Март 2007 г. **Том 177, № 3**

УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК

МЕТОДИЧЕСКИЕ ЗАМЕТКИ

Прямые и обратные волны: три определения, их взаимосвязь и условия применимости

В.В. Шевченко

Рассмотрены три известные формулировки, определяющие понятия прямых и обратных волн, распространяющихся в различных средах и волноводах. Они основаны на разных свойствах волн. Введены критерии для распознавания указанных типов волн соответственно рассматриваемым определениям. Показано, что в ряде случаев одновременное применение этих критериев приводит к противоречиям: противоположным результатам. Указаны условия и области применимости критериев и самих определений прямых и обратных волн. Рассмотрение проведено на примере электромагнитных волн и волноводов.

PACS numbers: 41.20.Jb, 78.20.Ci

Содержание

1. Введение

Существуют три разных определения прямой и обратной гармонических по времени волн, распространяющихся в средах и волноведущих структурах — волноводах. Первое определение, которое можно считать классическим [1–4], состоит в следующем. Волна является прямой (обратной), если направления ее фазовой и групповой скоростей одинаковы (противоположны). Подразумевается ситуация, когда скорости, являющиеся векторными величинами, коллинеарны. Это определение естественным образом обобщается на случай неколлинеарных скоростей: скалярное произведение фазовой и групповой скоростей положительно для прямой волны и отрицательно для обратной [5].

Другое определение отличается от приведенного тем, что направление групповой скорости заменяется на направление потока энергии (мощности) волны [6]. И, наконец, третье определение отличается от классического (и от второго) тем, что направление групповой скорости (и потока энергии) заменяется на направление экспоненциального спада поля волны, вызванного диссипацией и поглощением энергии волны в среде и в волноводе [7, 8]. И хотя на первый взгляд кажется, что приведенные определения с физической точки зрения существенно не отличаются друг от друга, все же их следует различать, поскольку они связаны с разными свойствами волны. Необходимо также различать условия их применимости.

Первое определение основано на дисперсионных свойствах постоянной распространения волны по частоте. Групповая скорость характеризует процесс распространения группы гармонических волн при описании распространения импульсов [9]. Первое определение обычно применяется, когда не учитываются потери энергии волны в среде или в волноводе. В этом случае групповая скорость оказывается равной энергетической скорости волны, т.е. скорости передачи волной энергии [9–17]. Второе определение непосредственно основано на энергетических свойствах волн. При этом его можно применять и при учете потерь. Третье определение базируется на аналитических свойствах комплексной постоянной распространения волны [7, 8]. Оно применимо при описании волн с учетом потерь или, как говорят, в средах и волноводах с потерями.

В целом приведенные определения прямых и обратных волн дополняют друг друга, тем самым расширяя применение понятий указанных типов волн. Однако одновременное использование этих определений в ряде случаев приводит к противоречиям при распознавании типов волн, особенно это относится к обратным волнам (см. ниже). Поэтому, как уже сказано, необходимо различать условия и области применимости каждого определения, что позволит иметь единые и непротиворечивые понятия о прямых и обратных волнах.

Следует отметить, что в данной работе учтены обе известные причины возникновения электромагнитных

В.В. Шевченко. Институт радиотехники и электроники РАН,
125009 Москва, Моховая ул. 11, корп. 7, Российская Федерация
Тел. (495) 203-48-36. Факс (495) 203-84-14
E-mail: sto@cplire.ru

*Статья поступила 29 сентября 2006 г.,
после доработки 28 ноября 2006 г.*

обратных волн: особые дисперсионные свойства параметров среды (проницаемостей) и структуры волноводов, приводящие к аномальной частотной дисперсии постоянной распространения волны, и наличие отрицательной среды, т.е. среды с отрицательными значениями диэлектрической и магнитной проницаемостей [6] или вещественных частей проницаемостей при учете потерь волн [7, 8]. При этом рассматриваются среды с одновременно отрицательными значениями проницаемостей или их вещественных частей, поскольку исследуются волны, распространяющиеся в средах и волноводах без затухания или со слабым затуханием, связанным только с потерями энергии волны.

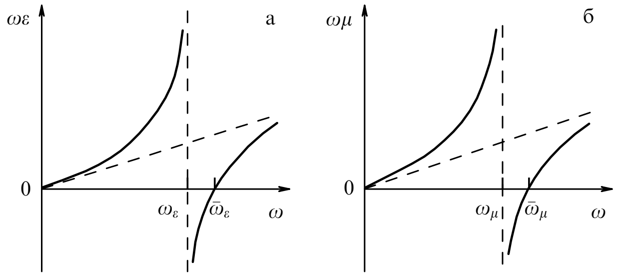

Рис. 1. Дисперсионные зависимости диэлектрической (а) и магнитной (б) проницаемостей для дипольной электромагнитной модели среды без учета потерь волн в среде.

2. Первое определение

Пусть волновой сомножитель в выражении для поля гармонических по времени волн в однородных средах и волн, распространяющихся вдоль оси регулярных или периодически нерегулярных волноводов, например вдоль оси z (x и y — поперечные координаты), имеет вид

$$\exp\left[\mathrm{i}(\omega t - \gamma z)\right], \tag{1}$$

где ω — круговая частота поля ($\omega > 0$), γ — постоянная распространения волны, которая для волн в средах и волноводах без потерь является вещественной величиной. Фазовая и групповая скорости волн описываются, как известно [1–5, 9–17], выражениями

$$v_\text{ф} = \left(\frac{\gamma}{\omega}\right)^{-1}, \qquad v_\text{гр} = \left(\frac{\mathrm{d}\gamma}{\mathrm{d}\omega}\right)^{-1}. \tag{2}$$

Из первого приведенного выше определения прямых и обратных волн следует критерий распознавания типа волны: если знак коэффициента

$$K = \frac{\mathrm{d}\gamma^2}{\mathrm{d}\omega^2} = \frac{\gamma\,\mathrm{d}\gamma}{\omega\,\mathrm{d}\omega} = \frac{1}{v_\text{ф} v_\text{гр}} \tag{3}$$

положительный, то волна является прямой, а если отрицательный, — обратной. Представим этот критерий в виде неравенств

$$K \gtrless 0, \tag{4}$$

где верхний знак соответствует прямой волне, а нижний — обратной.

Данный критерий оказывается особенно простым в применении к плоским электромагнитным волнам в однородных изотропных средах, для которых имеет простой вид дисперсионное уравнение

$$\gamma^2 = \omega^2 \varepsilon\mu, \tag{5}$$

связывающее постоянную распространения с параметрами среды: диэлектрической ε и магнитной μ проницаемостями. В этом случае коэффициент

$$K = \frac{1}{2}\left(\frac{\mathrm{d}\omega\varepsilon}{\mathrm{d}\omega}\,\mu + \varepsilon\,\frac{\mathrm{d}\omega\mu}{\mathrm{d}\omega}\right) \tag{6}$$

непосредственно связан с частотной дисперсией среды — материальной дисперсией.

На графиках рис. 1 приведены типичные зависимости от частоты функций $\omega\varepsilon(\omega)$, $\omega\mu(\omega)$ для среды без потерь. Представленные кривые соответствуют электромагнитной модели среды с дипольными частицами (молекулами или электромагнитными частицами искусственной среды), которые имеют электрический и магнитный резонансы соответственно на частотах ω_ε и ω_μ. Из равенства (6) следует, что если частотные интервалы $(\omega_\varepsilon, \bar{\omega}_\varepsilon)$ и $(\omega_\mu, \bar{\omega}_\mu)$, где ε и μ имеют отрицательные значения, перекрываются (это имеет место, например, для искусственной киральной среды [18, 19]), то на частотах в области перекрытия правая часть равенства (6) оказывается отрицательной, что соответствует обратной волне. При этом волна является распространяющейся, так как согласно (5), она имеет вещественную постоянную распространения. Таким образом, при $v_\text{гр} > 0$ получим

$$v_\text{ф} = \frac{\omega}{\gamma} < 0, \qquad \gamma = -\omega\left|(\varepsilon\mu)^{1/2}\right|.$$

Для волн в закрытых и открытых волноводах, имеющих однородную или кусочно однородную в поперечном сечении среду [8–17], дисперсионное уравнение и его решение можно представить в виде

$$\begin{gathered} F(\gamma^2, k_1^2, k_2^2, \ldots, \varepsilon_1, \varepsilon_2, \ldots, \mu_1, \mu_2, \ldots, a_1, a_2, \ldots) = 0, \\ \gamma^2 = f(k_1^2, k_2^2, \ldots, \varepsilon_1, \varepsilon_2, \ldots, \mu_1, \mu_2, \ldots, a_1, a_2, \ldots), \end{gathered} \tag{7}$$

где $k_n^2 = \omega^2 \varepsilon_n \mu_n$; ε_m, μ_l — проницаемости однородных частей среды, a_χ — не зависящие от частоты геометрические параметры, описывающие размеры волновода и размеры однородных частей среды в поперечном сечении, n, m, l, χ — числа натурального ряда. Например, для волн в круглом металлическом волноводе с осесимметричной двухслойной средой [14–16]

$$F\big((\gamma a)^2, (k_1 a)^2, (k_2 a)^2, \varepsilon_1, \varepsilon_2, \mu_1, \mu_2, a/b\big) = 0, \tag{8}$$

где a — радиус внутреннего стержня, b — радиус волновода. Для открытого круглого однородного магнитодиэлектрического волновода в уравнении (8) нужно положить $\varepsilon_2 = \varepsilon^0$, $\mu_2 = \mu^0$, $a/b = 0$, где ε^0, μ^0 — параметры свободного пространства [9, 11].

Если функции в уравнениях (7), (8) аналитически зависят от своих аргументов, то коэффициент распознавания волны

$$K = \frac{\mathrm{d}\gamma^2}{\mathrm{d}\omega^2} = \sum_n N_n^C N_n^M + \sum_m M_m^C M_m^M + \sum_l L_l^C L_l^M, \tag{9}$$

где

$$N_n^C = -\left(\frac{\partial F}{\partial \gamma^2}\right)^{-1} \frac{\partial F}{\partial k_n^2} = \frac{\partial f}{\partial k_n^2} = \frac{\partial \gamma^2}{\partial k_n^2}\,,$$

$$M_m^C = -\left(\frac{\partial F}{\partial \gamma^2}\right)^{-1} \frac{\partial F}{\partial \varepsilon_m} = \frac{\partial f}{\partial \varepsilon_m} = \frac{\partial \gamma^2}{\partial \varepsilon_m}\,, \qquad (10)$$

$$L_l^C = -\left(\frac{\partial F}{\partial \gamma^2}\right)^{-1} \frac{\partial F}{\partial \mu_l} = \frac{\partial f}{\partial \mu_l} = \frac{\partial \gamma^2}{\partial \mu_l}\,,$$

$$N_n^M = \frac{\mathrm{d}k_n^2}{\mathrm{d}\omega^2} = \frac{1}{2}\left(\frac{\mathrm{d}\omega\varepsilon_n}{\mathrm{d}\omega}\,\mu_n + \varepsilon_n\,\frac{\mathrm{d}\omega\mu_n}{\mathrm{d}\omega}\right),$$

$$M_m^M = \frac{1}{2\omega}\,\frac{\mathrm{d}\varepsilon_m}{\mathrm{d}\omega}\,, \qquad L_l^M = \frac{1}{2\omega}\,\frac{\mathrm{d}\mu_l}{\mathrm{d}\omega}\,. \qquad (11)$$

Производные в формулах (10) отражают структурную дисперсию волновода, а в (11) — материальную дисперсию среды. В частности, если материальная дисперсия не учитывается, то

$$K = \sum_n N_n^C \varepsilon_n\,\mu_n = \sum_n \frac{\partial \gamma^2}{\partial k_n^2}\,\varepsilon_n\,\mu_n\,. \qquad (12)$$

Интересно отметить, что для волн в закрытых металлических волноводах, заполненных однородной средой [9–11],

$$\gamma^2 = k^2 - g^2\,, \qquad (13)$$

где g не зависит от частоты, и коэффициент

$$K = \frac{\mathrm{d}\gamma^2}{\mathrm{d}k^2}\,\frac{\mathrm{d}k^2}{\mathrm{d}\omega^2} = \frac{\mathrm{d}k^2}{\mathrm{d}\omega^2} = \frac{1}{2}\left(\frac{\mathrm{d}\omega\varepsilon}{\mathrm{d}\omega}\,\mu + \varepsilon\,\frac{\mathrm{d}\omega\mu}{\mathrm{d}\omega}\right), \qquad (14)$$

поэтому типы волн, как для плоской волны, определяются только по знаку материальной дисперсии среды (ср. [8]).

3. Энергетическая скорость

Энергетическая скорость, т.е. скорость передачи волной энергии [9–17]

$$v_{\text{э}} = \frac{P}{W}\,, \qquad (15)$$

где для плоских электромагнитных волн

$$P = \frac{1}{2}\,\mathrm{Re}\,(\mathbf{E}\times\mathbf{H}^*)\,\mathbf{z}\,, \qquad (16)$$

$$W = \frac{1}{4}\left(\frac{\mathrm{d}\omega\varepsilon}{\mathrm{d}\omega}\,|\mathbf{E}|^2 + \frac{\mathrm{d}\omega\mu}{\mathrm{d}\omega}\,|\mathbf{H}|^2\right), \qquad (17)$$

а для волн в волноводах

$$P = \frac{1}{2}\int_S \mathrm{Re}\,(\mathbf{E}\times\mathbf{H}^*)\,\mathbf{z}\,\mathrm{d}S\,, \qquad (18)$$

$$W = \frac{1}{4L}\int_V \left(\frac{\mathrm{d}\omega\varepsilon}{\mathrm{d}\omega}\,|\mathbf{E}|^2 + \frac{\mathrm{d}\omega\mu}{\mathrm{d}\omega}\,|\mathbf{H}|^2\right)\mathrm{d}V\,. \qquad (19)$$

Здесь для плоской волны P — поток мощности через единичную перпендикулярную к направлению потока площадку, W — плотность энергии волны, а для волны в волноводе P — поток мощности через площадь поперечного сечения волновода S (для открытого волновода — через всю поперечную плоскость), W — погонная энергия волны, т.е. энергия волны на единицу длины волновода, L — длина участка волновода с объемом V, для периодического волновода L — длина периода. Как обычно, $\mathbf{E}$, $\mathbf{H}$ — комплексные амплитуды напряженностей электрического и магнитного полей волн, $\mathbf{z}$ — орт оси z. Среда может быть неоднородной в поперечном сечении волновода, но однородной или периодически неоднородной вдоль оси волновода.

Из приведенных формул (15)–(19) видно, что они справедливы как для положительных ($\varepsilon, \mu > 0$), так и для отрицательных ($\varepsilon, \mu < 0$) сред. При положительных производных $\mathrm{d}\omega\varepsilon/\mathrm{d}\omega$, $\mathrm{d}\omega\mu/\mathrm{d}\omega$ (см. рис. 1) энергия волны W положительна и для положительных значений ε, μ, и для отрицательных, что соответствует физическим представлениям об энергии электромагнитного поля. Заметим, что впервые отрицательная электромагнитная среда была теоретически получена на модели искусственной киральной изотропной среды с частотной дисперсией параметров [18, 19], поэтому в работе [17] приведены более общие, чем (17), (19), формулы для энергии W, справедливые и для киральной среды, описание свойств которой включает кроме ε и μ еще киральный параметр ρ.

Как известно [9–17], при вещественных ε и μ, т.е. для волн в средах и волноводах без потерь

$$v_{\text{гр}} = v_{\text{э}}\,. \qquad (20)$$

При приближении частоты поля к резонансным значениям ω_ε, ω_μ (см. рис. 1) энергия волнового поля при конечных значениях $|\mathbf{E}|$, $|\mathbf{H}|$ стремится к бесконечности, а энергетическая и групповая скорости стремятся к нулю. Ясно, что это — идеализация физического процесса.

В связи с этим рассмотрим на примере плоской волны, к чему приводит попытка обобщить понятия энергетической и групповой скоростей на среды с потерями. В случае учета потерь в среде ее параметры ε, μ и, следовательно, постоянная распространения волны γ являются комплексными величинами:

$$\varepsilon = \varepsilon' + \mathrm{i}\varepsilon''\,, \qquad \mu = \mu' + \mathrm{i}\mu''\,, \qquad \gamma = \gamma' + \mathrm{i}\gamma''\,, \qquad (21)$$

где ε'', μ'', $\gamma'' < 0$. При малых потерях

$$|\varepsilon''| \ll |\varepsilon'|\,, \qquad |\mu''| \ll |\mu'|\,, \qquad |\gamma''| \ll |\gamma'|\,. \qquad (22)$$

В этом случае вещественные части производных от $\omega\varepsilon(\omega)$, $\omega\mu(\omega)$ в области около резонансных частот ω_ε, ω_μ имеют отрицательные значения (рис. 2). В данной области с аномальной дисперсией параметров среды отрицательной оказывается и вещественная часть W, что

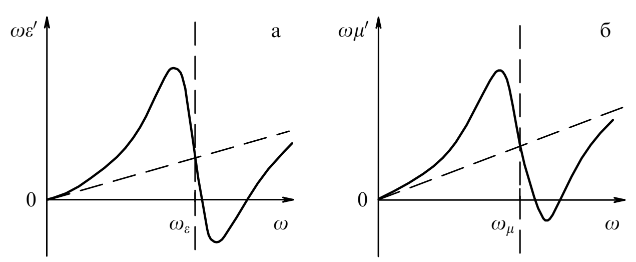

Рис. 2. Дисперсионные зависимости диэлектрической (а) и магнитной (б) проницаемостей для среды с учетом потерь.

говорит о невозможности ее интерпретации как энергии волнового поля. Поэтому формула (17) для энергии W и энергетическая скорость (15) в этой частотной области не имеют физического смысла (ср. [9 – 11]).

Далее, если при учете малых потерь в среде под фазовой скоростью понимать

$$v_{\text{ф}} = \operatorname{Re}\left(\frac{\gamma}{\omega}\right)^{-1} = \frac{\omega\gamma'}{|\gamma|^2} \cong \left(\frac{\gamma'}{\omega}\right)^{-1}, \tag{23}$$

где отброшена поправка с квадратично малой величиной порядка $(\gamma''/\gamma')^2$, а под групповой скоростью —

$$v_{\text{гр}} = \operatorname{Re}\left(\frac{\mathrm{d}\gamma}{\mathrm{d}\omega}\right)^{-1} = \frac{\mathrm{d}\gamma'}{\mathrm{d}\omega}\left|\frac{\mathrm{d}\gamma}{\mathrm{d}\omega}\right|^{-2} \cong \left(\frac{\mathrm{d}\gamma'}{\mathrm{d}\omega}\right)^{-1}, \tag{24}$$

где также отброшена малая квадратичная поправка, то для критерия (4) получим

$$K \cong \frac{\mathrm{d}\gamma'^2}{\mathrm{d}\omega^2} \cong \operatorname{Re}\frac{\mathrm{d}\gamma^2}{\mathrm{d}\omega^2}\,. \tag{25}$$

Здесь для плоской волны (5)

$$\operatorname{Re}\frac{\mathrm{d}\gamma^2}{\mathrm{d}\omega^2} \cong \frac{1}{2}\left(\frac{\mathrm{d}\omega\varepsilon'}{\mathrm{d}\omega}\,\mu' + \varepsilon'\,\frac{\mathrm{d}\omega\mu'}{\mathrm{d}\omega}\right). \tag{26}$$

Если теперь применить критерий (4) к выражению (26), то в области аномальной частотной дисперсии (см. рис. 2) получим, что при $\varepsilon', \mu' > 0$ волна оказывается обратной, а при $\varepsilon', \mu' < 0$ — прямой, т.е. все наоборот по сравнению с областью нормальной дисперсии. Поскольку, как показано выше, в области аномальной дисперсии теряет физический смысл энергетическая скорость (15), но при этом равенство (20) выполняется, то можно сделать вывод, что физические следствия от использования понятия групповой скорости в виде (24) в области аномальной дисперсии несостоятельны. Следует подчеркнуть, что сделанный вывод связан не просто с поправочно количественной стороной, а с принципиально качественной стороной влияния учета потерь на описание свойств волн.

4. Второе определение

При учете потерь волн в отличие от выражений (17), (19) для энергии волн W выражения (16), (18) для потока мощности P сохраняют физический смысл как в области нормальной, так и аномальной дисперсии среды. Учет малых потерь лишь несколько изменяет количественное значение P. Поэтому для сред и волноводов с потерями, т.е. при учете потерь в них, естественно использовать не первое определение типов волн, а второе, заменив направление (знак) групповой скорости на направление (знак) потока мощности. При этом для волн в средах и волноводах без потерь направления (знаки) групповой скорости и потока мощности совпадают, как, впрочем, и в области нормальной дисперсии среды при учете потерь.

Если направление потока мощности установлено, например, вдоль оси z, то $P > 0$, причем как для прямых, так и для обратных волн [7, 8]. В этом случае тип волны определяется знаком фазовой скорости или, что то же самое, знаком вещественной части постоянной распространения волны γ' (23), так как $\omega > 0$. Отсюда следует, что в противоположность первому определению согласно второму в среде с потерями в области аномальной дисперсии $\omega\varepsilon'$, $\omega\mu'$ (см. рис. 2), как и в области нормальной дисперсии, плоские волны являются прямыми при $\varepsilon', \mu' > 0$ и обратными при $\varepsilon', \mu' < 0$. Как показано в работе [7], в случае малых потерь

$$\frac{\gamma'}{\omega} \cong \begin{cases} \left|(\varepsilon'\mu')^{1/2}\right| & \text{при } \varepsilon', \mu' > 0\,, \\ -\left|(\varepsilon'\mu')^{1/2}\right| & \text{при } \varepsilon', \mu' < 0\,. \end{cases} \tag{27}$$

Для плоских волн возможна только материальная дисперсия. При исследовании же свойств волн в волноводах обычно учитывается только структурная дисперсия (12), а параметры среды ε, μ считаются не зависящими от частоты [8 – 16]. В этом случае выражение для W (19) принимает вид

$$W = \frac{1}{4L}\int_V \left(\varepsilon|\mathbf{E}|^2 + \mu|\mathbf{H}|^2\right)\mathrm{d}V\,. \tag{28}$$

При вещественных положительных ε и μ положительна и имеет физический смысл энергия W, а также равенство (20), поэтому можно использовать как второе, так и первое определения волн. Для выяснения типа волны предпочтительнее применять и обычно применяется [8 – 16] первое определение, поскольку в этом случае достаточно знать только дисперсионное уравнение. Для установления же направления потока мощности и знака P требуется еще знание (вычисление) функций поля.

Так, например, для волн в металлическом волноводе, круглом или прямоугольном, со вставленным внутрь диэлектрическим стержнем $(\varepsilon, \mu > 0)$ постоянные распространения некоторых волн имеют дисперсионные зависимости такого вида, как представлены на рис. 3 [14 – 16]. Согласно критерию (4) из рис. 3 следует, что первая ветвь представленных кривых соответствует прямой волне, а вторая — обратной.

Однако если проницаемости ε и μ вставленного стержня для закрытого волновода или направляющего волны стержня для открытого волновода отрицательны, то возникает принципиально иная ситуация. Выражение (28) уже не описывает энергию волны, и энергетическая скорость (15), как и равенство (20), теряет физический смысл. В этом случае, как показано в работе [8] на примере открытого планарного волновода с отрицательным $(\varepsilon, \mu < 0)$ направляющим слоем, из второго определения типов волн следует противоположный результат: первая ветвь кривых на рис. 3 соответствует обратной волне, а вторая — прямой. При учете потерь это следует также из третьего определения типов волн [8].

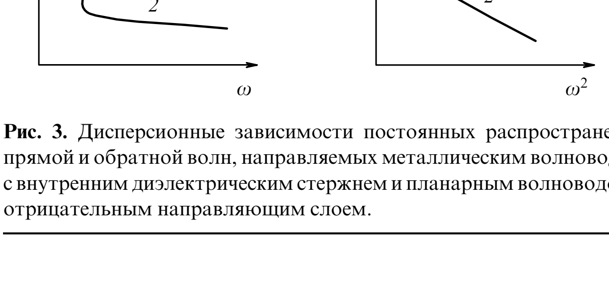

Рис. 3. Дисперсионные зависимости постоянных распространения прямой и обратной волн, направляемых металлическим волноводом с внутренним диэлектрическим стержнем и планарным волноводом с отрицательным направляющим слоем.

5. Третье определение

Применение третьего определения прямых и обратных волн согласно сказанному выше возможно при учете потерь волн [7, 8] и основано на использовании аналитических свойств комплексной постоянной распространения волны

$$\gamma = \gamma' + \mathrm{i}\gamma'' \tag{29}$$

как функции параметров среды и волновода. При комплексной γ волновой сомножитель функции поля волны (1) принимает вид

$$\exp\left[\mathrm{i}(\omega t - \gamma' z)\right] \exp \gamma'' z\,, \tag{30}$$

где при $\gamma'' < 0$ поле волны спадает в направлении оси z. С физической точки зрения ясно, что это возможно, если так же направлен поток энергии (мощности) волны. Отсюда следует, что если знак вещественной части постоянной распространения волны противоположен знаку мнимой части, то волна — прямая, а если совпадает, то волна — обратная. Поскольку дисперсионное уравнение обычно содержит γ^2, то аналогично критерию (4) можно ввести следующий критерий для распознавания типа волны:

$$\mathrm{Im}\,\gamma^2 = 2\gamma'\gamma'' \lessgtr 0\,, \tag{31}$$

где верхний знак соответствует прямой волне, а нижний — обратной. Заметим, что в случае использования волнового сомножителя в виде

$$\exp\left[\mathrm{i}(\gamma z - \omega t)\right] = \exp\left[\mathrm{i}(\gamma' z - \omega t)\right] \exp\left(-\gamma'' z\right) \tag{32}$$

вместо (1), знаки неравенств в (31) нужно поменять местами.

Для применения третьего определения, как и для первого, достаточно знать только дисперсионное уравнение или его решение для постоянных распространения волн. Но анализ и тем более решение комплексного дисперсионного уравнения, т.е. уравнения для комплексной постоянной распространения с комплексными параметрами сред, существенно сложнее [7, 8], чем действительного дисперсионного уравнения. Однако при малых потерях (малых мнимых частях величин (21), (22)), используя аналитические свойства γ, методом возмущений можно получить мнимые части γ или γ^2 на основании действительного дисперсионного уравнения. Разумеется, это возможно, если метод возмущения применим, т.е. если учет потерь не приводит к качественно новым результатам, таким, как отмечено выше для плоских волн в частотной области среды с аномальной дисперсией проницаемостей (см. рис. 2). В отличие от этого случая при рассмотрении волн в волноводах с учетом только структурной дисперсии, т.е. когда дисперсия постоянной распространения волны зависит лишь от геометрической структуры волновода и от формы неоднородности среды в поперечном сечении волновода, метод возмущения вполне применим [8, 9, 17, 20, 21].

Покажем это на примере дисперсионного уравнения и его решения в виде (7). В случае малых мнимых частей проницаемостей

$$\varepsilon = \varepsilon' + \mathrm{i}\varepsilon''\,, \qquad \mu = \mu' + \mathrm{i}\mu''\,, \tag{33}$$

где $\varepsilon'', \mu'' < 0$, $|\varepsilon''| \ll |\varepsilon'|$, $|\mu''| \ll |\mu'|$, получим

$$\mathrm{Im}\,\gamma^2 = \sum_n N_n^C\,\mathrm{Im}\,k_n^2 + \sum_m M_m^C \varepsilon_m'' + \sum_l L_l^C \mu_l''\,, \tag{34}$$

где

$$\mathrm{Im}\,k_n^2 = \omega^2(\varepsilon_n'\mu_n'' + \mu_n'\varepsilon_n'')\,. \tag{35}$$

Здесь структурные коэффициенты N_n^C, M_m^C, L_l^C вычисляются так же, как в (10), с использованием действительных значений γ^2, k_n^2, ε, μ.

С помощью критерия (31) и с учетом выражений (33)–(35) существенно проще распознавать типы волн, чем при детальном исследовании дисперсионного уравнения и его решений, как, например, это было сделано в работах [7, 8] для плоских волн в отрицательной $(\varepsilon', \mu' < 0)$ среде и волн в планарном волноводе с направляющим слоем из отрицательной среды.

Выше рассмотрены взаимосвязи первого и второго определений прямых и обратных волн через отношения (15)–(20) и второго и третьего определений через соотношение (30). Для первого и третьего определений такими соотношениями являются выражения (9)–(11) и (34), в которых одинаково отражены структурные свойства волноводов, но по-разному — материальные свойства сред: в первом определении через материальную дисперсию среды, а во втором — через материальные потери (потери энергии волн в среде).

К сказанному необходимо добавить, что если не учитываются ни материальная дисперсия среды, ни потери волн в среде, то согласно (12) при отсутствии различия в структурных коэффициентах N_n^C (10), (12) для волноводов, содержащих отрицательные среды $(\varepsilon_n, \mu_n < 0)$, полученный на основании первого определения типов волн критерий (4) не позволяет выявить обратные волны, отличить их от прямых. Примерами могут служить волны в однородных средах (5) и волны в закрытых волноводах (13). В более общем случае это имеет место, когда функции, описывающие дисперсионное уравнение и его решение (7), не содержат аргументы ε_m, μ_l отдельно от k_n^2, либо эти функции симметричны при замене

$$\varepsilon_m \to -\varepsilon_m\,, \qquad \mu_l \to -\mu_l\,. \tag{36}$$

6. Заключение

Проведенное рассмотрение вопросов, связанных с тремя известными определениями прямых и обратных волн, подтвердило интуитивное предположение о том, что наиболее общим определением, их объединяющим, является второе. Первое определение эквивалентно второму, когда не учитываются потери энергии волн в средах и волноводах, а если при этом не учитывается еще и частотная дисперсия проницаемостей сред, то только для сред и волноводов с положительными проницаемостями $(\varepsilon, \mu > 0)$. Третье определение эквивалентно второму при учете потерь волн в средах.

Введенные на основании первого и третьего определений критерии распознавания типов волн могут эффективно применяться при конкретных исследованиях волн, поскольку они существенно упрощают вычисления, связанные с распознаванием прямых и обратных волн в различных средах и волноведущих структурах.

Список литературы

1. *Физическая энциклопедия* (Гл. ред. А М Прохоров) Т. 1 (М.: Сов. энциклопедия, 1988) с. 315, с. 544; Т. 3 (М.: Большая Российская энциклопедия, 1992) с. 383
2. Мандельштам Л И *Полное собрание трудов* Т. 2 (Под ред. С М Рытова) (М.: Изд-во АН СССР, 1947) с. 334
3. Ланда П С, Мискинова Н А, Пономарев Ю В *УФН* **132** 601 (1980)
4. Бырдин В М *Радиотех. и электрон.* **50** 1413 (2005)
5. Вашковский А В, Локк Э Г *УФН* **174** 657 (2004)
6. Веселаго В Г *УФН* **92** 517 (1967); Пафомов В Е *ЖЭТФ* **36** 1853 (1959)
7. Шевченко В В *Радиотех. и электрон.* **48** 1202 (2003)
8. Шевченко В В *Радиотех. и электрон.* **50** 1363, 1369 (2005)
9. Вайнштейн Л А *Электромагнитные волны* 2-е изд. (М.: Радио и связь, 1988)
10. Ландау Л Д, Лифшиц Е М *Электродинамика сплошных сред* (М.: Наука, 1982)
11. Виноградова М Б, Руденко О В, Сухоруков А П *Теория волн* (М.: Наука, 1979)
12. Collin R E *Field Theory of Guided Waves* 2nd ed. (New York: IEEE Press, 1991)
13. Силин Р А *Периодические волноводы* (М.: ФАЗИС, 2002)
14. Иларионов Ю А, Раевский С Б, Сморгонский В Я *Расчет гофрированных и частично заполненных волноводов* (М.: Сов. радио, 1980)
15. Веселов Г И, Раевский С Б *Слоистые металлодиэлектрические волноводы* (М.: Радио и связь, 1988)
16. Mrozowski M *Guided Electromagnetic Waves*: *Properties and Analysis* (New York: Wiley, 1997)
17. Shevchenko V V, in *Proc. of Bianisotropics 2006* (Eds A Sihvola et al.) (Helsinki: Univ. of Technology, 2006) p. 54
18. Kostin M V, Shevchenko V V, in *Advances in Complex Electromagnetic Materials* (NATO ASI Ser., Partnership Sub-Ser. 3, Vol. 28, Eds A Priou et al.) (Dordrecht: Kluwer Acad.., 1997) p. 261
19. Костин М В, Шевченко В В *Радиотех. и электрон.* **43** 921 (1998)
20. Бырдин В М *ДАН СССР* **238** 293, 551 (1978)
21. Зильберглейт А С, Копилевич Ю И *ЖТФ* **50** 241, 449 (1980)

Forward and backward waves: three definitions and their interrelation and applicability

V.V. Shevchenko
Institute of Radioengineering and Electronics, Russian Academy of Sciences,
Mokhovaya ul. 11, korp. 7, 125009 Moscow, Russian Federation
Tel. (*7-495*) *203-48 36*. *Fax* (*7-495*) *203-84 14*
E-mail: *sto@cplire.ru*

The three known property-specific definitions for forward and backward waves in various media and waveguides are reviewed. Criteria by which to distinguish between these waves according to their definitions are introduced. It is shown that using these criteria simultaneously can yield different or even opposite conclusions in some cases. When and where these criteria and the above definitions apply is discussed using electromagnetic waves and waveguides as an example.

PACS numbers: 41.20.Jb, 78.20.Ci

Bibliography — 21 references *Received 29 September 2006, revised 28 November 2006*

Uspekhi Fizicheskikh Nauk **177** (3) 301 – 306 (2007) *Physics – Uspekhi* **50** (3) (2007)