

## ОБЗОРЫ АКТУАЛЬНЫХ ПРОБЛЕМ

## Неустойчивости многокомпонентной плазмы с ускоренными частицами и генерация магнитных полей в астрофизических объектах

А.М. Быков, И.Н. Топтыгин

*Сформулирована система МГД уравнений для описания замагниченной неравновесной астрофизической плазмы с нейтральными атомами и надтепловыми (в частности, релятивистскими) частицами. Рассмотрены неустойчивости такой плазмы, обусловленные наличием нейтральной и релятивистской компонент. Показано, что наличие нетепловых частиц, взаимодействующих с тепловой компонентой плазмы через посредство регулярных и флуктуирующих электромагнитных полей, приводит к наличию специфических механизмов генерации МГД волн. Проанализированы основные механизмы генерации статических и турбулентных магнитных полей вблизи фронтов ударных волн в Галактике и межпланетном пространстве. Обсуждается приложение эффектов генерации длинноволновых магнитных флуктуаций к проблемам происхождения магнитных полей и ускорения релятивистских частиц в астрофизических объектах различной природы.*

PACS numbers: 52.35.-g, 52.59.-f, 95.30.Qd

## Содержание

1. Введение (149).
2. Закон Ома и учет стороннего тока (151).
  - 2.1. Закон Ома в частично ионизованной столкновительной плазме.
  - 2.2. Закон Ома в бесстолкновительной замагниченной плазме.
3. Линейные моды и их затухание (157).
4. Возбуждение МГД волн внешним током в одножидкостной модели плазмы (158).
5. Учет ускоренной компоненты в уравнениях МГД (159).
6. Перестройка статического магнитного поля релятивистскими частицами вблизи ударного фронта (161).
  - 6.1. Формулировка проблемы.
  - 6.2. Вычисление полного тока.
  - 6.3. Самосогласованное вычисление магнитного поля.
7. Ток ускоренных частиц, вызванный слабой МГД волной (167).
8. Линейный инкремент МГД колебаний (169).
9. Нерезонансное возбуждение колебаний перед фронтом ударной волны (170).

10. Резонансная генерация колебаний релятивистскими частицами (173).
  11. Модель формирования спектра МГД флуктуаций (175).
  12. Усиление магнитных полей за фронтами астрофизических ударных волн (178).
    - 12.1. Магнитные поля в оболочках остатков сверхновых.
    - 12.2. Магнитные флуктуации в межпланетных ударных волнах.
  13. Заключение (181).
- Список литературы (181).

## 1. Введение

Во многих астрофизических объектах наряду с заряженной компонентой имеется значительная примесь нейтральных атомов и молекул. В галактическом диске кроме горячих разреженных полностью ионизованных каверн (температура  $T \approx 10^6$  К, концентрация  $n \approx 2 \times 10^{-3}$  ионов  $\text{см}^{-3}$ ) присутствует "теплая" фаза ( $T \approx 10^4$  К,  $n \approx 0,2$  частиц  $\text{см}^{-3}$ ), степень ионизации которой порядка 0,1 и которая занимает десятки процентов объема (см. Рузмайкин и др. [1]). В холодных нейтральных облаках, которые являются главными очагами звездообразования и часто содержат молодые быстро эволюционирующие активные звезды, концентрация вещества еще на 2–3 порядка выше, а температура и степень ионизации ниже. Весьма мала степень ионизации вещества и в фотосферах Солнца и многих звезд. В фотосфере Солнца она всего около  $10^{-3}$ . Во всех перечисленных и во многих других объектах кроме частично ионизованной фоновой плазмы присутствуют также надтепловые частицы, релятивистские (космические лучи) и нерелятивистские, источники которых могут находиться как в рассматриваемом объекте, так и

А.М. Быков. Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН, 194021 Санкт-Петербург, Политехническая ул. 26, Российская Федерация  
E-mail: byk@astro.ioffe.ru

И.Н. Топтыгин. Санкт-Петербургский государственный политехнический университет, 195251 Санкт-Петербург, Политехническая ул. 29, Российская Федерация  
Тел. (812) 292-71-80. Факс (812) 297-10-17  
E-mail: cosmos@IT10242.spb.edu

Статья поступила 18 июля 2006 г.,  
после доработки 20 сентября 2006 г.

далеко за его пределами. Разумеется, аналогичные условия возможны и в объектах земного происхождения (ионосфера).

Целью настоящей работы является анализ низкочастотных МГД колебаний, способных возбуждаться, поддерживаться и усиливаться в частично ионизированной плазме, в которой присутствуют также популяции надтепловых частиц. Наличие нейтральной компоненты может существенно (на многие порядки) увеличить диссипацию электромагнитной энергии за счет столкновений ионов с нейтральными атомами. Этот эффект был оценен и исследован ранее (см. монографии Каулинга [2], Пикельнера [3]). На основании указанных результатов можно было бы сделать вывод, что примесь нейтралов приводит только к более сильной диссипации МГД колебаний. Однако ситуация меняется, если в плазме возбужден сторонний ток, создаваемый сторонним (по отношению к плазме) источником (в нашем случае источником ускоренных частиц).

В высокотемпературной полностью ионизированной плазме электропроводность  $\sigma$  весьма велика, что приводит к сильной экранировке внешнего тока фоновыми частицами. В бездиссипативном пределе  $\sigma \rightarrow \infty$  экранировка становится максимальной, и остается только холловская компонента стороннего тока, слабо влияющая на электромагнитное поле и на низкочастотные колебания в плазме.

При наличии заметной нейтральной компоненты и постоянного магнитного поля поперечная (относительно магнитного поля) магнитная вязкость среды сильно возрастает, в результате чего эффект экранировки внешнего тока пропорционально ослабевает. В результате внешний ток ускоренных частиц получает возможность поддерживать и усиливать колебания в плазме. Другим фактором, способствующим заметному уменьшению поперечной проводимости плазмы, является эффективное рассеяние частиц плазмы мелкомасштабными флуктуациями электромагнитного поля, в частности, бесстолкновительной МГД турбулентностью. Наличие мелкомасштабной турбулентности в плазме солнечного ветра установлено прямыми наблюдениями в межпланетной среде. Присутствие в межзвездной плазме очень протяженного спектра электромагнитных флуктуаций также следует из прямых и косвенных данных. Роль, аналогичную рассеянию, играют стохастические блуждания магнитных силовых линий. Они вызваны случайными гармониками магнитного поля с масштабами, значительно превышающими гирорадиусы тепловых частиц.

Настоящий обзор посвящен анализу следствий, вытекающих из многокомпонентности реальной космической плазмы. Материалы, обобщенные в обзоре, показывают, что наличие нетепловых частиц, взаимодействующих с тепловой компонентой плазмы через посредство регулярных и флуктуирующих электромагнитных полей, приводит к наличию специфических механизмов генерации МГД волн. В частности, в окрестности фронтов ударных волн, ускоряющих энергичные частицы, появляется возможность нерезонансного возбуждения длинноволновых МГД флуктуаций альвеновского типа с инкрементом пропорциональным эффективной магнитной вязкости плазмы и доле нетепловых частиц. В работе дан анализ эффективной электропроводности и магнитной вязкости в многокомпонентной замагниченной

плазме с нейтральной компонентой и МГД флуктуациями. Наличие малой, динамически незначимой, нейтральной компоненты может эффективно подавить поперечную кулоновскую проводимость в замагниченной плазме и реализовать возможность эффективного нерезонансного возбуждения длинноволновых МГД флуктуаций в среде с нетепловыми частицами. В области масштабов меньших длины кулоновских столкновений проводимость и кинетические свойства плазмы определяются рассеянием на флуктуациях полей. Макроскопическое описание системы в рамках бесстолкновительной гидродинамики позволяет в этом случае исследовать возможности нерезонансного возбуждения МГД мод в среде с нетепловой компонентой. Обсуждается приращение эффектов генерации длинноволновых магнитных флуктуаций к проблемам происхождения магнитных полей и ускорения релятивистских частиц в астрофизических объектах различной природы.

Наиболее популярный в настоящее время механизм ускорения частиц ударными фронтами [4–7] и другие статистические механизмы эффективны только при достаточно сильном рассеянии ускоряемых частиц, которое необходимо для длительного удержания частиц в области ускорения [8, 9]. Поскольку рассеяние частиц МГД турбулентностью носит резонансный характер, то для эффективного рассеяния высокоэнергичных частиц требуются МГД колебания с длиной волны порядка ларморова радиуса ускоряемых частиц.

До последнего времени в литературе главное внимание уделялось резонансным механизмам генерации турбулентности ускоренными частицами как линейным [10–14], так и нелинейным [15, 16]. Резонансные механизмы, будучи привлекательным источником мелкомасштабных флуктуаций, не всегда эффективны для генерации длинноволновых мод, ответственных за формирование спектров частиц в области предельно высоких энергий. Спектр ускоренных частиц, как правило, быстро падает с ростом энергии в области максимальных энергий частиц, даже если механизм ускорения сильной ударной волной обеспечивает пологий спектр частиц в области их эффективного рассеяния флуктуациями. Это обстоятельство требует в дополнение к резонансной генерации мод эффективного механизма их конверсии в длинноволновые флуктуации [14], либо эффективного механизма усиления слабых фоновых длинноволновых флуктуаций. Достоинством нерезонансных механизмов генерации длинноволновых флуктуаций магнитного поля является возможность передачи существенной энергии от нетепловых частиц магнитному полю, даже при спектрах частиц, ускоренных ударной волной со степенью сжатия  $\lesssim 4$ , без заметной модификации предфронта ударной волны. Крупномасштабные флуктуации магнитного поля могут генерироваться основной массой частиц ускоренных ударной волной, независимо от величины их гирорадиуса. В этом существенная особенность нерезонансных механизмов. Это свойство весьма существенно для определения максимальных энергий частиц ускоренных МГД ударной волной. Проблема определения максимальных энергий частиц, ускоренных ударными волнами остатков сверхновых, сформулированная более 20 лет назад в работе [17] (см. также монографию Березинского и др. [18] и обзор [19]), по-прежнему очень актуальна [20–22]. Мы в этом обзоре подробно рассмотрим нерезонансные механизмы гене-

рации турбулентности в плазме с надтепловой и нейтральной компонентами. Механизмы нерезонансной генерации крупномасштабных флуктуаций зависят от дисперсионных и диссипативных свойств многокомпонентной турбулентной плазмы, с возможным наличием нейтральной компоненты. В разделе 2 дан вывод основных уравнений, описывающих динамику и кинетические свойства многокомпонентной турбулентной плазмы. Обсуждается важный для астрофизических приложений обобщенный закон Ома в многокомпонентной замагниченной бесстолкновительной плазме. В разделе 12 рассмотрены возможные наблюдательные проявления нерезонансных механизмов генерации МГД мод в остатках сверхновых и ударных волнах наблюдаемых в гелиосфере, где возможны детальные сравнения.

В работе [23] указаны возможности формирования специфических спектров МГД турбулентности и ускорения релятивистских частиц в слабоионизованной плазме молекулярных облаков. Наличие нейтральной компоненты также существенно для формирования спектров нетеплового излучения остатков сверхновых, взаимодействующих с молекулярными облаками [24].

Нерезонансные механизмы генерации флуктуаций в плазме с неравновесной высокоэнергичной компонентой могут быть обусловлены эффектами плавучести многокомпонентной системы с релятивистскими частицами [25], наличием тока нетепловых энергичных частиц в плазме [26–28], а также неустойчивостями МГД течений плазмы, модифицированных потоками космических лучей в окрестности ударных волн [29]. Релятивистские частицы могут играть существенную роль в нарушении гидростатического равновесия замагниченной плазмы с заметным давлением космических лучей в крупномасштабном гравитационном поле галактики [25]. Эффект давления космических лучей приводит к наличию эффективного критического значения показателя политропы системы, ниже которого в системе развивается неустойчивость типа Рэлея–Тейлора. Критический индекс политропы может зависеть от характера режима распространения космических лучей (диффузионный или конвективный — см. обсуждение в книге [18]). Мы не рассматриваем в данном обзоре неустойчивости связанные с гравитационным полем, а ограничиваемся электромагнитными взаимодействиями. Основное внимание мы уделяем анализу многокомпонентных плазменных систем с потоками нетепловых частиц и, в частности, МГД ударным волнам. Существенное внимание в работе (разделы 2, 5) уделено выводу уравнений, описывающих макроскопические течения многокомпонентных плазменных систем с частичной ионизацией и нетепловыми частицами, поскольку в исследованиях, посвященных данной проблеме, часто используются различные динамические уравнения. Подробное рассмотрение эффектов генерации МГД возмущений сторонними токами в плазме с учетом эффектов экранирования дано в разделах 3–5 и 7–11. Приложения механизмов генерации МГД возмущений к проблеме усиления крупномасштабных магнитных полей в оболочках остатков сверхновых и ударных волн в межпланетной среде (единственной природной лаборатории, где возможны прямые измерения параметров плазмы, нетепловых частиц и полей) обсуждаются в разделах 6, 12.

Учет кинетики энергичных нетепловых частиц в межзвездной плазме может играть существенную роль в

понимании проблемы происхождения магнитных полей галактических масштабов и в скоплениях галактик [30]. Проблема формирования статических крупномасштабных магнитных полей с участием надтепловых частиц обсуждается в разделе 6 настоящего обзора. Наблюдаемая структура галактического магнитного поля требует учета большого числа мод в динамо-модели или альтернативной модели, в которой поле будет случайно-анизотропным, связанным со сдвиговыми и сжимаемыми крупномасштабными течениями [31]. В современных моделях нелинейного динамо-эффекта существенную роль могут играть крупномасштабные течения, такие как галактический фонтан [32]. Можно ожидать также заметных эффектов, связанных с энергичными частицами в многокомпонентной плазме, формирующей крупномасштабные течения (см. [33]). В разделе 6 мы рассматриваем механизмы перестройки крупномасштабных стационарных магнитных полей в окрестности источников нетепловых частиц в рукавах Галактики.

## 2. Закон Ома и учет стороннего тока

Учет влияния микроскопических свойств проводящих сред на макроскопическую динамику системы в рамках магнитной гидродинамики обычно заложен в обобщенный закон Ома, определяющий связь между электромагнитным полем и плотностью электрического тока в проводящей среде (см. [34]). При этом существенные различия возникают при МГД описании систем с близкими кулоновскими столкновениями и бесстолкновительной плазмы, в которой процессы релаксации и переноса определяются длинноволновыми флуктуациями электромагнитного поля коллективных возбуждений. В астрофизических системах с широким интервалом пространственных масштабов, простирающимся на много декад, могут реализоваться оба режима. Мы рассмотрим в этом разделе обобщенный закон Ома как для замагниченной многокомпонентной столкновительной плазмы с нейтральными атомами, так и для системы без кулоновских столкновений, но с релаксацией за счет флуктуирующих длинноволновых микрополей. Начнем со случая плазмы с кулоновскими столкновениями.

### 2.1. Закон Ома

#### в частично ионизованной столкновительной плазме

Для установления связи между электромагнитным полем и плотностью электрического тока в движущейся частично ионизованной трехкомпонентной среде (электроны  $e$ , ионы  $i$ , нейтральные атомы  $a$ ) воспользуемся квазигидродинамическим приближением (см. [35]). Оно выводится из кинетического уравнения Больцмана с модельным интегралом столкновений Батнагара–Грина–Крука. Для нашей цели достаточно использовать уравнения непрерывности и движения компонент среды:

$$\frac{\partial n_\alpha}{\partial t} + \nabla_{\mathbf{u}_\alpha} n_\alpha = 0, \quad \alpha = e, i, a, \quad (1)$$

$$n_\alpha m_\alpha \left[ \frac{\partial \mathbf{u}_\alpha}{\partial t} + (\mathbf{u}_\alpha \nabla) \mathbf{u}_\alpha \right]_l = e_\alpha n_\alpha \left( \mathbf{E} + \frac{1}{c} \mathbf{u}_\alpha \times \mathbf{B} \right)_l - \nabla_l P_\alpha - \nabla_k \Pi_{kl}^{(\alpha)} - n_\alpha m_\alpha \sum_\beta \frac{(\mathbf{u}_\alpha - \mathbf{u}_\beta)_l}{\tau_{\alpha\beta}}, \quad (2)$$

где  $P_\alpha$  — парциальное давление частиц сорта  $\alpha$ ,  $\Pi_{kl}^{(\alpha)}$  — тензор вязких натяжений,  $\tau_{\alpha\beta}$  — средние времена столкновений между частицами сорта  $\alpha$  и сорта  $\beta$ . Закон сохранения импульса приводит к взаимозависимости времен столкновений:

$$n_\alpha m_\alpha \tau_{\alpha\beta}^{-1} = n_\beta m_\beta \tau_{\beta\alpha}^{-1}. \quad (3)$$

В дальнейшем мы перейдем к одножидкостной модели и будем рассматривать условия, при которых все три компонента движутся как единая сплошная среда. Поэтому введем общую массовую скорость движения

$$\mathbf{u} = \frac{n_i m_i \mathbf{u}_i + n_a m_a \mathbf{u}_a + n_e m_e \mathbf{u}_e}{n_i m_i + n_a m_a + n_e m_e}, \quad \mathbf{u}_\alpha = \mathbf{u} + \mathbf{v}_\alpha, \quad (4)$$

и будем считать отклонения гидродинамических скоростей всех трех компонент от общей скорости малыми:

$$v_\alpha \ll u, \quad n_i m_i \mathbf{v}_i + n_a m_a \mathbf{v}_a + n_e m_e \mathbf{v}_e = 0. \quad (5)$$

Подстановка выражения (4) в уравнения (1), (2) и пренебрежение слагаемыми, квадратичными по малым добавкам, позволяет записать три уравнения движения для компонент среды:

$$\begin{aligned} n_e m_e \left[ \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \nabla) \mathbf{u} \right] + n_e m_e \left[ \frac{\partial \mathbf{v}_e}{\partial t} + (\mathbf{u} \nabla) \mathbf{v}_e + (\mathbf{v}_e \nabla) \mathbf{u} \right] = \\ = -en_e \left( \mathbf{E} + \frac{1}{c} \mathbf{u} \times \mathbf{B} \right) - \frac{en_e}{c} \mathbf{v}_e \times \mathbf{B} - \\ - \nabla P_e + \eta_e \left( \Delta \mathbf{u} + \frac{1}{3} \nabla (\nabla \mathbf{u}) \right) - \\ - n_e m_e \frac{\mathbf{v}_e - \mathbf{v}_i}{\tau_{ei}} - n_e m_e \frac{\mathbf{v}_e - \mathbf{v}_a}{\tau_{ea}}, \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} n_i m_i \left[ \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \nabla) \mathbf{u} \right] + n_i m_i \left[ \frac{\partial \mathbf{v}_i}{\partial t} + (\mathbf{u} \nabla) \mathbf{v}_i + (\mathbf{v}_i \nabla) \mathbf{u} \right] = \\ = en_i \left( \mathbf{E} + \frac{1}{c} \mathbf{u} \times \mathbf{B} \right) + \frac{en_i}{c} \mathbf{v}_i \times \mathbf{B} - \\ - \nabla P_i + \eta_i \left( \Delta \mathbf{u} + \frac{1}{3} \nabla (\nabla \mathbf{u}) \right) - \\ - n_i m_i \frac{\mathbf{v}_i - \mathbf{v}_e}{\tau_{ie}} - n_i m_i \frac{\mathbf{v}_i - \mathbf{v}_a}{\tau_{ia}}, \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} n_a m_a \left[ \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \nabla) \mathbf{u} \right] + n_a m_a \left[ \frac{\partial \mathbf{v}_a}{\partial t} + (\mathbf{u} \nabla) \mathbf{v}_a + (\mathbf{v}_a \nabla) \mathbf{u} \right] = \\ = -\nabla P_a + \eta_a \left( \Delta \mathbf{u} + \frac{1}{3} \nabla (\nabla \mathbf{u}) \right) - \\ - n_a m_a \frac{\mathbf{v}_a - \mathbf{v}_e}{\tau_{ae}} - n_a m_a \frac{\mathbf{v}_a - \mathbf{v}_i}{\tau_{ai}}. \end{aligned} \quad (8)$$

В приведенных уравнениях пренебрежено членами порядка  $v_\alpha/u$  в малых диссипативных слагаемых, содержащих динамическую вязкость  $\eta_\alpha$ .

Далее учитываем квазинейтральность среды и вводим полную плотность массы

$$\rho = n_i(m_i + m_e) + n_a m_a \approx n_i m_i + n_a m_a \quad (9)$$

и плотность электрического тока

$$\mathbf{j} = en_i(\mathbf{v}_i - \mathbf{v}_e), \quad (10)$$

а также полное давление  $P = P_e + P_i + P_a$  и полную вязкость  $\eta = \eta_e + \eta_i + \eta_a$ . Почленное сложение уравнений (6)–(8) дает уравнение движения среды в целом

$$\rho \left[ \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \nabla) \mathbf{u} \right] = \frac{1}{c} \mathbf{j} \times \mathbf{B} - \nabla P + \eta \left( \Delta \mathbf{u} + \frac{1}{3} \nabla (\nabla \mathbf{u}) \right), \quad (11)$$

а из уравнений (1) получаем уравнение непрерывности

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \rho \mathbf{u} = 0. \quad (12)$$

Силы трения между компонентами среды не вошли в уравнение (11) вследствие выполнения условий (3).

Для получения обобщенного закона Ома используем уравнения (6), (7) и (11). В уравнении (11) опускаем последнее диссипативное слагаемое в правой части, считая его малым. В уравнениях (6), (7) величину  $\partial \mathbf{u} / \partial t + (\mathbf{u} \nabla) \mathbf{u}$  выражаем с помощью уравнения (11), а слагаемые вида  $\partial \mathbf{v}_{i,e} / \partial t + (\mathbf{u} \nabla) \mathbf{v}_{i,e}$  опускаем. Последнее приближение предполагает, что частоты  $\omega$  рассматриваемых колебаний малы по сравнению с частотами столкновений  $\tau_{\alpha\beta}^{-1}$ , а длины волн велики по сравнению с транспортными пробегами частиц  $\Lambda_\alpha = v_{T\alpha} / \sum_\beta \tau_{\alpha\beta}^{-1}$ :

$$\omega \ll \tau_{ei}^{-1}, \tau_{ea}^{-1}, \quad \lambda = \frac{2\pi}{k} \gg \Lambda_e, \Lambda_i, \quad (13)$$

где  $v_{T\alpha}$  — тепловые скорости. Наконец, вводим массовую долю нейтральной компоненты

$$F = \frac{n_a m_a}{n_a m_a + n_i m_i} \approx \frac{n_a}{n_a + n_i}, \quad (14)$$

предполагая, что в плазме имеется один сорт однозарядных ионов, так что  $m_a \approx m_i$ . Считаем также, что в столкновительной плазме при наличии низкочастотных колебаний соотношение между концентрациями ионов и нейтральных атомов сохраняется, т.е.  $n'_a/n'_i = n_a/n_i$ ,  $F = \text{const}$ , где  $n'_{i,a}$  — возмущения концентраций.

Выражаем скорости электронов  $\mathbf{v}_e$  и нейтральной компоненты  $\mathbf{v}_a$  через плотность тока и скорость ионов  $\mathbf{v}_i$ :

$$\mathbf{v}_e = \mathbf{v}_i - \frac{\mathbf{j}}{en_i}, \quad \mathbf{v}_e - \mathbf{v}_a \approx \frac{\mathbf{v}_i}{F} - \frac{\mathbf{j}}{en_i}, \quad \mathbf{v}_i - \mathbf{v}_a \approx \frac{\mathbf{v}_i}{F}. \quad (15)$$

Члены порядка  $m_e/m_i$  опущены. В дальнейшем опустим также малые слагаемые порядка  $(m_e/m_i)^{1/2} \ll 1$ . Такой порядок величины имеет, в частности, отношение

$$\frac{m_e \tau_{ia}}{m_i \tau_{ea}} = \frac{m_e v_{Te} \Lambda_{ia}}{m_i v_{Ti} \Lambda_{ea}} = \left( \frac{m_e}{m_i} \right)^{1/2} \frac{\sigma_{ea}}{\sigma_{ia}} \approx \left( \frac{m_e}{m_i} \right)^{1/2},$$

где через  $\sigma_{ia,ea}$  обозначены сечения столкновений заряженных и нейтральных частиц.

Сложив почленно уравнения (6), (7) после указанных упрощений, находим из полученного уравнения связь между скоростью ионов  $\mathbf{v}_i$  и током:

$$\mathbf{v}_i \approx \frac{F^2 \tau_{ia}}{n_i m_i c} \mathbf{j} \times \mathbf{B} + \frac{F m_e \tau_{ia}}{en_i m_i \tau_{ea}} \mathbf{j}. \quad (16)$$

Исключив скорость  $\mathbf{v}_i$  из уравнения (7) с помощью (16), находим обобщенный закон Ома — связь между электромагнитным полем, током и гидродинамическими параметрами среды:

$$\mathbf{E} + \frac{1}{c} \mathbf{u} \times \mathbf{B} + \frac{1}{en_i} \nabla[(1-F)P - P_i] = \frac{\mathbf{j}}{\sigma} + \frac{1}{n_i e c} \mathbf{j} \times \mathbf{B} + \frac{F^2 \tau_{ia}}{n_i m_i c^2} \mathbf{B} \times (\mathbf{j} \times \mathbf{B}). \quad (17)$$

Градиенты давлений также входят в это соотношение, создавая добавочное эффективное электрическое поле. Величина

$$\sigma = \frac{e^2 n_i \tau_e}{m_e}, \quad \text{где} \quad \tau_e = \frac{\tau_{ei} \tau_{ea}}{\tau_{ei} + \tau_{ea}} \quad (18)$$

представляет собой электропроводность плазмы с учетом нейтральных атомов, но в отсутствие внешнего магнитного поля. В "холодной" плазме, в которой можно пренебречь давлением  $P$ , закон Ома приобретает вид

$$\mathbf{E} + \frac{1}{c} \mathbf{u} \times \mathbf{B} = \frac{\mathbf{j}}{\sigma} + \frac{1}{n_i e c} \mathbf{j} \times \mathbf{B} + \frac{F^2 \tau_{ia}}{n_i m_i c^2} \mathbf{B} \times (\mathbf{j} \times \mathbf{B}). \quad (19)$$

Если разложить электрический ток  $\mathbf{j} = \mathbf{j}_{\parallel} + \mathbf{j}_{\perp}$  на две компоненты, параллельную и перпендикулярную магнитному полю  $\mathbf{B}$ , то закон Ома примет вид

$$\mathbf{E} + \frac{1}{c} \mathbf{u} \times \mathbf{B} = \frac{\mathbf{j}_{\parallel}}{\sigma} + \frac{B}{n_i e c} \mathbf{j} \times \mathbf{e}_{\parallel} + \frac{\mathbf{j}_{\perp}}{\sigma_{\perp}^{\text{eff}}}, \quad (20)$$

где  $\mathbf{e}_{\parallel} = \mathbf{B}/B$ ,

$$\frac{1}{\sigma_{\perp}^{\text{eff}}} = \frac{1}{\sigma} + \frac{F^2 B^2 \tau_{ia}}{n_i m_i c^2}. \quad (21)$$

Отсюда следует, что величины  $\sigma$ ,  $\sigma_{\perp}^{\text{eff}}$  играют роль соответственно продольной и поперечной эффективных электропроводностей частично ионизованной плазмы. Соотношения, обратные (20), имеют вид

$$\mathbf{j}_{\parallel} = \sigma \mathbf{E}_{\parallel}, \quad (22)$$

$$\mathbf{j}_{\perp} = \sigma_{\perp} \left( \mathbf{E}_{\perp} + \frac{1}{c} \mathbf{u} \times \mathbf{B} \right) - \sigma_{\perp} \frac{B \sigma_{\perp}^{\text{eff}}}{e c n_i} \left( \mathbf{E} \times \mathbf{e}_{\parallel} - \frac{B}{c} \mathbf{u}_{\perp} \right),$$

где

$$\frac{1}{\sigma_{\perp}} = \frac{1}{\sigma_{\perp}^{\text{eff}}} \left[ 1 + \left( \frac{B \sigma_{\perp}^{\text{eff}}}{e c n_i} \right)^2 \right]. \quad (23)$$

В отсутствие нейтральной компоненты  $F = 0$ ,  $\sigma_{\perp}^{\text{eff}} = \sigma = e^2 n_i \tau_{ei} / m_e$ ,  $\sigma_{\perp}^{-1} = \sigma^{-1} (1 + \omega_{Be}^2 \tau_{ei}^2)$ , и мы имеем известное соотношение для поперечного тока

$$\mathbf{j}_{\perp} = \frac{\sigma}{1 + \omega_{Be}^2 \tau_{ei}^2} \left( \mathbf{E}_{\perp} + \frac{1}{c} \mathbf{u} \times \mathbf{B} \right) - \frac{\sigma \omega_{Be} \tau_{ei}}{1 + \omega_{Be}^2 \tau_{ei}^2} \left( \mathbf{E} \times \mathbf{e}_{\parallel} - \frac{B}{c} \mathbf{u}_{\perp} \right), \quad (24)$$

где  $\omega_{Be} = eB/m_e c$  — электронная циклотронная частота.

Соотношения (17)–(23) показывают, что учет нейтральных частиц существенно усложняет связь между током и электромагнитным полем, усиливая ее нелинейность. Поэтому запишем систему уравнений, которая позволит исследовать низкочастотные колебания малой амплитуды, в линеаризованной форме с учетом слабого внешнего тока  $\mathbf{j}^{\text{ext}}$ . Считаем малыми величины  $\mathbf{b} = \mathbf{B} - \mathbf{B}_0$ ,  $\mathbf{E}$ ,  $\mathbf{u}' = \mathbf{u} - \mathbf{u}_0$ , а также возмущения  $\rho'$ ,  $P'$  (плотности и давления). Примем приближение холодной среды: теплопроводностью пренебрегаем, скорость звука  $c_s$  меньше альвеновской скорости  $v_A = B_0/\sqrt{4\pi\rho}$ , кинематическая вязкость  $\nu \rightarrow 0$ . В этом случае  $P' \approx c_s^2 \rho'$ . Фоновые величины  $\mathbf{B}_0$ ,  $\mathbf{u}_0$ ,  $\rho$ ,  $P$  считаются однородными. Заметим, что мы рассматриваем столкновительную плазму и учитываем столкновения между всеми тремя компонентами. Поэтому альвеновская скорость определяется через полную плотность среды, включая нейтральную компоненту.

Используем уравнение движения (11), обобщенный закон Ома (17) и уравнения Максвелла:

$$\nabla \mathbf{B} = 0, \quad \nabla \times \mathbf{B} = \frac{4\pi}{c} (\mathbf{j} + \mathbf{j}^{\text{ext}}), \quad \nabla \times \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}. \quad (25)$$

Тогда линеаризованные уравнения записываются в виде

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{b}}{\partial t} + (\mathbf{u}_0 \nabla) \mathbf{b} - B_0 [(\mathbf{e}_{\parallel} \nabla) \mathbf{u}' - \mathbf{e}_{\parallel} \nabla \mathbf{u}'] = \\ = v_m \Delta \mathbf{b} + (v_{\text{eff}} - v_m) [\mathbf{e}_{\parallel} \Delta b_{\parallel} - (\mathbf{e}_{\parallel} \nabla) \nabla_{\perp} b_{\parallel} + (\mathbf{e}_{\parallel} \nabla)^2 \mathbf{b}_{\perp}] - \\ - \frac{c B_0}{4\pi e n_i} (\mathbf{e}_{\parallel} \nabla) (\nabla \times \mathbf{b}) + \frac{4\pi v_m}{c} \nabla \times \mathbf{j}^{\text{ext}} + \frac{B_0}{n_i e} (\mathbf{e}_{\parallel} \nabla) \mathbf{j}^{\text{ext}} + \\ + \frac{4\pi}{c} (v_{\text{eff}} - v_m) [\mathbf{e}_{\parallel} (\mathbf{e}_{\parallel} [\nabla \times \mathbf{j}^{\text{ext}}]) + (\mathbf{e}_{\parallel} \nabla) (\mathbf{e}_{\parallel} \times \mathbf{j}^{\text{ext}})], \end{aligned} \quad (26)$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}'}{\partial t} + (\mathbf{u}_0 \nabla) \mathbf{u}' = -\frac{c_s^2}{\rho} \nabla \rho' + \frac{B_0}{4\pi \rho} (\nabla \times \mathbf{b}) \times \mathbf{e}_{\parallel}, \quad (27)$$

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} + \mathbf{u}_0 \nabla \rho' + \rho \nabla \mathbf{u}' = 0. \quad (28)$$

Здесь единичный вектор  $\mathbf{e}_{\parallel}$  направлен вдоль  $\mathbf{B}_0$ ,

$$v_m = \frac{c^2}{4\pi \sigma}, \quad v_{\text{eff}} = \frac{c^2}{4\pi \sigma_{\perp}^{\text{eff}}} \quad (29)$$

— соответственно кулоновская столкновительная магнитная вязкость и эффективная магнитная вязкость с учетом нейтральной компоненты. Величина  $\sigma_{\perp}^{\text{eff}}$  дается формулой (21), в которой  $B = B_0$ .

Чтобы сделать более прозрачной довольно сложную структуру уравнения (26), запишем его для частного случая несжимаемой среды в упрощенной геометрии, когда ток плазмы  $\mathbf{j}$  и сторонний ток  $\mathbf{j}^{\text{ext}}$  направлены поперек поля  $\mathbf{B}_0$ :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{b}}{\partial t} + (\mathbf{u}_0 \nabla) \mathbf{b} = (\mathbf{B}_0 \nabla) \mathbf{u}' + v_{\text{eff}} \Delta \mathbf{b} - \\ - \frac{c}{4\pi e n_i} (\mathbf{B}_0 \nabla) (\nabla \times \mathbf{b}) + \frac{4\pi v_{\text{eff}}}{c} \nabla \times \mathbf{j}^{\text{ext}} + \frac{1}{e n_i} (\mathbf{B}_0 \nabla) \mathbf{j}^{\text{ext}}. \end{aligned} \quad (30)$$

Это уравнение отличается от того, которое описывает магнитное поле в полностью ионизованной плазме,

Таблица 1.

Объект	$B_0$ , Гс	$n_a$ , см $^{-3}$	$n_i$ , см $^{-3}$	$F$	$T$ , К	$A_{ia}$ , см	$\omega_i \tau_{ia}$	$\omega_e \tau_{ei}$	$K$
Нейтральные облака	$1,5 \times 10^{-5}$	20	0,05	$\approx 1$	100	$5 \times 10^{12}$	$4 \times 10^6$	$5 \times 10^4$	$2 \times 10^{11}$
Межоблачная теплая среда	$2 \times 10^{-6}$	0,2	0,03	0,85	$10^4$	$5 \times 10^{14}$	$6 \times 10^6$	$10^7$	$5 \times 10^{13}$
Фотосфера Солнца	1,0	$10^{16}$	$10^{13}$	$\approx 1$	$6 \times 10^3$	$1 \times 10^{-2}$	$8 \times 10^{-5}$	$8 \times 10^{-3}$	$6 \times 10^{-7}$
Космологическая среда ( $z < 1$ )	$10^{-9}$	$5 \times 10^{-9}$	$4 \times 10^{-5}$	$10^{-4}$	$10^4$	$2 \times 10^{22}$	$1 \times 10^{11}$	$5 \times 10^5$	$10^9$
Ионосфера Земли	1,0	$2 \times 10^8$	$10^6$	$\approx 1$	$10^3$	$5 \times 10^5$	$10^4$	$5 \times 10^3$	$5 \times 10^7$

значением эффективной магнитной вязкости. Оценим отношение

$$\frac{v_{\text{eff}}}{v_m} = 1 + \frac{F^2 B_0^2 \tau_{ia} \sigma}{n_i m_i c^2} = 1 + F^2 (\omega_i \tau_{ia}) (\omega_e \tau_{ei}), \quad (31)$$

где  $\omega_{i,e} = eB_0/m_{i,e}c$  — циклотронные частоты, для некоторых типичных астрофизических объектов (табл. 1). Во всех случаях, кроме ионосферы, рассматривалась чисто водородная среда. Для сечения ион-атомных столкновений принималось значение  $\sigma_{ia} \approx 10^{-14}$  см $^2$ . В последнем столбце таблицы приведена величина  $K = F^2 (\omega_i \tau_{ia}) (\omega_e \tau_{ei})$ , характеризующая вклад нейтральных атомов в процесс эволюции магнитного поля. В предпоследней строке табл. 1 приведены параметры фотоионизированной межгалактической среды для плотности, соответствующей области в 200 раз выше средней барийной плотности при  $z = 0$ .

Как видно из табл. 1, во всех рассмотренных случаях, кроме фотосферы Солнца, вклад нейтральной компоненты весьма значителен даже если доля нейтральных атомов меньше той, которая указана в таблице. Эта возможность существенна для процессов ускорения частиц вблизи ударных фронтов, где степень ионизации может быть повышенной из-за нагрева среды.

Вклад холловских членов в (30) определяется отношением

$$\frac{cB_0}{4\pi e n_i v_{\text{eff}}} \approx \frac{1}{F^2 \omega_i \tau_{ia}}. \quad (32)$$

При  $F^2 \omega_i \tau_{ia} \gg 1$  указанные слагаемые играют малую роль. Но в интервале параметров, определяемом неравенствами  $K \gg 1$ ,  $F^2 \omega_i \tau_{ia} \ll 1$  холловские слагаемые преобладают над всеми остальными.

Существенное свойство уравнения (30) состоит в том, что эффективная магнитная вязкость  $v_{\text{eff}}$  является общим множителем для диссипативного слагаемого  $\Delta \mathbf{b}$  и слагаемого со сторонним током  $\nabla \times \mathbf{j}^{\text{ext}}$ . Поэтому в зависимости от свойств стороннего тока тандем  $v_{\text{eff}} (\Delta \mathbf{b} + (4\pi/c) \nabla \times \mathbf{j}^{\text{ext}})$  может либо усилить диссипацию, либо превращать ее в раскачку колебаний.

## 2.2. Закон Ома

### в бесстолкновительной замагниченной плазме

Макроскопическое описание разреженной плазмы с редкими кулоновскими столкновениями в ряде важных случаев оказывается возможным за счет эффектов рассеяния частиц стохастическими флуктуациями электромагнитного поля, сопровождающими коллективные процессы колебаний плазмы (см. [34, 36–39]). Ниже в этом разделе мы вычислим эффективную электропроводность такой плазмы для простейших моделей стохастических полей, считая плазменную среду статистически однородной.

Исходим из кинетического уравнения для электронов и ионов плазмы в пренебрежении кулоновскими стол-

кновениями, но с учетом флуктуирующих электромагнитных полей:

$$\frac{\partial f_{e,i}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \frac{\partial f_{e,i}}{\partial \mathbf{r}} + e(\mathbf{E} + \mathbf{e}) \cdot \frac{\partial f_{e,i}}{\partial \mathbf{p}} + \frac{e}{c} [\mathbf{v} \times (\mathbf{B} + \mathbf{b})] \cdot \frac{\partial f_{e,i}}{\partial \mathbf{p}} = 0. \quad (33)$$

Здесь  $\mathbf{B}$  и  $\mathbf{E}$  — регулярные крупномасштабные магнитное и электрическое поля, а  $\mathbf{b}$  и  $\mathbf{e}$  — флуктуирующие поля, имеющие нулевые средние значения после усреднения по ансамблю флуктуаций. Кулоновский интеграл столкновений положен равным нулю. В полной постановке задачи следует считать флуктуирующие поля самосогласованными, зависящими от функций распределения частиц  $f_{e,i}$ , и исследовать сильно нелинейную эволюцию системы, что в настоящее время невозможно. Мы ограничимся простейшей моделью статистически однородной и стационарной системы, иллюстрирующей воздействие коллективных эффектов на проводимость плазмы. Это позволит нам дать качественный анализ влияния указанных эффектов на генерацию магнитного поля в бесстолкновительной плазме с нетепловыми частицами — основную задачу нашей работы. Считая амплитуды флуктуирующих полей малыми, мы можем в рамках квазилинейной теории выполнить усреднение уравнения (33) по ансамблю флуктуаций. Это приведет к уравнению для усредненных функций распределения  $F_{e,i} = \langle f_{e,i} \rangle$ :

$$\frac{\partial F_{e,i}}{\partial t} + e\mathbf{E} \cdot \frac{\partial F_{e,i}}{\partial \mathbf{p}} + \frac{e}{c} (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot \frac{\partial F_{e,i}}{\partial \mathbf{p}} = \text{St} [F_{e,i}]. \quad (34)$$

Эффективный интеграл столкновений  $\text{St} [F_{e,i}]$  имеет вид:

$$\text{St} [F_{e,i}] = \left(\frac{e}{c}\right)^2 \left[ \frac{\partial^2}{\partial v_\alpha \partial v_\beta} (\Phi_{\alpha\beta} F_{e,i}) + e_{\sigma\mu\alpha} v_\mu \frac{\partial^2}{\partial v_\sigma \partial v_\beta} (\Psi_{\alpha\beta} F_{e,i}) \right], \quad (35)$$

где

$$\begin{aligned} \Phi_{\alpha\beta} = & \int_0^\infty d\tau \left[ \left( \langle \mathbf{e}_\alpha \mathbf{e}_\gamma \rangle \mathbf{b}_{0\gamma} + \langle \mathbf{e}_\alpha \mathbf{b}_\gamma^\perp \rangle \mathbf{E}_\gamma^\perp B \right) \mathbf{b}_{0\beta} + \right. \\ & \left. + \langle \mathbf{e}_\alpha \mathbf{b}_\nu \rangle \mathbf{b}_{0\nu} \mathbf{b}_{0\gamma} e_{\gamma\sigma\mu} \left( \frac{v_\mu}{c} - e_{\mu\lambda\nu} \mathbf{b}_{0\nu} \frac{\mathbf{E}_\lambda^\perp}{B} \right) (\delta_{\sigma\beta} - \mathbf{b}_{0\sigma} \mathbf{b}_{0\beta}) \right], \end{aligned} \quad (36)$$

$$\begin{aligned} \Psi_{\alpha\beta} = & \int_0^\infty d\tau \left[ \left( \langle \mathbf{b}_\alpha \mathbf{e}_\gamma \rangle \mathbf{b}_{0\gamma} + \langle \mathbf{e}_\alpha \mathbf{b}_\gamma^\perp \rangle \frac{\mathbf{E}_\gamma^\perp}{B} \right) \mathbf{b}_{0\beta} + \right. \\ & \left. + \langle \mathbf{b}_\alpha \mathbf{b}_\nu \rangle \mathbf{b}_{0\nu} \mathbf{b}_{0\gamma} e_{\gamma\sigma\mu} \left( \frac{v_\mu}{c} - e_{\mu\lambda\nu} \mathbf{b}_{0\nu} \frac{\mathbf{E}_\lambda^\perp}{B} \right) (\delta_{\sigma\beta} - \mathbf{b}_{0\sigma} \mathbf{b}_{0\beta}) \right]. \end{aligned} \quad (37)$$

Здесь введен орт среднего поля  $\mathbf{b}_0 = \mathbf{B}/B$ . Парные корреляционные функции флуктуирующих полей

$\langle \mathbf{b}_x(\mathbf{r}, t) \mathbf{b}_\beta(\mathbf{r}', t') \rangle$ ,  $\langle \mathbf{e}_x(\mathbf{r}, t) \mathbf{e}_\beta(\mathbf{r}', t') \rangle$  и  $\langle \mathbf{b}_x(\mathbf{r}, t) \mathbf{e}_\beta(\mathbf{r}', t') \rangle$  предполагаются статистически однородными и стационарными. Они зависят от разностей  $\tau = t - t'$  и  $\mathbf{r} - \mathbf{r}' = \mathbf{R}(\tau)$ , где  $\mathbf{R}(\tau)$  — закон движения частицы в полях  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{B}$ . Движение замагниченных частиц в слабо неоднородных и медленно изменяющихся полях  $\mathbf{B}(\mathbf{r}, t)$  и  $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$  можно описывать в дрейфовом приближении.

Рассмотрим теперь две простые модели флуктуирующих полей и вычислим электропроводности, выразив их через корреляционные характеристики случайных полей.

### 2.2.1. Мелкомасштабные статические неоднородности.

Плазма движется относительно выбранной системы отсчета с постоянной и однородной скоростью  $\mathbf{u} = \text{const}$ ,  $u \ll c$ . В сопутствующей системе имеются постоянные и однородные поля  $\mathbf{B}'$ ,  $\mathbf{E}' \perp \mathbf{B}'$ , причем  $E' \ll B'$ , а также статические магнитные флуктуации  $\mathbf{b}'$ , пространственные масштабы которых не превышают гирорадиусов тепловых частиц (мелкомасштабные случайные неоднородности). Электрические флуктуации в сопутствующей системе отсутствуют,  $\mathbf{e}' = 0$ . В выбранной ("лабораторной") системе имеются с точностью до членов первого порядка по параметру  $u/c \ll 1$  следующие поля:

$$\mathbf{B} \approx \mathbf{B}', \quad \mathbf{b} \approx \mathbf{b}', \quad \mathbf{E} \approx \mathbf{E}' - \frac{\mathbf{u}}{c} \times \mathbf{B}, \quad \mathbf{e} \approx -\frac{\mathbf{u}}{c} \times \mathbf{b}. \quad (38)$$

Подробное вычисление столкновительного члена для этого случая можно найти в §7 монографии [8]. Уравнению для усредненной функции распределения можно придать вид (мы здесь и дальше для простоты будем опускать индексы  $e, i$ ):

$$\frac{\partial F}{\partial t} + \mathbf{v} \frac{\partial F}{\partial \mathbf{r}} + e \mathbf{E}' \frac{\partial F}{\partial \mathbf{p}} = \omega_B \mathbf{b}_0 \left[ \mathbf{v} - \mathbf{u}, \frac{\partial}{\partial \mathbf{v}} \right] F + \frac{e^2 L_c \langle b^2 \rangle}{(m_{e,i} c)^2} \left[ \mathbf{v} - \mathbf{u}, \frac{\partial}{\partial \mathbf{v}} \right]_x \frac{1}{|\mathbf{v} - \mathbf{u}|} \left[ \mathbf{v} - \mathbf{u}, \frac{\partial}{\partial \mathbf{v}} \right]_x F, \quad (39)$$

где  $L_c$  — корреляционная длина стохастического магнитного поля. Ввиду малого масштаба флуктуаций уравнение нечувствительно к их спектральному составу.

Будем интересоваться стационарным и однородным распределением частиц, когда функция распределения зависит только от импульса  $F(\mathbf{p})$ . Перейдем к новой независимой переменной

$$\mathbf{v}' = \mathbf{v} - \mathbf{u} = \frac{\mathbf{p}}{m} - \mathbf{u} \quad (40)$$

— скорости частиц в сопутствующей системе. Уравнение (39) принимает компактный вид

$$\frac{e}{m_{e,i}} \mathbf{E}' \frac{\partial F}{\partial \mathbf{v}'} = \omega_B \mathbf{b}_0 \hat{\mathbf{O}} F + \frac{1}{2\tau_r(v')} \hat{\mathbf{O}}^2 F, \quad (41)$$

где

$$\hat{\mathbf{O}} = \mathbf{v}' \times \frac{\partial}{\partial \mathbf{v}'} = \mathbf{p}' \times \frac{\partial}{\partial \mathbf{p}'} \quad (42)$$

— оператор поворота скорости,

$$\tau_r^{-1}(v') = \frac{2e^2 L_c \langle b^2 \rangle}{(mc)^2 v'} \quad (43)$$

— время релаксации функции распределения, вызванной рассеянием частиц мелкомасштабными неоднородностями.

В стационарном режиме функция распределения в сопутствующей системе имеет малую анизотропию в меру малости электрического поля  $\mathbf{E}' \neq 0$ . Поэтому функцию распределения можно представить в форме

$$F = \frac{1}{4\pi} \left[ N(v') + \frac{3\mathbf{v}'}{v'^2} \mathbf{J}(v') \right], \quad (44)$$

где  $J \ll v'N$ , а величины  $J, N$  зависят только от модуля  $v' = |\mathbf{v} - \mathbf{u}|$ .

Подстановка (44) в (41) позволяет найти уравнение для плотности потока частиц  $\mathbf{J}$ , индуцированного электрическим полем:

$$\mathbf{J} + \omega_B \tau_r \mathbf{b}_0 \times \mathbf{J} = -\frac{e\tau_r v'}{3} \frac{\partial N}{\partial v'} \mathbf{E}'. \quad (45)$$

Поток частиц перпендикулярен крупномасштабному магнитному полю. Плотность электрического тока  $\mathbf{j}$ , создаваемого частицами одного сорта, можно вычислить по формулам

$$\mathbf{j} = e \int \mathbf{v}' F d^3 p' = e \int \mathbf{J} p'^2 dp'. \quad (46)$$

В этих формулах не учитываются токи

$$\pm e \mathbf{u} \int N_{e,i} p'^2 dp' = \pm e n_{e,i} \mathbf{u},$$

вызываемые общим движением среды, которые в квазинейтральной плазме взаимно сокращаются.

Используя (45) и (46), приходим к закону Ома в обычной форме:

$$\mathbf{j} = \sigma_\perp \mathbf{E}' - \sigma_H \mathbf{b}_0 \times \mathbf{E}', \quad \mathbf{E}' = \mathbf{E} + \frac{\mathbf{u}}{c} \times \mathbf{B}, \quad (47)$$

где электропроводности

$$\begin{aligned} \sigma_\perp &= \int \frac{\sigma(p')}{1 + \omega_B^2 \tau_r^2} p'^2 dp', \\ \sigma_H &= \int \frac{\sigma(p') \omega_B \tau_r}{1 + \omega_B^2 \tau_r^2} p'^2 dp', \end{aligned} \quad (48)$$

$$\sigma(p') = -\frac{e^2 \tau_r p'}{3m} \frac{\partial N}{\partial p'} > 0.$$

При сильной замагниченности ( $\omega_B \tau_r \gg 1$ ) введем усредненную скорость  $\bar{v}'$  по формуле

$$\frac{1}{\bar{v}'} = -\frac{1}{3n} \int \frac{p'^3}{v'} \frac{\partial N}{\partial p'} dp' \quad (49)$$

и получим

$$\sigma_\perp = \frac{ne^2 L_c \langle b^2 \rangle}{m \bar{v}' B^2} \quad (50)$$

— аналог формулы Друде, в которой роль времени между столкновениями играет величина

$$\tau = \frac{L_c \langle b^2 \rangle}{\bar{v}' B^2}.$$

Формула (50) содержит массу частицы в знаменателе и показывает, что главную роль в рассматриваемой электропроводности играют электроны. В этом же пределе  $\sigma_H = ecn/B$ , ток Холла создается в результате электрического дрейфа частиц в скрещенных полях  $\mathbf{E}' \times \mathbf{B}$ :

$$\mathbf{j}_H = \frac{enc}{B^2} \mathbf{E}' \times \mathbf{B}.$$

Токи Холла электронов и ионов взаимно сокращаются.

**2.2.2. Крупномасштабные альвеновские волны со случайными фазами.** По сравнению с предыдущим случаем рассмотрим нестатические флуктуации, когда в сопутствующей системе имеется магнитное поле  $\mathbf{b}'(\mathbf{r}', t)$  и электрическое поле  $\mathbf{e}' = \mp \mathbf{v}_A \times \mathbf{b}'/c$ , где  $\mathbf{v}_A = \mathbf{B}/\sqrt{4\pi\rho}$  — альвеновская скорость,  $\mathbf{r}' = \mathbf{r} - \mathbf{u}t$  — радиус-вектор. В системе наблюдателя имеем

$$\mathbf{b} = \mathbf{b}', \quad \mathbf{e} = -\frac{1}{c}(\mathbf{u} \pm \mathbf{v}_A) \times \mathbf{b}. \quad (51)$$

После усреднения по турбулентным колебаниям уравнение для функции распределения, зависящей только от импульса, можно записать в виде, аналогичном (41), но с более сложным интегралом столкновений:

$$\begin{aligned} \frac{e}{m} \mathbf{E}' \frac{\partial F}{\partial \mathbf{v}'} - \omega_B \mathbf{b}_0 \widehat{\mathcal{O}} F = \frac{e^2}{(mc)^2} \left[ \mathbf{v}' \mp \mathbf{v}_A, \frac{\partial}{\partial \mathbf{v}'} \right]_x \times \\ \times \int \langle b_x(\mathbf{r}', t) b_\beta(\mathbf{r}'_0, t_0) \rangle G(\mathbf{r}', \mathbf{v}', t; \mathbf{r}'_0, \mathbf{v}'_0, t_0) \times \\ \times \left[ \mathbf{v}'_0 \mp \mathbf{v}_A, \frac{\partial}{\partial \mathbf{v}'_0} \right]_\beta F(\mathbf{r}'_0, \mathbf{v}'_0, t_0) d^3 r'_0 d^3 v'_0 dt_0 \equiv \text{St}[F]. \end{aligned} \quad (52)$$

Здесь  $G(\mathbf{r}', \mathbf{v}', t; \mathbf{r}'_0, \mathbf{v}'_0, t_0)$  — функция Грина, описывающая движение частицы в скрещенных однородных полях  $\mathbf{E}'$ ,  $\mathbf{B}$  за время  $\tau = t - t_0$ . Функция Грина имеет вид

$$G(\mathbf{r}', \mathbf{v}', t; \mathbf{r}'_0, \mathbf{v}'_0, t_0) = \delta(\mathbf{v}' - \mathbf{V} - \mathbf{v}'_0) \delta(\mathbf{r}' - \mathbf{R} - \mathbf{r}'_0) \Theta(\tau), \quad (53)$$

где  $\mathbf{V}$  и  $\mathbf{R}$  — изменения скорости и радиуса-вектора частицы за время  $\tau$ :

$$\mathbf{V}(\tau, \mathbf{v}'_0) = \mathbf{v}'_{0\perp} (\cos \omega_B \tau - 1) - \mathbf{b}_0 \times \mathbf{v}'_0 \sin \omega_B \tau, \quad (54)$$

$$\mathbf{R}(\tau, \mathbf{v}'_0) = \frac{1}{\omega_B} \mathbf{v}'_{0\perp} \sin \omega_B \tau + \frac{1}{\omega_B} \mathbf{b}_0 \times \mathbf{v}'_0 (\cos \omega_B \tau - 1) + \mathbf{v}'_{0\parallel} \tau.$$

В статистически однородной среде корреляционный тензор альвеновских мод зависит от разностных аргументов:

$$\langle b_x(\mathbf{r}', t) b_\beta(\mathbf{r}'_0, t_0) \rangle = K_{x\beta}(\mathbf{R}(\tau, \mathbf{v}'_0), \tau). \quad (55)$$

Мы будем считать, что корреляционные длины  $L_c$  в продольном и поперечном направлениях сравнимы и велики по сравнению с гирорадиусами тепловых частиц,  $L_c \gg r_g$ . В этом случае можно пренебречь поперечным смещением частиц в сопутствующей системе и положить  $\mathbf{R} \approx \mathbf{b}_0 v'_{0\parallel} \tau$ . Корреляционное время  $\tau_c$  будет определяться большей из трех скоростей: скорости  $v'_T$  частиц в сопутствующей системе, альвеновской скорости  $v_A$  и скорости среды  $u$ . В частности, в холодной плазме ( $v'_T \ll v_A$  либо  $v'_T \ll u$ ) корреляционное время  $\tau_c \approx L_c/u$  либо  $\tau_c \approx L_c/v_A$

не зависит от тепловой скорости, и его не требуется усреднять с функцией распределения. Еще одно упрощение возникает при аксиально симметричном распределении волновых векторов альвеновских мод относительно направления поля  $\mathbf{B}$ . В этом случае корреляционный тензор приобретает вид

$$K_{x\beta}(\mathbf{R}(\tau, \mathbf{v}'_0), \tau) = K(v'_{0\parallel} \tau, \tau) (\delta_{x\beta} - b_{0x} b_{0\beta}). \quad (56)$$

Далее перейдем к уравнению для электрического тока, используя его представление (46) через функцию распределения. Произведем интегрирование по  $d^3 r'_0 d^3 v'$  и преобразуем интеграл столкновений следующим образом:

$$\begin{aligned} e \int v'_\lambda \text{St}[F] d^3 v' = \frac{e^3}{(mc)^2} e_{\alpha\mu\lambda} e_{\beta\kappa\sigma} \int d^3 v'_0 F(\mathbf{v}'_0) (\mathbf{v}'_0 - \mathbf{v}_A)_\kappa \times \\ \times \frac{\partial}{\partial v'_{0\sigma}} \int_0^\infty d\tau K_{x\beta}(v'_{0\parallel} \tau, \tau) (\mathbf{v}'_0 + \mathbf{V}(\tau, \mathbf{v}'_0) \mp \mathbf{v}_A)_\mu. \end{aligned} \quad (57)$$

Скорость  $\mathbf{V}$  содержит члены, пропорциональные  $\cos \omega_B \tau$  и  $\sin \omega_B \tau$ . При интегрировании по  $d\tau$  такие слагаемые будут иметь порядок малости  $(\omega_B \tau_c)^{-1} \ll 1$  и могут быть опущены. Используя представление (56) для корреляционного тензора, приведем (57) к простому виду

$$e \int v'_\lambda \text{St}[F] d^3 v' = -\frac{e^3}{(mc)^2} \int d^3 v' F(\mathbf{v}') v'_\lambda \frac{\partial}{\partial v'_\parallel} (v'_\parallel \bar{K}(v'_\parallel)), \quad (58)$$

где

$$\bar{K}(v'_\parallel) = \int_0^\infty K(v'_\parallel \tau, \tau) d\tau \quad (59)$$

и в правой части (58) упрощено обозначение переменной интегрирования.

Рассмотрим предельные случаи холодной и горячей плазмы. В первом из них тепловая скорость в сопутствующей системе мала по сравнению с альвеновской или переносной скоростью среды:  $v' \ll v_A, u$ . Тогда интеграл (59) по времени можно упростить:

$$\bar{K}(v'_\parallel) \approx \int_0^\infty K(0, \tau) d\tau = \langle b^2 \rangle \tau_c, \quad (60)$$

где последнее равенство можно рассматривать как определение времени корреляции, порядок величины которого  $\tau_c \approx L_c/u$  (если  $u \gtrsim v_A$ ). В этом случае, согласно (46), интеграл (58) выражается через поперечный электрический ток:

$$e \int \mathbf{v}' \text{St}[F] d^3 v' = -\frac{1}{\tau_r} \mathbf{j}, \quad (61)$$

где

$$\frac{1}{\tau_r} = \frac{e^2 \tau_c \langle b^2 \rangle}{(mc)^2}$$

— обратное время релаксации. Интегрируя аналогичным образом слагаемые, стоящие в левой части уравнения (52), получим уравнение для электрического тока:

$$\mathbf{j} + \omega_B \tau_r \mathbf{b}_0 \times \mathbf{j} = \frac{e^2 n \tau_r}{m} \mathbf{E}'. \quad (62)$$

Из этого уравнения получаем закон Ома в форме (47), причем электропроводности при сильной замагниченно-

сти ( $\omega_B \tau_c \gg 1$ ) имеют вид

$$\sigma_{\perp} = \frac{e^2 n \tau_c \langle b^2 \rangle}{m B^2}, \quad \sigma_{\parallel} = \frac{ecn}{B} \quad (63)$$

и весьма сходны с теми, которые были получены в модели мелкомасштабных статических неоднородностей.

В горячей плазме тепловая скорость электронов велика по сравнению с  $v_A$  и  $u$ . Интеграл по времени (59) аппроксимируется выражением

$$\bar{K}(v'_{\parallel}) \approx \int_0^{\infty} K(v'_{\parallel} \tau, 0) d\tau = \langle b^2 \rangle \frac{L_c}{|v'_{\parallel}|}, \quad (64)$$

при этом

$$\frac{\partial}{\partial v'_{\parallel}} (v'_{\parallel} \bar{K}(v'_{\parallel})) = 2L_c \langle b^2 \rangle \delta(v'_{\parallel}).$$

Вычисляя (58) с использованием функции распределения (44), находим

$$e \int \mathbf{v}' \text{St}[F] d^3 v' = - \frac{3e^2 L_c \langle b^2 \rangle}{2(mc)^2} \int e \mathbf{J}_{\perp}(v_{\perp}) v_{\perp} dv_{\perp}. \quad (65)$$

Поскольку электрический ток  $\mathbf{j} = e \int \mathbf{J}(v) v^2 dv$ , то интеграл в (65) отличается от тока только некоторой средней тепловой скоростью  $\bar{v}_{\perp}$ , для вычисления которой, как и в случае (49), нужно задать функцию распределения фоновых частиц. В итоге получаем поперечную электропроводность в виде

$$\sigma_{\perp} = \frac{3e^2 n L_c \langle b^2 \rangle}{2m \bar{v}_{\perp} B^2}. \quad (66)$$

Рассмотрение предельных случаев холодной и горячей плазмы позволяет записать интерполяционную формулу, которая годится для оценки поперечной электропроводности бесстолкновительной плазмы при наличии в ней альвеновской турбулентности:

$$\sigma_{\perp} \approx \frac{e^2 n L_c \langle b^2 \rangle}{m c \bar{v} B^2}, \quad (67)$$

где в качестве  $\bar{v}$  следует подставлять большую из трех скоростей  $v_{Te}$ ,  $v_A$ ,  $u$ .

Выше всюду мы рассматривали случай статистически однородной среды. Если поля  $\mathbf{E}$ ,  $\mathbf{B}$  и распределения частиц неоднородны в пространстве, то в законе Ома появляются дополнительные слагаемые, обусловленные этой крупномасштабной неоднородностью, которые мы не приводим.

Выражение для продольного тока и продольной электропроводности должно рассматриваться одновременно с уравнением для продольного электрического поля (поля поляризации). Эта более сложная задача здесь не будет рассматриваться (см. [39, 40], где обсуждается более общий случай интеграла столкновений). Для задач, рассматриваемых в настоящем обзоре, достаточно знания поперечных токов.

Приведем еще некоторые сведения о параметрах плазмы астрофизических объектов. В разреженной горячей плазме длина пробега между кулоновскими столкно-

вениями  $L_c \approx 1,4 \times 10^{12} T^2 / n \lambda_{10}$  (см), если температура измерена в эВ, концентрация  $n$  в  $\text{см}^{-3}$ , а  $\lambda_{10}$  — кулоновский логарифм деленный на 10. Диапазон температур, интересный для плазменных астрофизических объектов, простирается от 1 эВ до  $\sim 10$  кэВ — температуры газа в богатых скоплениях галактик. Характерные концентрации плазмы для большинства объектов с бесстолкновительными ударными волнами лежат в условном интервале от  $10^{-7} \text{см}^{-3}$  в межгалактической среде до  $\sim 10^{15} \text{см}^{-3}$  в аккреционных дисках. Магнитные поля оцениваются от  $10^{-9}$  Гс между галактиками до значений, заметно превышающих 1 Гс в атмосферах звезд.

Частоту рассеяния  $\tau_r^{-1}$  тепловых ионов магнитными флуктуациями с масштабами много больше гирорадиуса частицы в среднем магнитном поле, как уже делалось выше, можно оценить по формуле

$$\tau_r^{-1} \approx \frac{e^2}{m_i^2 c^2} \int_0^{\infty} K(v'_{\parallel} \tau, 0) d\tau \approx \frac{e^2 \langle b^2 \rangle \tau_c}{m_i^2 c^2}, \quad (68)$$

справедливой в случае  $\tau_r^{-1} \ll \omega_B$ . Отсюда имеем следующее ограничение на время корреляции  $\tau_c$  и среднеквадратичную амплитуду флуктуаций:  $\langle b^2 \rangle / B_0^2 \ll (\omega_B \tau_c)^{-1}$ . В случае одномасштабных флуктуаций корреляционное время определяется этим единственным масштабом. Для протяженных спадающих с уменьшением масштаба спектров флуктуаций колмогоровского типа

$$K(k) = \langle b^2 \rangle \frac{\alpha - 1}{k^{\alpha}}, \quad \alpha \geq 1, \quad \frac{2\pi}{L_c} \leq k \leq \frac{2\pi}{l_{\min}}, \quad L_c \gg l_{\min}, \quad (69)$$

корреляционное время определяется флуктуациями наибольшего масштаба. В частности, при  $\alpha \rightarrow 1$  (бомовский случай) имеем

$$(\alpha - 1)^{-1} \rightarrow \ln \frac{L_c}{l_{\min}}, \quad \tau_c = \frac{L_c}{2\bar{v} \ln(L_c/l_{\min})}. \quad (70)$$

### 3. Линейные моды и их затухание

Рассмотрим собственные колебания частично ионизованной среды в отсутствие диссипации ( $v_m = v_{\text{eff}} = 0$ ) и стороннего тока ( $\mathbf{j}^{\text{ext}} = 0$ ). Предполагая  $\mathbf{u}'$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\rho' \propto \exp(i\mathbf{k}\mathbf{r} - i\omega t)$ , получим из (26)–(28) систему алгебраических уравнений для компонент поля  $\mathbf{b}$ :

$$\left( \omega' - \frac{v_A^2 k_{\parallel}^2}{\omega'} \right) \mathbf{b} = \frac{v_A^2 \omega' (k^2 \mathbf{e}_{\parallel} - k_{\parallel} \mathbf{k}) b_{\parallel}}{\omega'^2 - c_s^2 k^2} + i \frac{B_0 c k_{\parallel}}{4\pi n_i e} \mathbf{k} \times \mathbf{b}, \quad (71)$$

где  $\omega' = \omega - \mathbf{k}\mathbf{u}_0$  — частота в сопутствующей системе отсчета. Проецируя (71) на направления  $\mathbf{e}_{\parallel}$  и  $\mathbf{k} \times \mathbf{e}_{\parallel}$ , находим уравнение дисперсии

$$\begin{aligned} (\omega'^2 - v_A^2 k_{\parallel}^2) \left( \omega'^2 - v_A^2 k_{\parallel}^2 - \frac{\omega'^2 v_A^2 k_{\perp}^2}{\omega'^2 - c_s^2 k^2} \right) = \\ = \omega'^2 v_A^2 k_{\parallel}^2 \frac{(ck)^2}{(1-F)\omega_{0i}^2}. \end{aligned} \quad (72)$$

Здесь правая часть записана через ионную плазменную частоту

$$\omega_{0i}^2 = \frac{4\pi n_i e^2}{m_i}. \quad (73)$$

Если масштаб неоднородности поля достаточно велик,  $k \ll \omega_{0i} \sqrt{1-F}/c$ , то правая часть равенства мала по сравнению со слагаемыми, которые входят в левую часть, и ее можно положить равной нулю. Это означает пренебрежение током Холла и дает известные законы дисперсии для трех МГД мод — альвеновской и двух магнитозвуковых:

$$\omega_A = \pm v_A |k_{\parallel}|, \quad \omega_{f,s} = \pm v_{f,s} k, \quad (74)$$

$$v_{f,s}^2 = \frac{1}{2}(v_A^2 + c_s^2) \pm \frac{1}{2}[(v_A^2 + c_s^2)^2 - 4v_A^2 c_s^2 \cos^2 \vartheta]^{1/2},$$

где  $\vartheta$  — угол между векторами  $\mathbf{k}$  и  $\mathbf{B}_0$ . В бездиссипативном пределе фазовые скорости ничем не отличаются от скоростей мод в полностью ионизованной плазме. Но затухание существенно усиливается.

Чтобы оценить коэффициенты затухания волн, включим в уравнение (71) диссипативные слагаемые из (26), но опустим малый ток Холла, не приводящий к диссипации:

$$(\omega'^2 - v_A^2 k_{\parallel}^2) \mathbf{b} = \frac{v_A^2 \omega'^2 (k^2 \mathbf{e}_{\parallel} - k_{\parallel} \mathbf{k}) b_{\parallel}}{\omega'^2 - c_s^2 k^2} - i \omega' \left\{ v_m k^2 \mathbf{b} + (v_{\text{eff}} - v_m) [(k^2 \mathbf{e}_{\parallel} - k_{\parallel} \mathbf{k}) b_{\parallel} + k_{\parallel}^2 \mathbf{b}_{\perp}] \right\}. \quad (75)$$

Альвеновской моде соответствует  $b_{\parallel} = 0$ , вектор  $\mathbf{b}$  ориентирован в ней вдоль  $\mathbf{k} \times \mathbf{e}_{\parallel}$ . Оставив в (75) соответствующие члены и положив  $\omega' = \omega_A - i\gamma_A$ , где  $\gamma_A \ll |\omega_A|$ , находим коэффициент затухания

$$\gamma_A = \frac{1}{2}(v_{\text{eff}} k_{\parallel}^2 + v_m k_{\perp}^2). \quad (76)$$

Затухание определяется в основном большой столкновительной эффективной вязкостью. Это имеет место при  $k_{\parallel}^2/k_{\perp}^2 \ll v_m/v_{\text{eff}}$ . В отсутствие нейтральной компоненты ( $v_{\text{eff}} = v_m$ ) получаем известное выражение  $\gamma_A = v_m k^2/2$ .

В случае магнитозвуковых волн  $b_{\parallel} \neq 0$ , вектор  $\mathbf{b}$  лежит в плоскости  $(\mathbf{k}, \mathbf{e}_{\parallel})$ . Коэффициент затухания быстрой и медленной мод дается выражениями

$$\gamma_{f,s} = v_{\text{eff}} k^2 \frac{v_{f,s}^2 - c_s^2}{4v_{f,s}^2 + 2c_s^2 + 2v_A^2}. \quad (77)$$

Для медленной моды, которой соответствует знак минус перед корнем в (74), приведенное выражение справедливо при  $\gamma_s > 0$  и  $\gamma_s \ll |\omega_s|$ .

Прежде, чем исследовать эффекты генерации магнитного поля и МГД волн в многокомпонентных плазменных системах, что является основной целью работы, поучительно рассмотреть существенно более ограниченную задачу с заданными сторонними токами, действующими на электронно-ионную магнитоактивную плазму.

#### 4. Возбуждение МГД волн внешним током в одножидкостной модели плазмы

Генерация МГД волн в высокопроводящих жидкостях и плазме возможна как прямым механическим возбуждением, так и с помощью внешних электрических токов. Проблема генерации обсуждалась в различных работах [41–43] с момента открытия МГД волн в 1942 г. Х. Альвеном. В космической плазме оба механизма

возбуждения играют важную роль, но в бесстолкновительной плазме механизм возбуждения поля электрическими токами часто доминирует.

Мы кратко обсудим вопрос о генерации волн с целью определить относительную роль резонансного и нерезонансного механизмов возбуждения волны внешним током  $\mathbf{j}^{\text{ext}}$ . В постановке задачи, рассмотренной Ахиезером и др. [43], имеем плазму с одним сортом ионов и заданный сторонний ток. Тогда возбуждение линейных МГД волн можно исследовать, используя уравнение движения (11) одножидкостной среды, в котором можно опустить последние слагаемые в левой части, отвечающие за вязкую диссипацию. Отличие уравнения для скорости  $\mathbf{u}(\mathbf{r}, t)$  среды от (11) заключается, в частности, в отсутствии в нем силы  $(1/c)(\mathbf{j}^{\text{ext}} \times \mathbf{B})$ , которая действует на носителя внешнего тока, а не на плазму:

$$\rho \left[ \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \nabla) \mathbf{u} \right] = \frac{1}{c} \mathbf{j} \times \mathbf{B} - \nabla P. \quad (78)$$

Магнитное поле при этом определяется полным током:

$$\nabla \times \mathbf{B} = \frac{4\pi}{c} (\mathbf{j} + \mathbf{j}^{\text{ext}}),$$

что позволяет исключить из (78) собственно ток плазмы  $\mathbf{j}$  и получить уравнение, связывающее сторонний ток  $\mathbf{j}^{\text{ext}}$  со скоростью  $\mathbf{u}$  и полем  $\mathbf{B}$  в плазме.

Уравнение индукции, при выводе которого используется закон Ома в обычной форме  $\mathbf{j} = \sigma(\mathbf{E} + \mathbf{u} \times \mathbf{B}/c)$ , принимает вид

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times [\mathbf{u} \times \mathbf{B}] + v_m \Delta \mathbf{B} + \frac{4\pi v_m}{c} \nabla \times \mathbf{j}^{\text{ext}}. \quad (79)$$

В уравнении (79) мы учли слагаемые, отвечающие эффектам конечной проводимости плазмы, необходимые для анализа резонансного эффекта генерации волн. Однако, в отличие от работы [43], кроме эффекта магнитной диффузии, описываемого слагаемым  $v_m \Delta \mathbf{B}$ , мы сохранили также и последнее слагаемое, содержащее сторонний ток и пропорциональное магнитной вязкости  $v_m$ . Данное слагаемое отличается от стандартных диссипативных членов, пропорциональных  $\eta k^2$  и  $v_m k^2$ , тем, что является источником поля в уравнении индукции.

Рассмотрим внешний ток в форме бегущей волны  $\mathbf{j}^{\text{ext}} = \mathbf{j}_0 \exp[i\omega(z/v_{\text{ph}} - t)]$ , позволяющий в явном виде ввести фазовую скорость  $v_{\text{ph}}$  источника. Систему координат выберем с осью  $Oz$  вдоль направления распространения волны тока и будем считать невозмущенное магнитное поле  $\mathbf{B}_0$ , лежащим в плоскости  $xz$ . После стандартной процедуры линеаризации,  $\mathbf{B} = \mathbf{B}_0 + \mathbf{b}$ , получим уравнения для векторов  $\mathbf{b}$  и  $\mathbf{u}$  альвеновской волны в однородной, покоящейся плазме с магнитным полем  $\mathbf{B}_0$ . Альвеновская мода может быть выделена как мода с поляризацией вдоль оси  $Oy$ :

$$\frac{\partial u_y}{\partial t} - \frac{B_{0z}}{4\pi\rho_0} \frac{\partial b_y}{\partial z} = \frac{j_x^{\text{ext}} B_{0z} - j_z^{\text{ext}} B_{0x}}{\rho_0 c}, \quad (80)$$

$$\frac{\partial b_y}{\partial t} - B_{0z} \frac{\partial u_y}{\partial z} = v_m \frac{\partial^2 b_y}{\partial z^2} - \frac{4\pi v_m}{c} \left( \frac{\partial j_z^{\text{ext}}}{\partial x} - \frac{\partial j_x^{\text{ext}}}{\partial z} \right). \quad (81)$$

Выберем внешний ток в форме сдвиговой бегущей волны с  $j_z^{\text{ext}} = 0$  и  $j_x^{\text{ext}} \neq 0$ , которая обеспечивает выполнение условия  $\nabla \mathbf{j}^{\text{ext}} = 0$ . Решение, описывающее вынуж-

денные колебания в среде, имеет вид

$$u_y = -\frac{B_{0z}}{i\omega\rho_0 c} \frac{v_{ph}^2}{v_{ph}^2 - v_A^2 + i\omega v_m} j_x^{\text{ext}}, \quad (82)$$

$$b_y = \frac{4\pi v_{ph}}{i\omega c} \frac{v_A^2 - i\omega v_m}{v_{ph}^2 - v_A^2 + i\omega v_m} j_x^{\text{ext}}. \quad (83)$$

Эти величины связаны соотношением

$$u_y = \mp \frac{b_y}{\sqrt{4\pi\rho}} \frac{v_A v_{ph}}{v_A^2 - i\omega v_m}, \quad (84)$$

где  $v_A = |B_{0z}|/\sqrt{4\pi\rho}$ .

Полученное соотношение отличается от того, которое присуще собственному колебанию в бездиссипативной среде, т.е. альвеновской волне, и переходит в него при  $v_m \rightarrow 0$  и  $v_{ph} \rightarrow v_A$ .

Рассмотрим также возбуждение волн внешним током, направленным вдоль распространения волны, т.е.  $j_z^{\text{ext}} \neq 0$  и  $j_x^{\text{ext}} = 0$  (при этом  $\nabla \mathbf{j}^{\text{ext}} \neq 0$ ). В этом случае аналогичные соотношения принимают вид

$$u_y = \frac{B_{0x}}{i\omega\rho_0 c} \frac{v_{ph}^2 - i\omega v_m}{v_{ph}^2 - v_A^2 + i\omega v_m} j_z^{\text{ext}}, \quad (85)$$

$$b_y = -\frac{B_{0x} B_{0z}}{i\omega\rho c v_{ph}} \frac{v_{ph}^2}{v_{ph}^2 - v_A^2 + i\omega v_m} j_z^{\text{ext}}, \quad (86)$$

$$u_y = -b_y \frac{v_{ph}^2 + i\omega v_m}{B_{0z} v_{ph}}. \quad (87)$$

Полученные соотношения показывают, что вынужденные колебания в среде возбуждаются внешними токами с любой фазовой скоростью. Волна распространяется с фазовой скоростью тока. При совпадении фазовой скорости внешнего тока с альвеновской скоростью среды возникает резонанс. Амплитуда волны в резонансе обратно пропорциональна магнитной вязкости и, следовательно, прямо пропорциональна электропроводности среды. В среде без диссипации ( $v_m \rightarrow 0$ ) волна может существовать ( $u_y, b_y$  могут быть отличны от нуля) и в отсутствие внешнего тока ( $j^{\text{ext}} \rightarrow 0$ ). Но при этом возможны только собственные колебания с  $v_{ph} = v_A$ , а связь между амплитудами скорости и магнитного поля соответствует альвеновской волне:

$$u_y = \mp \frac{b_y}{\sqrt{4\pi\rho}}. \quad (88)$$

При наличии внешнего тока связь между полем и скоростью в общем случае отличается от (88). Ситуация аналогична той, которая имеет место при излучении электромагнитных волн в вакууме. В области, занятой током, электромагнитные колебания не обладают в общем случае свойствами вакуумных мод и превращаются в них только на некотором расстоянии от этой области (в волновой зоне).

Отметим еще раз, что амплитуда альвеновской волны при резонансном возбуждении внешним током в среде с одним сортом ионов тем больше, чем выше электропроводность среды. Качественно иная ситуация имеет место в многокомпонентных системах с нетепловыми ускоренными частицами, к рассмотрению которых мы и переходим.

## 5. Учет ускоренной компоненты в уравнениях МГД

Пусть в рассматриваемой среде кроме фоновой нерелятивистской плазмы и нейтральной компоненты имеется некоторая популяция ускоренных заряженных частиц, релятивистских или нерелятивистских, скорости  $v$  которых намного превышают все остальные скорости:  $v \gg v_A, c_s, u$ . Эти частицы, существенно отличаясь от фоновых частиц по энергиям, должны рассматриваться как четвертая компонента среды со специфическими свойствами. Ввиду высокой энергии этих частиц мы пренебрежем их столкновениями с частицами фоновой среды, но учтем их взаимодействие со стохастическими мелкомасштабными турбулентными полями. Это можно сделать путем использования усредненного по турбулентным полям кинетического уравнения для усредненной функции распределения  $f$  рассматриваемых частиц (см. [8]):

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{v} \frac{\partial f}{\partial \mathbf{r}} + e\mathbf{E} \frac{\partial f}{\partial \mathbf{p}} - \frac{ec}{\mathcal{E}} \mathbf{B} \mathcal{O} f = I[f]. \quad (89)$$

Здесь  $\mathbf{B}, \mathbf{E}$  — регулярные крупномасштабные магнитное и электрическое поля,  $I[f]$  — интеграл столкновений, учитывающий взаимодействие ускоренных частиц с МГД турбулентностью,  $\mathcal{E}$  — полная энергия ускоренной частицы. Конкретные выражения для этой величины в низшем приближении по амплитуде турбулентности можно найти в монографии [8], а нелинейные поправки имеются в обзоре [44]. В рассматриваемом случае электрическое поле в ионизованной среде обязано переносной скорости среды, и его можно записать в виде

$$\mathbf{E} = -\frac{1}{c} \mathbf{u} \times \mathbf{B}, \quad (90)$$

что позволяет при необходимости объединить два последних слагаемых в левой части (89) в одно:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{v} \frac{\partial f}{\partial \mathbf{r}} = \frac{e}{c} \mathbf{B} \left[ (\mathbf{v} - \mathbf{u}) \times \frac{\partial}{\partial \mathbf{p}} \right] f + I[f]. \quad (91)$$

Отсюда следует, что слагаемые в уравнении, пропорциональные  $u$ , содержат малый параметр  $u/v$ .

Чтобы включить ускоренные частицы в общую систему уравнений, полученных в предыдущих разделах, придадим уравнению (91) гидродинамическую форму. Для этого перейдем к уравнению баланса импульса ускоренных частиц, умножив (91) на импульс отдельной частицы и проинтегрировав по  $d^3p$ . Обозначив через

$$\mathcal{P}(\mathbf{r}, t) = \int \mathbf{p} f d^3p \quad (92)$$

плотность импульса и через

$$P_{\alpha\beta} = \int p_\alpha v_\beta f d^3p \quad (93)$$

плотность потока импульса, находим

$$\frac{\partial \mathcal{P}_\alpha}{\partial t} + \nabla_\beta P_{\alpha\beta} = \frac{1}{c} (\mathbf{j}^{\text{ext}} \times \mathbf{B})_\alpha - eN\mathbf{E}_\alpha + \int p_\alpha I[f] d^3p, \quad (94)$$

где

$$\mathbf{j}^{\text{ext}} = e \int \mathbf{v} f d^3 p \quad (95)$$

— электрический ток ускоренных частиц,  $N$  — их локальная концентрация. Последнее слагаемое в (94), как следует из размерности и физических соображений, можно приближенно записать в форме

$$\int p_x I[f] d^3 p \approx -\frac{\mathcal{P}_x}{\tau_s}. \quad (96)$$

Здесь  $\tau_s$  — время изотропизации функции распределения ускоренных частиц под действием рассеивающих турбулентных полей.

Сравним полученное уравнение (94) с уравнением баланса импульса фоновых частиц, которое получится, если просуммировать правые и левые части уравнений (11) и (13):

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho u_x) + \nabla_\beta(\rho u_x u_\beta) = -\nabla_x P + \frac{1}{c}(\mathbf{j} \times \mathbf{B})_x. \quad (97)$$

Мы опустили из (11) диссипативное слагаемое, считая среду достаточно холодной. Складывая почленно (94) с (97), получим

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho u_x + \mathcal{P}_x) + \nabla_\beta(\rho u_x u_\beta + \Pi_{x\beta}) = \\ = -\nabla_x P + \frac{1}{c}[(\mathbf{j} + \mathbf{j}^{\text{ext}}) \times \mathbf{B}]_x - \frac{\mathcal{P}_x}{\tau_s}. \end{aligned} \quad (98)$$

Слагаемое  $eN\mathcal{E}$  сократилось с соответствующим вкладом от фоновых частиц, так как рассматриваемая система в целом электронейтральна. В силу того, что рассматриваются пространственные масштабы, намного превышающие дебаевскую длину, имеет место и локальная макроскопическая электронейтральность ( $N + n_i - n_e = 0$ ).

Чтобы несколько упростить полученное уравнение движения для четырехкомпонентной среды, примем во внимание характерные особенности функции распределения ускоренных частиц в астрофизических объектах. Первая особенность — малая концентрация ускоренных частиц по сравнению с концентрацией фоновых частиц. В диске Галактики в среднем  $N/(n_i + n_a) \approx 10^{-9}$ . При ускорении частиц на ударном фронте аналогичное отношение сильно зависит от формы спектра и от наибольшей энергии, до которой происходит ускорение. Оценим его для типичных условий из закона сохранения энергии, который можно записать в виде соотношения

$$\eta \frac{m_p u^2}{2} n_0 u = \bar{T} N_0 u', \quad (99)$$

где  $\eta$  — доля первичного потока энергии, переходящая ускоренным частицам,  $u$  и  $u'$  — скорости среды перед и за фронтом,  $n_0$  — средняя концентрация протонов перед фронтом с учетом и нейтральной компоненты,  $\bar{T}$  — средняя кинетическая энергия ускоренных частиц. При степенном спектре ускоренных протонов

$$\begin{aligned} f_0(p, \theta) = \frac{1}{4\pi} N(p)(1 + A \cos \theta), \\ N(p) = (\alpha - 3) N_0 \frac{p_0^{\alpha-3}}{p^\alpha}, \quad p_m \geq p \geq p_0, \end{aligned} \quad (100)$$

будем иметь

$$\begin{aligned} \bar{T} &\approx \frac{\alpha - 3}{5 - \alpha} \left( \frac{m_p c}{p_0} \right)^{5-\alpha} \frac{p_0^2}{2m_p}, \quad 5 > \alpha > 4, \quad p_0 \ll m_p c, \\ \bar{T} &\approx m_p c^2 \ln \left( \frac{p_m}{p_0} \right), \quad \alpha = 4, \\ \bar{T} &\approx \frac{\alpha - 3}{4 - \alpha} \left( \frac{p_0}{p_m} \right)^{\alpha-3} \mathcal{E}_m, \quad 3 < \alpha < 4, \quad p_m \gg m_p c^2. \end{aligned} \quad (101)$$

Мы не будем рассматривать экстремальных ситуаций с сильной модификацией фронта ускоренными частицами ( $\alpha < 4$ ) и ограничимся слабым искажением фронта ( $\alpha \approx 4$ ) и умеренной долей ( $\eta \approx 0,1$ ) энергии потока, переходящей к ускоренным частицам. В этих предположениях

$$\frac{N_0}{n_0} \approx \frac{0,2}{\ln(p_m/p_0)} \left( \frac{u}{c} \right)^2. \quad (102)$$

Второй особенностью функции распределения частиц, ускоряемых диффузионными механизмами (например, при фермиевском ускорении первого порядка вблизи ударного фронта) является высокая степень ее изотропии. Это связано с тем, что частицы должны испытывать сильное рассеяние, способное долго удерживать их в ограниченной области ускорения. Поэтому безразмерный параметр анизотропии  $A$  в (100), как правило, мал. В Галактике в среднем он имеет при энергиях протонов  $\mathcal{E} \lesssim 10^4$  ГэВ значение  $A \lesssim 10^{-3}$ , а вблизи ударного фронта имеет порядок величины  $u/c \ll 1$ .

Уравнение (98) допускает некоторые упрощения. С помощью функции распределения (100) оценим плотность импульса ускоренных частиц и найдем его отношение к плотности импульса фоновой среды:

$$\frac{\mathcal{P}}{n_0 m_p u} \approx \frac{N_0}{n_0} \frac{cA}{u} \ln \left( \frac{p_m}{p_0} \right) \approx 0,2 \frac{Au}{c} \ll 1,$$

если использовать оценку (102). В силу относительной малости плотности импульса ускоренных частиц можно им пренебречь в правой и левой частях уравнения (98). Но не следует опускать слагаемое  $\nabla_\beta \Pi_{x\beta} = \nabla_x P_{\text{cr}}$ , так как давление ускоренных частиц может составлять значительную долю динамического давления газодинамического потока. В итоге, мы получим уравнение движения четырехкомпонентной сплошной среды в виде

$$\begin{aligned} \rho \left[ \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \nabla) \mathbf{u} \right] = \frac{1}{c} (\mathbf{j} + \mathbf{j}^{\text{ext}}) \times \mathbf{B} - \nabla(P + P_{\text{cr}}) + \\ + \eta \left( \Delta \mathbf{u} + \frac{1}{3} \nabla(\nabla \mathbf{u}) \right). \end{aligned} \quad (103)$$

По сравнению с уравнением (11) в (103) входят полное давление и полный ток, включающие вклады от ускоренных частиц. Это соответствует предположению о том, что ускоренные частицы взаимодействуют с фоновой плазмой через регулярное и стохастические поля. Поэтому магнитная сила, действующая на создаваемый этими частицами ток, оказывается приложенной ко всей плазме в целом. В (103) мы дописали и диссипативное слагаемое, поскольку оно несколько не изменилось в результате произведенных выше преобразований. К

уравнению (103) следует добавить уравнения Максвелла (25). Связь тока фоновых частиц  $\mathbf{j}$  с электромагнитными полями определяется законом Ома (17) или (22), но ток ускоренных частиц  $\mathbf{j}^{\text{ext}}$  этому закону не подчиняется и его необходимо вычислять отдельно с помощью функции распределения.

## 6. Перестройка статического магнитного поля релятивистскими частицами вблизи ударного фронта

Уже в первых работах, посвященных ускорению заряженных частиц сильными МГД ударными фронтами в турбулентной среде, была отмечена высокая эффективность передачи механической энергии ускоренным частицам [13, 45–47]. Ускоренная компонента может приобретать энергию, составляющую десятки процентов от энергии ударной волны. Это приводит к тому, что ускоренные частицы оказывают заметное обратное воздействие на скорость потока плазмы и на турбулентность вблизи ударного фронта. Разные аспекты этих явлений исследовались многими авторами [48–50]. В перечисленных и других работах было показано, что ускоренные частицы деформируют профиль скорости гидродинамического течения и могут при определенных условиях привести к полному размытию теплового скачка. Релятивистские частицы интенсивно генерируют гидромагнитные (в основном альвеновские) возмущения резонансными и нерезонансными механизмами (см. [10–12, 27, 28] и др.). Эти вопросы будут систематически изложены в следующих разделах настоящего обзора.

В этом разделе мы, следуя работе [51], рассмотрим еще один аспект этой проблемы — возможность генерации статического магнитного поля перед фронтом ударной волны электрическим током ускоренных релятивистских частиц. Пространственный масштаб этого поля имеет порядок толщины предфронта  $l \approx \kappa_1/u_1$ , где  $\kappa_1$  — нормальная к фронту составляющая тензора диффузии релятивистских частиц,  $u_1$  — нормальная компонента гидродинамической скорости плазмы. В случае нерелятивистских ударных волн этот масштаб намного превышает гирорадиус релятивистских частиц. Генерируемое в предфронте поле складывается с первичным магнитным полем и может вызвать его существенную модификацию. Модифицированное поле сносится за фронт потоком плазмы, и от его величины и геометрии весьма сильно зависит процесс ускорения частиц и их излучение нетепловыми механизмами.

Оценку сверху величины энергии турбулентности  $\mathcal{W}_{\text{max}}$  и магнитной индукции  $\mathcal{B}_{\text{max}}$ , которые могут генерировать сами ускоряемые частицы, можно получить из закона сохранения энергии. Плотность энергии потока газа перед фронтом составляет величину  $n_0 m_p u_1^2 / 2$  (внутренней энергией пренебрегаем). В нашем случае промежуточным агентом выступают релятивистские частицы, на долю которых могут приходиться десятки процентов энергии потока [50, 52]. Принимая для этой

доли величину  $\eta \approx 20\%$  и считая  $u_1 \approx 3 \times 10^8$  см  $\text{с}^{-1}$  (значение, характерное для вспышек сверхновых и сильных звездных ветров, см. Лозинская [53]), получаем оценки искомым величин:

$$\mathcal{W}_{\text{max}} \approx \eta \frac{n_0 m_p u_1^2}{2}, \quad \mathcal{B}_{\text{max}} \approx \sqrt{4\pi n_0 m_p u_1^2}. \quad (104)$$

Эти оценки для трех основных известных фаз межзвездной среды приведены в табл. 2. Они на порядки превышают наблюдаемые значения  $B_{\text{obs}}$  (см., например, [1, 31, 54]) в соответствующих фазах, что может свидетельствовать о значимости рассматриваемого эффекта. По этой причине желательно найти самосогласованное решение задачи, основанное на законах сохранения и учитывающее зависимость параметров задачи от вычисляемого магнитного поля. Для генерации статического магнитного поля в рассматриваемой ниже простой модели это удается сделать.

### 6.1. Формулировка проблемы

Рассмотрим в стационарной самосогласованной постановке одномерную задачу о генерации магнитного поля электрическим током, который создается ускоренными релятивистскими частицами со всеми возможными энергиями. Пусть плоский ударный фронт ( $z = 0$ ) является источником ускоренных протонов, средняя энергия которых будет уточнена ниже. Более тяжелые, чем протоны, атомные ядра и электроны составляют малую долю ускоренных частиц, и мы ими будем пренебрегать. Фоновую плазму и фоновую нейтральную среду также будем считать чисто водородными. Плазма движется вдоль оси  $Oz$  и нормальная компонента ее скорости испытывает скачок  $\Delta u = u_z(0) - u_2 > 0$  на фронте, а за фронтом постоянна. Скорость  $u_z(z)$  перед фронтом ( $z < 0$ ) может плавно убывать от значения  $u_1$  вдали от фронта до некоторого значения  $u_z(0) < u_1$ , если на ускорение частиц и генерацию магнитного поля расходуется заметная часть энергии ударной волны.

Частицы ускоряются в окрестности фронта, поэтому источник энергичных частиц на фронте задаем в виде

$$Q(z) = q_0 \delta(z), \quad (105)$$

что соответствует однородной инжекции частиц из фоновой плазмы в режим ускорения ударным фронтом. Мощность инжекции  $q_0$  можно выразить через безразмерный параметр  $\chi < 1$  — долю потока частиц, инжектируемых в режим ускорения:  $q_0 = n_0 u_1 \chi$ , где  $n_0$  — суммарная концентрация ионов и нейтральных атомов водорода перед фронтом. На фронте нейтральные атомы ионизируются. Ускоренные протоны черпаются из теплового фона, поэтому на фронте следует задать сток  $Q_{\text{th}}$  тепловых протонов

$$Q_{\text{th}}(z) = -Q(z), \quad (106)$$

который обеспечит сохранение электрического заряда и числа частиц.

Таблица 2.

$n_0$ , протоны $\text{см}^{-3}$	$\mathcal{B}_{\text{max}}$ , Гс	$\mathcal{W}_{\text{max}}$ , эВ	$B_{\text{obs}}$ , Гс	Примечание
20	$2,8 \times 10^{-3}$	$2 \times 10^4$	$1,5 \times 10^{-5}$	Нейтральные облака
0,2	$2,8 \times 10^{-4}$	200	$(2-6) \times 10^{-6}$	Межоблачная "теплая" среда
$2 \times 10^{-3}$	$2,8 \times 10^{-5}$	2	?	Горячие каверны

Предположим, что перед фронтом имеется начальное однородное магнитное поле  $\mathbf{B}_1$ , направление которого определяется полярными углами  $\theta$ ,  $\alpha$ , и турбулентные пульсации, содержащие случайные мелкомасштабные магнитные поля, которые рассеивают частицы. В турбулентной среде релятивистские и тепловые частицы будут совершать случайные блуждания. Существенно, чтобы направление магнитного поля не совпадало с направлением нормали к фронту, так как в этом случае при однородной инжекции частиц в режим ускорения на фронте ток может течь только вдоль оси  $Oz$  и в силу симметрии не будет создавать магнитного поля. Коэффициенты диффузии  $\kappa$  релятивистских протонов и аналогичные коэффициенты  $D^p$ ,  $D^e$  фоновых нерелятивистских протонов и электронов имеют разные значения вдоль и поперек крупномасштабного магнитного поля. Кроме того, они различны в областях перед и за фронтом. В силу анизотропии диффузии релятивистские и фоновые частицы создадут электрический ток, который может иметь проекции на все три оси. Целью нашей работы является оценка магнитного поля, созданного этим током.

Уравнение, связывающее магнитное поле со сторонним током и скоростью среды, запишем в приближении  $v_{\text{eff}} \gg v_m$  и в пренебрежении холловским слагаемым в уравнении (20). Пренебрежем также вкладом турбулентности в электропроводность и магнитную вязкость, который рассматривался в разделе 2.2. В этих приближениях уравнение для магнитного поля, которое можно получить из (20) и (25), принимает вид

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = -\nabla \times (v_{\text{eff}} \nabla \times \mathbf{B})_{\perp} + \nabla \times [\mathbf{u} \times \mathbf{B}] + \frac{4\pi}{c} \nabla \times v_{\text{eff}} \mathbf{j}_{\perp}^{\text{ext}}, \quad \nabla \cdot \mathbf{B} = 0. \quad (107)$$

Здесь индекс  $\perp$  обозначает вектор, перпендикулярный полю  $\mathbf{B}$ ,  $\mathbf{u}$  — регулярная скорость среды в предфронте, величины  $\mathbf{B}$ ,  $\mathbf{u}$ ,  $\mathbf{j}^{\text{ext}}$  зависят от одной координаты  $z$ . Магнитная вязкость, пропорциональная  $B^2(z)$ , также зависит от этой координаты.

## 6.2. Вычисление полного тока

Полный сторонний ток в плазме создается релятивистскими протонами, а также фоновыми протонами и электронами:  $\mathbf{j}^{\text{ext}} = \mathbf{j}^p + \mathbf{j}^e$ . Токи, создаваемые протонами и электронами, можно записать в виде ( $z \neq 0$ )

$$\mathbf{j}_{\alpha}^p = -e\kappa_{\alpha\beta} \frac{\partial N}{\partial x_{\beta}} - eD_{\alpha\beta}^p \frac{\partial n_p}{\partial x_{\beta}} + eu_{\alpha}(N + n_p) + \sigma_{\alpha\beta}^p E_{\beta}, \quad (108)$$

$$\mathbf{j}_{\alpha}^e = eD_{\alpha\beta}^e \frac{\partial n_e}{\partial x_{\beta}} - eu_{\alpha}n_e + \sigma_{\alpha\beta}^e E_{\beta}, \quad (109)$$

где  $N$  — концентрация ускоренных протонов,  $n_p$ ,  $n_e$  — неравновесные добавки к концентрациям фоновых протонов и электронов,  $\mathbf{E}$  — электрическое поле, возникающее из-за разделения зарядов и удовлетворяющее уравнению электростатики

$$\nabla \mathbf{E} = 4\pi e(N + n_p - n_e). \quad (110)$$

Здесь рассматриваются интегральные концентрации частиц со всеми энергиями. Величины  $\sigma^e$ ,  $\sigma^p$  — электропроводности фоновой плазмы, связанные с ее коэффици-

циентами диффузии соотношениями [55]

$$\sigma_{\alpha\beta}^{e,p} = \frac{D_{\alpha\beta}^{e,p}}{4\pi r_D^2}, \quad (111)$$

где  $r_D = \sqrt{T/4\pi n_0 e^2}$  — дебаевский радиус,  $T$  — температура,  $n_0$  — равновесная концентрация фоновых протонов или электронов.

Полный ток  $\mathbf{j}^{\text{ext}} = \mathbf{j}^p + \mathbf{j}^e$ , так же как и токи релятивистских и нерелятивистских протонов и электронов по отдельности удовлетворяют в стационарном случае уравнениям

$$\nabla \mathbf{j}^{\text{ext}} = \nabla \mathbf{j}^p = \nabla \mathbf{j}^e = 0. \quad (112)$$

Как уже отмечалось, мы будем рассматривать одномерный случай и считать концентрации и токи функцией одной пространственной координаты  $z$ . Воздействие самосогласованного электрического поля на релятивистские частицы незначительно, поэтому в уравнении для концентрации  $N$  достаточно учесть только диффузию частиц и их конвективный перенос движением среды. Для установившегося процесса ускорения уравнение имеет вид

$$\frac{d}{dz} \left\{ -\kappa_{1,2} \frac{dN_{1,2}}{dz} + u_{1,2} N_{1,2} \right\} = q_0 \delta(z). \quad (113)$$

Здесь индексы 1, 2 относятся к областям перед (1) и за (2) фронтом,  $\kappa_{1,2}$  — это значения коэффициента диффузии  $\kappa_{zz}$  в соответствующих областях. Аналогичные обозначения мы будем в дальнейшем использовать для коэффициентов  $D^p$ ,  $D^e$ . Сами коэффициенты диффузии  $\kappa$ ,  $D$  мы будем понимать как величины, усредненные по энергетическим спектрам соответственно релятивистских и тепловых частиц и в общем случае зависящие от  $z$ .

Заменяя в правой части (113) источник граничными условиями [8]

$$N_1 = N_2, \quad \kappa_1 \frac{dN_1}{dz} - \kappa_2 \frac{dN_2}{dz} - \Delta u N_{1,2} = q_0 \quad \text{при} \quad z = 0, \quad (114)$$

найдем решения уравнения (113):

$$N_1(z) = N_0 \exp[-\zeta(z)], \quad N_0 = \frac{q_0}{u_2},$$

$$\zeta(z) = \int_z^0 \frac{u_z(z') dz'}{\kappa_1(z')}, \quad z \leq 0; \quad (115)$$

$$N_2 = N_0, \quad z \geq 0.$$

Условие  $\zeta(l) \approx 1$  определяет то расстояние  $l$ , на которое ускоренные частицы способны перемещаться против потока до того, как их снесет за ударный фронт.

Концентрации нерелятивистских частиц подстраиваются под распределение релятивистских протонов и должны определяться в области  $z > 0$  из уравнений (112). Указанные уравнения имеют вид

$$\frac{d}{dz} \left( -eD_1^p \frac{dn_p}{dz} + eu_z(z)n_p + \sigma_{zz}^p E_z \right) = 0, \quad (116)$$

$$\frac{d}{dz} \left( eD_1^e \frac{dn_e}{dz} - eu_z(z)n_e + \sigma_{zz}^e E_z \right) = 0.$$

Интегрируя эту систему и воспользовавшись (111), получим

$$E_z = 4\pi e r_D^2 \left( \frac{dn_p}{dz} - \frac{u_z(z)}{D_1^p} n_p \right) = -4\pi e r_D^2 \left( \frac{dn_e}{dz} - \frac{u_z(z)}{D_1^e} n_e \right). \quad (117)$$

Это позволяет с помощью формул (108), (109) записать компоненты полного тока:

$$\begin{aligned} j_x^{\text{ext}} &= -e\kappa_{xz} \frac{dN}{dz} + eu_z(z) \left\{ \frac{D_{xz}^e}{D_1^e} n_e - \frac{D_{xz}^p}{D_1^p} n_p \right\}, \\ j_y^{\text{ext}} &= -e\kappa_{yz} \frac{dN}{dz} + eu_z(z) \left\{ \frac{D_{yz}^e}{D_1^e} n_e - \frac{D_{yz}^p}{D_1^p} n_p \right\}, \\ j_z^{\text{ext}} &= 0, \end{aligned} \quad (118)$$

где  $N(z)$  дается формулами (115). Дальнейшее вычисление не удастся произвести в общем виде, и оно требует дополнительных приближений.

1. Параметр

$$\left( \frac{ur_D}{\kappa_1} \right)^2 = \left( \frac{3ur_D}{vA_{\parallel}} \right)^2 \ll 1 \quad (119)$$

мал в рассматриваемых фазах межзвездной среды. В случае релятивистских частиц и нерелятивистских ударных волн отношение  $3u/v < 1$ . Параметр  $r_D/A_{\parallel}$  имеет очень малое значение, не превышающее  $10^{-13}$ , если взять среднее по галактическому диску  $A_{\parallel} \approx 10^{18}$  см (см. [18]). Даже увеличение магнитного поля и турбулентных пульсаций вблизи фронта на несколько порядков не сможет скомпенсировать эту малость.

Из малости указанного параметра на основе уравнений (110) и (117) следует условие квазинейтральности плазмы

$$N + n_p - n_e \approx 0, \quad (120)$$

которое выполняется с точностью до величин порядка указанного параметра. Масштаб неоднородности в распределении фоновых частиц тот же, что и в случае ускоренных протонов, поэтому по порядку величины  $n'_{p,e} \approx (u/\kappa_1)n_{p,e}$ .

Если коэффициенты диффузии тепловых частиц достаточно малы,

$$D_1^{p,e} \ll \kappa_1, \quad (121)$$

то слагаемыми с производными в (117) можно пренебречь, что дает  $n_p/n_e \approx -D_1^p/D_1^e$ . Условие квазинейтральности позволяет найти

$$n_p \approx -N(z) \frac{D_1^p}{D_1^p + D_1^e}, \quad n_e \approx N(z) \frac{D_1^e}{D_1^p + D_1^e} \quad (122)$$

и получить в этом приближении плотность тока в области перед фронтом:

$$\begin{aligned} j_x^{\text{ext}} &= eu_z(z) \left\{ \frac{D_{xz}^e + D_{xz}^p}{D_1^e + D_1^p} - \frac{\kappa_{xz}}{\kappa_1} \right\} N(z), \\ j_y^{\text{ext}} &= eu_z(z) \left\{ \frac{D_{yz}^e + D_{yz}^p}{D_1^e + D_1^p} - \frac{\kappa_{yz}}{\kappa_1} \right\} N(z). \end{aligned} \quad (123)$$

2. Если условие (121) не выполняется, но диффузия тепловых частиц амбиполярна, как это имеет место в нейтральных облаках и тепловой фазе [1], то протоны и электроны диффундируют совместно с одинаковыми эффективными коэффициентами диффузии  $D_{\mu\nu}^e \approx D_{\mu\nu}^p$ , по порядку величины близкими к меньшему из них. В этом случае с помощью условия квазинейтральности из уравнений (118) получим

$$\begin{aligned} j_x^{\text{ext}} &= eu_z(z) \left\{ \frac{D_{xz}^p}{D_1^p} - \frac{\kappa_{xz}}{\kappa_1} \right\} N(z), \\ j_y^{\text{ext}} &= eu_z(z) \left\{ \frac{D_{yz}^p}{D_1^p} - \frac{\kappa_{yz}}{\kappa_1} \right\} N(z). \end{aligned} \quad (124)$$

В случае амбиполярной диффузии выражения (123) и (124) совпадают.

Полученные выражения показывают, что отличная от нуля плотность тока может возникнуть в рассматриваемой модели только при наличии перекрестных коэффициентов диффузии  $\kappa_{xz}$ ,  $\kappa_{yz}$  и аналогичных коэффициентов для фоновых частиц. При этом отличен от нуля ротор тока, входящий в уравнение (107) в качестве источника. Если обозначить через  $L$  транспортный пробег частиц вдоль регулярного магнитного поля  $\mathbf{B}$ , то в системе осей, одна из которых совпадает с  $\mathbf{B}$ , будем иметь продольный, поперечный и холловский коэффициенты диффузии (см., например, [8])

$$\begin{aligned} \kappa_{\parallel} &= \frac{1}{3} vA, \\ \kappa_{\perp} &= \kappa_{\parallel} \frac{r_g^2}{r_g^2 + A^2}, \\ \kappa_H &= \kappa_{\parallel} \frac{r_g A}{r_g^2 + A^2}. \end{aligned} \quad (125)$$

Здесь  $v$  — скорость частицы,  $r_g = cp/eB_0$  — ее гирорадиус. Коэффициенты диффузии тепловых частиц выражаются аналогичным образом, но их ларморовские радиусы значительно меньше, чем у релятивистских протонов, а пробеги определяются совершенно другими физическими факторами. Поэтому взаимное сокращение членов в фигурных скобках выражений (123), (124) крайне маловероятно.

Входящие в (123) и (124) коэффициенты диффузии выражаются через (125) следующим образом:

$$\begin{aligned} \kappa_{xz} &= (\kappa_{\parallel} - \kappa_{\perp}) \sin \theta \cos \theta \cos \alpha - \kappa_H \sin \theta \sin \alpha, \\ \kappa_{yz} &= (\kappa_{\parallel} - \kappa_{\perp}) \sin \theta \cos \theta \sin \alpha + \kappa_H \sin \theta \cos \alpha, \\ \kappa_1 &= \kappa_{\parallel} \cos^2 \theta + \kappa_{\perp} \sin^2 \theta. \end{aligned} \quad (126)$$

Углы  $\theta$ ,  $\alpha$  определяют направление крупномасштабного поля в системе координат с полярной осью, ориентированной по нормали к плоскости фронта. Коэффициенты диффузии фоновых частиц имеют аналогичную структуру. При перемене местами индексов  $x$ ,  $z$  и  $y$ ,  $z$  в левых частях (126) знак перед  $\kappa_H$  в правых частях следует изменить на противоположный.

Заметим, что существование электрического тока в системе, в которой электрический заряд с большой точностью скомпенсирован, а его макроскопические перемещения отсутствуют, вызвано неоднородностью в распределении ларморовских кружков отдельных частиц, ускоренных и фоновых. Рассматриваемый ток

аналогичен току намагничивания  $\mathbf{j} = c \operatorname{rot} \mathbf{M}$  в макроскопической электродинамике, где  $\mathbf{M}$  — неоднородная намагниченность среды.

Токи, создаваемые релятивистскими протонами и фоновыми частицами, входят в (123) и (124) с разными знаками, что отражает эффект экранировки. Тем не менее сколько-нибудь заметное локальное взаимное сокращение этих токов в значительной области пространства, по нашему мнению, требует специальных условий. Это означало бы подстройку коэффициентов диффузии фоновых частиц под значения коэффициентов диффузии релятивистских протонов. Как уже отмечалось, для такой подстройки какие-либо физические механизмы не установлены. В то же время условие баланса электрического заряда (120) выполняется из-за действия кулоновских сил с большой степенью точности. По указанным причинам мы не предполагаем равенства нулю полного тока  $\mathbf{j}^{\text{ext}} + \mathbf{j}^{\text{p}} + \mathbf{j}^{\text{e}} = 0$  как некоторого общего принципа, как это делается в некоторых работах. Такое условие возможно лишь для специальных случаев (однородное магнитное поле и т.п.).

### 6.3. Самосогласованное вычисление магнитного поля

Законы сохранения запишем в предположении, что плазма перед ударным фронтом холодная и ее давление пренебрежимо мало,  $P_g \approx 0$ . Скорость плазмы  $u_1$  на большом расстоянии от фронта имеет только  $z$ -компоненту, т.е. нормальна к фронту. Но вблизи фронта появляется тангенциальная компонента, определяемая магнитным полем. Соответствующая система уравнений должна учитывать магнитное поле и в этом смысле обобщать соотношения, приведенные в работе [50]. Имеем следующую систему, выражающую постоянство потоков массы, импульса и энергии:

$$J = m_p n(z) u_z(z) = m_p n_0 u_1 = \text{const}, \quad (127)$$

$$J u_z(z) + P_c(z) + \frac{B_t^2(z)}{8\pi} = J u_1 + \frac{B_{1t}^2}{8\pi}, \quad (128)$$

$$J \mathbf{u}_t(z) - \frac{1}{4\pi} B_{1z} \mathbf{B}_t(z) = -\frac{1}{4\pi} B_{1z} \mathbf{B}_{1t}, \quad (129)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} J u_z^2(z) + \frac{\gamma_c}{\gamma_c - 1} u_z(z) P_c(z) - \frac{\kappa_1(z)}{\gamma_c - 1} \frac{dP_c}{dz} + \\ + \frac{1}{4\pi} u_z(z) B_t^2(z) + q_m(z) = \frac{1}{2} J u_1^2 + \frac{1}{4\pi} u_1 B_{1t}^2. \end{aligned} \quad (130)$$

Здесь  $J = m_p n_0 u_1$  — плотность потока массы,  $\gamma_c$  — показатель адиабаты Пуассона релятивистского газа ускоренных частиц,  $q_m(z)$  — поток энергии убегающих частиц. Для его расчета необходимо знать энергетический спектр ускоренных частиц. В формулах (127)–(130) через  $\mathbf{B}_t = (B_x(z), B_y(z))$  обозначена проекция полного магнитного поля на плоскость  $(x, y)$ , параллельную фронту. Оно включает в себя как начальное поле  $\mathbf{B}_1$ , так и дополнительное поле, генерированное ускоренными частицами. Аналогичным образом

$$B(z) = \sqrt{B_x^2(z) + B_y^2(z) + B_{1z}^2}$$

— абсолютная величина полного поля.

Уравнения Максвелла (107) совместно со (129) позволяют легко найти первые интегралы для рассматриваемого

одногомерного случая:

$$\begin{aligned} v_{\text{eff}}(z) \frac{dB_x}{dz} - v_{\text{eff}}(z) B_y \left( \frac{dB_x}{dz} \frac{B_y}{B^2} - \frac{dB_y}{dz} \frac{B_x}{B^2} \right) - \\ - u_z(z) B_x + \frac{B_{1z}^2}{4\pi J} B_x = \\ = \frac{4\pi}{c} v_{\text{eff}}(z) j_y^{\text{ext}}(z) - \frac{4\pi}{c B^2} v_{\text{eff}}(z) (j_x^{\text{ext}} B_x + j_y^{\text{ext}} B_y) B_y - u_1 B_{1x}, \end{aligned} \quad (131)$$

$$\begin{aligned} v_{\text{eff}}(z) \frac{dB_y}{dz} + v_{\text{eff}}(z) B_x \left( \frac{dB_x}{dz} \frac{B_y}{B^2} - \frac{dB_y}{dz} \frac{B_x}{B^2} \right) - \\ - u_z(z) B_y + \frac{B_{1z}^2}{4\pi J} B_y = \\ = -\frac{4\pi}{c} v_{\text{eff}}(z) j_x(z) + \frac{4\pi}{c B^2} v_{\text{eff}}(z) (j_x^{\text{ext}} B_x + j_y^{\text{ext}} B_y) B_x - u_1 B_{1y}, \end{aligned}$$

причем  $B_z(z) = B_{1z} = \text{const}$ . При самосогласованном расчете нужно учитывать зависимость всех коэффициентов диффузии от полного магнитного поля. В частности, тригонометрические функции в (126) нужно выразить следующим образом:

$$\cos \theta = \frac{B_{1z}}{B(z)}, \quad \sin \theta \cos \alpha = \frac{B_x(z)}{B(z)}, \quad \sin \theta \sin \alpha = \frac{B_y(z)}{B(z)}. \quad (132)$$

Согласно оценке в начале этого раздела, в основных фазах межзвездной среды отношение  $B_{1z}^2/4\pi J u_1 \lesssim 10^{-4}$ , поэтому слагаемые  $B_{1z}^2 B_{x,y}/4\pi J u_1$  мы в дальнейшем опустим.

Решение уравнений (131) существенно зависит от соотношения между коэффициентами диффузии ускоренных частиц и магнитного поля. Неоднородность в распределении магнитного поля вызвана ускоренными частицами, поэтому производная  $|B'_{x,y}| \lesssim (u_1/\kappa_1) |B_{x,y}|$ . Из этой оценки следует, что относительная роль слагаемых, содержащих и не содержащих производные по  $z$  от магнитного поля в левых частях (131), определяется отношением  $v_{\text{eff}}/\kappa_1$ . Рассмотрим два случая:

1.  $v_{\text{eff}}/\kappa_1 \ll 1$ . Членами с производной можно пренебречь и получить решение

$$\begin{aligned} B_x(z) = -\frac{4\pi v_{\text{eff}}(z)}{c u_z(z)} \left\{ j_y^{\text{ext}} - \frac{B_y}{B^2} (j_x^{\text{ext}} B_x + j_y^{\text{ext}} B_y) \right\} + \frac{u_1}{u_z(z)} B_{1x}, \\ B_y(z) = \frac{4\pi v_{\text{eff}}(z)}{c u_z(z)} \left\{ j_x^{\text{ext}} - \frac{B_x}{B^2} (j_x^{\text{ext}} B_x + j_y^{\text{ext}} B_y) \right\} + \frac{u_1}{u_z(z)} B_{1y}. \end{aligned} \quad (133)$$

2.  $v_{\text{eff}}/\kappa_1 \gg 1$ . В этом случае необходимо численное решение, но для полукачественного анализа физической картины достаточно оценить производные по порядку величины:  $dB_{x,y}/dz \approx (u_1/\kappa_1) B_{x,y}$ . Подставляя эту оценку в (131), находим приближенное решение

$$\begin{aligned} B_x(z) = \frac{4\pi \kappa_1(z)}{c u_1} \left\{ j_y^{\text{ext}} - \frac{B_y}{B^2} (j_x^{\text{ext}} B_x + j_y^{\text{ext}} B_y) \right\} + B_{1x}, \\ B_y(z) = -\frac{4\pi \kappa_1(z)}{c u_1} \left\{ j_x^{\text{ext}} - \frac{B_x}{B^2} (j_x^{\text{ext}} B_x + j_y^{\text{ext}} B_y) \right\} + B_{1y}. \end{aligned} \quad (134)$$

Даже после сделанных выше упрощений равенства (133), (134) представляют собой сложные интегральные уравнения относительно  $B_x(z)$ ,  $B_y(z)$ , так как зависи-

мость от этих величин входит в коэффициенты диффузии частиц. Коэффициент  $\kappa_1$  через интеграл (115) определяет толщину слоя, в котором поле перестраивается релятивистскими частицами. Но если интересоваться магнитным полем только на фронте ( $z = 0$ ), то интеграл (115) исчезает и соотношения (133), (134) превращаются в трансцендентные уравнения относительно  $B_x(0)$ ,  $B_y(0)$ .

Для их вычисления зададим долю  $\eta$  динамического давления потока плазмы, переходящую к ускоренным частицам и генерируемому ими магнитному полю:

$$\eta = \frac{P_c(0) + B^2(0)/8\pi - B_1^2/8\pi}{Ju_1}. \quad (135)$$

Из уравнения (128) находим

$$\frac{u_z(0)}{u_1} = 1 - \eta. \quad (136)$$

В дальнейшем при численных оценках мы будем задавать величину  $\eta$  на уровне, не превышающем 20 %, хотя при интенсивном ускорении она может быть в несколько раз больше.

Через относительную величину динамического давления  $\eta$  можно также выразить плотность потока  $q_0 = N_0 u_2$  частиц, инжектируемых в режим ускорения. Учтем связь между давлением  $P_c$  релятивистских частиц и их средней кинетической энергией  $\bar{T}$ :

$$P_c = \frac{1}{3} \int v p N(p) p^2 dp = \frac{\bar{v} \bar{p}}{3} N_0 = (\gamma_c - 1) \bar{T} N_0. \quad (137)$$

С помощью (135) находим

$$q_0 = \frac{n_0 u_2}{\gamma_c - 1} \frac{m_p u_1^2}{\bar{T}} \left( \eta - \frac{B_t^2(0) - B_{1t}^2}{8\pi J u_1} \right), \quad (138)$$

где  $u_2$  — скорость плазмы за фронтом.

Оценку поля на фронте начнем со случая  $v_{\text{eff}} \gg \kappa_1$ . Рассмотрим режим интенсивного ускорения частиц на фронте, который может обеспечить малое значение коэффициента диффузии. В таком режиме транспортный пробег принимает наименьшее возможное значение  $\Lambda \approx r_g$ , т.е. становится порядка гирорадиуса (бомовский предел). Аргументы в пользу реализации такого случая приведены в разделе 11 настоящего обзора.

Соотношения (125) дают при этом

$$\kappa_{\parallel} = \frac{\bar{v} \bar{p}}{3} \frac{c}{eB} = 2\kappa_{\perp} = 2\kappa_H. \quad (139)$$

Здесь чертой обозначено усреднение по спектру ускоренных частиц. Его можно выполнить с помощью соотношения (137). Относительно тензора  $D_{\mu\nu}^p$  введем лишь одно предположение — положим  $D_H^p \approx 0$  ввиду малости ларморовых радиусов тепловых частиц, а также различных знаков этих коэффициентов для протонов и электронов. При этом не обязательно  $D_{\parallel}^p \gg D_{\perp}^p$ , так как случайная составляющая магнитного поля может частично изотропизовать эти коэффициенты. Введем также в предположении  $B_{1z} \neq 0$ ,  $B_{1y} \neq 0$  и  $B_{1x} = 0$  безразмерные величины

$$X = \frac{B_x(0)}{B(0)}, \quad Y = \frac{B_y(0)}{B(0)}, \quad (140)$$

$$B^2(0) = \frac{B_{1z}^2}{1 - X^2 - Y^2}, \quad d = \frac{D_{\perp}^p}{D_{\parallel}^p - D_{\perp}^p} \geq 0$$

и параметр, имеющий размерность квадрата магнитного поля:

$$b^2 = 2\pi\gamma_c J u_1 \eta + \frac{\gamma_c B_1^2}{4}. \quad (141)$$

Этот параметр характеризует плотность свободной энергии потока вещества с первоначальным магнитным полем. Показатель адиабаты Пуассона релятивистского газа  $\gamma_c \approx 4/3$ . Магнитное поле  $b$  имеет тот же порядок, что и вычисленное ранее поле  $B_{\text{max}}$  (см. (104) и табл. 2). В случае сильной ударной волны оно не менее чем на два порядка превышает наблюдаемое поле в соответствующих фазах.

Возможные значения поля на фронте должны определяться из системы уравнений (134), в которую следует подставить компоненты тока (124), положить  $z = 0$  и выразить все величины через  $X$ ,  $Y$ ,  $d$  и  $b$  с помощью (140), (141). В итоге получится громоздкая система уравнений, содержащая дроби и радикалы. Мы приведем простые линейные уравнения, записанные в приближении  $|X| \ll 1$ ,  $|Y| \ll 1$ :

$$X = -\frac{b^2}{B_{1z}^2} \left[ X + \frac{B_{1z}(d-1)}{|B_{1z}|(d+1)} Y \right], \quad (142)$$

$$Y = \frac{b^2}{B_{1z}^2} \left[ -Y + \frac{B_{1z}(d-1)}{|B_{1z}|(d+1)} X \right] + \frac{B_{1y}}{|B_{1z}|}.$$

Эта система имеет единственное решение

$$B_x(0) = -B_{1y} \frac{B_{1z}|B_{1z}|\delta_*}{b^2(1+\delta_*^2)}, \quad B_y(0) = B_{1y} \frac{B_{1z}^2}{b^2(1+\delta_*^2)}, \quad (143)$$

где  $\delta_* = (d-1)/(d+1)$ . Здесь  $b^2 \gg B_{1z}^2$ , а параметр  $\delta_*$  не превосходит единицы,  $0 \leq \delta_*^2 \leq 1$ . Поэтому на фронте параллельные компоненты первоначального поля оказываются подавленными вторичным полем, генерированным электрическим током ускоренных частиц. Фактор подавления (порядка  $10^4$  при интенсивном ускорении) весьма значителен. Даже при уменьшении доли энергии, переходящей к ускоренным частицам, до значения  $\eta = 10^{-4}$  сохраняется десятикратное подавление компонент поля, направленных вдоль фронта. Другие режимы ударного перехода, если они имеются, должны определяться из неупрощенной системы уравнений. Но ее численное решение показывает, что все вещественные корни этой системы малы по сравнению с единицей. Следовательно, формулы (143) исчерпывают все возможные решения, т.е. при однородной инжекции частиц вблизи фронта фактически остается только нормальная к фронту компонента магнитного поля.

Такое состояние сильно неравновесной плазменной системы представляет собой пример самоорганизации плазмы с магнитным полем. Переход системы в это состояние имеет простой физический смысл. При нормальной ориентации магнитного поля к фронту дальнейшая генерация поля в силу симметрии системы прекращается, и в этом смысле такая конфигурация поля устойчива. Именно в это устойчивое состояние стремится перейти система. Если вдали от фронта имеется тангенциальная компонента поля, то она убывает по величине по мере приближения к фронту. Степень подавления определяется запасом энергии ускоренных частиц, создающих вторичное поле.

Полученное решение не допускает перехода к пределу  $B_{1z} \rightarrow 0$ , так как в этом случае условия  $|X| \ll 1$ ,  $|Y| \ll 1$  несовместимы с уравнением  $X^2 + Y^2 = 1$ , следующим из (140). Поэтому случай параллельного фронту первоначального поля нужно рассмотреть отдельно.

При  $B_{1z} = B_{1x} = 0$  значение  $B_x(0) = 0$  превращает первое уравнение (134) в тождество. Из второго уравнения, подставляя в него соответствующие величины, в частности,  $B_y(0) = \pm B(0)$  получаем два квадратных уравнения

$$(1 \mp 4)B^2 + 4B_{1y}B - \frac{1}{\gamma_c} b^2 = 0. \quad (144)$$

Одно из них имеет решение, удовлетворяющее физическому требованию  $B(0) > 0$ :

$$B(0) = \sqrt{\frac{4}{25} B_{1y}^2 + \frac{4b^2}{5\gamma_c}} - \frac{2}{5} B_{1y} \approx \frac{2b}{\sqrt{5}\gamma_c} \gg B_{1y}. \quad (145)$$

Остальные корни отрицательны либо комплексны.

Поле, генерированное ускоренными частицами в этом случае, т.е. в отсутствие нормальной к фронту компоненты первичного поля, может приблизительно в 100 раз превзойти типичные поля в холодной и теплой фазах межзвездной среды. Но вопрос об устойчивости такого состояния остается открытым. Возможно, что малые флуктуации нормальной компоненты, а также флуктуации плотности среды в предфронте переведут систему в рассмотренное выше состояние с  $B_{1z} \neq 0$ , в котором тангенциальная компонента поля на фронте сильно подавлена.

Исследуем теперь случай  $\kappa_1 \gg v_{\text{eff}}$ . Генерируемое поле согласно (133) пропорционально эффективной магнитной вязкости  $v_{\text{eff}}$ . Представим ее согласно (21), (29) в виде  $v_{\text{eff}}(z) = v_0 B^2(z)/B_1^2$ , где  $B_1$  — среднее поле в соответствующей фазе,  $v_0$  — значение магнитной вязкости, соответствующее среднему полю. Главное отличие от предыдущего случая состоит в различной зависимости  $v_{\text{eff}}$  и  $\kappa_1$  от магнитного поля. Выполняя расчет, находим при  $B_{1z} \neq 0$

$$B_x(0) = B_{1y} \frac{2B_1^2 B_{1z} \delta_*}{B_{1z}^2 H(1-\eta)(1+\delta_*^2)}, \quad (146)$$

$$B_y(0) = -B_{1y} \frac{2B_1^2}{|B_{1z}| H(1-\eta)(1+\delta_*^2)},$$

где

$$H = \frac{1}{h} (8\pi J u_1 \eta + B_1^2), \quad h = \frac{2(\gamma_c - 1)c\bar{T}}{ev_0}. \quad (147)$$

Средняя энергия ускоренной частицы, входящая в (147), зависит от формы энергетического спектра. При достаточно сильном ускорении показатель импульсного спектра в фазовом пространстве близок к четырем. При этом средняя энергия [50]

$$\bar{T} = \frac{cp_0}{3(\gamma_c - 1)} \ln \left( \frac{2p_m}{m_p c} \right),$$

где  $p_0 \approx m_p u_1$  — импульс инжекции,  $p_m$  — максимальный импульс, до которого происходит ускорение (принимая в дальнейшем  $p_m = 100m_p c$ ). Это дает  $\bar{T} \approx 0,8 \times 10^{-4}$  эрг.

Отношение  $H/B_1 \approx 10^2 - 10^5 \gg 1$  при характерных значениях параметров в теплой фазе и в нейтральных облаках. Поэтому снова тангенциальная компонента поля на фронте сильно подавлена, остается лишь нормальная компонента.

Но результат (146) неприменим при  $B_{1z} \rightarrow 0$ , и ориентацию начального поля вдоль фронта следует рассмотреть отдельно. Полагаем  $B_{1z} = B_{1x} = 0$ ,  $|B_{1y}| = B_1 \neq 0$  и вводим переменные  $X = B_x(0)/B_1$ ,  $Y = B_y(0)/B_1$ . Ищем решение с  $X = 0$ . Для определения  $Y$  получаем уравнение

$$Y^4 - \frac{hH}{B_1^2} Y^2 \pm \frac{h}{B_1} Y \mp \frac{h}{B_1(1-\eta)} = 0. \quad (148)$$

Здесь верхние знаки соответствуют условию  $B_y(0) > 0$ , нижние — противоположному условию  $B_y(0) < 0$ . Коэффициенты уравнения (148) существенно различаются по величине:  $hH/B_1^2 > 10^4$ ,  $h/B_1 < 10$  в теплой фазе и нейтральных облаках при  $\eta \approx 20\%$ . Поэтому уравнение имеет большие и малые корни, которые можно отыскать приближенно, опуская поочередно малые слагаемые в уравнении. При  $Y \ll 1$  опускаем в (148) слагаемое  $Y^4$  и из квадратного уравнения находим

$$B_y(0) = \mp B_{1y} \sqrt{\frac{|B_{1y}|}{H(1-\eta)}} \ll B_1. \quad (149)$$

При  $Y \gg 1$  оставляем в (148) два первых члена и находим

$$B_y(0) = \pm \sqrt{hH}, \quad |B_y(0)| \gg B_1. \quad (150)$$

Таким образом, в этом случае имеются два состояния ударного фронта с малым и большим значениями магнитного поля. Возможность нескольких стационарных решений — естественный результат для открытой нелинейной и сильно неравновесной системы. Реализуемость в природе соответствующих режимов должна выясняться путем исследования их устойчивости относительно малых возмущений. Это — отдельная задача, которая здесь не рассматривается (пример решения аналогичной задачи об устойчивости ударного фронта с релятивистскими частицами см. в работе [56]).

Магнитное поле, генерированное в предфронте ударной волны, сносится за фронт потоком вещества. Дальнейшая его эволюция зависит от физических условий за фронтом и, в частности, от структуры поля скоростей. Расчет поля в сферических остатках сверхновых при произвольной структуре в области перед ударным фронтом произведен в работе [57].

Предсказываемый теорией результат о подавлении тангенциального магнитного поля в применении к квазисферическим остаткам сверхновых означает, что вблизи границы остатка поле должно иметь радиальную структуру. Этот вывод находит подтверждение в наблюдательных данных о поляризации синхротронного радиоизлучения. Радиальное магнитное поле в молодых остатках сверхновых (Тихо, Кеплера, 1006, Кассиопеи А) отмечали Рейнолдс и Гилмор [58]. (Более подробное обсуждение см. в статье [57].)

Следует подчеркнуть, что предположение об однородной инжекции частиц в режим ускорения весьма существенно в рассматриваемой задаче. Если инжекция неоднородна, что может быть вызвано, например, неоднородностью плотности среды перед фронтом, то в

области предфронта неизбежно возникнут токи, параллельные фронту, которые могут привести к генерации дополнительного параллельного поля.

Существенным ограничением в проведенном исследовании является также предположение о неограниченных размерах плоского фронта и вытекающая из него одномерность задачи. В действительности из-за ограниченных размеров ударных фронтов в реальных объектах каждый такой фронт выступает источником крупномасштабного электрического тока, растекающегося по всей Галактике и способного генерировать магнитное поле вдали от фронта, а не только в предфронте (см. [59]). Решение таких более реалистических задач в нелинейной самосогласованной постановке с неоднородной (и нестационарной) инжекцией и с ограниченными размерами ударных фронтов возможно, по-видимому, только численными методами.

## 7. Ток ускоренных частиц, вызванный слабой МГД волной

Перейдем теперь к исследованию нестационарных турбулентных движений и вычислим электрический ток ускоренных частиц, возникающий под действием слабой МГД волны, чтобы выяснить возможность раскачки колебаний. Невозмущенную полем МГД волны функцию распределения возьмем в форме (100). Она предполагается стационарной, характеризуется анизотропией  $A \ll 1$  и степенной формой импульсного спектра частиц ( $\theta$  — угол между однородным полем  $\mathbf{B}_0$  и импульсом частицы).

Функция распределения  $f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, \theta, \phi, t)$  ускоренных частиц, возмущенная внешним полем, удовлетворяет кинетическому уравнению

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{v} \frac{\partial f}{\partial \mathbf{r}} + e\mathbf{E} \frac{\partial f}{\partial \mathbf{p}} - \frac{ec}{\mathcal{E}} (\mathbf{B}_0 + \mathbf{b}) \mathcal{O}f = I[f], \quad (151)$$

где  $\mathcal{O}$  — оператор поворота импульса, определенный согласно (42),  $\mathbf{E}$ ,  $\mathbf{b}$  — внешнее электромагнитное поле МГД волны.

Линеаризуем кинетическое уравнение (151), считая внешнее поле слабым и выделив из функции распределения  $f = f_0 + \delta f$  малую часть  $\delta f$ , обусловленную этим полем:

$$\frac{\partial \delta f}{\partial t} + \mathbf{v} \frac{\partial \delta f}{\partial \mathbf{r}} - \frac{ec}{\mathcal{E}} \mathbf{B}_0 \mathcal{O} \delta f = -e\mathbf{E} \frac{\partial f_0}{\partial \mathbf{p}} + \frac{ec}{\mathcal{E}} \mathbf{b} \mathcal{O} f_0 + I[\delta f]. \quad (152)$$

Последнее слагаемое в (152) учитывает релаксацию функции распределения  $\delta f$  в результате взаимодействия ускоренных частиц с фоновыми частицами и стохастическими полями. Считая этот эффект малым, запишем интеграл столкновений в приближении частоты релаксации:  $I[\delta f] \rightarrow -v\delta f$ , где  $v \rightarrow +0$ . Это слагаемое в дальнейшем даст возможность корректно интегрировать сингулярные выражения. Рассматриваем плоскую МГД волну, в которой векторы поля,  $\mathbf{E}$ ,  $\mathbf{b} \propto \exp(i\mathbf{k}\mathbf{r} - i\omega t)$  связаны уравнениями Максвелла

$$\mathbf{k} \times \mathbf{E} = \frac{\omega}{c} \mathbf{b}, \quad \mathbf{E} = -\frac{\omega}{ck} \mathbf{e}_{\parallel} \times \mathbf{b}. \quad (153)$$

Здесь  $\mathbf{k}$  — действительный вектор, частота  $\omega$  может быть комплексной величиной.

Из уравнения (152) следует, что зависимость функции распределения от координат и времени такая же, как электромагнитного поля. Поэтому уравнение можно записать в виде

$$\frac{\partial}{\partial \phi} \delta f - \frac{1}{\Omega} [v - i(\omega - k_{\parallel} v_{\parallel} - k_{\perp} v_{\perp} \cos \phi)] \delta f = Q(\phi), \quad (154)$$

где  $\phi$  — азимутальный угол импульса релятивистской частицы, отсчитываемый вокруг регулярного магнитного поля, так что

$$\mathbf{B}_0 \mathcal{O} \delta f = B_0 \frac{\partial}{\partial \phi} \delta f, \quad \Omega = \frac{ceB_0}{\mathcal{E}},$$

а правая часть уравнения (154) содержит известные величины:

$$Q(\phi) = \left( \frac{e\mathbf{E}}{\Omega} - \frac{ec}{\mathcal{E}\Omega} \mathbf{b} \times \mathbf{p} \right) \frac{\partial f_0}{\partial \mathbf{p}}. \quad (155)$$

В дальнейшем мы для определенности будем считать все ускоренные частицы сильно релятивистскими протонами и пользоваться формулами  $v \approx c$ ,  $\mathcal{E} \approx cp$ ,  $p_0 \approx m_p c$ .

Решение уравнения (152) можно записать в виде

$$\delta f = \int_{\pm\infty}^{\phi} Q(\phi') \exp[h(\phi) - h(\phi')] d\phi', \quad (156)$$

где

$$h(\phi) = \frac{1}{\Omega} \left\{ [v - i(\omega - k_{\parallel} v_{\parallel})] \phi + ik_{\perp} v_{\perp} \sin \phi \right\}, \quad (157)$$

а знаки  $\pm$  у нижнего предела интеграла выбираются так, чтобы интеграл сходился на бесконечном пределе. Вычисление величины  $Q(\phi)$  с использованием функции распределения (100) и соотношений (153) позволяет получить

$$Q(\phi) = \frac{eN_0 p_0^{\alpha-3}}{4\pi\Omega p^{\alpha+1}} \times \left\{ A - \frac{\omega k_{\parallel}}{ck^2} (\alpha - 3) [\alpha + (\alpha + 1) A \cos \theta] \right\} \sin \theta (\mathbf{b} \mathbf{e}_{\phi}) - \frac{(\alpha - 3)eN_0 p_0^{\alpha-3}}{4\pi\Omega p^{\alpha+1}} \frac{\omega k_{\perp}}{ck^2} [\alpha + (\alpha + 1) A \cos \theta] \sin \theta \sin \phi (\mathbf{b} \mathbf{e}_{\parallel}), \quad (158)$$

где  $\mathbf{e}_{\phi}$  — единичный вектор в направлении  $\mathbf{e}_{\parallel} \times \mathbf{p}$ . Последующее интегрирование по азимутальному углу  $\phi'$  в (156) можно произвести с помощью известного разложения экспоненты по функциям Бесселя:

$$\delta f = -\frac{eN_0 p_0^{\alpha-3}}{4\pi\Omega p^{\alpha+1}} \left\{ A - \frac{\omega k_{\parallel}}{ck^2} (\alpha - 3) [\alpha + (\alpha + 1) A \cos \theta] \right\} \sin \theta \times \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left( \frac{iJ'_n k_{\parallel}}{(a + in)k_{\perp}} b_{\parallel} + \frac{nJ_n}{\beta(a + in)k_{\perp}} \mathbf{b} [\mathbf{e}_{\parallel} \times \mathbf{k}] \right) \times \exp(-in\phi + i\beta \sin \phi) + \frac{(\alpha - 3)eN_0 p_0^{\alpha-3}}{4\pi\Omega p^{\alpha+1}} \frac{\omega k_{\perp}}{ck^2} [\alpha + (\alpha + 1) A \cos \theta] \sin \theta \mathbf{b}_{\parallel} \times \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{iJ'_n}{a + in} \exp(-in\phi + i\beta \sin \phi). \quad (159)$$

Здесь введены обозначения

$$a = \frac{1}{\Omega} [v - i(\omega - k_{\parallel} v_{\parallel})], \quad \beta = \frac{k_{\perp} v_{\perp}}{\Omega}, \quad (160)$$

функция Бесселя  $J_n(\beta)$  и ее производная всюду имеют аргумент  $\beta$ .

Электрический ток ускоренных частиц вычисляется по известной формуле

$$\mathbf{j}^{\text{ext}} = \int e v \delta f(p, \theta, \phi) p^2 dp \sin \theta d\theta d\phi. \quad (161)$$

Далее в этом разделе рассмотрим случай, когда сторонний ток создается сильно релятивистскими протонами и фоновая среда чисто водородная, т.е.  $m_i = m_p$ ,  $p_0 \approx m_p c$ ,  $v \approx c$ ,  $\mathcal{E} \approx cp$ ,  $\omega_i = eB_0/m_p c$ . Интегрирование по  $d\phi$  сводит вычисление тока к двукратным интегралам

$$\begin{aligned} \mathbf{j}_{\perp}^{\text{ext}} &= \frac{1}{2} e^2 c N_0 p_0^{\alpha-3} \int_{p_0}^{p_m} \frac{dp}{\Omega p^{\alpha-1}} \times \\ &\times \int_0^{\pi} \sin^3 \theta d\theta \left[ \left( A - \frac{\omega k_{\parallel}}{ck^2} (\alpha-3) [\alpha + (\alpha+1) A \cos \theta] \right) \times \right. \\ &\times \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left( \frac{i J_n J'_n}{\beta(a+in)} \mathbf{b}_{\perp} + \frac{n^2 J_n^2}{\beta^2(a+in)} \mathbf{e}_{\parallel} \times \mathbf{b} - \right. \\ &- \left. \frac{J_{n+1} J_{n-1} k_{\parallel} b_{\parallel}}{(a+in)k_{\perp}^2} \mathbf{e}_{\parallel} \times \mathbf{k} \right) + (\alpha-3) [\alpha + (\alpha+1) A \cos \theta] \frac{\omega}{ck} b_{\parallel} \times \\ &\times \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{i J'_n}{(a+in)k} \left( \frac{n J_n \mathbf{k}_{\perp}}{\beta} - i J'_n \mathbf{e}_{\parallel} \times \mathbf{k} \right) \left. \right], \quad (162) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} j_{\parallel}^{\text{ext}} &= \frac{1}{2} e^2 c N_0 p_0^{\alpha-3} \int_{p_0}^{p_m} \frac{dp}{\Omega p^{\alpha-1}} \times \\ &\times \int_0^{\pi} \sin^2 \theta \cos \theta d\theta \left[ \left( A - \frac{\omega k_{\parallel}}{ck^2} (\alpha-3) [\alpha + (\alpha+1) A \cos \theta] \right) \times \right. \\ &\times \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left( \frac{i J'_n J_n k_{\parallel}}{(a+in)k_{\perp}} b_{\parallel} + \frac{n J_n^2}{\beta(a+in)k_{\perp}} \mathbf{b} [\mathbf{e}_{\parallel} \times \mathbf{k}] \right) + \\ &+ (\alpha-3) [\alpha + (\alpha+1) A \cos \theta] b_{\parallel} \frac{\omega k_{\perp}}{ck^2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{i J'_n J_n}{a+in} \left. \right]. \quad (163) \end{aligned}$$

Хотя полученные выражения довольно громоздки, их общая структура проста:

$$\begin{aligned} \mathbf{j}_{\perp}^{\text{ext}} &= -\sigma_{\text{cr}} \mathbf{e}_{\parallel} \times \mathbf{b} + g \mathbf{b} + \chi b_{\parallel} \frac{\mathbf{e}_{\parallel} \times \mathbf{k}}{k_{\perp}}, \quad (164) \\ j_{\parallel}^{\text{ext}} &= \epsilon b_{\parallel} + \eta \frac{\mathbf{b}(\mathbf{e}_{\parallel} \times \mathbf{k})}{k_{\perp}}, \end{aligned}$$

где  $g$ ,  $\sigma_{\text{cr}}$ ,  $\chi$ ,  $\epsilon$ ,  $\eta$  — комплексные кинетические коэффициенты, представление которых в виде двукратных интегралов легко установить из сравнения (162)–(164). Их вычисление для общего случая должно производиться численными методами. Но при упрощении геометрии можно получить относительно простой результат в аналитической форме.

Пусть направление волнового вектора составляет малый угол с направлением внешнего магнитного поля  $\mathbf{B}_0$ , т.е.  $k_{\perp} \ll |k_{\parallel}|$ . Будем рассматривать достаточно малые  $k$ , для которых  $\beta \approx (k_{\perp}/k) k r_g \ll 1$ , где  $r_g = cp/eB_0$  — гирорадиус релятивистской частицы. При этом длина волны МГД колебания может быть порядка и больше

гирорадиуса релятивистской частицы:

$$k r_g \lesssim 1. \quad (165)$$

В низшем приближении по параметру  $\beta$  сторонний ток сильно упрощается:  $j_{\perp}^{\text{ext}} \approx 0$ ,

$$\begin{aligned} \mathbf{j}_{\perp}^{\text{ext}} &= \frac{1}{4} e^2 c N_0 p_0^{\alpha-3} \int_{p_0}^{p_m} \frac{dp}{p^{\alpha-1}} \times \\ &\times \int_0^{\pi} \sin^3 \theta d\theta \left( A - \frac{\omega k_{\parallel}}{ck^2} (\alpha-3) [\alpha + (\alpha+1) A \cos \theta] \right) \times \\ &\times \frac{\mathbf{b}_{\perp} + a \mathbf{e}_{\parallel} \times \mathbf{b}}{\Omega(a^2+1)}. \quad (166) \end{aligned}$$

Для вычисления оставшихся интегралов удобно преобразовать знаменатель подынтегрального выражения:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\Omega(1+a^2)} &= \frac{1}{2\Omega} \left[ \frac{1}{1+ia} + \frac{1}{1-ia} \right] = \\ &= \frac{1}{2} \left[ \frac{1}{\Omega + \omega - kcx + iv} + \frac{1}{\Omega - \omega + kcx - iv} \right], \quad (167) \end{aligned}$$

где  $x = \cos \theta$ . Малую частоту релаксации  $\nu$  можно на этом этапе устремить к нулю и использовать формулы Сохоцкого. Кроме того, учтем неравенство  $\omega \ll \Omega$ , которое можно записать в форме  $k r_g \ll c/v_A$  и которое выполняется в силу (165), поскольку в нашем случае  $v_A \ll c$ . Это позволяет представить интересующие нас знаменатели в виде

$$\begin{aligned} \frac{1}{\Omega(1+a^2)} &= \frac{1}{2ck} \left[ \frac{\mathcal{P}}{x+\xi} - \frac{\mathcal{P}}{x-\xi} + i\pi [\delta(x+\xi) - \delta(x-\xi)] \right], \\ \frac{a}{\Omega(1+a^2)} &= -\frac{i}{2ck} \left[ \frac{\mathcal{P}}{x+\xi} + \frac{\mathcal{P}}{x-\xi} + i\pi [\delta(x+\xi) + \delta(x-\xi)] \right]. \quad (168) \end{aligned}$$

Здесь введено обозначение  $\xi = \Omega/ck$ , использованы условие  $\omega \ll \Omega$  и символ главного значения  $\mathcal{P}$ .

Применяя представления (168), приводим ток релятивистских протонов к виду

$$\begin{aligned} \mathbf{j}^{\text{cr}} &= \mathbf{b} \frac{\omega_0^2}{32\pi\omega_i} \left( \frac{ck}{\omega_i} \right)^{\alpha-3} \left[ A - \alpha(\alpha-3) \frac{\omega k_{\parallel}}{ck^2} \right] \times \\ &\times \left\{ \int_0^{\xi_0} \left[ 4\xi + 2(1-\xi^2) \ln \left| \frac{\xi+1}{\xi-1} \right| \right] \xi^{\alpha-3} d\xi - i \frac{4\pi}{\alpha(\alpha-2)} \right\} + \\ &+ i \mathbf{e}_{\parallel} \times \mathbf{b} \frac{(\alpha+1)(\alpha-3)\omega_0^2\omega}{32\pi\omega_i^2} \left( \frac{ck}{\omega_i} \right)^{\alpha-4} \times \\ &\times A \left\{ \int_0^{\xi_0} \left[ \frac{8}{3} - 4\xi^2 - 2\xi(1-\xi^2) \ln \left| \frac{\xi+1}{\xi-1} \right| \right] \xi^{\alpha-3} d\xi + \right. \\ &\left. + i \frac{4\pi}{\alpha^2-1} \right\}, \quad (169) \end{aligned}$$

где введены обозначения

$$\omega_0^2 = \frac{4\pi e^2 N_0}{m_p}, \quad \omega_i = \frac{eB_0}{m_p c}, \quad \xi_0 = \frac{\omega_i}{ck}. \quad (170)$$

Частота  $\omega_0$  отличается от ионной плазменной частоты  $\omega_{0i}$  тем, что в последнюю входит концентрация  $n_i$  фоновых протонов, тогда как в  $\omega_0$  входит концентрация релятивистских протонов.

В итоге мы получили для тока релятивистских частиц линейное относительно магнитного поля выражение

$$\mathbf{j}^{\text{cr}} = -(\sigma'_{\text{cr}} + i\sigma''_{\text{cr}})\mathbf{e}_{\parallel} \times \mathbf{b} + (g' + ig'')\mathbf{b}, \quad (171)$$

с кинетическими коэффициентами

$$\begin{aligned} \sigma'_{\text{cr}} &= \frac{(\alpha - 3)\omega_0^2}{8(\alpha - 1)\omega_i} \left(\frac{ck}{\omega_i}\right)^{\alpha-3} \frac{\omega A}{ck}, \\ \sigma''_{\text{cr}} &= \frac{(\alpha + 1)(\alpha - 3)\omega_0^2\omega}{60\pi(\alpha - 4)\omega_i^2} A, \\ g' &= \frac{\omega_0^2}{12(\alpha - 3)\pi\omega_i} \left(A - \frac{\alpha(\alpha - 3)\omega k_{\parallel}}{ck^2}\right), \\ g'' &= -\frac{\omega_0^2}{8\alpha(\alpha - 2)\omega_i} \left(\frac{ck}{\omega_i}\right)^{\alpha-3} \left(A - \frac{\alpha(\alpha - 3)\omega k_{\parallel}}{ck^2}\right). \end{aligned} \quad (172)$$

При переходе  $\alpha \rightarrow 4$  надо сделать замену  $(\alpha - 4)^{-1} \rightarrow -\ln \xi_0 + 8/15$ .

Кинетические коэффициенты  $\sigma_{\text{cr}}$  и  $g$  представляют собой псевдоскаляры, так как ток записан через псевдовектор магнитной индукции. В правых частях (169), (172) псевдоскалярами являются проекции полярных векторов на направление регулярного магнитного поля  $\mathbf{B}_0$ , т.е. величины  $A$ ,  $k_{\parallel}$ . Ток ускоренных частиц отличен от нуля и в случае изотропной невозмущенной функции распределения, чему соответствует  $A = 0$ . Дисперсионные свойства многокомпонентной плазмы анизотропны и допускают индуцированные возмущением токи. Выделенное направление создается при этом внешними полями, главным образом квазиоднородным магнитным полем  $\mathbf{B}_0$ .

Оценим относительную величину полученных кинетических коэффициентов. Показатель  $\alpha$  имеет значение 4,7 у галактических космических лучей при энергиях протонов  $\mathcal{E} \lesssim 3 \times 10^6$  ГэВ и значение 4 при ускорении на сильно ударном фронте. Отношение  $g''/g' \approx (ck/\omega_i)^{\alpha-3}$  становится малым при  $k \ll \omega_i/c \approx 1/r_g(p_0)$ , где  $r_g(p_0) \approx 10^{12}$  см при среднем поле в галактическом диске  $B_0 \approx 3 \times 10^{-6}$  Гс. Величины  $\sigma'_{\text{cr}}$ ,  $\sigma''_{\text{cr}}$  меньше  $g''$  на фактор порядка  $\omega/ck \approx v_A/c \ll 1$ . Таким образом, главную роль в рассматриваемом случае играет коэффициент  $g'$ , следующим по значимости оказывается  $g''$ . Знаки каждого из четырех коэффициентов при действительном значении частоты  $\omega$  могут быть положительными либо отрицательными в зависимости от знаков и абсолютных значений множителей  $\omega$ ,  $k_{\parallel}$  и  $A$ .

## 8. Линейный инкремент МГД колебаний

Ток (171) получен в геометрии, когда МГД волна распространяется под малым углом к направлению поля  $\mathbf{B}_0$ . Поэтому можно использовать уравнение (30). В первоначально неподвижной среде  $u_0 = 0$ , а скорость вещества в волне определяется из уравнения (27):

$$\mathbf{u}' = -\frac{B_0 k_{\parallel}}{4\pi\rho\omega} \mathbf{b}. \quad (173)$$

Подставим в уравнение (30) ток (171), скорость (173) и спроецируем обе части уравнения на оси, перпендикулярные  $\mathbf{B}_0$ . Учитывая, что в рассматриваемой геометрии  $\mathbf{k} \times \mathbf{b} \approx k_{\parallel}\mathbf{e}_{\parallel} \times \mathbf{b}$ ,  $b_{\parallel} \approx 0$ , получим систему уравнений вида

$$C_1 b_x + C_2 b_y = 0, \quad -C_2 b_x + C_1 b_y = 0 \quad (174)$$

для компонент поля. Здесь

$$\begin{aligned} C_1 &= \omega^2 - v_A^2 k^2 + \frac{B_0 k_{\parallel} \omega}{en_i} g' + \frac{4\pi v_{\text{eff}} k_{\parallel} \omega}{c} \sigma'_{\text{cr}} - \\ &\quad - i \left[ v_{\text{eff}} k^2 \omega - \frac{B_0 k_{\parallel} \omega}{en_i} g'' - \frac{4\pi v_{\text{eff}} k_{\parallel} \omega}{c} \sigma''_{\text{cr}} \right], \\ C_2 &= \frac{B_0 k_{\parallel} \omega}{en_i} \sigma'_{\text{cr}} - \frac{4\pi v_{\text{eff}} k_{\parallel} \omega}{c} g' + \\ &\quad + i \left[ \frac{B_0 k_{\parallel} \omega}{en_i} \sigma''_{\text{cr}} + \frac{B_0 ck_{\parallel}^2 \omega}{4\pi en_i} - \frac{4\pi v_{\text{eff}} k_{\parallel} \omega}{c} g'' \right]. \end{aligned} \quad (175)$$

Равенство нулю определителя системы можно записать в виде двух равенств  $C_1 \mp iC_2 = 0$ , которые дают дисперсионные соотношения между частотой и волновым вектором для МГД мод собственных колебаний:

$$\begin{aligned} \omega^2 - v_A^2 k^2 \pm \frac{B_0 ck_{\parallel} \omega}{4\pi en_i} + \frac{B_0 k_{\parallel} \omega}{en_i} (g' \pm \sigma'_{\text{cr}}) + \\ + \frac{4\pi v_{\text{eff}} k_{\parallel} \omega}{c} (\sigma'_{\text{cr}} \mp g'') - \\ - i \left[ v_{\text{eff}} k^2 \omega \left( 1 - \frac{4\pi k_{\parallel}}{ck^2} (\sigma''_{\text{cr}} \mp g'') \right) - \frac{B_0 k_{\parallel} \omega}{en_i} (g'' \mp \sigma'_{\text{cr}}) \right] = 0. \end{aligned} \quad (176)$$

В общем случае эти уравнения дисперсии дают несколько ветвей колебаний. Их легко проанализировать лишь в случае, когда слагаемые, обязанные току Холла и току ускоренных частиц, можно считать малыми. Сразу отметим, что последнее условие выполняется не всегда. Но если малость имеется, то мнимая часть частоты  $\gamma = \text{Im} \omega$  и добавка  $\omega^{(1)}$  к действительной частоте  $\omega^{(0)} = \pm v_A k$  обычных МГД волн малы по сравнению с  $\omega^{(0)}$  и легко определяются из (176):

$$\begin{aligned} \gamma &= -\frac{1}{2} v_{\text{eff}} k^2 \left( 1 - \frac{4\pi k_{\parallel}}{ck^2} (\sigma''_{\text{cr}} \pm g') \right) + \frac{B_0 k_{\parallel} \omega^{(0)}}{en_i} (g'' \pm \sigma'_{\text{cr}}), \\ \omega^{(1)} &= \mp \frac{B_0 ck_{\parallel}}{8\pi en_i} - \frac{2\pi v_{\text{eff}} k_{\parallel}}{c} (\sigma'_{\text{cr}} \mp g'') - \frac{B_0 k_{\parallel}}{en_i} (g' \pm \sigma'_{\text{cr}}). \end{aligned} \quad (177)$$

В (177) в каждом из равенств могут быть опущены последние (холловские) слагаемые, которые по сравнению с другими однотипными членами имеют малость порядка  $(\omega_i \tau_{\text{ia}})^{-1} \ll 1$  (оценку  $\omega_i \tau_{\text{ia}}$  см. в табл. 1):

$$\gamma = -\frac{1}{2} v_{\text{eff}} k^2 \left( 1 - \frac{4\pi k_{\parallel}}{ck^2} (\sigma''_{\text{cr}} \pm g') \right). \quad (178)$$

Если учесть также относительную величину кинетических коэффициентов  $g$  и  $\sigma_{\text{cr}}$ , отмеченную в конце предыдущего раздела, то приходим к выводу, что главный вклад в дисперсионное соотношение дает слагаемое, содержащее  $g'$ . Члены, содержащие  $g''$ ,  $\sigma''_{\text{cr}}$ ,  $\sigma'_{\text{cr}}$ , малы. Существенно, что слагаемое с  $g'$  может иметь разные знаки. Та ветвь колебаний, которой соответствует отрицательное значение множителя  $1 - 4\pi k_{\parallel} g'/ck^2 \approx 1 - 4\pi |g'|/ck$ , неустойчива и ее амплитуда будет нарастать при значениях волнового вектора

$$k < k_{\text{cr}} = \frac{4\pi |g'|}{c}. \quad (179)$$

Мнимая часть частоты  $\gamma = \text{Im } \omega$  в этом случае положительна и при  $\gamma \ll |\omega|$  имеет значение

$$\gamma = \frac{1}{2} \left( \frac{4\pi |g'|}{ck} - 1 \right) v_{\text{eff}} k^2 \approx \frac{2\pi |g'| v_{\text{eff}} k}{c}. \quad (180)$$

Последнее приближенное значение инкремента имеет место при  $k \ll k_{\text{cr}}$ .

Как следует из формул (172), вывод о наличии растущих мод сохраняется и в случае изотропной функции распределения ускоренных частиц, т.е. при  $A = 0$ . Для подтверждения этого вывода и проверки полученной формулы (178) вычислим инкремент другим путем на основе баланса энергии магнитного поля волны без привлечения дисперсионного уравнения (176). Пусть имеется волна, которая распространяется вдоль направления  $\mathbf{B}_0$  в ту или иную сторону,

$$\mathbf{b} = \mathbf{b}_0 \exp(i\mathbf{k}\mathbf{r} - i\omega t), \quad \mathbf{k} = k_{\parallel} \mathbf{e}_{\parallel}, \quad k_{\parallel} \leq 0, \quad (181)$$

причем знаки действительной  $\omega' = \text{Re } \omega$  и мнимой  $\gamma = \text{Im } \omega$  частей комплексной частоты могут быть любыми. На данном этапе расчета считаем величину  $\gamma$  неизвестной, но малой:  $|\gamma| \ll \omega$ . Рассмотрим изменение во времени магнитной энергии, усредненной по периоду колебаний  $T = 2\pi c/\omega' \ll \gamma^{-1}$ . Из явного вида магнитного поля (181) находим

$$\frac{\partial}{\partial t} \frac{|b|^2}{16\pi} = \frac{1}{8\pi} \text{Re } \mathbf{b}^* \frac{\partial \mathbf{b}}{\partial t} = 2\gamma \frac{|b|^2}{16\pi}. \quad (182)$$

С другой стороны, используя уравнения Максвелла (25), приведем уравнение (182) к виду

$$\frac{\partial}{\partial t} \frac{|b|^2}{16\pi} = -\frac{c}{8\pi} \text{Re} (\mathbf{E}[\nabla \times \mathbf{b}^*]). \quad (183)$$

Здесь учтено, что  $\nabla[\mathbf{E} \times \mathbf{b}^*] = 0$  в силу однородности системы. Далее выражаем электрическое поле через  $\nabla \times \mathbf{b}$  и сторонний ток (171) с помощью закона Ома (20) и второго уравнения (25):

$$\mathbf{E} = \frac{c}{4\pi\sigma_{\perp}^{\text{eff}}} \nabla \times \mathbf{b} - \frac{1}{\sigma_{\perp}^{\text{eff}}} \mathbf{j}^{\text{ext}} - \frac{B_0}{c} \mathbf{u}' \times \mathbf{e}_{\parallel}. \quad (184)$$

Здесь отброшены холловские члены вследствие их малости. Скорость  $\mathbf{u}'$  исключим с помощью (173). После подстановки электрического поля в (183) будем иметь

$$\frac{\partial}{\partial t} \frac{|b|^2}{16\pi} = -2\gamma \frac{|b|^2}{16\pi} - \frac{c^2 k^2}{2\pi\sigma_{\perp}^{\text{eff}}} \frac{|b|^2}{16\pi} - \frac{ck_{\parallel}}{8\pi\sigma_{\perp}^{\text{eff}}} \text{Re} i(\mathbf{e}_{\parallel} \times \mathbf{b}^*) \mathbf{j}^{\text{ext}}. \quad (185)$$

Преобразование последнего слагаемого в правой части производится с учетом круговой поляризации МГД волны. Это дает  $\text{Re} i(\mathbf{e}_{\parallel} \times \mathbf{b}^*) \mathbf{b} = \mp |b|^2$ , знаки соответствуют разным направлениям вращения вектора  $\mathbf{b}$  вокруг  $\mathbf{B}_0$ . В итоге получаем

$$\text{Re} i(\mathbf{e}_{\parallel} \times \mathbf{b}^*) \mathbf{j}^{\text{ext}} = |b|^2 (\sigma'_{\text{cr}} \mp g').$$

Приравняв правые части (182) и (185), находим инкремент (декремент), в точности совпадающий со (178).

Величина  $v_{\text{eff}}$  может быть очень большой по сравнению с магнитной вязкостью полностью ионизованной плазмы за счет нейтральной компоненты и сильной замагниченности (см. табл. 1), поэтому не исключена ситуация, когда  $\gamma > \text{Re } \omega$  и даже  $\gamma \gg \text{Re } \omega$ . Это соответствует быстрому аperiодическому нарастанию турбулент-

ных пульсаций, свойства которых будут сильно отличаться от свойств альвеновских и магнитозвуковых волн малой амплитуды. Развитая выше линейная теория позволяет определить только порог возникновения такой сильной неустойчивости.

Следует, однако, иметь в виду, что большая величина  $v_{\text{eff}}$  обусловлена столкновениями ионов с нейтральными атомами. Количественно этот процесс характеризуется величиной пробега  $A_{\text{ia}}$  относительно столкновений. Столкновительный механизм эффективно работает для колебаний с длиной волны  $\lambda > A_{\text{ia}}$ , т.е. при условии

$$k < k_s = \frac{2\pi}{A_{\text{ia}}}. \quad (186)$$

Если  $k_s < k_{\text{cr}}$ , то именно условие (186), а не (179) будет ограничивать действие нерезонансного механизма со стороны больших значений  $k$ . Но при  $k > k_s$ , когда плазму можно считать бесстолкновительной, действует резонансный механизм раскачки колебаний, который будет рассмотрен ниже в разделе 10.

Оценим инкремент нарастания МГД колебаний в теплой частично ионизованной фазе межзвездной среды галактического диска, занимающей значительную часть (десятки процентов) его объема. С помощью данных, приведенных в табл. 1, оцениваем эффективную магнитную вязкость  $v_{\text{eff}} \approx 10^{21} \text{ см}^2 \text{ с}^{-1}$ . Принимаем плотность числа релятивистских частиц в межзвездном пространстве  $N_0 \approx 10^{-10} \text{ см}^{-3}$  и показатель спектра  $\alpha \approx 4,7$  (см. справочник [60]). Оцениваем также  $v_A \approx 2 \times 10^6 \text{ см} \text{ с}^{-1}$  и  $\omega_i \approx 0,02 \text{ рад} \text{ с}^{-1}$ . Анизотропия  $A$  галактических космических лучей известна из наблюдений и имеет значение порядка  $10^{-3}$  при энергии протонов около 1 ТэВ [18]. Такой же порядок имеет второе слагаемое  $\alpha(\alpha - 3)\omega k_{\parallel}/ck^2 \approx \alpha(\alpha - 3)v_A/c \approx 5 \times 10^{-4}$  в скобках в выражении для  $g'$  (формула (172)). С помощью приведенных данных находим  $g' \approx 2,6 \times 10^{-8} \text{ с}^{-1}$  и минимальную длину волны  $\lambda_{\text{cr}} = 2\pi/k_{\text{cr}} \approx 2 \times 10^{17} \text{ см} \approx 0,1 \text{ пк}$ , с которой начинается рост амплитуды магнитных неоднородностей. Максимальный масштаб стохастических неоднородностей в диске имеет согласно наблюдательным данным величину порядка 100 пк [18]. Характерное время роста неоднородностей при минимальной длине волны порядка  $\gamma^{-1} \approx 1,5 \times 10^6 \text{ лет}$ , а при длине порядка 100 пк это время составляет  $10^9 \text{ лет}$ , что, по-видимому, не превосходит времени существования диска. Естественным результатом раскачки крупномасштабных магнитных неоднородностей анизотропным распределением космических лучей является приблизительное равномерное распределение плотностей энергий этих двух подсистем (магнитной турбулентности и релятивистских частиц), что и наблюдается в галактическом диске.

Оценивая отношение инкремента к частоте для рассмотренного случая, находим  $\gamma/\omega \approx 3 \times 10^{-3}$ . Для реализации обсуждавшейся выше ситуации  $\gamma/\omega > 1$  достаточно при прочих равных условиях увеличить концентрацию ускоренных частиц на три порядка, что вполне возможно в источниках космических лучей.

## 9. Нерезонансное возбуждение колебаний перед фронтом ударной волны

Из предыдущего раздела следует, что рассматриваемый механизм раскачки МГД колебаний действует даже в

галактическом диске, где концентрация релятивистских частиц в среднем весьма мала. Ясно, что данный механизм усиления турбулентности применим вблизи ударных фронтов, которые представляют собой источники ускоренных частиц и где число их намного больше, чем в среднем по Галактике (см. [28]). Необходимое для действия механизма наличие нейтральной компоненты имеет место в остатках сверхновых, взаимодействующих с нейтральными облаками (например, IC 433) и может быть установлено по спектрам излучения таких остатков [24]. Некоторая доля нейтральных атомов водорода, гелия и металлов достигает фронта ударной волны и в случае остатка сверхновой, находящегося в разреженной среде. Они наблюдаются в оптических и УФ спектрах ударного фронта как суперпозиция широкой и узкой линий (в частности, для линии  $H_\alpha$ ) в остатках SN 1006, Kepler, Tycho, RCW 86, Петля в Лебеде и др. и являются эффективным методом оценки скорости ударной волны [61, 62].

Вычислим ток ускоренных частиц в плоском предфронте нерелятивистской ударной волны, распространяющейся в частично ионизованной турбулентной среде. При точной постановке эта задача является существенно нелинейной и требует самосогласованного одновременного вычисления абсолютного числа и спектра ускоренных частиц совместно со спектром и интенсивностью МГД турбулентности, которая определяет коэффициент диффузии и тем самым эффективность и темп ускорения частиц. Поскольку последовательное решение нелинейной самосогласованной задачи в настоящее время получить не удастся, мы предположим заранее наличие достаточно сильной турбулентности и затем по вычисленному инкременту проверим (на оценочном уровне) непротиворечивость сделанных предположений. Используем систему отсчета, в которой ударный фронт неподвижен. Ускоряемые частицы имеют в турбулентной среде слабо анизотропную функцию распределения, которую можно записать в виде (см. [8])

$$f_0(z, \mathbf{p}) = \frac{1}{4\pi} \left[ N(p, z) + \frac{3}{pv} \mathbf{p} \mathbf{J}(p, z) \right], \quad J \ll vN, \quad (187)$$

где

$$J_x = -\kappa_{z\beta} \frac{\partial N}{\partial x_\beta} - \frac{p}{3} \frac{\partial N}{\partial p} u_{0x} \quad (188)$$

— дифференциальная плотность потока ускоренных частиц,  $\kappa_{z\beta}$  — их тензор диффузии,  $\mathbf{u}_0$  — скорость среды. Для упрощения геометрии системы будем считать, что скорость среды  $\mathbf{u}_0$  и регулярное магнитное поле  $\mathbf{B}_0$  направлены нормально к плоскому фронту.

Изотропная часть  $N(p, z)$  функции распределения в области перед фронтом легко вычисляется в стационарном случае в приближении пробных частиц:

$$N(p, z) = (\alpha - 3)N_0 \frac{p_0^{\alpha-3}}{p^\alpha} \exp \left[ \int_0^z \frac{u_0 dz'}{\kappa_{\parallel}(p, z')} \right], \quad (189)$$

$$z \leq 0, \quad p_0 \leq p \leq p_m.$$

Здесь  $N_0$  — концентрация релятивистских частиц со всеми энергиями,  $\alpha = 3u_0/\Delta u$  — показатель спектра,  $\Delta u > 0$  — скачок скорости на фронте. Решение (189) отвечает случаю, когда на ускорение тратится малая

часть энергии ударной волны и скорость среды в предфронте можно считать приблизительно постоянной,  $u_0 \approx \text{const}$ . Для фронта умеренной силы значение показателя  $\alpha > 4$ , а в случае сильной ударной волны  $\alpha \leq 4$  (см., например, [50]). Конкретное значение  $\alpha$  зависит не только от числа Маха волны, но и от темпа инъекции частиц в режим ускорения. При  $\alpha < 4$  основная часть энергии принадлежит наиболее энергичным частицам с  $\mathcal{E} \leq \mathcal{E}_m = cp_m$ , и на ускорение частиц расходуется десятки процентов от полной энергии потока. Мы ограничимся значениями  $\alpha \geq 4$  и будем предполагать умеренный темп ускорения, при котором полная кинетическая энергия ускоренных частиц не превосходит 10 % от полной энергии системы, но максимальный импульс частиц  $p_m$  много больше импульса инъекции:  $p_m \gg p_0 \approx m_p c$ . При таком значении показателя спектра полная энергия ускоренных частиц на фронте ( $z = 0$ ) зависит от  $p_m$  по логарифмическому закону:

$$w_{\text{cr}} \approx \int_{p_0}^{p_m} cpN(p, 0) p^2 dp = N_0 m_p c^2 \ln \frac{p_m}{p_0}. \quad (190)$$

Поскольку в настоящее время не удастся надежно вычислить спектр турбулентности и определяемый этим спектром коэффициент диффузии ускоряемых частиц, то его приходится задавать из модельных соображений. Целесообразно рассмотреть наиболее распространенные модели.

1. Сильная турбулентность, при которой коэффициент диффузии приближается к боровскому пределу, т.е. транспортный пробег  $A(p)$  частицы имеет порядок величины ее ларморова радиуса:

$$A(p) \approx r_g(p) = \frac{cp}{eB}, \quad \kappa_{\parallel} = \frac{cA}{3}, \quad p_0 \leq p \leq p_m, \quad (191)$$

где  $p_0, p_m$  ограничивают интервал рассматриваемых импульсов, причем интересен случай  $p_m \gg p_0$ . Турбулентное и регулярное поле считаем величинами одного порядка:  $B \approx B_0$ . Последнее условие, вообще говоря, не противоречит предположению о малой доле энергии, передаваемой ускоренным частицам, так как в сильной ударной волне в типичных астрофизических условиях плотность механической энергии на несколько порядков превышает плотность энергии первичного магнитного поля (см. оценки в начале раздела 6).

В разделе 11 на основе полуфеноменологической схемы описания статистически однородной несжимаемой МГД турбулентности мы приводим обоснование возможности реализации боровского коэффициента диффузии в рассматриваемых условиях.

2. Транспортный пробег и продольный коэффициент диффузии постоянны в рассматриваемом интервале энергий:

$$A_{\parallel} = \text{const}, \quad \kappa_{\parallel} = \frac{cA_{\parallel}}{3} = \text{const}, \quad p_0 \leq p \leq p_m. \quad (192)$$

Такой случай реализуется при магнитной турбулентности со спектром вида  $\langle b^2 \rangle_k \sim k^{-2}$ . В этом случае естественно отождествить транспортный пробег с ларморовым радиусом наиболее энергичных частиц:  $A_{\parallel} \approx r_g(p_m)$ . Поле в самых крупномасштабных турбулентных гармониках при этом сравнимо с регулярным полем, но более мелкомасштабные гармоники малы и обеспечивают для частиц с  $p \ll p_m$  сильно анизотропную

диффузию с постоянным продольным пробегом  $\Lambda_{\parallel} \approx \approx r_g(p_m) = \text{const}$ .

Оба предположения носят, разумеется, модельный характер, поскольку самосогласованного одновременного рассмотрения ускорения частиц и генерации турбулентности произвести не удастся.

Наиболее существенным отличием функции распределения (187) от рассмотренной выше функции распределения (100) является ее неоднородность: в предфронте ускоренные частицы занимают слой конечной толщины порядка  $l(p) \approx \kappa(p)/u_0$ , зависящий от их энергии. Как следует из результатов предыдущего раздела, инкремент неустойчивости пропорционален плотности  $N(z)$  числа ускоренных частиц со всеми энергиями, поэтому представляет интерес распределение этой величины в предфронте при различных коэффициентах диффузии. Наиболее прост случай постоянного коэффициента диффузии (192): распределение частиц в предфронте убывает по экспоненте

$$N(z) = N_0 \exp\left(-\frac{z}{l_m}\right), \quad l_m = \frac{c}{3u_0} \Lambda = \text{const}. \quad (193)$$

Толщина предфронта дается величиной  $l_m$ , которая не зависит от формы спектра ускоренных частиц и определяется частицами с максимальной энергией.

Несколько сложнее обстоит дело в случае бомовского коэффициента диффузии. Интегрируя (189) по  $p^2 dp$  с учетом зависимости  $\kappa_{\parallel}(p) = cr_g(p)/3 \propto p$ , находим

$$N(z) = (\alpha - 3)N_0 \zeta_0^{3-\alpha} [\Gamma(\alpha - 3, \zeta_m) - \Gamma(\alpha - 3, \zeta_0)], \quad (194)$$

где  $\Gamma(\alpha - 3, \zeta)$  — неполная гамма-функция (см. *Математический справочник Градштейна и Рыжика*),

$$\zeta_0(z) = \frac{3eu}{c^2 p_0} \int_z^0 B(z') dz' \geq 0 \quad (z \leq 0) \quad (195)$$

— безразмерное расстояние. Величина  $\zeta_m$  отличается от (195) заменой  $p_0$  на  $p_m$ . В предельных случаях имеем

$$\Gamma(\alpha - 3, \zeta) \approx \begin{cases} \Gamma(\alpha - 3) - \frac{\zeta^{\alpha-3}}{\alpha-3}, & \zeta \ll 1, \\ \zeta^{\alpha-4} \exp(-\zeta), & \zeta \gg 1, \end{cases} \quad (196)$$

где  $\Gamma(\alpha - 3)$  — обычная гамма-функция. Из этих асимптотик получаем  $N(z) \approx N_0$  на малых расстояниях ( $\zeta \ll 1$ ,  $\zeta_m \ll 1$ ) и

$$N(z) \approx (\alpha - 3)N_0 \zeta_0^{3-\alpha} \zeta_m^{\alpha-4} \exp(-\zeta_m) = \\ = (\alpha - 3)N_0 \left(\frac{p_0}{p_m}\right)^{\alpha-3} \frac{\exp(-\zeta_m)}{\zeta_m}$$

на больших расстояниях ( $\zeta_0 \gg \zeta_m \gg 1$ ). В наиболее интересной промежуточной области  $\zeta_0 \gg 1$ ,  $\zeta_m \ll 1$  имеем

$$N(z) \approx \Gamma(\alpha - 2)N_0 \zeta_0^{\alpha-3} = \frac{\Gamma(\alpha - 2)N_0 (c^2 p_0)^{\alpha-3}}{(3u_0 e \int_z^0 B(z') dz')^{\alpha-3}}. \quad (197)$$

При умеренном ускорении на сильном фронте ( $\alpha \approx 4$ ) и в случае однородного магнитного поля имеем в рассматриваемой области медленный спад концентрации частиц  $N(z) \propto |z|^{-1}$ . Но если магнитное поле убывает с удалением от фронта, что естественно при генерации

магнитных флуктуаций ускоренными частицами, то убыль концентрации частиц еще замедлится. Подводя итог этим оценкам, можем утверждать, что плотность числа ускоренных частиц приблизительно постоянна в слое толщиной  $l_0 \approx cr_g(p_0)/3u_0$  и спадает по закону, более медленному, чем  $1/|z|$ , в слое между  $l_0$  и  $l_m \approx cr_g(p_m)/3u_0 \gg l_0$ . Экспоненциальный спад происходит на расстояниях  $|z| \gg l_m$ . Таким образом, и в этом случае толщина предфронта определяется в основном частицами наибольших энергий.

Перейдем теперь к вычислению тока ускоренных частиц в предфронте. Воспользуемся отмеченной выше приближительной однородностью предфронта на толщине  $l_m$  и вычислим ток вблизи фронта, в области  $|z| \ll l_m$ . Такой расчет можно произвести по образцу решения аналогичной задачи в разделе 7, но с ограничением длины волн рассматриваемых МГД колебаний толщиной предфронта:  $k \gtrsim 2\pi/\lambda_m$ ,  $\lambda_m \approx l_m$ . Добавка  $\delta f$  к функции распределения ускоренных частиц должна содержать тот же экспоненциальный неоднородный множитель, что и невозмущенные функции (187), (189):  $\delta f \propto \exp[i(\mathbf{k}\mathbf{r} - \omega t) + u_0 z/\kappa_{\parallel}]$ . Поэтому в уравнении (154) бесконечно малая величина  $v$  заменяется конечной величиной

$$v = \frac{v_{\parallel} u_0}{\kappa_{\parallel}(p)}. \quad (198)$$

Невозмущенная функция распределения согласно (187)–(189) принимает вид

$$f_0(z, p, \theta) = \frac{(\alpha - 3)N_0 p_0^{\alpha-3}}{4\pi p^{\alpha}} \left[ 1 + (\alpha - 3) \frac{u_0}{v} \cos \theta \right] \exp \frac{u_0 z}{\kappa_{\parallel}(p)}. \quad (199)$$

Ее сравнение со (100) показывает, что в предфронте ударной волны анизотропия функции распределения выражается в виде

$$A = (\alpha - 3) \frac{u_0}{v}. \quad (200)$$

Далее мы приведем результаты, относящиеся по отдельности к случаям релятивистских ( $v \approx c$ ,  $p_0 \approx m_p c$ ,  $\mathcal{E} \approx cp$ ) и нерелятивистских ( $v \ll c$ ,  $p = m_p v$ ,  $\mathcal{E} \approx m_p c^2$ ,  $p_0 \approx m_p u_0$ ,  $p_m \ll m_p c$ ) частиц. Ниже всюду в двухкомпонентном столбце верхнее значение  $\alpha + 1$  соответствует релятивистским, а нижнее  $\alpha + 2$  — нерелятивистским частицам. Для величины  $Q(\phi)$  имеем

$$Q(\phi) = \frac{(\alpha - 3)eN_0 p_0^{\alpha-3}}{4\pi p^{\alpha} \Omega} \times \\ \times \left\{ E_{\parallel} \left[ (\alpha - 3) \frac{u_0}{v} - \alpha \cos \theta - (\alpha - 3) \left( \frac{\alpha + 1}{\alpha + 2} \right) \frac{u_0}{v} \cos^2 \theta \right] - \right. \\ \left. - \mathbf{Ee}_{\perp} \left[ \alpha + (\alpha - 3) \left( \frac{\alpha + 1}{\alpha + 2} \right) \frac{u_0}{v} \cos \theta \right] \sin \theta + \right. \\ \left. + (\alpha - 3) \frac{cp}{\mathcal{E}} \frac{u_0}{v} \mathbf{be}_{\phi} \sin \theta \right\}, \quad |z| \ll l_m. \quad (201)$$

Последнее неравенство означает, что мы рассматриваем область вблизи фронта, где можно экспоненту в (199) заменить на единицу. Выражения (199)–(201) охватывают случаи бомовского и постоянного коэффициентов диффузии.

В дальнейшем мы примем, как и в разделе 4, условие  $k_{\perp} \ll |k_{\parallel}|$ . Теперь выражение (167) будет содержать конечную величину  $v$ , определяемую выражением (198). Сравнивая ее по модулю с другими слагаемыми знаменателей, убеждаемся, что для релятивистских частиц мнимая часть в (167) мала по сравнению с действительной частью:  $v_{\parallel} u_0 / \kappa_{\parallel} \Omega \approx 3u_0 / c \ll 1$  для боровского коэффициента диффузии и  $v_{\parallel} u_0 / \kappa_{\parallel} \Omega \approx 3u_0 p / c p_m \ll 1$  при постоянном транспортном пробеге. Для нерелятивистских частиц требуемая малость будет иметь место при условии  $A(p) \gg 3r_{g0}$ , где  $r_{g0} = cm_p u_0 / eB$  — гирорадиус протона, имеющего скорость  $u_0$ . Во всех этих случаях формулы Сохоцкого (168) можно использовать как приближенные соотношения (не забывая о том, что малая величина  $v$  теперь может иметь оба знака).

После соответствующих вычислений приходим к прежнему выражению (171) для тока, в котором кинетические коэффициенты имеют следующие значения:

$$\begin{aligned} \sigma'_{cr} &= \frac{(\alpha - 3)^2 \omega_0^2 \omega}{8(\alpha - 1) \omega_i^2} \left( \frac{ck}{\omega_i} \right)^{\alpha-4} \frac{u_0}{c}, \\ \sigma''_{cr} &= \frac{(\alpha + 1)(\alpha - 3)^2 \omega_0^2 \omega u_0}{60\pi(\alpha - 4) \omega_i^2 c}, \\ g' &= \frac{\omega_0^2}{12\pi\omega_i} \left( \frac{u_0}{c} - \frac{\alpha\omega k_{\parallel}}{ck^2} \right), \\ g'' &= -\frac{(\alpha - 3)\omega_0^2}{8\alpha(\alpha - 2)\omega_i} \left( \frac{ck}{\omega_i} \right)^{\alpha-3} \left( \frac{u_0}{c} - \frac{\alpha\omega k_{\parallel}}{ck^2} \right) \end{aligned} \quad (202)$$

— для релятивистского случая;

$$\begin{aligned} \sigma'_{cr} &= \frac{(\alpha - 3)\omega_0^2 \omega}{8\alpha\omega_i^2} \left( \frac{u_0 k}{\omega_i} \right)^{\alpha-3} \frac{u_0}{c}, \\ \sigma''_{cr} &= \frac{(\alpha + 2)(\alpha - 3)\omega_0^2 \omega u_0}{60\pi\omega_i^2 c}, \\ g' &= \frac{(\alpha + 2)(\alpha - 3)\omega_0^2}{12\pi\omega_i} \left( \frac{u_0}{c} - \frac{\alpha\omega k_{\parallel}}{ck^2} \right), \\ g'' &= -\frac{(\alpha - 3)\omega_0^2}{8\alpha(\alpha - 2)\omega_i} \left( \frac{u_0 k}{\omega_i} \right)^{\alpha-3} \left( \frac{u_0}{c} - \frac{\alpha\omega k_{\parallel}}{ck^2} \right) \end{aligned} \quad (203)$$

— для нерелятивистского случая. При переходе к  $\alpha = 4$  надо сделать замену  $(\alpha - 4)^{-1} \rightarrow \ln \xi_0 + 8/15$ .

Локальный инкремент колебаний вблизи фронта должен вычисляться теперь из уравнения

$$\omega'^2 - v_A^2 k_{\parallel}^2 + i v_{\text{eff}} k^2 \omega' \left( 1 \pm \frac{4\pi k_{\parallel} g'}{ck^2} \right) = 0, \quad (204)$$

сходного с уравнением (176), в котором мы опустили все малые в обычных условиях члены. Из-за общего переноса среды в предфронте со скоростью  $u_0$  в дисперсионное соотношение (204) вошла частота  $\omega' = \omega - u_0 k_{\parallel}$ , содержащая доплеровский сдвиг. Величина  $g'$  определена в (202), (203) через исходную частоту  $\omega$ . При  $v_A \ll u_0$ , что часто имеет место, выражения (179), (180) для критического волнового вектора и инкремента остаются в силе. Работает также и ограничение (186).

## 10. Резонансная генерация колебаний релятивистскими частицами

Сравним рассматриваемый новый нерезонансный механизм усиления турбулентности с известным ранее про-

цессом генерации МГД волн ускоренными частицами, теория которого развивалась в работах [10–14]. Для этого вычислим инкремент резонансной раскачки низкочастотных ( $\omega \ll \omega_i$ ) волн релятивистскими частицами в полностью ионизованной однородной бесстолкновительной плазме, пользуясь уравнениями Максвелла (25), но не используя, разумеется, закона Ома. Модель бесстолкновительной среды пригодна и для плазмы с нейтральной компонентой, рассмотренной в предыдущих разделах, при условии, что длины волн колебаний  $\lambda = 2\pi/k$  меньше транспортных пробегов частиц  $L_{ia}, L_{ei}$ .

Электрический ток  $\mathbf{j}$  фоновых частиц в бесстолкновительной плазме выразим через ее диэлектрическую проницаемость (см., например, Ахиезер и др. [43]) и внешнее гармоническое электрическое поле:

$$\begin{aligned} \mathbf{j}_{\perp} &= -\frac{i\omega}{4\pi} (\varepsilon_{\perp} - 1) \mathbf{E}_{\perp} + \frac{\omega}{4\pi} q \mathbf{E} \times \mathbf{e}_{\parallel}, \\ j_{\parallel} &= -\frac{i\omega}{4\pi} (\varepsilon_{\parallel} - 1) E_{\parallel}. \end{aligned} \quad (205)$$

Для нашей цели нужен только поперечный ток, который в области частот  $\omega \ll \omega_i$  в холодной плазме определяется величинами

$$\varepsilon_{\perp} - 1 \approx \left( \frac{c}{v_A} \right)^2, \quad q \approx \left( \frac{c}{v_A} \right)^2 \frac{\omega}{\omega_i}, \quad (206)$$

где  $q\mathbf{e}_{\parallel} = \mathbf{q}$  — вектор гирации. Ток релятивистских частиц (171) тоже надо выразить через электрическое поле:

$$\mathbf{j}_{\perp}^{cr} = \frac{ck_{\parallel}}{\omega} [(\sigma'_{cr} + i\sigma''_{cr}) \mathbf{E}_{\perp} - (g' + ig'') \mathbf{E} \times \mathbf{e}_{\parallel}]. \quad (207)$$

Напомним, что ток релятивистских частиц (207) создан волнами, распространяющимися под малыми углами в прямом либо обратном направлении к вектору  $\mathbf{B}_0 = B_0 \mathbf{e}_{\parallel}$ . Нас не интересуют здесь продольные колебания. Мы рассматриваем крупномасштабные моды МГД типа, в которых квазиинейтеральность среды выполняется с высокой точностью. Поэтому можно использовать условие  $\nabla \mathbf{E} = i\mathbf{k}\mathbf{E} = 0$ . Система (25) после подстановки в нее выражения для токов (205), (207) и исключения магнитного поля волны примет вид

$$\begin{aligned} k^2 \mathbf{E}_{\perp} &= \frac{\omega^2}{c^2} (\varepsilon_{\perp} - 1) \mathbf{E}_{\perp} + \frac{i\omega^2}{c^2} q \mathbf{E} \times \mathbf{e}_{\parallel} + \\ &+ i \frac{4\pi k_{\parallel}}{c} [(\sigma'_{cr} + i\sigma''_{cr}) \mathbf{E}_{\perp} - (g' + ig'') \mathbf{E} \times \mathbf{e}_{\parallel}]. \end{aligned} \quad (208)$$

Запишем ее в виде

$$A_1 \mathbf{E}_{\perp} + iA_2 \mathbf{E} \times \mathbf{e}_{\parallel} = 0, \quad (209)$$

где

$$\begin{aligned} A_1 &= \omega^2 - v_A^2 k^2 - \frac{4\pi k_{\parallel} v_A^2}{c} (\sigma''_{cr} - i\sigma'_{cr}), \\ A_2 &= \frac{\omega^2 v_A^2}{c^2} q - \frac{4\pi k_{\parallel} v_A^2}{c} (g' + ig''). \end{aligned} \quad (210)$$

Умножив (209) векторно на  $\mathbf{e}_{\parallel}$ , получим уравнение вида

$$-iA_2 \mathbf{E}_{\perp} + A_1 \mathbf{E} \times \mathbf{e}_{\parallel} = 0. \quad (211)$$

Условие совместимости (209) и (211) можно записать в виде двух равенств

$$A_1 \pm A_2 = 0, \quad (212)$$

которые совместно с (209) показывают, что собственные моды имеют круговую поляризацию. Они приводят к дисперсионным соотношениям

$$\begin{aligned} \omega^2 - v_A^2 k^2 \pm \frac{\omega^3}{\omega_i} - \frac{4\pi k_{\parallel} v_A^2}{c} (\sigma_{\text{cr}}'' \pm g') + \\ + i \frac{4\pi k_{\parallel} v_A^2}{c} (\sigma_{\text{cr}}' \mp g'') = 0. \end{aligned} \quad (213)$$

В отсутствие релятивистских частиц дисперсионные соотношения принимают вид

$$\omega^2 - v_A^2 k^2 \pm \frac{\omega^3}{\omega_i} = 0, \quad (214)$$

где последний член в левой части (слагаемое от холловского тока) мал в области частот  $\omega \ll \omega_i$ . При произвольном направлении распространения волны уравнение (214) имеет вид

$$\left( \frac{\omega^2}{v_A^2} - k_{\parallel}^2 \right) \left( \frac{\omega^2}{v_A^2} - k^2 \right) - \frac{\omega^4}{v_A^4} \frac{\omega^2}{\omega_i^2} = 0. \quad (215)$$

В пренебрежении малым холловским членом из дисперсионного уравнения получаем частоты двух мод,

$$\omega_A = \pm |k_{\parallel}| v_A, \quad \omega_{\text{ms}} = \pm k v_A, \quad (216)$$

альвеновской и быстрой магнитозвуковой, причем в холодной плазме затухание отсутствует. При продольном распространении, которому соответствует уравнение (214), частоты мод вырождаются и становятся одинаковыми.

Учет тока ускоренных частиц приводит к появлению мнимых слагаемых в уравнении дисперсии (213), причем эти слагаемые могут иметь различные знаки. Это означает, что возникают нарастающие и затухающие ветви колебаний. Их инкременты (декременты)  $\gamma$  и поправки  $\omega^{(1)}$  к действительным частям частот нетрудно найти, если они малы:

$$\gamma = \frac{2\pi k_{\parallel} v_A^2}{c \omega^{(0)}} (\pm g'' - \sigma_{\text{cr}}'), \quad (217)$$

$$\omega^{(1)} = \frac{2\pi k_{\parallel} v_A^2}{c \omega^{(0)}} (\sigma_{\text{cr}}'' \pm g') \mp \frac{\omega^{(0)2}}{2\omega_i},$$

где  $\omega^{(0)} = \pm k v_A$ . Раскачке колебаний соответствуют положительные значения  $\gamma$ . Поскольку кинетические коэффициенты  $g''$ ,  $\sigma_{\text{cr}}'$ , а также частота  $\omega^{(0)}$  могут иметь разные знаки, то всегда возможен такой выбор знаков в (217), который приведет к значению  $\gamma > 0$  и к раскачке колебаний. Это возможно и в случае изотропной функции распределения ускоренных частиц ( $A = 0$ ), так как имеется анизотропия среды, которая создается магнитным полем  $\mathbf{B}_0$ .

Выражение для инкремента (217) можно получить из баланса магнитной энергии МГД волны по той же схеме (см. (181)–(185)), которая была использована для нерезонансного инкремента. Следует лишь выразить магнитную энергию через электрическое поле:

$$\frac{|b|^2}{16\pi} = \frac{c^2 k^2 |E|^2}{16\pi |\omega|^2} \approx \frac{c^2 |E|^2}{16\pi v_A^2}.$$

Упростим выражение для инкремента (217), воспользовавшись оценкой относительной величины кинетических коэффициентов в конце раздела 7:

$$\begin{aligned} \gamma &\approx \pm \frac{2\pi k_{\parallel} v_A^2}{c \omega^{(0)}} g'' = \\ &= \pm \frac{\pi \omega_0^2}{2\alpha(\alpha-2)\omega_i} \left( \frac{ck}{\omega_i} \right)^{\alpha-3} \left( A \pm \alpha(\alpha-3) \frac{v_A}{c} \right) \frac{v_A}{c}. \end{aligned} \quad (218)$$

Здесь знаки в последней скобке и знаки перед всем выражением выбираются независимо, так как знак частоты  $\omega^{(0)} = \pm v_A |k_{\parallel}|$  не зависит от знака проекции  $k_{\parallel}$  или знака потоковой скорости ускоренных частиц (анизотропии  $A$ ). Поэтому ограничения на значения абсолютной величины или знака анизотропии  $A$ , препятствующего раскачке колебаний, не существует. При изотропной функции распределения ускоренных частиц в системе остается анизотропия фоновой среды, которая создается полем  $\mathbf{B}_0$  и альвеновской скоростью. Именно эта анизотропия определяет инкремент колебаний (218) при  $A = 0$ . Множитель  $(ck/\omega_i)^{\alpha-3}$ , зависящий от показателя спектра ускоренных частиц, можно записать в разных формах:

$$\left( \frac{ck}{\omega_i} \right)^{\alpha-3} = (r_{g0} k)^{\alpha-3} = \frac{N(p \geq p_r)}{N_0}, \quad (219)$$

где  $r_{g0} = cp_0/eB_0 = m_p c^2/eB_0$  — лармеров радиус наименее энергичных частиц,  $p_r = eB_0/ck$  — резонансный импульс частиц, который определяется условием  $r_g(p_r) = k^{-1}$ ,  $N(p \geq p_r)$  — плотность числа частиц с импульсами, превышающими его резонансное значение.

Сравним инкременты в нерезонансном (177) и резонансном (217) случаях. Резонансный инкремент выражается через кинетические коэффициенты  $g''$ ,  $\sigma_{\text{cr}}'$  тока ускоренных частиц, которые произошли из слагаемых, содержащих дельта-функции в формулах (168) преобразования сингулярных знаменателей. Эти слагаемые выражают собой резонансные условия

$$\Omega \pm \omega \mp k_{\parallel} v_{\parallel} = 0. \quad (220)$$

Нерезонансный инкремент содержит кинетические коэффициенты  $g'$ ,  $\sigma_{\text{cr}}''$ , которые произошли из нерезонансных главных значений в формулах (168). Второе важное различие состоит в том, что нерезонансный инкремент в качестве множителя содержит большую эффективную магнитную вязкость, которая при выполнении порогового условия (179),  $k < k_{\text{cr}}$ , приводит не к затуханию, а к усилению раскачки колебаний, препятствуя экранировке тока ускоренных частиц фоновыми частицами.

Сравним эффективность резонансной и нерезонансной раскачек турбулентности вблизи ударного фронта, пользуясь развитой теорией. Пусть ускорение происходит до энергии  $\mathcal{E}_m \approx 3 \times 10^6$  ГэВ (энергия "колена" в спектре протонов) в теплой межзвездной среде. Примем умеренный темп ускорения ( $\eta = 0,1$  — доля энергии, переходящая к ускоренным частицам) и слабую модификацию фронта ускоренными частицами ( $\alpha = 4$ ). Согласно оценке (102), при этом в релятивистскую компоненту превращается доля

$$\frac{N_0}{n_0} \approx \frac{0,2}{\ln(p_m/p_0)} \left( \frac{u}{c} \right)^2 \approx 1,4 \times 10^{-2} \left( \frac{u}{c} \right)^2$$

от полной концентрации  $n_0$  протонов (т.е. концентрации ионизованных и нейтральных атомов) перед фронтом. Пользуясь этой оценкой и полагая  $A = (\alpha - 3)u/c = u/c$ , причем чаще всего  $u \gg v_A$ , записываем отношение резонансного инкремента к частоте в виде

$$\left(\frac{\gamma}{\omega}\right)_{\text{res}} \approx 5 \times 10^{-3} \frac{\omega_{0t}^2}{\omega_i^2} \left(\frac{u}{c}\right)^3, \quad (221)$$

где  $\omega_{0t}^2 = 4\pi n_0 e^2 / m_p$  определяется полной концентрацией  $n_0$ . Из этой оценки следует, что по мере роста магнитного поля отношение инкремента к частоте уменьшается обратно пропорционально  $B_0^2$ , а сам инкремент убывает как  $B_0^{-1}$ . Вычисляя нужные частоты с помощью данных, приведенных в табл. 1, находим  $\omega_{0t}^2 \approx 6 \times 10^4$  (рад  $\text{с}^{-1}$ )<sup>2</sup>,  $\omega_i \approx 2 \times 10^{-2}$  рад  $\text{с}^{-1}$  и получаем

$$\left(\frac{\gamma}{\omega}\right)_{\text{res}} \approx 7,5 \times 10^5 \left(\frac{u}{c}\right)^3.$$

Аналогичное отношение для нерезонансного случая находим из формул (172), (180):

$$\left(\frac{\gamma}{\omega}\right)_{\text{nr}} \approx \frac{\omega_0^2}{6\omega_i^2} \frac{v_{\text{eff}} \omega_i}{c v_A} \frac{u}{c}. \quad (222)$$

Поскольку  $v_{\text{eff}} \propto B_0^2$ , отношение (222) в этом случае не зависит от  $B_0$ . Но оно чувствительно к доле нейтральных атомов, поскольку пропорционально множителю  $F/(1-F)$ . Пользуясь формулой (21) и данными, приведенными в табл. 1, в частности, полагая  $F = 0,85$ , получаем оценку

$$\left(\frac{\gamma}{\omega}\right)_{\text{nr}} \approx 7,5 \times 10^8 \left(\frac{u}{c}\right)^3.$$

Оба отношения не содержат длины волны (волнового числа) и нерезонансный инкремент больше резонансного на три порядка.

Однако следует иметь в виду, что найденные инкременты применимы при разных условиях, чему соответствуют разные длины волн колебаний. Резонансный инкремент вычислен для бесстолкновительной плазмы и, следовательно, применим для колебаний с длиной волны меньшей наименьшего из двух транспортных пробегов,  $L_{ia} \approx L_{ea}$  и  $L_{ei}$ . Нерезонансный инкремент применим, когда имеют место столкновения ионов с нейтральными атомами, для этого длина волны колебаний должна превышать  $L_{ia}$ . В теплой фазе межзвездной среды имеем  $L_{ia} \approx 5 \times 10^{14}$  см,  $L_{ei} \approx 5 \times 10^{16}$  см.

При вспышках сверхновых, принимая механическую энергию взрыва  $E$  равной  $10^{51}$  эрг и сброшенную массу  $\Delta M = (0,1-1,0)M_\odot$  [53], находим скорость свободного разлета оболочки на начальном этапе расширения остатка:

$$u_{\text{max}} = \sqrt{\frac{2E}{\Delta M}} \approx (1-3) \times 10^9 \text{ см } \text{с}^{-1}.$$

На этой стадии  $u/c \approx 0,03-0,1$ , и обе формулы, резонансная и нерезонансная, приводят к соотношению  $\gamma/\omega \gg 1$ , т.е. происходит очень быстрая генерация поля. При этом аналитические формулы (180), (218), полученные с использованием условия  $\gamma \ll \omega$ , неприменимы. На стадии Седова, когда нагретая масса среды превысит массу оболочки, скорость фронта убывает, и ее характерные

значения становятся порядка  $u \approx (2-3) \times 10^8 \text{ см } \text{с}^{-1}$ . При этом  $u/c \approx 10^{-2}$ , резонансный инкремент становится меньше частоты, а нерезонансный инкремент по-прежнему велик по сравнению с частотой, если имеется достаточно нейтральных атомов и множитель  $F/(1-F)$  в формуле (222) не слишком мал. Нейтральные атомы наблюдаются в оптических и УФ спектрах ударного фронта как суперпозиция широкой и узкой линий (в частности, для линии  $H_\alpha$ ) в остатках SN 1006, Kepler, Tycho, RCW 86, Петля в Лебеде и др. и являются эффективным методом оценки скорости ударной волны [61, 62].

## 11. Модель формирования спектра МГД флуктуаций

Линейные инкременты роста флуктуаций магнитного поля альвеновского типа, исследованные выше, не позволяют делать заключения о величинах усиленного поля. Величина установившегося магнитного поля и его спектральные свойства могут быть последовательно изучены лишь в рамках нелинейных моделей. Аккуратные теории нелинейной эволюции обычно требуют трехмерного, нестационарного моделирования систем с широкими интервалами масштабов и пока не реализуемы даже на наиболее мощных компьютерах. Поэтому часто используются сильно упрощенные оценки. Простейшие грубые оценки величины магнитного поля на основе линейного инкремента можно сделать в предположении, что определенная доля свободной энергии потока плазмы передается МГД флуктуациям. При этом не конкретизируется механизм насыщения неустойчивости и оценивается некоторая интегральная по спектру плотность энергии магнитного поля. Такого рода оценки дают верхний предел на величину магнитного поля, если эффективность передачи энергии флуктуациям превышает несколько процентов.

Для оценки нелинейного уровня насыщения неустойчивости можно также применить полуфеноменологические схемы описания статистически однородной несжимаемой турбулентности, которые более 50-ти лет используются в теории развитой турбулентности колмогоровского типа, формируемой спектральным переносом энергии между масштабами (Колмогоров [63], Монин и Яглом [64]). Такие методы применялись, в частности, для построения модельных спектров турбулентности межзвездной среды [65, 66]. В такой схеме моделируется спектральная плотность энергии флуктуаций альвеновского типа  $W_A(k, \mathbf{r}, t)$ . Будем относить ее к единице массы, как принято в теории гидродинамической турбулентности. Основа метода — модельное уравнение баланса для спектральной плотности энергии флуктуаций, учитывающее их генерацию, спектральный перенос энергии по масштабам в инерционном интервале и возможность затухания мод:

$$\frac{\partial}{\partial t} W_A + (\mathbf{u} \nabla) W_A + \frac{\partial}{\partial k} P_A(k) = 2\gamma(k) W_A. \quad (223)$$

Для исследования нелинейных режимов насыщения неустойчивости скорость спектрального переноса энергии мод  $P_A(k)$  выбираем в форме, часто используемой для описания сильной турбулентности (см. [71]):

$$P_A(k) = C_K^{-3/2} k^{5/2} W_A^{3/2}. \quad (224)$$

Колмогоровская постоянная  $C_K$  является основным безразмерным модельным параметром в данной теории. Исследования величины  $C_K$  имеют важное прикладное значение, в частности, в теории турбулентного переноса. Моделирование трехмерной несжимаемой МГД турбулентности, выполненное в работе [67], дает  $C_K = 3,6$ , однако имеются и другие результаты и, в частности, значение  $C_K \approx 1,7$ , предложенное в обзоре [68]. Инкременты роста и декременты затухания турбулентных мод в уравнении (223) включены в  $\gamma(k)$ .

Уравнение (223) со спектральным потоком энергии мод (224), дополненное соответствующими начальными и граничными условиями допускает как численное, так и аналитическое решение методом характеристик. Рассмотрим формирование спектра флуктуаций в окрестности МГД ударной волны с ускоренными частицами. В разделе 9 было показано, что в предфронте ударной волны (размером  $L_1 = 2\pi/k_1$ ) начальные флуктуации в интервале волновых чисел  $k_1 < k < k_{cr}$  нарастают с инкрементом (180). В системе покоя ударной волны плазма натекает на фронт со скоростью  $u_1$ , превышающей звуковую и альвеновскую. Поэтому в случае волны с большим альвеновским числом Маха время нарастания флуктуаций ограничено и примерно равно  $\tau_a = L_1/u_1$ .

В стационарном режиме уровень турбулентности определяется балансом между ростом амплитуды мод за счет неустойчивости многожидкостной системы (разделы 8 и 9), нелинейным каскадом энергии мод в сторону меньших масштабов и конвективным выносом усиленных мод за границу неустойчивой области. Пусть в натекающем потоке задан спектр волн  $W_\infty(k)$ , невозмущенный ударной волной с ускоренными частицами. Стационарное решение нелинейного уравнения (223) в области предфронта  $0 \leq z \leq L_1$  можно представить в форме однопараметрического семейства характеристик (с параметром  $s \geq 0$ ):

$$k = (sC_K^{-3/2} + k_0^{-2/3})^{-3/2}, \quad (225)$$

$$W(s, k_0) = k^{-5/3} \left[ \frac{2}{3} \int_0^s \gamma(k(s)) ds + k_0^{5/6} W_\infty^{1/2}(k_0) \right]^2, \quad (226)$$

$$z = \frac{2u_1}{3} \int_0^s k^{5/6}(s) W^{1/2}(k(s)) ds. \quad (227)$$

Выполнив последовательно интегрирования в (225)–(227) и разрешая соотношения  $z = z(s, k_0)$  и  $k = k(s, k_0)$  относительно  $s$  и  $k_0$ , можно вычислить с помощью (226) искомую спектральную плотность энергии  $W(z, k)$  при заданном асимптотическом спектре флуктуаций в натекающем потоке  $W_\infty(k)$ .

Для начальных распределений флуктуаций с малой амплитудой осуществляется линейный режим роста, ограниченный конечным временем роста флуктуаций за время конвективного переноса мод в предфронте ударной волны  $\tau_a$ , без существенных эффектов нелинейного каскада. Если начальный уровень флуктуаций был не слишком мал (что часто выполняется для ударных волн в межзвездной и межпланетной средах), то возможен стационарный режим с насыщением уровня флуктуаций за счет нелинейного каскада. В данном режиме спектр флуктуаций, сформированный в области неустойчивости, не будет существенно зависеть от формы начального спектра, так как важна лишь начальная амплитуда.

Ниже мы рассмотрим упрощенную модель, удобную для качественного анализа параметров спектра флуктуаций в предфронте сильной ударной волны в Галактике. Пусть в набегающем потоке вещества присутствует статистически однородная фоновая турбулентность колмогоровского типа, которая поддерживается на стационарном уровне различными источниками в диске Галактики (в основном, по-видимому, взрывами сверхновых). Мы принимаем эту гипотезу как простую рабочую модель, не противоречащую имеющимся наблюдательным данным, полностью сознавая, что галактическая среда значительно сложнее, чем несжимаемая жидкость. Источники турбулентности вкладывают свою энергию в возмущения с основным (максимальным) масштабом, который для галактического диска, по-видимому, близок к  $L_0 \approx 100$  пк.

При наличии ускоренных частиц в предфронте турбулентность будет подкачиваться нерезонансным и резонансным механизмами в слое толщиной  $L_1$  и в некотором диапазоне волновых чисел в соответствии с результатами, полученными в разделах 8–10. С ростом волнового числа инкременты поменяют знаки и превратятся в декременты, и диссипация турбулентной энергии приведет к обрезанию спектра.

Пусть толщина предфронта  $L_1$  мала по сравнению с основным масштабом  $L_0$ , а соответствующие волновые числа удовлетворяют условию  $k_1 \gg k_0$ . В интервале  $k_1 \geq k \geq k_0$  в стационарном случае уравнение (223) упрощается, производная по координате исчезает ввиду однородности фоновой турбулентности, и уравнение с источником принимает вид

$$\frac{\partial}{\partial k} \Pi_A(k) = \epsilon \delta(k - k_0), \quad \Pi_A(k) = 0 \quad \text{при} \quad k < k_0. \quad (228)$$

Его решение соответствует постоянному потоку (224) по спектру,  $\Pi_A(k) = \epsilon = \text{const}$ , и приводит к колмогоровской зависимости плотности энергии от волнового числа:

$$W_A^0(k) = C_K \epsilon^{2/3} k^{-5/3}. \quad (229)$$

При  $k \geq k_1$  включается нерезонансный механизм раскачки турбулентности ускоренными частицами в предфронте, и рассматриваемая нами система становится неоднородной. Для учета неоднородности на оценочном уровне усредним стационарное уравнение (223) с источником по толщине предфронта. Член с производной по координате в результате усреднения приобретает вид

$$-\frac{u_1}{L_1} \int_0^{L_1} \frac{\partial W_A}{\partial z} dz = -\frac{u_1}{L_1} [W_A(L_1, k) - W_A(0, k)]. \quad (230)$$

Слагаемое  $W_A(0, k)$  отождествляем с усредненной плотностью энергии в предфронте, а величину  $W_A(L_1, k)$  — с фоновой колмогоровской турбулентностью вне слоя. В результате получаем уравнение

$$\frac{\partial}{\partial k} \Pi_A(k) = 2\gamma_{\text{eff}}(k) W_A + \epsilon \delta(k - k_0) + \frac{u_1}{L_1} W_A^0(k), \quad (231)$$

$$\Pi_A(k) = 0 \quad \text{при} \quad k < k_0.$$

Здесь  $\gamma_{\text{eff}}(k) = \gamma(k) - u_1/2L_1$  учитывает вынос генерируемых МГД мод из области предфронта, после чего они перестают возрастать.

Уравнение (231) не допускает разделения переменных, но может быть легко решено численно и проанали-

зировано в предельных случаях. Если усиления турбулентности в предфронте нет,  $\gamma(k) = 0$ , то уравнение приобретает форму (228) и имеет в качестве решения колмогоровский спектр (229). Во втором предельном случае усиление мод в предфронте может быть значительным, так что плотность энергии  $W_A$  намного превысит фоновый уровень:  $W_A \gg W_A^0$ . Такая ситуация весьма вероятна в случае сильных ударных волн от сверхновых. Согласно оценкам в начале раздела 6, плотность энергии ускоренных частиц, усиливающих турбулентность в предфронте, на несколько порядков превышает плотность энергии магнитного поля и фоновой турбулентности. В этих условиях в равенстве (230) и уравнении (231) можно опустить неоднородный член, содержащий  $W_A^0(k)$  (но только в интервале волновых чисел  $k \geq k_1$ ):

$$\frac{\partial}{\partial k} \Pi_A(k) = 2\gamma_{\text{eff}}(k)W_A + \epsilon\delta(k - k_0). \quad (232)$$

Решая это уравнение с потоком по спектру (224), получаем условие применимости решения

$$\epsilon^{1/3} + \frac{2C_K}{3} \int_{k_0}^k \gamma_{\text{eff}}(k) k^{-5/3} dk \geq 0 \quad (233)$$

и само решение

$$W_A(k) = \frac{C_K}{k^{5/3}} \left[ \epsilon^{1/3} + \frac{2C_K}{3} \int_{k_0}^k \gamma_{\text{eff}}(k) k^{-5/3} dk \right]^2, \quad (234)$$

где при  $k < k_1$  следует полагать  $\gamma_{\text{eff}}(k) = 0$ . В этом интервале спектра имеется только колмогоровская турбулентность.

Второе слагаемое в скобке (234) описывает турбулентность, нагенерированную ускоренными частицами в предфронте. При сильной генерации оно намного превышает при  $k > k_1$  первое слагаемое. Величину  $\epsilon$  — поток энергии фоновой турбулентности по спектру — можно выразить через наблюдаемые параметры турбулентности в Галактике. Интегрируя (229) по всему спектру от  $k_0$  до  $\infty$  и приравнявая ее наблюдаемой плотности энергии турбулентности  $\tilde{B}_0^2/4\pi$ , где  $\tilde{B}_0$  — магнитное поле наиболее крупномасштабных флуктуаций, находим

$$\epsilon = \frac{\tilde{B}_0^3 k_0}{(6\pi C_K \rho)^{3/2}}, \quad (235)$$

где  $\rho$  — плотность среды. В теплой фазе галактического диска, полагая  $k_0 \approx 2 \times 10^{-20} \text{ см}^{-1}$ , находим  $\epsilon \approx 10^{-2} \text{ эрг г}^{-1} \text{ с}^{-1}$ .

Если в набегающем на фронт потоке имеются нейтральные атомы, то при  $k > k_1$  инкремент  $\gamma_{\text{nr}}(k)$  определяется нерезонансным эффектом раскачки колебаний и определяется формулой (180). Интервал значений, в котором действует этот эффект, ограничен меньшей из величин  $k_{\text{cr}}$  и  $k_s$  (см. (179), (186)). В теплой фазе межзвездной среды  $k_s \ll k_{\text{cr}}$ , поэтому при  $k > k_s$  параметр  $v_{\text{eff}}$  быстро убывает до значений  $v_m \ll v_{\text{eff}}$ , и нерезонансная раскачка становится малоэффективной. При  $k > k_s$  главную роль будет играть резонансный механизм, а соответствующий инкремент  $\gamma_{\text{res}}(k)$  дается формулой (217), зависящей от спектра ускоренных частиц (показатель  $\alpha$ ). Если  $\alpha = 4$ , что отвечает умеренному ускорению на сильном ударном фронте, то  $\gamma_{\text{res}}(k)$ , как и  $\gamma_{\text{nr}}(k)$ , пропорциональны волновому вектору.

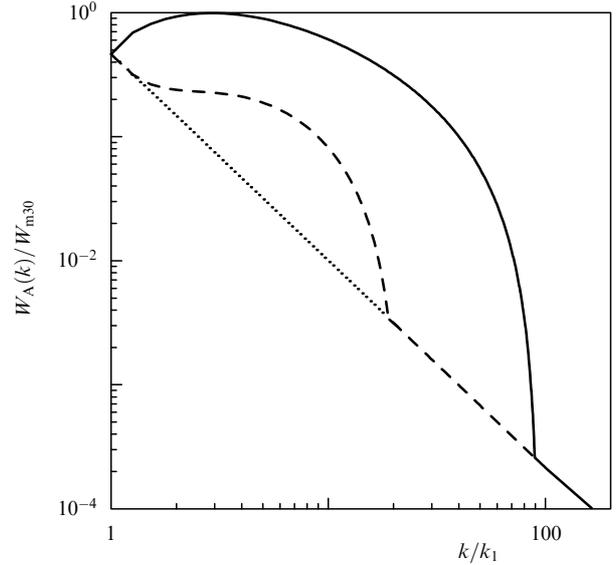


Рис. 1. Модельное распределение спектральной плотности энергии в предфронте ударной волны  $W_A(k)$ , нормированное на  $W_m(k_{\text{cr}}/k_1 = 30) = W_{m30}$ . Сплошной линией обозначено распределение для  $k_{\text{cr}}/k_1 = 30$ , штриховой линией — распределение для  $k_{\text{cr}}/k_1 = 10$ , а пунктирной линией — фоновый колмогоровский спектр (см. раздел 11).

Механизм диссипации турбулентности на малых масштабах в данной модели связан с вязкими потерями, обусловленными конечной электропроводностью. Как показано в разделах 1–3, эффективная электропроводность определяется как возможным наличием нейтральной компоненты, так и турбулентными флуктуациями различных масштабов. Резонансное поглощение энергии мод частицами может также быть существенным фактором, последовательный учет которого требует решения самосогласованной нелинейной задачи об обратном влиянии турбулентных флуктуаций на инжекцию и ускорение нетепловых частиц. Нелинейное моделирование эффектов резонансной генерации мод с учетом их обратного влияния на процесс ускорения частиц сильной ударной волной выполнено методом Монте-Карло в работе [69]. Нерезонансный механизм генерации мод, подробно обсуждавшийся выше, также должен быть включен в последовательную модель.

В общем случае эффективный инкремент роста МГД мод в многожидкостной системе (с учетом вязкого затухания), полученный в разделах 8 и 9, является, вообще говоря, полиномом второй степени по волновому числу  $k$ . Если эффект генерации МГД мод доминирует, то в области  $k \lesssim k_{\text{cr}}$  (при  $k_{\text{cr}} \gg k_1$ ) эффективный инкремент  $\gamma_{\text{eff}}(k) \propto k^a$ . Согласно (234), спектральная плотность энергии имеет асимптотическое поведение  $W_A(k) \propto k^{2a-3}$ . В случае  $a = 1$  имеем промежуточную асимптотику  $W_A(k) \propto k^{-1}$ . В интервале масштабов  $k_1 < k < k_{\text{cr}}$  спектр флуктуаций более пологий, чем  $W_A(k) \propto k^{-1}$ . Протяженность спектра зависит от величины  $k_{\text{cr}}/k_1$  приблизительно по линейному закону. Максимум амплитуды спектра мод  $W_m \propto k_{\text{cr}}^2$ . На рисунке 1 для иллюстрации представлены результаты расчета спектральной плотности энергии мод (нормированной на  $W_{m30} = W_m$  при  $k_{\text{cr}}/k_1 = 30$ ) для  $k_{\text{cr}}/k_1 = 10$  и  $k_{\text{cr}}/k_1 = 30$ . В данном расчете предполагалось  $v_{\text{eff}} k_1^2 \tau_a = 1$ . Расчет демонстрирует возможности сильного увеличения плотности энергии флуктуаций генерированных неустойчивостью в

определенных интервалах волновых чисел  $k$  (сплошная и штриховая линии на рис. 1) по сравнению с исходным колмогоровским спектром флуктуаций (пунктирная линия на рис. 1).

В рамках квазилинейной теории резонансного рассеяния энергичных частиц МГД волнами зависимость коэффициента диффузии частиц от энергии определяется спектром мод  $W_A(k)$  (см., например, в монографии [8]). Степенной функции  $W_A(k) \propto k^{-1}$  соответствует в интервале энергий частиц, резонансных соответствующим модам, бомовский закон диффузии (191), обсуждавшийся выше. Таким образом, модель предсказывает бомовский коэффициент диффузии с линейной зависимостью от импульса частиц даже в случае умеренных амплитуд флуктуаций магнитного поля, характерных для применимости квазилинейной теории. Обычно использование бомовского коэффициента диффузии считают феноменологически мотивированным для сильной турбулентности (см., например, обзоры [48, 70], а также [20]).

Отметим еще раз, что рассмотренная в этом разделе модель может дать удовлетворительные количественные оценки только если энергия нагенерированной турбулентности мала по сравнению с энергией ускоренных частиц. Когда плотности этих двух энергий сближаются, использование линейного инкремента в уравнении (231) становится некорректным. В этом сильно нелинейном случае уровень насыщения турбулентности можно грубо оценить тем же способом, каким в начале раздела 6 оценивалось возможное значение вторичного магнитного поля.

В данной модели использована простая локальная зависимость скорости спектрального переноса энергии мод  $\Pi_A(k)$  от спектральной плотности энергии  $W_A$ . Нелокальные функциональные зависимости подробно обсуждаются в книге Мони́на и Яглома [71], их использование, как правило, не меняет индекса степени в асимптотике спектральной плотности энергии для коротких волн ( $k \gg k_1$ ). Коротковолновая МГД турбулентность, по-видимому, существенно анизотропна и уравнение (231) нуждается в модификациях, учитывающих анизотропию каскада мод в случае сильного среднего магнитного поля  $B_0 \gg \delta B$  в области мелких масштабов (см., в частности, [68] и ссылки в этой работе). Степень поперечной анизотропии турбулентности согласно [68] увеличивается  $\propto (k_\perp L_0)^{1/3}$  (где  $L_0$  — энергосодержащий масштаб). Мелкомасштабную МГД турбулентность в этом случае описывают локальной двумерной моделью с каскадом по поперечным волновым числам. В крупных масштабах сильная МГД турбулентность с  $\delta B > B_0$ , по-видимому, близка к квазиизотропной с перемежаемыми нелинейными структурами.

Спектральная плотность энергии (234) позволяет оценить достижимую плотность энергии длинноволновых флуктуаций в предположении, что линейная неустойчивость насыщается за счет эффекта нелинейного переноса энергии по спектру мод альвеновского типа, но истощения источника энергии не происходит. В реальных приложениях приближение несжимаемости системы, по-видимому, реализуется не всегда. Продольные длинноволновые флуктуации магнитозвукового типа подвержены существенно более сильному затуханию Ландау, а в турбулентной среде они затухают за счет эффектов фермиевского ускорения нетепловых частиц (см. [44]).

## 12. Усиление магнитных полей за фронтами астрофизических ударных волн

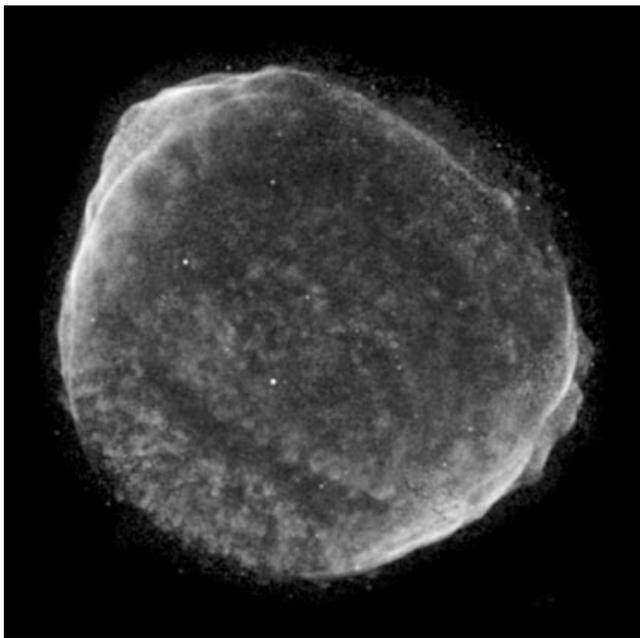
Магнитные поля различных масштабов играют существенную роль в процессах переноса массы, энергии-импульса и углового момента в астрофизических объектах различной природы при аккреции вещества на компактные массивные объекты (например, [72, 73]), в динамике межзвездной среды ([1, 74, 75]), а также в скоплениях галактик [30]. Мы обсудим приложения неустойчивости многокомпонентной плазмы с ускоренными частицами к проблеме происхождения сильных магнитных полей в оболочках остатков сверхновых звезд, которые традиционно рассматриваются как источники космических лучей (см., например, [18, 76, 20]).

### 12.1. Магнитные поля в оболочках остатков сверхновых

Остатки сверхновых звезд давно известны как мощные источники нетеплового радиоизлучения. В оболочечных остатках, таких, как Кассиопея А (Cas A), синхротронное излучение релятивистских электронов считается основным механизмом генерации радиопотока. С началом работы в последнюю декаду орбитальных рентгеновских телескопов с угловым разрешением порядка секунд дуги появилась возможность построения пространственно разрешенных рентгеновских спектров остатков сверхновых (см., например, обзор [77]). В результате в нетепловом континууме ряда остатков (SN 1006, Cas A, RCW 86 и др.) были обнаружены компоненты рентгеновского излучения, имеющие степенные спектры, в которых отсутствуют спектральные линии. Эти компоненты обычно интерпретируют как синхротронное рентгеновское излучение [78–80].

Во многих случаях ударные волны распространяются в частично ионизованной среде. Для остатков сверхновых, взаимодействующих с молекулярными облаками (например, IC 443), наличие нейтральной компоненты перед фронтом может приводить к особенностям в режиме ускорения частиц высоких энергий (см., например, [81]) и существенно влияет на спектры излучения таких остатков [24]. Некоторая доля нейтральных атомов водорода, гелия и металлов достигает фронта ударной волны и в случае остатка сверхновой, находящегося в разреженной среде [62].

Рассмотрим возможные приложения приведенного выше механизма генерации волн альвеновского типа в ударной волне (УВ) остатка сверхновой SN 1006 (G327.6 + 14.6). Это один из молодых остатков, известных из древних исторических хроник (см. [53]) и, по-видимому, он относится к сверхновой типа Ia. Расстояние до остатка оценивается как 2,1 кпк и размер порядка 18 пк [82]. Характерная особенность рентгеновского излучения остатка SN 1006 — яркие тонкие сегменты, расположенные в северо-восточной (СВ) и юго-западной (ЮЗ) частях примерно сферической оболочки диаметром около 30' дуги (рис. 2). Детальные исследования яркой СВ области выполнены недавно на рентгеновской обсерватории Chandra (см. [83, 84]). Рентгеновский спектр тонкого яркого СВ сегмента доминирован нетепловым континуумом, который обычно интерпретируют как синхротронное излучение электронов с энергиями порядка 10–100 ТэВ в окрестности УВ [79]. Высокое пространственное разрешение (порядка 1") CCD-детек-



**Рис. 2.** Рентгеновское изображение остатка сверхновой SN 1006, полученное на спутнике Chandra (Credit: NASA/CXC/Rutgers/J.Hughes et al.) в диапазоне 0,5–3 кэВ (см. [83]). На изображении отчетливо видны филаменты нетеплового континуума, интерпретируемые как синхротронное рентгеновское излучение ультррелятивистских электронов, ускоренных ударными волнами с усиленными магнитными полями в предфронте (см. раздел 12.1).

тора ACIS обсерватории Chandra позволило Лонгу с соавторами обнаружить резкий скачок интенсивности излучения (см. [83]). Авторы установили, что интенсивность излучения с энергиями выше 1,2 кэВ непосредственно перед фронтом не превышает 1,5% от области максимальной яркости непосредственно за фронтом УВ [83]. Причем ширина яркого СВ сегмента рентгеновского синхротронного излучения порядка  $10''$  ( $1'' \approx 3,3 \times 10^{16}$  см на оцениваемом расстоянии 2,1 кпк до SN 1006). Проблему наличия слабого радиогало в ОСН и оценки коэффициентов диффузии релятивистских электронов обсуждали ранее Ахтерберг и др. [85], однако верхний предел на яркость синхротронного гало, установленный Лонгом и др. [83], является наиболее жестким (см. [86]).

Оптические и УФ спектры SN 1006 [87, 88] показывают наличие нейтральных атомов в окрестности фронта ударной волны. Карта остатка в линии  $H_\alpha$ , полученная Винклером и др. [82], показывает более однородное распределение оптического излучения по лимбу SN 1006. Имеются оптические филаменты в СВ части, коррелирующие с яркими рентгеновскими филаментами, но имеются также даже более яркие оптические филаменты в СЗ части остатка, где рентгеновские филаменты не выражены. Наблюдения согласуются с оценками доли нейтральной компоненты  $F \sim 0,1$  в предфронте УВ, распространяющейся со скоростью  $v_{sh} \sim 2300$  км с<sup>-1</sup>. Оценка плотности газа перед фронтом СВ сектора УВ в SN 1006 дает  $n_i \sim 0,1$  см<sup>-3</sup>. Используя скорости реакции перезарядки водорода при температуре около  $10^4$  К, получим длину пробега атома водорода относительно перезарядки, равную минимальной длине волны неустойчивости  $\lambda_0 = 2\pi k_0^{-1} \sim 2 \times 10^{16}$  см (поскольку

$k_0 \gg k_{cr}$ ), а также оценку фактора замагниченности  $\omega_{Bi} \tau_i \gtrsim 10^7 \times B(Fn_{-1})^{-1}$ . Здесь  $B$  измеряется в мкГс, а концентрация плазмы  $n_{-1}$  — в единицах  $0,1$  см<sup>-3</sup>. Таким образом, используя соотношение (30), получим характерное время роста мод  $\sim 6 \times 10^2 \times (N_0/n_i)^{-1}$  (с), что позволяет усиливать магнитные поля с масштабами порядка  $\lambda_0$  за время жизни SN 1006, если темп инжекции протонов в режим ускорения на УВ допускает значения  $N_0/n_i \gtrsim 10^{-7}$ . Используя соотношение (99), можно убедиться, что при этом плотность энергии ускоренных частиц составляет доли процента от плотности кинетической энергии натекающего потока. Если ограничиваться темпами инжекции, допускающими плотности энергии КЛ  $w_{cr}$  порядка нескольких процентов от плотности кинетической энергии потока ( $\sim m_p n_i v_{sh}^2$ ), то мы получим возможность генерации перед фронтом УВ флуктуаций магнитного поля с амплитудами  $\delta B \sim 30$  мкГс. Сжатие поперечной компоненты поля на скачке в сильной УВ  $R \approx 4$  (мы здесь рассматриваем одножидкостную волну без протяженного предфронта, поскольку исследуем случай малых темпов инжекции протонов) позволит получить магнитные поля порядка 100 мкГс в области за фронтом УВ. Магнитные поля за фронтом УВ SN 1006 порядка 100 мкГс позволяют объяснить узкое наблюдаемое распределение яркости рентгеновского континуального излучения в СВ сегменте УВ [83, 86, 89] за счет эффекта быстрого синхротронного охлаждения релятивистских электронов за фронтом УВ. При этом в случае генерации магнитных полей в частично-ионизованной среде не требуется существенного давления нуклонной компоненты КЛ ( $\sim m_p n_i v_{sh}^2$ ) в области перед фронтом, предполагавшегося в модели [89]. Верхний предел для отношения синхротронной светимости в области перед фронтом к максимальной светимости в поперечном сегменте УВ равен  $R^{-\Gamma}$ , где  $\Gamma$  — фотонный индекс спектра синхротронного излучения с энергиями выше  $\sim 1,5$  кэВ. В нашем случае сжатия в сильной одножидкостной УВ с  $R \approx 4$  и синхротронного индекса  $\Gamma \sim 3$  получим отношение удельных светимостей близкое к 1,5%, согласующееся с пределом, который установили Лонг и др. [83]. При сравнительном анализе карт синхротронного излучения (радио и рентгеновской) и оптической ( $H_\alpha$ ) следует иметь в виду, что скорость роста магнитных флуктуаций, кроме доли нейтральных частиц  $F$ , пропорциональна также и локальной плотности нетепловых частиц, которая в значительной мере определяется локальным темпом инжекции. Механизмы инжекции частиц в режимы ускорения на ударных волнах пока не позволяют делать количественные предсказания, но предполагается, что инжекция ионов более сильная в квазипараллельной части ударной волны (см. [48, 70, 90]).

Интересным приложением физического механизма генерации магнитного поля ударной волной в плазменной среде с нейтральной компонентой могут быть радиофиламенты в окрестности центра Галактики. Наблюдения Юсеф-Заде и др. [91] указывают на возможную связь некоторых филаментов с остатками сверхновых. Нейтральные частицы могут существенно упростить проблему генерации магнитных полей в обратной ударной волне (reverse shock), распространяющейся в расширяющемся эжекте сверхновой в нелинейной модели ускорения частиц обратной ударной волной [92].

## 12.2. Магнитные флуктуации в межпланетных ударных волнах

Естественной (и часто единственной) лабораторией для прямых наблюдений бесстолкновительных МГД ударных волн являются процессы в ближней гелиосфере. Наблюдения бесстолкновительных волн и нетепловых частиц в межпланетной среде выполняются с конца 1960-х годов и накоплен значительный наблюдательный материал (см., например, [93–95]). Результаты наблюдений можно кратко резюмировать следующим образом. В межпланетной плазме часто доминируют альвеновские возмущения (см. [93, 94]), однако в областях столкновения разнородных потоков солнечного ветра крупномасштабные сжимаемые возмущения играют важную роль. Вне областей столкновения быстрых потоков и масс, эжектированных солнечной короной, Лимон и др. [96] приводят спектр мощности флуктуаций вида  $W(\nu)$  в интервале от  $\nu^{(-1,46 \pm 0,01)}$  до  $\nu^{(-1,93 \pm 0,02)}$  в области частот (в системе покоя детектора на космическом аппарате *Wind*)  $0,01 < \nu < 0,4$  Гц. Для  $\nu > 0,4$  Гц получены спектры мощности от  $\nu^{(-2,00 \pm 0,02)}$  до  $\nu^{(-4,43 \pm 0,01)}$ . Результаты Лимона и др. [96] получены на основе анализа 33 интервалов наблюдений продолжительностью по часу детектором магнитного поля MFI на аппарате *NASA Wind*. Данные интерпретированы как переход между инерционным интервалом и диссипативной областью в области частот  $\nu \approx 0,4$  Гц. Средний спектр в инерционном интервале  $\nu^{-1,66}$ , что полностью согласуется с колмогоровским законом.

Проблема спектрального переноса энергии и диссипации МГД турбулентности, в частности, существенна для понимания механизмов нагрева плазмы солнечного ветра. Механизм нагрева необходим для объяснения наблюдаемого убывания протонной температуры с гелиоцентрическим расстоянием  $\propto r^{-0,8}$  (или  $r^{-1,0}$ ), которое заметно медленнее стандартного закона  $T \propto r^{-2(\gamma_a-1)}$  для расширяющегося ветра с адиабатическим индексом  $\gamma_a$  (см., например, [96, 97]). Нагрев плазмы солнечного ветра процессами в диссипативной области турбулентного каскада является перспективной моделью. Моделирование МГД турбулентности в инерционном интервале и диссипативной области проводится с учетом эффектов двумерности каскада мелкомасштабных МГД мод в плоскости, перпендикулярной среднему магнитному полю [97–99].

Спектры турбулентности и ускоренных частиц в непосредственной окрестности ударной волны в межпланетной среде 12 ноября 1978 г. подробно исследованы Кеннелом и др. [100]. Авторы обнаружили, что спектры магнитных флуктуаций в окрестности ударной волны в области частот ниже  $\nu < 0,1$  Гц, полученные по трем интервалам в 2,5 мин, являются пологими ( $\propto \nu^{-d}$  с индексом  $d \lesssim 1$ ). Кроме того, обнаружено усиление турбулентности в области высоких частот ( $\nu > 0,1$  Гц) вне области резонансной с гирочастотами ускоренных ионов, где спектр мощности магнитного поля быстро падает с ростом частоты. Потоки ионов, ускоренных ударной волной до энергий порядка 150 кэВ, детектированы в окрестности примерно  $(2-3) \times 10^{10}$  см, причем размеры области предфронта зависят от энергии частиц. Спектр ионов удовлетворительно описывается степенным законом распределения по скоростям с индексом  $\approx 4,2$ . Плотность энергии ускоренных частиц в интервале энергий 3–200 кэВ в работе Кеннела и др.

[100] оценена как  $1,6 \times 10^{-9}$  эрг  $\text{см}^{-3}$ . Измеренная концентрация тепловых частиц  $n_i \approx 4 \text{ см}^{-3}$ . Скорость фронта ударной волны оценена как  $640 \text{ км с}^{-1}$ , а альвеновское число Маха ударной волны  $M_A \sim 3,5$ .

Рассмотрим возможность генерации флуктуаций магнитного поля механизмом, описанным в разделе 11. Можно оценить относительную концентрацию нетепловых частиц  $N_0/n_i \sim 10^{-3}$ , а далее найти величину критического волнового числа  $k_{cr}$  (179) и инкремента нарастания мод из (180). Оценка  $k_{cr} \sim \omega_{pi}/c \times N_0/n_i \times M_A \sim 2 \times 10^{-10} \text{ см}^{-1}$  дает масштаб в несколько раз меньше области распределения ускоренных частиц в предфронте. Частоты нарастающих МГД мод в системе покоя детектора лежат в интервале  $(1-5) \times 10^{-3}$  Гц. При значениях эффективной магнитной вязкости  $\nu_{eff} \sim 10^{15} \text{ см}^2 \text{ с}^{-1}$  инкремент нарастания МГД мод (180) и амплитуда спектра флуктуаций (234) позволяют количественно описать наблюдаемые спектры мощности крупномасштабных флуктуаций магнитного поля. Расчет эффективной магнитной вязкости в рамках моделей флуктуационной проводимости бесстолкновительной плазмы, рассмотренных в разделе 2 (см. (67)), позволяет объяснить указанные выше значения  $\nu_{eff}$ , если амплитуды (мелкомасштабных) флуктуаций поля, ответственных за рассеяние тепловых электронов, составляют  $\delta B/B \sim 10^{-3}$ . Спектр флуктуаций (234), предсказываемый моделью, пологий в области низких частот (с индексом  $\leq 1$ ) в согласии с наблюдениями [100, 101]. В то же время Кеннел и др. [100] отметили, что спектр МГД флуктуаций за счет резонансной генерации волн ускоренными частицами имел бы индекс  $7/4$ , что противоречит наблюдениям.

Нерезонансные механизмы генерации крупномасштабных флуктуаций магнитного поля током ускоренных частиц в окрестности МГД ударных волн, рассмотренные в разделах 7–9, позволяют формировать магнитные поля с амплитудами во много раз превышающими невозмущенные (асимптотические) значения магнитных полей перед фронтом ударной волны. Важная особенность данных механизмов состоит в том, что генерация магнитного поля не связана с сильной модификацией предфронта ударной волны давлением ускоренных частиц, как это предполагается в моделях [15, 89] и в более ранней работе [102]. Поэтому имеется возможность генерации сильных крупномасштабных магнитных полей в предфронте ударной волны даже при эффективности ускорения частиц порядка 10 % и спектрах частиц с индексами  $\alpha \geq 4$  (и давлением нетепловой компоненты, определяемой частицами умеренных энергий). В резонансных механизмах эффективная генерация крупномасштабных магнитных полей предполагает пологие спектры частиц с давлением нетепловых частиц, определяющимся частицами высоких энергий. Нерезонансная генерация мелкомасштабных флуктуаций рассмотрена недавно Беллом [27], а анизотропные МГД каскады и роль двухволновых процессов рассеяния в формировании турбулентности обсуждается в работах [103, 104]. Наблюдаемый в межпланетной среде спектр флуктуаций, близкий к колмогоровскому, возможно является сложной суперпозицией анизотропного поперечного каскада и пологого спектрального распределения альвеновских волн, распространяющихся вдоль среднего магнитного поля [105].

Генерация магнитных флуктуаций, разумеется, имеет место непосредственно при формировании фронта бесстолкновительной ударной волны в плазме, что было рассмотрено Сагдеевым [36] в качестве основного механизма бесстолкновительной релаксации в ударной волне. Вейбелевская неустойчивость роста поперечных мод в плазме с анизотропным распределением по скоростям [106, 107], по-видимому, играет существенную роль в процессе бесстолкновительной релаксации во фронтах ударных волн. Численное моделирование структуры бесстолкновительной ударной волны PIC (particle-in-cell) кодами демонстрирует рост нитевидных мелко-масштабных структур магнитного поля в масштабах сотен инерционных длин иона  $c/\omega_{pi}$  (см., например, [108, 109]). Уровень амплитуд магнитных полей на больших расстояниях от фронта и степень термализации частиц, связанные с распадом магнитных структур, требуют, однако, дальнейшего анализа [110]. Даже самые мощные современные компьютеры не позволяют использовать PIC коды для моделирования структуры астрофизических ударных волн в масштабах, где существенную роль играют ускоренные частицы. Поэтому моделирование с использованием кинетических уравнений, рассмотренных выше, остается основным средством исследований многокомпонентной плазмы с энергичными частицами.

### 13. Заключение

Обзор содержит вывод и подробную дискуссию основных уравнений, описывающих макроскопическую динамику космической плазмы с учетом нетепловых частиц флуктуирующих электромагнитных полей и нейтральных атомов. Дан анализ следствий, вытекающих из многокомпонентности космической плазмы и касающихся генерации либо усиления магнитных полей различных пространственных масштабов. Основное внимание уделено роли надтепловых (в том числе релятивистских) частиц, а также роли нейтральной компоненты.

В обзоре продемонстрировано, что как небольшая примесь нейтральных частиц, так и мелко-масштабные стохастические магнитные поля могут на много порядков изменить эффективную электропроводность и магнитную вязкость астрофизической плазмы. Благодаря этому существенно возрастает роль сторонних токов, которые создаются надтепловыми и особенно релятивистскими частицами в окрестностях активных астрофизических объектов — источников ускоренных частиц. Сторонний ток, возбужденный релятивистскими и фоновыми частицами в замагниченной плазме, генерирует вторичное крупномасштабное магнитное поле. В результате исходное крупномасштабное поле может усиливаться или ослабляться при типичных условиях на один-два порядка величины. Подробные наблюдательные данные о магнитных полях в самых разных астрофизических объектах от космологической среды до гелиомагнитосферы приведены в обзорах Валле [111].

Ускоренная компонента космической плазмы оказывает большое влияние и на МГД турбулентность. В окрестности фронтов ударных волн, ускоряющих энергичные частицы, появляется возможность нерезонансного возбуждения крупномасштабных МГД флуктуаций альфеновского типа с инкрементом, пропорциональным эффективной магнитной вязкости плазмы и доле надтепловых частиц. Возбуждение таких колебаний существенно увеличивает эффективность ускорения частиц ударными фронтами. Рассмотренный механизм усиления

турбулентности не требует существенной модификации профиля скорости и передачи большей части газодинамической энергии в ускоренные частицы — в этом его преимущество перед обсуждавшимися ранее процессами генерации турбулентности вблизи ударных фронтов.

Предложена модель формирования спектра МГД флуктуаций и показано, что исследованный механизм в широкой области масштабов приводит к спектральной плотности энергии, обратно пропорциональной волновому вектору флуктуаций. Такая форма спектра может обеспечить боровскую зависимость коэффициента диффузии быстрых частиц от импульса, при которой транспортный пробег становится порядка гирорадиуса частицы.

В настоящем обзоре турбулентность описывалась традиционным способом, основанным на использовании корреляционных тензоров и спектральных плотностей энергии. В последнее время развивается и другой подход, в котором турбулентное состояние рассматривается как результат самоорганизации сильно неравновесной и нелинейной системы. С этим кругом идей и методов можно познакомиться по обзору [112].

Исследования неустойчивости многокомпонентной плазмы применены для объяснения наблюдательных данных по нетепловому излучению из остатков сверхновых и по быстрым частицам, а также МГД турбулентности вблизи ударных фронтов в межпланетном пространстве.

Работа выполнена при частичной поддержке РФФИ (гранты 06-02-16844, 04-02-16595, 07-02-00245).

### Список литературы

1. Рузмайкин А А, Соколов Д Д, Шукуров А М *Магнитные поля галактик* (М.: Наука, 1988)
2. Каулинг Т *Магнитная гидродинамика* (М.: Атомиздат, 1978)
3. Пикельнер С Б *Основы космической электродинамики* 2-е изд. (М.: Наука, 1966)
4. Axford W I, Leer E, Scadron G, in *15th Intern. Cosmic Ray Conf., Plovdiv, Bulgaria, Aug. 13–26, 1977* Vol. 11 (Sofia: Bulgarian Acad. Sci., 1977) p. 132
5. Крымский Г Ф *ДАН СССР* **234** 1306 (1977)
6. Bell A R *Mont. Not. R. Astron. Soc.* **182** 147 (1978)
7. Blandford R D, Ostriker J P *Astrophys. J.* **221** L29 (1978)
8. Топтыгин И Н *Космические лучи в межпланетных магнитных полях* (М.: Наука, 1983)
9. Scalo J, Elmegreen B G *Annu. Rev. Astron. Astrophys.* **42** 275 (2004)
10. Wentzel D G *Astrophys. J.* **152** 987 (1968); **156** 303; **157** 545 (1969)
11. Kulsrud R, Pearce W P *Astrophys. J.* **156** 445 (1969)
12. Skilling J *Mont. Not. R. Astron. Soc.* **173** 255 (1975)
13. Bell A R *Mont. Not. R. Astron. Soc.* **353** 550 (2004)
14. Федоренко В Н, Дисс. ... д-ра физ.-мат. наук (Л.: ФТИ им. А.Ф. Иоффе, 1991)
15. Bell A R, Lucek S G *Mont. Not. R. Astron. Soc.* **321** 433 (2001)
16. Lee M A *Astrophys. J. Suppl.* **158** 38 (2005)
17. Lagage P O, Cesarsky C J *Astron. Astrophys.* **125** 249 (1983)
18. Березинский В С и др. *Астрофизика космических лучей* 2-е изд. (Под ред. В Л Гинзбурга) (М.: Наука, 1990)
19. Blandford R, Eichler D *Phys. Rep.* **154** 1 (1987)
20. Hillas A M *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.* **31** R95 (2005)
21. Ptuskin V S, Zirakashvili V N *Astron. Astrophys.* **403** 1 (2003); **429** 755 (2005)
22. Parizot E et al. *Astron. Astrophys.* **453** 387 (2006)
23. Dogiel V A et al. *Mont. Not. R. Astron. Soc.* **228** 843 (1987)
24. Bykov A M et al. *Astrophys. J.* **538** 203 (2000)
25. Parker E N *Space Sci. Rev.* **9** 651 (1969)
26. Achterberg A *Astron. Astrophys.* **119** 274 (1983)
27. Bell A R, in *High Energy Gamma-Ray Astronomy: 2nd Intern. Symp., Heidelberg, Germany, 26–30 July 2004* (AIP Conf. Proc., Vol. 745, Eds F A Aharonian, H J Völk, D Horns) (Melville, NY: American Institute of Physics, 2005) p. 73
28. Быков А М Топтыгин И Н *Письма в Астрон. журн.* **31** 839 (2005)
29. Drury L O C *Adv. Space Res.* **4** 185 (1984)
30. Bykov A M *Adv. Space Res.* **36** 738 (2005)
31. Beck R "Magnetic field structure from synchrotron polarization", astro-ph/0603531

32. Shukurov A et al. *Astron. Astrophys.* **448** L33 (2006)
33. Zirakashvili V N et al. *Astron. Astrophys.* **311** 113 (1996)
34. Калеруд Р, в кн. *Основы физики плазмы* Т. 1 (Под ред. А А Галеева, Р Судана) (М.: Энергоатомиздат, 1983) с. 122
35. Гинзбург В Л, Рухадзе А А *Волны в магнитоактивной плазме* 2-е изд. (М.: Наука, 1975)
36. Сагдеев Р З, в сб. *Вопросы теории плазмы* (Под ред. М А Леонтовича) Т. 4 (М.: Атомиздат, 1964) с. 20
37. Волков Т Ф, в сб. *Вопросы теории плазмы* (Под ред. М А Леонтовича) Т. 4 (М.: Атомиздат, 1964) с. 3
38. Галеев А А, Зеленый Л М *Письма в ЖЭТФ* **29** 669 (1979)
39. Гуревич А В, Зыбин К П, Истомин Я Н *ЖЭТФ* **84** 86 (1983)
40. Hinton F L, Waltz R E, Candy J *Phys. Plasmas* **11** 2433 (2004)
41. Lundquist S *Phys. Rev.* **76** 1805 (1949)
42. Ахиезер А И, Ситенко А Г *ЖЭТФ* **35** 116 (1958)
43. Ахиезер А И и др. *Электродинамика плазмы* (М.: Наука, 1974)
44. Быков А М, Топтыгин И Н *УФН* **163** (11) 19 (1993)
45. Аксфорд В, Лир Е, Скадрон Дж, в сб. *Х Ленинградский семинар по космофизике: Материалы семинара "Ядерная космическая физика" (Ленинград, 6–8 окт. 1978 г.)* (Л.: ЛИЯФ, 1978) с. 125
46. Крымский Г Ф *Изв. АН СССР. Сер. физ.* **45** 461 (1981)
47. McKenzie J F, Völk H J *Astron. Astrophys.* **116** 191 (1982)
48. Jones F C, Ellison D C *Space Sci. Rev.* **58** 259 (1991)
49. Бережко Е Г, Елшин В К, Ксенофонтов Л Т *ЖЭТФ* **109** 3 (1996)
50. Топтыгин И Н *ЖЭТФ* **112** 1584 (1997)
51. Долгинов А З, Подольская Н И, Топтыгин И Н *Письма в Астрон. журн.* **30** 196 (2004)
52. Бережко Е Г, Крымский Г Ф *УФН* **154** 49 (1988)
53. Лозинская Т А *Сверхновые звезды и звездный ветер. Взаимодействие с газом Галактики* (М.: Наука, 1986)
54. Beck R *Space Sci. Rev.* **99** 243 (2001)
55. Альвен Г, Фельтхаммар К-Г *Космическая электродинамика. Основные принципы* 2-е изд. (М.: Мир, 1967)
56. Топтыгин И Н *Письма в Астрон. журн.* **25** 40 (1999)
57. Топтыгин И Н *Письма в Астрон. журн.* **30** 439 (2004)
58. Reynolds S P, Gilmore D M *Astron. J.* **106** 272 (1993)
59. Долгинов А З, Топтыгин И Н *Письма в Астрон. журн.* **29** 426 (2003)
60. *Физические величины* Справочник (Под ред. И С Григорьева, Е З Мейлихова) (М.: Энергоатомиздат, 1991)
61. Chevalier R A, Raymond J C *Astrophys. J.* **225** L27 (1978)
62. Raymond J C *Space Sci. Rev.* **99** 209 (2001)
63. Колмогоров А Н *ДАН СССР* **30** 299 (1941)
64. Монин А С, Яглом А М *Статистическая гидромеханика* Ч. 1 (М.: Наука, 1965)
65. Каплан С А *Межзвездная газодинамика* (М.: Физматгиз, 1958)
66. Быков А М *Письма в Астрон. журн.* **14** 145 (1988)
67. Verma M K et al. *J. Geophys. Res.* **101** (A10) 21619 (1996)
68. Biskamp D *Magnetohydrodynamic Turbulence* (Cambridge: Cambridge Univ. Press, 2003)
69. Vladimirov A, Ellison D C, Bykov A, astro-ph/0606433; *Astrophys. J.* **652** 1246 (2006)
70. Malkov M A, Drury L O'C *Prog. Phys.* **64** 429 (2001)
71. Монин А С, Яглом А М *Статистическая гидромеханика* Ч. 2 (М.: Наука, 1967)
72. King A R, Frank J, Raine D J *Accretion Power in Astrophysics* 3rd ed. (Cambridge: Cambridge Univ. Press, 2002)
73. Valbus S A *Annu. Rev. Astron. Astrophys.* **41** 555 (2003)
74. Вайнштейн С И, Быков А М, Топтыгин И Н *Турбулентность, токовые слои и ударные волны в космической плазме* (Отв. ред. Ю Н Гнедин) (М.: Наука, 1989)
75. Lequeux J *The Interstellar Medium* (Berlin: Springer, 2005)
76. Aharonian F A et al. *Nature* **432** 75 (2004)
77. Weisskopf M C, Hughes J P "Six years of Chandra observations of supernova remnants", astro-ph/0511327
78. Reynolds S P, Chevalier R A *Astrophys. J.* **278** 630 (1984)
79. Koyama K et al. *Nature* **378** 255 (1995)
80. Vink J, Laming J M *Astrophys. J.* **584** 758 (2003)
81. Drury L O'C, Duffy P, Kirk J G *Astron. Astrophys.* **309** 1002 (1996)
82. Winkler P F, Gupta G, Long K S *Astrophys. J.* **585** 324 (2003)
83. Long K S et al. *Astrophys. J.* **586** 1162 (2003)
84. Bamba A et al. *Astrophys. J.* **589** 827 (2003)
85. Achterberg A, Blandford R D, Reynolds S P *Astron. Astrophys.* **281** 220 (1994)
86. Ballet J *Adv. Space Res.* **37** 1902 (2006)
87. Korreck K E et al. *Astrophys. J.* **615** 280 (2004)
88. Dubner G M et al. *Astron. Astrophys.* **387** 1047 (2002)
89. Berezhko E G, Ksenofontov L T, Völk H J *Astron. Astrophys.* **412** L11 (2003)
90. Ellison D C, Baring M G, Jones F C *Astrophys. J.* **473** 1029 (1996)
91. Yusef-Zadeh F et al. *Adv. Space Res.* **35** 1074 (2005)
92. Ellison D C, Decourchelle A, Ballet J *Astron. Astrophys.* **429** 569 (2005)
93. Belcher J W, Davis L (Jr) *J. Geophys. Res.* **76** 3533 (1971)
94. Ness N F, Burlaga L F *J. Geophys. Res.* **106** (A8) 15803 (2001)
95. Russell C T, in *The Physics of Collisionless Shocks: 4th Annual IGPP Intern. Astrophysics Conf., Palm Springs, Calif., USA, 2005* (AIP Conf. Proc., Vol. 781, Eds G Li, G P Zank, C T Russell) (Melville, NY: American Institute of Physics, 2005) p. 3
96. Leamon R J et al. *J. Geophys. Res.* **103** (A3) 4775 (1998)
97. Markovskii S A et al. *Astrophys. J.* **639** 1177 (2006)
98. Hollweg J V, Isenberg P A *J. Geophys. Res.* **107** (A7) 1147 (2002)
99. Goldreich P, Sridhar S *Astrophys. J.* **438** 763 (1995)
100. Kennel C F et al. *J. Geophys. Res.* **91** (A11) 11917 (1986)
101. Bamert K et al. *Astrophys. J.* **601** L99 (2004)
102. Völk H J, Drury L O'C, McKenzie J F *Astron. Astrophys.* **130** 19 (1984)
103. Pelletier G, Lemoine M, Marcowith A *Astron. Astrophys.* **453** 181 (2006)
104. Marcowith A, Lemoine M, Pelletier G *Astron. Astrophys.* **453** 193 (2006)
105. Oughton S, Matthaeus W H *Nonlinear Process. Geophys.* **12** 299 (2005)
106. Weibel E S *Phys. Rev. Lett.* **2** 83 (1959)
107. Davidson R C et al. *Phys. Rev. ST Accel. Beams* **7** 114801 (2004)
108. Silva L O et al. *Astrophys. J.* **596** L121 (2003)
109. Frederiksen J T et al. *Astrophys. J.* **608** L13 (2004)
110. Milosavljević M, Nakar E *Astrophys. J.* **641** 978 (2006)
111. Vallée J P *New Astron. Rev.* **47** (3) 85 (2003); **48** 763 (2004)
112. Зеленый Л М, Милованов А В *УФН* **174** 809 (2004)

### Instabilities in a multi-component plasma with accelerated particles and magnetic field amplification in astrophysical objects

A.M. Bykov

*A.F. Ioffe Institute of Physics and Technology, Russian Academy of Sciences, Politechnicheskaya ul. 26, 194021 St. Petersburg, Russian Federation*  
E-mail: byk@astro.ioffe.ru

I.N. Toptygin

*St. Petersburg State Polytechnical University, Politechnicheskaya ul. 29, 195251 St. Petersburg, Russian Federation*  
Tel. (7-812) 292-71 80. Fax (7-812) 297-10 17. E-mail: cosmos@IT10242.spb.edu

A system of MHD equations for a magnetized nonequilibrium astrophysical plasma with neutral atoms and superthermal particles is presented. Instabilities occurring in such a plasma due to neutral atoms and nonthermal particles are discussed. It is shown that the presence of nonthermal particles interacting with thermal plasma through regular and fluctuating electromagnetic field components leads to special kinds of MHD wave generation mechanisms. Basic generation mechanisms of static and turbulent magnetic fields in shock wave front regions in the Galaxy and interplanetary space are considered. Implications of the effects of generation of long-wavelength magnetic field fluctuations for the origin of magnetic fields and accelerated relativistic particles in astrophysical objects of various nature are discussed.

PACS numbers: **52.35** – g, **52.59** – f, 95.30.Qd

Bibliography — 112 references

*Uspekhi Fizicheskikh Nauk* **177** (2) 149–182 (2007)

Received 18 July 2006, revised 20 September 2006

*Physics – Uspekhi* **50** (2) (2007)