

ОБОЗРЫ АКТУАЛЬНЫХ ПРОБЛЕМ

Туннелирование электромагнитных волн —
парадоксы и перспективы

А.Б. Шварцбург

Рассмотрены процессы туннелирования электромагнитных волн через фотонные барьеры и явления нарушенного полного внутреннего отражения (НПВО) для волн различных спектральных диапазонов. Найдены эффекты нелокальной дисперсии градиентных диэлектрических барьеров, у которых пространственный профиль диэлектрической проницаемости $\epsilon(z)$ формирует частоту отсечки, зависящую от формы и геометрических параметров этого профиля, и показана их определяющая роль в туннелировании волн через неоднородные барьеры. Особое внимание уделено явлениям полного пропускания волн с частотами, меньшими частоты отсечки, в режиме НПВО (безотражательное туннелирование), характерным для градиентных сред. Общность таких эффектов для широкого спектра волн иллюстрируется с помощью точных аналитических решений уравнений Максвелла, описывающих туннелирование волн в неоднородных прозрачных диэлектриках. Отмечены спорные вопросы теории НПВО и перспективы применения градиентных фотонных барьеров для создания тонкослойных фильтров и поляризаторов, эффективных отражателей и безотражательных покрытий.

PACS numbers: 03.65.Ge, 03.65.Sq, 42.25.Bs, 42.25.Gy

Содержание

1. Введение. Парадокс Хартмана (43).
 2. Однородные фотонные барьеры (45).
 3. Градиентные фотонные барьеры (точно решаемая модель) (48).
 4. Безотражательное туннелирование волн в градиентной оптике (50).
 5. Туннелирование СВЧ-мод в волноводах (52).
 6. Эффекты НПВО в передающей линии с непрерывно распределенными параметрами (53).
 7. Градиентная оптика поверхностных волн (54).
 8. Заключение. Двумерные задачи теории НПВО (55).
- Список литературы (57).

1. Введение. Парадокс Хартмана

Туннелирование — одно из фундаментальных явлений в динамике волн различной физической природы. Интерес к нему возник после знаменитой работы Г.А. Гамова (1928 г.), посвященной ядерному α -распаду [1], где вероятность прохождения α -частицы с энергией E через потенциальный барьер высотой U_0 при $E < U_0$ определялась именно туннелированием. Через три года после этого первого применения квантовой механики к ядер-

ной физике попытка Кондона [2] рассчитать в рамках новой теории скорость или пролетное время частицы в области $E < U_0$ выявила принципиальную проблему: как определить эти величины в "классически запрещенной" зоне, где импульсу частицы следовало бы приписать мнимые значения? Еще год спустя Макхолл [3] пришел к выводу об "отсутствии какой-либо задержки волнового пакета, движущегося внутри барьера". Вопрос остался открытым, но в последующие три десятилетия были найдены вероятности туннельных переходов частиц через различные типы потенциальных барьеров для многих "горячих" задач спектроскопии, теории атомных столкновений и физики твердого тела; на фоне этих успехов проблема тридцатилетней давности отодвинулась на второй план.

Новый всплеск интереса к этой проблеме возник после работы Хартмана 1962 г., где время туннелирования частицы с энергией E через барьер определялось по фазе ϕ комплексной функции пропускания барьера $T = |T| \exp(i\phi)$ с помощью общей формулы [4]:

$$\tau_p = \hbar \frac{\partial \phi}{\partial E}. \quad (1.1)$$

Пользуясь известным выражением для функции пропускания частицы массой m через прямоугольный барьер высотой U_0 и шириной d (рис. 1):

$$|T| \propto \exp(-\kappa d), \quad \phi = \arctan \left[\frac{(2 - U_0/E) \tanh(\kappa d)}{2\sqrt{U_0/E - 1}} \right],$$

$$\kappa = \frac{\sqrt{2m(U_0 - E)}}{\hbar} \quad (1.2)$$

А.Б. Шварцбург. Научно-технологический центр уникального приборостроения РАН, 117342 Москва, ул. Бултерова 15, Российская Федерация
Тел. (495) 333-61-02
E-mail: alexshvarts@mtu-net.ru

Статья поступила 14 июня 2006 г.,
после доработки 26 июля 2006 г.

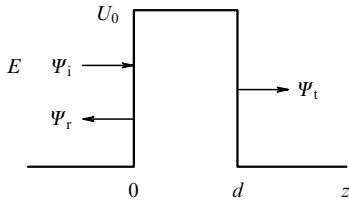


Рис. 1. Туннелирование частицы с энергией E через прямоугольный потенциальный барьер высотой $U_0 > E$ и шириной d ; волновые функции Ψ_i , Ψ_r и Ψ_t соответствуют падающим, отраженным и прошедшим частицам.

и рассматривая широкий барьер ($\hbar d \gg 1$), Хартман получил из (1.2) и (1.1) простую формулу [5]

$$\tau_p = \frac{\hbar}{\sqrt{E(U_0 - E)}}. \quad (1.3)$$

Этот результат указывал на неожиданные свойства "фазового времени" туннелирования τ_p (1.1):

- 1) время τ_p зависит от энергии туннелирующей частицы, но не зависит от ее массы;
- 2) время τ_p минимально, когда $E = 0,5U_0$, при этом $\tau_p = \hbar/E$, а $\phi = \pi$;
- 3) время τ_p не зависит от длины пути туннелирования; при достаточно большом пути скорость частицы V могла бы достичь сверхсветовых значений $V > c$.

Последний вывод получил в литературе название "парадокс Хартмана". Этот парадокс, найденный из стандартных формул (1.2), имеющих во многих учебниках, и не использующий никаких новых гипотез, вызвал оживленную дискуссию, которая продолжается и сегодня [6–12]. Однако прямое измерение времен туннельных переходов электронов через квантовые барьеры оказалось трудной задачей, и возникла идея проверки выводов Хартмана в классических эффектах туннелирования электромагнитных волн через макроскопические фотонные барьеры. Такая идея опиралась на формальное сходство стационарного уравнения Шрёдингера и уравнения Гельмгольца; туннелирование частиц через запрещенную зону сопоставлялось с прохождением электромагнитной (ЭМ) волны через диспергирующую среду, например плазменный слой, плазменная частота которого Ω_{pl} выше частоты волны ω .

Вводя мнимый показатель преломления такой среды n :

$$n = iN_-, \quad N_- = \sqrt{u^2 - 1}, \quad u = \frac{\Omega_{pl}}{\omega} > 1, \quad (1.4)$$

и рассматривая модельную задачу о нормальном падении волны на слой плазмы толщиной d , найдем из условий непрерывности полей на границах слоя модуль и фазу комплексной функции пропускания T :

$$|T| = \frac{2N_-}{\sqrt{(1 - N_-^2) \sinh^2(pd) + 4N_-^2 \cosh^2(pd)}},$$

$$\tan \phi = \frac{(1 - N_-^2) \tanh(pd)}{2N_-}, \quad p = \frac{\omega N_-}{c}. \quad (1.5)$$

Фаза волны (1.5), определяемая разрывом полей падающей и туннелирующей волн на границе $z = 0$, не растет пропорционально длине пути d и стремится на выходе

из "толстого" слоя ($pd \gg 1$) к постоянному значению; аналогичное "насыщение" фазы волновой функции следует и из (1.2). Определяя фазовое время τ как время групповой задержки [4], получаем формулу, аналогичную (1.1), и предельное выражение для "толстого" слоя:

$$\tau_p = \frac{\partial \phi}{\partial \omega}, \quad \tau_p \Big|_{pd \gg 1} = \frac{2}{\omega N_-}. \quad (1.6)$$

Вторая формула в (1.6) представляет собой аналог парадокса Хартмана для электромагнитной волны. В отличие от полного внутреннего отражения волны от непрозрачного полупространства частичное отражение от непрозрачного барьера конечной ширины получило название нарушенного полного внутреннего отражения (НПВО). Время туннелирования волны через протяженный фотонный барьер ($pd \gg 1$) оказалось не зависящим от ширины барьера, и вновь возникал вопрос о сверхсветовой скорости в условиях НПВО.

В последующие годы успехи импульсной радиофизики и квантовой оптики стимулировали новые эксперименты с НПВО, которые велись параллельно в оптическом и микроволновом диапазонах. Туннелирование основной моды металлического радиоволновода через участок с меньшей частотой отсечки [13–17], прохождения света через многослойный фильтр [18] и волоконный световод со встроенными брэгговскими решетками [19] толковались в рамках концепции комплексного времени τ [20], где $\text{Re } \tau = \tau_p$ (1.1), а время туннелирования определялось в работах Буттикера [21, 22] через функцию пропускания $T = |T| \exp(i\phi)$:

$$\tau_{\text{вн}} = \sqrt{\tau_p^2 + \tau_T^2}; \quad \tau_T = \frac{\partial \ln |T|}{\partial \omega}. \quad (1.7)$$

Рассчитав с помощью (1.7) время τ_p для плазменного слоя (1.5), получим при большой ширине слоя ($pd \gg 1$): $\tau_{\text{вн}} = t_0/N_-$, $t_0 = d/c$. При таком определении время $\tau_{\text{вн}}$ пропорционально длине пути d , но в зависимости от частоты может оказаться как больше, так и меньше "светового времени" t_0 .

Измерения времени задержки основной TE_{01} моды волновода вблизи частоты отсечки [23] показали, что каждая из величин (1.1) и (1.7) приближается к результатам измерений лишь в отдельных частотных интервалах. В работах [24, 25] для интерпретации измерений [22] выдвигается другая теория, толкующая процессы туннелирования как стохастические движения частиц в запрещенной зоне, связанные с множественными отражениями от границ зоны и описываемые телеграфным уравнением с мнимым временем [26].

Вопрос о времени туннелирования стал еще острее после экспериментов с двумя волновыми барьерами, между которыми волна распространялась свободно ("обобщенный парадокс Хартмана"). Время τ_p распространения микроволн с частотой ω вдоль волноводного тракта с частотой отсечки $\Omega < \omega$, содержащего два "непрозрачных" участка с $\Omega_1 > \omega$, расстояние между которыми составляет D , оказалось не зависящим от D [27]. Аналогичный эффект был отмечен в [28] для ИК-импульса в световоде с двумя фотонными барьерами, образованными участками световода с пространственно модулированным показателем преломления

$$n(z) = n_0 [1 + n_1 \cos(Kz)], \quad n_1 \ll n_0.$$

Такой барьер (решетка, прочерченная внутри световода) обусловил туннельный эффект для волн с частотой, близкой к брэгговской частоте $\omega_B = cK/2n_0$; время туннелирования, оцениваемое по приходу пика импульса, соответствовало сверхсветовым скоростям.

Указанные сдвиги пика импульса в режиме НПВО, отмеченные также в [17, 28, 29], авторы объясняют деформацией его огибающей при интерференции прямых и обратных волн; эта деформация приводит к подавлению "хвоста" импульса, регистрируемому как ускорение его максимума. В отличие от ускорения максимума в стационарной среде аналогичный эффект в усиливающей среде связывался в [30, 31] с неравномерностью усиления: энергия среды перекачивалась преимущественно в головную часть импульса, а в "хвосте" импульса приток энергии замедлялся из-за насыщения.

Исследуя появление сверхсветовых скоростей в волновых процессах, авторы указанных работ подчеркивают, что эти результаты не противоречат релятивистской причинности: скорость сигнала в стационарной среде V , рассматриваемая как скорость перемещения разрыва поля, остается ограниченной: $V \leq c$; эта скорость, однако, никогда не измерялась, поскольку для такого измерения потребовался бы детектор бесконечной чувствительности [32]. При этом в работах [13, 17] предлагается формулировка принципа причинности, включающая эффекты туннелирования: в любой момент поток энергии на выходе из стационарной среды не может быть больше того потока, который был бы в ее отсутствии. Такая формулировка, так же как и парадоксы НПВО, вызывает противоречивые оценки [33, 36].

Однако процессы туннелирования волн привлекают внимание не только своей необычностью, но и перспективами их использования для решения проблем физики конденсированных сред [37], магнитной гидродинамики [38], квантовой оптики [39], фотонных кристаллов [40] и, в частности, для создания искусственных материалов с электромагнитными параметрами, не существующими в природе [41]. Новые области таких исследований, связанные с распространением электромагнитных волн в диэлектрических средах, показатель преломления которых плавно меняется внутри среды, развиваются в градиентной оптике [42, 43]. Особое внимание уделяется при этом отражению и пропусканию волн тонкими слоями неоднородных материалов, где размеры слоев и масштабы неоднородности соизмеримы с длиной волны [44]. Синтез таких слоистых структур представляет сегодня быстро развивающееся направление в нанотехнологии [45, 46].

Физические основы таких процессов обусловлены особым механизмом дисперсии волн в неоднородных диэлектриках. Следует подчеркнуть принципиальное отличие этого механизма как от материальной дисперсии, связанной с параметром $\partial^2 n / \partial \omega^2$, так и от пространственной дисперсии однородных сред: последняя приводит, как известно из кристаллооптики и физики плазмы [47], к малым поправкам к показателю преломления порядка $a/\lambda \ll 1$, где a — период кристаллической решетки или длина свободного пробега частиц в среде, λ — длина волны. Вдали от резонансных частот среды такие эффекты медленно накапливаются по пути распространения волн на расстояниях, включающих много длин волн. В отличие от этого для градиентных сред характерно обратное соотношение между масштабом

неоднородности d и длиной волны: $\lambda \leq d$. Эволюция волн в таких средах имеет ряд особенностей.

1. Дисперсия волн в градиентном слое зависит не только от масштаба неоднородности, но и от градиента и кривизны пространственного профиля n . Эффекты этой нелокальной дисперсии, накапливаясь на расстоянии порядка длины волны, могут полностью изменить спектры отражения и пропускания слоя, приводя, например, к появлению в слое слабодиспергирующего материала частоты отсечки Ω , контролируемой параметрами неоднородности [48], и возникновению режима НПВО для частот $\omega < \Omega$.

2. Туннелирование волн в одномерно неоднородной среде с показателем преломления $n(z)$ возможно не только в области $n^2 < 0$, но и в области $n^2 > 0$, $dn^2/dz < 0$. Этот эффект указывает на режим НПВО для ЭМ-волн широкого спектрального диапазона.

3. Для заданного спектрального диапазона можно выбрать материал и профиль $n(z)$ так, что эффекты нелокальной дисперсии будут сосредоточены в полосе частот, далекой от полос поглощения материала. Динамика волн в таких средах описывается точными аналитическими решениями уравнений Максвелла, построенными без каких-либо допущений о малости или медленности изменений параметров среды или поля.

Настоящий обзор посвящен оптимизации процессов переноса энергии ЭМ-волн через градиентные среды в режиме туннелирования. Текущий интерес к физическим принципам и математическим основам таких процессов стимулируется рядом "горячих" задач:

1) указать условия полного пропускания туннелирующих волн различной физической природы через неоднородные волновые барьеры;

2) найти амплитудно-фазовую структуру и поляризацию волн оптического и радиодиапазонов в пространственно распределенных системах НПВО;

3) представить многопараметрические точно решаемые модели для оптимизации процессов переноса энергии в тонких градиентных слоях.

Обзор построен следующим образом: раздел 2 посвящен традиционной схеме наблюдения НПВО с помощью эффекта Гуса–Хансена в системе двух призм. Точно решаемая модель туннелирования волн через фотонный барьер с вогнутым профилем показателя преломления описана в разделе 3; с помощью этой модели в разделе 4 обсуждается режим безотражательного туннелирования. Обобщения указанных эффектов для волновода с неоднородной диафрагмой и линий передачи с непрерывно распределенными параметрами сделаны в разделах 5 и 6. В отличие от разделов 3–6, посвященных объемным эффектам НПВО, в разделе 7 рассмотрены поверхностные волны в градиентных средах. Некоторые особенности туннелирования волн через криволинейные, поглощающие и нестационарные фотонные барьеры отмечены в заключении.

2. Однородные фотонные барьеры

Этот раздел посвящен туннелированию электромагнитных волн в условиях нарушенного полного внутреннего отражения. Такая задача рассматривается для простой конфигурации — две равнобедренные прозрачные призмы из материала с показателем преломления n обращены друг к другу большими сторонами (рис. 2); эти

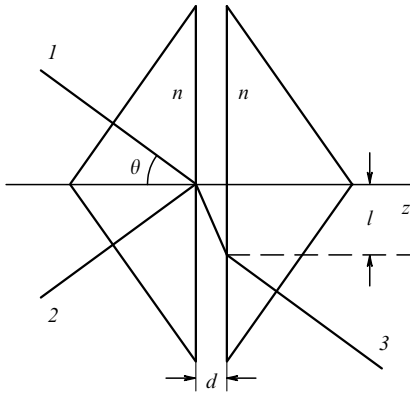


Рис. 2. Нарушенное полное внутреннее отражение волн: падающая 1, отраженная 2 и туннелирующая 3 волны и сдвиг Гуса–Хансена l в системе двух призм, разделенных зазором d .

стороны параллельны и разведены на расстояние d . Поглощением и частотной дисперсией в материале призмы пренебрегается. Воздушная щель между призмами образует однородный фотонный барьер для волн, падающих на границу щели $z = 0$ под углом θ , большим, чем угол полного внутреннего отражения $\theta_{cr} = \arcsin(1/n)$. Падающий пучок частично отражается, частично туннелирует через барьер и, смещаясь на расстояние l , попадает в правую призму. Такая схема, привлекающая внимание при анализе туннельных эффектов в радиофизике и оптике [49, 50], позволяет получить:

- удлинение пути туннелирования при наклонном падении;
- широкий диапазон частот, туннелирующих через барьер без дисперсии;
- двулучепреломление наклонно падающих волн при НПВО.

Для упрощения выкладок удобно начать анализ задачи со случая S-поляризованных волн, характеризующихся в рассматриваемой геометрии компонентами электрического поля E_x и магнитными компонентами H_y и H_z . Такой анализ включает в себя несколько этапов:

- вычисление комплексной функции пропускания и фазового времени прохождения через барьер;
- нахождение групповой скорости волн и времени групповой задержки внутри барьера;
- определение бокового смещения лучей при НПВО.

Все эти величины зависят от амплитудно-фазовой структуры поля внутри барьера, формируемой при интерференции падающей и отраженной волн в области непрозрачности $0 \leq z \leq d$. Для анализа этой структуры удобно использовать сводку формул для компонент поля, найденных из уравнений Максвелла для плоской волны с учетом непрерывности полей на границах $z = 0$ и $z = d$:

$$\begin{aligned} E_x &= E_i M [\exp(-pz) + Q \exp(pz)], \\ H_z &= -n E_x \sin \theta, \quad p = \frac{\omega}{c} f, \\ H_y &= i f E_i M [\exp(-pz) - Q \exp(pz)], \\ Q &= \frac{(f + i n \cos \theta) \exp(-2pd)}{f - i n \cos \theta}, \\ M &= \frac{1 + R}{1 + Q}, \quad f = \sqrt{n^2 \sin^2 \theta - 1}. \end{aligned} \quad (2.1)$$

Здесь E_i — амплитуда электрического поля, падающего на границу $z = 0$, R_S — комплексный коэффициент отражения:

$$R_S = \frac{\tanh(pd)(n^2 - 1)}{\tanh(pd)A + 2in f \cos \theta}, \quad A = n^2 \cos^2 \theta - f^2. \quad (2.2)$$

Используя формулы (2.1), (2.2), можно выполнить намеченные выше этапы анализа 1) – 3):

1. Найдя поле E_x на плоскости $z = d$, определим амплитуду и фазу комплексной функции пропускания $T_S = |T| \exp(i\phi_S)$

$$|T| = \frac{2fn \cos \theta}{\cosh(pd) \sqrt{(2nf \cos \theta)^2 + t^2 A^2}}, \quad t = \tanh(pd), \quad (2.3)$$

$$\phi_S = \arctan\left(\frac{tA}{2nf \cos \theta}\right). \quad (2.4)$$

Вводя характерную длину $d_{cr} = c/\omega f$, можно сказать, что при туннелировании на большие расстояния ($d \gg d_{cr}$) поток энергии ослабевает как $|T|^2 \approx \exp(-2d/d_{cr})$, а фаза "насыщается", стремясь к постоянному значению, не зависящему от расстояния. Найденные временные характеристики НПВО удобно выражать через t_0 — время распространения света в вакууме на расстоянии d . "Фазовое время" τ_S , рассчитанное по формуле (1.1), составляет

$$\frac{\tau_S}{t_0} = \frac{2nf^2 A \cos \theta (1 - t^2)}{(2nf \cos \theta)^2 + t^2 A^2}, \quad t_0 = \frac{d}{c}. \quad (2.5)$$

2. Рассмотрим теперь время групповой задержки t_g , связанное с групповой скоростью туннелирующей волны v_g . Скорость v_g определяется потоком энергии P и плотностью энергии W [51]:

$$v_g = \frac{\mathbf{P}}{W}, \quad P = \frac{c \mathbf{E} \times \mathbf{H}^*}{4\pi}, \quad W = \frac{|\mathbf{E}|^2 + |\mathbf{H}|^2}{8\pi}. \quad (2.6)$$

Подставляя компоненты поля (2.1) в (2.6), находим составляющие скорости v_{gz} и v_{gy} :

$$\begin{aligned} v_{gz} &= \frac{2nf^2 \cos \theta}{A}, \\ v_{gy} &= \frac{n \sin \theta \{ (n^2 - 1) \cosh[2p(d-z)] - A \}}{A}, \\ A &= n^2 \sin^2 \theta (n^2 - 1) \cosh[2p(d-z)] - A. \end{aligned} \quad (2.7)$$

Величина A определена в (2.2). Как видно из (2.7), групповая скорость волны, туннелирующей через однородную щель, непостоянна и зависит от координаты z . Групповое время t_{gS} находится при интегрировании выражения $dt_g = dz/v_{gz}$ от $z = 0$ до $z = d$:

$$\frac{t_{gS}}{t_0} = \left[\frac{n^2 \sin^2 \theta (n^2 - 1) \sinh(2pd)}{2pd} - A \right] \frac{1}{2nf^2 \cos \theta}. \quad (2.8)$$

3. Боковое смещение луча при НПВО (сдвиг Гуса–Хансена) определяется уравнением траектории луча в

плоскости (y, z) :

$$\frac{dz}{v_{gz}} = \frac{dy}{v_{gy}}. \quad (2.9)$$

Интегрируя уравнение (2.9), получаем смещение в плоскости $z = d$ для S-поляризованного луча, проходящего через точку $y = 0, z = 0$:

$$l_s = \frac{d \sin \theta}{2f^2 \cos \theta} \left[-A + \frac{(n^2 - 1) \sinh(2pd)}{2pd} \right]. \quad (2.10)$$

Действуя по указанной схеме, можно исследовать и туннелирование Р-поляризованных волн [52]. Так, амплитуда и фаза функции пропускания для Р-волны даются формулами (2.3), (2.4) с заменой A на B , где

$$B = \cos^2 \theta - n^2 f^2. \quad (2.11)$$

Эта же замена в (2.5) приводит к выражению для фазового времени τ_p . Формулы для группового времени t_{gp} и бокового смещения l_p в поле Р-волн следуют из (2.8) и (2.10) при замене в них A на B и $n^2 - 1$ на $n^2 f^2 + \cos^2 \theta$.

Отметим теперь ряд особенностей НПВО для прямоугольного барьера.

1. Рассмотрим вначале НПВО для S-волн. Зависимость времени τ (2.5) от расстояния $\tau = \tau(d)$ немонотонна: при узкой щели ($d \ll d_{cr}$) время τ растет пропорционально ширине щели d . При $d = d_{max} = 0,775d_{cr}$ величина τ достигает максимума; при дальнейшем расширении щели τ начинает уменьшаться, а при $d \gg d_{cr}$ падает как $\exp(-2d/d_{cr})$. Таким образом, применение формулы (1.1) к задаче НПВО усугубляет парадокс Хартмана о времени туннелирования, не зависящем от ширины барьера: для очень широких барьеров ($d \gg d_{cr}$), время туннелирования имеет тенденцию к сокращению. Представляя зависимость τ_s от d на плоскости безразмерных переменных τ/t_0 и d/d_{cr} , можно видеть, что в широкой области параметров n, θ и d величина τ_s имеет сверхсветовые значения $\tau_s < t_0$ (рис. 3а, кривая 1).

2. Другое неожиданное следствие формулы (2.5) связано с возникновением при больших углах падения ($\theta > \theta_{S,P}$) области отрицательных значений фазового времени [53]; для S(P)-волн углы $\theta_{S,P}$ определяются из условий $A = 0$ ($B = 0$):

$$\theta_S = \frac{1}{2} \arccos\left(-\frac{1}{n^2}\right), \quad \theta_P = \arcsin \sqrt{\frac{n^2 + 1}{n^4 + 1}}. \quad (2.12)$$

Для стекла ($n = 1,5$) из (2.12) получим: $\theta_S = 58^\circ, \theta_P = 47^\circ$. Области $\tau < 0$ для S- и Р-волн показаны на рис. 3а. Рассматривая τ как время туннелирования, ряд авторов [54, 55] связывает значения $\tau < 0$ с отрицательной скоростью туннелирования.

Появление в теории НПВО сверхсветовых и отрицательных скоростей туннелирования вызвало дискуссию между сторонниками противоречивых концепций в этой теории. Так, в работах [56, 57], посвященных туннелированию узких локализованных гауссовых волновых пакетов, ситуация с $\tau < 0$ объясняется как результат быстрого уменьшения плотности потока вероятности при интерференции падающей волны и волны, отраженной от переднего края барьера.

3. В рамках противоположной концепции [52, 58] время туннелирования t_g определяется через групповую

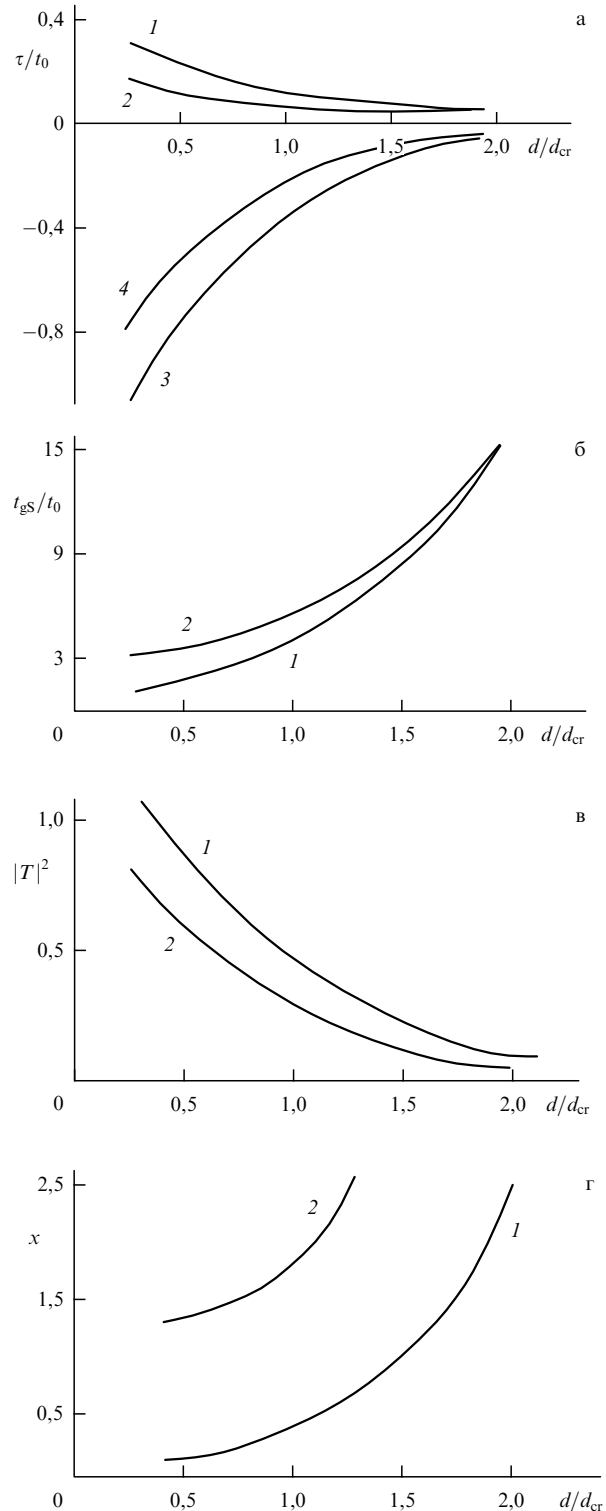


Рис. 3. Зависимость поляризационных эффектов при туннелировании волн через систему двух призм (см. рис. 2) от нормированной ширины зазора d/d_{cr} , $d_{cr} = c/f\omega$, $n = 1,5$: (а) сверхсветовые (кривые 1 и 2) и отрицательные (кривые 3 и 4) значения фазового времени τ_s (τ_p) для S(P)-волн, рассчитанные по формуле (1.1); кривые 1–4 построены для углов падения $\theta = 50^\circ, 30^\circ, 75^\circ$ и 60° соответственно; (б) нормированное досветовое время t_{gs}/t_0 (2.8); кривые 1 ($\theta = 50^\circ$) и 2 ($\theta = 60^\circ$) построены для S- и Р-волн соответственно; (в) коэффициент пропускания $|T|^2$ для S- и Р-волн (кривые 1 и 2) в условиях рис. 3б; (г) нормированное боковое смещение туннелирующих лучей $l(x = l/\lambda f, \lambda$ — длина волны) для S- и Р-волн (кривые 1 и 2) в условиях рис. 3б.

скорость волн внутри барьера (2.8). При таком подходе вышеупомянутые парадоксы не возникают — время t_g положительно, а процесс туннелирования происходит медленно: $t_g > t_0$ (рис. 3б). Пропускание барьера для S-волн выше, чем для P-волн (рис. 3в).

4. Следует отметить двулучепреломление волн в режиме НПВО, приводящее к различным боковым смещениям луча (эффект Гуса – Хансена) для S- и P-волн (2.10). Такое двулучепреломление характерно именно для туннелирующих волн; в области прозрачности для плоскопараллельного слоя указанный эффект вырождается: $l_S = l_P$; это равенство возникает и в случае НПВО при падении под углом θ_0 , определяемым уравнением

$$\frac{\sinh(2pd)}{2pd} = \frac{(n^2 - 1) \sin^2 \theta_0}{2 - (n^2 + 1) \sin^2 \theta_0}. \quad (2.13)$$

Как видно из рис. 3г, смещения $l_{S,P}$ составляют при $d \approx d_{cr}$ несколько длин волн. Измерить указанные смещения в видимом диапазоне трудно; однако эффект Гуса – Хансена был зарегистрирован для сантиметровых радиоволн, туннелирующих (в геометрии рис. 1) через щель между двумя парафиновыми призмами; при ширине щели $d = 1-10$ см сдвиг l составлял 2–4 см [49].

5. Формулы (2.3), (2.4) для комплексной функции пропускания слоя T в режиме НПВО ($\theta > \theta_{cr}$) преобразуются в известные выражения для T в области прозрачности ($\theta < \theta_{cr}$) при замене f на $-if_1$; $f_1 = \sqrt{1 - n^2 \sin^2 \theta}$; $\tanh(d/d_{cr})$ на $-i \tan(d/d_1)$, $d_1 = \omega f_1 / c$ [51].

В рассмотренной задаче режим НПВО возникает в традиционной схеме наклонного распространения волн между средами с $n > 1$ через однородный барьер с $n = 1$. Схожие эффекты проявляются и в противоположном случае — при нормальном падении волн из воздуха ($n = 1$) в среду с переменным $n > 1$, если показатель преломления в этой среде убывает по некоторому закону $n(z)$. Туннелирование волн через такой неоднородный барьер обсуждается в разделе 3.

3. Градиентные фотонные барьеры (точно решаемая модель)

Проблемы распространения волн в средах с непрерывным пространственным изменением показателя преломления составляют обширную область математической физики. Настоящий раздел посвящен одной из этих проблем — оптике градиентных сред. Такие среды характеризуются градиентом показателя преломления в одном направлении. Выбирая это направление за ось z , можно представить их диэлектрическую проницаемость в виде

$$\varepsilon(z) = n_0^2 U^2(z), \quad U(0) = 1. \quad (3.1)$$

Здесь n_0 — значение показателя преломления на границе среды $z = 0$, U — некоторая безразмерная, дважды дифференцируемая функция, определяющая пространственный профиль показателя преломления; материальной дисперсией среды $n_0(\omega)$ и поглощением волн пренебрегается. Рассматривая распространение ЭМ-волны, падающей из вакуума нормально к границе $z = 0$ в направлении z , можно выразить компоненты волнового поля E_x и H_y через вспомогательную функ-

цию Ψ [51]:

$$E_x = -\frac{1}{c} \frac{\partial \Psi}{\partial t}, \quad H_y = \frac{\partial \Psi}{\partial z}. \quad (3.2)$$

Функция Ψ определяется волновым уравнением, следующим из уравнений Максвелла:

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} - \frac{n_0^2 U^2(z)}{c^2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} = 0. \quad (3.3)$$

Отражение и пропускание ЭМ-волн градиентным диэлектрическим барьером конечной толщины зависит от нелокальной дисперсии, определяемой формой профиля $U(z)$ и шириной барьера d . Чтобы представить такую зависимость в явной форме, нужно использовать гибкую модель $U(z)$, допускающую точное решение уравнения (3.3) без каких-либо допущений о малости или медленности изменений полей и параметров среды. В электродинамике слоистых сред известны точно решаемые модели, описывающие монотонную зависимость $U^2(z)$ от одного параметра — характерной длины L [43]:

$$U^2 = \left(1 + \frac{z}{L}\right)^{-2}, \quad U^2 = \left(1 + \frac{z}{L}\right), \quad U^2 = \left(1 + \frac{z}{L}\right)^{-1}.$$

Здесь используется более гибкая модель U^2 [59] с двумя свободными параметрами L_1 и L_2 , представляющая вогнутый профиль показателя преломления (рис. 4):

$$U(z) = \left(1 + \frac{z}{L_1} - \frac{z^2}{L_2}\right)^{-1}. \quad (3.4)$$

Характерные длины L_1 и L_2 связаны с минимумом профиля U_{min} и шириной барьера d :

$$U_{min} = (1 + y^2)^{-1}, \quad L_2 = \frac{d}{2y}, \quad L_1 = \frac{d}{4y^2}, \quad y = \frac{L_2}{2L_1}. \quad (3.5)$$

Точное решение неоднородного волнового уравнения (3.3) для монохроматической волны внутри барьера (3.4) можно записать в виде суммы прямой и обратной волн:

$$\Psi = \frac{[\exp(iq\eta) + Q \exp(-iq\eta)] \exp(-i\omega t)}{\sqrt{U(z)}}. \quad (3.6)$$

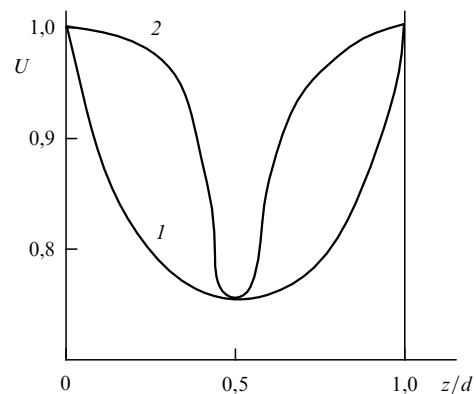


Рис. 4. Нормированные профили показателя преломления, имеющие при одинаковой ширине $d = 80$ нм и глубине модуляции $n_{min} = 0,75n_0$ различную форму $U(z)$: 1 — профиль (3.4), $y^2 = 1/3$; 2 — профиль (5.1), $M = 0,1$, $g = 0,025$.

Безразмерная величина Q , определяемая из условий непрерывности полей на задней границе барьера $z = d$, представляет вклад обратной волны в поле внутри барьера, переменная η — фазовая длина пути:

$$Q = -\frac{(1 - i\gamma/2 - n_0 N) \exp(2iq\eta_0)}{(1 - i\gamma/2 + n_0 N)},$$

$$\gamma = (kL_1)^{-1}, \quad k = \frac{\omega}{c}, \quad (3.7)$$

$$\eta(z) = \int_0^z U(x) dx = \frac{L_2}{2\sqrt{1+y^2}} \ln \left(\frac{1 + zy_+/L_2}{1 - zy_-/L_2} \right), \quad (3.8)$$

$$\eta_0 = \eta(d) = \frac{L_2}{\sqrt{1+y^2}} \ln \left(\frac{y_+}{y_-} \right), \quad y_{\pm} = \sqrt{1+y^2} \pm y.$$

Формула (3.6) представляет поле Ψ в виде амплитудно модулированной волны в фазовой плоскости (η, t) . Режим распространения этой волны определяется волновым числом q :

$$q = kn_0 N, \quad N^2 = 1 - u^2, \quad u = \frac{\Omega}{\omega}, \quad \Omega = \frac{2cy\sqrt{1+y^2}}{dn_0}. \quad (3.9)$$

Зависимость волнового числа от частоты (дисперсия) описывается формулой волноводного типа, при этом величина Ω (3.9) играет роль частоты отсечки. Следует подчеркнуть, что появление критической частоты в неоднородном барьере определяется не свойствами материала барьера, а геометрическими параметрами — формой профиля $U(z)$ и шириной барьера d . Когда эффекты неоднородности ослабевают ($L_1, L_2 \rightarrow \infty$), эта нелокальная дисперсия уменьшается, частота отсечки падает до нуля и формула для волнового числа (3.9) принимает привычный вид $q = kn_0$.

Нелокальная дисперсия барьера отделяет область высоких частот ($u < 1, N^2 > 0$), соответствующую режиму распространения, от низкочастотной области ($u > 1, N^2 < 0$), связанной с режимом туннелирования. Этот режим рассматривается ниже в процессе решения волнового уравнения (3.6); причем функцию Ψ_t для туннелирующего поля можно получить из Ψ (3.6), делая там замену $q \rightarrow ip, N \rightarrow iN_-, N_- = \sqrt{u^2 - 1}$:

$$\Psi_t = \frac{[\exp(-p\eta) + Q_0 \exp(p\eta)] \exp(-i\omega t)}{\sqrt{U(z)}},$$

$$Q_0 = \left(n_0 N_- + \frac{\gamma}{2} + i \right) \exp(-2p\eta_0) \left(n_0 N_- - \frac{\gamma}{2} - i \right)^{-1}. \quad (3.10)$$

Величина Q_0 получается из Q (3.7) при этой же замене. Подставив (3.10) в (3.2), найдем компоненты поля E_x и H_y внутри барьера в режиме НПВО. Условия непрерывности этих компонент на границах барьера дают явные выражения для коэффициента отражения R и функции пропускания T .

Обсуждаемое решение описывает простой случай НПВО в уединенном фотонном барьере. Для оптимизации таких эффектов рассмотрим туннелирование через систему m смежных одинаковых слоев, представляющих барьеры (3.4). Используя условия непрерывности полей на границах между смежными слоями, можно найти поле в каждом слое; присвоив номер $m = 1$ слою на дальней стороне системы, получим простую рекуррентную фор-

мулу для параметра Q_m , соответствующего m -му слою ($m \geq 1$):

$$Q_m = Q_0 \exp[-2p(m-1)\eta_0]. \quad (3.11)$$

Величина Q_0 определена в (3.10).

Коэффициент отражения для рассматриваемой системы с НПВО находится из (3.11) и условий непрерывности при $z = 0$:

$$R = \frac{1 + iG}{1 - iG}, \quad G = \frac{\gamma}{2} - n_1 \frac{1 - Q_m}{1 + Q_m}, \quad n_1 = n_0 N_-. \quad (3.12)$$

Подставив (3.11) в (3.12), окончательно получим [48]

$$R = \frac{t_m(1 + \gamma^2/4 + n_1^2) - \gamma n_1}{t_m(1 - \gamma^2/4 - n_1^2) + \gamma n_1 + i(2n_1 - \gamma t_m)},$$

$$t_m = \tanh(m p \eta_0). \quad (3.13)$$

Модуль комплексной функции пропускания $T = |T| \exp(i\phi_t)$ связан с $|R|^2$ законом сохранения:

$$|T|^2 = 1 - |R|^2, \quad (3.14)$$

фаза ϕ_t составляет

$$\phi_t = \arctan \left[\frac{t_m(1 - \gamma^2/4 - n_1^2) + \gamma n_1}{2n_1 - \gamma t_m} \right]. \quad (3.15)$$

Как и в прямоугольном барьере (2.4), сдвиг фазы туннелирующей волны не накапливается в процессе распространения, а формируется на границе. С увеличением числа барьеров ($m \gg 1, t_m \rightarrow 1$) модуль функции пропускания уменьшается по закону $\exp(-2mp\eta_0)$, а фаза, как видно из (3.15), при $t_m \rightarrow 1$ стремится к постоянному значению ϕ_m , не зависящему от числа барьеров (рис. 5, кривая 1). "Фазовое время" τ , рассчитанное по формуле (1.6), также стремится с ростом m к постоянному значению (рис. 5, кривая 2). При этом в системе неоднородных фотонных барьеров вновь возникает парадокс Хартмана: скорость туннелирования $v = md/\tau$ должна повышаться с ростом ширины барьера md , достигая при $m = 10$ значения $v = c$; дальнейший рост m привел бы к сверхсветовым значениям ($v > c$). Более

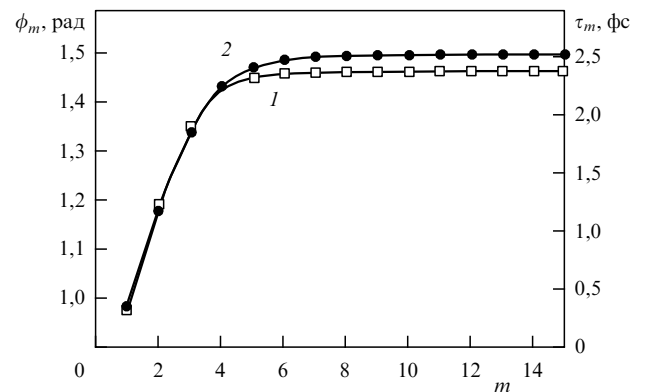


Рис. 5. Зависимость фазы ϕ_m (1) и фазового времени τ_m (2) волны, туннелирующей через систему градиентных слоев (3.4), от числа слоев m ; $y^2 = 1/3, d = 80$ нм, $n_{\min} = 0,75n_0$.

того, вблизи частоты отсечки возможно появление "отрицательного времени" туннелирования $\tau < 0$ [53].

Таким образом, расчет времени туннелирования по формуле (1.6) приводит к возникновению в теории НПВО сверхсветовых скоростей и отрицательных времен. Однако эти проблемы не возникают, если связывать время туннелирования с групповой скоростью волны в барьере v_g . Определив v_g через поток энергии P и плотность энергии $W(z)$ (2.6) и найдя P и $W(z)$ для туннелирующего поля (3.10), можно показать, что внутри барьера $v_g(z) = P/W(z) < c$. Значения $v_g(z)$ для неоднородного барьера удобно сравнить со скоростью переноса энергии в поле, сформированном внутри однородного слоя диэлектрика с показателем преломления n_0 при интерференции прямой и обратной волн. Эта скорость v_{g0} , рассчитанная по формуле (2.6), зависит от n_0 и не зависит от z :

$$v_{g0} = \frac{2c}{1 + n_0^2}. \quad (3.16)$$

При туннелировании через слой с параметрами $n_0 = 1,8$, $d = 80$ нм, $u^2 = 1,375$, $y^2 = 1/3$ [49] минимальная скорость $v_g > v_{g0}$, а максимальное значение v_g составляет $1,5v_{g0}$. Такое соотношение соответствует ускоренному на 20–25 % (по сравнению с однородным прозрачным слоем) потоку энергии в режиме НПВО.

Для простоты анализа выше рассматривался режим НПВО в градиентном слое без подложки. При учете влияния подложки эффекты нелокальной дисперсии остаются в силе, хотя зависимость от параметров подложки приводит к усложнению формул. Так, граничные условия на поверхности однородной подложки, толщина которой значительно больше длины туннелирующего импульса, а показатель преломления равен n , приводят вместо (3.10) к другому выражению, описывающему вклад обратной волны:

$$Q = -\frac{(in + n_1 + \gamma/2) \exp(-2p\eta_0)}{in + n_1 - \gamma/2}. \quad (3.17)$$

В такой геометрии выражение для коэффициента отражения R имеет вид

$$R = \frac{(n + \gamma^2/4 + n_1^2)t - \gamma n_1 - i(n-1)(n_1 - \gamma t/2)}{(n - \gamma^2/4 - n_1^2)t + \gamma n_1 + i(1+n)(n_1 - \gamma t/2)}, \quad (3.18)$$

$$t = \tanh(mp\eta_0).$$

При $n = 1$ формула (3.18) переходит в (3.13).

Как видно из (3.18), система из нескольких градиентных пленок (3.4) может быть эффективным отражателем. Рассмотрим, например, случай, когда мнимые члены в числителе (3.18) обращаются в нуль; это условие можно записать в виде уравнения

$$x^2 = \frac{y^2 t^2}{1 + y^2}, \quad x = \sqrt{1 - u^{-2}}.$$

При выполнении этого условия коэффициент отражения (3.18) запишется как

$$R = \frac{nt^2 - (1 - t^2)n_1^2}{nt^2 + (1 - t^2)n_1^2}. \quad (3.19)$$

Так, для системы из восьми пленок ($y^2 = 1/3$, $d = 80$ нм, $n_0 = 1,8$) получим $R = 0,9993$; толщина рассматриваемого отражателя для волны с $\lambda = 800$ нм составляет 650 нм (без подложки). Следует отметить важное свойство такого градиентного отражателя — его толщина меньше длины волны.

Наряду со свойствами, присущими однородным фотонным барьерам, эффекты НПВО для барьеров с вогнутым профилем показателя преломления отличаются принципиальной особенностью, связанной с неоднородностью профиля; эта особенность рассмотрена ниже.

4. Безотражательное туннелирование волн в градиентной оптике

Выше отмечалось, что в системах НПВО пропускание фотонного барьера экспоненциально падает с увеличением ширины барьера; при этом отражение волн от барьера усиливается и коэффициент отражения $|R|$ приближается к единице. Для прямоугольного однородного барьера такой результат непосредственно следует из (2.2). Быстрое ослабление туннелирующих волн затрудняет наблюдение эффектов НПВО.

Однако для некоторых фотонных барьеров возможна и обратная ситуация, когда интерференция прямой и обратной волн внутри барьера приводит к исчезновению отражения ($R = 0$) и согласно (3.13) к полному пропусканию потока энергии туннелирующей волны ($|T| = 1$). Такая ситуация возникает для системы m градиентных барьеров с вогнутым профилем показателя преломления. Условие возникновения режима безотражательного туннелирования в такой системе можно найти, приравняв нулю выражение для R (3.13):

$$\tanh(mp\eta_0) = \frac{\gamma n_1}{1 + \gamma^2/4 + n_1^2}. \quad (4.1)$$

Фаза волны на выходе из системы составляет

$$\phi_t = \arctan\left(\frac{\gamma}{1 + n_1^2 - \gamma^2/4}\right). \quad (4.2)$$

Чтобы найти из (4.1) параметры оптической системы, обеспечивающей такой режим, можно задать, например, значения n_0 и параметра y , определяющего глубину модуляции $n_{\max} = n_0(1 + y^2)^{-1}$.

Введем новую переменную $x = \sqrt{1 - u^{-2}}$ и, раскрывая символ γ (3.7), перепишем уравнение (4.1) в виде [60]

$$\tanh(mx l_0) = \frac{2xy}{\sqrt{1 + y^2}} \left[\frac{1}{n_0^2} + \frac{y^2}{1 + y^2} + x^2 \left(1 - \frac{1}{n_0^2}\right) \right]^{-1},$$

$$l_0 = \ln\left(\frac{y_+}{y_-}\right). \quad (4.3)$$

Решив это уравнение относительно x , вычислим нормированную частоту $u = \Omega/\omega$ и для заданной частоты волны ω найдем, используя (3.9), толщину слоя d , обеспечивающего 100 %-ное пропускание туннелирующей моды ($|T|^2 = 1$) с частотой ω . Так, выбирая материал с $n_0 = 2,35$, получаем, что в системе из двух барьеров с глубиной модуляции $n_{\max} = 0,75n_0$ ($y^2 = 0,33$) условие $|T|^2 = 1$ выполняется при $u = 1,1$; отсюда найдем, например, для длины волны $\lambda = 800$ нм ширину $d = 65$ нм, а для $\lambda = 1055$ нм ширину $d = 85$ нм. Спектр пропускания

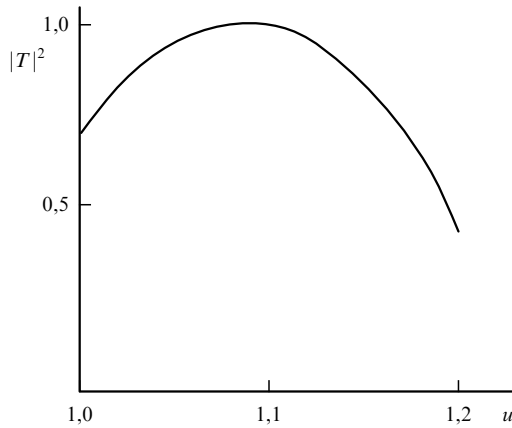


Рис. 6. Спектр пропускания при безотражательном туннелировании волны через два слоя ($n_0 = 2,35$, $d = 65$ нм, $y^2 = 1/3$).

таких фотонных барьеров для туннелирующих волн ($u > 1$) приведен на рис. 6.

Следует отметить отличие рассматриваемого эффекта от традиционных безотражательных покрытий в оптических системах. Прозрачный однородный слой (толщина d , показатель преломления n) не отражает, как известно, волну длины λ при условии $nd/\lambda = \pi m/2$, где $m = 1, 2, 3, \dots$; при этом в спектре пропускания могут появиться несколько частот, для которых $R = 0$. В отличие от этого градиентный слой непрозрачен для всех частот $\omega < \Omega$, а условие $R = 0$ может выполняться лишь для одной частоты.

Амплитудно-фазовые эффекты НПВО могут возникнуть не только в смежных фотонных барьерах, описываемых формулами (3.13)–(3.15) и (4.1), (4.2), но и в системе барьеров, разделенных щелью конечной ширины. Рассмотрим, например, туннелирование через два параллельных диэлектрических слоя (3.4) толщиной d , разделенных воздушным зазором шириной D (рис. 7). Для вычисления коэффициента отражения такой системы R (3.12) нужно выразить параметр Q_1 , соответствующий левому слою, через параметры воздушного зазора и правого слоя. Двигаясь справа налево и используя последовательно условия непрерывности полей на плоскостях $z = 2d + D$, $z = d + D$, $z = d$ и $z = 0$, получаем

$$Q_1 = \exp(-2p\eta_0) \times \frac{2n_1 Q_0 + \tan(kD)(1 + Q_0)[1 + S(n_1 - \gamma/2)]}{2n_1 + \tan(kD)(1 + Q_0)[1 - S(n_1 + \gamma/2)]}, \quad (4.4)$$

$$S = \frac{n_1(1 + Q_0)}{1 - Q_0} - \frac{\gamma}{2}. \quad (4.5)$$

Величины Q_0 и n_1 определены в (3.10) и (3.12). Подставив Q_1 (4.4) в (3.12), найдем коэффициент отражения всей системы R при произвольном расстоянии между слоями D .

Следует отметить важное свойство величины Q_1 , характеризующей обратную волну в левом слое (см. рис. 7): при расстоянии D , кратном целому числу полувольт:

$$D = \frac{s\lambda}{2}, \quad s = 1, 2, 3, \dots, \quad \tan(kD) = 0, \quad (4.6)$$

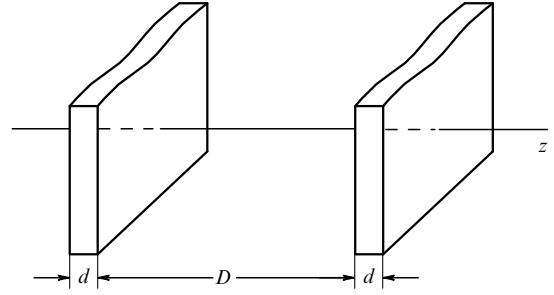


Рис. 7. Схема наблюдения обобщенного эффекта Хартмана в градиентных слоях толщиной d , разделенных расстоянием D .

формула (4.4) сводится к формуле (3.10), определяющей Q_1 для смежных барьеров. Таким образом, в случае (4.6) зазор D не влияет на амплитудно-фазовую структуру туннелирующей волны (обобщенный эффект Хартмана [27, 28]). В частности, безотражательный режим НПВО возникает для D (4.6), как и для $D = 0$, при условии (4.1).

Повторяя эти рассуждения для m параллельных слоев, можно видеть, что "насыщение" фазы, показанное на рис. 5, возникает и в геометрии рис. 7 для большого числа слоев, разделенных произвольно большими зазорами D (4.6).

Отметим еще, что оптика тонких градиентных пленок рассматривалась выше без учета влияния подложки; однако полученные результаты остаются в силе и при толщине прозрачной однородной непоглощающей подложки D , удовлетворяющей условию (4.6), где λ — длина волны в материале подложки.

При прохождении узкополосного волнового импульса конечной длительности t через фотонный барьер (3.4), закрепленный на однородной подложке толщиной $d_1 \gg ct$, изготовленной из материала с показателем преломления n_1 , режим НПВО с $R = 0$ возникает, как видно из (3.18), при одновременном выполнении двух условий:

$$n_0 N_- = \frac{\gamma}{2} \tanh(ml_0 x), \quad n_1 = \frac{n_0^2}{1 - x^2} \left(\frac{y^2}{1 + y^2} - x^2 \right). \quad (4.7)$$

Здесь параметр l_0 определен в (4.3), $x = \sqrt{1 - u^{-2}}$. Находя из первого уравнения (4.7) величину x , можно подобрать для заданного n_0 значение показателя преломления подложки n_1 , обеспечивающее безотражательное туннелирование импульса. Так, для $n_0 = 2,55$, $y^2 = 1/3$, $x = 0,2$ уравнения (4.7) выполняются для системы из двух пленок ($m = 2$), при этом $n_1 = 1,42$, $u = 1,02$. Чтобы создать такую систему для импульса излучения с длиной волны $\lambda = 800$ нм, требуются пленки толщиной $d = 120$ нм.

В случае безотражательного туннелирования ($|T| = 1$) выражение для времени $\tau_{\text{Вн}}$ (1.7) сводится к более простой формуле (1.6), но и при этом сохраняются упомянутые выше противоречия между двумя определениями времени туннелирования в НПВО (τ и t_g). Данные противоречия легко выявить для режимов НПВО в градиентных фотонных барьерах и для других типов волн, рассматриваемых ниже. Обсуждение этих проблем для простых прямоугольных барьеров (многослойные покрытия [19] и подкритические участки волноводов [23]) продолжается; оставляя этот дискуссионный вопрос открытым, рассмотрим безотражательные режимы НПВО, возникающие в градиентных барьерах внутри волновода для волн радиодиапазона.

5. Туннелирование СВЧ-мод в волноводах

Техника СВЧ представляет удобную инструментальную базу для экспериментов с НПВО, так как пространственно-временные масштабы наблюдаемых эффектов — сантиметры и наносекунды — измеряются проще, чем соответствующие малые масштабы при туннелировании в оптике. Так, первые измерения бокового смещения лучей при полном внутреннем отражении (сдвиг Гуса–Хансена) были выполнены для пучка сантиметровых радиоволн [49]. Измерения диаграммы направленности рупорной антенны в ближней зоне на частоте 9,5 ГГц [15] выявили аномалии групповой скорости v_g , связанные с переносом энергии в полях вытекающих волн. Эти поля, локализованные в воздухе на расстояниях 0,1–1 м от центра раскрытия антенны, можно рассматривать как своеобразные туннелирующие моды. Групповая скорость таких мод v_g , измеренная по запаздыванию сигнала, обнаруживает зависимость от угла между осью рупора и направлением излучения; в направлениях, близких к образующим рупора, величина v_g достигала, по оценке [15], сверхсветовых значений 1,2–1,4 с.

В другой попытке определить v_g туннелирующих СВЧ-волн [61] использовался волноводный тракт со ступенчатым сужением сечения волновода (рис. 8, участок 2); волна основной TE_{01} моды с частотой ω распространялась вдоль тракта между участками 1 и 3 (критическая частота Ω), испытывая эффект НПВО на участке 2 (критическая частота Ω_{cr}), причем $\Omega_{cr} > \omega > \Omega$. Измеряя время задержки TE_{01} моды на частотах 9,45 ГГц в области сужения длиной 20 см (критическая частота 9,494 ГГц), авторы [61] отметили сближение результатов измерений со значениями τ_{Bu} , данными в модели (1.7). Трудности таких экспериментов связаны с экспоненциальным ослаблением прошедшей волны и рассеянием части ее энергии на торцах участка 2 в высшие моды.

Альтернативу этой схеме может составить замена суженного участка волновода 2 (см. рис. 8) перегородкой, сделанной из диамагнитного материала, магнитная проницаемость которого $\mu < 1$ [62]. Критическая частота волновода в области перегородки несколько возрастет, что приведет к режиму НПВО без изменения сечения волновода, т.е. без потерь на генерацию высших мод. Однако прошедшая волна будет по-прежнему ослаблена в процессе туннелирования. Вместе с тем оба указанных механизма потерь исключаются, если использовать эффект безотражательного туннелирования, рассмотренный для нормального падения в разделе 4. Для этого нужно заменить сужение волновода диафрагмой из диэлектрика с вогнутым профилем $\varepsilon(z)$ (3.1), где функ-

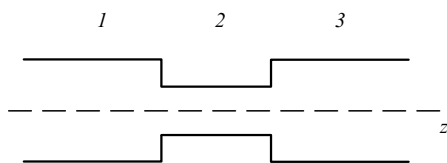


Рис. 8. СВЧ-аналог нарушенного полного внутреннего отражения в оптике: сужение сечения волновода (участок 2) для туннелирования основной моды между участками 1 и 3.

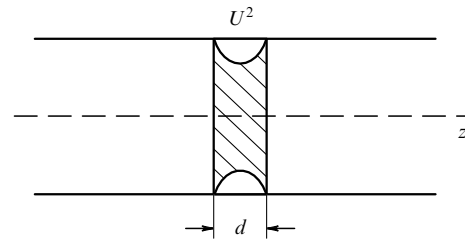


Рис. 9. Схема туннелирования основной моды в волноводе постоянного сечения, перекрытом градиентными диэлектрическими диафрагмами с профилем $U^2(z)$ (5.1).

ция $U^2(z)$ имеет вид (см. рис. 4, профиль 2)

$$U^2(z) = 1 - \frac{1}{g} + \frac{W^2(z)}{g}, \quad W(z) = \left(\cos \frac{z}{L} + M \sin \frac{z}{L} \right)^{-1}. \quad (5.1)$$

В такой геометрии сечение волноводного тракта не меняется (рис. 9), а эффект НПВО возникает за счет нелокальной дисперсии в слое (5.1). В этой модели величины $M > 0$, $g > 1$ и L — свободные параметры, связанные с толщиной слоя (5.1) d минимальным значением показателя преломления n_{\min} и углом наклона профиля δ вблизи границы $z = 0$:

$$L = \frac{d}{\arcsin(2M/(1+M^2))}, \quad n_{\min} = n_0 \sqrt{1 - \frac{M^2}{g(1+M^2)}}, \quad \tan \delta = -\frac{2M}{gL}. \quad (5.2)$$

Таким образом, модель вогнутого профиля (5.1) имеет в отличие от модели (3.4) лишний свободный параметр δ .

Рассмотрим вновь основную TE_{01} моду, компоненты которой E_x и H_y выражаются через некоторую вспомогательную функцию Ψ согласно (3.2), а $H_z = -\partial\Psi/\partial y$ [51]; при этом уравнение $\operatorname{div} \mathbf{H} = 0$ выполняется автоматически, а функция Ψ описывается волновым уравнением

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} + \frac{(\omega n_0)^2 U^2}{c^2} \Psi = 0. \quad (5.3)$$

Для незаполненного волновода ($n_0 = 1$, $U = 1$) прямоугольного сечения со сторонами a и b ($a > b$) функция Ψ известна:

$$\Psi = A \sin \left(\frac{\pi y}{b} \right) \exp [i(\beta z - \omega t)], \quad \beta = \sqrt{\left(\frac{\omega}{c} \right)^2 - (k_{\perp})^2}, \quad k_{\perp} = \frac{\pi}{b}. \quad (5.4)$$

Чтобы найти решение (5.3) для заполненной части волновода $0 \leq z \leq d$, удобно ввести новую переменную u :

$$u = \ln \frac{1 + m_+ \tan(z/2L)}{m_+ - \tan(z/2L)}, \quad m_+ = \sqrt{1 + M^2} + M, \quad W(z) = \frac{\cosh u}{\sqrt{1 + M^2}}. \quad (5.5)$$

С помощью этой переменной решение уравнения (5.3) можно записать в виде

$$\Psi = B \sqrt{\cos \frac{z}{L} + M \sin \frac{z}{L}} \sin \frac{\pi y}{b} F(u) \exp(-i\omega t). \quad (5.6)$$

В выражениях (5.4) и (5.6) A и B — нормировочные константы. Функция $F(u)$ в (5.6) определяется уравнением

$$\frac{d^2 F}{du^2} + F \left(q^2 - \frac{T}{\cosh^2 u} \right) = 0, \quad (5.7)$$

$$q^2 = \left(\frac{\omega n_0 L}{c} \right)^2 \frac{1}{g(1+M^2)} - \frac{1}{4},$$

$$T = L^2 \left[\left(\frac{\omega n_0}{c} \right)^2 \left(1 - \frac{1}{g} \right) - k_{\perp}^2 \right] - \frac{1}{4}. \quad (5.8)$$

Уравнение (5.7) часто встречается в квантовой механике [63], а его решения выражаются в общем случае через гипергеометрические функции. Для простоты здесь рассмотрим частный случай $T = 0$; если при этом $q^2 < 0$, то уравнение (5.7) описывает туннелирующую волну. Такая ситуация возникает, например, для TE_{01} моды с частотой 10 ГГц ($\omega = 2\pi \times 10^{10}$ рад⁻¹) в волноводе прямоугольного сечения со сторонами $a = 1$ см, $b = 2$ см, при параметрах диафрагмы $n_0 = 1,85$, $g = 2,25$, $M = 1,7$, $n_{\min} = 1,51$, $d = 0,22$ см; $q^2 = -0,177$. Вводя параметр $p^2 = -q^2 > 0$, удобно представить решение уравнения (5.7) в виде суммы прямой и обратной волн, схожих с решением (3.10):

$$F = \exp(-pu) + Q \exp(pu), \quad p = \sqrt{-q^2}, \quad (5.9)$$

$$Q = \exp(-2pu_0) \frac{2p\sqrt{1+M^2} + M + 2i\beta L}{2p\sqrt{1+M^2} - M - 2i\beta L}, \quad u_0 = \ln m_+. \quad (5.10)$$

Учитывая условия непрерывности полей на границах непрозрачного слоя $z = 0$ ($u = -u_0$) и $z = d$ ($u = u_0$), можно найти коэффициент отражения от системы m смежных слоев в форме, аналогичной (3.13):

$$R = \frac{t_m [(\beta L)^2 + p^2(1+M^2) + M^2/4] - Mp\sqrt{1+M^2}}{t_m [(\beta L)^2 - p^2(1+M^2) - M^2/4] + Mp\sqrt{1+M^2} + i\beta L(2p\sqrt{1+M^2} - Mt_m)},$$

$$t_m = \tanh(2pmt_0). \quad (5.11)$$

Условие $R = 0$, соответствующее 100%-ному пропусканию туннелирующей TE_{01} моды, выполняется для диафрагмы, состоящей из двух слоев с параметрами, указанными выше ($M = 1,7$, $g = 2,25$, $n_0 = 1,85$, $n_{\min} = 1,51$, $d = 0,22$ см). Если изменить параметры слоя ($n_0 = 1,9$, $n_{\min} = 1,55$, $d = 0,2$ см), оставив те же значения M и g , то условие $R = 0$ выполнится для диафрагмы, состоящей из трех слоев. Модуль функции пропускания в этих случаях равен 1, а фаза, определяемая формулой, следующей из (5.11),

$$\phi_t = \arctan \frac{t_m [(\beta L)^2 - p^2(1+M^2) - M^2/4] + Mp\sqrt{1+M^2}}{\beta L(2p\sqrt{1+M^2} - Mt_m)}, \quad (5.12)$$

принимает значения, близкие к $\pi/2$.

Сравнивая эффекты НПВО в волноводах, вызванные сужением тракта (см. рис. 8) и градиентной диафрагмой (см. рис. 9), следует отметить некоторые особенности рассмотренных здесь волновых барьеров.

1. Регистрация туннелирующей TE_{01} моды в геометрии рис. 9 не затруднена ни экспоненциальным затуханием волны, ни генерацией высших мод при рассеянии на торцах сужения.

2. Градиентную диафрагму можно рассматривать как устройство сдвига фазы волны без потери ее энергии.

3. Насыщение фазы волны при удлинении пути туннелирования z (показанное выше незначительное изменение фазы при росте z от $z = 2d$ до $z = 3d$) выражает эффект Хартмана для градиентного барьера. Однако в отличие от традиционных конфигураций НПВО, где насыщение фазы сопровождается ослаблением пропускания $|T|$, рассмотренная схема показывает, что такое ослабление не является универсальным эффектом для всех схем НПВО.

4. В работе [23] отмечается, что результаты измерения времени распространения сигнала через суженный волновод близки к значениям $\tau_{\text{Вн}}$ (1.7), зависящим от $\partial \ln T / \partial \omega$; однако в случае градиентной диафрагмы при $T = 1$ указанная производная обращается в нуль, что дает возможность независимой проверки этой теории НПВО.

В связи с этой возможностью следует отметить работу [64], где измерен спектр пропускания в диапазоне гигагерц радиоволн, туннелирующих в волноводе через диафрагму из метаматериала; этот спектр соответствует случаю полного пропускания ($|T|^2 = 1$) туннелирующей моды, обусловленному "плазмонным" переносом энергии волны в материале диафрагмы (эффект, отмеченный ранее в [41]).

5. Фаза ϕ_t волны, туннелирующей в волноводе через диафрагму толщиной D , может быть больше, чем набег фазы волны на таком же расстоянии D в незаполненном волноводе $\Phi = \beta D$. Так, в рассмотренном выше случае $R = 0$ для TE_{01} моды $\phi_t = \pi/2$, а $D = 2d$ и $\Phi = 0,61$ рад. Возбуждая эту моду в системе двух одинаковых волноводов, один из которых содержит градиентную диафрагму для НПВО, можно видеть, что на выходе системы сдвиг фазы между волнами составит $\Delta\phi$; в обсуждаемом случае $\Delta\phi = 0,96$ рад. Такая СВЧ-система аналогична двухфотонному интерферометру в оптике [18]. Находя из измеренного $\Delta\phi$ фазу ϕ_t и сравнивая время формирования ϕ_t ($t_1 = \Phi/\omega$) с фазовым временем τ (1.6) и временем t_g , определяемым групповой скоростью туннелирующих волн, можно оценить эффективность конкурирующих теорий НПВО.

6. Эффекты НПВО в передающей линии с непрерывно распределенными параметрами

Линии передач (длинные линии) с непрерывно распределенными параметрами характеризуются значениями погонной емкости C и индуктивности L . Так, для полосковой линии с шириной полос a и расстоянием между ними d величины C и L составляют [58]

$$C = \frac{\epsilon_0 \epsilon a}{d}, \quad L = \frac{\mu_0 \mu d}{a}. \quad (6.1)$$

Здесь $\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12}$ Ф м⁻¹, $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ Гн м⁻¹ — диэлектрическая и магнитная проницаемости вакуума, ϵ и μ — значения этих параметров для среды. Если

величины C и L сохраняют вдоль линии постоянные значения C_0 и L_0 , то скорость сигнала v_0 и импеданс линии Z_0 составляют

$$v_0 = \frac{1}{\sqrt{L_0 C_0}}, \quad Z_0 = \sqrt{\frac{L_0}{C_0}}. \quad (6.2)$$

Распределение тока I и напряжения V в линии с распределенными параметрами без потерь описывается уравнениями [51]

$$\frac{\partial V}{\partial z} + L \frac{\partial I}{\partial t} = 0, \quad \frac{\partial I}{\partial z} + C \frac{\partial V}{\partial t} = 0. \quad (6.3)$$

Рассмотрим в рамках системы уравнений (6.3) случай, когда распределения емкости или индуктивности неоднородны, например распределение C на участке $0 \leq z \leq d$ зависит от координаты z :

$$C(z) = C_1 U^2(z), \quad U(0) = U(d) = 1. \quad (6.4)$$

Вводя вспомогательную функцию Ψ с помощью соотношений

$$V = -L_0 \frac{\partial \Psi}{\partial t}, \quad I = \frac{\partial \Psi}{\partial z}, \quad (6.5)$$

получим уравнение, совпадающее после замены $c/n_0 \rightarrow v_0$ с волновым уравнением (3.3). При этом представления (6.5) для V и I аналогичны представлениям (3.2) для электрической и магнитной компонент волнового поля.

Продолжая эту аналогию, можно исследовать полосковую линию с модуляцией емкости в виде (3.4), (3.5), созданной, например, плавным изменением $\varepsilon(z)$ при сохранении геометрических размеров a и d . В этом случае в неоднородной полосковой линии возникает частота отсечки Ω , связанная со скоростью v_0 :

$$\Omega = \frac{2v_0 y \sqrt{2 + y^2}}{d}. \quad (6.6)$$

В подкритическом случае $\omega < \Omega$ волны напряжения и тока, описываемые функцией Ψ_t (3.10), туннелируют через участок линии $0 \leq z \leq d$. Коэффициент отражения волны от участка с модулированной емкостью и условие безотражательного туннелирования через этот участок даются формулами (3.13) и (4.3) при замене в них $n_0^2 \rightarrow C_0/C_1$. Таким образом, туннелирование волн тока и напряжения в линии передачи с непрерывно распределенными параметрами обнаруживает сходство с эффектами НПВО в градиентной оптике.

Непрерывная модуляция параметров позволяет придать длинной линии новые свойства:

- 1) частотную дисперсию волнового типа, характеризующую контролируемую частотой отсечки;
- 2) возможность согласования участков линии, не связанную с их геометрическими размерами;
- 3) управление фазой прошедшей волны без потери мощности в режиме НПВО, когда сдвиг фазы зависит не от длины пути, а от параметров модуляции.

Несмотря на формальное сходство с эффектами градиентной оптики тонких пленок, следует отметить важное физическое отличие этих систем: показатель преломления пленки $n_0 > 1$, а соответствующий параметр в формулах (3.13) и (4.3) для линии передачи $(C_0/C_1)^{1/2}$

может быть как больше, так и меньше единицы. Такое соотношение обеспечивает возможности гибкого моделирования туннельных эффектов в линиях передачи с непрерывно распределенными параметрами. Аналогичные возможности для линии с нестационарной емкостью $C(t)$ показаны в [59].

7. Градиентная оптика поверхностных волн

Выше рассматривалось туннелирование волн в неоднородных средах в направлении градиента показателя преломления n (см. раздел 3) или, в более общем случае, под углом к этому направлению (см. раздел 5). В этом случае структура волнового поля определяется туннелированием в направлении $\text{grad } n$ и объемным распространением в направлении, перпендикулярном к $\text{grad } n$. Вблизи границы неоднородной среды такое поле соответствует поверхностной волне; туннелирование вызывает спад поля в обе стороны от границы, а его амплитудно-фазовая структура зависит от профиля показателя преломления среды в приграничном слое.

Подчеркивая своеобразие таких полей, удобно сравнить их с поверхностными волнами на резкой границе раздела двух однородных диэлектриков. Поляризация и спектр указанных волн, бегущих в направлении y вдоль границы (плоскость $z = 0$), известны [65]:

а) волновое поле содержит компоненты E_y , E_z и H_x (ТН-поляризация); ТЕ-поляризованная поверхностная волна (компоненты H_y , H_z и E_x) в указанной системе невозможна, хотя в литературе отмечены такие волны для других сред, в частности для фоторефрактивных материалов [66] и антиферромагнетиков [67];

б) поверхностная волна на границе раздела однородных сред возможна, если диэлектрические проницаемости этих сред удовлетворяют условию $\varepsilon_1 + \varepsilon_2 < 0$. Это значит, что хотя бы для одной среды должно быть $\varepsilon < 0$; такая ситуация вероятна, например, в твердотельной плазме металла или диэлектрика со свободными носителями [68];

в) спектр частот поверхностных волн на границе раздела воздуха и плазмы твердого тела с плазменной частотой Ω_{pl} ограничен сверху: $\omega < \Omega_{\text{pl}}/\sqrt{2}$.

Однако, в отличие от ТН-волн, при плавном изменении профиля $\varepsilon(z)$ вблизи границы раздела возможна иная структура поля поверхностной волны. Эти изменения удобно рассмотреть в рамках точно решаемой модели $U^2(z)$ (5.1), в которой $W(z) = (1 + z/L)^{-1}$, $z \geq L$. Такая зависимость описывает "насыщение" $\varepsilon(z) = n_0^2 U^2(z)$ в глубине среды ($z \gg L$), где показатель преломления принимает объемное значение n_v :

$$n(z=0) = n_0, \quad n(z \gg L) = n_0 \sqrt{1 - \frac{1}{g}} = n_v, \quad g > 1. \quad (7.1)$$

В модели (7.1) возможна ТЕ-поляризованная поверхностная волна на границе неоднородного диэлектрика и воздуха ($W = 1$). Компоненты поля этой волны E_x , H_y и H_z удобно выразить через производящую функцию Ψ , определяемую волновым уравнением (5.3). Представив функцию Ψ в виде [69]

$$\Psi = A \sqrt{W} f(u) \exp[i(k_y y - \omega t)], \quad u = 1 + \frac{z}{L}, \quad (7.2)$$

получим из (5.3) для функции $f(u)$ уравнение Бесселя:

$$\frac{d^2 f}{du^2} + \frac{1}{u} \frac{df}{du} + f \left(p^2 - \frac{s^2}{u^2} \right) = 0, \quad (7.3)$$

$$p^2 = \left(\frac{\omega}{c} \right)^2 (n_v^2 - b^2) = -p_1^2, \quad s^2 = \frac{1}{4} \left(1 - \frac{\omega^2}{\Omega_{cr}^2} \right),$$

$$b = \frac{ck_y}{\omega}, \quad \Omega_{cr} = \frac{c}{2L\sqrt{n_0^2 - n_v^2}}. \quad (7.4)$$

Решениями уравнения (7.3), убывающими с ростом координаты z , являются модифицированные функции Бесселя $K_s(p_1 L u)$. Такие решения, возникающие при $p^2 < 0$ ($p_1^2 > 0$) и $s^2 > 0$, описывают структуру поля, локализованного в неоднородной среде у границы $z = 0$; при этом $n_v^2 < b^2$.

Производящая функция в области $z \leq 0$ имеет вид

$$\Psi_1 = B \exp \left[\frac{z}{l} + i(k_y y - \omega t) \right]. \quad (7.5)$$

Здесь l — характерный масштаб локализации поля в области $z < 0$, A и B — нормировочные константы решений (7.2) и (7.5). Условия непрерывности полей на границе $z = 0$ позволяют связать константы A и B и характерные длины l и L :

$$B = AK_s(p_1 L), \quad (7.6)$$

$$\frac{L}{l} = \frac{1}{2} + p_1 L \frac{dK_s}{du} K_s^{-1}. \quad (7.7)$$

Разлагая функцию $K_s(p_1 L)$ в области малых значений аргумента [$(p_1 L)^2 \ll 1$] в ряд и оставляя первый член разложения, можно переписать уравнение (7.7) в виде

$$\frac{L}{l} = \frac{1}{2} - s + \dots \quad (7.8)$$

Учитывая, что производная убывающей функции K_s отрицательна, а $L/l > 0$, получим ограничение на индекс бесселевой функции K_s : $0 < s < 1/2$.

Чтобы найти дисперсионное уравнение обсуждаемой поверхностной волны, заметим, что размер области ее локализации в воздухе l связан с частотой ω соотношением, следующим из (7.5): $b^2 = 1 + (c/l\omega)^2$. При этом $b = ck_y/\omega > 1$, так что волновое число поверхностной волны больше, чем значение k_y для волны той же частоты ω в свободном пространстве $z < 0$. Указанную поверхностную волну можно возбудить, увеличивая проекцию k_y волны, падающей из области $z < 0$. Для этого можно использовать схему, напоминающую НПВО в конфигурации рис. 1, если волна, пройдя через призму с показателем преломления n_{pr} , и зазор, упадет не на вторую призму, а на поверхность градиентной среды (7.1) [70, 71]; в этом случае безразмерный параметр b в (7.4) определен как $b = n_{pr} \sin \theta$, так что условие $b > n_v$, необходимое для затухания поля в глубине среды, может быть выполнено. Выражая в (7.8) длину затухания l через параметр b , получаем дисперсионное уравнение поверхностной ТЕ-волны:

$$\frac{b^2 - 1}{n_0^2 - n_v^2} = \left(\frac{v}{1 \pm \sqrt{1 - v^2}} \right)^2, \quad v = \frac{\omega}{\Omega_{cr}}. \quad (7.9)$$

Здесь $v \leq 1$ — нормированная частота поверхностных волн, критическая частота Ω_{cr} определена в (7.4). Спектр волн (7.9) содержит две ветви, сливающиеся в точке $v = 1$; каждой частоте v формально соответствуют два значения $b = n_{pr} \sin \theta$; однако для реалистических параметров задачи лишь одно из этих значений b совместимо с условием $b > n_v$ (7.4). Такая же ситуация сохраняется и при подстановке в (7.8) следующего члена разложения функции K_s :

$$K_s(p_1 L) = -s + \frac{(p_1 L)^2}{2(1-s)} \dots \quad (7.10)$$

В приближении (7.10) поправки к значениям b , найденным из (7.9), не превышают нескольких процентов.

Следует отметить, что в зависимости от параметров приповерхностного слоя n_1 , n_v и L критическая частота Ω_{cr} (7.4) варьируется в широком спектральном диапазоне, включающем ИК, ближнюю ИК и даже видимую части спектра. Так, для градиентного диэлектрика с $n_0 = 1,57$, $n_v = 1,55$ и $L = 70$ нм частота Ω_{cr} составляет $8,08 \times 10^{15}$ рад s^{-1} . Вдоль границы такой среды могут распространяться согласно (7.9) поверхностные ТЕ-волны с частотой $\omega = 2,69 \times 10^{15}$ рад s^{-1} ($\lambda = 700$ нм), близкие к красному краю видимого спектра, и ТЕ-волны с $\omega = 3,22 \times 10^{15}$ рад s^{-1} ($\lambda = 585$ нм), представляющие середину видимой области спектра. При этом значения углов падения при $n_{pr} = 1,9$ для указанных волн ($\lambda = 700$ нм и $\lambda = 585$ нм) составляют $71,3^\circ$ и $57,3^\circ$ соответственно.

Обсуждаемые ТЕ-волны на границе градиентной среды отличаются от ТН-волн на резкой границе раздела иным механизмом проникновения поля в глубь среды: ТН-волны туннелируют, как отмечалось выше, в среде, где $\varepsilon < 0$, а ТЕ-волны — в среде, где $\varepsilon > 0$, но $\partial\varepsilon/\partial z < 0$. Для существования ТЕ-волн требуется переходный слой конечной толщины; при расширении этого слоя ($L \rightarrow \infty$) критическая частота уменьшается до нуля, неоднородность исчезает ($U = 1$, $n_0 = n_v$), а уравнение (7.9) превращается в тривиальное условие полного внутреннего отражения падающих волн $n \sin \theta = 1$.

Следует отметить еще некоторые особенности поверхностных ТЕ-волн, обусловленные их туннелированием через тонкий ($L < \lambda$) приграничный слой с убывающей диэлектрической проницаемостью:

1. Критическая частота Ω_{cr} (7.4) не связана с плотностью свободных носителей в среде, поэтому такие волны могут распространяться вдоль границ твердых тел, не имеющих свободных носителей; указанное свойство значительно расширяет круг материалов, допускающих использование поверхностных ТЕ-волн.

2. Высокие значения Ω_{cr} , определяемые нелокальной дисперсией градиентного слоя, позволяют расширить спектр частот поверхностных ТЕ-волн как в коротковолновую, так и в длинноволновую части спектра.

3. Потери на затухание поверхностных ТЕ-волн можно оптимизировать, выбирая градиентный материал, полосы поглощения которого расположены вдали от используемых частот этих волн.

8. Заключение.

Двумерные задачи теории НПВО

В заключение кратко обсудим новые и недостаточно разработанные проблемы туннелирования волн — кри-

волинейные фотонные барьеры, роль поглощения, оптомеханические эффекты, нестационарные задачи, но, прежде всего, поляризационные эффекты туннелирования.

1. Различие в режимах НПВО для поляризованных S- и P-волн возникает при их наклонном падении на поверхность градиентного барьера. Обобщение соответствующих результатов, полученных в разделах 3 и 4 для нормального падения, на случай произвольных углов требует более сложного анализа с использованием гипергеометрических функций. Приведем без вывода некоторые результаты такого анализа [72].

Рассмотрим падение волн под произвольным углом θ на градиентный слой толщиной d , показатель преломления которого $n(z)$ возрастает от значения n_0 в центре слоя ($z = 0$) до значения $n_{\max} > n_0$ на границах $z = \pm d/2$:

$$n = n_0 U(z), \quad U(z) = \left(\cos \frac{z}{L} \right)^{-1}, \quad \frac{n_{\max}}{n_0} = \left(\cos \frac{d}{2L} \right)^{-1}. \quad (8.1)$$

В такой модели распространение S-волн через слой с показателем преломления (8.1) характеризуется нелокальной дисперсией и частотой отсечки Ω , обусловленной неоднородностью слоя:

$$\Omega = \frac{c \arccos M}{n_0 d}, \quad M = \frac{n_0}{n_{\max}}. \quad (8.2)$$

Для градиентного слоя с параметрами $d = 80$ нм и $n_0 = 1,4$ частота отсечки $\Omega = 1,25 \times 10^{15}$ рад с^{-1} лежит в ближнем ИК-диапазоне ($\lambda = 1500$ нм). S-волны с частотами $\omega < \Omega$ распространяются в этом слое в режиме НПВО. Однако P-волны с той же частотой, падающие под тем же углом, проходят через этот слой в обычном режиме, не испытывая туннельного эффекта. Таким образом, неоднородность (8.1), определяя нелокальную дисперсию волн, приводит еще и к своеобразному двулучепреломлению барьера, вызывающему принципиальное различие в пропускании S- и P-волн.

Зависимость спектров пропускания от поляризации волн при наклонном падении представлена на рис. 10 как функция безразмерного параметра γ :

$$\gamma = 1 - \frac{\sqrt{1 - u^{-2}}}{2}, \quad u = \frac{\Omega}{\omega} > 1. \quad (8.3)$$

Следует отметить особенности этих спектров:

а) узкий пик пропускания ($|T|^2 = 1$, безотражательное туннелирование) для S-волн;

б) крутые "обвалы" $|T_S|^2$ вблизи частоты отсечки $u = 1$ и $|T_P|^2$ в области $u \geq 3$;

в) высокий контраст между $|T_S|^2$ и $|T_P|^2$; величина $\chi = |T_S|^2 / |T_P|^2$, характеризующая этот контраст, достигает в указанных узких спектральных интервалах значений $\chi < 0,05$ и $\chi > 90$ соответственно.

Как видно из рис. 10, рассматриваемый градиентный слой может представить интерес для создания узкополосных фильтров частот и поляризаторов [73], работающих при значительных углах падения. Влияние подложки (кривая $|T_{Sn}|^2 = 1$) ведет к размыванию пика $|T_S|^2$, хотя сам пик $|T_S|^2 = 1$, так же, как и свойства (б) и (в), проявляются и при наличии подложки; незначительные искажения спектра пропускания P-волны под действием

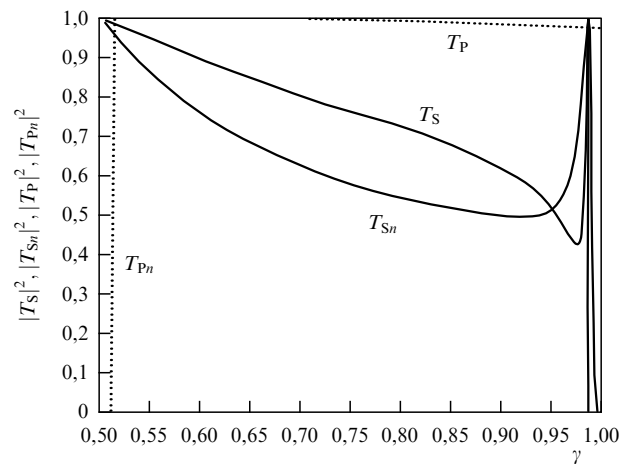


Рис. 10. Спектры пропускания туннелирующей S-волны $|T_S|^2$ и распространяющейся P-волны $|T_P|^2$ через градиентный слой (8.1), $d = 80$ нм, $n_0 = 1,4$, $M = 0,85$; $\theta = 65^\circ$, параметр γ определен в (8.3), пик $|T_S|^2 = 1$ соответствует безотражательному туннелированию S-волны. Кривая $|T_{Sn}|^2$ представляет влияние подложки на пропускание S-волны.

подложки на рис. 10 не показаны. Если известны значения параметров слоя n_0 , M (8.2) и угол θ , можно найти из (8.3) толщину слоя d , обеспечивающего при данной длине волны λ режим пропускания S- и P-волн, характеризуемый заданным значением $\gamma(u)$:

$$\frac{d}{\lambda} = \frac{\sqrt{1 - 4(1 - \gamma)^2 \arccos M}}{2\pi n_0}. \quad (8.4)$$

Так, в условиях, соответствующих рис. 10, получим, например, в случае $|T_S|^2 = 1$ ($\gamma = 0,985$) отношение $d/\lambda = 0,09$, что соответствует тонкослойному фильтру для S-волн.

2. Туннелирование через цилиндрические барьеры часто рассматривается в связи с потерями в изогнутых световодах [74]; так, при малом радиусе изгиба могут возникать паразитные моды типа "шепчущей галереи". Для световода с толщиной сердцевины d , внешним радиусом ее закругления r_0 , показателями преломления сердцевины и оболочки n_1 и n_2 условие возникновения такой моды имеет вид $d/r_0 > (n_1 - n_2)/n_2$ [75].

Для сферических фотонных барьеров спектры отражения и пропускания обсуждались в связи с эффектом орбитирования лучей, возникающим при рассеянии волн на концентрических диэлектрических сферах [76]. Рассмотрение аналогичных эффектов для непрерывных радиальных распределений показателя преломления $n(r)$ сопряжено со значительными математическими трудностями даже при простых степенных зависимостях $n(r)$ [77].

3. Монотонное насыщение фазы туннелирующей волны обсуждалось выше для консервативной среды. В [48] отмечено, что поглощение в материале градиентного слоя ослабляет темп насыщения, а при достаточно сильном поглощении изменение фазы становится периодическим. Процессы отражения и пропускания волн, туннелирующих через поглощающий градиентный слой с комплексной диэлектрической проницаемостью $\varepsilon = \text{Re } \varepsilon + i \text{Im } \varepsilon$, $\text{Re } \varepsilon > 0$, можно исследовать с помощью формулы

(3.13), выполняя там замену

$$\begin{aligned} t_m \rightarrow S, \quad n_1 \rightarrow n_0(a - ib), \quad a - ib = \sqrt{u^2 - 1 - i\zeta}, \\ \zeta = \frac{\text{Im } \varepsilon}{\text{Re } \varepsilon}, \quad S = \frac{t_1 + it_2}{1 - it_1 t_2}, \quad t_1 = \tanh \frac{pa\eta_0}{c}, \quad (8.5) \\ t_2 = \tan \frac{pb\eta_0}{c}, \quad p = \frac{\omega n_0}{c}, \quad n_0 = \sqrt{\text{Re } \varepsilon}. \end{aligned}$$

Вместе с тем, консервативный градиентный слой, нанесенный на поглощающую подложку, может создать конфигурацию НПВО, приводящую к гашению отраженной волны (безотражательное покрытие поглотителя [69]).

4. Оптомеханические эффекты захвата и движения наночастиц в полях туннелирующих волн отмечены в [78–80]; управляемое смещение близко расположенных участков световодов под действием вытекающих мод, представляющее интерес для задач микрофотоники, рассмотрено в [81].

5. Выше отмечалась аналогия стационарных эффектов НПВО в квантовой механике и оптике, описываемых решениями стационарных уравнений Шрёдингера и Гельмгольца. Такая аналогия легко просматривается в простом случае, когда в уравнении Гельмгольца (3.3) профиль диэлектрической проницаемости имеет вид: $U^2(z) = C - V(z)$, где C — некоторая постоянная; в этом случае уравнение (3.3) для монохроматической волны совпадает с уравнением Шрёдингера, где C — энергия частицы, а $V(z)$ — внешний потенциал. Однако для профилей $U^2(z)$ (3.4) или (5.1) уравнение Гельмгольца (3.3) приводится к форме уравнения Шрёдингера лишь с помощью специальных преобразований переменных $\eta = \eta(z)$ (3.8), (5.5). Именно такие преобразования позволяют выявить важную роль нелокальной дисперсии в оптике градиентных сред.

При туннелировании через барьеры, высота которых зависит от времени, эта аналогия нарушается: в квантовой механике такие эффекты описываются нестационарными решениями уравнения Шрёдингера, зависящего от первой производной по времени $\partial\Psi/\partial t$, а в оптике — волнового уравнения, содержащего вторую производную $\partial^2\Psi/\partial t^2$. Специфика нестационарного НПВО обсуждается в [82] на примере прохождения ЭМ-волны через барьер, высота которого осциллирует во времени; туннелирование через движущийся барьер рассмотрено в [83]. Интересное применение концепции нестационарного НПВО предложено в [84], где проникновение отдельных атомов бозе-конденсата через стенки оптической ловушки рассматривается как туннелирование волн материи. Однако сравнивая исследование стационарных и нестационарных процессов НПВО, можно видеть, что разработка последних только начинается.

В заключение следует еще раз отметить перспективы использования эффектов туннелирования волн как в прикладных задачах градиентной нанооптики (тонкослойные фильтры и поляризаторы, рефлекторы и безотражательные покрытия), так и при решении принципиальных вопросов, связанных с оптимизацией процессов переноса энергии волнами различных спектральных диапазонов. Другое важное направление формируется при обобщении оптических эффектов НПВО на нелокальные квантово-механические процессы туннелирования электронов через потенциальные барьеры [6, 8, 13]. Общность концепций НПВО для различных волновых

полей начинает привлекать внимание и при анализе динамики частиц в атомной физике [85, 86].

Автор признателен Т. Ареки, В. Кузмаку, А. Мигусу, Г. Пети, Л. Стенфлю и С. Харошу за интерес к этой работе и стимулирующую критику.

Список литературы

1. Gamow G Z. *Phys.* **51** 204 (1928)
2. Condon E U, Morse P M *Rev. Mod. Phys.* **3** 43 (1931)
3. MacColl L A *Phys. Rev.* **40** 621 (1932)
4. Wigner E P *Phys. Rev.* **98** 145 (1955)
5. Hartman T E J. *Appl. Phys.* **33** 3427 (1962)
6. Hauge E H, Støvneng J A *Rev. Mod. Phys.* **61** 917 (1989)
7. Chiao R Y, Steinberg A M, in *Progress in Optics* Vol. 44 (Ed. E Wolf) (Amsterdam: Elsevier, 2002) p. 143
8. Muga J G, Leavens C R *Phys. Rep.* **338** 353 (2000)
9. de Fornel F *Evanescence Waves: from Newtonian Optics to Atomic Optics* (Springer Ser. in Opt. Sci., Vol. 73) (Berlin: Springer, 2001)
10. Winful H G *Phys. Rev. Lett.* **90** 023901 (2003)
11. Büttiker M, Washburn S *Nature* **422** 271 (2003)
12. Olkhovsky V S, Recami E, Jakiel J *Phys. Rep.* **398** 133 (2004)
13. Enders A, Nimtz G J. *Phys. I (France)* **2** 1693 (1992)
14. Nimtz G, Enders A, Spieker H J. *Phys. I (France)* **4** 565 (1994)
15. Brodowsky H M, Heitmann W, Nimtz G *Phys. Lett. A* **222** 125 (1996)
16. Ranfagni A et al. *Phys. Rev. E* **48** 1453 (1993)
17. Mugnai D, Ranfagni A, Ronchi L *Phys. Lett. A* **247** 281 (1998)
18. Steinberg A M, Kwiat P G, Chiao R Y *Phys. Rev. Lett.* **71** 708 (1993)
19. Laude V, Tournois P J. *Opt. Soc. Am. B* **16** 194 (1999)
20. Feynman R P, Hibbs A R *Quantum Mechanics and Path Integrals* (New York: McGraw-Hill, 1965)
21. Büttiker M *Phys. Rev. B* **27** 6178 (1983)
22. Büttiker M, Landauer R J. *Phys. C: Solid State Phys.* **21** 6207 (1988)
23. Ranfagni A et al. *Appl. Phys. Lett.* **58** 774 (1991)
24. DeWitt-Morette C, Foong S K *Phys. Rev. Lett.* **62** 2201 (1989)
25. Ranfagni A et al. *Phys. Rev. E* **63** 025102 (2001)
26. Gaveau B et al. *Phys. Rev. Lett.* **53** 419 (1984)
27. Olkhovsky V S, Recami E, Salesi G *Europhys. Lett.* **57** 879 (2002)
28. Longhi S et al. *Phys. Rev. E* **65** 046610 (2002)
29. Nimtz G, Heitmann W *Prog. Quantum Electron.* **21** 81 (1997)
30. Chiao R Y *Phys. Rev. A* **48** R34 (1993)
31. Chiao R Y et al. *Quantum Semiclass. Opt.* **7** 279 (1995)
32. Aharonov Y, Erez N, Reznik B *Phys. Rev. A* **65** 052124 (2002)
33. Azbel' M Ya *Solid State Commun.* **91** 439 (1994)
34. Shaarawi A M, Besieris I M J. *Phys. A: Math. Gen.* **33** 7255 (2000)
35. Ziolkowski R W *Phys. Rev. E* **63** 046604 (2001)
36. Milonni P W J. *Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* **35** R31 (2002)
37. Moritz E *Mol. Cryst. Liquid Cryst.* **41** 63 (1977)
38. Musielak Z E, Fontenla J M, Moore R L *Phys. Fluids B* **4** 13 (1992)
39. Xu K, Zheng X, She W *Appl. Phys. Lett.* **85** 6089 (2004)
40. Krokora P, Su Q, Grobe R *Phys. Rev. A* **63** 032107 (2001)
41. Pendry J B *Phys. Rev. Lett.* **85** 3966 (2000)
42. Greisukh G I, Bobrov S T, Stepanov S A *Optics of Diffractive and Gradient-Index Elements and Systems* (Bellingham, Wash.: SPIE Opt. Eng. Press, 1997)
43. Yeh P *Optical Waves in Layered Media* (New York: Wiley, 1988)
44. Heavens O S *Optical Properties of Thin Solid Films* (New York: Dover Publ., 1991)
45. Lee S-J et al. *Appl. Phys. Lett.* **82** 2133 (2003)
46. Grigorenko A N et al. *Nature* **438** 335 (2005)
47. Гинзбург В Л *ЖЭТФ* **34** 1593 (1958)
48. Shvartsburg A B, Petite G *Eur. Phys. J. D* **36** 111 (2005)
49. Haibel A, Nimtz G, Stahlhofen A A *Phys. Rev. E* **63** 047601 (2001)
50. Li C-F, Wang Q J. *Opt. Soc. Am. B* **18** 1174 (2001)
51. Griffiths D J *Introduction to Electrodynamics* (Upper Saddle River, NJ: Prentice Hill, 1999)
52. Lee B, Lee W J. *Opt. Soc. Am. B* **14** 777 (1997)
53. Petrillo V, Refaldi L *Opt. Commun.* **186** 35 (2000)
54. Muga J G et al. *Phys. Rev. A* **66** 042115 (2002)
55. Longhi S *Phys. Rev. E* **64** 037601 (2001)
56. Chiao R Y, Kozhokin A E, Kurizki G *Phys. Rev. Lett.* **77** 1254 (1996)

57. Wang L J, Kuzmich A, Dogariu A *Nature* **406** 277 (2000)
58. Balcou Ph, Dutriaux L *Phys. Rev. Lett.* **78** 851 (1997)
59. Shvartsburg A, Petite G, in *Progress in Optics* Vol. 44 (Ed. E Wolf) (Amsterdam: Elsevier, 2002) p. 123
60. Shvartsburg A B, Petite G *Opt. Lett.* **31** 1127 (2006)
61. Ranfagni A et al. *Phys. Scripta* **42** 508 (1990)
62. Martin Th, Landauer R *Phys. Rev. A* **45** 2611 (1992)
63. Ландау Л Д, Лифшиц Е М *Квантовая механика: Нерелятивистская теория* (М.: Физматлит, 2001)
64. Ваена J D et al. *Phys. Rev. B* **72** 075116 (2005)
65. Ландау Л Д, Лифшиц Е М *Электродинамика сплошных сред* (М.: Наука, 1992)
66. Cronin-Golomb M *Opt. Lett.* **20** 2075 (1995)
67. Youfa W, Qi W, Jiashan B J. *Appl. Phys.* **84** 6233 (1998)
68. Raether H *Surface Plasmons on Smooth and Rough Surfaces and on Gratings* (Springer Tracts in Modern Physics, Vol. 111) (Berlin: Springer-Verlag, 1988)
69. Shvartsburg A, Petite G, Auby N J. *Opt. Soc. Am. B* **16** 966 (1999)
70. Otto A Z. *Phys.* **216** 398 (1968)
71. Kretschmann E Z. *Phys.* **241** 313 (1971)
72. Shvartsburg A, in *Nonlinear Waves: Classical and Quantum Aspects* (NATO Sci. Ser., Ser. II, Vol. 153, Eds F Kh Abdullaev, V V Konon-top) (Dordrecht: Kluwer Acad. Publ., 2004) p. 389
73. Macleod H A *Thin-Film Optical Filters* 3rd ed. (Bristol: Institute of Physics Publ., 2001)
74. Wu L et al. *Photonics Nanostruct. Fundam. Appl.* **1** 31 (2003)
75. Marcuse D *Theory of Dielectric Optical Waveguides* 2nd ed. (Boston: Acad. Press, 1991)
76. Nussenzweig H M *Diffraction Effects in Semiclassical Scattering* (Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1992)
77. Ramakrishna S A, Pendry J B *Phys. Rev. B* **69** 115115 (2004)
78. Okamoto K, Kawata S *Phys. Rev. Lett.* **83** 4534 (1999)
79. Chaumet P C, Rahmani A, Nieto-Vesperinas M *Phys. Rev. Lett.* **88** 123601 (2002)
80. Ng L N et al. *Appl. Phys. Lett.* **76** 1993 (2000)
81. Büttiker M, Landauer R *Phys. Rev. Lett.* **49** 1739 (1982)
82. Pimpale A, Holloway S, Smith R J J. *Phys. A: Math. Gen.* **24** 3533 (1991)
83. Steck D A, Oskay W H, Raizen M G *Science* **293** 274 (2001)
84. Povinelli M L et al. *Opt. Lett.* **30** 3042 (2005)
85. León J J. *Phys. A: Math. Gen.* **30** 4791 (1997)
86. Aquilera-Navarro V C, Iwamoto H, de Aquino V M *Int. J. Theor. Phys.* **43** 483 (2004)

Tunneling of electromagnetic waves: paradoxes and prospects

A.B. Shvartsburg

Scientific and Technological Center for Unique Instrumentation, Russian Academy of Sciences

ul. Butlerova 15, 117342 Moscow, Russian Federation

Tel. (7-495) 333-6102

E-mail: alexshvarts@mtu-net.ru

Electromagnetic wave tunneling through a photonic barrier and the phenomenon of frustrated total internal reflection (FTIR) are considered for different spectral wavelength ranges. It is found that in a dielectric gradient barrier nonlocal dispersion occurs, whose cut-off frequency is formed by, and dependent on the shape and geometry of, the dielectric constant profile $\epsilon(z)$, and which is shown to be key to wave tunneling through gradient media. Particular attention is given to total transmittance below the cutoff frequency in the FTIR (reflectionless tunneling) regime typical of gradient media. Exact analytical solutions of Maxwell's equations for tunneling effects in heterogeneous transparent dielectrics are used to demonstrate that these phenomena are common for a wide range of wavelengths. Theoretical controversies over FTIR are reviewed and perspectives on the use of gradient photonic barriers in thin layer filters and polarizers, high efficiency reflectors, and reflection free coatings are discussed.

PACS numbers: 03.65.Ge, 03.65.Sq, 42.25.Bs, 42.25.Gy

Bibliography — 86 references

Received 14 June 2006, revised 21 July 2006

Uspekhi Fizicheskikh Nauk **177** (1) 43–58 (2007)

Physics – Uspekhi **50** (1) (2007)