения и (61) может быть проведен с точностью, меньшей 0,1 %. Из рисунка 1 видно, что  $d(v)$  растет с  $v$  от значения 1,4 для  $v = 0,1$  до значения 20 для  $v = 0,9$ . Этот результат находится в согласии с ранее полученным в работе [61]

результатом  $d = 3,4$  для  $v = 1/2$ . Выражение для  $R$  воспроизводит ранее полученное для  $v = 1/2$  значение  $R = 3,6(\beta)^{1/5}\lambda_{Di}$ . Расчеты полностью подтверждают то, что в рамках нелинейного экранирования длина  $R(v, \beta)$  соответствует тому расстоянию, на котором нелинейный потенциал обращается в нуль. Это расстояние существенно превосходит  $\lambda_{Di}$ . В случае сильной нелинейности, когда  $\beta \gg 1$  радиус  $R(v, \beta)$  возрастает как при росте  $\beta \gg 1$ , так и при росте  $v$ . Важно отметить, что при  $v = 0,9$  экранирование должно быть близким к юковскому (которое соответствует  $v = 1$ ). Это действительно так, если учесть, что

$$\left( 1 - \frac{2r}{(1-v)\lambda_{Di}R_Y} \right)^{2/(1-v)} \rightarrow \exp \left( -\frac{r}{R_Y\lambda_{Di}} \right)$$

для  $v \rightarrow 1$ . Поэтому более общий тип экранирования в виде (61) приближается к юковскому экранированию, но только при  $v$  достаточно близким к единице. Для  $v = 0,9$  юковское экранирование с  $R_Y(\beta)$  будет приближенно правильно описывать экранирование до тех пор, пока  $r$  не станет близким к  $R$ . Для получения значения  $R_Y$  для  $r$ , не близких к  $R$ , нужно поделить  $d$  на  $2/(1-v) = 20$ . Результаты сравнения представлены на рис. 1в, из которого видно, что при  $v = 0,9$  величина  $R_Y$  все еще остается функцией  $\beta$ , меняющейся от значения  $0,968\lambda_{Di}$  при  $\beta = 0,5$  до значения  $1,245\lambda_{Di}$  при  $\beta = 100$ . Но значение  $R$  уже немного отличается от единицы.

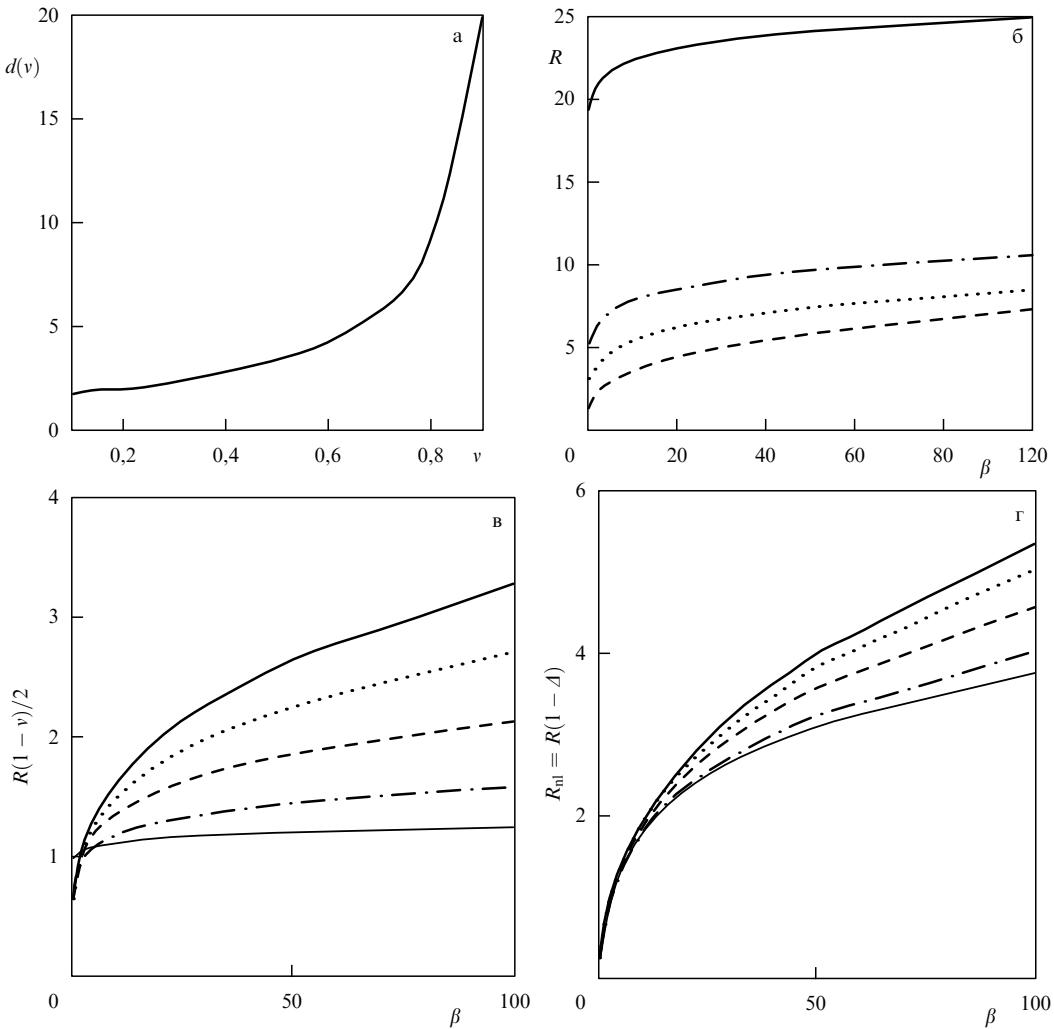
Здесь стоит обратить внимание на то, что выражение (61) с точки зрения его использования для обработки результатов наблюдений ничем не сложнее распределения Юкавы и так же, как и распределение Юкавы определяется единственным параметром — нелинейным радиусом экранирования. Если при подгонке наблюдаемых результатов при использовании юковского экранирования нужно использовать две подгоночные константы — эффективный радиус экспоненциального экранирования и эффективный заряд, то при использовании более общего фактора (61) нужно использовать тоже только две константы — эффективный радиус нелинейного экранирования и эффективный заряд. Преимущество (61) в том, что это выражение является более общим и переходит в юковскую форму при  $v \rightarrow 1$ .

Используя выражение (61), можно найти те значения расстояний  $r = R_{nl}(\beta, v)$ , на которых нелинейность становится слабой и  $e\phi/T_i \leq 1$ . На рисунке 1г демонстрируются результаты численных расчетов  $R_{nl} = R(1 - A(v, \beta))$ , где  $A(v, \beta)$  удовлетворяет трансцендентному алгебраическому уравнению, которое может быть решено численно для различных значений  $v$  и  $\beta$  (естественно  $R_{nl} < R$ ).

Можно получить также упрощенное выражение для фактора нелинейного экранирования  $\psi(r)$  в пределе, когда радиус экранирования много больше размеров самой частицы

$$\psi(r) = \left( 1 - \frac{r}{R(v, \beta)} \right)^{2/(1-v)}. \quad (63)$$

В этом выражении можно использовать найденные выше нелинейные радиусы, полученные при более точном численном расчете, учитывая конечность размеров пылевых частиц.

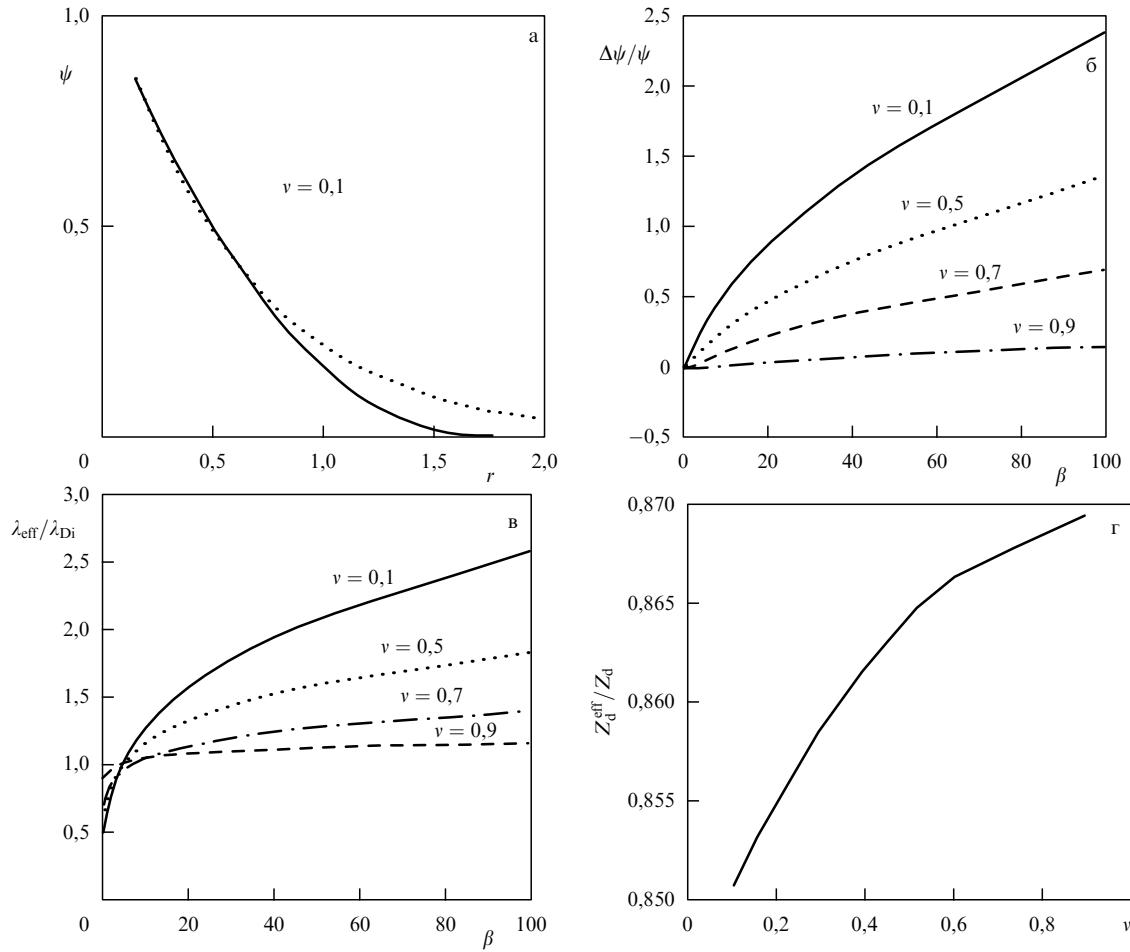


**Рис. 1.** (а) Зависимость коэффициента нелинейного экранирования  $d(v)$  от величины нелинейного параметра  $v$ ; (б) эффективный радиус  $R$  в нелинейном факторе экранирования  $\psi \approx (1 - r/R)^{2/(1-v)}$  (приближенное выражение справедливо при размерах пылевых частиц, много меньших дебаевского радиуса, более точное выражение приведено в тексте),  $r$  и  $R$  в единицах ионного дебаевского радиуса, сплошная линия соответствует  $v = 0.9$ , штрихпунктирная —  $v = 0.5$ , пунктирная —  $v = 0.3$ , штриховая —  $v = 0.1$ ; (в) то же для  $R(1-v)/2$ , рисунок иллюстрирует то, что при  $v$ , близким к единице, экранирование приближается к дебаевскому; (г) радиус нелинейного экранирования  $R_{nl} = R(1-\Delta)$ , соответствующий равенству потенциальной и тепловой энергии ионов,  $\Delta = \Delta(\beta, v)$  удовлетворяет алгебраическому уравнению  $(\Delta(\beta, v))^{2/(1-v)} / [1 - \Delta(\beta, v)] = d(v)\beta^{-2/(3-v)}$ .

#### 4.5. Апроксимация нелинейного экранирования эффективным юковским потенциалом

Для большинства существующих экспериментов по пылевой плазме длина линейного дебаевского экранирования пылевых зарядов намного меньше размера, на котором существенно сказываются нелинейные процессы (т.е. когда  $e\phi > T_i$ ,  $\phi$  — потенциал,  $T_i$  — ионная температура). Поэтому экранирование зарядов пылевых частиц в основном является нелинейным. Вместе с тем, во многих экспериментальных работах до сих пор корреляционные эффекты оцениваются, предполагая, что экранирование является линейным юковским, т.е. соответствует потенциальну Юкавы  $\phi \approx (q/r) \exp(-r/\lambda_D)$ . Такое использование юковского экранирования может иметь смысл только в том случае, если оказывается возможной аппроксимация (подгонка) реального нелинейного потенциала неким эффективным подгоночным юковским потенциалом с эффективным зарядом  $q_{eff}$  и эффективной длиной экранирования  $\lambda_{eff}$  в виде  $\phi \approx (q_{eff}/r) \exp(-r/\lambda_{eff})$ . Можно решить вопрос о воз-

можности такой подгонки для произвольной нелинейной поляризационной плотности ионного заряда  $\rho_{ion} \propto e|\phi|^v$ ,  $0 < v < 1$ . Оказывается, что приближение юковским потенциалом допустимо только до расстояний от пылевого заряда, не превышающих некоторого критического расстояния. Последнее меньше того радиуса, для которого нелинейности становятся слабыми. При дальнейшем увеличении расстояния расхождения между истинным нелинейным экранированием и его юковской аппроксимацией нарастают. На предельных расстояниях, когда нелинейное экранирование становится слабым, т.е. экранировка становится линейной, указанное расхождение может достигать при сильной нелинейности более 240 %. В области расстояний, для которых аппроксимация нелинейного экранирования юковским допустима, значения подгоночных параметров эффективного заряда  $q_{eff}$  и эффективной длины экранирования  $\lambda_{eff}$  могут существенно отличаться от истинного заряда  $q$  и дебаевской длины экранирования  $\lambda_D$ . Расхождения между нелинейным экранированием и



**Рис. 2.** (а) Пример аппроксимации нелинейного фактора экранирования  $\psi$  юкавским для  $v = 0,1$ : сплошная кривая соответствует нелинейному экранированию, а пунктирная кривая его аппроксимации юкавским экранированием (радиус в единицах ионного дебаевского радиуса); (б) зависимость относительного отклонения  $\Delta\psi/\psi$  нелинейного экранирования от его аппроксимации юкавским экранированием для  $r = R_{\text{nl}}$  как функция нелинейных параметров  $\beta$  и  $v$ ; (в) эффективная длина юкавской аппроксимации  $\lambda_{\text{eff}}/\lambda_{\text{Di}}$  как функция двух нелинейных параметров  $\beta$  и  $v$ ; (г) эффективный заряд юкавской аппроксимации как функция нелинейного параметра  $v$ .

его аппроксимацией юкавским экранированием на больших расстояниях от пылевого заряда сказываются самым существенным образом на интенсивности притяжения пылевых частиц одинакового заряда на больших расстояниях между ними. Обычно в экспериментах  $\beta = za/\tau > 1$  и чаще всего  $\beta \gg 1$ , точнее, в большинстве существующих экспериментов параметр  $\beta$  варьируется в пределах  $5 < \beta < 100$  и экранирование является сильно нелинейным. Тем более удивительно, что при  $\beta \gg 1$  часто используется так называемое юкавское экранирование, которое, строго говоря, применимо только в линейном пределе, когда потенциал экранированной частицы равен  $(q/r) \exp(-r/\lambda_{\text{Di}})$ .

Оправдать это можно было бы только в том случае, если истинное нелинейное экранирование можно было бы приближенно аппроксимировать юкавским экранированием с подгоночными параметрами  $q_{\text{eff}}$  и  $\lambda_{\text{eff}}$  (с учетом конечного размера пылевых частиц), т.е.

$$\psi = q_{\text{eff}} \exp\left(-\frac{r-a}{\lambda_{\text{eff}}}\right). \quad (64)$$

Необходимо дать ответ на вопрос: в каких условиях истинный нелинейный потенциал экранирования можно аппроксимировать подгоночным выражением (64). Оказывается, что в зависимости от типа нелинейности такая

аппроксимация может работать только до определенных небольших расстояний от частицы тем меньших, чем сильнее нелинейность. В той области, где такой фит возможен, вполне оправдано использование юкавского потенциала при обработке наблюдений и при нахождении корреляционных функций или при сравнении наблюдений с теоретическими подходами. Однако, как показывают настоящие расчеты, оказывается, что эффективные значения заряда  $q_{\text{eff}}$  и длины экранирования  $\lambda_{\text{eff}}$  могут существенно отличаться от истинных зарядов и длины линейного дебаевского экранирования. Кроме того, начиная с некоторых расстояний ошибки в такой подгонке нарастают настолько быстро, что выражением (64) уже нельзя пользоваться. Особенно велики ошибки при сильной нелинейности и в пределе расстояний, когда нелинейное экранирование переходит в линейное. Эти расстояния важны для описания процессов, связанных с влиянием плазменных потоков в пылевой плазме на взаимодействие пылевых частиц, которое приводит к переэкранировке и к появлению притяжения между пылевыми частицами. Так что самые важные и характерные для пылевой плазмы эффекты не могут быть описаны подгоночным выражением (64). Вместе с тем использовать (64) оказывается иногда возможным. Конкретные значения расстояний, для которых такая под-

гонка еще допустима, указывают на возможную область применимости юкавской аппроксимации при обработке наблюдений. Такая подгонка проводится численными методами.

Наилучший результат подгонки позволил:

- 1) найти два параметра  $q_{\text{eff}}$  и  $\lambda_{\text{eff}}$  как функцию двух нелинейных параметров в той области малых расстояний от заряда, когда такая подгонка является возможной;
- 2) найти расстояния, на которых указанная подгонка дает значительные ошибки более 20 %;

3) установить, что расхождения между точным нелинейным решением и юкавской аппроксимацией монотонно растут с расстоянием от частицы для всех значений нелинейных параметров, но эти расхождения тем больше, чем сильнее нелинейность;

4) определить максимальную разницу между точным нелинейным экранирующим фактором и юкавской аппроксимацией  $\Delta\psi/\psi$  для максимальных расстояний  $r \approx R_{\text{nl}}$  как функцию двух нелинейных параметров  $\beta$  (см. (48)) и  $v$ .

Результаты расчетов приведены на рис. 2.

На рисунке 2а приведены примеры фита для сильной нелинейности  $v = 0,1$ , нелинейности Гуревича [51]  $v = 0,5$  и для слабой нелинейности  $v = 0,7$ . На рисунке 2б приведены результаты для максимального расхождения экранирующих факторов для нелинейного экранирования и юкавской аппроксимации при  $r = R_{\text{nl}}$ . Эти расхождения являются наиболее существенными для описания процессов, характерных для пылевой плазмы. Видно, что для сильной нелинейности расхождения могут составить более 240 %, а для нелинейности Гуревича — более 130 % и даже для очень слабой нелинейности  $v = 0,9$  расхождения значительны — около 12 %. Расхождения также растут с увеличением  $\beta$  и максимальны при максимальных значениях  $\beta$ , которые в данных численных расчетах составляли 100. На рисунке 2в приведены значения эффективной длины экранирования  $\lambda_{\text{eff}}$  как функции двух нелинейных параметров, указывающие на то, что различия эффективной длины и дебаевского радиуса могут быть большими — вплоть до 2,5. На рисунке 2г приведена зависимость эффективного заряда юкавского фита от нелинейного параметра  $v$  (зависимость от  $\beta$  отсутствует).

Приведенный анализ дает основание для утверждения о том, что юкавской аппроксимацией можно все же иногда пользоваться, но с большой осторожностью, всегда проверяя ее пригодность для конкретных параметров эксперимента. Существует при большой частоте столкновений в низкотемпературной плазме условие, когда параметр  $\beta$  невелик, около 2–5, и когда согласно рис. 5 приближенно можно пользоваться юкавским экранированием. Весьма существенно также то, что все важные для пылевой плазмы эффекты, возникающие из-за взаимодействия электростатических полей поляризации и плазменных потоков при больших значениях параметра  $\beta$  приходятся на ту область расстояний, где юкавское приближение становится неприменимым.

#### 4.6. Рассеяние ионов на нелинейном потенциале пылевых частиц. Коэффициент нелинейного увлечения и сила трения при нелинейном рассеянии [54]

При  $\beta \gg 1$  (напомним, что определение  $\beta$  дано соотношением (48)) потенциальная энергия взаимодействия ионов с пылевой частицей больше их средней кинетической

энергии вплоть до  $r = R_{\text{nl}} > \lambda_{\text{Di}}$ . При обратном соотношении между потенциальной энергией и кинетической энергией рассеяние ионов на пылевой частице происходит на малые углы и при  $\beta \ll 1$  рассеяние на малые углы является чисто кулоновским для прицельных параметров от  $\beta\lambda_{\text{Di}}$  до  $\lambda_{\text{Di}}$ . При  $\beta \gg 1$  основное рассеяние происходит на большие углы. За пределами прицельных параметров, больших  $R_{\text{nl}}$ , интервал расстояний, где работают линейные эффекты, остается малым по сравнению с  $R_{\text{nl}}$ . Для отдельных изолированных частиц, которые мы здесь пока обсуждаем, это очевидно, так как интервал таких расстояний должен быть порядка  $\lambda_{\text{Di}}$ , а  $R_{\text{nl}}$  существенно превосходит  $\lambda_{\text{Di}}$ . Но и при учете многих частиц, когда становится существенными взаимодействия полей поляризаций и полей плазменных потоков, это утверждение остается в основном правильным. Связано это с тем, что при  $r > R_{\text{nl}}$  поле пылевой частицы сильно ослаблено нелинейным экранированием и не способно произвести значительные рассеяния. Можно учесть то, что для ионов разных энергий радиус, когда рассеяние перестает быть рассеянием на большой угол, зависит от энергии иона и соответствует тому, что  $|e\phi|$  порядка кинетической энергии ионов  $m_i v_i^2/2 = T_i y^2$ , где  $y = v_i/\sqrt{2} v_{T_i}$ . Это расстояние можно записать как  $R(v, \beta)(1 - \Delta(v, \beta, y))$ , где  $\Delta(v, \beta, y)$  — относительная разница между расстоянием, на котором происходит рассеяние на большой угол, и  $R(v, \beta)$ .

Уравнение для  $\Delta(v, \beta, y)$ , которое должно использоваться при численных расчетах, имеет вид

$$\frac{(\Delta(v, \beta, y))^{2/(1-v)}}{1 - \Delta(v, \beta, y)} = y^2 d(v) \beta^{-2/(3-v)}. \quad (65)$$

Нужно иметь в виду, что в правой части уравнения (65) имеется константа порядка единицы. При нахождении транспортного сечения рассеяния нужно учесть, что изменение импульса иона при рассеянии на угол порядка единицы происходит на  $m_i v_i$  с коэффициентом, меняющимся от двух (при строго обратном рассеянии) до величины порядка единицы (при рассеянии на большие углы, меньшие  $\pi$ ). Собирая все коэффициенты порядка единицы в численный коэффициент  $\eta$ , получим следующее выражение для транспортного сечения рассеяния:

$$\sigma_{\text{nl}}(v, \beta, y) = \eta \pi (R(v, \beta))^2 (1 - \Delta(v, \beta, y))^2. \quad (66)$$

Полное транспортное сечение рассеяния описывает силу трения при рассеянии ионного потока на пылевых частицах. В случае, когда такой поток имеет скорость, много меньшую тепловой скорости ионов, распределение по нормированным тепловым скоростям  $y = v_i/\sqrt{2} v_{T_i}$  определяется соотношением

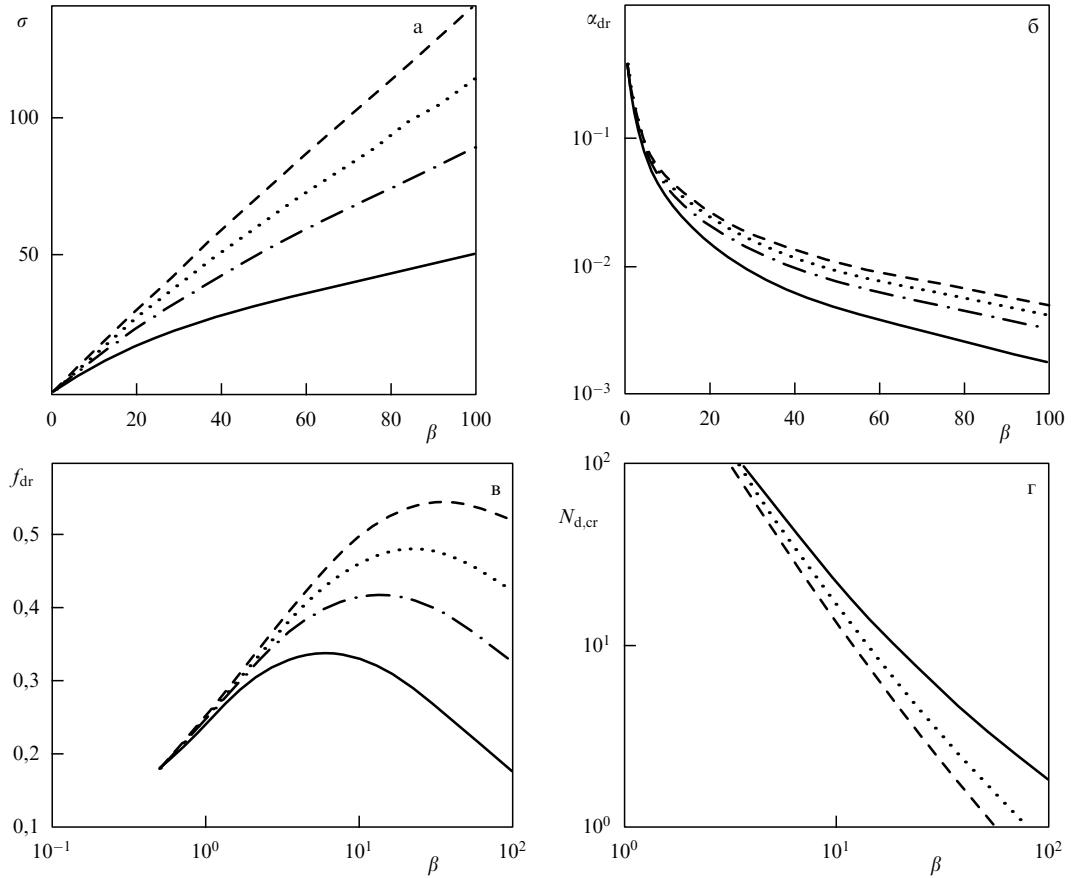
$$\mathbf{F}_{\text{fr}} \approx n_i v_{T_i} \sigma m_i \mathbf{u}_i = n_i T_i \sigma \frac{\mathbf{u}_i}{v_{T_i}}, \quad f_{\text{fr}} \equiv \alpha_{\text{dr}} \beta,$$

$$\Phi_i(y, x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} (1 + 2yux) y^2 \exp(-y^2), \quad (67)$$

$$\int_0^\infty dy \int_{-1}^1 dx \Phi_i(y, x) = 1.$$

Для безразмерной силы трения

$$\mathbf{F}_{\text{fr}} \rightarrow \frac{\mathbf{F}_{\text{fr}} \lambda_{\text{Di}}}{T_i}$$



**Рис. 3.** (а) Нелинейное транспортное сечение  $\sigma$  рассеяния ионов на пылевых частицах в единицах  $\pi\lambda_{\text{Di}}^2$  как функция параметра  $\beta$  при различных значениях параметра  $v$ ; (б) то же для нелинейного коэффициента увлечения  $\alpha_{\text{dr}}$ ; (в) то же для нелинейной силы увлечения  $f_{\text{dr}} = \beta\alpha_{\text{dr}}$ ; (г) то же для полного числа  $N_{\text{d},\text{cr}}$  пылевых частиц в сфере нелинейного радиуса  $R_{\text{nl}}$ . Для всех рисунков сплошная линия соответствует  $v = 0,9$ , штрихпунктирная кривая —  $v = 0,5$ , пунктирующая кривая —  $v = 0,3$ , штриховая кривая —  $v = 0,1$ .

имеем

$$F_{\text{fr}} = -\beta\alpha_{\text{dr}}P\mathbf{u} = -f_{\text{fr}}P\mathbf{u}, \quad \alpha_{\text{dr}} = \frac{1}{2\sqrt{2}\beta^2} \frac{\sigma(\beta)}{\pi\lambda_{\text{Di}}^2}, \quad (68)$$

$$\frac{\sigma(\beta)}{\pi\lambda_{\text{Di}}^2} = \frac{8\sqrt{2}}{3\sqrt{\pi}} \int_0^\infty \sigma(y)y^5 \exp(-y^2) dy,$$

где  $\alpha_{\text{dr}}$  — коэффициент увлечения при рассеянии на нелинейном потенциале. Удобно ввести также эффективное сечение и эффективный радиус рассеяния, используя (66):

$$\sigma_{\text{dr},\text{nl}}(v, \beta) = \frac{4}{3\beta^2\sqrt{\pi}} \int_0^\infty \sigma_{\text{nl}}(v, \beta, y)y^5 \exp(-y^2) dy, \quad (69)$$

$$\sigma_{\text{nl}}(v, \beta) = 2\sqrt{2}\beta^2\alpha_{\text{dr},\text{nl}}(v, \beta) \equiv \pi R_{\text{scat}}^2(v, \beta).$$

Стоит заметить, что при  $\beta \ll 1$  приведенные формулы дают ранее использованные результаты для силы увлечения и линейного коэффициента увлечения, если воспользоваться сечениями кулоновского рассеяния на малые углы

$$\sigma(y) = 4\pi\lambda_{\text{Di}}^2(\beta(y))^2 \ln A = \frac{\pi\lambda_{\text{Di}}^2\beta^2}{y^4} \ln A, \quad (70)$$

$$\alpha_{\text{dr}} = \frac{2}{3\sqrt{\pi}} \ln A,$$

где  $\ln A$  — кулоновский логарифм.

При  $\beta \gg 1$  результаты для эффективного сечения рассеяния, коэффициента увлечения и силы трения могут быть получены только в результате численного расчета при использовании приведенных выше формул. Расчеты охватывают как сильные нелинейности  $v = 0,1$ , нелинейности Гуревича  $v = 0,5$ , так и слабые нелинейности  $v = 0,9$ , когда приближенно справедливо юкавское приближение. Величина  $\beta$  варьировалась в пределах  $2 < \beta < 100$ . На рисунке 3а приведены результаты численного расчета сечения нелинейного рассеяния.

Для сравнения укажем на то, что в линейном приближении, когда  $\beta \ll 1$ , сечения растут  $\propto \beta^2$ . В нелинейном случае сечения продолжают увеличиваться с ростом  $\beta$ , однако не так быстро. Более наглядно поведение коэффициента увлечения при нелинейном рассеянии, полученное в результате численных расчетов при использовании нелинейного экранирования,  $\alpha_{\text{dr}}$  приведена на рис. 3б, а сила увлечения  $\alpha_{\text{dr}}\beta$  — на рис. 3в.

При  $\beta \ll 1$  коэффициент увлечения был примерно постоянным или слабо (логарифмически) зависящим от  $\beta$ , тогда как при  $\beta > 1$  он довольно круто убывает с ростом  $\beta$ . Сила трения (коэффициент  $f_{\text{dr}}$ ) сначала увеличивается с ростом  $\beta$  (см. рис. 10), а затем падает, имея при определенном значении  $\beta$  максимум. С ростом нелинейности коэффициент увлечения и сила трения возрастают. Имеет принципиальное значение сравнение их с величи-

нами при  $v = 0,9$ , когда потенциал пылинки близок к юкавскому. Такой случай представляет в определенной степени академический интерес, так как при больших значениях параметра  $\beta$  потенциал не соответствует линейному юкавскому экранированию. Но исторически этот случай был рассмотрен ранее в [62], т.е. были рассмотрены рассеяния на большой угол для юкавского потенциала. Но, как уже было отмечено, критерий рассеяния на большой угол и критерий, указывающий на то, когда нелинейности в распределении поляризационного потенциала начинают играть роль, просто совпадают. Поэтому они неотделимы и нужно учитывать оба эффекта одновременно. Неучет одного из них значительно занижает как сечения рассеяния, коэффициент увлечения, так и силу трения. Другой существенный качественный результат состоит в том, что сила трения не растет линейно с  $\beta$  (как в линейном пределе  $\beta \ll 1$ ), но при больших  $\beta$  падает с ростом  $\beta$ . При сравнении с экспериментами это очень существенно, так как обычно нужно оценивать не только эту силу трения, но и силу трения при столкновениях с атомами нейтрального газа, которая не зависит от  $\beta$ . Это означает, что с ростом  $\beta$  сила трения о нейтральные атомы газа может доминировать.

Подытоживая этот раздел, отметим следующие важные моменты:

- Увеличение заряда пылевых частиц, требуемое для усиления их взаимодействия, с необходимостью приводит к нелинейности экранирования. Во всех экспериментах, в которых взаимодействие пылинок было достаточно большим, экранирование было сильно нелинейным с  $\beta \gg 1$ .
- Нелинейное экранирование только в определенном узком интервале расстояний может быть аппроксимировано юкавским экранированием, наибольшие расхождения при этом возникают на тех расстояниях, где экранирование переходит в линейное; имеющееся в 2–3 раза расхождение возникает при существенной модификации эффективной длины примерно в 2 раза и если не делать такой модификации, то расхождения оказываются еще более значительными. Существенным является то, что в этой области производные нелинейного потенциала оказываются много большими, нежели для юкавского экранирования.

• Критерий нелинейности экранирования и критерий рассеяния ионов на большой угол примерно совпадают и это приводит к качественному изменению картины рассеяния: если при малой нелинейности в основном существенны процессы рассеяния на малые углы, то при нелинейном экранировании основную роль играют процессы рассеяния на большие углы.

• Зависимость от  $\beta$  силы увлечения пылевых частиц ионным потоком и силы трения ионов о пылевые частицы качественно различается в линейном и нелинейном случае, роль столкновений с нейтралами возрастает с ростом нелинейности экранирования.

• Все упомянутые эффекты описаны только для отдельных изолированных пылевых частиц или при наличии многих пылевых частиц при суммировании эффектов как независимо происходящих на пылевых частицах при полном пренебрежении плазменными потоками, так и их взаимодействием с экранирующими электростатическими полями.

#### 4.7. Общее обсуждение результатов.

##### Роль столкновений, внешних полей и плазменных потоков

До сих пор мы обсуждали нелинейное экранирование отдельных изолированных частиц. Различные эффекты могут видоизменить такое экранирование и основная задача — иметь критерии, когда возможны такие видоизменения. К числу эффектов, существенных для понимания экспериментальных данных, является наличие внешних полей и вызываемых ими регулярных потоков плазмы, а также связанные с ними влияния столкновений, так как регулярные потоки возникают в результате баланса внешних полей и трения из-за столкновений. Отчасти столкновения уже обсуждались при рассмотрении возможности появления захваченных частиц. Полностью роль столкновений до сих пор теоретически подробно не исследована, так как в общем случае требует кинетического подхода, учитывающего специфические условия для пылевой плазмы. Поэтому в данном разделе ограничимся рядом простых оценок и сформулируем имеющиеся проблемы.

В первую очередь отметим два существенных момента: 1) столкновения не могут видоизменить тепловые или Больцмановские распределения, использованные при получении нелинейного экранирования, — это является следствием того, что интегралы столкновений в точности обращаются в нуль для тепловых распределений; 2) длины свободного пробега относительно столкновений в большинстве существующих сейчас экспериментов существенно превосходят нелинейный радиус экранирования, так что в основном нелинейности являются бесстолкновительными, что оправдывает применимость вышеизложенных результатов для наиболее интересных экспериментов. При очень большой плотности нейтралов, т.е. при больших давлениях газа (например, для разрядов при атмосферном давлении) длина свободного пробега может стать и меньше описанной нелинейной длины. В этом случае такие гидродинамические процессы, как диффузия и вязкость, могут оказаться на экранировании. Подробно эта проблема не исследована. Здесь мы обсудим вопрос о том, могут ли столкновения изменить характер нелинейного экранирования в случае, когда длина свободного пробега относительно столкновений ионов с нейтралами намного превосходит длину нелинейного экранирования.

Столкновения могут влиять на экранировку, если есть внешняя сила, поддерживающая анизотропию распределения ионов или поток ионов. Простейшим случаем является наличие однородного внешнего электрического поля. Если

$$E_0 \rightarrow \frac{eE_0\lambda_{in}}{T_i} \quad (71)$$

— безразмерная сила внешнего поля, действующего на ионы вдали от пылевой частицы, а столкновения с нейтралами являются столкновениями перезарядки и частота перезарядки пропорциональна скорости иона (как это имеет место при средней скорости иона много большей тепловой скорости) и все ионы имеют одну и ту же скорость  $u_0 \rightarrow v_i/\sqrt{2}v_{Ti}$ , то баланс электрического поля и силы трения дает [57]

$$E_0 = u_0^2, \quad (72)$$

что служит в данном случае законом Ома в системе. В отличие от обычных столкновений, в которых ион в основном изменяет направление импульса, в перезарядочных столкновениях он после столкновения становится тепловым, т.е. при средних скоростях, больших тепловых, практически полностью теряет импульс. Это приводит к сохранению сильной анизотропии ионного распределения. Эти соотношения имеют место только вдали от пылевой частицы. Посмотрим, как этот процесс описывается в кинетическом подходе. В условиях равновесия распределение ионов определяется уравнением, в которое входит только электрическое поле и столкновения с нейтралами. Запишем это уравнение и его решение для параллельной компоненты скорости  $v_{\parallel}/\sqrt{2}v_{Ti} = ux$ ,  $y = |v|\sqrt{2}v_{Ti}$ ,  $x = \cos \theta$ :

$$\begin{aligned} E_0 \frac{d\Phi}{dv_{\parallel}} &= -|v_{\parallel}|, \\ \Phi(v_{\parallel}) &\propto \exp\left(-\frac{v_{\parallel}^2}{u_0^2}\right), \quad v_{\parallel} > 0, \\ \Phi(v_{\parallel}) &= 0, \quad v_{\parallel} < 0. \end{aligned} \quad (73)$$

Здесь учтено, что столкновения зависят только от модуля скорости и считается, что продольная скорость значительно превосходит поперечную. Решение кинетического уравнения (первое соотношение в (73)) находится с точностью до константы, которая не равна нулю при положительных продольных скоростях и должна быть положена равной нулю при отрицательных значениях продольных скоростей (решение неограниченно нарастает при  $v_{\parallel} \rightarrow -\infty$ ). Учитывая, что распределение по перпендикулярной к полю компоненте скорости ионов не затрагивается внешним полем и остается тепловым, можно распределение ионов записать как функцию полной безразмерной скорости  $y = v/\sqrt{2}v_{Ti}$  и косинуса угла  $\theta$  с направлением поля в виде

$$\begin{aligned} \Phi(y, x) &= n_i \frac{2}{\pi^{3/2} u_0} \exp\left(-y^2(1-x^2) - x^2 \frac{y^2}{u_0^2}\right), \quad x > 0, \\ \Phi(y, x) &= 0, \quad x < 0. \end{aligned} \quad (74)$$

Здесь  $E_0$  выражено через  $u_0$  при использовании (72). Распределение (74) сильно анизотропно, но существенно отличается от сдвинутого на  $u_0$  максвелловского распределения. Однако среднее значение направленной скорости вдоль поля равно  $\sqrt{2/\pi}u_0$  и среднее значение квадрата скорости вдоль поля равно  $u_0^2$  близко к значениям для сдвинутого теплового распределения, хотя разброс скоростей порядка самой скорости

$$\sqrt{\langle v_{\parallel}^2 \rangle - \langle v_{\parallel} \rangle^2} = u_0 \sqrt{1 - \frac{2}{\pi}}.$$

Эти свойства характерны только для столкновений перезарядки. На сильную "размазанность" распределения ионов вдоль внешнего поля для столкновений перезарядки было особо обращено внимание в [63], однако при этом считалось, что частота столкновений постоянна, что применимо только при малых скоростях дрейфа, много меньших тепловых скоростей. Но тогда эффекты, связанные с потоком, являются малыми и даже более точное кинетическое рассмотрение дает тот же

результат, что и слабо сдвинутое на скорость дрейфа тепловое распределение. Интерес представляет как раз противоположный случай, который описывается распределением (74). В физике пылевой плазмы до сих пор при больших скоростях дрейфа использовалось только сдвинутое максвелловское распределение. В частности, коэффициент увлечения  $\alpha_{dr}$  при  $\beta \ll 1$  принимался при  $u_0 \gg 1$  падающим как  $1/u_0^3$ . Случай больших скоростей дрейфа при  $\beta \gg 1$  мы как раз и обсуждаем (он ранее не рассматривался). Заметим, что если принять предположение о том, что перезарядочные столкновения доминируют и правильным распределением нужно считать (74), то нужно скорректировать и величину  $\alpha_{dr}$  при  $\beta \ll 1$ . Легко получить, что при этом  $\alpha_{dr}$  (при  $\beta \ll 1$  и  $u_0 \gg 1$ ) является падающим с ростом  $u_0$  как  $1/u_0^2$  и  $F_{fr} \propto \alpha_{dr} u_0 \propto 1/u_0$ . Это утверждение весьма серьезно применительно к оценке сил для интерпретации существующих экспериментов. Кроме того, следует оценить и силу трения при  $\beta \gg 1$  и  $u_0 \gg 1$ .

Поэтому более подробно нужно остановиться на применимости распределения (74). Приведенное приближенное распределение, справедливое при больших скоростях дрейфа, может вызвать вопросы в силу разрывности решения при  $v_{\parallel} = 0$ . Но анализ [64] показал, что это является лишь результатом использования приближения  $u_0 \gg 1$ . Более точное решение, не имеющее разрывов, необходимо найти. Даже при  $u_0 \gg 1$  распределение видоизменяется при  $v_{\parallel}$  порядка  $v_{Ti}$ ,  $u_0 \approx 1$  и начинает убывать при уменьшении параллельной скорости, достигая значений  $1/u_0^2 \ll 1$  при  $x = 0$ , т.е. имеет место не разрыв распределения, а плавное его изменение с относительно малой шириной  $1/u_0^2 \ll 1$ . Кроме того, не решен вопрос об устойчивости распределения (74). При наличии неустойчивости в игру могут вступить упругие столкновения, приводя к частичной изотропизации распределения.

Рассмотрим теперь пылевую частицу при наличии внешнего поля. В условиях нелинейной экранировки поле внутри нелинейного радиуса велико и, естественно, больше внешнего поля, т.е. распределение ионов внутри нелинейного радиуса регулируется полем самой пылевой частицы. Так как заряд пылевой частицы сферически симметричен, то и распределение ионов внутри нелинейного радиуса является изотропным, следовательно, для потенциала Гуревича при любом изотропном распределении  $\rho_i \propto \sqrt{|\phi|}$ . Нелинейное экранирование будет таким же, как и описанное выше для потенциала Гуревича, но возможно с некой эффективной ионной температурой  $T_{eff}$ . Величина потенциала пылевой частицы на границе нелинейной сферы соответствует температуре ионов или  $T_{eff}$ . Поле частицы на границе нелинейной сферы имеет оценку:  $eE \approx T_{eff}/R_{nl}$ . Эта оценка соответствует самому предельно малому значению почти заэкранированного поля частицы — естественно при приближении к поверхности частицы это поле значительно увеличивается. Внешнее поле согласно (71) оценивается как  $eE_0 \approx \approx (T_i/\lambda_{in})u_0^2$ . Если использовать минимальное значение поля частицы, то получим, что поле частицы доминирует, если  $T_{eff} > T_i u_0^2 R_{nl}/\lambda_{in}$ . В правую часть этого неравенства входит по принятому условию малый параметр  $R_{nl}/\lambda_{in} \ll 1$ . Для решения задачи необходимо знать  $T_{eff}$ .

Теперь стоит обратить внимание на то, что вне нелинейного радиуса отклики по определению являются

линейными. Релаксация распределения ионов от сильно анизотропного распределения к изотропному происходит на длине свободного пробега для столкновений, когда формируется вытянутое вдоль внешнего поля распределение ионов. В этой области вне нелинейного радиуса распределение ионов будет неоднородным. В кинетическом подходе появится дополнительный член  $v d\Phi/dr$  (используем здесь размерные переменные), который можно сравнить с членом, обязанным столкновениям  $v_{ch-ex}\Phi \approx v/\lambda_{in}$ , т.е. характерная длина релаксации порядка  $\lambda_{in} \gg R_{nl}$ . На этой достаточно большой длине происходит изменение распределения от изотропного вблизи частицы до сильно анизотропного вдали от нее. И здесь возникает не только проблема решения неоднородной задачи на кинетическом уровне, но и проблема, касающаяся того, как в линейной области, где поля поляризации малы, возможны сильные изменения распределения ионного потока. С другой стороны, несомненно, что распределение ионов вблизи пылевой частицы является изотропным.

Логически возможны только два решения: либо модификация распределения ионов простирается в нелинейную область, где поля пылевой частицы велики, либо поля пылевой частицы распределены на расстояниях много больших того нелинейного радиуса, который ранее был рассчитан для изолированных частиц. Последнее до сих пор не исследовано. Но сразу можно сказать (что уже выше было особенно подчеркнуто), что поля пылевых частиц в действительности распространяются на значительные расстояния от частиц, если рассматривать не изолированные пылевые частицы, а более реальные задачи многих частиц, когда существенными становятся взаимодействия плазменных потоков и полей электростатических поляризаций. Случай потоков больших скоростей является здесь наиболее сложным и поэтому анализ проблемы нужно продолжить в плане исследования таких взаимодействий в условиях нелинейного экранирования, но в отсутствие внешних потоков большой скорости. Кстати, до сих пор нет явных экспериментальных указаний на скорости потоков и можно только ставить вопрос о том, не меняется ли поляризация вокруг частицы в условиях, когда предполагается из независимых соображений, что дрейфовая скорость ионного потока меняется существенно. Мы обсудим этот вопрос позднее.

Здесь же отметим, что задача обтекания быстрым потоком плазмы больших зарядов является математически и физически весьма сложной задачей. Она до сих пор не решена. Приведенные соображения являются только начальными, которые могут помочь строгой постановке такой задачи. Заметим также, что чаще всего заряд частицы определяется из условия плавающего потенциала на поверхности частицы, т.е. равенства электронного и ионного потоков на нее. Задача не является сферически симметричной. Более простой была бы плоская задача, но это до сих пор нерешенная задача о плазменном слое и неудивительно, что несимметричная задача не нашла еще свое решение. Отметим также, что в более простой задаче, в отсутствие внешних потоков на больших расстояниях при  $r > R_{nl}$  взаимодействия плазменных потоков и поляризационных полей становятся линейными. Они описаны подробно выше с учетом и без учета внешних полей, приводящих к направленному дрейфу ионов.

Представленный материал касался гидродинамического подхода, когда используются моменты функции распределения. Для того чтобы найти, как они меняются нужно решить кинетическую задачу, что является предметом будущих исследований. Существенным облегчением является то, что можно решать линейную задачу. Если бы не были существенны взаимодействия потоков и поляризационных полей, то поле пылевой частицы распространялось бы за пределами нелинейного радиуса на тонкий слой порядка  $\lambda_{Di} \ll R_{nl} \ll \lambda_{in}$ . С учетом же взаимодействий плазменных потоков и поляризационных полей поле пылевой частицы продолжается на значительно большие расстояния. Таким образом, во всей переходной области нужно учитывать взаимодействие плазменных потоков и электростатических полей. Об этом говорит и сравнение нелинейного радиуса с межчастичным расстоянием пылевых частиц, приведенное на рис. 3г.

## 5. Взаимодействие электростатических полей и полей плазменных потоков при нелинейном экранировании

### 5.1. Нелинейное обобщение

В общем случае нужно учитывать нелинейности как в поляризационных полях, так и в полях плазменных потоков, т.е. можно использовать точные соотношения для связи потоков с дрейфовой скоростью и плотностью ионов и для последней использовать критерий Гуревича относительно вклада в плотность ионов только незахваченных частиц. Более строгим будет кинетический подход, но на первом этапе можно использовать уравнения для моментов функции распределения, которые только и входят в уравнение Пуассона и уравнение непрерывности для потоков. Попытка такого описания была сделана в [65] для случая, когда ион-нейтральные столкновения пренебрежимо малы, сила инерции ионов мала (потоки дозвуковые) и внешние электростатические поля и вызываемые ими регулярные потоки вдали от пылевых частиц также отсутствуют. Сила трения, как и выше в линейном подходе, определялась  $F_{fr} \propto -(d/dr)(g/r)$ , тогда как сила давления в уравнении для ионов соответственно равна  $(d/dr)(\ln n/r)$ . Кроме того, при анализе нельзя ограничиваться сильной нелинейностью, так как при наличии притяжения параметр экранировки должен проходить через нуль, изменяя знак экранирующего заряда. Поэтому при положительном значении  $\psi$  нужно пользоваться общим выражением для плотности заряда при предположении об отсутствии захваченных частиц и тем, что при отрицательном  $\psi$  ограничения на область энергий ионов, которые могут экранировать пылевые частицы, снимаются. В этом случае нелинейная плотность, которая при сильной экранировке имеет корневую зависимость от потенциала  $\rho_i = en_i I(x)$  с  $I(x) \approx 2\sqrt{x/\pi}$ ;  $x = -e\phi/T_i$  при  $|e\phi/T_i| \gg 1$ , заменяется на

$$I(x) = \exp(x) + \left[ 2 \sqrt{\frac{x}{\pi}} - \exp(x) \operatorname{erf}(\sqrt{x}) \right] \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{x}{|x|} \right). \quad (75)$$

Также в области малых значений  $\psi$  необходимо учитывать вклад электронов в поляризацию около пылевой

частицы. Тогда уравнения баланса для электронов и ионов дают выражения для нормированных на  $n_0$  плотностей ионов  $n$  и электронов  $n_e$

$$\begin{aligned} n(r) &= I \left( \frac{(\psi(r) - G(r)) z_1 a}{r \tau} \right), \\ n_e(r) &= (1 - P_0) I \left( -\frac{\psi(r) z_1 a}{r} \right). \end{aligned} \quad (76)$$

А уравнение Пуассона и уравнение непрерывности приобретают вид двух связанных нелинейных уравнений:

$$\frac{d^2 \psi(r)}{dr^2} = \frac{r \tau}{az_1} \left( n(r) - n_e(r) - P_0 \frac{z(r)}{z_0} \right), \quad (77)$$

$$\begin{aligned} \frac{d^2 G(r)}{dr^2} &= \left( \frac{dG(r)}{dr} - \frac{G(r)}{r} \right) \frac{d}{dr} \ln \left( \frac{z^2(r)}{n(r)} \right) + \\ &+ k_0^2 \frac{r \tau}{az_0} \frac{z^2}{z_0^2 n(r)} \left( \frac{n_e(r)}{1 - P_0} - \frac{z(r)}{z_0} n(r) \right), \end{aligned} \quad (78)$$

где, как и в линейном подходе,  $k_0^2 = (a/\lambda_{\text{Di}}) P_0 \sqrt{\alpha_{\text{ch}} \alpha_{\text{dr}} z_0 / \tau}$  — константа связи электростатических полей и полей плазменных потоков. Уравнение для возмущенного заряда пылевых частиц можно в простейшем случае записать в виде

$$\frac{dz(r)}{dr} = \frac{z(r)}{1 + z(r)} \left( \frac{1}{n_e(r)} \frac{dn_e(r)}{dr} - \frac{1}{n(r)} \frac{dn(r)}{dr} \right). \quad (79)$$

Легко видеть, что эти довольно сложные нелинейные уравнения при условии того, что все параметры пылевой плазмы слабо возмущаются пробным пылевым зарядом переходят в уже описанные линейные уравнения. Так что записанные здесь нелинейные уравнения соответствуют простому обобщению линейного подхода и справедливы для больших зарядов и в частности в пределе  $\beta \gg 1$ .

Первый член в (78) описывает дополнительные нелинейности, обязаные зависимостям потоков от плотности ионов (чем можно пренебречь только в линейном подходе). Мы привели эти уравнения для того, чтобы продемонстрировать, что в общем случае можно сформулировать нелинейные соотношения для описания взаимодействия поляризационных полей и плазменных потоков. Их прямое решение, как всяких нелинейных уравнений, требует в первую очередь анализа всех возможных особенностей и их физическую трактовку. Этот анализ — дело будущего. Пока что удалось найти некоторые численные решения в области не слишком малых  $\tau \approx 0,3$  (для приложений наибольший интерес представляют значения  $\tau \approx 0,01$ ) и показать, что нелинейности не разрушают притяжения, а только увеличивают потенциальные ямы притяжения [65]. Для полного описания необходимо сканировать все параметры задачи и проанализировать как изменяются взаимодействия частиц. Кроме того, для таких сложных нелинейных уравнений требуется использование тщательно отработанной процедуры численного расчета — уже без учета взаимодействия с потоками. Учет нелинейности только в поляризационных зарядах потребовал весьма точной процедуры, в которой использовалось как уточнение шага численных расчетов, так и их точность. Можно ожидать, что в уравнениях с учетом потоков потреб-

уется такого же типа процедура. Только при ее использовании есть гарантия однозначного ответа при параметрах, представляющих интерес для современных экспериментов. Но можно обойти эту проблему, используя некие физические предположения и получить некие качественные ответы, что излагается в последующих разделах. Здесь же стоит подчеркнуть ограниченность гидродинамического подхода — более полный ответ может быть получен при кинетическом описании.

Отметим также, что можно приблизиться и к пониманию природы обтекания больших зарядов внешними потоками, о чем речь шла в предыдущем разделе. При этом в полную силу трения нужно включать как инерцию ионов, так и силу трения о нейтралы ( $\propto (u^2 - u_0^2)$ , где член с  $u_0^2$  описывает силу со стороны внешнего поля). При этом соотношения между дрейфовой скоростью и потоком определяются более сложными алгебраическими соотношениями, что не мешает обобщению записанной выше системы нелинейных уравнений на случай наличия внешних потоков. Однако, как обсуждалось, эффективная температура ионов будет зависеть от расстояний и в конечном счете более точным будет кинетическое описание. Но ввиду сложности последнего есть, по крайней мере, надежда получить качественное описание из гидродинамического подхода.

## 5.2. Численное решение задачи при предположении о слабости эффектов взаимодействия полей поляризаций и полей потоков на расстояниях меньших $R_{\text{nl}}$ для ионизации, пропорциональной электронной концентрации

Можно подходить к проблеме нелинейного взаимодействия поляризационных полей и полей плазменных потоков не чисто математически, а использовать максимально физические аргументы и подкрепить их определенными оценками. В первую очередь, нужно заметить, что записанные нелинейные уравнения учитывают набор ситуаций, которые могут включать потоки, создаваемые самой пылевой частицей. Такое, как известно, возможно и при определенных достаточно больших температурах пылинок — они могут быть источниками плазмы как из-за термоэмиссии, так и за счет испарения с поверхности пылинок. Мы не будем интересоваться этими ситуациями и ограничимся ролью плазменных потоков, которые падают на частицы и поглощаются ими, — это обычная ситуация для низких температур пылинок в существующих плазменных экспериментах, когда пылевые частицы находятся при комнатной или близкой к комнатной температуре  $\approx 0,02$  эВ, когда созданием потоков самой пылинкой можно пренебречь. Тогда необходимо начать рассмотрение с больших расстояний от пылевой частицы. Всегда, начиная с определенных больших расстояний, возмущения, создаваемые пылинкой, являются малыми (линейными) и можно использовать нелинейные представления о взаимодействиях полей поляризации и полей плазменных потоков. Такое рассмотрение было проведено выше. Оно показывает, что до определенных расстояний величина  $g$  постоянна, а с определенных еще больших расстояний, характерных для поглощения потоков пылевыми частицами, взаимодействие становится значительным и меняет не только потоки, но и поляризационные поля. Указанные расстояния, как легко оценить, больше вычисленного выше нелинейного радиуса экранирования для отдельных

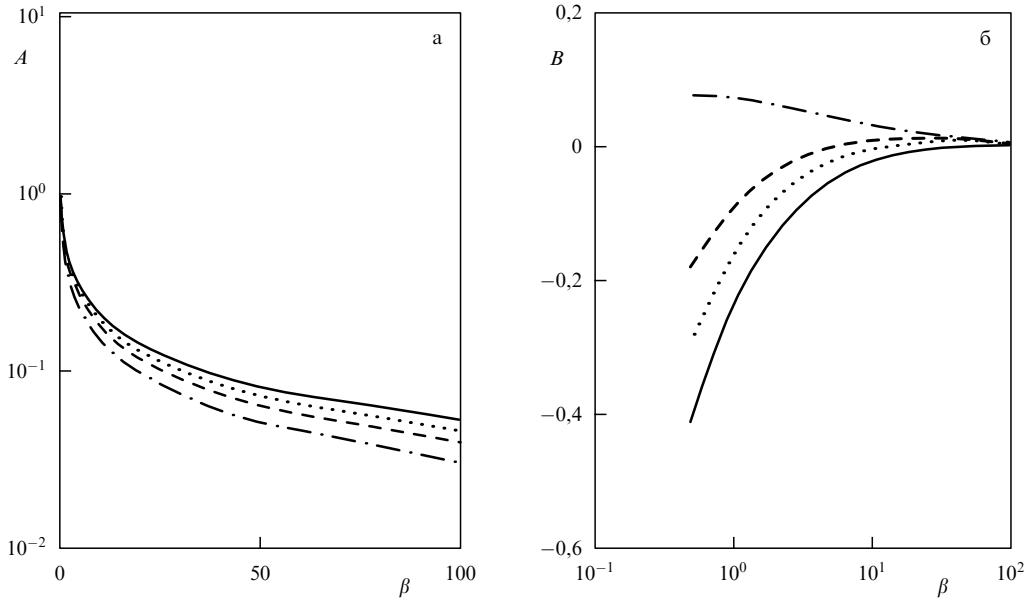


Рис. 4. Коэффициент  $A$  (а), коэффициент  $B$  (б) коллективного нелинейного экранирования как функции параметра  $\beta$ , сплошная линия соответствует  $v = 0,9$ , штрихпунктирная кривая —  $v = 0,5$ , пунктирная кривая —  $v = 0,3$ , штриховая кривая —  $v = 0,1$ .

пылевых частиц. Приближаясь с больших расстояний к нелинейному радиусу, мы получим, что на нелинейном радиусе  $g \ll 1$ . В случае, когда источник ионизации не зависит от электронной концентрации, описываемом соотношениями (78), согласно которым при  $n \gg 1$  величина  $g$  оказывается падающей при приближении к пылевой частице от нелинейного радиуса как  $r^3/R_{nl}^3$ . Таким образом, если в линейном приближении величина  $g$ , определяющая плазменные потоки, была постоянной, то в нелинейном режиме в области нелинейного радиуса потоки играют значительно меньшую роль. Это позволяет воспользоваться найденными выше решениями для распределения потенциала при нелинейном экранировании, когда пренебрегалось плазменными потоками. При расстояниях больших нелинейного радиуса ими естественно пренебречь нельзя. Самым продуктивным способом является сшивка линейных и нелинейных решений на нелинейном радиусе [66–69]. Естественно, сшивка решений может содержать в себе определенную неточность, но это оправдывается тем, что на этом пути удается получить качественные результаты. На расстоянии, равном нелинейному радиусу, нужно записать условия непрерывности  $\psi$  и  $d\psi/dr$ . Эти значения определяются свойствами нелинейностей, но не теми, что даются на поверхности заряда. Связано это с тем, что производные  $d\psi/dr$  оказываются достаточно большими по абсолютной величине. Линейный экранирующий фактор для ионизации пропорциональной электронной плотности, как было показано, может быть записан в виде

$$\begin{aligned} \psi = A(\beta, v) \exp(-\lambda_1(r - R_{nl}(\beta, v))) + \\ + B(\beta, v) \cos(\lambda_2(r - R_{nl}(\beta, v))). \end{aligned} \quad (80)$$

Здесь следует учесть, что мы рассматриваем случай сильной нелинейности и поэтому  $\beta \gg 1$ . Это позволяет использовать то обстоятельство, что при больших  $\beta$  сила трения ионов при столкновении с пылевыми частицами быстро падает с ростом  $\beta$  и поэтому сила трения при

столкновениях с нейтральными атомами является более существенной, чем сила трения при столкновениях с пылевыми частицами. Таким образом, величины  $\lambda_1, \lambda_2$  определяются линейными соотношениями, тогда как коэффициенты  $A, B$  — сшивкой с нелинейным потенциалом экранирования, точнее коэффициенты  $A, B$  определяются из условия непрерывности потенциала и поля на нелинейном радиусе экранирования  $R_{nl}$ . Эти условия дают

$$\begin{aligned} A(\beta, v) = (\Delta(\beta, v))^{(1+v)/(1-v)} \times \\ \times \left[ \frac{2}{1-v} \cos(\lambda_2 R(\beta, v)(1 - \Delta(\beta, v))) - \right. \\ \left. - \lambda_2 R(\beta, v) \Delta(\beta, v) \sin(\lambda_2 R(\beta, v)(1 - \Delta(\beta, v))) \right] \times \\ \times \left[ \lambda_1 R(\beta, v) \cos(\lambda_2 R(\beta, v)(1 - \Delta(\beta, v))) - \right. \\ \left. - \lambda_2 R(\beta, v) \sin(\lambda_2 R(\beta, v)(1 - \Delta(\beta, v))) \right]^{-1}, \end{aligned} \quad (81)$$

$$\begin{aligned} B(\beta, v) = (\Delta(\beta, v))^{(1+v)/(1-v)} \times \\ \times \left[ \lambda_1 R(\beta, v) \Delta(\beta, v) - \frac{2}{1-v} \right] \times \\ \times \left[ \lambda_1 R(\beta, v) \cos(\lambda_2 R(\beta, v)(1 - \Delta(\beta, v))) - \right. \\ \left. - \lambda_2 R(\beta, v) \sin(\lambda_2 R(\beta, v)(1 - \Delta(\beta, v))) \right]^{-1}. \end{aligned} \quad (82)$$

Дальнейшие расчеты нужно проводить численно. Результаты численного расчета этих коэффициентов приведены на рис. 4 для  $\tau = 0,1$ ,  $a/\lambda_{in} = 0,5$  и для относительно большой мощности ионизации, когда  $P_0 \approx 0,9$ .

Из результатов, представленных на рис. 4 следует, что эффективный заряд, остающийся для коллективного

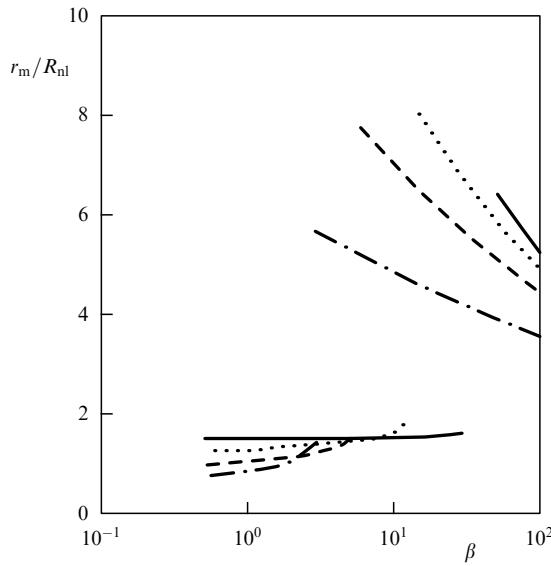
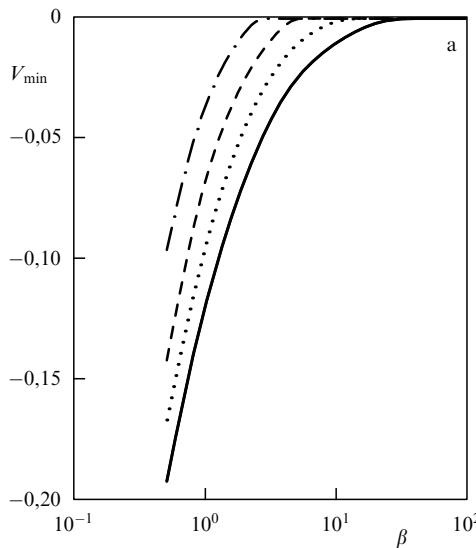


Рис. 5. Зависимость положения первого минимума притяжения пылевых частиц от параметра  $\beta$  для источника ионизации, пропорционального электронной плотности.

взаимодействия, быстро падает с ростом  $\beta$ . Наиболее важным является то, что **нелинейное экранирование приводит к отрицательным значениям для коэффициента  $B$  при  $\beta \gg 1$** , что указывает на то, что притяжение может возникать почти сразу вне нелинейного радиуса экранирования, т.е. **на расстояниях, много меньших, чем в линейном случае ( $\beta \ll 1$ )**. Различие между нелинейным экранированием ( $\beta \gg 1$ ) и линейным экранированием ( $\beta \ll 1$ ) сводится не только к величине потенциала на расстояниях, где начинают работать эффекты взаимодействий поляризационных полей и полей плазменных потоков, но и в том, что непрерывность потенциала и поля однозначно определяют параметры  $A$  и  $B$  и тем самым полностью определяют  $g$  — поток на поверхность пылевой частицы и, следовательно, полностью определяют потоковую скорость плазмы  $u \rightarrow u/\sqrt{2} v_T$  на нее.



Используя вычисленные значения  $A$  и  $B$ , можно проверить, что этот поток мал по сравнению с тепловым потоком и то, что коллективные взаимодействия не меняют существенно заряды пылевых частиц.

Для нахождение положения первого потенциального минимума притяжения и глубины потенциальной ямы были проведены численные расчеты, использующие полученные значения для амплитуд коллективных взаимодействий. Из-за отрицательности коэффициента  $B$  первый потенциальный минимум притяжения может быть расположен относительно близко к радиусу нелинейного экранирования  $R$ , который больше нелинейного радиуса  $R_{nl} = R(1 - \Delta)$ . С ростом  $\beta$  абсолютное значение  $B$  убывает и расстояние до первого минимума может резко увеличиваться, так как станет определяться не отрицательным значением  $B$ , а изменением знака  $\cos(\lambda_2 r)$ , который становится отрицательным только на больших расстояниях. Это иллюстрируется на рис. 5.

Энергия связи, т.е. величина минимума потенциальной ямы притяжения определяет температуру перехода или энергию для захвата пылевой частицы в яму притяжения. Эта энергия сильно уменьшается, как только положение минимума начинает определяться изменением знака  $\cos(\lambda_2 r)$ . Поэтому на рис. 6 результаты представлены в двух масштабах энергии (рис. 6а, б).

Из результатов, приведенных на этом рисунке, видно, что энергия захвата может быть достаточно большой в случае, когда потенциальная яма расположена достаточно близко к  $R_{nl}$  (рис. 6а) и обусловлена притяжением, обязанным значительному изменению плазменных потоков на пылевую частицу (отрицательность коэффициента  $B$ ). Энергия захвата при весьма больших значениях  $\beta$  приведена на рис. 6б и она много меньше, чем та, которая возникает при меньших  $\beta$ . Это означает, что в экспериментах при меньших  $\beta$  должны возникать более прочные пылевые кристаллы с большой температурой перехода — это утверждение доступно экспериментальной проверке. Можно также предположить, что наблюдаемые в экспериментах различные типы кристаллических решеток в различных

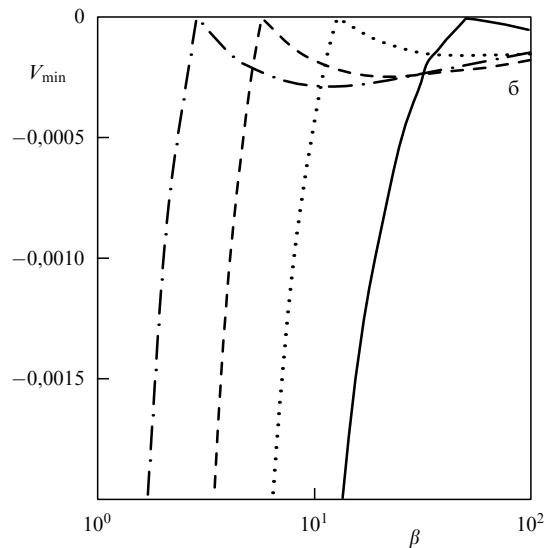


Рис. 6. Величина потенциальной энергии притяжения пылевых частиц в первом минимуме потенциальной энергии в единицах  $Z_d^2 e^2 / R_{nl}$  как функция нелинейного параметра  $\beta$ . Рисунок б отличается от рис. а используемыми масштабами для того, чтобы достаточно хорошо различать интенсивность притяжения при больших значениях параметра  $\beta$ .

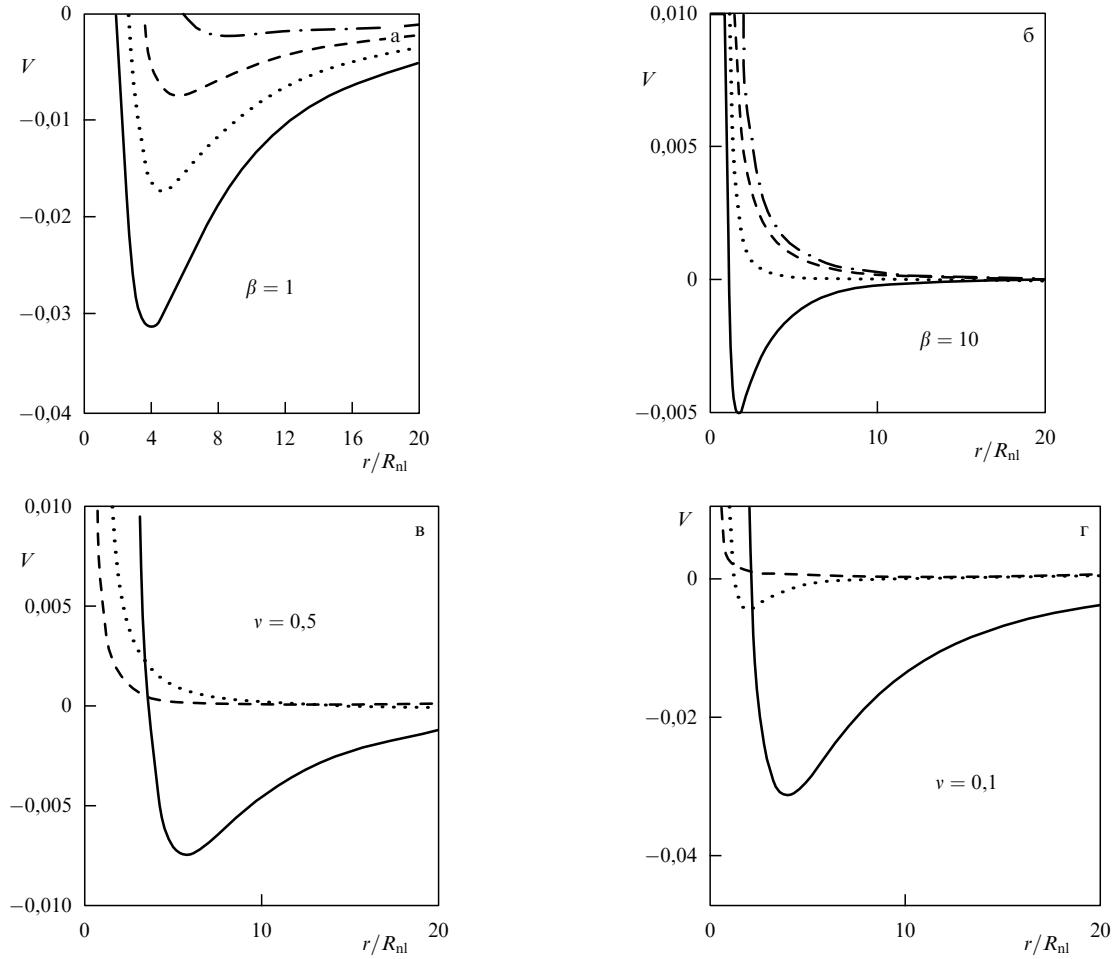


Рис. 7. Зависимости потенциальной энергии притяжения в единицах  $Z_{de}^2/R$  от расстояния в единицах  $R_{nl}$  для постоянного источника ионизации. На кривых рис. а и б сплошная кривая соответствует  $v = 0,1$ , пунктирная кривая —  $v = 0,3$ , штриховая кривая —  $v = 0,5$ , штрихпунктирная кривая —  $v = 0,7$ . На рисунках в и г сплошная кривая соответствует  $\beta = 1$ , пунктирная кривая —  $\beta = 10$ , штриховая линия —  $\beta = 100$ .

частях разряда могут быть связаны с выявленным здесь резким изменением положения потенциальной ямы притяжения при изменении  $\beta$ .

### 5.3. Численное решение задачи при предположении о слабости эффектов взаимодействия полей поляризаций и полей потоков на расстояниях меньших $R_{nl}$ для ионизации, не зависящей от электронной концентрации

Для ионизации, не зависящей от электронной концентрации, изменяется как баланс мощностей [69], так и основное базисное состояние пылевой плазмы, причем  $\alpha_{ion} = P_0/2\sqrt{\pi}$ ;  $n_{e,0} = 1 - P_0$  и параметр Хавнесса базисного состояния полностью выражается через коэффициент ионизации, определенный так же, как и в предыдущем случае. В пределе  $\tau \ll 1$  и для случая, когда сила трения ионов определяется столкновениями с атомами нейтрального газа, оба фактора в экспонентах коллективного взаимодействия  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  положительны

$$\lambda_1 \approx \sqrt{1 + \frac{P_0}{1+z}}, \quad (83)$$

$$\lambda_2 \approx \frac{k_0}{\lambda_1} \sqrt{\tau \left(1 - P_0 + \frac{1}{z}(1+P_0)\right)}, \quad (84)$$

где

$$k_0^2 \approx P_0 \tilde{a} \frac{z}{1+z}$$

— константа связи для случая, когда источник ионизации не зависит от электронной концентрации  $\tilde{a} \rightarrow a/(\sqrt{\pi}\lambda_{in})$ . В линейном приближении  $\beta \ll 1$ ,

$$\psi = \psi_a \exp(-\lambda_1 r) + \psi_b \exp(-\lambda_2 r)$$

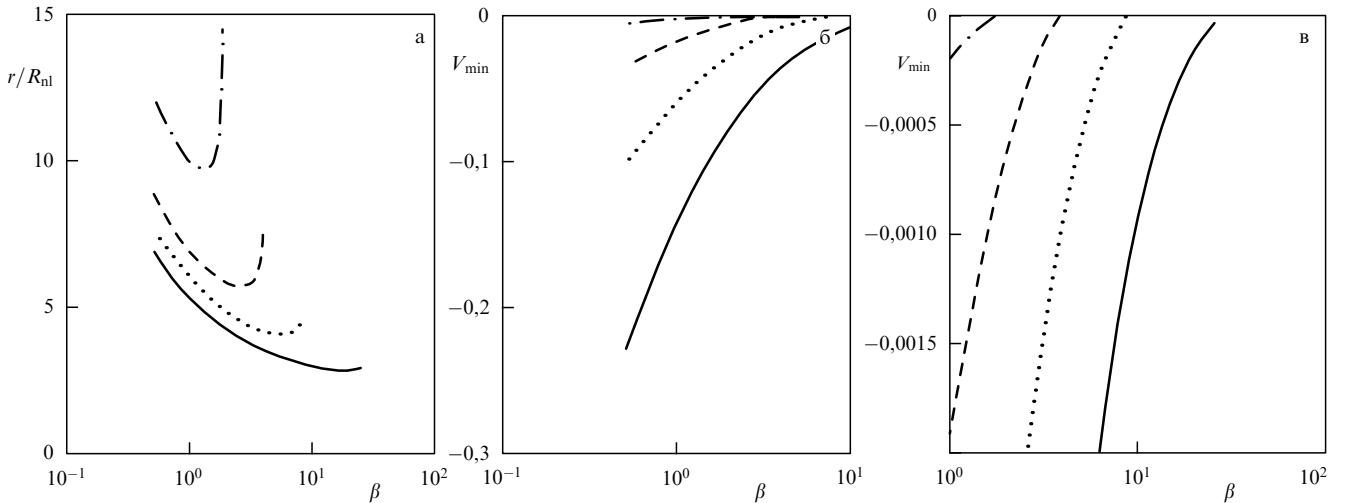
и обе амплитуды положительны  $\psi_a > 0$ ,  $\psi_b > 0$ , т.е. притяжение отсутствует (но одна из экспонент убывает на расстояниях, много больших дебаевского радиуса). В нелинейном пределе мы используем так же, как и в предыдущем случае запись коллективного взаимодействия в виде, когда экспоненты обращаются в единицу на нелинейном радиусе

$$\psi = A_c \exp(-\lambda_1(r - R_{nl})) + B_c \exp(-\lambda_2(r - R_{nl})). \quad (85)$$

Имеем из условия непрерывности потенциала и поля на нелинейном радиусе

$$A_c(\beta, v) = \Delta(\beta, v)^{(1+v)/(1-v)} \frac{2/(1-v) - \lambda_2 R \Delta(\beta, v)}{\lambda_1 R_{nl}(\beta, v) - \lambda_2 R_{nl}(\beta, v)}, \quad (86)$$

$$B_c(\beta, v) = -\Delta(\beta, v)^{(1+v)/(1-v)} \frac{2/(1-v) - \lambda_1 R \Delta(\beta, v)}{\lambda_1 R_{nl}(\beta, v) - \lambda_2 R_{nl}(\beta, v)}. \quad (87)$$



**Рис. 8.** (а) Зависимость положения первого минимума притяжения пылевых частиц от параметра  $\beta$ ; (б, в) зависимость энергии притяжения  $V_{\min}$  в первом потенциальном минимуме притяжения в единицах  $Z_d^2 e^2 / R$  от нелинейного параметра  $\beta$ . Рисунок в отличается от рис. 6 б используемыми масштабами для того, чтобы достаточно хорошо различать интенсивность притяжения при больших значениях параметра  $\beta$ .

Результаты численных расчетов этих коэффициентов — при том же значении параметра Хавнеса, что и на рис. 4 (для источника ионизации, пропорционального электронной концентрации). Поэтому результаты весьма сходны с теми, что приведены на рис. 4. Связано это с тем, что коэффициенты  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  близки, а значение члена с косинусом во взаимодействии с источником, пропорциональным электронной концентрации, при принятых численных значениях параметров на границе, близко к единице так же, как и экспонента второго члена (при этом аргумент под знаком косинуса в ранее приведенных результатах равен  $\lambda_2 R_{nl} \ll 1$ ).

При этом вывод об отрицательности коэффициента  $B$  сохраняется и при источнике, не зависящем от электронной концентрации, но скачка положения потенциальной ямы не должно происходить, так как переменного члена с косинусом нет, а имеются две экспоненты и потенциальная яма должна исчезать при достаточно больших значениях  $\beta$ . Вместе с тем, отрицательность коэффициента  $B$  имеет важное значение, показывая, что в отличие от линейного экранирования, когда для постоянного источника ионизации возникало только две экспоненты, для нелинейного экранирования всегда возникает эффект притяжения пылевых частиц (стоит подчеркнуть, что наличие второй слабо убывающей экспоненты в линейном коллективном взаимодействии также представляет значительный интерес, так как часть заряда пылевой частицы экранируется только на достаточно больших расстояниях). Поэтому мы приведем пример зависимости потенциала от расстояния при нелинейном экранировании для источника ионизации, не зависящего от электронной концентрации, из которого наглядно видно возникновение притяжения пылевых частиц (рис. 7а, б).

На рисунке 7в, г приведена зависимость потенциальной энергии от расстояния при фиксированном значении  $v$ , но при различных значениях  $\beta$ .

Потенциальная яма притяжения исчезает с ростом  $\beta$  и практически отсутствует при  $\beta = 100$ . В этом существенное отличие коллективного притяжения для источника ионизации, не зависящего от электронной концентрации, от источника ионизации, пропорционального электрон-

ной концентрации, когда коллективное притяжение возникает при любом  $\beta$ .

С ростом  $\beta$  глубина потенциальной ямы притяжения уменьшается и она исчезает при определенном  $\beta$  и не появляется более вплоть до  $\beta = 100$ .

Это и подтверждается также численными расчетами положения первого минимума притяжения, приведенными на рис. 8а. Яма исчезает на конце изображенных кривых.

На рисунке 8б, в приведены результаты расчета энергии в потенциальном минимуме как функция  $\beta$ . Потенциальная яма перестает существовать, когда энергия потенциального минимума обращается в нуль.

Приведенные результаты явно демонстрируют универсальность эффектов притяжения пылевых частиц в условиях  $\beta \gg 1$ . Случай, когда источник ионизации пропорционален электронной концентрации, имеет преимущество перед случаем, когда источник ионизации не зависит от концентрации, так как в первом случае потенциальная яма притяжения возникает при любых  $\beta$ .

## 6. Спаривание пылевых частиц и объяснение основных параметров плазменных кристаллов

### 6.1. Общая качественная картина взаимодействия пылевых частиц

Все предыдущее изложение можно рассматривать как множество примеров, указывающих на наличие притяжения пылевых частиц на больших расстояниях, превышающих радиус нелинейного экранирования. Каждый из примеров может соответствовать некоторым ограничениям условия применимости, но таких примеров приведено множество и они в целом дают общую картину, которая не оставляет сомнений в том, что между одноименно заряженными пылевыми частицами должно существовать притяжение. Оно возникает в линейной области, где взаимные возмущения двух частиц обладают условием суперпозиции. Это может служить основным аргументом в проблеме взаимного изменения поляризации двух взаимодействующих частиц. Наконец, в силу всего

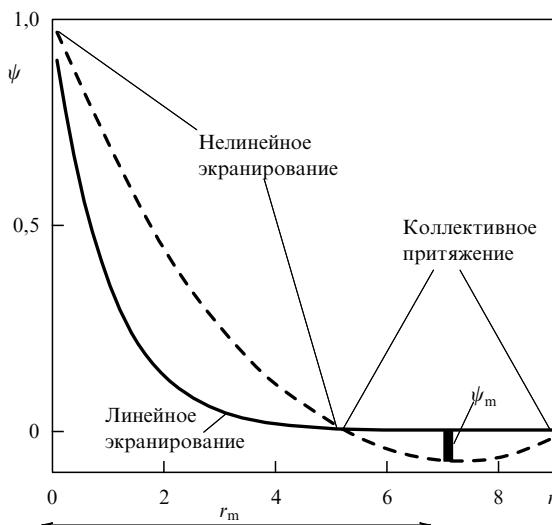


Рис. 9. Схематическая зависимость фактора экранирования от расстояния при наличии притяжения пылевых частиц.

изложенного, поле поляризации как раз описывает именно взаимодействия пылевых частиц. Суммируя уже изложенные результаты и их возможное уточнение, в дальнейшем можно схематически изобразить потенциал взаимодействия двух пробных частиц в пылевой плазме в виде, изображенном на рис. 9.

Пока что мы фиксируем общую схему взаимодействия одноименно заряженных пылевых частиц, которые имеют сильное отталкивание на малых расстояниях и притяжение на расстоянии  $r_m$ . Из всего предыдущего анализа следует, что  $\psi_m \ll 1$  и что  $r_m$  на коэффициент порядка 2–3 больше, чем  $R_{nl} \approx (4–8)\lambda_{Di}$ ;  $\lambda_{Di} \gg a$ . Пылевые частицы чаще всего имеют небольшие температуры  $T_d$  порядка температуры нейтрального газа из-за торможения о нейтральный газ. Естественно считать, что частицы могут локализоваться в потенциальной яме притяжения, образуя вначале связанные пары пылевых частиц и в дальнейшем образуя дальний порядок и пылевые кристаллы. В качестве критерия кристаллизации можно использовать критерий Линдемана, когда кинетическая энергия пылевых частиц примерно равна глубине потенциальной ямы притяжения [65]  $Z_d^2 e^2 |\psi_m| / r_m \approx T_d$ . Можно ввести константу связи  $\Gamma$  как отношение кулоновской энергии взаимодействующих частиц на среднем расстоянии между ними  $r_m$  к энергии теплового движения при фазовом переходе  $T_{d,cr}$ . Такая величина проще всего оценивается по имеющимся экспериментальным данным. С  $\psi_m$  связана и температура перехода. Получаем

$$\Gamma = \frac{1}{\psi_m}, \quad (88)$$

$$\frac{T_{d,cr}}{T_e} = \frac{Z_d z a}{r_m} \psi_m = \frac{Z_d z a}{r_m \Gamma}. \quad (89)$$

Таким образом, эти соотношения содержат параметры вполне измеряемые в существующих экспериментах. Максимальная потенциальная энергия взаимодействия  $V_{max}$  достигается, когда расстояния между частицами порядка их размера  $a$  (уменьшение заряда пылевых частиц при их сближении будет порядка их заряда на далеких расстояниях, если расстояние примерно равно  $a$ ,

что не меняет оценку  $V_{max}/T_e \approx Z_d z$ , т.е.  $T_{d,cr}/V_{max} \approx (a/r_m)\psi_m \ll 1$  как в силу  $a/r_m \ll 1$ , так и в силу  $\psi_m \ll 1$  и, как правило, нужно полагать, что  $T_{d,cr}$  существенно меньше как температуры пыли до фазового перехода, так и температуры после фазового перехода (нужно нагреть пылевую компоненту для плавления кристалла). Последнее связано с потерей энергии пылевой компоненты при трении о нейтральный газ. Эти соображения приведены только для того, чтобы сделать одно общее утверждение: в отличие от широко распространенного представления о том, что для образования кристаллических пылевых структур в пылевой плазме нужно сильное взаимодействие пылевых частиц, средние межчастичные расстояния в модели притяжения настолько велики, что в **среднем их взаимодействия оказываются довольно слабыми и происходят при таких расстояниях, для которых взаимодействие полей поляризаций и плазменных потоков является одним из доминирующих факторов**. В этом смысле концепция о необходимости сильных взаимодействий для образования пылевых кристаллов становится тоже еще **одним мифом**. Соотношения (88), (89) содержат несколько параметров, которые позволяют их проверить, используя данные экспериментов.

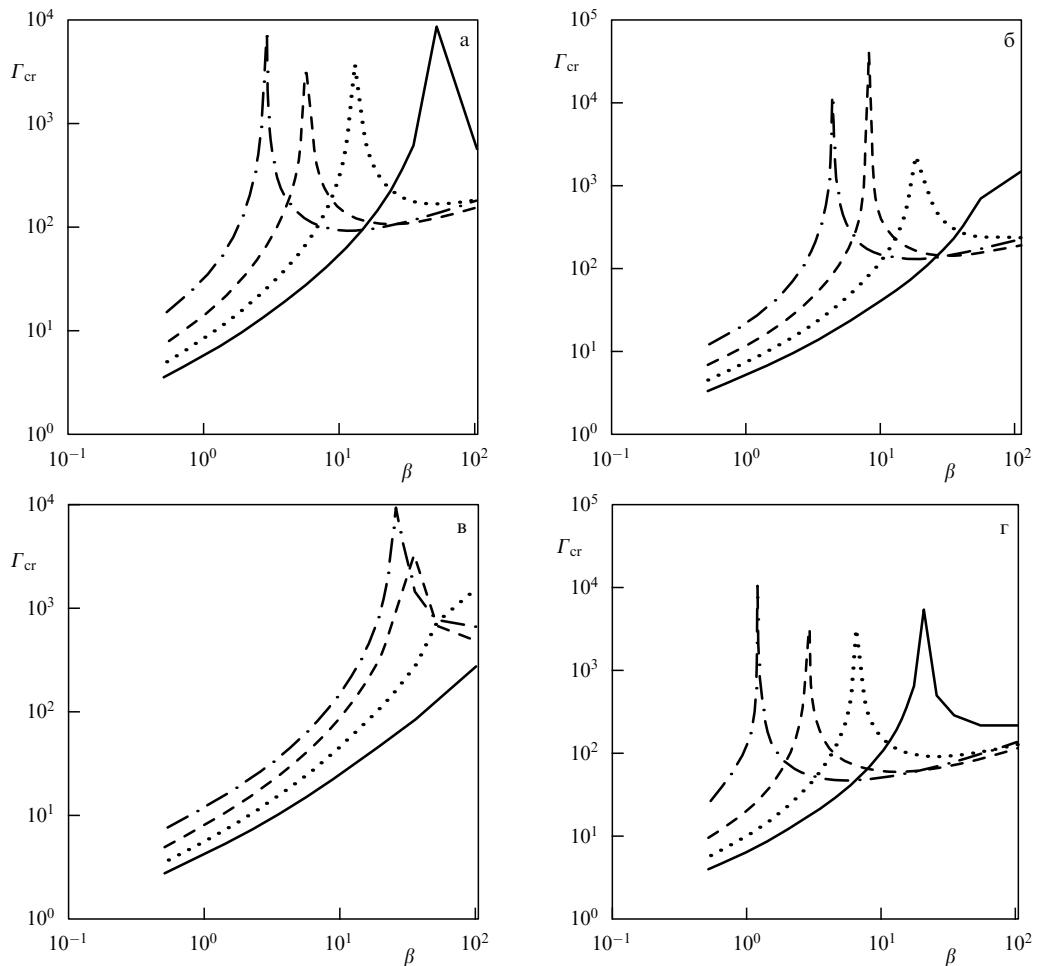
## 6.2. Результаты численных расчетов параметра $\Gamma$

Выше полученные результаты для положения и величины первого минимума притяжения в модели, использующей малость взаимодействия потоков и полей поляризаций на малых расстояниях от пылевых частиц, позволяют при использовании (89) получить численные зависимости параметра  $\Gamma$  как функцию нелинейных параметров  $\beta$  и  $v$ . Результаты, демонстрируемые на рис. 10, имеют цель обратить внимание на то, что в этой модели величины  $\Gamma$  оказываются очень большими вплоть до  $3 \times 10^3 - 10^4$ , что не было возможным ни в одной из моделей сильного взаимодействия пылевых частиц [66].

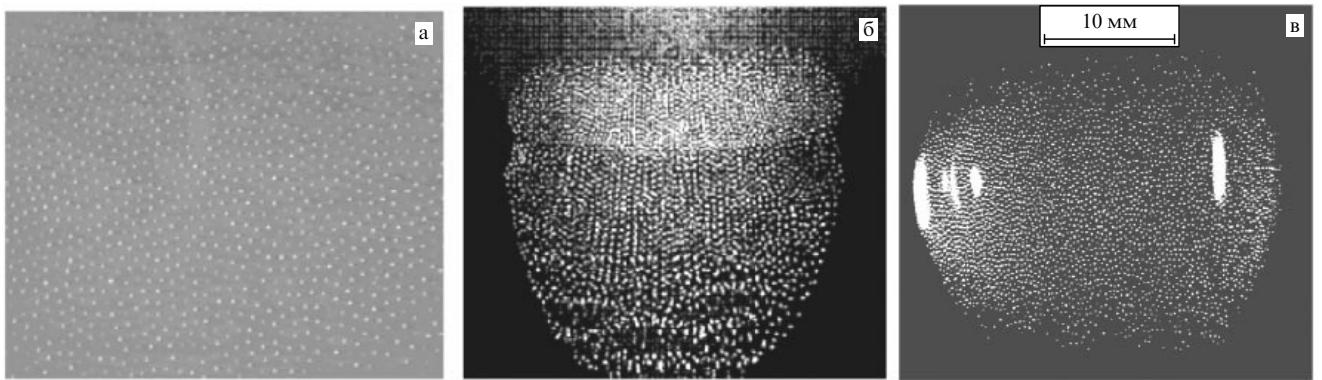
На рисунке 10а приведены зависимости  $\Gamma_{cr}$  от  $\beta$  для  $\tau = 0,1$ ,  $a/\lambda_{in} = 0,5$ ,  $P_0 = 0,9$ ; на рис. 10б — для  $\tau = 0,001$ ,  $a/\lambda_{in} = 0,1$ ,  $P_0 = 0,9$ ; на рис. 10в — для  $\tau = 0,03$ ,  $a/\lambda_{in} = 0,3$ ,  $P_0 = 0,25$  и на рис. 10г — для  $\tau = 0,01$ ,  $a/\lambda_{in} = 1$ ,  $P_0 = 0,25$ . Эти результаты показывают как константа связи меняется с изменением температурного отношения  $\tau = T_i/T_e$  и при изменении давления газа через  $a/\lambda_{in}$  и степени ионизации  $\alpha_{ion}$ . Отметим, что возникновение пиков в распределениях связано с тем, что потенциальные ямы, обязаные отрицательности амплитуды коллективного взаимодействия  $B$ , исчезают, и первый потенциальный минимум возникает только из-за изменения косинуса в амплитуде коллективного взаимодействия. Во всех примерах можно видеть возникновение относительно больших значений  $\Gamma_{cr}$  для больших значений параметра  $\beta$  — значения  $\Gamma_{cr}$  достигают величин порядка  $10^3 - 10^4$ . Такие большие значения  $\Gamma_{cr}$  для  $\beta \gg 1$  не получались ранее ни в одном из существующих теоретических подходов, но такие значения  $\Gamma_{cr}$  наблюдались экспериментально.

## 6.3. Сравнения с экспериментами

Первые эксперименты, в которых были открыты плазменные кристаллы, относятся к 1994–1996 гг. [7–10]. С тех пор плазменные кристаллы изучались во многих экспериментах, в частности, были определены межчастич-



**Рис. 10.** Зависимость константы связи  $\Gamma_{\text{cr}}$  от параметра  $\beta$  для различных значений параметра столкновений с атомами нейтрального газа, коэффициента ионизации и отношения температур ионов и электронов, значения которых даны в тексте.



**Рис. 11.** (а) Кристаллическая структура пылевого плазменного кристалла в плоскости, перпендикулярной вертикальной оси (направления гравитации) в лабораторном эксперименте [7]; (б) кристаллическая структура, наблюденная в лабораторном эксперименте [10]; (в) кристаллическая структура, наблюдаемая в лабораторном эксперименте [105]. Вертикальная ось на рис. б и в соответствует направлению гравитации в лабораторных экспериментах.

тичные расстояния при переходах, температуры пыли сразу после плавления пылевых кристаллов и величина константы взаимодействия  $\Gamma$  [7–10]. На рисунке 11 приведен пример достаточно хорошо сформированной кристаллической структуры, для которой межчастичное расстояние является достаточно постоянной величиной для трех лабораторных экспериментов [7–10], а на рис. 12 приведены экспериментальные данные о зависимости

межчастичного расстояния от высоты в экспериментах в условиях земной гравитации [7]. В условиях микрогравитации межчастичное расстояние также слабо зависит от положения частиц в кристалле.

В первую очередь обращает на себя внимание относительно низкое значение температуры перехода около 0,1–0,8 эВ по сравнению с максимальной энергией взаимодействия при соприкосновении пылевых частиц,

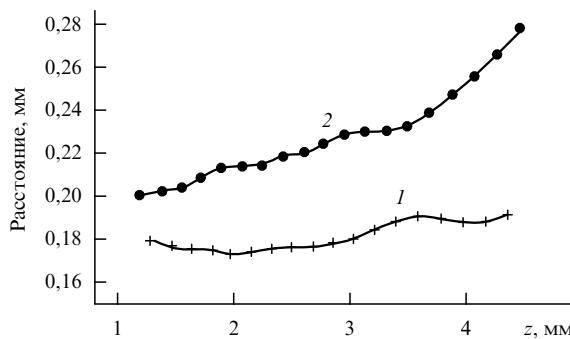


Рис. 12. Расстояния между плоскостями кристалла в зависимости от вертикальной координаты  $z$ . Кривая 1 соответствует зависимости от  $z$  расстояния между горизонтальными плоскостями кристалла в [10], число плоскостей равно 18, расстояние между ними меняется очень мало. Кривая 2 соответствует средним расстояниям между пылевыми частицами в плоскости кристалла в зависимости от вертикальной координаты  $z$ .

причем это имеет место при температуре ионов около 0,02 эВ, много меньшей температуры перехода, т.е. в этом смысле потенциальная яма не маленькая, но температура перехода много меньше максимальной энергии взаимодействия ( $Z_d T_e z r_m / a$ ), что при  $Z_d \approx 3 \times 10^3 - 10^4$ ,  $z \approx 3$ ;  $T_e \approx 2$  эВ порядка 100–300 кэВ — все это с несомненностью свидетельствует о слабости взаимодействия частиц на расстояниях порядка  $r_m$ . Измерение заряда пылевых частиц было предметом непосредственных экспериментов в условиях близких к тем, которые соответствуют образованию кристаллов и привело к значениям, близким к использованным в оценках. Все же достаточно точными такие измерения не являются, но изменения  $Z_d$  на порядки величины трудно себе представить. В оценку входит размер частиц, который был хорошо известен  $\approx 10$  мкм так же, как и расстояние  $r_m \approx 200 - 250$  мкм. Поэтому отношение  $Z_d T_e z r_m / a$  можно довольно точно определить из экспериментов. Значительно менее точно известно значение  $\lambda_{Di}$ , но примерная оценка 35–50 мкм. Последняя, однако, фигурирует в оценках в ряде экспериментальных работ и используется при сравнении экспериментальных и предполагаемых значений  $\Gamma$ . Дело в том, что в таких оценках учитывается, что кулоновское поле экранируется, причем по неизвестным причинам такая экранировка является юковской. Тогда

$$\Gamma \rightarrow \Gamma \exp \left( -\frac{r_m}{\lambda_{\text{eff}}} \right), \quad (90)$$

где  $\lambda_{\text{eff}}$  — некая эффективная длина юковского экранирования. Так полученное значение  $\lambda_{\text{eff}}$  оказывается в 10–30 раз больше  $\lambda_{Di}$  и никак не согласуется со значением аппроксимации истинного нелинейного экранирования юковским экранированием, что подробно изложено выше. С нашей точки зрения, это непосредственно указывает на неприменимость юковского экранирования. Для нелинейного экранирования экспериментальные значения межчастичного расстояния могут быть удовлетворительно согласованы с численными результатами. Что касается величин  $\Gamma$ , то их теоретическое значение соответствует неэкранированному кулоновскому взаимодействию, которое достаточно хорошо может быть определено по значению заряда пылевых

частиц и наблюдаемому значению  $r_m$ . Такой расчет дает значения  $\Gamma \approx 3 \times 10^3 - 10^4$  в удовлетворительном согласии со значением, ожидаемым по изложенной модели взаимодействия частиц. Определенной оценки требует обсуждение влияния постоянных ионных потоков на больших расстояниях между пылевыми частицами. Такая зависимость возможна в экспериментах, проведенных в условиях земной гравитации. Но потоки существуют около стенок разряда в пристеночном плазменном слое (sheath) или на расстояниях порядка длины свободного пробега в слое, примыкающем к плазменному слою (так называемый presheath). Скорость ионного потока в presheath нарастает от нуля до скоростей порядка скорости звука. Но длина свободного пробега оценивается как 200–300 мкм, а количество кристаллических слоев достигает 10–20 с расстоянием между ними порядка 200–300 мкм, так что только первые слои кристаллов могут находиться в поле ионных потоков, а теоретические оценки относятся к областям вдали от поверхности кристалла. Кроме того, данные, приведенные на рис. 12, показывают только слабую зависимость расстояний между кристаллическими слоями от высоты, а такая зависимость обязательно должна бы иметь место, если ионные потоки существенно влияют на взаимодействия частиц, так как дрейфовая скорость должна меняться существенно на этих расстояниях. Кроме того, взаимодействия потоков и электростатических полей становятся существенными на расстояниях, меньших длины свободного пробега при столкновениях ионов с нейтральными атомами.

Есть неоднократные упоминания в экспериментальных исследованиях о том, что плазменный кристалл, будучи в земных условиях как бы "подвешенным" в плазменном пристеночном слое, должен существенно модифицировать его. Указывается, что в первом слое как бы возникает равновесие между силой электрического поля пристеночного плазменного слоя и силой гравитации и последующие слои как бы "опираются" на этот слой. Эта картина никак не доказана экспериментально, но предполагаемая сильная модификация пристеночного плазменного слоя наверняка должна возникнуть. Но основной вопрос состоит в том, какова эта модификация? Есть основания полагать, что плазменный пристеночный слой модифицируется при наличии кристалла более существенно, так что роль электрического поля слоя и связанного с ним внешнего ионного потока на стенку в значительной степени уменьшается.

Аргументы очень просты и подтверждаются численными расчетами [70–72]. В первую очередь нужно иметь в виду то, что в разрядном промежутке между стенками разряда имеется источник ионизации, создающий электроны и ионы плазмы. Стенки находятся при плавающем потенциале и стационарное состояние наступает тогда, когда число ожидаемых пар ионов и электронов компенсируется их уходом на стенки, которые из-за большой подвижности электронов заряжаются отрицательно (до плавающего потенциала) и поле стенки создает пристеночный плазменный слой с потоком ионов на стенку. Это является стандартной моделью пристеночного плазменного слоя. Если же перед стенкой находится пылевое облако с размером, большим длины поглощения плазменного потока, то должно возникнуть перераспределение потенциала плазменного слоя. Действительно, если размеры пылевого слоя (или пылевого плазменного

кристалла) много больше длины пробега потока ионов, то пылевой слой служит как бы такой же "стенкой" только распределенной в пространстве. Таким образом, равновесие и полный баланс сил и генерации плазмы и ее поглощения происходит в пристеночном слое так, что в нем есть "нулевая" плоскость, где поток меняет знак будучи до нее направлен к стенке, а после нее — к пылевому слою. Численные расчеты показывают, что равновесная конфигурация возможна только при возникновении такой "нулевой" плоскости. Этот результат был получен как для плоской геометрии [72], так и для сферической геометрии [71] электродов в широком диапазоне возможных параметров. При этом потоковые скорости ионов в сторону пылевого слоя по численным расчетам невелики — порядка тепловой скорости ионов. Конечно, оптимальным было бы экспериментальное подтверждение этого эффекта, но его физический смысл весьма прозрачен. Экспериментальных работ по измерению распределения ионов по скоростям в пристеночных слоях весьма мало. Наиболее известна работа [73], в которой измерялось распределение ионов в пристеночном плазменном слое в отсутствие пыли (методом резонансной флуоресценции), причем экспериментально довольно трудно проводить измерения около стенок. При наличии пылевого слоя таких измерений до сих пор не проводилось и можно опираться только на численные расчеты и на то, что длина свободного пробега потока ионов со скоростью порядка ионной тепловой скорости порядка одного кристаллического слоя. Поэтому, не говоря о поверхностных явлениях в пылевых кристаллах, все имеющиеся указания из существующих экспериментов сводятся к тому, что регулярные внешние плазменные потоки слабо влияют на взаимодействия пылевых частиц, на межчастичные расстояния и на переходы в кристаллическое состояние.

#### 6.4. Обсуждение других моделей кристаллизации и некоторых экспериментов

Сравнивать приведенную интерпретацию образования пылевых кристаллов с другими возможными очень трудно, так как ни один из них не предсказывает значения всех трех основных параметров фазовых переходов. Численное исследование критерия кристаллизации при сильных взаимодействиях в модели однокомпонентной плазмы [74] дает значение  $\Gamma = 170$  и для того, чтобы привести его в согласие с наблюдениями использовалось юкавское экранирование с подгонкой значения фактора в экспоненте  $\lambda_{\text{eff}}$  с тем, чтобы наблюдавшее значение  $\Gamma$  совпало бы с предсказываемым сильным взаимодействием. Остальные параметры никак не объяснялись. Причем полученное значение  $\lambda_{\text{eff}}$  не объясняется из какой-либо разумной модели и получается слишком большим для любого линейного экранирования, когда применяется юкавская модель. Если же речь идет об аппроксимации нелинейного экранирования юкавским, то соответствие фита  $\lambda_{\text{eff}}$  с наблюдаемым значением расходится в несколько раз.

Можно было бы подходить чисто феноменологически, взяв длину экранирования  $\lambda_{\text{eff}}$  из эксперимента [75] по парному столкновению пылевых частиц, но, как уже подчеркивалось, условия наблюдения образования кристаллов таковы, что размеры системы много больше длины свободного пробега для поглощения плазменных потоков на пылевых частицах. В этих условиях парное

взаимодействие отдельных изолированных пылевых частиц неприменимо. Кроме того, результаты [75] до сих пор не получили ясного теоретического толкования, так как проведены в условиях близких к стенке разряда в сильных электрических полях и, по-видимому, в сильных потоках ионов на стенки разряда. С учетом того, что в условиях эксперимента [75] в области взаимодействия пылевых частиц имеются достаточно сильные источники ионизации и могут играть роль не только пристеночные неоднородности, но и столкновения перезарядки, которые могут изменить нелинейности [76], можно утверждать, что полная теория интерпретации наблюдений [75] потребует анализа многих эффектов, которые, как правило, не столь существенны для проблемы плазменных кристаллов, но будет представлять интерес непосредственно для интерпретации экспериментов [75]. Поэтому нет возможности использования результатов [75] для проблем плазменных кристаллов.

Нужно отметить, что **ни один из альтернативных подходов, кроме приведенного в предыдущем разделе, не может объяснить совпадение отношения максимальной энергии взаимодействия при температуре плавления с величиной  $\Gamma$ .**

Для непосредственной экспериментальной проверки потенциала притяжения частиц, следующего из модели взаимодействия плазменных потоков и поляризационных полей, требуются тонкие эксперименты непосредственно в системе многих частиц. Есть, конечно, возможность введения в систему пылевых частиц неких "меченых" частиц, которые по всем основным свойствам, определяющим их взаимодействия с потоками, были бы такими же, как и остальные частицы, образующие кристаллы, но, конечно, столкновения таких частиц для определения потенциала взаимодействия по таким столкновениям использовать нельзя. Можно было бы предложить, чтобы эти "меченные" частицы существенно отличались бы по размеру, но не по весу (в условиях земной гравитации равенство по весу существенно, так как частицы разного веса обычно локализуются в пространственно различных местах), но взаимодействия с плазменными потоками частиц разного размера скорее всего сильно различны. Однако начиная с периода экспериментального открытия плазменных кристаллов, неоднократно отмечались косвенные свидетельства наличия притяжения пылевых частиц. Впервые это обсуждалось в экспериментах [76, 77], где наблюдалось, что при локальном выбивании пылевых частиц плазменного кристалла лазерным лучом они, двигаясь вдоль него, все время стремятся локализоваться в следующих возможных положениях равновесия в кристаллической решетке. Наблюдалось и длительное движение изолированной пылевой частицы вокруг скопления пылевых частиц (скорее всего, суммарный заряд скопления был достаточен для создания плазменного потока к скоплению до величины, обеспечивающей необходимую силу притяжения) [78]. Указания на наличие притяжения публиковались затем в ряде работ [79, 80]. В [61] предлагалось использовать винтовые пылевые структуры небольшого числа больших пылевых частиц в системе многих мелких частиц, удовлетворяющих условию коллективности плазменных потоков. Но такая система сможет детектировать только эффекты, связанные с потоками в плотной системе мелких частиц, в которой большие частицы являются как бы пробными и

требуют измерений большого числа мод в экспериментах в условиях невесомости. Кажется все же, что потребуется некая идея изящного эксперимента для получения парного взаимодействия пылевых частиц в системе многих частиц. Конечно, детальное исследование мод колебаний самих кристаллов могло бы дать весьма большую информацию. Такие эксперименты уже проводятся для трехмерных кристаллов [81] и для двумерных [82, 83] и одномерных [84] кристаллов, однако теория мод колебаний с учетом взаимодействия плазменных потоков до сих пор не развивалась, так что нет предмета для сравнения с теорией (до сих пор использовалось только юкавское экранирование [82–84]).

### 6.5. Возможность измерения притяжения по дисперсии пылевого звука

Не обязательно исследовать моды в кристаллическом состоянии. Наличие притяжения, связанного взаимодействию плазменных потоков и электростатических полей, должно менять дисперсионные уравнения для пылевого звука [85, 86], которые приобретают вид, сходный с уравнениями для гравитационной неустойчивости

$$\omega^2 = k^2 V_{\text{daw}}^2 - 4\pi G_{\text{eff}} n_{\text{d}} m_{\text{d}}, \quad (91)$$

где

$$V_{\text{daw}}^2 = \frac{Z_{\text{d}} P_0 T_{\text{i}}}{m_{\text{d}} (1 + P_0 / (1 + z_0))} \quad (92)$$

— квадрат скорости пылевого звука, а эффективная гравитационная константа  $G_{\text{eff}}$  имеет вид

$$G_{\text{eff}} = \frac{Z_{\text{d}}^2 e^2 k_0^2 \lambda_{\text{Di}}^2}{m_{\text{d}}^2 (1 + P_0 / (1 + z_0))}. \quad (93)$$

Это уравнение можно сравнить с уравнением для обычной гравитационной неустойчивости

$$\omega^2 = k^2 v_s^2 - 4\pi G n m, \quad (94)$$

где  $G$  — обычная гравитационная константа, а  $v_s$  — обычная скорость звука в веществе. Ее оценку можно дать для типичных экспериментальных параметров пылевой плазмы [7–10]:  $a \approx 10$  мкм;  $z_0 \approx 3$ ;  $T_{\text{e}} \approx 3$  эВ;  $m_{\text{d}} \approx 2 \times 10^{-9}$  г;  $P_0 \approx 0,5$ . Тогда  $G_{\text{eff}} \approx 72,6$  дин см<sup>2</sup> г<sup>-2</sup>, т.е. величина  $G_{\text{eff}}$  примерно на девять порядков больше обычной гравитационной постоянной  $G = 6,67 \times 10^{-8}$  дин см<sup>2</sup> г<sup>-2</sup>. Для последней оценки использовано значение максимального коэффициента увлечения для нелинейного экранирования  $\alpha_{\text{dr}} \beta \approx 0,4$  для  $\beta \approx 30–50$  (см. рисунки, приведенные выше для  $\alpha_{\text{dr}}$ ). В общем случае соотношение (91) указывает на наличие достаточно сильного притяжения на малых расстояниях между частицами. Отличие этого притяжения от настоящего гравитационного состоит в том, что оно действует только между пылевыми частицами, тогда как обычная гравитация действует между любыми частицами вещества. Так же, как и для обычной гравитации, путем приравнивания частоты нулю в дисперсионном уравнении (91) мы находим критическое волновое число, когда притяжение становится определяющим и когда для обычной гравитации возникает гравитационная неустойчивость  $k_{\text{eff}} = 2\pi/L_{\text{J,eff}}$ , где  $L_{\text{J,eff}}$  — эффективная длина

Джинса:

$$L_{\text{J,eff}} = 2\pi \frac{\lambda_{\text{Di}}^2}{az_0 P_0} \sqrt{\frac{P_0 \tau (1 + z_0)}{\alpha_{\text{dr}} \alpha_{\text{ch}} (1 - P_0)}}. \quad (95)$$

Она по порядку величины близка и несколько больше межчастичного расстояния в плазменном кристалле.

В связи с этими соотношениями возникает ряд существенных вопросов, на некоторые из которых можно сразу дать ответы, а на некоторые указать перспективы дальнейших исследований.

• Почему до сих пор не использовалось правильное выражение для дисперсионных соотношений для пылевого звука (91), а использовалось только соотношение  $\omega^2 = k^2 V_{\text{daw}}^2$ , полученное путем простой замены массы и температуры в обычном звуке [40–42]? Ответ заключается в том, что с общетеоретической точки зрения в указанных работах [40–42] просто была совершена ошибка — исходное состояние, малые отклонения от которого определяют дисперсионное соотношение для пылевого звука, было определено неправильно или точнее вообще никак не определено. В [40–42] использовалось только условие квазинейтральности, которого, как подробно разъяснено в начале обзора, совершенно недостаточно. Нужно еще использовать условие баланса потоков в уравнении непрерывности, что не было сделано, и это имело какой-то смысл только для ограниченной системы меньшей длины пробега для поглощения потоков. Но в ограниченной системе необходимо учитывать ее неоднородность, что в [40–42] не делалось. Вообще разложение по плоским волнам и волновым векторам  $\mathbf{k}$  имеет смысл в неограниченной системе и может иметь только приближенный смысл в пространственно ограниченной системе. Учет неоднородностей в ограниченной системе составляет один из важных разделов физики плазмы и подробно излагается в монографиях [60]. Результаты [40–42] имеют смысл только в той степени, когда они совпадают с (91), т.е. при тех волновых числах, при которых можно пренебречь эффективной гравитацией, связанной притяжению частиц. Неточность в определении основного состояния сказывается в отсутствие эффективного притяжения. Эта неточность была устранена в [45], но при этом соотношение (91) не было получено из-за того, что было пренебрежено силой увлечения пылевых частиц плазменными потоками, возникающими при распространении возмущений, связанных с пылевым звуком.

• Природа эффективной гравитации при возникновении сил увлечения пылевых частиц в пылевом звуке довольно проста. Нарушение баланса потоков сказывается в уравнении непрерывности потоков как следствие в возмущениях пылевых, ионных концентраций и заряда пылевых частиц. Так что распространение возмущений пылевого звука сопровождается возмущениями плазменных потоков. Из этого следует, что на пылевые частицы действует не только сила электрического поля, как считалось в [40–42, 45], но и сила увлечения, значение которой определяется возмущениями плотности пыли и ионов. Таким образом, возникает замкнутая система линейных соотношений, в которой не только изменения плотностей возбуждают потоки, но и потоки изменяют возбуждения плотностей, что и описывается соотношением (91).

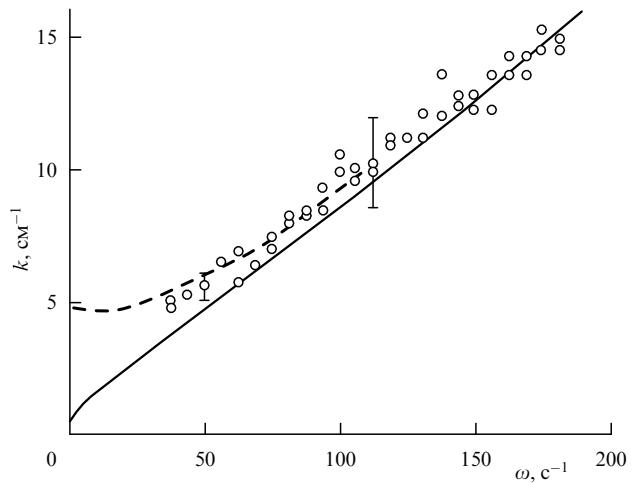
• Нужно отметить, что соотношения, сходные с (91), были ранее получены в [44] для эффектов, связанных теневому притяжению (эффекту Лесажа) со значительно меньшей эффективной гравитационной постоянной. Нужно сразу отметить очевидный факт того, что теневое притяжение для многих частиц применимо только тогда, когда потоки разных частиц не перекрываются, т.е. для размеров системы, много меньших длины свободного пробега относительно поглощения потоков, тогда как (91) применимо в прямо противоположном случае. В этом смысле оба случая дополняют друг друга. Но дисперсионное соотношение [44], как и [40–42], применимо только для больших длин волн и пространственно ограниченных систем.

• Возникает вопрос, не служит ли полученная гравитационная неустойчивость начальной стадией кристаллизации? Это возможно, но возможно и образование сгустков и разрежений плотности плазмы таких, что в каждом сгущении кристаллизация не происходит. Тогда в направлении возникшего сгущения пылевых частиц усиливаются потоки плазмы — электроны быстро перераспределяются, тогда как ионы, притягиваясь к сгущениям отрицательно заряженных пылевых частиц, создают потоки, поддерживающие или усиливающие неоднородности пылевых частиц. Такая неустойчивость является универсальной и впервые исследовалась с учетом всевозможных сил трения в [17] и было показано, что независимо от сил трения неустойчивость всегда существует при  $k = 0$  (так же, как и (91)) и в этом смысле она и является универсальной. Кстати, [17] является первой работой, в которой учитывался баланс мощностей в уравнении для плазменных потоков и было правильно определено основное состояние пылевой плазмы. Универсальность указанной неустойчивости говорит о возможности структуризации пылевой плазмы, аналогично известной структуризации из-за гравитационной неустойчивости [17].

• Можно поставить вопрос, в каком отношении находится джинсовская длина эффективной гравитационной неустойчивости и притяжение пылевых частиц связанное с ней? Буквального соответствия не должно быть, так как потенциальная яма нелинейна, а пылевой звук соответствует линейным возмущениям (в рассчитываемой поляризации пылевых частиц используется условие сферической симметрии, а в пылевом звуке фигурируют плоские волны). Вместе с тем, все зависимости от параметров, таких как  $\lambda_{Di}$ ,  $\tau$  и  $P_0$ , оказываются практически совпадающими. Точно не совсем ясно, как из эффективной гравитационной постоянной получить парное взаимодействие, но можно было бы использовать соотношение, дающее оценку потенциальной энергии притяжения:

$$V = -\frac{m_d^2 G_{\text{eff}}}{r} = -k_0^2 \lambda_{Di}^2 \frac{Z_d^2 e^2}{r}. \quad (96)$$

Этот результат приведен для простоты в пределе, когда  $P_0$  порядка единицы, но он в точности совпадает с ранее приведенным притяжением частиц при учете взаимодействия плазменных потоков и поляризационных полей, так же, как джинсовская длина (95) совпадает с приближенным положением первого минимума потенциальной ямы притяжения. Это, в принципе, можно использовать для измерения притяжения пылевых частиц при использовании (91) для дисперсии пылевого звука.



**Рис. 13.** Зависимость волнового числа от частоты для измерений, проведенных в [89], кружки соответствуют измеренным величинам: сплошная линия соответствует использованной в [89] теоретической модели, штриховая кривая — дисперсионной кривой, которая следует из корректной теории, учитывающей взаимодействия поляризационных полей и полей плазменных потоков, которая приводит к выводу об обращении в нуль частоты при конечных значениях волнового числа — точка пересечения дисперсионной кривой с вертикальной осью позволяет экспериментально измерить интенсивность притяжения пылевых частиц.

• Можно задать вопрос, почему в ранее проведенных экспериментах по обнаружению и измерению дисперсии пылевого звука [87–89] эффект притяжения не был измерен? Ответ на этот вопрос заключается в двух пунктах. Во-первых, эксперименты по пылевому звуку были проведены при параметрах, существенно отличающихся от параметров экспериментов, в которых сейчас наблюдаются пылевые плазменные кристаллы, — они наиболее "приспособлены" для измерения пылевого звука. Во-вторых, не очень драматические изменения этих параметров позволили бы достичь тех значений волновых чисел  $k$ . Размер установки  $L$  и размеры частиц  $a$  были порядка  $L \approx 3$  см,  $a \approx 0,6$  мкм, причем необходимый критерий  $L > \lambda_{Di}$  ( $\lambda_{Di}/aP_0$ ) для  $\lambda_{Di} \approx 34–60$  мкм вполне выполним при  $P_0 = 0,5$  (в эксперименте легко может быть достигнуто  $P_0$  порядка единицы) и выглядит как  $3 \gg 0,6$ . Качественное изменение кривой дисперсии изображено штриховой линией на рис. 13, где приведены экспериментальные точки [87, 88] со сплошной линией, представляющей используемые неточные теоретические кривые.

Видно, что экспериментальные точки имеют тенденцию к "загибу". Штриховая правильная кривая дисперсии оканчивается при экстраполяции  $\omega$  к нулю и дает постоянную величину, связанную с притяжением частиц. Для более отчетливой фиксации притяжения и измерения константы  $k_0$  желательно использовать частицы больших размеров. При размерах 5–10 мкм основной критерий выполняется только с большей точностью, кроме того, длины  $2\pi/k_0$  должны быть доступны измерениям. В экспериментах [87–89] наименьшее из измеряемых значений  $k$  было  $5 \text{ см}^{-1}$ . Оценки  $k_0$  могут быть приведены с помощью разных теоретических моделей. Простейшими из них являются модели линейного экранирования, но (91) справедливо и для нелинейного экранирования. Можно привести следующую оценку  $k_0$  для экспериментов [92, 93]  $\beta \approx 0,4$ ,  $k_0 \approx 1/\lambda_{Di}\sqrt{(1/3\pi)\beta a/\lambda_{Di}} \approx 3–4 \text{ см}^{-1}$ , которая дает зна-

чения длин волн только несколько меньших, чем те, которые соответствуют  $k$  в этих экспериментах (около 5 см<sup>-1</sup>). Если принять, что малое закругление  $\omega$  в наблюдаемой кривой [87, 88] связано с притяжением частиц, то получим при аппроксимации  $\omega \rightarrow 0$  результат  $k_0 \approx 3\text{--}4$  см<sup>-1</sup>. Для пылевых частиц большего размера (около 5–10 мкм) величина  $k_0$  должна быть близкой к 6–8 см<sup>-1</sup> и притяжение пылевых частиц может быть четко измерено даже без очень существенных изменений параметров эксперимента.

Основной вывод заключается в том, что в экспериментах [87–89] притяжение пылевых частиц не могло быть четко измерено. Но кажется, что не очень уж трудно изменить условия, чтобы с достаточной точностью измерить притяжение. Для этого желательно: 1) использовать пылевые частицы больших размеров  $a > 2$  мкм; 2) при возможности увеличить ионную температуру; 3) использовать возможно большую плотность плазмы порядка 10<sup>9</sup> см<sup>-3</sup> для уменьшения дебаевской длины экранирования и увеличения отношения  $a/\lambda_D$ .

При всем этом нужно иметь в виду, что оценки были проведены для определенной модели притяжения и силы увлечения, действующих на пылевую частицу. Так что должны быть предусмотрены возможности того, что другие модели могут давать меньшие значения притяжения и меньшие значения  $k_0$ . Стоит предусмотреть возможность измерения наименьших значений  $k_0$ .

Кристаллические состояния также могут быть использованы для измерения мод, но при этом надо иметь в виду, что волновые числа порядка  $k_0$  соответствуют длине обратной решетки и роль кристаллической структуры может быть существенной. Поэтому в первую очередь нужно исследовать роль притяжения в модах кристаллической решетки плазменных кристаллов.

## 7. Поверхностные эффекты и роль регулярных плазменных потоков

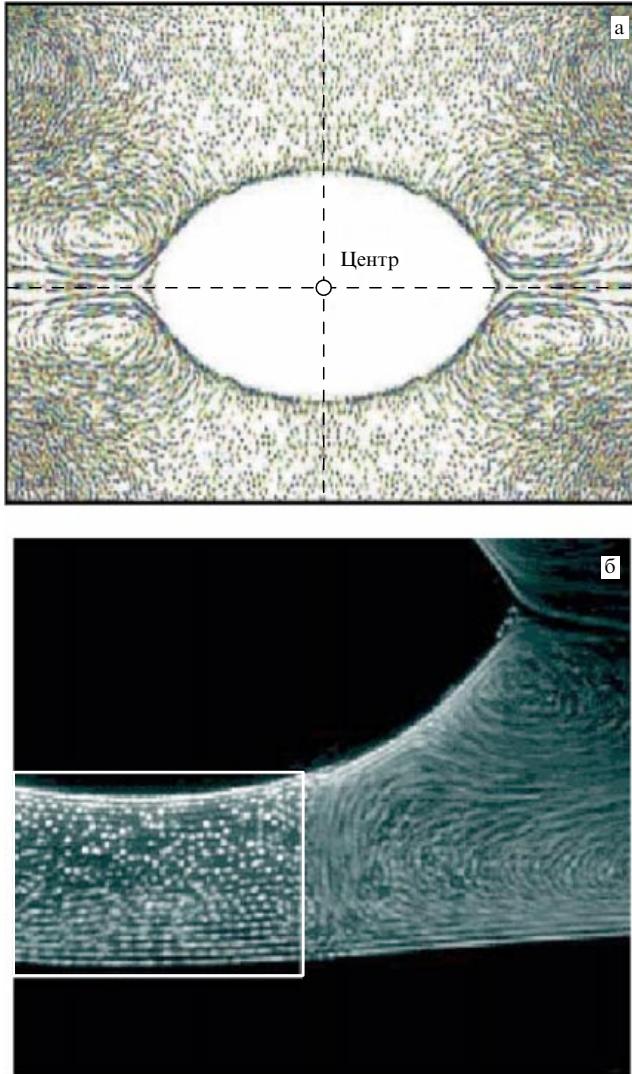
### 7.1. Регулярные плазменные потоки и их генерация пылевыми структурами

Соотношение между регулярными и случайными плазменными потоками может быть достаточно сложным. Источники внешних потоков могут быть локализованными вне плазменной структуры, но могут создаваться и самой структурой. Если источники потоков и источники плазмы распределены достаточно однородно в пространстве пылевой плазмы и длина свободного пробега много меньше существующих неоднородностей или размеров системы, то такие потоки быстро становятся случайными внутри системы. Если источники потоков сосредоточены вне пылевой системы, то на нее воздействуют внешние направленные регулярные потоки. Независимо от возможности существования регулярных внешних потоков плазмы сами плазменные структуры (скопления пылевых частиц) должны генерировать извне также регулярные потоки в направлении структур (скопления пылевых частиц). Действительно, каждая из пылевых частиц в стационарных условиях поглощает плазменный поток определенной величины для поддержания своего заряда. С увеличением числа частиц в скоплении соответственно растет и плазменный поток до тех пор, пока размер структуры не превысит длину свободного пробега потока в структуре. Поверхностным слоем структуры естественно назвать толщину порядка указанной длины свободного пробега. Таким образом, поверх-

ность любого скопления пылевых частиц конечного размера подвержена воздействию создаваемых ею плазменных потоков. Выше мы рассматривали ионизационные процессы как механизм компенсации потерь плазмы на пылевых частицах. Причем рассматривалась однородная ионизация. Пусть ионизация неоднородна и плазменные потоки создаются вне структуры. Тогда стационарные пылевые структуры возникнут как результат баланса генерации потоков вне структуры и поглощения их на структуре.

Исследование существования и баланса сил в каждой точке в таких структурах было впервые проведено путем численного решения точной нелинейной системы уравнения для баланса сил для ионов, электронов и пыли совместно с уравнением зарядки пылевых структур. Эти условия баланса и условия существования равновесных структур исследовались для плоских [71, 72, 90, 91], цилиндрических и сферических [70–72] структур без наличия ионизации в области их существования и с учетом поглощения потоков внутри структур. Это сразу обнаружило, что стационарные и устойчивые структуры существуют при определенных величинах внешних потоков, направленных к структуре, что размеры таких структур определяются длиной свободного пробега потоков, создаваемых фактически самой структурой. Такой результат является вполне естественным. Мы здесь упоминаем о нем для того, чтобы подчеркнуть два обстоятельства. Во-первых, то, что более крупные структуры естественно требуют наличия ионизации внутри структуры и, во-вторых, что поверхностные слои таких структур определяются тем, что случайные потоковые поля, существующие внутри структур, становятся сравнимыми с регулярными потоками, созданными структурой вблизи ее границы. В этом пограничном слое не работает в полной мере то притяжение пылевых частиц, которое обсуждалось ранее, но более существенным становится теневое (лесажевское) притяжение. Поэтому структура поверхностных слоев как кристаллов, так и некристаллических структур является достаточно сложной и пока недостаточно изученной подробно ни теоретически, ни экспериментально. Мы имеем в виду в первую очередь область, где случайные и регулярные потоки имеют один порядок величины. Но довольно очевидно, что присутствие в поверхностных слоях дополнительного внешнего потока на структуру обусловленного зарядом пылевых частиц ее поверхностного слоя должно проявляться как эффективное поверхностное натяжение. О его наличии свидетельствует ряд наблюдений как в плазме СВЧ разрядов [92] (рис. 11б), так и в разрядах прямого тока [5, 93, 105, 107] (рис. 11б) и разрядах при криогенных температурах [94] (в последнем случае электроны имеют температуру несколько эВ, тогда как ионы и газ находятся при низких криогенных температурах) и в работе [92], что иллюстрируется на рис. 11в.

Все это наглядно указывает на тенденцию образования сферических структур и, следовательно, на наличие эффективного поверхностного натяжения. Для оценки поверхностного натяжения  $\sigma$  не надо решать сложные поверхностные проблемы, а можно просто поделить величину потока на структуру на длину свободного пробега потока  $\sigma = n_i T_i u^2 a P / \lambda_{Di}^2$ ,  $u = v_i / \sqrt{2} v_{Ti}$ . Поток определяется скоростью потока, для которой можно использовать данные численных расчетов [95, 86], указывающие на то, что а) скорости потока в условиях малости ион-нейтральных столкновений не превышают средней



**Рис. 14.** (а) Результаты эксперимента на МКС, позволяющие обнаружить большой пылевой ворд; (б) в увеличенном масштабе та часть рис. а, в которой наблюдалось образование пылевого плазменного кристалла.

тепловой скорости ионов; б) в условиях, когда ион-нейтральные столкновения существенны — не превышают скорости звука. Мы ограничимся здесь этой достаточно грубой оценкой скорости потока для оценки поверхностного натяжения. Стоит упомянуть и о другой оценке скорости потока. Как уже отмечалось, пылевые слои изменяют структуру пристеночных слоев, создавая потоки в сторону слоя. Поэтому в земных условиях это соответствует вертикально-устойчивому равновесию, причем в пристеночном слое меняются не только потоки и их направление, но и электростатические поля пристеночного слоя. Равновесие в случае плазменного кристалла осуществляется силами гравитации вертикального поля и воздействием потока на пылевые частицы силой увлечения. Возникает также вопрос не только о вертикальном (по отношению к силе тяжести), но и о горизонтальном балансе. Ясно, что речь идет о поверхностных слоях, так как внутри кристаллы образуются силами притяжения, которые ослабевают к поверхности, но появляются и горизонтальные потоки, которые могут привести к эффектам самоудержания. В этом нет ничего

исключительного, так как примеры численного расчета плазменных структур с удаленными источниками [90, 91] указывают на возможность такого самоудержания. При наличии самоудержания граница является свободной, а кристаллы могут быть названы кристаллами со свободной границей. Вопрос состоит в том, являются ли наблюдаемые в лабораторных экспериментах кристаллы такими кристаллами со свободной границей, связанной с эффективным поверхностным натяжением и реализуется ли указанная возможность создания плазменного кристалла со свободной границей?

Все же во всех лабораторных экспериментах до сих пор использовались слабые поперечные удерживающие поля, однако оценки показывают, что силы, связанные с этими полями, того же порядка, что и силы поверхностного натяжения, т.е. строго говоря, наблюдаемые плазменные кристаллы нельзя отнести к кристаллам со свободной границей. Исключение составляют кристаллы, наблюдавшиеся на Международной космической станции (МКС) в условиях микрогравитации [95] (рис. 14), где не было специальных полей поперек направления на стенку разрядной камеры.

Но распределения потоков и полей в системе при этом не измерялись и утвердительно ответить на вопрос о полном отсутствии удерживающих полей в поперечном направлении трудно. Направление на стенку разряда было выделенным, но никаких изменений межчастичных расстояний в зависимости от расстояния до стенки не наблюдалось. Так что потоки не могли существенно изменить притяжение пылевых частиц в этом направлении и, скорее всего, пылевые частицы существенно изменили структуру пристеночного слоя. В поперечном направлении такие изменения фиксируются и возможно, что наблюдаемый кристалл соответствует кристаллу со свободными границами. На рисунке 14а показан также большой центральный ворд, о механизме формирования которого см. ниже.

## 7.2. Физика формирования пылевых вордов и механизм образования резких границ структур

Пылевым вордом называется структура, в которой полностью (на 100 %) отсутствуют пылевые частицы. Наиболее вероятная физика, связанная с возникновением вордов, — это выметание частиц плазменным потоком. Впервые пылевые ворды были наблюдены для пылевых частиц очень малого размера ( $< 0,1 - 0,3 \text{ мкм}$ ) в работе [96], причем ворды имели, что весьма важно, очень резкие границы. Еще в процессе эксперимента при обсуждении их предварительных результатов было продемонстрировано, что в работе [91] (которая также была в процессе завершения) при численном решении задачи о балансе пылевых структур можно строго показать отсутствие таких решений, которые не имели бы для пылевых частиц нерезких границ. Так возникло сотрудничество и первая работа по физике образования вордов и структур с резкими границами [97]. Такие разрывы принципиально отличны от любых ранее известных разрывов, так как претерпевает разрыв только плотность пыли или ее производные на поверхностях, с одной стороны которых пыль полностью отсутствует. Стоит все же отметить приоритет в физической постановке проблемы Гори [98], который до завершения указанных трех работ [90, 97, 99] сделал доклад в Американском физическом обществе, но без утверждения о резкости границ. Физика образования вордов кажется сейчас простой. При наличии процессов ионизации в центральной области пылевого образования

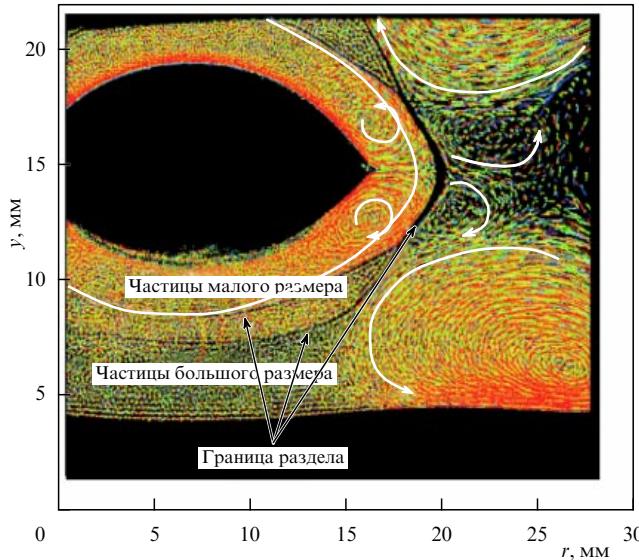


Рис. 15. Результаты эксперимента на МКС с пылевыми частицами двух размеров. Резкие границы войда были предсказаны в [90, 91], а резкая и узкая граница между частицами разного размера была объяснена физически и в результате численных расчетов в [70]. Результаты иллюстрируют генерацию многочисленных пылевых вихрей.

возникает плазменный поток из этой области, который силой увлечения выталкивает пыль, что усиливает поток ионов из центральной области до тех пор, пока не установится полный баланс сил. Положение, в котором такой баланс возникает, соответствует размеру войда. Численные расчеты [97, 71] подтвердили резкость границ войда, но размеры, полученные численными методами, оказались заметно меньше наблюдаемых. Поэтому были различные попытки найти соответствие. При этом наблюдение войдов стало широко распространенным и особый интерес представляло объяснение центрального войда в эксперименте на МКС [95] (см. рис. 14, 15) (на рис. 14 приведено наблюдение войда в экспериментах с пылевыми частицами одинакового размера, тогда как на рис. 15 — для распределения пылевых частиц двух размеров).

Первой возможностью объяснения было то, что войды могут быть обязаны не потокам, а термофоретической силе, что оказалось не укладывавшимся в резкость границ и оценки термофоретических сил [96] в эксперименте. Вторая возможность состояла в предположении о существенной роли ион-нейтральных столкновений. Последние не входят в баланс сил для пылевых частиц, но могли бы косвенно через нелинейные взаимодействия влиять на размеры войдов. Частично это оказалось правильным, но не дало полностью объяснения размеров войдов в экспериментах на МКС [95]. Наконец, третье предположение [101] состояло в том, что для больших частиц, использованных на МКС, в силе увлечения нужно учитывать рассеяние на большие углы, что может значительно увеличить силу увлечения. Следует отметить, что [101] было первой работой, в которой количественно обсуждались процессы рассеяния на большие углы большими зарядами пылевых частиц. Прежде чем обсуждать этот подход следует объяснить, как воздействие потоков может создавать резкие границы [102]. Дело в том, что потоки встречают первые слои плазменного образования, на которых они частично поглощаются, и на следующие поверхностные

слои действует меньшая сила увлечения вплоть до тех расстояний, где потоки полностью поглощаются. Поэтому внешние поверхностные слои пыли будут двигаться быстрее внутренних, сжимая поверхностный слой, делая его достаточно резким. Гидродинамические оценки показывают, что толщина этого слоя по отношению к размеру войда должна иметь порядок  $1/Z_d \ll 1$ , так как в большинстве экспериментов  $Z_d \gg 1$  [90, 91]. Таким образом, существующие подходы используют этот очевидно "грубый" параметр и баланс сил давления и сил увлечения, не вникая в детали кинетического описания, которое может приводить к слабым "ореолам" быстрых ионов и электронов около границ, имея в виду их нетепловое распределение из-за ускорения на пылевых частицах (о проблемах кинетического описания см. последний раздел).

### 7.3. Обсуждение различных подходов к формированию войдов

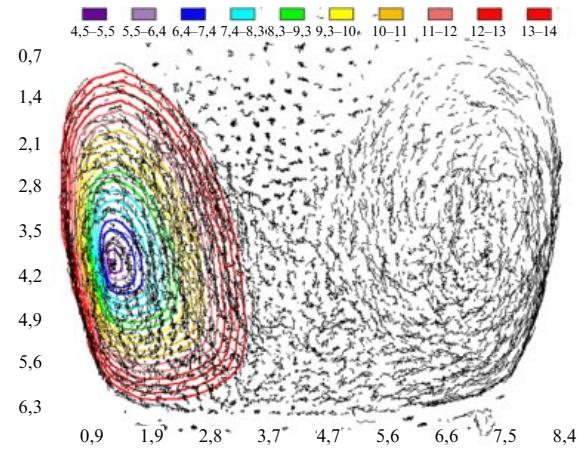
В [101] наиболее важным было утверждение о том, что для зарядов  $Z_d \approx 10^3 - 10^4$  так называемый кулоновский радиус, соответствующий расстоянию, на котором кинетическая энергия ионов порядка кулоновской энергии взаимодействия с пылевыми частицами, оказывается много большим длины дебаевского экранирования  $\lambda_{Di}$  и поэтому важными являются рассеяния на большие углы для прицельных расстояний, много больших дебаевского радиуса. Это утверждение правильно и впервые было сформулировано в [101]. В дальнейшем, однако, использовалось юковское экранирование, тогда как оно как раз и неприменимо при условиях, когда энергия взаимодействия много больше кинетической энергии и рассеяние происходит на большой угол. Полная теория с учетом нелинейного экранирования была изложена выше и дает значение силы увлечения при  $\beta \gg 1$  примерно в 2–4 раза больше, чем для  $\beta \approx 1$  [54, 55]. Этого достаточно для объяснения наблюдений войдов на МКС и больше результата, даваемого юковским экранированием, которое в данном случае неприменимо. Во избежание недоразумений следует отметить две неточности в утверждениях [101], которые касаются сравнения с тем мнимым коэффициентом увлечения, который получался бы экстраполяцией результатов при  $\beta \ll 1$  на случай  $\beta \gg 1$  (которым, кстати, пользовались в большинстве исследований до появления работы [101]). Дело в том, что при  $\beta \ll 1$  результат зависит от кулоновского логарифма, который можно вычислять по-разному: 1) путем рассмотрения столкновений отдельных частиц, когда экстраполяция к  $\beta \gg 1$  дает силу увлечения, стремящуюся к постоянному значению, тогда как истинная сила много больше фиктивной, полученной экстраполяцией; 2) путем использования кулоновского логарифма Ландау–Балеску, когда экстраполяция дает для силы увлечения результат  $\propto 1/\beta$  — много меньший, чем истинное значение; 3) учет того, что для пылевых частиц даже при  $\beta \ll 1$  существует небольшая область прицельных параметров меньших  $\lambda_{Di}$ , для которых рассеяние происходит на большие углы, когда экстраполяция дает силу увлечения  $\propto \beta$  и правильное значение силы увлечения меньше той, которая экстраполируется из ее выражения для  $\beta \ll 1$ . Таким образом, правильным является последний случай и всегда нелинейность уменьшает коэффициент увлечения. Фактически, в разных работах использовались различные неправильные экстраполяции, в частности, и те, которые отмечены в [101]. Все это не имеет большого значения по сравнению с фиктив-

ными неверными значениями для силы увлечения. Согласно [54] использование правильной силы увлечения с нелинейным экранированием приводит к удовлетворительному соответвию с наблюдаемыми размежами войдов.

При таком сравнении существен не только эффект [101] с учетом нелинейности экранирования [54], но и наличие зависимости силы увлечения от дрейфовой скорости ионов. В области войда численные расчеты [93, 99] всегда показывают, что как величина напряженности электрического поля, так и дрейфовая скорость, определяющая поток ионов, нарастают довольно быстро от центра войда. Обе силы направлены противоположно друг другу и электрическое поле нарастает быстрее от центра войда, так что равновесие во всех численных расчетах всегда существовало даже без уточнения силы увлечения — оно и определяло силу увлечения [54], которая помимо всего существенно зависит от величины дрейфовой скорости на поверхности войда. Эти расчеты показывают, что сила увлечения на войде может быть значительно увеличена из-за большой величины скорости дрейфа и подчас не так уж и необходимо увеличение коэффициента увлечения для получения самосогласованной картины образования войдов. Нужно также отметить, что согласно [97, 99] сила увлечения существенно зависит от заряда пылевых частиц, значение которого зависит от плотности электронов и ионов на поверхности войда, что также регулируется самосогласованностью распределения всех параметров внутри и вне войда. Самосогласованная теория, учитывающая зависимость всех параметров от расстояния от центра внутри и вне войда, регулирует и значение заряда пылевых частиц на поверхности войда, что также существенно влияет на предсказания его размера. Такие численные исследования позволили определить зависимость размеров войдов как функцию использованной мощности ионизации, что оказалось в удовлетворительном соглашении с наблюдениями [103]. Дальнейший шаг состоял в выдвижении концепции виртуальных войдов [104], т.е. мнимых поверхностей, для которых выполняется баланс сил для пылевых частиц, хотя на таких поверхностях частиц нет. Удалось провести эксперименты, показывающие, что отдельные частицы релаксируют и остаются на поверхности виртуальных войдов [105], проследить как слой около поверхности виртуального войда утолщается при увеличении числа инжектируемых частиц, что связано с их взаимодействием, обязанным возникновению взаимодействия потоков и электростатических полей.

#### 7.4. Конвективные пылевые ячейки вблизи поверхностей структур

Поверхности структур могут быть окружены конвективными ячейками пылевых частиц. Возникновение конвекции впервые обсуждалось в [106] и ячейки ярко видны в экспериментах на МКС [95]. Природа конвекции состоит в непотенциальности электростатических полей из-за пространственной зависимости зарядов пылевых частиц  $e\mathbf{V} \times Z_d \mathbf{E} = e[\mathbf{V}Z_d \times \mathbf{E}]$ . Расчеты показывают, что на границе структур распределение зарядов пространственно неоднородно. Для цилиндрических кристаллов хорошие конвективные ячейки наблюдались наиболее отчетливо в [107] (рис. 16), а их объяснение в рамках теории самосогласованных цилиндрических структур было получено в численных расчетах [108–110], и при других неоднородностях зарядов пылевых частиц в исследованиях Ваулиной [111–113].



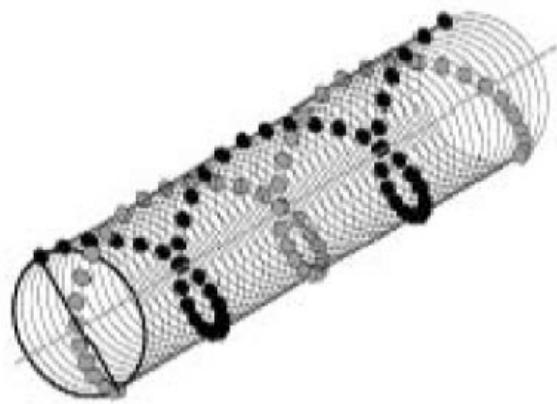
**Рис. 16.** Одна из конвективных ячеек, обнаруженных в цилиндрических разрядах [107], различная степень затемнения соответствует различным скоростям пылевых частиц, указанным в верхней части рисунка в  $\text{мм с}^{-1}$ . В зависимости от параметров разряда в центральной его части может быть либо локализован цилиндрический пылевой кристалл, либо достаточно хаотическое распределение пылевых частиц. Конвективные ячейки находятся одна над другой с размежами, меняющимися из-за гравитации в вертикальном направлении.

Цилиндрические структуры возбуждают потоки плазмы к оси цилиндра, которые могут привести к самоудержанию. При условиях, когда размеры цилиндра в разряде с пылевыми частицами меньше длины свободного пробега, образуются винтовые кристаллоподобные структуры [114–116].

#### 7.5. Проблемы двумерных и винтовых кластеров

Самыми простыми и достаточно изученными объектами являются двумерные кластеры, которые как бы представляют собой в голом виде поверхностный слой [117–119]. Однако кластеры также изучаются в условиях поперечного удержания (обычно параболического электростатического потенциала) и пока в условиях земной гравитации, что приводит к необходимости использовать левитацию частиц в электрическом поле пристеночного электростатического поля, создающего достаточно большой поток ионов на стенку. Изучались как кластеры с очень небольшим числом частиц (от двух), так и до чисел частиц, превышающих 150. Иногда последние называются плоскими пылевыми кристаллами, тогда как при небольшом числе частиц кластеры проявляют оболочечную структуру, как в атомах обычного вещества (но при наличии внешнего поперечного удержания). При небольшом числе частиц, по-видимому, можно суммировать парные взаимодействия частиц, тогда как при большом их числе остается неясной роль коллективности потоков, так как в направлении перпендикулярном плоскости кластера (вдоль внешнего потока) такая коллективность явно не имеет места, тогда как в плоскости кластера имеется взаимное затенение потоков при поперечном размере кластера, много большем длины пробега потока поперек кластера. Но имеющаяся анизотропия не позволяет использовать результаты, полученные выше, для изотропных потоков. Эта проблема остается нерешенной теоретически. Но теневое (лесажевское) притяжение в плоскости кластера, по-видимому, работает, но все же в модифицированном виде. При известном виде парного взаимодействия существует

общая теория равновесия в модах коллективных колебаний кластера, которая широко используется в теоретических исследованиях двумерных кластеров [116–119]. Основным вопросом является определение вида парного взаимодействия при наличии сильного потока поперек плоскости кластера. По-видимому, здесь существенную роль могут играть и столкновения перезарядки [120, 121]. Однако, как уже обсуждалось выше, должно существовать две области около пылевой частицы — область доминирования поля самой частицы, где распределение потенциала примерно изотропно и сферически симметрично, и область между расстояниями порядка длины свободного пробега и нелинейного радиуса, где с необходимостью должна осуществляться существенная перестройка распределения ионного потока. Примеры такого резкого изменения известны и, как правило, не обходятся без разрывов параметров ионного распределения. Исследование таких разрывов пока отсутствует и можно только предполагать их возникновение по аналогии с другими примерами. Но вытянутость распределений ионов вдоль потоков на больших расстояниях, по-видимому, неизбежна. Она получила название кильватерного следа и впервые была исследована для потоков, превышающих скорость звука, в [122–125]. В этом случае кильватерный след представляет собой просто черенковское излучение ионно-звуковых волн. Но впоследствии оказалось, что превышение скорости звука не является необходимым условием появления кильватерного вытягивания распределения с концентрацией положительного заряда в следе. В плоских кластерах возможны как моды колебаний при смещении пылевых частиц в плоскости кластера, так и моды, при которых пылевые частицы смещаются перпендикулярно плоскости кластера. Последние подвержены взаимодействиям, связанным с наличием кильватерного следа, а взаимодействие поперечных и продольных мод согласно [126] может приводить к переходу кластера из упорядоченного распределения частиц в неупорядоченное (плавление кластера). Такое явление наблюдалось экспериментально и его объяснение предложено в [126]. Также специально проведенные эксперименты [127, 128] подтвердили наличие взаимодействия частиц, расположенных ниже двумерного слоя с кильватерным полем частиц слоя. Все это говорит об особых физических процессах в плоских кластерах и их отличии от тех, которые могут иметь место в больших системах. Кильватерное притяжение частиц было предложено для объяснения иногда наблюдаемого выравнивания распределения частиц в кристаллах, образованных в пристеночных слоях [129], и даже в качестве модели плазменных кристаллов в [130]. Но как уже отмечалось, перенос такого эффекта на большие системы не обоснован, так как в таких системах, как правило, в пристеночном слое должна иметь место инверсия ионного потока и в области кристалла величина потока является малой. Это не относится к плоским кластерам, которые в лабораторных экспериментах при наличии земного тяготения в пристеночном слое находятся в поле достаточно больших плазменных потоков. Для интерпретации таких экспериментов в первую очередь нужно знать ответ о характере взаимодействий частиц при нелинейном обтекании большого заряда потоком. Как отмечалось, такая задача, скорее всего, не может быть решена без использования кинетического подхода с исследованием появления неустойчивостей и случайных полей, связанных с ними (другими словами, необходимо развить подход о



**Рис. 17.** Схематическое изображение двухзаходной пылевой винтовой структуры, аналогичной ДНК. Бифуркации винта, обнаруженные в [61], могут служить аналогом элементов памяти и использоваться для моделирования эволюции биологических систем.

турбулентном обтекании потоком больших зарядов). В этом отношении численное моделирование методом укрупненных частиц [131] вряд ли будет достаточно адекватным, так как требуется точное прослеживание деталей развития турбулентных полей, которое для реальных систем значительно отличается от численного моделирования при использовании укрупненных частиц.

Было бы наиболее оптимальным проводить эксперименты в условиях микрогравитации. Но тогда нет смысла в использовании плоской геометрии и наиболее естественной была бы цилиндрическая. Цилиндрические кластеры сейчас подробно изучены как при помощи численного моделирования, так и аналитически [114–116]. При наличии дополнительной степени свободы вдоль оси, перпендикулярно к плоскости кластера возникают винтовые кластеры, один из примеров которых изображен схематически на рис. 17. При увеличении числа частиц в плоскости таких структур они переходят в цилиндрические пылевые кристаллы. При изучении таких структур в условиях микрогравитации, в принципе, можно избавиться от систем с большими потоками и использовать известные взаимодействия частиц. Такие эксперименты планируются на МКС [132].

## 7.6. Процессы самоорганизации в пылевой плазме и максимальные размеры пылевых кристаллов

Естественно предполагать, что разбиение пылевой плазмы на совокупность пылевых структур и вордов является конечной нелинейной стадией развития универсальной неустойчивости структуризации [17]. Отдельные структуры являются наиболее пригодными для исследований явлений самоорганизации. Они являются сильно диссипативными в силу большой скорости поглощения потоков на структуре. Питанием таких структур являются эти потоки. Системы являются открытыми и могут служить для моделирования процессов самоорганизации. Для этого в первую очередь необходимо изучать взаимодействия таких структур и их эволюцию. Особый интерес могут представить винтовые структуры с бифуркациями угла поворота [112–115]. Изучение таких структур может служить для моделирования биологических систем. Два последних раздела содержали по необходимости довольно краткое изложение

достаточно большого раздела физики. Мы выделили только те моменты, которые непосредственно относятся к проявлению плазменных потоков в образовании и структуре пылевых образований.

## 8. Обсуждение перспектив дальнейших исследований

### 8.1. Нелинейные взаимодействия плазменных потоков и поляризационных полей — разрывы и особые линии

Из всего изложенного ясно, что в пылевой плазме возникла довольно новая и интересная для приложений концепция взаимодействия плазменных потоков и электростатических полей, многие аспекты которой еще находятся в начальной стадии развития. Однако проявление уже обнаруженных явлений столь разнообразно, что можно предполагать в будущем интенсивное развитие этого направления. До сих пор не решены многие теоретические проблемы. Нелинейные уравнения для такого взаимодействия получены только в простейших предположениях и полностью не исследованы. Известны многие сюрпризы, которые могут иметь нелинейные взаимодействия, и в первую очередь появление определенных особенностей, особых поверхностей и т.д. Конечно, они должны иметь физические причины, но их исследования пока отсутствуют. Известно, что даже простые уравнения гидродинамики имеют разрывы в виде ударных волн, тангенциальных разрывов и т.д. Можно ожидать определенных "сюрпризов" и при описании нелинейных взаимодействий потоков и электростатических полей. Единственно, что сейчас четко понято — это то, что такое взаимодействие, действительно, является нелинейным.

### 8.2. Развитие кинетики пылевой плазмы

Большие усилия были в прошлом направлены на построение кинетики пылевой плазмы [29]. Основная идея состояла в учете эффектов плазменных потоков и зарядки пылевых частиц. Были получены новые интегралы столкновений и получено много новых качественных результатов. Однако непосредственное их использование для описания наиболее важных эффектов притяжения пылевых частиц не было достигнуто благодаря тому, что рассеяние ионов на пылевых частицах в исходных подходах трактовалось как рассеяние на малые углы и, следовательно, результаты теории относились только к пределу  $\beta \ll 1$ . В исходной идеологии работ [29, 30] был заложен новый подход о разделении флуктуаций на высокочастотные, обязаные движению ионов и электронов, и низкочастотные, обязаные пылевым частицам. В полной мере эта идеология не была использована, так как условия на  $\beta$ , как легко видеть, касаются высокочастотных флуктуаций. Вполне возможно обобщение этой теории на случай  $\beta \gg 1$ , если в исходных соотношениях учесть рассеяния ионов на большие углы. Согласно описанному выше нелинейному рассеянию, оно определяется частотой  $\pi R_{\text{pl}}^2(\beta, v, v)$  (выше вместо  $v$  использовалась другая переменная  $u = v/\sqrt{2} v_T$ , но несложно определить и зависимость сечения от скорости  $v$  вне зависимости от предположения о тепловом распределении ионов). Можно предложить несколько простых моделей для описания рассеяния на большие углы, учитывая, например, то, что при радиусах больших  $R_{\text{pl}}$  рассеяние на малые углы происходит в тонком слое и им можно пренебречь. К примеру, в качестве такой модели может

служить предположение о том, что рассеяние на большие углы можно аппроксимировать обратным рассеянием. Это предположение дает небольшую ошибку в сечении в виде коэффициента порядка единицы. Тогда в стартовом уравнении нужно использовать дополнительный член, описывающий обратное рассеяние и пропорциональный  $f_i(v) - f_i(-v)$ . Это показывает, что ограничение  $\beta \ll 1$  может быть полностью снято и кинетическая теория может быть развита для произвольных  $\beta$ . Это обобщение потребует достаточного объема работ, как показывает уже имеющийся опыт по развитию теории в пределе  $\beta \ll 1$ , однако такое развитие весьма необходимо для кинетической трактовки взаимодействия потоков и электростатических полей.

Предстоит также развивать кинетику ограниченной пылевой плазмы и кинетическое описание наблюдаемых резких границ. Многое здесь будет зависеть от нетеплового распределения ионов и электронов вблизи границ, ускоряемых пылевыми частицами в объеме плазмы. Должны быть в первую очередь определены кинетические граничные условия на функции распределения. Одно из первых доказательств возможности существования резких границ при кинетическом описании дано в работе [133].

### 8.3. Взаимодействия пылевых структур и поликристаллы

Другой важной проблемой является исследование взаимодействия самоорганизованных пылевых структур различного вида, включая структуры различной геометрической конфигурации и винтовые кластеры. Это может быть использовано для моделирования биологических структур и возможного использования винтовых структур для передачи информации. Вопрос о динамике образования самоорганизованных структур требует также детального исследования — линейная теория универсальной неустойчивости [17] пылевой плазмы указывает только на начальную стадию такого возможного процесса. В связи с этим ограниченные по размерам пылевые кристаллы также должны рассматриваться как самоорганизованные пылевые образования. В связи с универсальностью структуризационной неустойчивости [17] возникает вопрос о возможном максимальном размере пылевого монокристалла и вопрос о том, не будут ли большие пылевые кристаллы всегда поликристаллами?

### 8.4. Экспериментальные проблемы диагностики параметров пылевой плазмы

Существующие экспериментальные данные, несмотря на их многообразие, являются по сути дела весьма бедными, так как дают достаточно полную информацию о пылевых частицах, но лишь беглую и подчас оценочную информацию о других компонентах — распределениях электронов и ионов. Вместе с тем, эта информация являлась бы весьма важной для детальных сравнений теории и эксперимента. Можно, конечно, предположить, что в силу самоорганизации распределения электронов и ионов в определенной степени определяются распределением пылевых частиц. Но наличие и степень самоорганизации само должно быть предметом исследований.

### 8.5. Новые технологии и новые проявления в астрофизике

Полное понимание физики взаимодействия потоков и электростатических полей может привести к новым

технологическим достижениям и созданию новых материалов. Мы здесь не можем на этом останавливаться, отсылая читателя к ряду существующих обзоров [3, 134–136], из которых можно почерпнуть, какие разнообразные технологические применения имеет пылевая плазма. Читатель может представить себе сам, как понимание физики взаимодействия потоков и электростатических полей может видоизменить эти приложения или определить новые приложения. Здесь трудно это излагать ввиду ограниченности места.

Что касается астрофизики, то важная роль пылевой компоненты общепризнана [137–141], пыль существенно определяет процессы в межзвездной среде, образование звезд и планет, структуры планетарных колец и многое другое. Пылевые облака хорошо исследуются по инфракрасному космическому излучению, для исследования которого в последнее время используются недавно запущенные инфракрасные телескопы "Спитцер". Мы здесь в качестве примеров существенной роли до сих пор пренебрегаемых взаимодействий электростатических полей и плазменных потоков приведем только доказательства ошибочности некоторых используемых мифов:

1) взаимодействие пылевых частиц малосущественно, если расстояния между ними превосходят дебаевский радиус экранирования — последнее, очевидно, неверно, так как взаимодействия потоков и электростатических полей распространяются на значительно большие расстояния;

2) наблюдаемая структуризация пылевых облаков не связана со взаимодействием пылевых частиц — ясно, что новая эффективная гравитационная неустойчивость, связанная с притяжением частиц, может быть ответственна за такую структуризацию;

3) образование больших скоплений пылевых частиц не происходит — ясно, что самоорганизованные пылевые сферические структуры могут существовать как полностью сбалансированные по всем компонентам равновесные структуры (как бы пылевые звезды) и их учет в балансе темной материи должен быть оценен;

4) есть и много других примеров, таких как объяснение наблюдаемой агломерации пыли за фронтом ударных волн и роль притяжения пылевых частиц в такой агломерации, образование планет и т.д. (см. [137, 142, 143]). Опять-таки это составляет слишком большую тему, чтобы ее затрагивать подробно.

## Список литературы

1. Цытович В Н УФН **167** 57 (1997)
2. Цытович В Н, Винтер Й УФН **168** 899 (1998)
3. Цытович В Н, Морфила Г Е, Томас Х Физ. плазмы **28** 675 (2002); Морфила Г Е, Цытович В Н, Томас Х Физ. плазмы **29** 3 (2003); Томас Х, Морфила Г Е, Цытович В Н Физ. плазмы **29** 963 (2003); Цытович В Н, Морфила Г Е, Томас Х Физ. плазмы **30** 877 (2004)
4. Фортов В Е и др. УФН **174** 495 (2004)
5. Fortov V E et al. Phys. Rep. **421** 1 (2005)
6. Tsytovich V N, in *Proc. of the NATO Advanced Research Workshop on the Formation, Transport and Consequences of Particles in Plasmas, Chateau de Bonas, Castera-Verduzan, France, 30 Aug.–3 Sept. 1993, Abstracts; Comments Plasma Phys. Control. Fusion* **15** 349 (1994)
7. Thomas H et al. Phys. Rev. Lett. **73** 652 (1994)
8. Chu J H, Lin I Physica A **205** 183 (1994)
9. Hayashi Y, Tachibana K Jpn. J. Appl. Phys. **33** L804 (1994)
10. Fortov V E et al. Phys. Lett. A **219** 89 (1996)
11. Melandsø M, Aslaksen T K, Havnes O J. Geophys. Res. **98** 13315 (1993)
12. Гуревич А В, Парийская Л В, Питаевский Л П ЖЭТФ **49** 647 (1965)
13. Bernstein I B, Rabinowitz N Phys. Fluids **2** 112 (1959)
14. Ходатаев Я К и др. Физ. плазмы **22** 1028 (1996)
15. Selwyn G S, in *Proc. of the NATO Advanced Research Workshop on the Formation, Transport and Consequences of Particles in Plasmas, Chateau de Bonas, Castera-Verduzan, France, 30 Aug.–3 Sept. 1993; Plasma Sources Sci. Technol.* **3** 340 (1994)
16. Nefedov A P et al. New J. Phys. **5** 33 (2003)
17. Морфила Г Е, Цытович В Н Физ. плазмы **26** 727 (2000)
18. Tsytovich V N *Lectures on Non-Linear Plasma Kinetics* (Berlin: Springer, 1995)
19. Hamaguchi S *Comments Plasma Phys. Control. Fusion* **18** 95 (1997)
20. Ландау Л Д, Лишиц Е М *Электродинамика сплошных сред* (М.: Наука, 1970)
21. Tsytovich V N, Vladimirov S V *Comments Mod. Phys. Pt. C: Comments Plasma Phys. Control. Fusion* **2** C15 (2000)
22. LeSage G L "Lucrece Newtonien" *Nouveaux Mémoires de l'Acad. R. Sci. Belle Lett.* (Berlin) 404 (1782)
23. Игнатов А И Кратк. сообщ. по физ. ФИАН (1–2) 58 (1995)
24. Tsytovich V N, Khodataev Ya K, Bingham R *Comments Plasma Phys. Control. Fusion* **17** 249 (1996)
25. Lampe M et al. Phys. Rev. Lett. **86** 5278 (2001)
26. Choi S J, Kushner M J J. Appl. Phys. **75** 3351 (1994)
27. Khodataev Ya K et al. Phys. Scripta **T89** 95 (2001)
28. Khrapak S A et al. Phys. Rev. E **72** 016406 (2005)
29. Tsytovich V N, de Angelis U Phys. Plasmas **6** 1093 (1999); **7** 554 (2000); **8** 1141 (2001); **9** 2497 (2002); **11** 496 (2004)
30. Tsytovich V N et al. Phys. Plasmas **12** 112311 (2005)
31. Гинзбург В Л ЖЭТФ **10** 597 (1940)
32. Тамм И Е, Франк И М ДАН СССР **14** 107 (1937); УФН **93** 388 (1967)
33. Гинзбург В Л, Франк И М ЖЭТФ **16** 15 (1946)
34. Гинзбург В Л, Цытович В Н ЖЭТФ **65** 132 (1973)
35. Гинзбург В Л, Цытович В Н *Переходное излучение и переходное рассеяние* (М.: Наука, 1984)
36. Акопян А В, Цытович В Н ЖЭТФ **71** 166 (1976)
37. *Поларизационное тормозное излучение частиц и атомов* (Под ред. В Н Цытовича, И М Ойрингеля) (М.: Наука, 1987)
38. Цытович В Н ЖЭТФ **121** 1080 (2002)
39. Bingham R, Tsytovich V N, de Angelis U, Forlani A, Mendonça J T Phys. Plasmas **10** 3297 (2003)
40. Rao N N, Shukla P K, Yu M Y Planet. Space Sci. **38** 543 (1990)
41. Shukla P K, Silin V P Phys. Scripta **45** 508 (1992)
42. Rosenberg M Planet. Space Sci. **41** 229 (1993)
43. Tsytovich V, Havnes O *Comments Plasma Phys. Control. Fusion* **18** 267 (1993)
44. Tsytovich V et al. *Comments Plasma Phys. Control. Fusion* **17** 287 (1966)
45. Tsytovich V N, Watanabe K Contrib. Plasma Phys. **43** 51 (2003)
46. Цытович В Н, Морфила Г Е Физ. плазмы **28** 195 (2002)
47. Цытович В Н Письма в ЖЭТФ **78** 1283 (2003)
48. Castaldo C, de Angelis U, Tsytovich V N Phys Rev. Lett. **96** 075004 (2006)
49. Цытович В Н ЖЭТФ **131** 312 (2007)
50. Tsytovich V et al. Contrib. Plasma Phys. **46** 280 (2006)
51. Альперт Я Л, Гуревич А В, Питаевский Л П *Искусственные спутники в разреженной плазме* (М.: Наука, 1964)
52. Lampe M et al. Phys. Plasmas **10** 1500 (2003)
53. Laframboise J G, Parker L W Phys. Fluids **16** 629 (1973)
54. Tsytovich V et al. Phys. Plasmas **12** 112311 (2005)
55. Tsytovich V et al. Phys. Plasmas **12** 092106 (2005)
56. Ratynskaia S et al. Phys. Plasmas **13** 104508 (2006)
57. Райзер Ю П *Физика газового разряда* (М.: Наука, 1973)
58. Lampe M et al. Phys. Rev. Lett. **86** 5278 (2001)
59. Goree J Plasma Sources Sci. Technol. **3** 400 (1994)
60. Михайловский А Б *Теория плазменных неустойчивостей* (М.: Атомиздат, 1985) [Mikhailovskii A B *Theory of Plasma Instabilities* (New York: Consultants Bureau, 1974)]
61. Tsytovich V, Gusein-Zade N, Morfill G IEEE Trans. Plasma Sci. **PS-32** 637 (2004)
62. Khrapak S A et al. Phys. Rev. Lett. **90** 225002 (2003)
63. Ivlev A V et al. Phys. Rev. E **71** 016405 (2005)
64. Tsytovich V, Ivlev A, Kompaneets R Contrib. Plasma Phys. (2006) (in press)
65. Tsytovich V, Morfill G, in *Invited Papers from the 31st European Physical Society Conf. on Plasma Physics, London, UK, 28 June–2 July 2004; Plasma Phys. Control. Fusion* **46** (12B) B527 (2004)
66. Tsytovich V Contrib. Plasma Phys. **45** 533 (2005)
67. Tsytovich V N, Kompaneets R Contrib. Plasma Phys. **45** 544 (2005)
68. Цытович В Н Письма в ЖЭТФ **81** 563 (2005)
69. Tsytovich V N, in *Intern. Conf. on Strongly Coupled Coulomb Systems, Moscow, Russia, 20–24 June 2005; J. Phys. A: Math. Gen.* (Eds V E Fortov, K I Golden, G E Norman) **39** (17) 4501 (2006)
70. Morfill G, Tsytovich V N Phys. Plasmas **9** 4 (2002)
71. Tsytovich V N et al. New J. Phys. **5** 66 (2003)

72. Цытович В Н *Физ. плазмы* **31** 157 (2005)
73. Bachet G, Chériger L, Doveil F *Phys. Plasmas* **2** 1782 (1995)
74. Ogata S, Ichimaru S *Phys. Rev. A* **42** 4867 (1990)
75. Konopka U, Morfill G E, Ratke L *Phys. Rev. Lett.* **84** 891 (2000)
76. Law D et al., in *XXIII Intern. Conf. on Phenomena in Ionized Gases, ICPIG, Proc., Contributed Papers*, Vol. 1 (1997) p. 192
77. Tomme E B, Annaratone B M, Allen J E *Plasma Sources Sci. Technol.* **9** 87 (2000)
78. Annaratone B, Allen J, Private communication (1999)
79. Hayashi Y, Sawai A, in *Frontiers in Dusty Plasmas: Proc. of the Second Intern. Conf. on the Physics of Dusty Plasmas — ICPDP-99, Makone, Japan, 24–28 May 1999* (Eds Y Nakamura, T Yakota, P K Shukla) (Amsterdam: Elsevier, 2000) p. 83
80. Annaratone B M et al. *Phys. Rev. E* **63** 036406 (2001)
81. Nunomura S, Samsonov D, Goree J *Phys. Rev. Lett.* **84** 5141 (2000)
82. Melzer A, Trottnerberg T, Piel A *Phys. Lett. A* **191** 301 (1994)
83. Homann A, Meltzer A, Piel A *Phys. Rev. E* **59** R3835 (1999)
84. Schweigert V A et al. *Phys. Rev. E* **54** 4155 (1996)
85. Tsytovich V N *Contrib. Plasma Phys.* (2006) (in press)
86. Tsytovich V N *Phys. Scripta* **74** C81 (2006)
87. Merlino R L et al. *Phys. Plasmas* **5** 1607 (1998)
88. Barkan A, Merlino R L, D'Angelo N *Phys. Plasmas* **2** 3563 (1995)
89. D'Angelo N *Planet. Space Sci.* **42** 507 (1994)
90. Tsytovich V *Comments Plasma Phys. Control. Fusion Pt. C: Comments Mod. Phys.* **1** 41 (2000)
91. Цытович В Н *Физ. плазмы* **26** 712 (2000)
92. Morfill G E, Konopka U, Kretschmer M *New J. Phys.* **8** 7 (2004)
93. Vaulina O S et al. *New J. Phys.* **5** 82 (2003)
94. Antipov S N et al., in *New Vistas in Dusty Plasmas: Proc. of the Fourth Intern. Conf. on the Physics of Dusty Plasmas, Orléans, France, 13–17 June 2005* (AIP Conf. Proc., Vol. 799, Eds L Boufendi, M Mikian, P K Shukla) (Melville, NY: AIP, 2005) p. 125
95. Nefedov A P et al. *New J. Phys.* **5** 33 (2003)
96. Samsonov D, Goree J *Phys. Rev. E* **59** 1047 (1999)
97. Goree J et al. *Phys. Rev. E* **59** 7055 (1999)
98. Goree J, in *American Physical Society, 41st Annual Meeting of the Division of Plasma Physics, November 15–19, 1999, Seattle, WA, Abstract H12.02* (1999)
99. Tsytovich V N et al. *Phys. Rev. E* **63** 056609 (2001)
100. Tsytovich V N *Phys. Scripta* **T89** 89 (2001)
101. Khrapak S A, Ivlev A V, Morfill G E *Phys. Rev. E* **70** 056405 (2004)
102. Tsytovich V, in *Frontiers in Dusty Plasma: Proc. of the Second Intern. Conf. on the Physics of Dusty Plasmas — ICPDP-99, Makone, Japan, 24–28 May 1999* (Eds Y Nakamura, T Yakota, P K Shukla) (Amsterdam: Elsevier, 2000) p. 47
103. Tsytovich V N, Vladimirov S V, Morfill G E *ЖЭТФ* **129** 378 (2006)
104. Vladimirov S V, Tsytovich V N, Morfill G E *Phys. Plasmas* **12** 052117 (2005)
105. Morfill G E et al. *New J. Phys.* **8** 7 (2006)
106. Bouchoule A, Morfill G, Tsytovich V *Comments Mod. Phys. Pt. C: Comments Plasma Phys. Control. Fusion* **1** 131 (2000)
107. Vasiliev M M, Antipov S N, Petrov O F *J. Phys. A: Math. Gen.* **39** 4539 (2006)
108. Tsytovich V et al. *Phys. Plasmas* **13** 032305 (2006)
109. Tsytovich V et al. *Phys. Plasmas* **13** 032306 (2006)
110. Vladimirov S V et al., in *New Vistas in Dusty Plasmas: Proc. of the Fourth Intern. Conf. on the Physics of Dusty Plasmas, Orléans, France, 13–17 June 2005* (AIP Conf. Proc., Vol. 799, Eds L Boufendi, M Mikian, P K Shukla) (Melville, NY: AIP, 2005) p. 117
111. Баулина О С и др. *Физ. плазмы* **30** 988 (2004)
112. Баулина О С, Петров О Ф, Фортов В Е *ЖЭТФ* **125** 584 (2004)
113. Гусейн-заде Н Г, Цытович В Н *Физ. плазмы* **31** 432 (2005)
114. Цытович В Н, Гусейн-заде Н Г *Физ. плазмы* **31** 889 (2005)
115. Гусейн-заде Н Г, Цытович В Н, Амиранашвили И Г *Кратк. сообщ. по физ. ФИАН* (7) 3 (2006)
116. Гусейн-заде Н Г, Цытович В Н *Физ. плазмы* **32** 727 (2006)
117. Peters S et al. *Phys. Lett. A* **223** 389 (1996)
118. Piel A, Melzer A *Plasma Phys. Control. Fusion* **44** R1 (2002)
119. Melzer A, Klindworth M, Piel A *Phys. Rev. Lett.* **87** 115002 (2001)
120. Ivlev A V et al. *Phys. Rev. Lett.* **92** 205007 (2004)
121. Ivlev A et al. *Phys. Plasmas* **14** (2007) (in press)
122. Vladimirov S V, Nambu M *Phys. Rev. E* **52** R2172 (1995)
123. Vladimirov S V, Ishihara O *Phys. Plasmas* **3** 444 (1996)
124. Ishihara O, Vladimirov S V *Phys. Plasmas* **4** 69 (1997)
125. Schweigert I V et al. *Phys. Rev. E* **62** 1238 (2000)
126. Ivlev A V et al. *Phys. Rev. E* **68** 026405 (2003)
127. Schollmeyer Y et al. *Phys. Plasmas* **6** 2693 (1999)
128. Melzer A et al. *Phys. Rev. E* **62** 4162 (2000)
129. Pieper J B, Goree J, Quinn R A *Phys. Rev. E* **54** 5636 (1996)
130. Schweigert V A et al. *Phys. Rev. E* **54** 4155 (1996)
131. Maiorov S, Vladimirov S, in *Invited Papers from the 30th European Physical Society on Controlled Fusion and Plasma Physics, St. Petersburg, Russia, 7–11 July 2003; Plasma Phys. Control. Fusion* **45** (12A) (2003)
132. Kretschmer M et al. *New Vistas in Dusty Plasmas: Proc. of the Fourth Intern. Conf. on the Physics of Dusty Plasmas, Orléans, France, 13–17 June 2005* (AIP Conf. Proc., Vol. 799, Eds L Boufendi, M Mikian, P K Shukla) (Melville, NY: AIP, 2005) p. 235
133. Игнатов А М *Физ. плазмы* **24** 731 (1998)
134. Boufendi L, Bouchoule A *Plasma Sources Sci. Technol.* **3** 262 (1994)
135. Vladimirov S V, Ostrikov K "Dynamic self-organization phenomena in complex ionized gas systems: new paradigms and technological aspects" *Phys. Rep.* **393** 175 (2004)
136. Bouchoule A (Ed.) *Dusty Plasmas: Physics, Chemistry, and Technological Impacts in Plasma Processing* (Chichester: Wiley, 1999)
137. Havnes O et al. *J. Geophys. Res.* **92** 2281 (1987)
138. Bingham R, Tsytovich V N, in *Dusty Plasmas in the New Millennium: Third Intern. Conf. on the Physics of Dusty Plasmas, Durban, South Africa, 20–24 May 2002* (AIP Conf. Proc., Vol. 649, Eds R Bharuthram et al.) (Melville, NY: AIP, 2002) p. 126
139. Tsytovich V N, Bingham R, in *Dusty Plasmas in the New Millennium: Third Intern. Conf. on the Physics of Dusty Plasmas, Durban, South Africa, 20–24 May 2002* (AIP Conf. Proc., Vol. 649, Eds R Bharuthram et al.) (Melville, NY: AIP, 2002) p. 450
140. Horanyi M, Houpis H L F, Mendis D A *Astrophys. Space Sci.* **144** 215 (1988)
141. Verheest F *Space Sci. Rev.* **77** 267 (1996)
142. Havnes O, Aslaksen T, Bratti A *Phys. Scripta* **T89** 133 (2001)
143. Tsytovich V N "Collective effects and universal instabilities in astrophysical dusty plasmas", in *III Capri Workshop on Dusty Plasmas, Capri, Italy, 1–5 June 2004, Abstrats* (Napoli, Italy: Univ. Napoli, 2005)

### Development of physical concepts on the interaction of plasma flows and electrostatic fields in a dust plasma

V.N. Tsytovich

*A.M. Prokhorov General Physics Institute, Russian Academy of Sciences,  
ul. Vavilova 38, 119991 Moscow, Russian Federation  
Tel. (7-495) 135-0247. Fax (7-495) 135-0270. E-mail: tsytov@lpi.ru*

The concept of electrostatic field interacting with plasma flows in a dust plasma is reviewed, which helps to describe many aspects of dust plasma physics. Of basic importance in this context are processes that plasma flows introduce into interactions between dust particles. Fluctuations of plasma flows, together with those of electrostatic fields, considerably modify these interactions, with the result that like-charged particles far apart start attracting one another — possibly leading to their pairing. Knowledge about attraction between mutually distant particles is traced from the early work of 1963 through modification and improvement to its present level, when it has become possible to qualitatively estimate the parameters of the dust plasma-dust crystal transition; and to obtain observationally-consistent values for the coupling constant, dust particle separations, and the transition temperature. The self-energy of dust particles, exceeding both their kinetic energy and interaction energy, is discussed in terms of the role of its variations. Generation mechanisms and the role of regular plasma flows are examined. It is the self-excitation of regular and fluctuating plasma flows that gives rise to such structures as dust voids, dust vortices, dust clumps, and screwed dust structures. Self-organizing structure are frequently seen both in laboratory and natural conditions. Prospects for further research are addressed and problems yet to be solved reviewed.

PACS numbers: 52.25. – b, 52.27.Lw, 94.05.Bf

Bibliography — 143 references

*Uspekhi Fizicheskikh Nauk* **177** (4) 427–472 (2007)

*Received 7 November 2006, revised 27 November 2006*

*Physics – Uspekhi* **50** (4) (2007)