

ОБЗОРЫ АКТУАЛЬНЫХ ПРОБЛЕМ

Новые подходы к механизмам нарушения электрослабой симметрии

К. Грожан

Поразительные экспериментальные достижения в физике элементарных частиц за последние десять лет укрепили статус Стандартной модели (СМ) как теории, успешно описывающей природу. Но эти результаты также показали, что плотность материи, входящей в СМ, составляет примерно 5 % от плотности энергии Вселенной; поэтому необходимо вводить в рассмотрение физику за пределами СМ, хотя прямое экспериментальное подтверждение ее существования все еще безнадежно отсутствует. Сектор, отвечающий за спонтанное нарушение электрослабой симметрии в СМ, мог бы дать первые намеки на появление этой новой физики в экспериментах. Цель настоящего обзора состоит в том, чтобы после краткого введения в физику СМ и стандартный механизм Хиггса ознакомиться с подходами, предложенными в последнее время для объяснения динамики, ответственной за нарушение электрослабой симметрии.

PACS numbers: 12.15.-y, 12.60.-i, 14.80.Bn, 14.80.Cp

Содержание

1. Введение (3).
2. Нарушение электрослабой симметрии и физика хиггсовского бозона (5).
 - 2.1. Физика хиггсовского бозона в Стандартной модели.
 - 2.2. Ограничения на массу хиггсовского бозона и на масштаб Новой физики.
3. Новая физика и нарушение электрослабой симметрии (10).
 - 3.1. Стабилизация хиггсовского потенциала с помощью симметрий.
 - 3.2. Модели с малым хиггсом.
 - 3.3. Прецизионные электрослабые эксперименты.
4. Модели объединения калибровочного и хиггсовского секторов (14).
 - 4.1. Нарушение за счет орбифолдов.
 - 4.2. Шестимерная модель с группой G_2 .
 - 4.3. Радиационные поправки.
 - 4.4. Введение материи и юкавских взаимодействий.
 - 4.5. Возможные проявления в экспериментах.
 - 4.6. Последние достижения и открытые вопросы.
5. Пятимерные бесхиггсовские модели (19).
 - 5.1. Нарушение калибровочной симметрии граничными условиями.
 - 5.2. Восстановление унитарности с помощью КК-мод.
 - Правила сумм в бесхиггсовских теориях.
 - 5.3. Простые модели.
 - 5.4. Стянутая бесхиггсовская модель с заключающей симметрией.
 - 5.5. Массы фермионов.
 - 5.6. Прецизионные измерения

электрослабых наблюдаемых.

5.7. Проявления в экспериментах на ускорителях.

6. Заключение. Достижения последнего времени (39).

Список литературы (40).

1. Введение

Физика элементарных частиц пережила десятилетие поразительных экспериментальных достижений [1]: открытие t -кварка, наблюдение осцилляций солнечных и атмосферных нейтрино, измерение прямого СР-нарушения в системе К-мезонов, а также СР-нарушения в системе В-мезонов, свидетельства ускоренного расширения Вселенной, определение доли темной энергии и темной материи во Вселенной и т.д. Эти результаты укрепили статус Стандартной модели (СМ) физики частиц как модели, успешно описывающей природу. Но они также показали, что плотность материи, входящей в СМ, составляет примерно 5 % от плотности энергии Вселенной; поэтому необходимо рассматривать физику за пределами СМ, хотя прямое экспериментальное подтверждение ее существования все еще отсутствует.

СМ описывает все фундаментальные взаимодействия за исключением гравитационных. Описываемые ею взаимодействия являются калибровочными, т.е. осуществляются посредством обмена калибровочными бозонами: фотоном, W^\pm - и Z^0 -бозонами, а также глюонами, которые отвечают за электромагнитные, слабые и сильные взаимодействия, соответственно. Калибровочные бозоны обеспечивают локальную инвариантность теории относительно группы $U(1)_Y \times SU(2)_L \times SU(3)_C$. В то время как фотон и глюоны — безмассовые частицы, W^\pm - и Z^0 -бозоны имеют массы порядка 10^{-25} кг, т.е. порядка

К. Грожан. CERN Physics Department, Theory Division,
CH-1211 Geneva 23, Switzerland
Service de Physique Théorique, CEA Saclay,
F91191 Gif-sur-Yvette, France
E-mail: Christophe.Grojean@cern.ch

Статья поступила 28 июня 2006 г.

100 ГэВ в единицах физики частиц. Наличие масс у калибровочных бозонов может быть объяснено тем, что симметрия относительно калибровочной группы $U(1)_Y \times SU(2)_L$ не является точной симметрией природы. Нарушение симметрии не есть особенность только физики частиц и часто встречается в классической физике. Так, например, законы механики инвариантны относительно вращений в трехмерном пространстве, но на Земле мы четко отличаем вертикальное направление от горизонтальных: симметрия относительно группы $SO(3)$ нарушается до $SO(2)$. Подобным же образом вакуум СМ инвариантен только относительно подгруппы $U(1)_{em}$, которая описывает сохранение электромагнитного заряда, в то время как остальные преобразования из группы $U(1)_Y \times SU(2)_L$ не оставляют вакуум инвариантным. Такое нарушение может быть вызвано скалярным полем, имеющим вакуумное значение, которое выделяет некоторое направление в пространстве генераторов группы $U(1)_Y \times SU(2)_L$. Взаимодействия этого скалярного поля с другими элементарными частицами, т.е. кварками, лептонами и калибровочными бозонами, ответственны за возникновение масс этих частиц. Подобная скалярная частица известна как хиггсовский бозон.

СМ можно разделить на три сектора: калибровочный сектор, сектор ароматов и сектор, в котором нарушается электрослабая симметрия. В то время как два первых сектора хорошо изучены в ускорительных экспериментах (LEP, SLD, BABAR, BELLE и др.), сектор спонтанного нарушения симметрии привлекает сейчас пристальное внимание, и не только потому, что физики надеются открыть хиггсовский бозон на Большом адронном коллайдере (LHC), который в скором времени вступит в строй в ЦЕРНе, но и из-за того, что этот сектор может дать первые намеки на существование в экспериментах Новой физики за пределами СМ. Действительно, стандартный механизм Хиггса подвергает сомнению современное понимание СМ на квантовом уровне, и необходимо введение дополнительных структур (новых частиц, новых симметрий, дополнительных измерений и т.д.), для того чтобы стабилизировать электрослабый масштаб. Следующая тавтология лучше любого длинного введения демонстрирует наше непонимание динамики нарушения электрослабой симметрии.

Почему электрослабая симметрия нарушена?

Потому что потенциал хиггсовского бозона нестабилен в нуле.

Почему потенциал хиггсовского бозона нестабилен в нуле?

Потому что иначе электрослабая симметрия не была бы нарушена.

Следует понимать, что механизм Хиггса — это только описание нарушения электрослабой симметрии, а не его объяснение; в частности, динамика, способная объяснить нестабильность потенциала хиггсовского поля в нуле, в этой теории отсутствует.

Хиггсовский сектор содержит два экспериментально неизвестных параметра: массу хиггсовского бозона M_h и масштаб обрезания Λ самой СМ, т.е. масштаб энергий, на котором проявляется Новая физика. Однако на эти параметры существуют как теоретические ограничения, следующие из условий самосогласованности, таких как унитарность, тривиальность, стабильность и натуральность, так и косвенные экспериментальные ограничения,

Таблица 1. Примеры неперенормируемых взаимодействий, которые получаются после отщепления тяжелых степеней свободы, и ограничения на соответствующие масштабы энергий, которыми эти взаимодействия подавлены. Взаимодействия можно классифицировать в соответствии с глобальными симметриями, которые они нарушают. Достаточно низкие масштабы могут влиять на сектор нарушения электрослабой симметрии. (Взято из работы [2].)

Нарушенная симметрия	Операторы	Масштаб Λ , ТэВ
B, L	$(QQQL)/\Lambda^2$	10^{13}
Симметрия ароматов (1-е, 2-е поколения), СР	$(\bar{d}s\bar{s}d)/\Lambda^2$	1000
Симметрия ароматов (2-е, 3-е поколения)	$m_b(\bar{s}\sigma_{\mu\nu}F^{\mu\nu}b)/\Lambda^2$	50
"Заключающая" $SU(2)$	$(h^\dagger D_\mu h)^2/\Lambda^2$	5
Никакая	$(h^\dagger h)^3/\Lambda^2$	—

вытекающие из прецизионных измерений электрослабых наблюдаемых.

Интегрирование по любой тяжелой частице приводит к новым неперенормируемым взаимодействиям между легкими частицами в СМ. Если СМ имеет смысл эффективной теории при низких энергиях, то такие взаимодействия должны оставлять калибровочную симметрию СМ ненарушенной. Однако они могут нарушать некоторые (случайные или приближенные) глобальные симметрии СМ, и в зависимости от того, какая из этих симметрий нарушается, новые взаимодействия могут по-разному проявляться при достаточно низких энергиях (табл. 1). Сектор нарушения электрослабой симметрии, по-видимому, является хорошей областью для поиска проявлений Новой физики в том диапазоне энергий, который будет изучаться на LHC.

Эти соображения порождают три важных вопроса, которым посвящен данный обзор:

- Какие ограничения на Новую физику в электрослабом секторе ставят результаты экспериментов на LEP, SLD, Tevatron?
- Можно ли ввести Новую физику на масштабе энергий в несколько ТэВ, так чтобы стабилизировать электрослабый масштаб?
- Какую Новую физику можно обнаружить на LHC в электрослабом секторе?

Предлагаемый обзор организован следующим образом¹. В разделе 2 дан короткий обзор механизма Хиггса. Там обсуждаются ограничения на массу хиггсовского бозона и масштаб обрезания СМ. В разделе 3 обсуждается, как введение Новой физики может помочь в решении проблем, с которыми мы сталкиваемся в хиггсовском секторе, и рассматривается общая структура низкоэнергетических поправок, индуцируемых Новой физикой в калибровочном секторе. В разделе 4 обсуждаются модели, в которых хиггсовское поле появляется как компонента калибровочного поля вдоль дополнительного измерения. Наконец, в разделе 5 рассматриваются бесхиггсовские модели, в которых нарушение электрослабой симметрии осуществляется не с

¹ Некоторые полезные обзоры/лекции по электрослабой физике можно найти в работах [3]. Читатель, интересующийся моделями с "техницивтом", может обратиться к работам [4]. Разделы 4 и 5 посвящены физике моделей с дополнительными измерениями. Хотя материал этих разделов можно изучать без предварительной подготовки в этой области, более основательное введение в физику дополнительных измерений можно найти в работах [5].

помощью механизма Хиггса, а является следствием нетривиальных граничных условий на калибровочные поля на границах пятого измерения. В последнее время приобрели популярность другие модели нарушения электрослабой симметрии, так называемые модели с малым хиггсом (little Higgs models). Очень хорошие обзоры по этой теме можно найти в работах [2, 6], и мы очень кратко коснемся этих моделей в разделе 3.2.

2. Нарушение электрослабой симметрии и физика хиггсовского бозона

2.1. Физика хиггсовского бозона

в Стандартной модели

2.1.1. Механизм Хиггса. Эксперименты показывают (рис. 1), что при энергиях выше, чем примерно 100 ГэВ, электромагнитные и слабые взаимодействия объединяются, тогда как при более низких энергиях свойства фотона сильно отличаются от свойств Z^0 - и W^\pm -бозонов, в частности, они имеют разные массы:

$$\begin{aligned} M_\gamma &< 6 \times 10^{-17} \text{ эВ}, \\ M_{W^\pm} &= 80,425 \pm 0,038 \text{ ГэВ}, \\ M_{Z^0} &= 91,1876 \pm 0,0021 \text{ ГэВ}. \end{aligned} \quad (1)$$

Простейший способ объяснить возможное происхождение этих масс основан на механизме Хиггса [8]: исходный лагранжиан инвариантен относительно всей группы $SU(2)_L \times U(1)_Y$, однако вакуум инвариантен только относительно ее подгруппы $U(1)_{em}$. Это *спонтанное* нарушение может возникать в результате появления у некоторого скалярного поля ненулевого вакуумного среднего. Более точно мы предполагаем, что теория содержит скалярное поле H с гиперзарядом 1/2, которое преобразуется как дублет при преобразованиях из группы $SU(2)_L$. С помощью $SU(2)_L \times U(1)_Y$ -преобразований вакуумное среднее поля H всегда можно привести к следующему виду:

Симметрия лагранжиана	Симметрия вакуума
$SU(2)_L \times U(1)_Y$	$U(1)_{em}$
хиггсовский дублет	вакуумное значение хиггсовского поля

$$H = \begin{pmatrix} H_+ \\ H_0 \end{pmatrix} \quad \langle H \rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix} / \sqrt{2}$$

Ненулевое вакуумное значение хиггсовского поля следует из вида потенциала хиггсовского поля

$$V(H) = \lambda \left(H^\dagger H - \frac{v^2}{2} \right)^2, \quad (2)$$

который имеет форму "мексиканской шляпы" с локальным максимумом в нуле.

Массы калибровочных бозонов возникают из ковариантных производных скалярного поля² ($W_\mu^\pm =$

² В этом обзоре мы будем использовать метрику $(+, -, \dots, -)$. Греческие индексы μ, ν, \dots обозначают координаты нашего четырехмерного пространства, а строчные латинские буквы — координаты вдоль дополнительных измерений. Индексы с заглавными латинскими буквами обозначают как четырехмерные координаты, так и координаты вдоль дополнительных измерений.

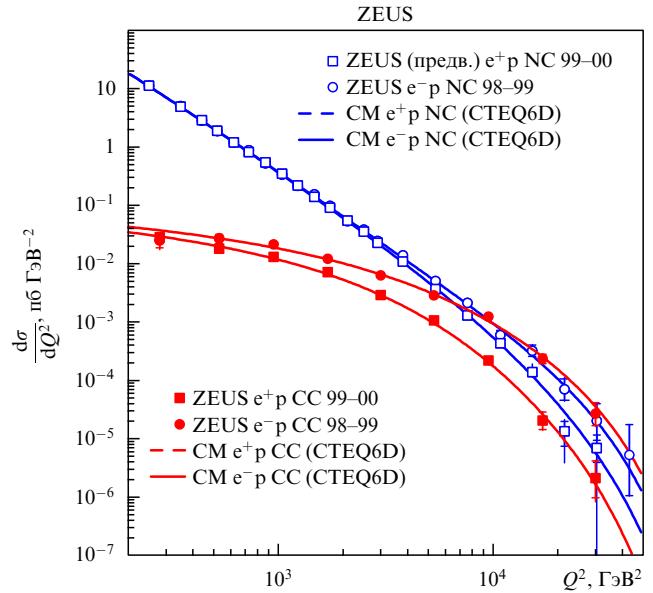


Рис. 1. Объединение электромагнитных и слабых взаимодействий согласно результатам коллаборации ZEUS [7].

$$= (W_\mu^1 \mp i W_\mu^2) / \sqrt{2})$$

$$D_\mu H = \partial_\mu H - \frac{i}{2} \begin{pmatrix} g W_\mu^3 + g' B_\mu & \sqrt{2} g W_\mu^+ \\ \sqrt{2} g W_\mu^- & -g W_\mu^3 + g' B_\mu \end{pmatrix} H, \quad (3)$$

а $|D_\mu H|^2$ содержит квадратичные массовые члены

$$\frac{1}{4} g^2 v^2 W_\mu^+ W^{-\mu} + \frac{1}{8} (W_\mu^3 B_\mu) \begin{pmatrix} g^2 v^2 & -gg' v^2 \\ -gg' v^2 & g'^2 v^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W^{3\mu} \\ B^\mu \end{pmatrix}. \quad (4)$$

Поэтому спектр калибровочных бозонов состоит из

- двух электрически заряженных калибровочных бозонов W^\pm с массой

$$M_W^2 = \frac{1}{4} g^2 v^2; \quad (5)$$

- двух электрически нейтральных калибровочных бозонов, Z -бозона и фотона γ , которые даются линейными комбинациями полей W^3 и B и диагонализуют массовую матрицу (4):

$$Z_\mu = c_W W_\mu^3 - s_W B_\mu, \quad \gamma_\mu = s_W W_\mu^3 + c_W B_\mu, \quad (6)$$

где угол слабого смешивания связан с отношением калибровочных констант групп $SU(2)_L$ и $U(1)_Y$ как

$$c_W = \cos \theta_W = \frac{g}{\sqrt{g^2 + g'^2}}, \quad s_W = \sin \theta_W = \frac{g'}{\sqrt{g^2 + g'^2}}. \quad (7)$$

Вследствие того, что симметрия относительно $U(1)_{em}$ остается ненарушенной, фотон не имеет массы, а масса Z -бозона равна

$$M_Z^2 = \frac{1}{4} (g^2 + g'^2) v^2. \quad (8)$$

- **Подсчет степеней свободы.** При нарушении группы $SU(2)_L \times U(1)_Y$ до $U(1)_{em}$ три калибровочных направ-

ления оказываются нарушенными, что требует "поедания" трех гольстоуновских бозонов. Эти гольстоуновские бозоны возникают из хиггсовского дублета, состоящего из четырех действительных скалярных степеней свободы, три из которых — "съеденные" гольстоуновские бозоны, которые становятся продольными поляризациями массивных калибровочных бозонов. Поэтому остается лишь одна физическая действительная скалярная степень свободы — знаменитый "бозон Хиггса". Он описывает флуктуации около нетривиального вакуума.

Это разложение можно сделать явным с помощью параметризации

$$H = \exp(i\pi^a \sigma^a) \begin{pmatrix} 0 \\ v + h \\ \sqrt{2} \end{pmatrix}. \quad (9)$$

В унитарной калибровке π^a являются нефизическими полями и соответствуют "съеденным" гольстоуновским бозонам, а h представляет собой физический хиггсовский бозон. Хиггсовский бозон нетривиально взаимодействует с калибровочными бозонами, а также с кварками и лептонами (посредством юкавского взаимодействия). Кроме того, он обладает нетривиальным самодействием, которое получается в результате разложения скалярного потенциала вблизи его минимума:

$$V = \lambda \left(H^\dagger H - \frac{v^2}{2} \right)^2 = \lambda v^2 h^2 + \lambda v h^3 + \frac{1}{4} \lambda h^4. \quad (10)$$

В частности, масса хиггсовского бозона равна

$$M_H^2 = 2\lambda v^2. \quad (11)$$

2.1.3. "Заключающая" симметрия. Из описанного выше спектра калибровочных бозонов легко найти значение параметра ρ , а именно

$$\rho \equiv \frac{M_W^2}{M_Z^2 \cos^2 \theta_W} = \frac{(1/4)g^2 v^2}{(1/4)(g^2 + g'^2)v^2 g^2/(g^2 + g'^2)} = 1. \quad (12)$$

Существует эмпирическая теорема, согласно которой, если каждый раз в конце вычислений вы получаете 0 или 1, то это значит, что или вы сделали ошибку, или существует некоторая симметрия, объясняющая полученный результат. В рассматриваемом случае результат, конечно, не является ошибкой, поэтому такие значения параметра ρ должны указывать на наличие некоторой симметрии. В самом деле, в хиггсовском секторе теории присутствует "заключающая" (custodial) $SU(2)$ -симметрия [9]. Хиггсовский дублет содержит четыре действительные степени свободы, и хиггсовский потенциал инвариантен относительно любых вращений всех четырех компонент; следовательно, он обладает глобальной $SO(4)$ -симметрией, которая математически представляет собой ни что иное, как симметрию относительно группы $SU(2)_L \times SU(2)_R$, где $SU(2)_L$ — калибровочная группа Стандартной модели. Происхождение дополнительной $SU(2)_R$ -симметрии можно понять еще и таким образом. Дублет группы $SU(2)$ преобразуется по псевдодействительному представлению. Это означает, что его комплексное сопряжение эквивалентно исходному дублету. Если рассматривать дублет как поле H_i с

нижним $SU(2)$ -индексом, то его комплексное сопряжение автоматически имеет верхний индекс. Однако с помощью антисимметричного $SU(2)$ -тензора $\epsilon_{ij} = i\sigma_{ij}^2$ индекс можно снова опустить, и поэтому H_i и $i\epsilon_{ij}(H^*)^j$ преобразуются одинаково. Это значит, что кроме $SU(2)_L$, действующей на обычный $SU(2)$ -индекс, существует другая $SU(2)_R$ -симметрия, которая смешивает H и $i\sigma^2 H^*$. Можно записать матрицу 2×2

$$\mathcal{H} = \begin{pmatrix} i\sigma^2 H^* & H \\ -H^* & H_0 \end{pmatrix}, \quad (13)$$

на которую $SU(2)_L \times SU(2)_R$ -симметрия действует как

$$\mathcal{H} \rightarrow U_L \mathcal{H} U_R^\dagger. \quad (14)$$

Инвариантность хиггсовского потенциала относительно преобразований из группы $SU(2)_L \times SU(2)_R$ становится очевидной, если заметить, что

$$\mathcal{H}^\dagger \mathcal{H} = H^\dagger H \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (15)$$

а потенциал для хиггсовского поля можно записать как

$$V = \frac{\lambda}{4} (\text{Tr } \mathcal{H}^\dagger \mathcal{H} - v^2)^2. \quad (16)$$

Вакуумное значение хиггсовского поля

$$\langle H \rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \text{ или } \langle \mathcal{H} \rangle = \frac{v}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad (17)$$

очевидно, нарушает $SU(2)_L \times SU(2)_R$ до диагональной подгруппы $SU(2)_D$ (выбор $U_L = U_R$ в (14) оставляет вакуум инвариантным). Тройка калибровочных бозонов ($W_\mu^1, W_\mu^2, W_\mu^3$) преобразуется под действием ненарушенной симметрии как триплет, что приводит, в частности, к одноковому массовому члену для всех полей W^i . Массовый член для калибровочного бозона W^3 можно получить из массовой матрицы в базисе (γ, Z) :

$$(Z_\mu \gamma_\mu) \begin{pmatrix} M_Z^2 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Z^\mu \\ \gamma^\mu \end{pmatrix} = (W_\mu^3 B_\mu) \begin{pmatrix} c_W^2 M_Z^2 & -c_W s_W M_Z^2 \\ -s_W c_W M_Z^2 & s_W^2 M_Z^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W^{3\mu} \\ B^\mu \end{pmatrix}. \quad (18)$$

Поэтому $SU(2)_D$ -симметрия приводит к соотношению

$$M_W^2 = c_W^2 M_Z^2, \quad (19)$$

которое есть ни что иное, как условие $\rho = 1$. В действительности заключающая симметрия явно нарушается взаимодействиями калибровочной группы $U(1)_Y$ (поскольку H и H^* имеют противоположные заряды) и юкавскими взаимодействиями с кварками и лептонами. Вследствие этого на однопетлевом уровне появляются поправки к равенству $\rho = 1$. Теорема об экранировке [10] утверждает, что эти поправки являются логарифмическими, и поэтому отклонение от условия $\rho = 1$ остается малым.

В более общем случае, если группа $SU(2)_L \times U(1)_Y$ нарушается не с помощью одного дублета, а с помощью набора скалярных полей в $SU(2)_L$ -представлениях с

размерностями $2s_i + 1$, несущих гиперзаряды y_i и приобретающих вакуумные значения v_i , можно подобным образом получить, что параметр ρ определяется как

$$\rho = \frac{\sum_i (s_i(s_i + 1) - y_i^2)v_i^2}{\sum_i 2y_i^2 v_i^2}. \quad (20)$$

В частности, любое недублетное вакуумное среднее дает вклад в отклонение от значения $\rho = 1$.

2.2. Ограничения на массу хиггсовского бозона и на масштаб Новой физики

2.2.1. Унитарность. Существует фундаментальная предпосылка для того, чтобы W - и Z -бозоны получали массы с помощью механизма Хиггса, поскольку эти массы, фактически, не согласованы со спектром известных частиц и необходимо вводить новые степени свободы, например, хиггсовский бозон, для того чтобы смягчить ультрафиолетовое (УФ) поведение массивных калибровочных бозонов [11, 12]. Одна из поляризаций массивной частицы со спином 1 растет с увеличением энергии частицы.

Три поляризации массивной частицы со спином 1

(ϵ_μ — вектор поляризации, k_μ — импульс калибровочного бозона)

$$A_\mu = \epsilon_\mu \exp(i k_\mu x^\mu)$$

$$\epsilon_\mu \epsilon^\mu = -1 \text{ и } k^\mu \epsilon_\mu = 0$$

$$k^\mu = (E, 0, 0, k), \text{ где } k_\mu k^\mu = E^2 - k^2 = M^2$$

две поперечные поляризации

$$\begin{aligned} \epsilon_1^\mu &= (0, 1, 0, 0) \\ \epsilon_2^\mu &= (0, 0, 1, 0) \end{aligned}$$

одна продольная поляризация

$$\epsilon_\perp^\mu = \left(\frac{k}{M}, 0, 0, \frac{E}{M} \right) \approx \frac{k^\mu}{M} + \mathcal{O}\left(\frac{E}{M}\right)$$

Заметим, что в R_ξ -калибровке степень свободы с временно-подобной поляризацией, $\epsilon^\mu \epsilon_\mu = 1$, $k^\mu \epsilon_\mu = M$, является сколь угодно тяжелой и отщепляется. Векторы продольных поляризаций пропорциональны энергии, и, следовательно, при изучении рассеяния продольных компонент получаем³ древесные амплитуды, которые растут как E^4 (где E — энергия в системе центра масс)

$$\mathcal{A} = \mathcal{A}^{(4)} \left(\frac{E}{M} \right)^4 + \mathcal{A}^{(2)} \left(\frac{E}{M} \right)^2 + \dots \quad (21)$$

и становятся больше единицы при энергиях порядка массы калибровочного бозона (рис. 2). Поэтому, если отсутствуют какие-либо дополнительные фундаментальные степени свободы, теория переходит в режим сильной связи (а унитарность восстанавливается эффектами старших петель и/или с помощью обмена связанными состояниями) и мы теряем контроль над теорией возмущений (говорят, что происходит *пертурбативное нарушение унитарности*). Именно тут оказывается полезным хиггсовский бозон: он дает дополнительный вклад в

³ В действительности, если самодействие калибровочных бозонов генерируется калибровочно-инвариантным кинетическим членом $F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}$, то вершины третьей и четвертой степени по полям связаны друг с другом таким образом, что члены, пропорциональные E^4 , в амплитудах рассеяния сокращаются, и амплитуды растут только как E^2 . Оставшуюся часть амплитуды, пропорциональную квадрату энергии E^2 , можно сократить только с помощью обмена скалярной степенью свободы, связанной с механизмом Хиггса [12].

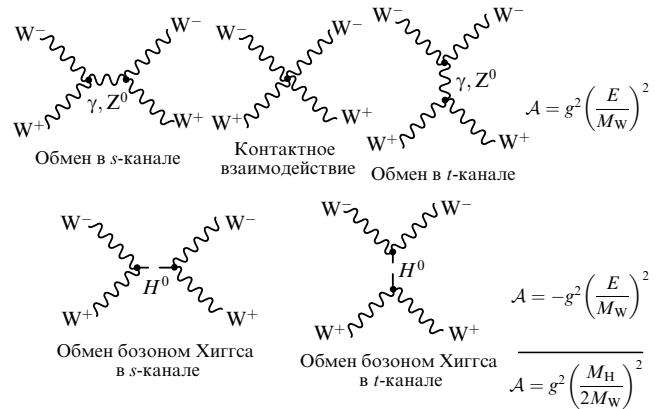


Рис. 2. Рассеяние продольных компонент W -бозона в Стандартной модели. Контактное взаимодействие и обмен другими частицами со спином 1 дают вклад в амплитуду рассеяния, которая растет как E^2 (ожидаемый член, пропорциональный E^4 , сокращается из-за связи между константами самодействия калибровочных бозонов в вершинах третьей и четвертой степени по полям). Обмен физическим хиггсовским бозоном также дает вклад в амплитуду рассеяния W -бозонов, который пропорционален E^2 . В механизме Хиггса массы калибровочных бозонов связаны со своими константами взаимодействия с хиггсовским бозоном, что, как следствие, гарантирует сокращение вкладов, пропорциональных E^2 . Оставшаяся часть амплитуды остается конечной при произвольно больших энергиях. Хиггсовский бозон поддерживает унитарность в рассеянии W -бозонов до тех пор, пока его масса достаточно мала. Мы используем следующие обозначения для фейнмановских диаграмм: волнистая линия обозначает поле со спином 1, прямая линия — поле со спином 1/2, штриховая линия — поле со спином 0.

амплитуду рассеяния, который в точности сокращает первоначально растущую с энергией часть амплитуды. В результате получается амплитуда $\mathcal{A} = g^2 M_H^2 / (4M_W^2)$, которая остается конечной при сколь угодно больших энергиях. Для сохранения пертурбативной унитарности эта конечная амплитуда должна быть достаточно малой: другими словами, хиггсовский бозон должен быть достаточно легким, потому что если он будет слишком тяжелым, то амплитуда рассеяния станет слишком большой уже тогда, когда хиггсовский бозон начнет эффективно сокращать растущую амплитуду. Чтобы получить количественное ограничение на массу хиггсовского бозона из условия унитарности, нам понадобится разложение амплитуды рассеяния по парциальным волнам [13]:

$$\mathcal{A} = 16\pi \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) P_l(\cos \theta) a_l, \quad (22)$$

где P_l — полиномы Лежандра ($P_0(x) = 1$, $P_1(x) = x$, $P_2(x) = 3x^2/2 - 1/2, \dots$). Используя условия ортогональности полиномов Лежандра, получаем парциальные амплитуды a_l

$$a_l = \frac{1}{32\pi} \int_{-1}^1 d(\cos \theta) P_l(\cos \theta) \mathcal{A}. \quad (23)$$

Дифференциальное сечение связано с амплитудой рассеяния \mathcal{A} как

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{64\pi^2 s} |\mathcal{A}|^2, \quad (24)$$

что приводит к соотношению

$$\sigma = \frac{16}{s} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) |a_l|^2. \quad (25)$$

Оптическая теорема

$$\sigma = \frac{1}{s} \operatorname{Im} (\mathcal{A}(\theta = 0)) \quad (26)$$

сводится просто к формуле

$$\operatorname{Im} a_l = |a_l|^2, \quad (27)$$

которую можно переписать как

$$(\operatorname{Im} a_l - 1/2)^2 + (\operatorname{Re} a_l)^2 = 1/4. \quad (28)$$

Переменная a_l , таким образом, расположена в комплексной плоскости на окружности радиуса $1/2$ с центром в точке $(0, 1/2)$. Поэтому

$$|\operatorname{Re} a_l| \leqslant 1/2. \quad (29)$$

Для СМ без учета вкладов хиггсовского бозона получаем

$$a_0 = \frac{g^2 E^2}{16\pi M_W^2}. \quad (30)$$

Это говорит о том, что без введения хиггсовского бозона пертурбативную унитарность невозможно сохранить выше энергии, равной примерно 620 ГэВ (т.е. $\sqrt{s} \sim 1,2$ ТэВ). С учетом хиггсовского бозона получаем

$$a_0 = \frac{g^2 M_H^2}{64\pi M_W^2}, \quad (31)$$

что приводит к ограничению сверху на его массу:

$$M_H \leqslant 1,2 \text{ ТэВ}. \quad (32)$$

В действительности, рассматривая канал

$$2W^+W^- + ZZ \rightarrow 2W^+W^- + ZZ,$$

можно получить более сильное ограничение [13]

$$M_H \leqslant 780 \text{ ГэВ}. \quad (33)$$

В любом случае эти неравенства представляют собой оценки по порядку величины и не могут рассматриваться как строгие ограничения, поскольку при их выводе не учтены непертурбативные эффекты. Следует понимать, что полученные здесь численные значения представляют собой "смысл существования" LHC: мы знаем, что в области энергий порядка 1 ТэВ динамика нарушения электрослабой симметрии будет обнаружена.

2.2.2. Ограничения из соображений тривиальности. Другие стандартные ограничения на массу хиггсовского бозона возникают при изучении радиационных поправок к хиггсовскому потенциалу. На квантовом уровне коэффициенты в хиггсовском потенциале

$$V(h) = -\frac{1}{2} \mu^2 h^2 + \frac{1}{4} \lambda h^4 \quad (34)$$

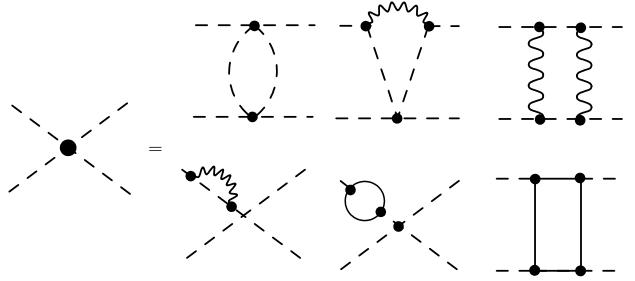


Рис. 3. Однопетлевые поправки к константе самодействия хиггсовского бозона.

изменяются с изменением энергии. На однопетлевом уровне уравнение ренормгруппы для константы самодействия хиггсовского поля выглядит как (рис. 3)

$$16\pi^2 \frac{d\lambda}{d \ln Q} = 24\lambda^2 - (3g'^2 + 9g^2 - 12y_t^2)\lambda + \\ + \frac{3}{8} g'^4 + \frac{3}{4} g'^2 g^2 + \frac{9}{8} g^4 - 6y_t^4 + \dots \text{ (меньшие юковские константы)}. \quad (35)$$

В пределе больших масс хиггсовского бозона первый член в правой части этого уравнения доминирует и приводит к росту массы хиггсовского бозона при увеличении Q ; это, в свою очередь, ведет к нестабильности, которая проявляется в следующем. В рассматриваемом пределе решение уравнений ренормгруппы для λ (M_H и v — масса хиггсовского бозона и вакуумное среднее хиггсовского поля на электрослабом масштабе соответственно)

$$\lambda(Q) = \frac{M_H^2}{2v^2 - (3/2\pi^2) M_H^2 \ln(Q/v)} \quad (36)$$

имеет полюс Ландау при

$$Q = v \exp \frac{4\pi^2 v^2}{3M_H^2}. \quad (37)$$

Чтобы эта нестабильность не возникла, Новая физика должна проявиться при энергиях, меньших Q . Таким образом, мы получаем верхнее ограничение на масштаб обрезания в СМ [14]:

$$\Lambda \leqslant v \exp \frac{4\pi^2 v^2}{3M_H^2}. \quad (38)$$

Если фиксировать некоторое значение масштаба обрезания, то это же выражение дает верхнее ограничение на массу хиггсовского бозона (см. рис. 5). В частности, нельзя устремить $\Lambda \rightarrow \infty$, поскольку в этом микроскопическом пределе с необходимостью получается $\lambda = 0$ (т.е. теория становится тривиальной), поэтому спонтанного нарушения симметрии произойти не может.

2.2.3. Ограничение из соображений стабильности. В предыдущем разделе мы рассмотрели предел больших масс хиггсовского бозона. Рассмотрим теперь предел малых масс. В этом случае основной вклад в ренормгрупповую эволюцию константы самодействия дает юковское взаимодействие t -кварка, что приводит к уменьшению массы

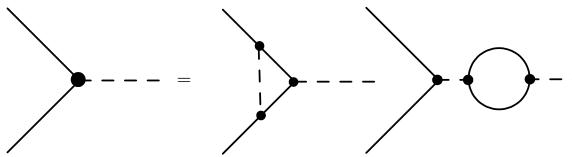


Рис. 4. Однопетлевые поправки к константе юкавского взаимодействия t-кварка.

хиггсовского бозона при увеличении Q , и развивается другая нестабильность. Чтобы получить зависимость λ от энергии, нам понадобится эволюция юкавской константы взаимодействия. На однопетлевом уровне (рис. 4) получаем

$$16\pi^2 \frac{dy_t}{d \ln Q} = \frac{9}{2} y_t^3 + \dots \text{ (меньшие юкавские константы).} \quad (39)$$

Теперь решение уравнений ренормгруппы имеет вид

$$y^2(Q) = \frac{y_0^2}{1 - (9/16\pi^2)y_0^2 \ln(Q/Q_0)}, \quad (40)$$

$$\lambda(Q) = \lambda_0 - \frac{(3/8\pi^2)y_0^4 \ln(Q/Q_0)}{1 - (9/16\pi^2)y_0^2 \ln(Q/Q_0)}. \quad (41)$$

При больших энергиях константа хиггсовского самодействия отрицательна и хиггсовский потенциал становится неограниченным снизу. Опять Новая физика должна проявиться ниже масштаба энергий, на котором $\lambda = 0$ (M_H и y_t — масса хиггсовского бозона и юкавская константа t-кварка на электрослабом масштабе соответственно):

$$\Lambda \leq v \exp \frac{4\pi^2 M_H^2}{3y_t^4 v^2}. \quad (42)$$

При заданном значении масштаба обрезания это соотношение дает ограничение снизу на массу хиггсовского бозона (рис. 5). Это ограничение называется ограничением стабильности вакуума [15].

Двух упомянутых выше нестабильностей в константе хиггсовского самодействия можно было бы избежать, если бы, например, была обнаружена симметрия, связывающая λ с калибровочной константой, скажем, $\lambda = g^2$. Тогда λ автоматически наследовала бы хорошее ультрафиолетовое асимптотически свободное поведение калибровочной константы. Соотношения такого типа появляются в суперсимметричных теориях, а также в шестимерных моделях объединения хиггсовского и калибровочного секторов, в которых хиггсовский бозон представляет собой компоненту калибровочного поля вдоль некоторого дополнительного измерения (см. раздел 4).

2.2.4. Квадратичные расходимости и проблема иерархий. До сих пор мы рассматривали поведение безразмерной константы хиггсовского самодействия. На самом деле гораздо большие радиационные поправки появляются для (тахионного) массового слагаемого в хиггсовском потенциале, поскольку оказывается, что значение этого слагаемого сильно зависит от физики при высоких энергиях, что ведет к так называемой проблеме иерар-

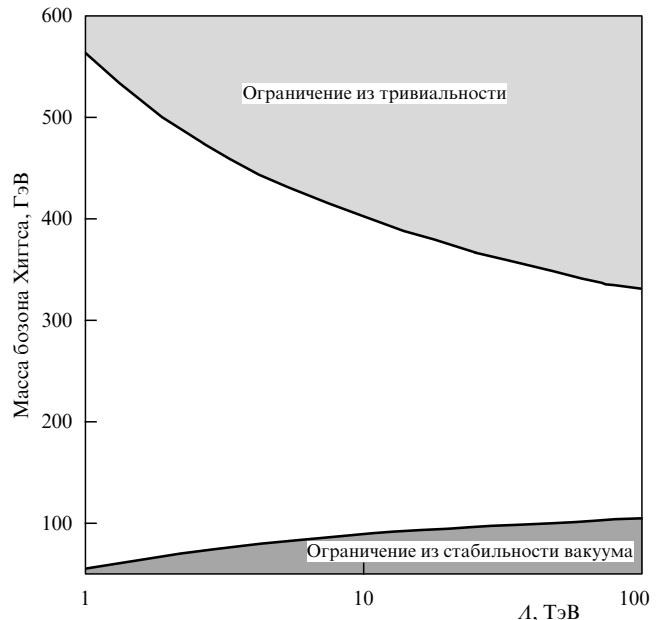


Рис. 5. Ограничения на физическую массу хиггсовского бозона, которые следуют из тривиальности и стабильности, как функции масштаба обрезания СМ Λ . (Взято из работы [16].)

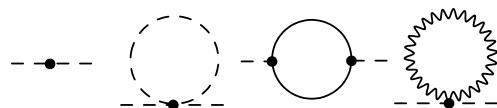


Рис. 6. Однопетлевые поправки к массе хиггсовского бозона. Три диаграммы квадратично расходятся, что делает массу хиггсовского бозона сильно зависящей от УФ обрезания.

хий [17]. Однопетлевые поправки к M_H представлены графически на рис. 6, откуда мы получаем

$$\delta M_H^2 = \left(\frac{1}{4} (9g^2 + 3g'^2) - 6y_t^2 + 6\lambda \right) \frac{\Lambda^2}{32\pi^2}. \quad (43)$$

Например, при величине обрезания $\Lambda = 10$ ТэВ вклады калибровочных бозонов, t-кварка и хиггсовского сектора оказываются порядка $(600 \text{ ГэВ})^2$, $-(1,5 \text{ ТэВ})^2$ и $(800 \text{ ГэВ})^2$ соответственно. Все эти поправки значительно превышают ожидаемое значение массы хиггсовского бозона. Частицы из СМ дают неестественно большие квантовые поправки к массе хиггсовского бозона: они destabilizируют вакуумное значение хиггсовского поля, стремясь сдвинуть его в сторону УФ-обрезания в СМ. Необходима очень точная подгонка между голой массой и однопетлевыми поправками, чтобы удержать вакуумное значение хиггсовского поля на электрослабом масштабе: если взять два больших числа, то, естественно, их сумма/разность имеет тот же порядок величины за исключением случая, когда эти числа равны с точностью до нескольких знаков после запятой (см. работу [18], в которой недавно была приведена оценка величины точной подгонки для СМ и расширяющих ее моделей).

Проблема иерархий является общей технической проблемой в теориях с легкими скалярными полями.

При изучении любой теории за рамками Стандартной модели обычно нужно уметь быстро оценить квад-

ратично расходящиеся поправки к скалярному потенциалу. Можно явно вычислить фейнмановские диаграммы или, что более удобно, воспользоваться результатом вычисления потенциала Коулмена – Вайнберга [19]. На однопетлевом уровне эффективный потенциал для скалярного поля ϕ имеет вид

$$V(\phi) = \int \frac{d^4 k_E}{2(2\pi)^4} S\text{Tr} \ln(k_E^2 + M^2(\phi)), \quad (44)$$

где суперслед, т.е. след с дополнительным знаком минус для фермионных степеней свободы, берется по всем частицам, которые приобретают массу, когда значение ϕ отлично от нуля. После интегрирования по k_E получаем выражение

$$\begin{aligned} V = & -\frac{\Lambda^4}{128\pi^2} S\text{Tr} 1 + \frac{\Lambda^2}{64\pi^2} S\text{Tr} M^2(\phi) + \\ & + \frac{1}{64\pi^2} S\text{Tr} M^4(\phi) \ln \frac{M^2(\phi)}{\Lambda^2}, \end{aligned}$$

из которого легко извлечь квадратично расходящиеся поправки к скалярному потенциалу.

Рассмотрим подробнее случай потенциала для хиггсовского бозона в СМ. Единственное, что нам надо знать — это зависимости масс различных частиц от H .

Массы частиц, зависящие от H		
типа частицы	количество поляризаций	масса вне массовой оболочки
W^\pm	3×2	$M_W^2 = \frac{1}{4} g^2 H^2$
Z^0	3	$M_Z^2 = \frac{1}{4} (g^2 + g'^2) H^2$
t-кварк	4×3	$M_t^2 = \frac{1}{2} y_t^2 H^2$
хиггсовский бозон	1	$M_H^2 = \lambda (3H^2 - v^2)$
голдстоуновский бозон	3	$M_G^2 = \lambda (H^2 - v^2)$

Заметим, что эти массы нужно вычислять для произвольного значения H , а не только при вакуумном значении $H = v$; в этом случае голдстоуновские бозоны уже не являются безмассовыми и дают вклад в потенциал Коулмена – Вайнберга [20]. Суммируя вклады всех частиц, получаем квадратично расходящуюся поправку

$$V_{A^2} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{4} (9g^2 + 3g'^2) - 6y_t^2 + 6\lambda \right) \frac{\Lambda^2}{32\pi^2} H^2 \quad (45)$$

в полном согласии с вычислениями с помощью диаграмм Фейнмана.

3. Новая физика и нарушение электрослабой симметрии

3.1. Стабилизация хиггсовского потенциала с помощью симметрий

Мы выяснили в предыдущих разделах, что описание спонтанного нарушения электрослабой симметрии с помощью хиггсовского бозона сопряжено с появлением нестабильностей на квантовом уровне. Для стабилизации хиггсовского потенциала необходимо введение дополнительных структур (частиц и/или симметрий).

Чтобы контролировать радиационные поправки, можно использовать следующие способы.

Спиновый трюк [21]: частицы со спином s имеют, вообще говоря, $2s + 1$ поляризаций за исключением тех, которые движутся со скоростью света и у которых физических поляризаций может быть меньше. Наоборот, если какая-нибудь симметрия приводит к отщеплению некоторых поляризационных состояний, то частица с необходимостью распространяется со скоростью света и поэтому остается безмассовой. Так, например, калибровочная инвариантность приводит к тому, что продольная поляризация векторного поля становится нефизической, а киральная симметрия сохраняет число фермионов с определенной киральностью; таким образом, частицы со спином 1 или 1/2 защищены симметриями от дестабилизирующих радиационных поправок. К сожалению, спиновый трюк нельзя применить к бесспиновой частице, например, к скалярному хиггсовскому бозону в СМ.

Теорема Голдстоуна [22]: если некоторая глобальная симметрия спонтанно нарушена, то спектр содержит **безмассовую** частицу со спином 0. Однако, по-видимому, сложно применить этот способ, чтобы избежать радиационных поправок для хиггсовского бозона СМ, поскольку намбу-голдстоуновский бозон имеет лишь взаимодействия с производными, которые совсем не такие, как взаимодействия хиггсовского бозона в СМ. Модели с малым хиггсом были построены как раз для того, чтобы избежать этих трудностей, и они представляют собой примеры реалистичных теорий, в которых хиггсовский бозон возникает как (псевдо)намбу-голдстоуновский бозон. Мы вкратце рассмотрим эти модели в разделе 3.2.

В конце 1960-х гг. на основе теорем Коулмена – Вайнберга и Хаага – Лопушанского – Сониуса [23] стало понятно, как применить спиновый трюк к частицам со спином 0: необходимо было расширить симметрию относительно четырехмерной группы Пуанкаре. Первые построения такого типа состояли в том, что четырехмерная алгебра Пуанкаре вкладывалась в супералгебру. Затем суперсимметрия между бозонами и фермионами позволяла распространить спиновый трюк на скалярные частицы. На самом деле существует более простой способ расширить пуанкаре-инвариантность, используя дополнительные измерения: пятимерная алгебра Пуанкаре, очевидно, содержит четырехмерную как подалгебру. После компактификации дополнительных измерений калибровочные поля в высших размерностях разлагаются с четырехмерной точки зрения на четырехмерное калибровочное поле (компоненты исходных калибровочных полей вдоль четырехмерных направлений) и четырехмерные скалярные поля (компоненты калибровочных полей вдоль дополнительных измерений). Симметрия между векторными и скалярными полями позволяет распространить спиновый трюк на частицы со спином 0.

Ни суперсимметрия, ни пуанкаре-инвариантность в высших размерностях не являются точными симметриями природы. Поэтому, если они и играют какую-либо роль в ее описании, то они должны быть нарушены. Чтобы ни одно из их полезных свойств не было потеряно, это нарушение должно происходить так, чтобы в квадрате перенормированной скалярной массы снова не возникало сильной УФ-зависимости; другими

словами, необходимо *мягкое* нарушение. Этот вопрос был подробно изучен в суперсимметрических теориях; мы обсудим мягкое нарушение в калибровочных теориях в высших размерностях в разделе 4. В разделе 5 мы вкратце рассмотрим бесхиггсовские модели [24, 25], в которых нарушение электрослабой симметрии достигается не за счет механизма Хиггса, а в результате наложения нетривиальных граничных условий на калибровочные поля на границах пятого измерения.

3.2. Модели с малым хиггсом

По аналогии с пionами в КХД можно было бы объяснить малую массу хиггсовского бозона, если бы он был намбу-голдстоуновским бозоном, соответствующим спонтанно нарушенной глобальной симметрии некоторого нового, сильно взаимодействующего сектора. Сама по себе эта идея не нова, но для построения реалистичных моделей с большими константами взаимодействия и со взаимодействиями без производных, в то же время свободных от квадратичных расходимостей на однопетлевом уровне, в последнее время было введено понятие *коллективного нарушения*. Идея состоит в том, чтобы ввести некоторые члены взаимодействия для нарушения глобальных симметрий, из которых возникает намбу-голдстоуновский бозон. Но чтобы этот голдстоуновский бозон приобрел массу, необходимо введение двух или большего количества таких членов. Тогда для генерации массового слагаемого однопетлевые радиационные поправки должны содержать два нарушающих симметрию взаимодействия. В этом случае отсутствие квадратичных расходимостей следует из того, что отсутствуют квадратично расходящиеся диаграммы, включающие оба нарушающих симметрию взаимодействия: поэтому поправки к массе намбу-голдстоуновского бозона оказываются лишь логарифмическими. Таким образом, мы получаем легкий составной хиггсовский бозон в согласии с масштабом сильной связи порядка 10 ТэВ.

На диаграммном уровне сокращение квадратичных расходимостей происходит из-за присутствия на масштабе энергий в несколько ТэВ новых частиц: калибровочных бозонов, вектороподобных кварков и дополнительных массивных скаляров, которые связаны с частицами из СМ первоначальной глобальной симметрией. Замечателен тот факт, что, в отличие от суперсимметрии, сокращение расходимостей достигается за счет частиц с тем же спином. Эти новые частицы с массами порядка 1 ТэВ, имеющие определенные взаимодействия с обычными частицами, обусловленные глобальными симметриями теории, представляют собой идеальные объекты для поиска на LHC.

Существуют хорошие обзоры [2, 6], посвященные моделям с малым хиггсом, и мы отсылаем читателя к ним за подробностями. Упомянем здесь только, что модели с малым хиггсом значительно лучше соглашаются с экспериментальными данными, если в них учитывается заключающая симметрия, а также определенная T -четность, относительно которой, по аналогии с R -четностью в суперсимметрических теориях, частицы в СМ являются четными, а их партнеры — нечетными.

3.3. Прецизионные электрослабые эксперименты

Мы выяснили, что для стабилизации электрослабого масштаба необходимо введение новых частиц. Новые

частицы влияют на физику в СМ и могут быть "детектированы" с помощью прецизионных измерений.

3.3.1. Пример электрослабых поправок, индуцируемых тяжелой частицей. В качестве примера рассмотрим дополнительный тяжелый калибровочный бозон B' . Полный лагранжиан имеет вид

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & -\frac{1}{2} W_3(p^2 - M_W^2)W_3 - t_0 M_W^2 W_3 B - \\ & -\frac{1}{2} B(p^2 - t_0^2 M_W^2)B + g J_3 W_3 + g' J_y B - \\ & -\frac{1}{2} B'(p^2 - M^2)B' + g' J_y B', \end{aligned} \quad (46)$$

где $t_0 = g'/g$ (ниже мы также будем использовать обозначения $c_0 = g/\sqrt{g^2 + g'^2}$ и $s_0 = g'/\sqrt{g^2 + g'^2}$), а J_y и J_3 — обычные фермионные токи, взаимодействующие с B_μ и $W_3\mu$: $J_y^\mu = \sum_i y_i \bar{f}_i \bar{\sigma}^\mu f_i$ и $J_3^\mu = \sum_i T_{3Li} \bar{f}_i \bar{\sigma}^\mu f_i$. Теперь проинтегрируем по тяжелой частице, что сводится к описанию ее динамики с помощью уравнения движения для ее поля:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial B'} = 0 \Leftrightarrow B' = \frac{g' J_y}{p^2 - M^2}. \quad (47)$$

Подставим это выражение в исходный лагранжиан и после разложения по импульсам при $M \gg p$ получим эффективный лагранжиан

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & -\frac{1}{2} W_3(p^2 - M_W^2)W_3 - t_0 M_W^2 W_3 B - \\ & -\frac{1}{2} B(p^2 - t_0^2 M_W^2)B + g J_3 W_3 + g' J_y B - \frac{(g' J_y)^2}{2M^2}. \end{aligned} \quad (48)$$

С учетом уравнения движения для поля B , $g' J_y = t_0 M_W^2 W_3 + (p^2 - t_0^2 M_W^2)B$, можно переписать эффективное четырехфермионное взаимодействие с помощью модифицированных пропагаторов калибровочных бозонов:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & -\frac{1}{2} W_3 \left(p^2 - M_W^2 \left(1 - \frac{t_0^2 M_W^2}{M^2} \right) \right) W_3 - \\ & -t_0 M_W^2 \left(1 + \frac{p^2 - t_0^2 M_W^2}{M^2} \right) W_3 B - \\ & -\frac{1}{2} B \left(p^2 \left(1 - 2 \frac{t_0^2 M_W^2}{M^2} \right) - t_0^2 M_W^2 \left(1 - \frac{t_0^2 M_W^2}{M^2} \right) + \frac{p^4}{M^2} \right) B + \\ & + g J_3 W_3 + g' J_y B + \mathcal{O}(p^6) + \mathcal{O}\left(\frac{1}{M^4}\right). \end{aligned} \quad (49)$$

Тогда массовая матрица в базисе (W_3, B_{in}) имеет вид

$$\left(1 - \frac{t_0^2 M_W^2}{M^2} \right) \begin{pmatrix} M_W^2 & -t_0 M_W^2 \\ -t_0 M_W^2 & t_0^2 M_W^2 \end{pmatrix}. \quad (50)$$

Заметим, что детерминант массовой матрицы равен нулю, как это и должно быть вследствие безмассовости фотона. Более того, легко видеть, что угол слабого смешивания не изменяется:

$$Z = c_0 W_3 - s_0 B_{in}, \quad \gamma = s_0 W_3 + c_0 B. \quad (51)$$

Здесь существенно то обстоятельство, что фотон взаимодействует с электрическим зарядом $T_{3L} + Y$. Фотон остается безмассовым, но масса Z-бозона изменяется в присутствии тяжелого поля B' :

$$M_Z^2 = \frac{1}{c_0^2} M_W^2 \left(1 - \frac{t_0^2 M_W^2}{M^2} \right), \quad M_\gamma^2 = 0. \quad (52)$$

Поэтому при низких энергиях получаем отклонение от равенства $\rho = 1$, поскольку теперь

$$\rho \equiv \frac{M_W^2}{M_Z^2 c_0^2} \approx 1 + \frac{t_0^2 M_W^2}{M^2}. \quad (53)$$

Поправка к равенству $\rho = 1$ обычно характеризуется параметром T :

$$\rho \equiv 1 + \alpha_{\text{em}} T. \quad (54)$$

В рассмотренном примере получаем

$$T = \frac{t_0^2 M_W^2}{\alpha_{\text{em}} M^2}. \quad (55)$$

Ограничение сверху [1] на этот параметр, $T \leq 0,2$, дает нижнюю границу для массы тяжелого поля B' , $M \geq 3,7$ ТэВ. Это достаточно общий результат: ограничение на масштаб Новой физики, необходимой для стабилизации слабой шкалы, само по себе на порядок выше электрослабой шкалы. Это наблюдение называется *малой проблемой иерархий* или *парадоксом LEP* [26].

При выводе эффективного лагранжиана (49) мы использовали уравнения движения для поля B , т.е. легкой степени свободы. Мы должны проверить, что такой подход оправдан. Другой вывод лагранжиана (49) состоит в том, что сначала мы интегрируем по линейной комбинации полей B и B' , которая не взаимодействует с фермионами:

$$B_{\text{in}} = B + B', \quad B_{\text{out}} = B - B'. \quad (56)$$

Если теперь проинтегрировать по B_{out} , то никакого четырехфермионного взаимодействия не появится, и получится как раз лагранжиан (49), в котором поле B заменено на B_{in} (эти два лагранжиана начинают отличаться лишь в порядке $1/M^6$).

Второй подход, который иногда называют "голографическим", также может показаться сомнительным, поскольку мы проинтегрировали по состоянию, не являющемуся собственным массовым состоянием. Однако в том, что этот подход оправдан, можно убедиться, рассматривая более простой случай

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{2} B \Pi_{BB} B + g' J_y B - \frac{1}{2} B' \Pi_{B'B'} B' + g' J_y B'. \quad (57)$$

Сначала проинтегрируем по тяжелому массовому состоянию B' и, как и прежде, получим в результате эффективный лагранжиан с четырехфермионным взаимодействием

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{2} B \Pi_{BB} B + g' J_y B + \frac{(g' J_y)^2}{2 \Pi_{B'B'}}.$$

Теперь, вместо того, чтобы для устранения четырехфермионного взаимодействия использовать уравнения дви-

жения для B , переопределим поле B следующим образом:

$$B = \sqrt{\frac{\Pi_{B'B'}}{\Pi_{B'B'} + \Pi_{BB}}} \tilde{B} + \left(\frac{g'}{\Pi_{BB}} + \sqrt{\frac{g'(\Pi_{B'B'} + \Pi_{BB})}{\Pi_{B'B'} \Pi_{BB}^2}} \right) J_y \quad (58)$$

и получим простой эффективный лагранжиан

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{2} \tilde{B} (\Pi_{BB}^{-1} + \Pi_{B'B'}^{-1})^{-1} \tilde{B} + g' J_y \tilde{B}.$$

Примечательно, что точно такой же результат получается, если просто проинтегрировать по "голографической" комбинации $B_{\text{out}} = B - B'$.

3.3.2. Общая структура электрослабых поправок. При некоторых весьма умеренных предположениях (универсальность, существование Новой физики при достаточно высоких энергиях, универсальность по ароматам, СР-инвариантность) можно получить общий вид поправок, индуцируемых Новой физикой [27–29] (см. также обзоры [30]). Наиболее общий, инвариантный относительно группы $U(1)_{\text{em}}$, квадратичный лагранжиан для калибровочных полей СМ имеет вид

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{2} W_3^\mu \Pi_{33}(p^2) W_{3\mu} - W_3^\mu \Pi_{3B}(p^2) B_\mu - \frac{1}{2} B^\mu \Pi_{BB}(p^2) B_\mu - W_+^\mu \Pi_{+-}(p^2) W_{-\mu}. \quad (59)$$

Он содержит четыре вакуумные поляризации, которые мы разложим по степеням импульса

$$\Pi_V(p^2) = \Pi_V(0) + p^2 \Pi'_V(0) + \frac{1}{2} (p^2)^2 \Pi''_V(0) + \mathcal{O}(p^6). \quad (60)$$

Таким образом, 12 коэффициентов описывают наиболее общий низкоэнергетический лагранжиан. Три из них можно устраниć выбором нормировки калибровочных бозонов (что соответствует фиксации трех параметров СМ: g , g' и v):

$$\Pi'_{+-}(0) = \Pi'_{BB}(0) = 1, \quad \Pi_{+-}(0) = -M_W^2 = -(80,425 \text{ ГэВ})^2.$$

Оставшиеся девять параметров также не полностью независимы, поскольку необходимо еще наложить условие безмассности фотона и условие на величину его константы взаимодействия $Q = T_{3L} + Y$. Эти два условия выглядят следующим образом:

$$g'^2 \Pi_{33} + g^2 \Pi_{00} + 2gg' \Pi_{30} = 0 \quad \text{и} \quad g \Pi_{00} + g' \Pi_{30} = 0.$$

Поэтому остается семь произвольных коэффициентов [29]. Они представлены в табл. 2 наряду с примерами операторов размерности 6, которые могут их генерировать. Так, в примере с тяжелым калибровочным бозоном B' , который обсуждался в предыдущем разделе, получаем

$$t_0^2 \widehat{S} = \widehat{T} = t_0^2 Y = \frac{t_0^2 M_W^2}{M^2}, \quad \widehat{U} = V = X = W = 0. \quad (61)$$

В универсальных моделях, т.е. в тех, где Новая физика взаимодействует с фермионами из СМ только через

Таблица 2. Семь коэффициентов параметризуют наиболее общий низкоэнергетический лагранжиан, описывающий теорию за рамками СМ

Коэффициенты	Операторы размерности 6	SU(2) _c	SU(2) _L
$\hat{S} = \frac{g}{g'} \Pi'_{3B}(0)$	$\frac{(H^\dagger \tau^a H) W_{\mu\nu}^a B_{\mu\nu}}{gg'}$	+	-
$\hat{T} = \frac{1}{M_W^2} (\Pi_{33}(0) - \Pi_{+-}(0))$	$ H^\dagger D_\mu H ^2$	-	-
$\hat{U} = \Pi'_{+-}(0) - \Pi'_{33}(0)$	операторы размерности 8	-	-
$V = \frac{M_W^2}{2} (\Pi''_{33}(0) - \Pi''_{+-}(0))$	операторы размерности 10	-	-
$X = \frac{M_W^2}{2} \Pi''_{3B}(0)$	операторы размерности 8	+	-
$Y = \frac{M_W^2}{2} \Pi''_{BB}(0)$	$\frac{(\partial_\rho B_{\mu\nu})^2}{2g'^2}$	+	+
$W = \frac{M_W^2}{2} \Pi''_{33}(0)$	$\frac{(D_\rho W_{\mu\nu}^a)^2}{2g^2}$	+	+

Примечание. Операторы высших размерностей, инвариантные относительно $SU(2)_L \times U(1)_Y$, могут давать вклады в эти поправки. Заметим, что поправки имеют определенные симметрийные свойства относительно калибровочной симметрии $SU(2)_L$ и заключающей симметрии $SU(2)_c$. Более привычные коэффициенты S, T и U получаются с помощью соотношений $S = 4s_W^2 \hat{S}/\alpha_{em} \approx 119 \hat{S}$, $T = \hat{T}/\alpha_{em} \approx 129 \hat{T}$ и $U = -4s_W^2 \hat{U}/\alpha_{em} \approx -119 \hat{U}$. Взято из работы [29] (где используется неканоническая нормировка калибровочных бозонов, поэтому в определениях $\hat{S}, \hat{T}, \dots, W$ появляются различные множители из констант g и g').

комбинации фермионных токов

$$J_y^\mu = \sum_i y_i \bar{f}_i \bar{\sigma}^\mu f_i, \quad J_a^\mu = \sum_d \bar{f}_d \bar{\sigma}^\mu \sigma^a f_d, \quad (62)$$

все индуцируемые тяжелыми частицами поправки заложены в косвенных параметрах, в то время как в неуниверсальных моделях новые эффекты могут появляться как поправки к вершинным функциям (см. работу [31]). В универсальных моделях четыре косвенных параметра доминируют над остальными, поскольку операторы размерности 6 не генерируют параметры \hat{U}, V и X и можно ожидать, что такие поправки подавлены более значительно по сравнению с другими четырьмя коэффициентами: $\hat{U} \sim (M_W^2/\Lambda^2)\hat{T}$, $\hat{V} \sim (M_W^4/\Lambda^4)\hat{T}$ и $X \sim (M_W^2/\Lambda^2)\hat{S}$. В неуниверсальных моделях это становится неверным [31] и коэффициенты \hat{U}, V, X могут быть того же порядка, что и \hat{S}, \hat{T}, W, Y .

Прецизионные измерения электрослабых наблюдаемых можно проанализировать с использованием только что описанной параметризации; результаты подгонки (в предположении существования легкого/тяжелого хиггсовского бозона) приводят к следующим значениям [29] (см. работу [33], также посвященную анализу точных электрослабых измерений):

Подгонка	$10^3 \hat{S}$	$10^3 \hat{T}$	$10^3 Y$	$10^3 W$
масса хиггсовского бозона 115 ГэВ	$0,0 \pm 1,3$	$0,1 \pm 0,9$	$0,1 \pm 1,2$	$-0,4 \pm 0,8$
масса хиггсовского бозона 800 ГэВ	$-0,9 \pm 1,3$	$2,0 \pm 1,0$	$0,0 \pm 1,2$	$-0,2 \pm 0,8$

3.3.3. Пример электрослабых поправок, индуцируемых оператором с высокой размерностью. В качестве конкретного примера описанного выше анализа рассмотрим следствия, возникающие в присутствии оператора [28]

$$\mathcal{L}_T = \frac{a}{\Lambda^2} |H^\dagger D_\mu H|^2, \quad (63)$$

где a — безразмерный коэффициент. После спонтанного нарушения электрослабой симметрии $\langle H \rangle = (0, v/\sqrt{2})$, а оператор L_T возникает просто как дополнительный вклад в массовый член для калибровочного Z^0 -бозона:

$$\mathcal{L}_T = \frac{av^4}{8\Lambda^2} (g' B_\mu - g W_\mu^3)^2. \quad (64)$$

Поскольку при этом масса W -бозона и угол слабого смешивания не изменяются, легко получить поправку к параметру ρ , которая индуцируется оператором \mathcal{L}_T ,

$$\rho = \frac{M_W^2}{M_Z^2 c_W^2} = 1 + \frac{av^2}{\Lambda^2}, \quad (65)$$

что соответствует ненулевому значению параметра T , а именно,

$$T = \frac{\rho - 1}{\alpha_{em}} = \frac{av^2}{\alpha_{em} \Lambda^2}. \quad (66)$$

Мы также могли получить это и используя формализм табл. 2, поскольку

$$\Pi_{+-} = -\frac{1}{4} g^2 v^2 \quad \text{и} \quad \Pi_{33} = -\frac{1}{4} g^2 v^2 + \frac{ag^2 v^4}{4\Lambda^2}. \quad (67)$$

В работе [32] было замечено, что с помощью переопределения полей можно получить соотношения между операторами размерности 6:

$$-\frac{2gscv^2}{\alpha} \mathcal{O}_S - \frac{g'v^2}{\alpha} \mathcal{O}_T + g' \sum_f i y_f (h^\dagger D^\mu h) \bar{f} \bar{\sigma}^\mu f + \text{h.c.} = \\ = 2i B_{\mu\nu} D^\mu h^\dagger D^\nu h, \quad (68)$$

$$-\frac{4g'scv^2}{\alpha} \mathcal{O}_S + g \sum_d i (h^\dagger \sigma^a D^\mu h) \bar{f}_d \bar{\sigma}^\mu \sigma^a f_d + \text{h.c.} = \\ = 4i W_{\mu\nu}^a D^\mu h^\dagger \sigma^a D^\nu h, \quad (69)$$

где

$$\begin{aligned}\mathcal{O}_S &= \frac{\alpha}{4scv^2} (h^\dagger \sigma^a h) W_{\mu\nu}^a B^{\mu\nu}, \\ \mathcal{O}_T &= -\frac{2\alpha}{v^2} |h^\dagger D_\mu h|^2.\end{aligned}\quad (70)$$

Особенность этих соотношений состоит в том, что члены в правой части влияют только на тройные вершины самодействия калибровочных бозонов, которые измениены с меньшей точностью, чем другие электрослабые параметры. Таким способом можно "замаскировать" косвенные поправки под видом пока еще свободных от ограничений операторов.

4. Модели объединения калибровочного и хиггсовского секторов

С четырехмерной точки зрения компоненты калибровочных полей вдоль дополнительных измерений являются четырехмерными скалярами (мы будем называть их калибровочными скалярами). Калибровочная структура высших размерностей проявляется только при энергиях выше масштаба компактификации, когда открываются дополнительные измерения. В этом разделе мы опишем модели объединения калибровочного и хиггсовского секторов, в которых хиггсовский бозон появляется как один из калибровочных скаляров⁴. Этот подход на самом деле не нов [35, 36], однако лишь недавно в контексте орбиболдов [37] он был положен в основу построения реалистичных моделей [38–45]. Немедленно возникает ряд вопросов:

- Какая калибровочная группа будет содержать хиггсовский бозон?
- Сколько дополнительных измерений необходимо вводить? Как они компактифицированы?
- Каковы радиационные поправки?
- Как ввести поля материи? Как возникают юковские взаимодействия?

Интересно отметить, что версии моделей с объединенными калибровочным и хиггсовским секторами, полученные с помощью деконструкции, привели к идее моделей с малым хиггсом [46]. Здесь симметрией, защищающей массу хиггсовского бозона, является дискретная симметрия относительно сдвигов, и само построение гораздо менее ограничено отсутствием пятимерной лоренц-инвариантности.

4.1. Нарушение за счет орбиболдов.

Пятимерная SU(3)-модель

Как четырехмерные скаляры, так и четырехмерные векторы, возникающие из калибровочных полей в высших размерностях, принадлежат присоединенному представлению калибровочной группы, в то время как хиггсовский бозон в СМ лежит в фундаментальном представлении слабой симметрии. Чтобы идентифицировать хиггсовский бозон как компоненту некоторого калибровочного поля в дополнительных измерениях, необходимо расширить калибровочную симметрию относительно группы $SU(2)_L \times U(1)_Y$ до симметрии

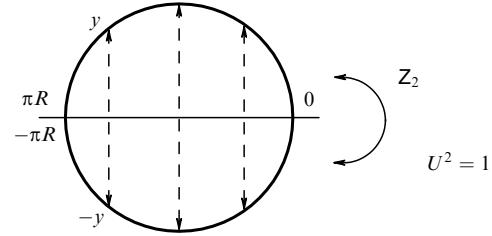


Рис. 7. Простейший пример орбиболда: точки $-y$ и y на окружности отождествлены. Поля в тождественных точках должны совпадать с точностью до глобального Z_2 -преобразования: например, компоненты калибровочного поля удовлетворяют соотношениям $A_\mu(x, -y) = UA_\mu(x, y)U^{-1}$ и $A_5(x, -y) = -UA_5(x, y)U^{-1}$, где преобразование U , являясь глобальной симметрией теории, представляет собой орбиболдову проекцию. Нуевые моды A_μ соответствуют калибровочным направлениям, которые коммутируют с орбиболдной проекцией, $[A_\mu, U] = 0$, а нуевые моды поля A_5 антикоммутируют с U , $\{A_5, U\} = 0$.

относительно большей группы G . Эта большая группа может быть нарушена различными способами: 1) путем введения хиггсовского поля в высших размерностях; 2) с помощью механизма Грина–Шварца; 3) с помощью компактификации на нетривиальное фоновое многообразие; 4) с помощью компактификации на орбиболд. Последний метод не только имеет хорошую мотивировку в контексте теорий струн, но и позволяет легко включить в теорию четырехмерную киральную материю⁵.

Простейший пример орбиболда дается пространством S^2/Z_2 , т.е. окружностью $(-\pi R \leq y \leq \pi R)$, у которой точки y и $-\pi R$ отождествлены (рис. 7). Это отождествление означает, что значения любого поля в таких точках должны быть физически эквивалентными, т.е. равными, с точностью до глобальных преобразований симметрии: $\phi(x, -y) = U\phi(x, y)$. Для самосогласованности преобразование U должно быть Z_2 -симметрией, $U^2 = 1$. Заметим, что на окружности есть две выделенные точки, 0 и πR , которые отождествляются сами с собой: они являются *неподвижными точками* орбиболда. Инвариантность кинетического члена определяет законы преобразования различных компонент калибровочного поля:

$$\begin{aligned}A_\mu(x, -y) &= UA_\mu(x, y)U^{-1}, \\ A_5(x, -y) &= -UA_5(x, y)U^{-1}.\end{aligned}\quad (71)$$

При разложении Калуцы–Клейна (КК) четырехмерная масса связана с производной поля вдоль дополнительного измерения, поэтому безмассовая мода не должна зависеть от y . Из орбиболдных граничных условий (71) получаем, что четырехмерные безмассовые векторы соответствуют тем генераторам калибровочной группы, которые *коммутируют* с матрицей орбиболда U , а четырехмерные безмассовые калибровочные скаляры соответствуют генераторам, которые *антикоммутируют* с U . В качестве примера рассмотрим калибровочную группу $SU(3)$, нарушенную орбиболдной проекцией

⁴ Свежее педагогически ориентированное введение в этот подход можно найти в работе [34].

⁵ См. раздел 5.5.1 по поводу объяснения того, как киральная материя получается в орбиболдных моделях.

$U = \text{diag}(-1, -1, 1)$ до $SU(2) \times U(1)$: из восьми калибровочных компонент поля A_5 только скалярный $SU(2)$ -дублет остается безмассовым.

$$\begin{aligned} & \text{SU(3)} \rightarrow \text{SU(2)} \times \text{U}(1) \\ & U = \text{diag}(-1, -1, 1) \\ & [A_\mu, U] = 0 \quad A_\mu = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} A_\mu^3 + \frac{A_\mu^8}{\sqrt{3}} & A_\mu^1 - iA_\mu^2 \\ A_\mu^1 + iA_\mu^2 & -A_\mu^3 + \frac{A_\mu^8}{\sqrt{3}} \\ & -\frac{2A_\mu^8}{\sqrt{3}} \end{pmatrix} \quad \text{SU(2)} \times \text{U}(1) \\ & \{A_5, U\} = 0 \quad A_5 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} & A_5^4 - iA_5^5 \\ & A_5^6 - iA_5^7 \\ A_5^4 + iA_5^5 & A_5^6 + iA_5^7 \end{pmatrix} \quad \frac{\text{SU}(3)}{\text{SU}(2) \times \text{U}(1)} \end{aligned}$$

Можно попытаться идентифицировать безмассовый $SU(2)$ -дублет, который содержится среди компонент поля A_5 , с хиггсовским дублетом: $H_0 = (A_5^6 - iA_5^7)/2$ и $H_+ = (A_5^4 - iA_5^5)/2$. Для этого необходимо знать его заряд относительно группы $U(1)$. При преобразованиях из группы $SU(3)$ поле A_5 преобразуется как $\delta_T A_5 = g[T, A_5]$. Действуя преобразованием из подгруппы $U(1)$ группы $SU(2) \times U(1)$ с генератором $T = T_8 = \text{diag}(1, 1, -2)/(2\sqrt{3})$, получаем

$$\delta_T \begin{pmatrix} & H_+ \\ H_+^* & H_0 \end{pmatrix} = g \frac{3}{2\sqrt{3}} \begin{pmatrix} & H_+ \\ -H_+^* & -H_0^* \end{pmatrix}. \quad (72)$$

Поэтому $U(1)$ -заряд дублета равен $\sqrt{3}/2$. Необходимо изменить нормировку калибровочной константы $U(1)$ так, чтобы заряд дублета был равен $1/2$; этого можно добиться, выделяя подгруппу $U(1)_Y$ с генератором $T_8/\sqrt{3}$. Калибровочная константа взаимодействия для $U(1)_Y$, таким образом, равна $g' = \sqrt{3}g$. Поскольку мы вложили $SU(2)_L \times U(1)_Y$ в простую группу, для угла слабого смешивания получается предсказание

$$\sin^2 \theta_W = \frac{g'^2}{g^2 + g'^2} = \frac{3g^2}{g^2 + 3g^2} = \frac{3}{4}. \quad (73)$$

Это значение находится достаточно далеко от экспериментального ($\sin^2 \theta_W \approx 0,23$), что, конечно, исключает эту простую $SU(3)$ -модель с объединением калибровочного и хиггсовского секторов. Более того, при таком вложении $SU(2)_L \times U(1)_Y$ в $SU(3)$ нет способа получить кварки и лептоны из некоторого неприводимого представления группы $SU(3)$.

Вообще говоря, развивать теорию можно по крайней мере двумя способами: 1) добавить дополнительный $U(1)$ -фактор к группе $SU(3)$; 2) изучить другие возможные вложения группы $SU(2)_L \times U(1)_Y$ в простые группы. Хотя первый способ и исключает один интересный аспект моделей с объединением калибровочного и хиггсовского секторов, а именно, возможность получить предсказание для угла слабого смешивания, последние исследования в этой области, по-видимому, указывают на то, что это более правильное направление, тогда как радиационная нестабильность, как мы убедимся позже, портит наибо-

лее перспективные модели второго типа. Наконец, существует третий способ, состоящий в модификации геометрии пространства дополнительных измерений.

Прежде чем продолжить построение моделей, объединяющих калибровочный и хиггсовский секторы, отметим, что орбиболдную проекцию можно интерпретировать просто как наложение граничных условий на поля на интервале.

Нарушение $G \rightarrow H$ с помощью орбиболда

Подгруппа H

$$A_\mu^H(-y) = A_\mu^H(y) \quad \partial_5 A_\mu^H|_{y=0, \pi R} = 0$$

эквивалентно условиям

$$A_5^H(-y) = -A_5^H(y) \quad A_5^H|_{y=0, \pi R} = 0$$

Фактор-пространство G/H

$$A_\mu^{G/H}(-y) = -A_\mu^{G/H}(y) \quad A_\mu^{G/H}|_{y=0, \pi R} = 0$$

эквивалентно условиям

$$A_5^{G/H}(-y) = A_5^{G/H}(y) \quad \partial_5 A_5^{G/H}|_{y=0, \pi R} = 0$$

Можно использовать и твист Шерка – Шварца, т.е. $\phi(y + 2\pi R) = T\phi(y)$. Твист будет проявляться в наличии разных граничных условий на двух концах интервала.

Упомянем также, что орбиболдное нарушение применяется к нарушению симметрий Великого объединения (ВО) (см. обзорную работу [47]). В этом случае масштаб компактификации выбирается близким к масштабу ВО, в то время как в моделях с объединением калибровочного и хиггсовского секторов он выбирается порядка электрослабого.

4.2. Шестимерная модель с группой G_2

В нашем анализе мы ограничимся абелевым орбиболдом, используя внутренний автоморфизм (в этом случае матрица орбиболда U есть элемент самой группы). Известно, что при таком нарушении ранг калибровочной группы сохраняется. Поскольку $SU(2) \times U(1)$ имеет ранг 2, необходимо найти простую группу с тем же рангом. Существует лишь четыре возможных варианта: группы $SO(4)$, $SO(5)$, $SU(3)$ и исключительная группа G_2 (матричную реализацию группы G_2 с явно выделенной подгруппой $SU(3)$ можно найти в работе [40]). В первых трех случаях либо отсутствует скалярный $SU(2)$ -дублет, либо предсказания для угла слабого смешивания далеки от его экспериментального значения.

Самая интересная возможность состоит в использовании группы G_2 [35, 40], которую можно нарушить до $SU(2) \times U(1)$ с помощью компактификации на двумерный орбиболд T^2/Z_4 (рис. 8), где T^2 — двумерный тор, а Z_4 — группа поворотов на 90° (не существует способа нарушить G_2 до $SU(2) \times U(1)$, используя только Z_2 -проекцию: нужна проекция по крайней мере четвертого порядка, чего можно добиться только как минимум с двумя дополнительными измерениями). На торе снова существуют две *неподвижные точки*, которые остаются инвариантными при вращениях. Действие орбиболда на фундаментальное представление группы G_2 задается матрицей $U = \text{diag}(i, i, -1, -i, -i, -1, 1)$. Калибровочной группой низкоэнергетической теории оказывается $SU(2) \times U(1)$, и калибровочные константы оказываются такими, что угол слабого смешивания удовлетворяет уравнению $\sin^2 \theta_W = 1/4$. Безмассовый спектр содержит

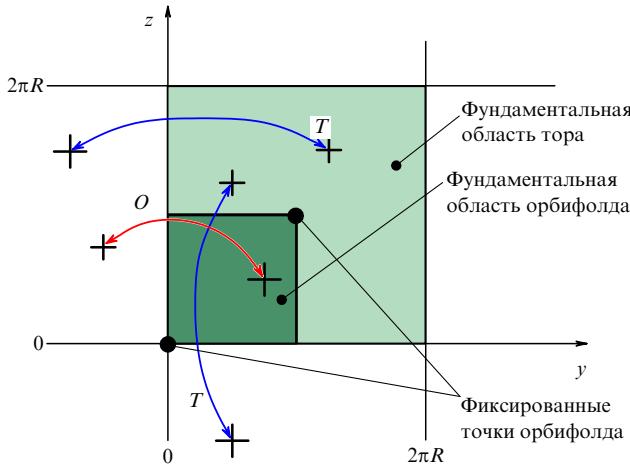


Рис. 8. Орбифолд T^2/\mathbb{Z}_4 : кроме отождествления, характерного для тора T , т.е. $y \sim y + 2\pi R$ и $z \sim z + 2\pi R$, орбифолдная проекция O также отождествляет точки $(y, z) \sim (-z, y)$ с точностью до глобальной \mathbb{Z}_4 -симметрии U : $A_\mu(-z, y) = U A_\mu(y, z) U^\dagger$, $A_y(-z, y) = -U A_z(y, z) U^\dagger$ и $A_z(-z, y) = U A_y(y, z) U^\dagger$. При использовании $U = \text{diag}(i, i, -1, -i, -i, -1, 1)$ группа G_2 нарушается до $SU(2) \times U(1)$.

два скалярных $SU(2)$ -дублета h и H , гиперзаряды которых равны соответственно $1/2$ и $3/2$: таким образом, h является прекрасным кандидатом на роль хиггсовского дублета.

$$\begin{aligned}
 & G_2 \rightarrow SU(2) \times U(1) \\
 & \underline{\text{калибровочная группа } G_2} \\
 & \text{присоединенное} — 14 \text{ компонент} \quad \text{фундаментальное} — 7 \text{ компонент} \\
 & \underline{\text{разложение относительно } SU(3)} \\
 & 14 = 8 + 3 + \bar{3} \quad 7 = 3 + \bar{3} + 1 \\
 & \underline{\text{разложение относительно } SU(2) \times U(1)} \\
 & \text{нормировка } T_8 \\
 & 14 = (3_0 + (2 + \bar{2})_{\sqrt{3}/2} + 1_0) + (2 + \bar{2})_{1/2\sqrt{3}} + (1 + \bar{1})_{-1/\sqrt{3}} \\
 & 7 = (2 + \bar{2})_{1/2\sqrt{3}} + (1 + \bar{1})_{-1/\sqrt{3}} + 1_0 \\
 & \underline{\text{угол слабого смешивания}} \\
 & U(1)_Y = \sqrt{3} T_8 \Leftrightarrow \sin^2 \theta_W = \frac{1}{4}
 \end{aligned}$$

Другое преимущество, связанное с присутствием двух дополнительных измерений в модели, состоит в том, что неабелевы взаимодействия, содержащиеся в калибровочном кинетическом члене, автоматически генерируют константу самодействия хиггсовского бозона. В нашей модели после компактификации потенциал для канонически нормированных скалярных полей имеет вид

$$V = \frac{1}{6} g^2 (|h|^4 + 3|H|^4 + 3(H^\dagger \sigma^a h)(h^\dagger \sigma^a H) - 6|h|^2 |H|^2), \quad (74)$$

где σ^a , $a = 1, 2, 3$ — матрицы Паули, а g — калибровочная константа группы $SU(2)$ в четырехмерной низкоэнергетической теории. Легко видеть, что, как и в суперсимметричных теориях, константа хиггсовского самодействия оказывается связанный с квадратом калибровочной константы, хотя сами потенциалы в этих

теориях различаются (в частности, в рассматриваемой модели есть только один дублет с гиперзарядом $1/2$).

4.3. Радиационные поправки

Есть два типа операторов, содержащих поля четырехмерных калибровочных скаляров, которые могут появляться за счет радиационных поправок [48]:

- 1) операторы, определенные в объеме (bulk) вне бран,
- 2) операторы, локализованные в неподвижных точках орбифолда.

Калибровочная инвариантность в высших размерностях действует на калибровочные бозоны и калибровочные скаляры как

$$\delta A_M^A = \partial_M \epsilon^A + g f^{ABC} A_M^B \epsilon^C, \quad (75)$$

где f^{ABC} — структурные константы. Для согласованности параметр калибровочного преобразования ϵ^C подчинен тем же граничным условиям, что и A_μ :

$$G \rightarrow H: \quad \partial_5 \epsilon^H \Big|_{\text{неподв. точка}} = 0, \quad \epsilon^{G/H} \Big|_{\text{неподв. точка}} = 0. \quad (76)$$

Поэтому именно калибровочная инвариантность защищает первый тип операторов: действительно, при энергиях выше масштаба компактификации поля калибровочных скаляров появляются как компоненты многомерных калибровочных полей и тождества Славнова — Тейлора запрещают, например появление массового члена. Но при энергиях ниже масштаба компактификации приходится иметь дело с обычными скалярами, которые приобретают массу вследствие радиационных поправок, которая остается при этом конечной из-за обрезания на масштабе компактификации. Таким образом, все операторы, определенные в объеме вне бран, возникают вследствие инфракрасных (ИК) эффектов и являются конечными. Это можно увидеть и другим способом: калибровочно-инвариантный оператор, который может дать вклад в хиггсовский потенциал, должен быть нелокальным в дополнительных измерениях и выражаться через вильсоновскую линию $\mathcal{P} \exp(i \int dx^i A_i)$. Будучи нелокальным оператором, хиггсовский потенциал остается конечным во всех порядках теории возмущений и нечувствительным к УФ-поведению теории, а также может быть вычислен, если известны степени свободы на электрослабом масштабе.

Что касается операторов, локализованных на бране, то здесь ситуация более сложная. В неподвижной точке калибровочная группа теории в объеме вне бран частично нарушена: ненарушенной остается лишь подгруппа $SU(2) \times U(1)$. Ненарушенная подгруппа действует линейно на калибровочные скалярные дублеты и, конечно, не запрещает появления квадратично расходящегося локализованного массового слагаемого⁶

$$\delta_H A_\mu^H = \partial_\mu \epsilon^H + g f^{HHH} A_\mu^H \epsilon^H, \quad \delta_H A_\mu^{G/H} = 0, \quad (77)$$

$$\delta_H A_5^H = 0, \quad \delta_H A_5^{G/H} = g f^{G/HG/HH} A_5^{G/H} \epsilon^H. \quad (78)$$

⁶ Поскольку $[H, H] \in H$ и $[H, G/H] \in G/H$, единственные ненулевые структурные константы имеют вид f^{HHH} и $f^{G/HG/HH}$ или получаются из них циклическими перестановками.

Хотя симметрия относительно G/H — единственная ненарушенная симметрия в неподвижных точках, все же существует некоторая симметрия, оставшаяся от полной калибровочной инвариантности относительно группы G в объеме вне бран: действительно, нарушенные генераторы группы инвариантности в высших размерностях действуют на калибровочные скаляры как генераторы сдвигов, которые пропорциональны производным калибровочных параметров [48]:

$$\delta_{G/H} A_\mu^H = 0, \quad \delta_{G/H} A_\mu^{G/H} = 0, \quad (79)$$

$$\delta_{G/H} A_5^H = 0, \quad \delta_{G/H} A_5^{G/H} = \partial_5 \epsilon^{G/H}. \quad (80)$$

Этой симметрии, напоминающей симметрию Печчеи–Куина, оказывается достаточно, чтобы помешать появлению локальных массовых контрчленов. Для построения инварианта следует использовать объект, преобразующийся однородно относительно калибровочной симметрии, как, например тензор напряженности калибровочного поля F_{MN} . В пятимерных орбиболдах невозможно построить локальные контрчлены, содержащие тензор напряженности калибровочного поля, поскольку он антисимметричен, а в нашем распоряжении есть только один индекс. Однако в шестимерных орбиболдах локализованные на бране операторы [40, 49]

$$\text{Tr}(U^k F_{56}), \quad k = 1, 2, 3, \quad (81)$$

вполне допустимы; они инвариантны относительно локальных калибровочных преобразований,

$$\begin{aligned} \text{Tr}(UF_{56}) &\rightarrow \text{Tr}(Ug(0)F_{56}g^{-1}(0)) = \\ &= \text{Tr}(UF_{56}g^{-1}(0)g(0)) = \text{Tr}(UF_{56}), \end{aligned}$$

где в первом равенстве мы воспользовались тем, что в неподвижных точках преобразования U и g коммутируют (для определенности мы рассматриваем неподвижную точку в начале координат). Потенциально эти операторы достаточно опасны, поскольку они соответствуют диаграмме-головастику для некоторых КК-калибровочных скаляров вдоль ненарушенных $U(1)$ -направлений, что из-за неабелевой части оператора F_{56} соответствует массовым членам для первоначально безмассовых калибровочных скаляров. С помощью простого подсчета степеней легко видеть, что эти операторы квадратично расходятся.

В случае орбиболда T^2/Z_2 симметрию четности, т.е. симметрию относительно $(y, z) \rightarrow (-y, z)$, можно определить согласованно с орбиболдной проекцией

$$\begin{array}{c} Z_2 \\ \phi(x, -y, -z) = U\phi(x, y, z) \\ P \swarrow \qquad \searrow P \\ \phi(x, y, -z) = U\phi(x, -y, z) \quad U\phi(x, -y, z) \end{array}$$

причем эта симметрия запрещает появление операторов вида (81). Однако в случае орбиболда T^2/Z_4 эта симметрия уже не согласована с орбиболдной проекцией

$$\begin{array}{c} Z_4 \\ \phi(x, -z, y) = U\phi(x, y, z) \\ P \swarrow \qquad \searrow P \\ \phi(x, z, y) = U^{-1}\phi(x, -y, z) \quad U\phi(x, -y, z) \end{array}$$



Вклад калибровочных бозонов

Вклад "духов"

Рис. 9. Однопетлевые диаграммы, дающие вклад в диаграмму "головастик", содержащийся в операторе $\text{Tr}(UF_{56})$, локализованном в неподвижной точке. Эти диаграммы квадратично расходятся и снова приводят к радиационной нестабильности в хиггсовском потенциале.

и никакая дискретная симметрия не защищает операторы (81). Прямые вычисления (рис. 9) диаграмм-головастиков, содержащихся в (81), показывают, что на однопетлевом уровне вклады полей духов и калибровочных полей складываются и, как и ожидалось, генерируют оператор $\text{Tr}(UF_{56})$ в неподвижных точках⁷. Таким образом, квадратичная расходимость снова появляется и дестабилизирует хиггсовский потенциал на однопетлевом уровне. Возможный способ избежать этой нестабильности состоит в том, чтобы подобрать сценарий (т.е. набор полей, представлений и пр.) таким образом, чтобы квадратично расходящиеся диаграммы-головастики сокращались в неподвижных точках (глобальное сокращение) [42].

В заключение отметим, что хотя нарушение калибровочной симметрии на пятимерных орбиболдах так же, как на некоторых шестимерных оказывается мягким в том смысле, что радиационные поправки к хиггсовскому потенциалу конечны, в случае наиболее интересного орбиболда T^2/Z_4 нарушение калибровочной симметрии не является мягким.

4.4. Введение материи и юкавских взаимодействий

Введение кварков и лептонов, а также генерация их масс в моделях рассматриваемого типа осуществляются далеко не просто [40, 42]. Если материя присутствует во всем объеме вне бран, то вакуумное значение хиггсовского поля генерирует фермионные массы, которые определяются калибровочной константой теории в объеме, и для получения различных масс для разных фермионов можно только изменять групповые факторы, связанные с разными представлениями полей, что, конечно, не позволяет объяснить все разнообразие спектра масс полей материи. Другая возможность состоит в том, чтобы считать фермионные поля локализованными в неподвижных точках орбиболда. Что касается юкавских взаимодействий, то можно, конечно, написать линейное взаимодействие фермионов в СМ с хиггсовским полем в неподвижных точках. Но если вводить юкавские взаимодействия таким способом, то явно нарушается остаточная сдвиговая G/H -симметрия Печчеи–Куина. Хотелось бы найти операторы, которые не нарушают эту сдвиговую симметрию: этого можно добиться, используя операторы $W = P \exp(i \int A_i dx^i)$, включающие вильсоновские линии между неподвижными точками (две

⁷ В исходном вычислении [40] диаграммы-головастика мы получили, что эти два вклада сокращают друг друга. Но поскольку никакая симметрия не защищает этот оператор, с помощью упомянутой в разделе 2.1.3 теоремы было установлено, что наш нулевой результат был ошибочным. Более аккуратные вычисления, выполненные в работах [42, 50], действительно, показали наличие квадратично расходящегося головастика.

неподвижные точки могут и совпадать). Ожидать появления этих операторов достаточно естественно, поскольку по некоторым массивным фермионам в объеме вне бран, которые могли бы смешиваться с полями в неподвижных точках, проводится интегрирование по методу Фротгатта – Нильсена. Массы легких фермионов можно получить или за счет небольшого смешивания с фермионами в объеме вне бран, или за счет введения большой массы в объеме, приводящей к экспоненциальному подавлению эффективных юкавских взаимодействий, поэтому легко воспроизвести иерархию спектра материи [42]. Некоторые интересные особенности в структуре ароматов в первых двух поколениях были выявлены при изучении конкретной $SU(3)$ -модели в пяти измерениях [43].

4.5. Возможные проявления в экспериментах

Возможные проявления рассматриваемых моделей в экспериментах на коллайдерах еще не были подробно изучены (возможно, из-за отсутствия реалистичной модели). Тем не менее можно получить некоторые общие экспериментальные следствия моделей с объединением калибровочного и хиггсовского секторов:

- должны наблюдаться КК-возбуждения W - и Z -бозонов с массами в диапазоне $500 \text{ ГэВ} - 1 \text{ ТэВ}$;
- должны наблюдаться КК-возбуждения со спином 1, соответствующие фактор-пространству G/H , в частности, предсказывается существование некоторых калибровочных бозонов с теми же электрослабыми квантовыми числами, что и у хиггсовского дублета;
- должны наблюдаться дополнительные скалярные поля;
- должны наблюдаться некоторые фермионы в объеме, которые смешиваются с фермионами из СМ и тем самым генерируют их массы.

4.6. Последние достижения и открытие вопросы

Поскольку в наиболее интересной шестимерной модели была обнаружена квадратичная расходимость в локализованной диаграмме-головастике, в последнее время изучение моделей с объединением калибровочного и хиггсовского секторов в основном ограничивается пятимерными моделями. Главная проблема в этих моделях — объяснить большие массы t -кварка и хиггсовского бозона.

Учитывая величину массы t -кварка, сложно построить модель, в которой t -кварк был бы тяжелее, чем W -бозон, поскольку юкавские константы возникают из калибровочной константы. Возможное решение состоит в том, чтобы вложить t -кварк в некоторое большее представление калибровочной группы, так, чтобы эффективные юкавские константы усиливалась групповым фактором. Например, в $SU(3)$ -модели, рассмотренной в работе [44], уже можно добиться выполнения соотношения $M_t = 2M_W$ на древесном уровне. Основной недостаток этой идеи состоит в том, что введение больших представлений понижает шкалу энергий, на которой теория с дополнительными измерениями становится сильно связанной. Кроме того, на древесном уровне появляются большие отклонения от наблюдаемого значения взаимодействия $Zb_1\bar{b}_1$ левого b -кварка с Z -бозоном. Другая возможность, рассмотренная в работе [45], состоит в том, чтобы отказаться от лоренц-инвариантности вдоль дополнительного измерения. В этом

случае каждый фермион эффективно "чувствует" дополнительное измерение различной длины, что позволяет смягчить ситуацию с соотношением между массами t -кварка и W -бозона. Масштаб сильной связи в этом случае также понижается, а нарушение лоренц-инвариантности снова приводит к сильной зависимости хиггсовского потенциала от УФ поведения теории в старших петлях (подобно тому, как это происходит в моделях с малым хиггсом). Кроме того, поправки к константе взаимодействия при вершине $Zb_1\bar{b}_1$ и четырехфермионным операторам, которые генерируются КК-калибровочными бозонами, ставят ограничение порядка нескольких ТэВ на масштаб пятого измерения.

Что касается массы хиггсовского бозона, то в общем случае она оказывается слишком малой, т.е. меньше значения, исключенного экспериментами на LEP; это происходит потому, что константа хиггсовского взаимодействия теперь генерируется на однопетлевом уровне (в противоположность шестимерной G_2 -модели, в которой эта константа присутствует уже на древесном уровне). Поскольку весь потенциал (массовый член и члены самодействия) генерируется за счет квантовых петель, минимум потенциала достигается в общем случае при больших значениях вакуумного среднего хиггсовского поля, чем масштаб компактификации, а потому масштаб Новой физики остается слишком низким. В работе [44] было показано, что массу хиггсовского бозона можно увеличить, если в теории присутствуют несколько (твистованных) объемных фермионов. В модели с нарушением лоренц-инвариантности, рассмотренной в работе [45], масса хиггсовского бозона фиксируется масштабом массы t -кварка.

Другой подход [51, 52], который в настоящее время активно исследуется, состоит в том, чтобы вложить теории с объединенными калибровочным и хиггсовским секторами в стянутые (warped) дополнительные измерения. Красота этой идеи заключается в том, что искреженность позволяет увеличить массу как t -кварка, так и хиггсовского бозона. Однако нетривиальный фон также индуцирует поправки к электрослабым наблюдаемым. С помощью AdS/CFT-соответствия (краткое введение в эту тему будет дано в разделе 5.4.1) эти модели можно интерпретировать как теории со слабой связью, дуальные к моделям Джорджи – Каплана с составным хиггсовским бозоном [53]. Еще одно очень значительное преимущество стянутых дополнительных измерений состоит в возможности "отдвинуть" шкалу Новой физики вплоть до очень высоких энергий, в частности, с возможным учетом объединения.

Последнее замечание касается динамики электрослабого фазового перехода в моделях с объединением калибровочного и хиггсовского секторов. Как и в моделях с малым хиггсом, структура хиггсовского потенциала, образующегося за счет радиационных поправок, гораздо богаче, чем просто потенциал ϕ^4 , имеющий форму мексиканской шляпы, с некоторыми неперенормируемыми взаимодействиями. В ряде работ было показано, что можно получить электрослабый фазовый переход умеренно первого рода даже для достаточно больших масс хиггсовского бозона [54] (см. также работу [55]). Это позволяет объяснить возникновение асимметрии между матерней и антиматерней с помощью электрослабого бариогенеза.

5. Пятимерные бесхиггсовские модели

Основная идея, на которой основаны бесхиггсовские теории, состоит в том [24, 25], что компонента импульса частицы вдоль дополнительного измерения эквивалентна массе в четырех измерениях, поэтому можно ввести массу частицы, просто сообщив ей импульс вдоль некоторого дополнительного измерения. Подобно тому, как это происходит в квантовой механике, ненулевой импульс вдоль компактного направления может возникать в результате наложения нетривиальных граничных условий. Поэтому задача сводится к тому, чтобы найти геометрию дополнительного измерения и подобрать подходящие граничные условия, чтобы воспроизвести спектр частиц в СМ. Краткое введение в бесхиггсовские модели можно найти в работах [56–58]. Более основательный обзор, который в значительной степени перекрывается с настоящей работой, можно найти в [59].

В предыдущем разделе мы обсудили пятимерные модели, в которых часть калибровочной группы была нарушена с помощью орбифолдной компактификации, т.е. некоторыми граничными условиями⁸. Это позволяет надеяться, что нарушения электрослабой симметрии удастся добиться непосредственно с помощью граничных условий. Прежде чем перейти к подробному рассмотрению этих сценариев, разберемся в том, какие принципы мешают построению реалистичной модели [47].

Редукция ранга. При обычной (абелевой) орбифолдной компактификации нельзя уменьшить ранг калибровочной группы, если только орбифолдная проекция не соответствует какому-либо внешнему автоморфизму калибровочной симметрии. Для данной алгебры число автоморфизмов ограничено, и, в частности, оказывается невозможным нарушить $SU(2) \times U(1)$ до $U(1)$. Поэтому приходится рассматривать более общие граничные условия, чем те, которые получаются с помощью орбифолдной проекции.

Нерациональные значения отношений масс. При обычных КК-компактификациях спектр частиц определяется геометрией дополнительных измерений, и массовая щель между двумя КК-состояниями равна произведению некоторого целого числа на обратный размер дополнительного измерения. Поэтому, очевидно, нетривиальна задача получения отношения масс W - и Z -бозонов, которые связаны с константами калибровочных взаимодействий.

⁸ Полезно отметить различие между моделями с объединением калибровочного и хиггсовского секторов и бесхиггсовскими моделями: в первых некоторая достаточно большая калибровочная группа G нарушается до группы $SU(2) \times U(1)$ с помощью орбифолдного/граничного условия, в то время как само нарушение электрослабой симметрии происходит за счет механизма Хиггса, причем хиггсовский бозон является некоторой безмассовой компонентой калибровочной группы G вдоль дополнительных измерений; орбифолдная проекция тщательно выбирается так, чтобы безмассовая мода, содержащаяся в поле A_5 , оставалась безмассовой. В противоположность этому в бесхиггсовских моделях граничные условия выбираются так, чтобы никаких компонент поля A_5 не осталось в физическом спектре (от безмассовых компонент избавляются выбором граничных условий, а массивные компоненты "съедаются" калибровочными бозонами и проявляются как их продольные поляризации).

2*

Восстановление унитарности. В разделе 2.2.1 мы показали, что хиггсовский бозон необходим для восстановления пертурбативной унитарности в амплитуде рассеяния продольных компонент массивных калибровочных бозонов. Поэтому возникает вопрос, дает ли нарушение калибровочных симметрий с помощью граничных условий в пятимерных теориях, которые мы хотим рассматривать, самосогласованную теорию? Другими словами, окажется ли импульс вдоль дополнительного измерения "безопаснее", чем обычная четырехмерная масса калибровочного бозона? Чтобы проверить, что такое нарушение действительно является мягким, нужно изучить вопрос об унитарности амплитуд рассеяния в пятимерных теориях, компактифицированных на интервале, с нетривиальными граничными условиями. Мы получим общее выражение для амплитуды упругого рассеяния продольных калибровочных бозонов и выпишем необходимые условия для сокращения членов, растущих с увеличением энергии. Мы обнаружим, что все самосогласованные граничные условия удовлетворяют условию унитарности в том смысле, что все члены, пропорциональные E^4 и E^2 , равняются нулю. Фактически, любая теория, в которой накладываются только граничные условия Дирихле или только граничные условия Неймана, является унитарной. Удивительно, но это позволяет включить в рассмотрение теории, в которых граничные условия возникают из-за очень большого вакуумного среднего хиггсовского поля. В этом пределе при низких энергиях не остается ни одной скалярной степени свободы, отсюда название — бесхиггсовские теории.

В этом разделе не будут затронуты такие аспекты бесхиггсовских теорий, как, например, построение четырехмерных моделей с помощью деконструкции, построение шестимерных моделей, а также приложения этих моделей к нарушению теорий ВО. Мы отсылаем читателя к существующей литературе по этой теме [60, 61]. В бесхиггсовских моделях обычно рассматриваются только секторы, в которых нарушается электрослабая симметрия. Однако они должны быть в конце концов вложены в некоторые теории Великого объединения, и $L-R$ -структуре, по-видимому, указывает на то, что модели с группой $SO(10)$ или модели Пати–Салама приемлемы для этих целей [62].

5.1. Нарушение калибровочной симметрии граничными условиями

5.1.1. Граничные условия для скалярного поля. Начнем с действия для скалярного поля в объеме вне бран

$$\mathcal{S}_{\text{bulk}} = \int d^4x \int_0^{\pi R} dy \left(\frac{1}{2} \partial^M \phi \partial_M \phi - V(\phi) \right), \quad (82)$$

где выбран интервал от 0 до πR . Для простоты предположим сначала, что никакого члена на границах дополнительного измерения не добавляется. Применяя вариационный принцип к этой теории, получим

$$\delta \mathcal{S} = \int d^4x \int_0^{\pi R} dy \left(\partial^M \phi \partial_M \delta \phi - \frac{\partial V}{\partial \phi} \delta \phi \right). \quad (83)$$

Отщепляя обычные четырехмерные координаты от пятой (и интегрируя по частям по обычным координатам, полагая при этом, что поля достаточно быстро

убывают на больших расстояниях в нашем четырехмерном пространстве), получим

$$\delta S = \int d^4x \int_0^{\pi R} dy \left[-\partial_\mu \partial^\mu \phi \delta\phi - \frac{\partial V}{\partial \phi} \delta\phi - \partial_y \phi \partial_y \delta\phi \right]. \quad (84)$$

Поскольку граничные условия еще не фиксированы, мы удержим граничный член, получающийся при интегрировании по частям по пятой координате y :

$$\delta S = \int d^4x \int_0^{\pi R} dy \left[-\partial_M \partial^M \phi - \frac{\partial V}{\partial \phi} \right] \delta\phi - \int d^4x [\partial_y \phi \delta\phi]_0^{\pi R}. \quad (85)$$

Согласно вариационному принципу, необходимо удовлетворить условию $\delta S = 0$, но, поскольку вариация действия состоит из объемного и граничного членов, следует потребовать выполнения следующих условий.

- Поле ϕ должно удовлетворять обычному уравнению поля в объеме вне бран $\partial_M \partial^M \phi = -\partial V / \partial \phi$.

- Вариация на границах дополнительного измерения также должна обращаться в нуль. Это значит, что необходимо выбрать такие граничные условия, чтобы

$$\partial_y \phi \delta\phi|_{bd} = 0. \quad (86)$$

Будем называть граничное условие *естественным*, если оно допускает произвольные значения вариации поля на границе $\delta\phi|_{bd}$. В рассматриваемом случае естественное граничное условие имеет вид $\partial_y \phi = 0$, т.е. представляет собой плоское граничное условие или условие Неймана. Но на данном этапе это не единственная возможность: условию (86) можно удовлетворить, полагая $\delta\phi|_{bd} = 0$, что вытекает из граничных условий Дирихле $\phi|_{bd} = 0$. Поэтому мы получаем два возможных типа граничных условий для скалярного поля на интервале без граничных членов:

- граничные условия Неймана $\partial_y \phi|_{bd} = 0$,
- граничные условия Дирихле $\phi|_{bd} = 0$.

Однако нам хотелось бы разрешить только естественные граничные условия в теории, поскольку только они не ведут к яльному (жесткому) нарушению симметрии при введении более сложных, например калибровочных полей. Чтобы допустить граничные условия Дирихле, необходимо интерпретировать их как естественные граничные условия в некоторой теории с дополнительными граничными членами в лагранжиане. Простейшая возможность состоит в том, чтобы модифицировать лагранжиан, добавляя к нему *массовый член*,

$$S = S_{\text{bulk}} - \int d^4x \frac{1}{2} M_1^2 \phi^2|_{y=0} - \int d^4x \frac{1}{2} M_2^2 \phi^2|_{y=\pi R}. \quad (87)$$

Это приводит к дополнительному вкладу в вариацию действия на границе, которая становится равной

$$\begin{aligned} \delta S_{\text{bd}} = & - \int d^4x \delta\phi (\partial_y \phi + M_2^2 \phi)|_{y=\pi R} + \\ & + \int d^4x \delta\phi (\partial_y \phi - M_1^2 \phi)|_{y=0}. \end{aligned} \quad (88)$$

Тогда естественные граничные условия принимают вид

$$\begin{aligned} \partial_y \phi + M_2^2 \phi &= 0 \quad \text{при } y = \pi R, \\ \partial_y \phi - M_1^2 \phi &= 0 \quad \text{при } y = 0. \end{aligned} \quad (89)$$

Из этих выражений видно, что в пределе $M_i \rightarrow \infty$ восстанавливаются граничные условия Дирихле. Ниже мы всегда будем понимать граничные условия Дирихле именно таким образом: мы будем интерпретировать такие теории как теории с дополнительными бесконечно большими массовыми членами, индуцированными на границе.

Теперь посмотрим, что произойдет, если добавить *кинетический член* для поля ϕ на границе. Для простоты положим массовые параметры равными нулю на бранах и возьмем действие в виде

$$S = S_{\text{bulk}} + \int d^4x \frac{1}{2M} \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi|_{y=0}. \quad (90)$$

Заметим, что граничный член следует добавлять с вполне определенным знаком; тем самым, мы предполагаем, что произвольный массовый параметр M положителен. Это делается в соответствии с тем, что кинетические члены должны быть положительными, если мы хотим избежать появления духовых состояний. Для простоты мы добавили кинетический член для поля ϕ только на одной из бран; конечно, можно повторить весь последующий анализ для второй браны. Вариация действия в граничной точке $y = 0$ изменяется и становится равной

$$\delta S_{y=0} = \int d^4x \delta\phi \left(\partial_y \phi - \frac{1}{M} \square_4 \phi \right)|_{y=0}. \quad (91)$$

Теперь естественные граничные условия принимают вид

$$\partial_y \phi = \frac{1}{M} \square_4 \phi. \quad (92)$$

Используя уравнения движения для поля в объеме вне бран (в отсутствие объемного потенциального члена), $\square_5 \phi = \square_4 \phi - \phi'' = 0$, можно записать это граничное условие как $M\phi' = \phi''$. Окончательный вид граничного условия получается после КК-разложения поля ϕ , при котором, как обычно, предполагается, что четырехмерные моды ϕ_n зависят только от координаты x , т.е. $\phi_n \exp(ip_n x)$, где $p_n^2 = m_n^2$ — n -е КК массовое собственное значение. Используя это разложение, получаем граничное условие в виде

$$\partial_y \phi = \frac{1}{M} \square_4 \phi = -\frac{p_n^2}{M} \phi = -\frac{m_n^2}{M} \phi. \quad (93)$$

В любой из приведенных выше форм граничное условие выглядит весьма специфично: в последней форме оно зависит от массового собственного значения, а в предыдущей форме содержит вторые производные. Это может оказаться неприемлемым, поскольку из теории дифференциальных уравнений известно, что обычно только граничные условия, содержащие лишь первые производные, автоматически приводят к эрмитовому дифференциальному оператору на интервале. Причина этого проста и состоит в том, что оператор второй производной d^2/dy^2 эрмитов, только если скалярное произведение

$$\langle f, g \rangle = \int_0^{\pi R} dy f^*(y) g(y) \quad (94)$$

удовлетворяет соотношению

$$\left\langle f, \frac{d^2}{dy^2} g \right\rangle = \left\langle \frac{d^2}{dy^2} f, g \right\rangle, \quad (95)$$

которое действительно выполняется, если функции f и g имеют граничные условия вида

$$f'|_{0,\pi R} = \alpha f|_{0,\pi R}. \quad (96)$$

Из эрмитовости скалярного произведения следуют обычные свойства действительности собственных значений и полноты собственных функций. В случае граничных условий вида (93) скалярное произведение нуждается в модификации, состоящей в добавлении к нему граничного члена, для того чтобы оно осталось эрмитовым:

$$\langle f, g \rangle = \int_0^{\pi R} dy f(y)g(y) + \frac{1}{M} fg|_0. \quad (97)$$

В частности, свойство полноты собственных функций в этом случае принимает вид

$$\sum_n g_n(x)g_n(y) = \delta(x - y) - \frac{1}{M} \delta(x) \sum_n g_n(0)g_n(y). \quad (98)$$

5.1.2. Граничные условия для калибровочного поля. То же самое упражнение можно повторить [47] для частицы со спином 1⁹. В этом случае необходимо быть осторожнее и зафиксировать калибровку, чтобы обращаться с калибровочными степенями свободы корректным образом. Пятимерное калибровочное поле A_M содержит четырехмерное калибровочное поле A_μ и четырехмерный скаляр A_5 . Четырехмерный вектор содержит целую "башню" КК-состояний массивных калибровочных бозонов, а КК-башня для скалярного поля A_5 , как мы увидим ниже, "съедается" этими массивными калибровочными бозонами, а потому (за исключением возможных нулевых мод) является нефизической. То, что эти моды действительно становятся продольными компонентами калибровочных бозонов, можно понять уже из того, что лагранжиан содержит член, смешивающий калибровочные поля со скаляром, что напоминает обычный четырехмерный хиггсовский механизм. Лагранжиан имеет стандартный вид

$$\begin{aligned} \mathcal{S} &= \int d^5x \left(-\frac{1}{4} F_{MN}^a F^{MN}{}^a \right) = \\ &= \int d^5x \left(-\frac{1}{4} F_{\mu\nu}^a F^{\mu\nu}{}^a - \frac{1}{2} F_{\mu 5}^a F^{\mu 5}{}^a \right), \end{aligned} \quad (99)$$

где напряженности калибровочных полей даются обычным выражением $F_{MN}^a = \partial_M A_N^a - \partial_N A_M^a + g_5 f^{abc} A_M^b A_N^c$, а g_5 — калибровочная константа с массовой размерностью $-1/2$. Теория неперенормируема, поэтому она должна рассматриваться как некоторая низкоэнергетическая теория, справедливая при энергиях, меньших некоторого масштаба обрезания, который мы вычислим позже.

Чтобы определить член, фиксирующий калибровку, рассмотрим слагаемое, смешивающее четырехмерные скалярное и калибровочное поля:

$$\int d^5x \left(-\frac{1}{2} F_{\mu 5}^a F^{\mu 5}{}^a \right) = \int d^5x \partial_5 A_\mu^a \partial^\mu A^5{}_a + \dots \quad (100)$$

⁹ Читатель, интересующийся граничными условиями для поля со спином 2, может обратиться к работам [63]. В разделе 5.5.1 мы объясним, как можно получить граничные условия для частиц со спином 1/2.

Интегрируя смешивающий член по частям, можно привести его к виду

$$[\partial_\mu A^{\mu a} A_5^a]_0^{\pi R} - \int_0^{\pi R} dy \partial^\mu A_\mu^a \partial_5 A_5^a. \quad (101)$$

Поэтому *объемное* смешивание можно сократить, если добавить фиксирующий калибровку член вида

$$\mathcal{S}_{GF}^{\text{bulk}} = \int d^5x \left(-\frac{1}{2\xi} (\partial_\mu A^{\mu a} - \xi \partial_5 A_5^a)^2 \right). \quad (102)$$

Этот член выбирается так, чтобы слагаемые, не содержащие поля A_5 , были согласованы с обычными членами, фиксирующими калибровку Лоренца, а также, чтобы перекрестный член в точности сокращал смешивающее слагаемое из (101). Поэтому в R_ξ -калибровке, определенной выше, пропагатор для четырехмерных калибровочных полей имеет стандартный вид.

Варьируя теперь полное действие, получим уравнения движения в объеме вне бран и возможные граничные условия. После интегрирования по частям получаем, что вариация $\delta S_{\text{bulk}} + \delta S_{GF}^{\text{bulk}}$ на квадратичном уровне по полям равна

$$\begin{aligned} \int d^5x \left[\left(\partial_\mu (\partial^\mu A^v{}_a - \partial^v A^{\mu a}) - \partial_5^2 A^v{}_a + \frac{1}{\xi} \partial^v \partial_\sigma A^{\sigma a} \right) \delta A_v^a - \right. \\ \left. - (\partial_\sigma \partial^\sigma A_5^a - \xi \partial_5^2 A_5^a) \delta A_5^a \right]. \end{aligned} \quad (103)$$

Уравнения движения в объеме вне бран получатся, если в этом выражении коэффициенты при δA_v^a и δA_5^a приравнять нулю. Видно, что в уравнении движения для поля A_5^a имеется член $\xi \partial_5^2 A_5^a$. Это означает, что поле A_5 является нефизическими, так как в унитарной калибровке $\xi \rightarrow \infty$ оно приобретает бесконечную эффективную четырехмерную массу и отщепляется. Исключение составляет тот случай, когда волновая функция A_5 является плоской в дополнительном измерении (т.е. соответствующая КК-мода безмассова). Это говорит о том, что из-за пятимерного механизма Хиггса, как было упомянуто выше, скалярная КК-башня для поля A_5^a является полностью нефизическими за возможным исключением нулевой моды для A_5^a . Присутствует или нет нулевая мода зависит от граничных условий для поля A_5 . В бесхиггсовских моделях нулевые моды в КК-разложении поля A_5 отсутствуют.

Чтобы устраниТЬ граничный смешивающий член в формуле (101), необходимо также добавить фиксирующий калибровку член на границе, причем коэффициент ζ_{bd} при нем, вообще говоря, не связан с коэффициентом ξ :

$$\mathcal{S}_{GF}^{\text{bd}} = -\frac{1}{2\xi_{bd}} \int d^4x (\partial_\mu A^{\mu a} \pm \zeta_{bd} A_5^a)^2|_{0,\pi R}, \quad (104)$$

где знак "−" берется для точки $y = 0$, а знак "+" выбирается для $y = \pi R$. Тогда вариации действия на границе имеют вид

$$\begin{aligned} \left(\pm \partial_5 A^{\mu a} + \frac{1}{\zeta_{bd}} \partial^\mu \partial_5 A^{\mu a} \right) \delta A_\mu^a|_{0,\pi R} - \\ - (\pm \zeta \partial_5 A_5^a + \zeta_{bd} A_5^a) \delta A_5^a|_{0,\pi R}. \end{aligned}$$

Естественные граничные условия в произвольной калибровке ξ, ξ_{bd} выглядят как

$$\partial_5 A^{\mu a} \pm \frac{1}{\xi_{bd}} \partial_\nu \partial^\mu A^{\nu a} = 0, \quad \xi \partial_5 A_5^a \pm \xi_{bd} A_5^a = 0. \quad (105)$$

Значительного упрощения этих выражений можно добиться, переходя в унитарную калибровку на границе, т.е. переходя к пределу $\xi_{bd} \rightarrow \infty$. В этом случае остается простой набор граничных условий

$$\partial_5 A^{\mu a} = 0, \quad A_5^a = 0. \quad (106)$$

Это стандартные граничные условия, которые накладываются на калибровочные поля в отсутствие каких-либо граничных членов. Заметим, что мы снова могли бы выбрать какие-нибудь неестественные граничные условия, в которых вместо требования произвольности вариации поля на границе накладывается условие исчезновения самой вариации на границе (и поэтому некоторые поля также равняются нулю на границе). Оказывается, что такие граничные условия приводят к жесткому (явному) нарушению калибровочной инвариантности, поэтому в дальнейшем мы не будем их рассматривать. Ниже мы увидим, как необходимо модифицировать полученные простые граничные условия при добавлении скалярных полей на бранах.

5.1.3. Механизм Хигтса на границе: предел отщепления скаляра.

Рассмотрим случай, когда на границе добавлены скалярные поля, приобретающие ненулевые вакуумные средние [23, 47, 64, 65]. Вместо того, чтобы повторять полный и общий анализ (который можно найти в работе [65]), рассмотрим конкретный пример. Изучим (рис. 10) теорию с калибровочной группой $SU(2)$ и неймановскими граничными условиями для компонент A_μ на обоих концах интервала. Будем также предполагать, что в точке $y = \pi R$ калибровочная группа $SU(2)$ полностью нарушается вакуумным средним хиггсовского дублета. Как и в случае со скалярным полем,

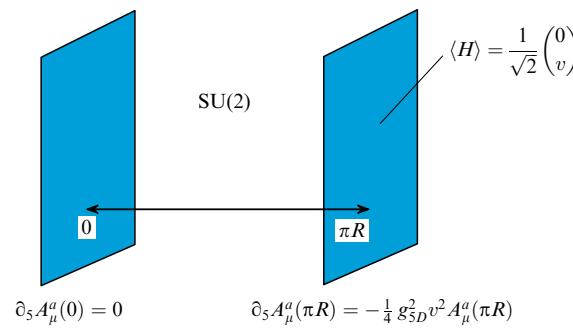


Рис. 10. Пример механизма Хигтса, локализованного на границе. При конечном вакуумном значении хиггсовского поля получаем смешанные граничные условия, которые в пределе бесконечного вакуумного значения переходят просто в граничные условия Дирихле: все калибровочные бозоны, которые взаимодействуют с хиггсовским бозоном, имеют волновые функции, равные нулю в точке локализации хиггсовского бозона. В этом пределе в низкоэнергетическом спектре отсутствуют скалярные степени свободы и калибровочная симметрия оказывается полностью нарушенной за счет граничных условий; масса самого легкого КК-состояния обратно пропорциональна размеру дополнительных измерений.

массовый член на границе, генерируемый хиггсовским вакуумным средним, индуцирует смешанные граничные условия вида

$$\partial_5 A_\mu^a(\pi R) = -\frac{1}{4} g_{5D}^2 v^2 A_\mu^a(\pi R). \quad (107)$$

Канонически нормированные ($\int_0^{\pi R} f_k^2(y) = 1$) КК-моды даются разложением

$$A_\mu^a(x, y) = \sum_{k=1}^{\infty} f_k(y) A_\mu^{(k)}(x), \quad (108)$$

где

$$f_k(y) = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{\pi R(1 + 16M_k^2/(g_{5D}^4 v^4)) + 4/(g_{5D}^2 v^2)}} \frac{\cos(M_k y)}{\sin(M_k \pi R)}. \quad (109)$$

Граничные условия в начале координат, т.е. в точке $y = 0$, удовлетворяются тривиально, а условие в точке $y = \pi R$ определяет массовый спектр КК-состояний с помощью уравнения

$$M_k \tan(M_k \pi R) = \frac{1}{4} g_{5D}^2 v^2. \quad (110)$$

В пределе большого вакуумного значения получаем, что волновые функции в точке $y = \pi R$ стремятся к нулю как $1/v^2$:

$$f_k(\pi R) \sim 2 \sqrt{\frac{2}{\pi R}} \frac{2k+1}{g_{5D}^2 R v^2}, \quad (111)$$

а массы КК-состояний как

$$M_k \sim \frac{2k+1}{2R} \left(1 - \frac{4}{g_{5D}^2 \pi R v^2}\right). \quad (112)$$

Этот предел в точности соответствует граничным условиям Дирихле: в пределе большого вакуумного значения волновые функции калибровочных бозонов, взаимодействующих с хиггсовским бозоном, становятся равными нулю. Можно также проверить, что в этом пределе поле A_5 в действительности подчиняется граничным условиям Неймана. В нашем примере из-за граничных условий Дирихле в точке $y = 0$ нет безмассовых физических мод для A_5 , а массивные возбуждения "сыдаются" и становятся продольными поляризациями для массивного поля A_μ . В отличие от четырехмерного случая, массы калибровочных бозонов не пропорциональны вакуумному среднему хиггсовскому полю, что позволяет отщепить хиггсовскую степень свободы из низкоэнергетического действия.

5.2. Восстановление унитарности с помощью КК-мод. Правила сумм в бесхиггсовских теориях

Наша основная задача состоит в построении бесхиггсовской модели нарушения электрослабой симметрии с использованием граничных условий в дополнительных измерениях. Однако в теориях с массивными калибровочными бозонами в отсутствие хиггсовского скаляра имеется проблема: амплитуда рассеяния продольных калибровочных бозонов растет при увеличении энергии и нарушает унитарность [11–13] (см. раздел 2.2.1). В

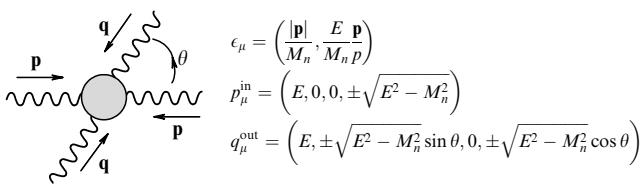


Рис. 11. Упругое рассеяние продольных компонент калибровочных КК-бозонов, $n + n \rightarrow n + n$, со следующей структурой калибровочных индексов: $a + b \rightarrow c + d$. Зависимость от энергии E можно оценить, исходя из того, что $\epsilon \sim E$, $p_\mu \sim E$, а пропагатор $\sim E^{-2}$.

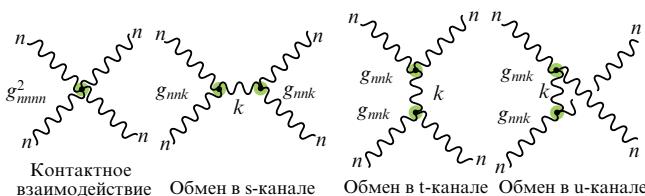


Рис. 12. Четыре диаграммы, дающие на древесном уровне вклад в амплитуду упругого рассеяния n -й КК-моды.

первую очередь хотелось бы понять, что происходит с унитарным пределом¹⁰ в теориях с дополнительными измерениями [24, 67–69]. Для простоты рассмотрим упругое рассеяние продольных мод n -го КК-воздушения (рис. 11). Зависимость амплитуды рассеяния от энергии E можно оценить следующим образом: $\epsilon \sim E$, $p_\mu \sim E$, а пропагатор $\sim E^{-2}$. Отсюда находим, что амплитуда может расти как E^4 , а при $E \gg M_W$ можно разложить выражение для нее по степеням E как

$$\mathcal{A} = \mathcal{A}^{(4)} \frac{E^4}{M_n^4} + \mathcal{A}^{(2)} \frac{E^2}{M_n^2} + \mathcal{A}^{(0)} + \mathcal{O}\left(\frac{M_n^2}{E^2}\right). \quad (113)$$

В СМ (как и в любой другой теории, в которой кинетические члены образованы калибровочно-инвариантной комбинацией $F_{\mu\nu}^2$) член с $\mathcal{A}^{(4)}$ равен нулю автоматически, а $\mathcal{A}^{(2)}$ сокращается только после учета диаграмм с обменом хиггсовским бозоном.

В теории с дополнительными измерениями, в которых калибровочная симметрия нарушается с помощью граничных условий, диаграммы с обменом хиггсовским бозоном отсутствуют, однако необходимо просуммировать диаграммы, приведенные на рис. 12, с обменом всеми КК-модами. В результате находим следующие выражения для растущих с энергией слагаемых, входящих в амплитуду рассеяния:

$$\mathcal{A}^{(4)} = i \left(g_{nnn}^2 - \sum_k g_{nnk}^2 \right) a^{(4)}(\theta), \quad (114)$$

где

$$a^{(4)}(\theta) = f^{abe} f^{cde} (3 + 6 \cos \theta - \cos^2 \theta) + \\ + 2(3 - \cos^2 \theta) f^{ace} f^{bde}. \quad (115)$$

Чтобы сделать член $\mathcal{A}^{(4)}$ равным нулю, достаточно потребовать выполнения следующего правила сумм

¹⁰ Существуют отдельные вопросы, связанные с унитарностью, в случае теории с фермионами (см. работу [66]).

между константами взаимодействия различных КК-мод [24]:

$$E^4 \text{ правило сумм: } g_{nnn}^2 = \sum_k g_{nnk}^2. \quad (116)$$

Полагая $\mathcal{A}^{(4)} = 0$, получаем

$$\mathcal{A}^{(2)} = \frac{i}{M_n^2} \left(4g_{nnn} M_n^2 - 3 \sum_k g_{nnk}^2 M_k^2 \right) a^{(2)}(\theta), \quad (117)$$

где

$$a^{(2)}(\theta) = f^{ace} f^{bde} - \sin^2 \frac{\theta}{2} f^{abe} f^{cde}, \quad (118)$$

g_{nnn}^2 — константа самодействия n -го массивного калибровочного поля, а g_{nnk} — константа кубичного взаимодействия между КК-модами. В теориях с дополнительными измерениями эти константы связаны с волновыми функциями в дополнительных измерениях $f_n(y)$ для различных мод соотношениями

$$g_{nnk} = g_5 \int dy f_m(y) f_n(y) f_k(y), \quad (119)$$

$$g_{nnkl}^2 = g_5^2 \int dy f_m(y) f_n(y) f_k(y) f_l(y). \quad (120)$$

Самое главное в амплитудах (114)–(117) то, что они зависят только от общего кинематического фактора, умноженного на некоторое выражение из констант взаимодействия (в этом смысле динамика и кинематика факторизуются). Предполагая, что соотношение (116) удовлетворяется, можно найти правило сумм, которое гарантирует, что член $\mathcal{A}^{(2)}$ равен нулю [24]:

$$E^2 \text{ правило сумм: } g_{nnn} M_n^2 = \frac{3}{4} \sum_k g_{nnk}^2 M_k^2. \quad (121)$$

Поразительным образом оказывается, что калибровочная инвариантность теории в высших размерностях гарантирует, что эти правила сумм выполняются при условии, что нарушение симметрии происходит спонтанно. Например, нетрудно показать выполнение первого правила сумм:

$$\int_0^{\pi R} dy f_n^4(y) = \sum_k \int_0^{\pi R} dy \int_0^{\pi R} dz f_n^2(y) f_n^2(z) f_k(y) f_k(z), \quad (122)$$

и, используя соотношение полноты волновых функций

$$\sum_k f_k(y) f_k(z) = \delta(y - z), \quad (123)$$

легко видеть, что обе части уравнения (122) согласуются. Подобным образом можно показать [24], что второе правило сумм также выполняется, если наложены естественные граничные условия и все члены в лагранжиане (включая граничные слагаемые) калибровочно-инвариантны. Рассмотрим частный случай механизма Хиггса, локализованного на границе: для конечного вакуумного среднего хиггсовского поля сокращение E^2 -членов требует обмена хиггсовской скалярной степенью свободы, локализованной на бране, однако в пределе бесконечного вакуумного среднего вклад с обменом хиггсовским бозоном в амплитуду рассеяния сокращается, и в результате остаются простые граничные условия Дирихле, для которых амплитуды рассеяния

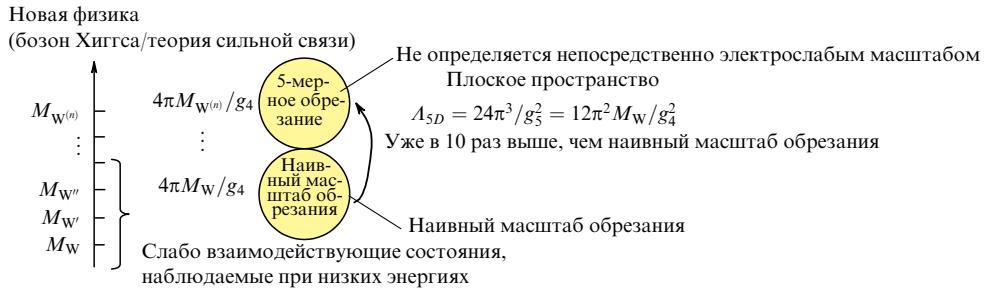


Рис. 13. Амплитуда рассеяния продольных компонент самого легкого массивного калибровочного КК-бозона наивно становится непертурбативной при энергии порядка $4\pi M_W/g_4$. Однако прежде чем этот масштаб энергий будет достигнут, обмен КК-возбуждениями начинает сокращать амплитуду рассеяния. Это повторяется до тех пор, пока не будет достигнуто самое тяжелое КК-состояние с массой меньше пятимерного обрезания, для которого не существует более тяжелых возбуждений, которые могли бы сгладить поведение его амплитуды рассеяния. Поэтому нарушение пертурбативной унитарности происходит на масштабе энергий, не связанном напрямую с массой легчайших массивных калибровочных бозонов. Детальный анализ [68] неупругих каналов подтверждает, что пертурбативная унитарность действительно нарушается при энергиях, связанных с масштабом обрезания пятимерной теории.

удовлетворяют требованию унитарности из-за обмена КК-возбуждениями со спином 1.

Здесь следует отметить, что этим двум правилам сумм невозможно удовлетворить с помощью конечного числа КК-мод. Это утверждение находится в полном согласии с теоремой Корнуола и др. [12], согласно которой единственный способ восстановления пертурбативной унитарности в рассеянии частиц со спином 1 состоит в учете амплитуд с обменом скалярным хиггсовским бозоном. Наша пятимерная теория в любом случае неперенормируема, поэтому она верна лишь до определенного масштаба обрезания. В действительности наши результаты показывают, что за счет обмена калибровочными КК-бозонами масштаб нарушения пертурбативной унитарности можно увеличить от энергетической шкалы порядка массы самого легкого КК-состояния до масштаба обрезания пятимерной теории, который по порядку величины равен массе самого тяжелого КК-состояния (рис. 13).

Из предыдущего анализа видно, что в любой калибровочно-инвариантной теории с дополнительными измерениями растущие с ростом энергии члены в амплитуде рассеяния сокращаются. Однако это еще не означает, что теория автоматически унитарна сама по себе. Причина состоит в том, что есть еще две дополнительные сложности: даже если $\mathcal{A}^{(4)}$ и $\mathcal{A}^{(2)}$ равны нулю, величина $\mathcal{A}^{(0)}$ все же может быть слишком большой и тем самым нарушать унитарность. Именно это и происходит в СМ, если масса хиггсовского бозона слишком велика. В случае теорий с дополнительными измерениями это означало бы, что дополнительные КК-моды заставляют амплитуды рассеяния стремиться к постоянному, не зависящему от энергии значению. Но если сами КК-моды очень тяжелые, то при слишком больших энергиях, когда унитарность уже нарушена, амплитуда стремится к константе. Другая проблема состоит в том, что в теориях с дополнительными измерениями существует бесконечно много КК-состояний, поэтому с ростом энергии рассеивающихся частиц необходимо учитывать не только канал упругого рассеяния, но и неупругие каналы, число которых также растет при увеличении энергии. Полный анализ, который учитывает оба этих эффекта, был проведен в работе [68], где было показано, что если учесть открытые неупругие каналы, то с ростом энергии амплитуда рассеяния растет

линейно, а потому всегда нарушает унитарность на некоторой шкале. Этот вывод есть следствие неперенормируемости, которая характерна для теорий в высших размерностях.

В работе [68] было показано, что из-за линейного роста амплитуды рассеяния масштаб нарушения унитарности равен (с точностью до численного коэффициента порядка 2–4) масштабу обрезания пятимерной теории, полученному из наивного размерного анализа (NDA). Этот масштаб обрезания можно оценить следующим образом. В пятимерной теории однопетлевая амплитуда пропорциональна пятимерному петлевому фактору

$$\frac{g_5^2}{24\pi^3}. \quad (124)$$

Используя этот петлевой множитель, можно построить безразмерную величину

$$\frac{g_5^2 E}{24\pi^3}, \quad (125)$$

где E — энергия рассеяния. Масштаб обрезания можно получить, вычислив энергию, при которой петлевой фактор становится порядка единицы (т.е. вычислив энергетический масштаб, на котором петлевой и древесный вклады становятся сравнимыми по величине). Отсюда получаем

$$\Lambda_{\text{NDA}} = \frac{24\pi^3}{g_5^2}. \quad (126)$$

Можно выразить этот масштаб через четырехмерную калибровочную константу, используя условие сшивки калибровочных констант пятимерной и четырехмерной теорий. В простейших случаях подобное условие сшивки имеет вид

$$g_5^2 = \pi R g_4^2, \quad (127)$$

где πR — размер дополнительного измерения, а g_4 — эффективная калибровочная константа в четырехмерной теории. Окончательное выражение для масштаба обрезания принимает вид

$$\Lambda_{\text{NDA}} = \frac{24\pi^2}{g_4^2 R}. \quad (128)$$

Ниже мы увидим, что в бесхиггсовских моделях множитель $1/R$ заменяется на M_W^2/M_{KK} , где M_W — физическая масса W-бозона, а M_{KK} — масса самого легкого КК-воздушения, следующего за W-бозоном. Поэтому масштаб обрезания действительно будет меньше, если масса КК-моды, которая требуется для восстановления унитарности, будет больше. Однако величина Λ_{NDA} могла бы быть значительно больше масштаба обрезания в СМ без хиггсовского бозона, который по порядку величины равен 1,2 ТэВ. Мы вернемся к более подробному обсуждению величины Λ_{NDA} в бесхиггсовских моделях в конце этого раздела.

5.3. Простые модели

Итак, мы убедились в том, что можно использовать калибровочные КК-бозоны, чтобы увеличить масштаб нарушения унитарности вплоть до масштаба обрезания калибровочной теории в высших размерностях; теперь постараемся найти какую-нибудь модель, удовлетворяющую этим свойствам и похожую на СМ. Теория, которую мы хотим построить, должна содержать безмассовый фотон, массивный заряженный калибровочный бозон, который отождествляется с W-бозоном, и несколько более тяжелый нейтральный калибровочный бозон, который отождествляется с Z-бозоном. Самое главное, мы должны получить правильное отношение масс (на древесном уровне)

$$\frac{M_W^2}{M_Z^2} = \cos^2 \theta_W = \frac{g^2}{g^2 + g'^2}, \quad (129)$$

где g — калибровочная константа группы $SU(2)_L$, а g' — калибровочная константа группы $U(1)_Y$. Чтобы добиться этого, хотелось бы использовать граничные условия. Как уже было упомянуто во введении, на первый взгляд это представляется очень сложной проблемой, поскольку требуется найти теорию, в которой массы КК-мод связаны с калибровочными константами. В обычном случае массы КК-состояний равны целому или полуцелому числу обратных радиусов компактификации $1/R$.

5.3.1. На пути к бесхиггсовской модели. Если в качестве примера рассмотреть очень простую модель с калибровочной группой $SU(2)$ в объеме вне бран (рис. 14), то можно наложить следующие граничные условия для разных калибровочных направлений:

$$\partial_y A_\mu^3 = 0 \quad \text{при } y = 0, \pi R, \quad (130)$$

$$\partial_y A_\mu^{1,2} = 0 \quad \text{при } y = 0, \quad A_\mu^{1,2} = 0 \quad \text{при } y = \pi R. \quad (131)$$

Решая уравнения движения в объеме вне бран и накладывая граничные условия, можно получить КК-разложения

$$A_\mu^1(x, y) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{\pi R}} \sin \frac{(2k+1)y}{2R} \left(W_\mu^{+(k)}(x) + W_\mu^{-(k)}(x) \right), \quad (132)$$

$$A_\mu^2(x, y) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{\pi R}} \sin \frac{(2k+1)y}{2R} \left(W_\mu^{+(k)}(x) - W_\mu^{-(k)}(x) \right), \quad (133)$$

$$A_\mu^3(x, y) = \sum_{k=0}^{\infty} \sqrt{\frac{2}{2^{\delta_{k0}} \pi R}} \cos \frac{ky}{R} \gamma_\mu^{(k)}(x). \quad (134)$$

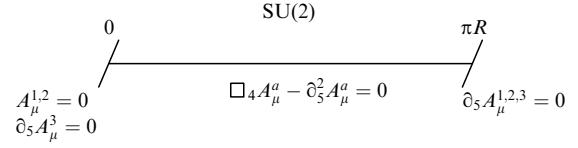


Рис. 14. Пример нарушения калибровочной группы $SU(2)$ до $U(1)$, которое достигается за счет граничных условий. Спектр состоит из безмассовых калибровочных бозонов и их КК-воздушений, двух электрически заряженных массивных калибровочных бозонов и их КК-воздушений. Легко видеть, что спектр напоминает спектр СМ с безмассовым фотоном, парой массивных W^\pm , а первое КК-возджение можно рассматривать как Z-бозон. Эта модель еще очень далека от реальности (неправильное отношение масс W- и Z-бозонов, слишком легкие резонансы), но она хорошо иллюстрирует основную идею того, как массы W- и Z-бозонов появляются как следствие граничных условий, а не с помощью механизма Хиггса.

Полученный спектр несколько напоминает спектр СМ в том смысле, что в нем содержится безмассовый калибровочный бозон, который можно отождествить с фотоном γ , пара заряженных массивных калибровочных бозонов, отождествляемых с W^\pm -бозонами, и массивный нейтральный калибровочный бозон, который можно отождествить с Z-бозоном. Однако легко видеть, что отношение масс W- и Z-бозонов в этом случае равно

$$\frac{M_Z}{M_W} = 2. \quad (135)$$

Другая проблема состоит в том, что массы первых КК-воздушений для W- и Z-бозонов даются соотношениями

$$\frac{M_{Z'}}{M_Z} = 2, \quad \frac{M_{W'}}{M_W} = 3. \quad (136)$$

Поэтому помимо того, что мы получили неправильное соотношение между массами W- и Z-бозонов, в теории присутствуют еще дополнительные КК-состояния с массой порядка 250 ГэВ, что феноменологически неприемлемо. Мы увидим, что обе эти проблемы можно решить при рассмотрении стянутой бесхиггсовской модели с заключающей $SU(2)$ -симметрией.

5.3.2. Плоская бесхиггсовская модель. Из приведенного выше обсуждения становится понятно, что для нахождения модели с дополнительными измерениями без хиггсовского бозона с правильным отношением масс W- и Z-бозонов необходимо рассмотреть теорию, в которой имелась бы заключающая $SU(2)$ симметрия [70]. В такой теории отношение масс калибровочных бозонов автоматически оказывается правильным. Поэтому необходимо как-то включить в нашу конструкцию симметрию относительно группы $SU(2)_R$. Простейшая возможность состоит в том, чтобы сделать теорию в объеме вне бран инвариантной относительно всей калибровочной группы $SU(2)_L \times SU(2)_R \times U(1)_{B-L}$ [24]. Чтобы получить картину нарушения симметрии в СМ, предположим, что на одной из бран происходит нарушение симметрии $SU(2)_L \times SU(2)_R \rightarrow SU(2)_D$, а группа $U(1)_{B-L}$ остается ненарушенной. На другой бране необходимо понизить степень симметрии калибровочной теории в объеме до калибровочной симметрии СМ, поэтому необходимо

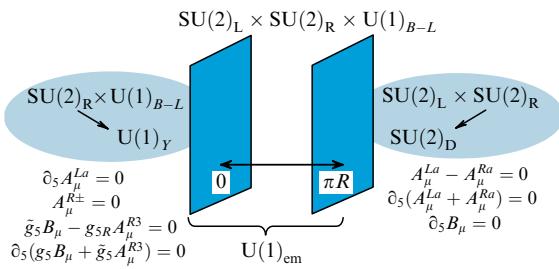


Рис. 15. Структура нарушения симметрии в простой бесхиггсовской модели в плоском пространстве [24].

нарушение симметрии $SU(2) \times U(1)_{B-L} \rightarrow U(1)_Y$, что проиллюстрировано на рис. 15.

Пусть A_M^{Ra} , A_M^{La} и B_M обозначают поля калибровочных бозонов $SU(2)_R$, $SU(2)_L$ и $U(1)_{B-L}$ групп соответственно; g_{5L} и g_{5R} — калибровочные константы двух групп $SU(2)$, а \tilde{g}_5 — калибровочную константу группы $U(1)_{B-L}$. Чтобы получить граничные условия, следует применить процедуру, рассмотренную в разделе 5.1. Будем предполагать, что на левой бране существует хиггсовский бозон, преобразующийся по представлению $(1, 2)_{1/2}$ под действием группы $SU(2)_L \times SU(2)_R \times U(1)_{B-L}$, который нарушает $SU(2)_R \times U(1)_{B-L}$ до $U(1)_Y$. Для этой цели можно было бы использовать более привычное триплетное (относительно $SU(2)_R$) представление, которое позволит позже получить массу нейтрино. Кроме того, предположим существование на правой бране двухдублетного хиггсовского поля, преобразующегося по представлению $(2, 2)_0$, которое нарушает электрослабую симметрию как в СМ: $SU(2)_L \times SU(2)_R \rightarrow SU(2)_D$. После этого устремим все вакуумные значения хиггсовских полей к бесконечности, чтобы отщепить граничные скаляры от теории, и наложим естественные граничные условия, как описано выше. В результате получаем

в точке $y = 0$:

$$\partial_z(g_{5R}B_\mu + \tilde{g}_5A_\mu^{R3}) = 0, \quad \partial_zA_\mu^{La} = 0, \quad A_\mu^{R1,2} = 0, \quad (137)$$

$$\tilde{g}_5B_\mu - g_{5R}A_\mu^{R3} = 0,$$

в точке $y = \pi R$:

$$\partial_z(g_{5R}A_\mu^{La} + g_{5L}A_\mu^{Ra}) = 0, \quad \partial_zB_\mu = 0, \quad (138)$$

$$g_{5L}A_\mu^{La} - g_{5R}A_\mu^{Ra} = 0.$$

Как обычно, граничные условия для полей A_5 и B_μ противоположны граничным условиям для четырехмерных калибровочных полей, т.е. все граничные условия Дирихле заменяются на граничные условия Неймана и наоборот.

Следующий шаг на пути к нахождению спектра масс состоит в том, чтобы найти правильное КК-разложение в рассматриваемой модели. Прежде всего заметим, что ни одно из полей A_5 и B_5 не имеет плоских граничных условий на обоих концах отрезка. Это значит, что с данными полями не связано никаких нулевых мод, а, как мы уже видели выше, все массивные скаляры являются не физическими полями, а калибровочными артефактами (образуя продольные компоненты КК-башен массивных калибровочных бозонов). Главное, что мы

увидим в КК-разложении, это смешивание состояний с различными компонентами за счет граничных условий. Это значит, что одна четырехмерная мода представляет собой комбинацию различных пятимерных полей. Поскольку смешивание между модами в объеме вне бран отсутствует и мы рассматриваем случай плоского пространства, волновые функции имеют вид $f_k(y) \propto \infty a \cos M_k y + b \sin M_k y$. Если для простоты предположить, что $g_{5L} = g_{5R} = g_5$, то КК-разложение упрощается по сравнению с наиболее общим случаем и принимает вид (мы используем $A_\mu^{L, R\pm}$ для обозначения линейных комбинаций $(A_\mu^{L, R1} \mp iA_\mu^{L, R2})/\sqrt{2}$)

$$B_\mu(x, y) = g_5 a_0 \gamma_\mu(x) + \tilde{g}_5 \sum_{k=1}^{\infty} b_k \cos(M_k^Z(y - \pi R)) Z_\mu^{(k)}(x), \quad (139)$$

$$A_\mu^{L3}(x, y) = \tilde{g}_5 a_0 \gamma_\mu(x) - g_5 \sum_{k=1}^{\infty} b_k \frac{\cos(M_k^Z y)}{2 \cos(M_k^Z \pi R)} Z_\mu^{(k)}(x), \quad (140)$$

$$A_\mu^{R3}(x, y) = \tilde{g}_5 a_0 \gamma_\mu(x) - g_5 \sum_{k=1}^{\infty} b_k \frac{\cos(M_k^Z(y - 2\pi R))}{2 \cos(M_k^Z \pi R)} Z_\mu^{(k)}(x), \quad (141)$$

$$A_\mu^{L\pm}(x, y) = \sum_{k=1}^{\infty} c_k \cos(M_k^W y) W_\mu^{(k)\pm}(x), \quad (142)$$

$$A_\mu^{R\pm}(x, y) = \sum_{k=1}^{\infty} c_k \sin(M_k^W y) W_\mu^{(k)\pm}(x). \quad (143)$$

Теперь наложим граничные условия, которые дают массовый спектр, состоящий из безмассового фотона, калибровочного бозона, связанного с ненарушенной $U(1)_Q$ симметрией, и некоторой башни массивных нейтральных и заряженных калибровочных бозонов, $W^{(k)}$ и $Z^{(k)}$ соответственно. Массы W^\pm -бозонов суть решения уравнения квантования

$$\cos(2M_W \pi R) = 0, \quad (144)$$

откуда

$$M_k^W = \frac{2k-1}{4R}, \quad k = 1, 2, \dots \quad (145)$$

Уравнение квантования, которое определяет массы нейтральных калибровочных бозонов, выглядит несколько сложнее из-за смешивания различных $U(1)$ -факторов калибровочной группы в объеме вне бран:

$$\tan^2(M_Z \pi R) = 1 + \frac{\tilde{g}_5^2}{g_5^2}. \quad (146)$$

Поэтому массы КК-возбуждений Z -бозонов равны

$$M_k^Z = \left(M_0 + \frac{k-1}{R} \right)_{k=1, 2, \dots}, \quad (147)$$

$$M_k^{Z'} = \left(-M_0 + \frac{k}{R} \right)_{k=1, 2, \dots},$$

где

$$M_0 = \frac{1}{\pi R} \arctan \sqrt{1 + \frac{2\tilde{g}_5^2}{g_5^2}}.$$

Заметим, что $1/(4R) < M_0 < 1/(2R)$, поэтому состояния Z' тяжелее, чем Z ($M_k^{Z'} > M_k^Z$). Кроме того, получаем, что самый легкий Z -бозон тяжелее, чем самый легкий W -бозон ($M_1^Z > M_1^W$), что находится в полном согласии со спектром СМ. Однако отношение масс W - и Z -бозонов равно

$$\frac{M_W^2}{M_Z^2} = \frac{\pi^2}{16} \arctan^{-2} \sqrt{1 + \frac{g_{4D}'^2}{g_{4D}^2}} \sim 0,85, \quad (148)$$

а потому параметр ρ равен

$$\rho = \frac{M_W^2}{M_Z^2 \cos^2 \theta_W} \sim 1,10. \quad (149)$$

Чтобы получить эти выражения, мы предположили, что кварки и лептоны СМ локализованы на бране с калибровочной группой $SU(2)_L \times U(1)_Y$, что ведет к следующим соотношениям между четырехмерной и пятимерной калибровочными константами:

$$g_4 = \frac{g_5}{\sqrt{\pi R}}, \quad g'_4 = \frac{\sqrt{2} \tilde{g}_5}{\sqrt{\pi R}}. \quad (150)$$

Отношение масс W - и Z -бозонов получилось достаточно близким к его значению в СМ, однако десятипроцентное отклонение — огромная величина в сравнении с экспериментальной точностью, с которой известно это отношение. Причина такого отклонения заключается в том, что в то время как объем вне бран и правая брана с калибровочной группой $SU(2)_D \times U(1)_{B-L}$ симметричны относительно заключающей $SU(2)$ -симметрии, левая брана с группой $SU(2)_L \times U(1)_Y$ не симметрична, а волновые функции КК имеют большие компоненты около левой браны, что как раз и дает значительное отклонение от равенства $\rho = 1$. Поэтому необходимо найти способ обеспечить, чтобы КК-моды калибровочных полей слабо "чувствовали" присутствие левой браны, т.е. отталкивались от нее, и только самые легкие (почти безмассовые) моды, а именно, фотон γ и Z - и W^\pm -бозоны имели большие значения интеграла перекрытия с левой браной.

В заключение отметим, что плоские бесхиггсовские модели страдают от двух серьезных недостатков: 1) в них существуют слишком легкие КК-возбуждения W - и Z -бозонов, 2) отклонение параметра ρ от его значения, фиксированного заключающей симметрией, слишком велико. Далее мы увидим, что вложение этой модели в некоторое стянутое пространство позволит на самом деле избавиться сразу от обеих проблем.

5.4. Стянутая бесхиггсовская модель с заключающей симметрией

5.4.1. Некоторые аспекты AdS/CFT-соответствия. Чтобы сохранить заключающую симметрию ненарушенной, необходимо разработать сценарий, в котором КК-моды были бы локализованы вдали от той точки, в которой нарушается заключающая симметрия. Можно было бы добавить большие кинетические члены, локализованные на границе с калибровочной группой $SU(2)_L \times U(1)_Y$, что действительно приводит к обращению в нуль волновых функций массивных калибровочных КК-бозонов [71]. Но на самом деле существует более простой способ локализовать волновые функции, заключающийся в том, чтобы

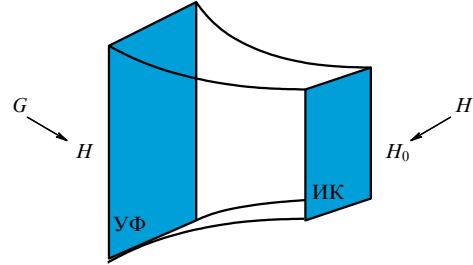


Рис. 16. Соответствие между пятимерной калибровочной теорией в пространстве AdS и четырехмерной CFT. УФ-брана интерпретируется как УФ обрезание для CFT, тогда как ИК-брана имитирует спонтанное нарушение конформной симметрии CFT. Подгруппа H , ненарушенная на УФ-брane, соответствует калибровочной симметрии CFT, а фактор-пространство G/H представляет собой глобальную симметрию CFT. Сильная динамика CFT нарушает спонтанно группу H до H_0 на ИК шкале. Пятимерные поля, локализованные близко к ИК-брane, соответствуют композитным состояниям CFT, а поля, локализованные на УФ-брane представляют собой элементарные поля, взаимодействующие с CFT-сектором.

деформировать пространство вне бран. Так, например, в пространстве анти-де-Ситтера (AdS) волновые функции даются функциями Бесселя первого порядка, которые становятся экспоненциально большими на границе интервала. С точки зрения AdS/CFT-соответствия [72, 73] это свойство локализации позволяет вывести глобальные и локальные симметрии, исключенные граничными условиями.

Рассмотрим пример теории с калибровочной симметрией относительно группы G в объеме пространства AdS_5 , проиллюстрированный на рис. 16. Граничные условия на УФ-брane нарушают группу G до некоторой ее подгруппы H , которая в дальнейшем нарушается до своей подгруппы H_0 граничными условиями на ИК-брane. Соответствующая четырехмерная конформная теория поля (CFT) обладает калибровочной инвариантностью относительно группы H и глобальной симметрией относительно G/H . Интерпретация граничных условий на ИК-брane состоит в том, что группа H спонтанно нарушается до H_0 . Если в пятимерную теорию добавить поля материи, то в CFT их можно интерпретировать как составные, если они локализованы достаточно близко к ИК-брane, или как элементарные поля, взаимодействующие с CFT, если, наоборот, поля материи локализованы на УФ-брane. Например, пятимерное хиггсовское поле, локализованное на ИК-брane, можно интерпретировать как дуальную версию модели с составным хиггсовским бозоном [51, 70]. Если вакуумное значение хиггсовского поля устремить к бесконечности, то четырехмерная теория становится больше похожей на модель с "техницивтом". В этом смысле пятимерные стянутые бесхиггсовские модели являются слабо связанными дуальными версиями теорий с "техницивтом" [25].

5.4.2. На пути к реалистичной бесхиггсовской модели. С помощью соответствия, которое мы обсудили выше, относительно легко найти теорию с необходимыми свойствами, при этом мы будем следовать работе [25]. Мы хотим построить модель, которая имела бы глобальную симметрию относительно группы $SU(2)_L \times SU(2)_R \times U(1)_{B-L}$, в которой под-

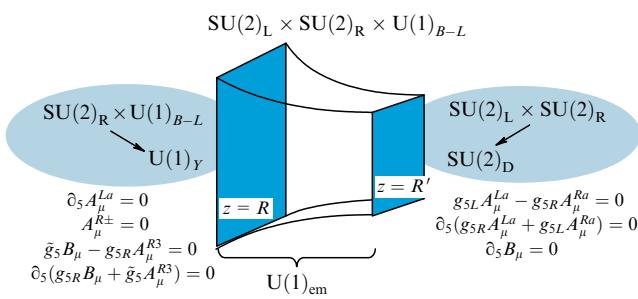


Рис. 17. Структура нарушения симметрии в стянутой бесхиггсовской модели [25]. Мы рассматриваем пятимерную калибровочную теорию на фиксированном гравитационном фоне пространства AdS. УФ-брана расположена при $z = R$, и ИК-брана расположена при $z = R'$. R — кривизна пространства AdS. В конформных координатах метрика AdS имеет вид $ds^2 = (R/z)^2 (\eta_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu - dz^2)$.

группа $SU(2)_L \times U(1)_Y$ была бы слабо калиброванной и нарушенной граничными условиями на ИК-бране. Чтобы получить необходимую глобальную симметрию, нам нужно взять калибровочную группу $SU(2)_L \times SU(2)_R \times U(1)_{B-L}$ в объеме пространства AdS_5 . Чтобы не получить лишних калибровочных полей при низких энергиях, необходимо нарушить группу $SU(2)_R \times U(1)_{B-L}$ до $U(1)_Y$ на УФ-бране, чего можно добиться, наложив граничные условия так, как это было сделано в плоском случае. Далее, граничные условия на ИК-бране выбираются так, чтобы они нарушили группу $SU(2)_L \times SU(2)_R$ до $SU(2)_D$. Этот сценарий проиллюстрирован на рис. 17. Заметим, что он практически идентичен рассмотренной ранее простой модели в плоском случае, за исключением того, что теория теперь определена в пространстве AdS.

Единственная разница между плоской и искореженной бесхиггсовскими моделями состоит в форме волновых функций. Действительно, решение уравнений движения в объеме пространства AdS можно записать с помощью функций Бесселя первого порядка

$$\psi_k^{(A)}(z) = z(a_k^{(A)} J_1(q_k z) + b_k^{(A)} Y_1(q_k z)), \quad (151)$$

где индекс A обозначает соответствующий калибровочный бозон.

Из-за смешивания между различными калибровочными группами КК-разложение слегка усложняется, но его легко получить, накладывая граничные условия на волновые функции вида (151):

$$B_\mu(x, z) = g_5 a_0 \gamma_\mu(x) + \sum_{k=1}^{\infty} \psi_k^{(B)}(z) Z_\mu^{(k)}(x), \quad (152)$$

$$A_\mu^{L3}(x, z) = \tilde{g}_5 a_0 \gamma_\mu(x) + \sum_{k=1}^{\infty} \psi_k^{(L3)}(z) Z_\mu^{(k)}(x), \quad (153)$$

$$A_\mu^{R3}(x, z) = \tilde{g}_5 a_0 \gamma_\mu(x) + \sum_{k=1}^{\infty} \psi_k^{(R3)}(z) Z_\mu^{(k)}(x), \quad (154)$$

$$A_\mu^{L\pm}(x, z) = \sum_{k=1}^{\infty} \psi_k^{(L\pm)}(z) W_\mu^{(k)\pm}(x), \quad (155)$$

$$A_\mu^{R\pm}(x, z) = \sum_{k=1}^{\infty} \psi_k^{(R\pm)}(z) W_\mu^{(k)\pm}(x). \quad (156)$$

Здесь $\gamma(x)$ — поле четырехмерного фотона, который имеет плоскую волновую функцию из-за ненарушенной

$U(1)_Q$ симметрии, а $W_\mu^{(k)\pm}(x)$ и $Z_\mu^{(k)}(x)$ — КК-башни состояний для массивных W - и Z -бозонов, самые легкие из которых соответствуют наблюдаемым W^\pm - и Z^0 -бозонам. Если мы наложим граничные условия на эти волновые функции, то получим уравнения квантования, из которых можно определить спектр масс. Для W -бозонов получаем

$$(R_0 - \tilde{R}_0)(R_1 - \tilde{R}_1) + (\tilde{R}_1 - R_0)(\tilde{R}_0 - R_1) = 0, \quad (157)$$

где $R_{0,1}$ и $\tilde{R}_{0,1}$ представляют собой отношения

$$R_i \equiv \frac{Y_i(MR)}{J_i(MR)}, \quad \tilde{R}_i \equiv \frac{Y_i(MR')}{J_i(MR')}. \quad (158)$$

В главном порядке по $1/R$ и при условии $\ln(R'/R) \gg 1$ самое легкое состояние в спектре W^\pm -бозонов, являющееся решением этого уравнения, обладает массой

$$M_W^2 \approx \frac{1}{R'^2 \ln(R'/R)}. \quad (159)$$

Заметим, что ответ не зависит от пятимерной калибровочной константы взаимодействия, а определяется масштабами R и R' . Если взять $R = 10^{-19} \text{ ГэВ}^{-1}$, то величина R' определяется из соотношения для массы W -бозона и равна $R' = 2 \times 10^{-3} \text{ ГэВ}^{-1}$. Уравнение, определяющее массы КК-состояний для Z -бозона (этот моды состоят в основном из компонент A^{L3} и A^{R3}) имеет вид

$$\begin{aligned} 2\tilde{g}_5^2(R_0 - \tilde{R}_1)(\tilde{R}_0 - R_1) &= \\ &= g_5^2 [(R_0 - \tilde{R}_0)(R_1 - \tilde{R}_1) + (\tilde{R}_1 - R_0)(\tilde{R}_0 - R_1)]. \end{aligned} \quad (160)$$

Масса самого легкого состояния Z приближенно равна

$$M_Z^2 = \frac{g_5^2 + 2\tilde{g}_5^2}{g_5^2 + \tilde{g}_5^2} \frac{1}{R'^2 \ln(R'/R)}. \quad (161)$$

Наконец, существует третий набор КК-состояний, соответствующий безмассовому фотону (частицы, в основном, B -типа), массы которых удовлетворяют уравнению

$$R_0 = \tilde{R}_0. \quad (162)$$

Это уравнение не имеет легких мод (нулевая мода, соответствующая безмассовому фотону, уже была явно отщеплена в уравнениях (152)–(154)).

Если фермионы в СМ локализованы на планковской (УФ) бране, то в главном порядке выражения для эффективных четырехмерных констант имеют вид (подробности вычислений рассмотрены в разделах 5.5 и 5.6)

$$\begin{aligned} \frac{1}{g^2} &= \frac{R \ln(R'/R)}{g_5^2}, \\ \frac{1}{g'^2} &= R \ln \frac{R'}{R} \left(\frac{1}{g_5^2} + \frac{1}{\tilde{g}_5^2} \right), \end{aligned} \quad (163)$$

поэтому угол Вайнберга равен

$$\sin \theta_W = \frac{\tilde{g}_5}{\sqrt{g_5^2 + 2\tilde{g}_5^2}} = \frac{g'}{\sqrt{g^2 + g'^2}}. \quad (164)$$

Легко видеть, что в этой теории, как и ожидалось, для отношения масс W - и Z -бозонов в главном порядке

воспроизводится известное из СМ выражение. Полная структура калибровочных констант из СМ фактически воспроизводится в основном порядке по $1/\ln(R'/R)$, откуда следует, что в основном логарифмическом приближении также нет параметра S . В этих терминах параметр S проявлялся бы как общий сдвиг константы взаимодействия Z -бозона по сравнению с ее значением в СМ, которая получается из констант взаимодействия W и γ , отсутствующих в этом порядке. Поправки к соотношениям из СМ возникают в следующем порядке разложения по логарифмам. Поскольку $\ln(R'/R) \sim \mathcal{O}(10)$, эти поправки могут быть довольно большими и могут не согласовываться с прецизионными измерениями электрослабых наблюдаемых. Мы обсудим вопросы, связанные с электрослабыми наблюдаемыми, в разделе 5.6.

KK-массы W -бозонов (как и Z -бозона в силу заключающей $SU(2)$ -симметрии) приближенно равны

$$M_{W^{(n)}} = \frac{\pi(n + 1/2)}{2R'}, \quad n = 1, 2, \dots \quad (165)$$

Легко видеть, что отношение масс физического W -бозона и его первого KK-возбуждения есть

$$\frac{M_W}{M_{W'}} = \frac{4}{3\pi} \frac{1}{\sqrt{\ln(R'/R)}}. \quad (166)$$

Мы видим, что переход к стянутым дополнительным измерениям позволяет получить два нужных свойства: он обеспечивает заключающую $SU(2)$ -симметрию и поэтому автоматически дает правильное отношение масс W - и Z -бозонов, а также увеличивает вверх массы KK-резонансов W - и Z -бозонов. Это означает, что можно построить теорию, в которой W' - и Z' -бозоны не слишком легкие, а потому не исключаются данными экспериментов на LEP или на Tevatron. В плоской модели спектр масс определялся только одним масштабом и массовая щель между W -, Z -бозонами и их следующими KK-возбуждениями была слишком маленькой. В стянутых моделях существование сразу двух масштабов (размера дополнительного измерения и масштаба кривизны пространства) позволяет увеличить массовую щель. Тот факт, что масса W -бозона подавлена величиной $\ln(R'/R)$ по сравнению с массой следующего KK-состояния W' , легко понять из наивного размерного анализа, а также с помощью AdS/CFT-соответствия, упомянутого в разделе 5.4.1. Действительно, масса W -бозона возникает из спонтанного ИК-нарушения калибровочной симметрии в теории, слабо взаимодействующей с CFT, поэтому

$$M_W^2 = \frac{g_4^2}{R_{IR}^2}. \quad (167)$$

Более того, четырехмерная калибровочная константа получается из пятимерной константы (из простого размерного анализа, $g_5^2 = R_{UV}$) и нормировочного условия для (плоской) волновой функции для безмассового калибровочного бозона

$$\frac{1}{g_4^2} = \frac{\int_{R_{UV}}^{R_{IR}} dz R_{UV}/z}{g_5^2}. \quad (168)$$

Следовательно,

$$M_W^2 = \frac{1}{R_{IR}^2 \ln(R_{IR}/R_{UV})}. \quad (169)$$

Теперь можно вернуться к вопросу о пертурбативной унитарности в этих моделях. В случае плоского пространства мы видели с помощью простого размерного анализа, что масштаб, на котором нарушается унитарность, определяется масштабом обрезания (126). Однако в стянутых моделях с дополнительными измерениями все масштабы зависят от положения вдоль дополнительного измерения, поэтому наименьший возможный масштаб обрезания, который можно получить, определяется ИК-браной:

$$\Lambda_{NDA} \sim \frac{24\pi^3}{g_5^2} \frac{R}{R'}. \quad (170)$$

Используя наши выражения для четырехмерных констант взаимодействия и масс W - и W' -бозонов, легко видеть, что [68, 74]

$$\Lambda_{NDA} \sim \frac{12\pi^4 M_W^2}{g^2 M_{W'}}. \quad (171)$$

Из этой формулы следует, что чем тяжелее резонанс, тем меньше масштаб, на котором нарушается пертурбативная унитарность. Это также дает грубую, с точностью до численного коэффициента, оценку масштаба непертурбативной физики. Явные вычисления амплитуды рассеяния, включающие в рассмотрение неупругие каналы, показывают, что эта оценка действительно правильная и численный коэффициент равен приблизительно $1/2$ [68].

Поскольку отношение квадратов масс W -бозона и его первой KK-моды по порядку величины равно

$$\frac{M_W^2}{M_{W'}^2} = \mathcal{O}\left(\frac{1}{\ln(R'/R)}\right), \quad (172)$$

увеличение параметра R (что соответствует понижению пятимерной УФ-шкалы) значительно увеличивает масштаб обрезания, полученный из наивного размерного анализа. Если выбрать R порядка обратной массы Планка, то первый KK-резонанс появляется при энергиях порядка 1,2 ТэВ, но при больших значениях R этот масштаб может быть безопасно уменьшен до энергий ниже 1 ТэВ (см. рис. 21).

5.5. Массы фермионов

В СМ кварки и лептоны приобретают массы в результате спонтанного нарушения электрослабой симметрии за счет юковских взаимодействий с хиггсовским бозоном. В отсутствие хиггсовского поля невозможно выписать юковские взаимодействия, поэтому следует ожидать, что фермионы останутся безмассовыми. Однако, как и для случая калибровочных полей, соответствующие граничные условия приводят к тому, что фермионы приобретают некоторый импульс вдоль дополнительного измерения и именно из-за этого становятся массивными с четырехмерной точки зрения. Ниже мы кратко рассмотрим эту конструкцию [25, 71, 75, 76] (более ранние работы, посвященные фермионам в модели Рэндалл–Сундрума на стянутом фоне можно найти в [77]). Общее

обсуждение граничных условий для полей со спином 1/2 можно найти в работе [75].

Фермионы в СМ не могут быть полностью локализованы на УФ-границе: поскольку ненарушенная калибровочная группа на ней совпадает с калибровочной группой $SU(2)_L \times U(1)_Y$ из СМ, теория на этой бране является киральной и не существует способа придать массу нулевой киральной фермионной моде. Фермионы в СМ не могут быть полностью локализованы и на ИК-бране, поскольку ненарушенная калибровочная $SU(2)_D$ -симметрия приводит к спектру частиц, инвариантному относительно изоспиновой симметрии, и в этом случае верхние и нижние кварки вырождены по массе так же, как электрон и электронное нейтрино. Единственная возможность состоит в том, чтобы вложить фермионы из СМ в пятимерные поля, распространяющиеся в объеме вне бран и чувствительные к нарушению симметрии на обеих границах. Поскольку неприводимое представление со спином 1/2 пятимерной группы Лоренца соответствует четырехмерному дираковскому спинору, необходимо вводить дополнительные фермионные степени свободы, чтобы дополнить киральные фермионы из СМ до пятимерных дираковских спиноров, и мы снова получаем вектороподобный спектр. Однако хорошо известно, что проекции типа орбифолдной помогают избавиться от половины спектра для самого низкого КК-уровня, и в результате можно получить четырехмерную киральную теорию.

5.5.1. Киральные фермионы из орбифолдной проекции и граничных условий. Пятимерный дираковский спинор распадается на два двухкомпонентных спинора относительно четырехмерной подгруппы Лоренца (с технической точки зрения это означает, что простейшее неприводимое представление со спином 1/2 пятимерной группы Лоренца распадается в прямую сумму представлений $(0, 1/2) + (1/2, 0)$ четырехмерной группы)

$$\Psi = \begin{pmatrix} \chi_\alpha \\ \bar{\psi}^{\dot{\alpha}} \end{pmatrix} \quad (173)$$

с учетом пятимерного представления дираковских матриц

$$\Gamma^\mu = \begin{pmatrix} 0 & \sigma^\mu \\ \bar{\sigma}^\mu & 0 \end{pmatrix}_{\mu=0,1,2,3}, \quad \Gamma^5 = i \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad (174)$$

где $\sigma^i = -\bar{\sigma}^i$ — обычные спиновые матрицы Паули¹¹, а $\sigma^0 = \bar{\sigma}^0 = -1$.

Z_2 -орбифолдная проекция дает отождествление $y \sim -y$, обсуждавшееся в разделе 4.1, поэтому для инвариантности пятимерного уравнения Дирака спинор Ψ должен удовлетворять условию

$$\Psi(-y) = -i\Gamma^5\Psi(y), \quad (175)$$

т.е.

$$\chi(-y) = \chi(y), \quad \psi(-y) = -\psi(y). \quad (176)$$

¹¹ В явном виде

$$\sigma^1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma^2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Поэтому только χ может иметь нулевую КК-моду:

$$\begin{aligned} \chi(x, y) &= \sum_{n=0}^{\infty} \cos \frac{ny}{R} \chi^{(n)}(x), \\ \psi(x, y) &= \sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{ny}{R} \psi^{(n)}(x). \end{aligned} \quad (177)$$

Теперь кратко остановимся на том, как можно получить тот же самый результат с помощью граничных условий. Пятимерное действие для фермиона Ψ с массой в объеме вне бран записывается как

$$\mathcal{S} = \int d^5x \left(\frac{i}{2} (\bar{\Psi} \Gamma^M \partial_M \Psi - \partial_M \bar{\Psi} \Gamma^M \Psi) - m \bar{\Psi} \Psi \right), \quad (178)$$

а в четырехмерных компонентах оно принимает вид¹²

$$\begin{aligned} \mathcal{S} = \int d^5x & \left(-i\bar{\chi}\sigma^\mu \partial_\mu \chi - i\bar{\psi}\sigma^\mu \partial_\mu \psi + \right. \\ & \left. + (\bar{\psi} \overset{\leftrightarrow}{\partial}_5 \chi - \bar{\chi} \overset{\leftrightarrow}{\partial}_5 \bar{\psi}) + m(\bar{\psi}\chi + \bar{\chi}\bar{\psi}) \right), \end{aligned} \quad (179)$$

где $\overset{\leftrightarrow}{\partial}_5 = (1/2)(\overset{\rightarrow}{\partial}_5 - \overset{\leftarrow}{\partial}_5)$. Варьирование пятимерного действия приводит к уравнениям движения в объеме вне бран:

$$-i\bar{\sigma}^\mu \partial_\mu \chi - \partial_5 \bar{\psi} + m\bar{\psi} = 0, \quad -i\sigma^\mu \partial_\mu \bar{\psi} + \partial_5 \chi + m\chi = 0. \quad (180)$$

Наконец, потребуем, чтобы вариация лагранжиана на границе также равнялась нулю, что дает условие

$$-\delta\psi\chi + \psi\delta\chi + \bar{\delta}\bar{\chi}\bar{\psi} - \bar{\chi}\delta\bar{\psi} = 0. \quad (181)$$

Можно было бы думать, что из-за наличия двух независимых спиноров χ и ψ необходимо вводить по одному граничному условию для каждого из них. Однако поскольку уравнения поля в объеме имеют первый порядок, есть только одна постоянная интегрирования. Поэтому для дираковского спинора $(\chi, \bar{\psi})$ в каждой точке границы можно наложить только одно граничное условие $f(\chi, \psi) = 0$, где f — некоторая функция спиноров и их комплексно-сопряженных величин. Явный вид функции f , а также уравнения движения в объеме (180) определяют все произвольные коэффициенты общего решения уравнений движения для спинорного поля на интервале. Можно, например, потребовать, чтобы спинор ψ равнялся нулю в обеих точках границы. Тогда уравнения поля в объеме вне бран приведут к условиям

$$(\partial_5 + m)\chi|_{0, \pi R} = 0. \quad (182)$$

Решая уравнения движения с такими граничными условиями, получим одну нулевую моду для поля χ и ни одной для ψ . Другими словами, низкоэнергетическая теория оказывается киральной.

Как и в случае с калибровочными и скалярными полями, для фермионов в четырехмерной эффективной теории возникает башня массивных дираковских полей.

¹² Обычно члены с левыми производными интегрируют по частям, так что все производные действуют справа. Но поскольку рассматриваемые поля определены на некотором компактном пространстве с границей, интегрирование по частям приводит к граничным членам, которыми в нашем случае пренебрегать нельзя. Заметим, что действия (178) и (179) являются эрмитовыми.

Таблица 3. Вложение фермионов из СМ в пятимерные дираковские спиноры

Частица	Объем вне бран $L \times R \times (B - L)$	УФ-брана $L \times Y$	ИК-брана $D \times (B - L)$	Q_{em}
$\begin{pmatrix} \chi_u \\ \chi_d \end{pmatrix}_L$	$(\square, 1, 1/6)$	$(\square, 1/6)$	$(\square, 1/6)$	$\begin{pmatrix} 2/3 \\ -1/3 \end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix} \psi_u \\ \psi_d \end{pmatrix}_L$	$(\bar{\square}, 1, -1/6)$	$(\bar{\square}, -1/6)$	$(\bar{\square}, -1/6)$	$\begin{pmatrix} -2/3 \\ 1/3 \end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix} \chi_u \\ \chi_d \end{pmatrix}_R$	$(1, \square, 1/6)$ $(1, -1/3)$	$(1, 2/3)$ $(1, -1/3)$	$(\square, 1/6)$	$\begin{pmatrix} 2/3 \\ -1/3 \end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix} \psi_u \\ \psi_d \end{pmatrix}_R$	$(1, \bar{\square}, -1/6)$ $(1, 1/3)$	$(1, -2/3)$ $(1, 1/3)$	$(\bar{\square}, -1/6)$	$\begin{pmatrix} -2/3 \\ 1/3 \end{pmatrix}$
$Q_{\text{em}} = Y + T_{3L}$		$Y = (B - L) + T_{3R}$		

Примечание. В таблице представлены квантовые числа различных компонент относительно следующих симметрий: группа симметрии теории в объеме вне бран $SU(2)_L \times SU(2)_R \times U(1)_{B-L}$, подгруппа $SU(2)_L \times U(1)_Y$, которая остается ненарушенной на УФ границе, подгруппа $SU(2)_D \times U(1)_{B-L}$, которая остается ненарушенной на ИК-бране и, наконец, группа электрического заряда. Затененные спиноры представляют собой поля с такими квантовыми числами, чтобы их можно было отождествить с фермионами из СМ, тогда как другие спиноры соответствуют их партнерам, необходимым для того, чтобы дополнить четырехмерные спиноры до пятимерных. Пятимерные спиноры получают массы с помощью орбиблодной проекции и граничных условий. Дираковская масса, введенная на ИК-бране, приводит к смешиванию между теми модами, которые раньше были нулевыми, и некоторыми их партнерами; фермион, который можно интерпретировать как верхний夸克 u_L в СМ, представляет собой смесь χ_{u_L} и небольшого числа χ_{u_R} . Поскольку второе поле имеет неправильные квантовые числа по калибровочной группе СМ, это смешивание приводит к сдвигам в значениях констант взаимодействия фермионов с калибровочными бозонами. Эти отклонения наиболее заметны для третьего поколения кварков вследствие большого значения массы t-кварка.

Спектр масс получается из решения уравнений движения в объеме вне бран, что определяет общий вид волновых функций, и наложения граничных условий. Проведем КК-разложение в явном виде. Пятимерные спиноры χ и ψ можно записать как суммы произведений четырехмерных дираковских КК-фермионов и волновых функций, зависящих только от координаты вдоль пятого измерения,

$$\chi = \sum_n g_n(y) \chi_n(x), \quad \bar{\psi} = \sum_n f_n(y) \bar{\psi}_n(x). \quad (183)$$

КК-фермионы подчиняются четырехмерному уравнению Дирака

$$-i\bar{\sigma}^\mu \partial_\mu \chi^{(n)} + m_n \bar{\psi}^{(n)} = 0, \quad -i\sigma^\mu \partial_\mu \bar{\psi}^{(n)} + m_n \chi^{(n)} = 0. \quad (184)$$

Подставляя это разложение в пятимерные уравнения движения в объеме, получим уравнения

$$g'_n + mg_n - m_n f_n = 0, \quad f'_n - mf_n + m_n g_n = 0. \quad (185)$$

Классический способ решения таких систем уравнений состоит в том, чтобы преобразовать два связанных уравнения первого порядка в пару несвязанных уравнений второго порядка:

$$g''_n + (m_n^2 - m^2)g_n = 0, \quad f''_n + (m_n^2 - m^2)f_n = 0. \quad (186)$$

Решение этих уравнений дается просто суммой синусов и косинусов с коэффициентами, которые определяются при подстановке полученного решения в исходные уравнения первого порядка и в граничные условия. Например, при наложении условия $\psi = 0$ в точках $y = 0$ и $y = \pi R$ получается

$$m_n = \sqrt{m^2 + \frac{n^2}{R^2}}, \quad n = 1, 2, \dots, \quad (187)$$

$$f_n(y) = a_n \sin \frac{ny}{R}, \quad (188)$$

$$g_n(y) = \frac{a_n}{m_n} \left(\frac{n}{R} \cos \frac{ny}{R} - m \sin \frac{ny}{R} \right), \quad (189)$$

а оставшийся коэффициент a_n фиксируется нормировочным условием¹³

$$\int_0^{\pi R} dy f_n^2(y) = 1. \quad (190)$$

Кроме массивного спектра граничные условия также допускают существование нулевой моды для поля χ :

$$g_0(y) = \left[\frac{2m}{1 - \exp(-2m\pi R)} \right]^{1/2} \exp(-my). \quad (191)$$

Заметим, что пятимерная масса не дает вклада в массу самого легкого фермиона (который остается безмассовым из-за киральности), однако определяет вид его волновой функции.

Итак, орбиблодная проекция и подходящие граничные условия позволяют получить четырехмерный киральный спектр из пятимерной теории. Таким образом, можно вложить кварки и лептоны из СМ в пятимерные дираковские спиноры, как это показано в табл. 3.

5.5.2. Фермионы на фоне AdS. Когда фермионы рассматриваются на нетривиальном внешнем фоне, приходится иметь дело с "квадратным корнем" из метрики, который также называется *тетрадой*, и вводить спиновую связность для построения ковариантных производных. К счастью, для полей со спином 1/2 в пространстве AdS¹⁴

¹³ Нормировка четырехмерного дираковского фермиона фактически подразумевает выполнение двух условий:

$$\int_0^{\pi R} dy f_n^2(y) = 1 \quad \text{и} \quad \int_0^{\pi R} dy g_n^2(y) = 1.$$

Однако из-за уравнения квантования второе уравнение оказывается лишним. Это легко проверить на простом примере, который рассматривается в тексте. В более сложных случаях избыточность двух нормировочных условий дает хороший критерий для проверки правильности найденного КК-разложения.

¹⁴ Напомним, что в конформных координатах метрика пространства AdS выглядит как $(R - \text{кривизна AdS})$

$$ds^2 = \left(\frac{R}{z} \right)^2 (\eta_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu - dz^2).$$

спиновая связность выпадает из действия, которое принимает простой вид

$$\mathcal{S} = \int d^5x \frac{R^4}{z^4} \left(-i\bar{\chi}\bar{\sigma}^\mu \partial_\mu \chi - i\psi\sigma^\mu \partial_\mu \bar{\psi} + (\psi \overset{\leftrightarrow}{\partial}_5 \chi - \bar{\chi} \overset{\leftrightarrow}{\partial}_5 \bar{\psi}) + \frac{c}{z} (\psi\chi + \bar{\chi}\bar{\psi}) \right),$$

где коэффициент $c = mR$ представляет собой объемную дираковскую массу в единицах кривизны AdS (как и раньше, $\overset{\leftrightarrow}{\partial}_5 = (\overset{\rightarrow}{\partial}_5 - \overset{\leftarrow}{\partial}_5)/2$). Уравнения движения для полей в объеме вне бран имеют вид

$$\begin{aligned} -i\bar{\sigma}^\mu \partial_\mu \chi - \overset{\rightarrow}{\partial}_5 \bar{\psi} + \frac{c+2}{z} \bar{\psi} &= 0, \\ -i\sigma^\mu \partial_\mu \bar{\psi} + \overset{\rightarrow}{\partial}_5 \chi + \frac{c-2}{z} \chi &= 0. \end{aligned}$$

КК-разложение осуществляется так же, как и в плоском случае (183), однако теперь волновые функции подчиняются связанным дифференциальным уравнениям первого порядка

$$f'_n + m_n g_n - \frac{c+2}{z} f_n = 0, \quad g'_n - m_n f_n + \frac{c-2}{z} g_n = 0, \quad (192)$$

из которых можно получить два несвязанных уравнения второго порядка

$$f''_n - \frac{4}{z} f'_n + \left(m_n^2 - \frac{c^2 - c - 6}{z^2} \right) f_n = 0, \quad (193)$$

$$g''_n - \frac{4}{z} g'_n + \left(m_n^2 - \frac{c^2 + c - 6}{z^2} \right) g_n = 0. \quad (194)$$

Решениями этих уравнений являются линейные комбинации функций Бесселя, а не синусов и косинусов:

$$g_n(z) = z^{5/2} (A_n J_{c+1/2}(m_n z) + B_n Y_{c+1/2}(m_n z)), \quad (195)$$

$$f_n(z) = z^{5/2} (C_n J_{c-1/2}(m_n z) + D_n Y_{c-1/2}(m_n z)). \quad (196)$$

Подставляя эти решения в уравнения первого порядка (192), можно получить условия

$$A_n = C_n, \quad B_n = D_n. \quad (197)$$

Оставшиеся свободные коэффициенты определяются из граничных условий и нормировки волновых функций.

Наконец, если это допускается граничными условиями, возможно появление нулевой моды. Например, если $\psi|_{R,R'} = 0$, то нулевая мода имеет вид

$$g_0(y) = A_0 \left(\frac{y}{R} \right)^{2-c}, \quad f = 0. \quad (198)$$

Коэффициент A_0 определяется из условия нормировки

$$\int_R^{R'} dz \left(\frac{R}{z} \right)^5 \frac{z}{R} A_0^2 \left(\frac{z}{R} \right)^{4-2c} = A_0^2 \int_R^{R'} \left(\frac{z}{R} \right)^{-2c} dz = 1. \quad (199)$$

Чтобы понять из этих уравнений, где локализованы фермионы, изучим поведение данного интеграла при

изменении пределов интегрирования. При устремлении R' к бесконечности интеграл остается сходящимся только при $c > 1/2$, причем фермион тогда локализован на УФ-бране. При устремлении R к нулю интеграл сходится, только если $c < 1/2$, а фермион локализован на ИК-бране. Таким образом, значение дираковской массы определяет локализацию фермиона на УФ- или ИК-бране. Заметим, что противоположный выбор граничных условий ($\chi|_{R,R'} = 0$) дает нулевую моду в КК-разложении компоненты ψ , которая локализована на УФ-бране при $c < -1/2$ и на ИК-бране при $c > -1/2$. Интересная характерная черта стянутого случая состоит в том, что переход от локализации на одной из бран к локализации на другой происходит не тогда, когда объемная масса проходит через нулевое значение, а в точках, где $|c| = 1/2$. Это обусловлено эффектами кривизны пространства с дополнительным измерением. В СFT параметр c интерпретируется как аномальная размерность, которая контролирует степень "неэлементарности" фермиона [73].

5.5.3. Массы бесхиггсовских фермионов. Мы уже объясняли, как вложить фермионы из СМ в пятимерные дираковские спиноры. Чтобы получить желаемые нулевые моды, следует наложить граничные условия

$$\begin{pmatrix} \chi_{u_L} \\ \bar{\psi}_{u_L} \\ \chi_{d_L} \\ \bar{\psi}_{d_L} \end{pmatrix}^+ + \begin{pmatrix} \chi_{u_R} \\ \bar{\psi}_{u_R} \\ \chi_{d_R} \\ \bar{\psi}_{d_R} \end{pmatrix}^- - - , \quad (200)$$

где $+$ и $-$ обозначают граничные условия Неймана и Дирихле, причем первый/второй знак обозначает граничные условия на УФ/ИК-бране соответственно. Эти граничные условия приводят к безмассовым киральным модам, которые вполне можно отождествить с фермионами из СМ. Однако на этом этапе u_L , d_L , u_R и d_R являются безмассовыми, и нам нужно "приподнять" нулевые моды, чтобы добиться того же фермионного спектра, что и в СМ (рис. 18). Хотя простое наложение определенных граничных условий на фермионы и дает возможность "приподнять" нулевые моды, в дальнейшем мы будем обсуждать граничные операторы и граничные условия, индуцируемые этими операторами. Имеются некоторые тонкости, связанные с граничными операторами для фермионов. Они возникают из-за того, что в присутствии граничного оператора поля сами по себе не всегда непрерывны. Причина этого состоит в том, что уравнения движения для фермионов имеют первый порядок. Наиболее прямой способ состоит в том, чтобы наложить граничные условия на настоящих бранах при

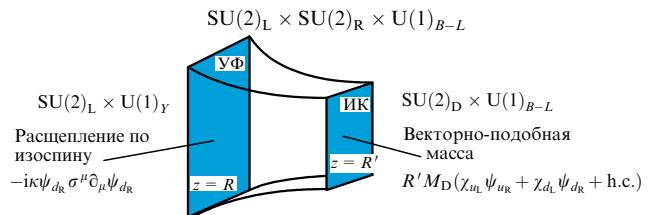


Рис. 18. Операторы, локализованные на бране, необходимые для того, чтобы получить ненулевые массы для фермионов СМ.

$z = R, R'$, которые приводят к нулевым модам, так, как это показано в уравнении (200), в то время как граничные операторы добавляются на фиктивную брану. Расстояние между фиктивной и настоящей бранами берется равным ϵ . Новые граничные условия тогда возникают, если взять расстояние ϵ малым. Эта физическая картина весьма полезна для понимания того, что происходит с другими граничными условиями. Подробности можно найти в работе [75].

Поскольку ИК-брана является вектороподобной, теперь можно построить $SU(2)_D$ массовый член, смешивающий состояния из СМ с правыми и левыми спиральностями. Однако такой дираковский массовый член должен быть одним и тем же для верхних и нижних кварков (поскольку массовый член должен быть инвариантным относительно изоспиновых вращений). К счастью, инвариантность относительно $SU(2)_R$ нарушается на УФ-бране, и на ней можно ввести операторы, приводящие к различиям между u_R и d_R . С технической точки зрения эффекты, индуцируемые локализованными на бране операторами, состоят в модификации граничных условий. В явном виде дираковская ИК-масса влияет на граничные условия следующим образом:

$$\begin{array}{c} \chi_L + \\ \psi_L - \quad \psi_L|_{IR} = 0 \quad M_D \\ \chi_R - \quad \chi_R|_{IR} = 0 \quad \Rightarrow \quad \chi_L & \text{разрывы} \\ & \text{в} \quad \psi_L|_{IR} = -M_D R' \psi_R|_{IR} \\ & \chi_L \& \psi_R \\ \psi_R + \end{array}$$

Подобным же образом оператор, локализованный на УФ-бране, модифицирует граничные условия как

$$\begin{array}{c} \chi_{u_R} - \quad \chi_{u_R}|_{UV} = 0 \quad \kappa \\ \psi_{u_R} + \quad \Rightarrow \quad \psi_{u_R} \\ \text{разрывы} \\ \text{в} \quad \chi_{u_R}|_{UV} = \kappa m \psi_{u_R}|_{UV} \end{array}$$

Теперь несложно наложить эти модифицированные граничные условия, используя общий вид (195), (196) волновых функций, удовлетворяющих уравнениям движения в объеме. Для фермионов, локализованных на УФ-бране ($c_L > 1/2$ и $c_R < -1/2$), получаем приближенное выражение

$$m \approx \frac{\sqrt{2c_L - 1}}{\sqrt{\kappa^2 - 1/(2c_R + 1)}} M_D \left(\frac{R_{UV}}{R_{IR}} \right)^{c_L - c_R - 1}. \quad (201)$$

Следуя изложенной выше процедуре, легко найти спектр масс поколений легких кварков. Однако величина массы t -кварка представляет некоторую проблему. Действительно, нельзя добиться произвольно больших значений масс фермионов за счет увеличения M_D , поскольку выше некоторого значения происходит насыщение фермионной массы; это напоминает происходящее в случае большого вакуумного значения хиггсовского поля, локализованного на границе, когда массы калибровочных бозонов остаются конечными, даже если вакуумное значение стремится к бесконечности. Предельные значения масс фермионов можно получить, заметив, что при больших M_D граничные условия приводят к следующей связи между компонентами фермио-

нов с разной киральностью:

$$\begin{array}{lll} \chi_L + & & \chi_L - \\ \psi_L - \quad \psi_L|_{IR} = -M_D R' \psi_R|_{IR} & M_D \rightarrow \infty & \psi_R|_{IR} = 0 \quad \psi_L + \\ \chi_R - \quad \chi_R|_{IR} = M_D R' \chi_L|_{IR} & \Rightarrow & \chi_L|_{IR} = 0 \quad \chi_R + \\ \psi_R + & & \psi_R - \end{array}$$

и соответствующее предельное значение массы фермиона равно

$$m^2 = \frac{2}{R'^2 \ln(R'/R)} = 2M_W^2. \quad (202)$$

В последнем равенстве мы воспользовались формулой для массы W -бозона, выраженной через R и R' , и предположили, что $g_{5R} = g_{5L}$.

Если же нужно получить большее значение массы, то необходимо локализовать фермионы ближе к ИК-бране. Однако даже в этом случае для получения достаточно тяжелого t -кварка приходится вводить большое значение дираковской массы на ИК-бране. Как следствие из наличия такого массового члена имеем граничное условие для b -кварков вида

$$\chi_{bR} = M_D R' \chi_{bL}. \quad (203)$$

Отсюда следует, что если $M_D R' \sim 1$, то поле левого b -кварка имеет значительную компоненту из $SU(2)_R$ -мультиплета, которая, однако, имеет константу взаимодействия с Z -бозоном, отличающуюся от ее значения в СМ. Это приведет к большому отклонению в константе взаимодействия при вершине $Z b_L \bar{b}_L$. Заметим, что подобного отклонения нет в константе взаимодействия $Z b_R \bar{b}_R$, поскольку дополнительный кинетический член, введенный на планковской бране для расщепления масс b - и t -кварков, гарантирует, что правые b -кварки состоят в основном из поля индуцированного фермиона на планковской бране, который правильно взаимодействует с Z -бозоном.

Единственный способ обойти указанное затруднение состоит в том, чтобы увеличить значение $1/R'$ и тем самым уменьшить смешивание на ИК-бране, необходимое для получения тяжелого t -кварка. Один из способов увеличить значение $1/R'$ состоит в увеличении отношения g_{5R}/g_{5L} (цена такого увеличения заключается в возрастании массы КК-мод, так что теория становится в большей степени теорией сильной связи). Другая возможность увеличения $1/R'$ состоит в том, чтобы отцепить физику, ответственную за электрослабое нарушение симметрии, от той, которая ответственна за образование массы t -кварка. В моделях с "техницивтом" это обычно достигается путем введения нового взаимодействия, которое называется топ-цвет (topcolor). В сценариях с дополнительными измерениями это соответствует добавлению двух различных пространств AdS_5 , которые соединяются на планковской бране [65]. Тогда один из этих объемов отвечает в основном за нарушение электрослабой симметрии, а другой — за образование массы t -кварка. Такие модели подробно изучались в работах [65]. Основное предсказание таких моделей сводится к появлению изотриплетного псевдо-голдстоновского бозона, называемого топ-пионом, а в некоторых моделях также и скалярной частицы (называемой топ-хиггсом). Однако топ-хиггс не играет большой роли в унитаризации амплитуд рассеяния калибровочных

бозонов, а представляет собой только источник массы t-кварка.

Недавно был предложен другой способ вложения левых b- и t-кварков в представление $(2, 2)_{2/3}$ группы $SU(2)_L \times SU(2)_R \times U(1)_X$, что может помочь сохранить контроль над константой $Z b_L \bar{b}_L$ [82].

5.6. Прецизионные измерения электролабых наблюдаемых

Чтобы сравнить предсказания бесхиггсовских моделей с результатами прецизионных электролабых измерений, необходимо вычислить параметры Пескина – Такеучи S , T и U [71, 74, 78–81]. Мы используем эти параметры, чтобы подогнать наблюдаемые, соответствующие полюсу Z-бозона, измеренные на LEP1. В работе [29] был предложен расширенный набор параметров для учета результатов измерений дифференциальных сечений на LEP2. Однако единственная новая информация, заключенная в этих параметрах, состоит в ограничении на четырехфермионные операторы, порождаемые за счет обмена КК-бозонами, которые следует учесть для ограничения более легких резонансов из данных LEP2 и Tevatron. По сути дела наши параметры S , T и U являются линейными комбинациями параметров из работы [29].

В работе [80] мы вычислили косвенные поправки стандартным способом, в терминах массовых состояний, в пределе когда легкие фермионы локализованы на планковской бране. Важный технический момент в вычислениях состоит в сшивке четырехмерных констант взаимодействия. Действительно, если написать константы взаимодействия фермионов, то только две величины не зависят от общей нормировки полей W- и Z-бозонов и полностью фиксированы граничными условиями. Эти величины — электрический заряд и отношение между гиперзарядом и T_3 , т.е. константа взаимодействия с Z-бозоном. Сшивая эти величины со значениями, предсказанными в СМ, можно перенести все поправки в косвенные параметры.

В нашей основной модели с $g_{5L} = g_{5R} = g_5$ и с нулевыми локализованными на бранах кинетическими членами основной вклад в S в основном порядке в разложении по $1/\ln(R'/R) \approx 0,3$ равен

$$S \approx \frac{6\pi}{g^2 \ln(R'/R)} \approx 1,15, \quad (204)$$

причем $T \approx U \approx 0$. Такое значение S , очевидно, слишком велико по сравнению с экспериментальными ограничениями¹⁵.

Однако рассматриваемая теория имеет большее число параметров: например, кинетические операторы могут быть локализованы на границах при локально ненарушенных калибровочных симметриях:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & - \left[\frac{r}{4} W_{\mu\nu}^{L2} + \frac{r'}{4} B_{\mu\nu}^{Y2} \right] \delta(z - R) - \\ & - \frac{R'}{R} \left[\frac{\tau'}{4} B_{\mu\nu}^{D2} + \frac{\tau}{4} W_{\mu\nu}^{D2} \right] \delta(z - R'). \end{aligned}$$

¹⁵ На самом деле, следует не сравнивать это число с результатом обычной подгонки в СМ, а отделить вклад хиггсовского бозона. А именно, достаточно сделать подгонку в предположении большой массы хиггсовского бозона, равной масштабу обрезания в теории [29]. Мы также пренебрегаем петлевыми поправками от КК-мод.

Изучим сначала влияние асимметричных калибровочных констант в объеме вне бран и кинетических членов на планковской бране. Основной вклад в S равен

$$S \approx \frac{6\pi}{g^2 \ln(R'/R)} \frac{2}{1 + g_{5R}^2/g_{5L}^2} \frac{1}{1 + r/(R \ln(R'/R))}, \quad (205)$$

причем, по-прежнему, $T \approx U \approx 0$. Теперь в случае большого отношения g_{5R}/g_{5L} (или большого кинетического $SU(2)_L$ -члена) величина S подавляется. Однако квадрат массы W-бозона параметрически оказывается умноженным на тот же самый множитель. Это означает, что чем меньше S , тем больше масштаб КК-резонансов $1/R'$. Поэтому, желая получить малые поправки, мы, возможно, рассматриваем теорию в режиме сильной связи, где приведенные выше вычисления теряют смысл.

Другой набор параметров дается *кинетическими членами, локализованными на ИК-бране*. Их вклад является более сложным, поэтому мы приведем некоторые результаты в главном порядке по параметрам $\tau, \tau' \ll R \ln(R'/R)$. Кинетический член, соответствующий группе $SU(2)_D$, появляется уже в линейном порядке и эффективно приводит к умножению уравнения (205) на $1 + \tau/R$. С другой стороны, кинетический член, отвечающий группе $U(1)_{B-L}$, дает вклад только в квадратичном порядке. Если оставить только члены с τ' , то

$$S \approx \frac{6\pi}{g^2 \ln(R'/R)} - \frac{8\pi}{g^2} \left(1 - \left(\frac{g'}{g} \right)^2 \right) \frac{\tau'^2}{(R \ln(R'/R))^2}, \quad (206)$$

$$T \approx - \frac{2\pi}{g^2} \left(1 - \left(\frac{g'}{g} \right)^4 \right) \frac{\tau'^2}{(R \ln(R'/R))^2}, \quad (207)$$

а $U \approx 0$. Поэтому S становится равным нулю при $\tau' \approx 0,15 \ln(R'/R)$. Другое следствие присутствия кинетических членов на ИК-бране состоит в том, что один из Z'-бозонов, а именно тот, который взаимодействует с гиперзарядом, становится более легким.

Мы также численно исследовали пространство параметров в поисках областей, в которых эта модель еще не исключена. Для различных значений отношения g_{5R}/g_{5L} мы просканировали пространство параметров в переменных $\tau - \tau'$ (рис. 19)¹⁶. Требование, чтобы и $|S|$, и $|T|$ были меньше 0,3, дает разрешенную область только при больших значениях отношения $g_{5R}/g_{5L} > 2,5$, где теория, по всей вероятности, находится в режиме сильной связи. Эти результаты находятся в согласии с результатами, полученными в работах [79] и [29].

Если требовать, чтобы сильная связь возникала на масштабе энергий выше 3 ТэВ, то рассмотренная модель в том виде, как она была исходно предложена, по-видимому, лишена экспериментальной поддержки. Однако последнее слово не сказано, потому что существует некое решение [74, 84] S-проблемы, которое к тому же имеет еще несколько полезных следствий. Достаточно давно известно, что в моделях Рэндалл – Сундрума с хиггсовским бозоном параметр S имеет отрицательное и большое значение [85], если фермионы локализованы на ИК-бране, как это предлагалось первоначально. Если

¹⁶ Использование планковских кинетических членов привело бы только к нескольким другим константам взаимодействия для Z'-бозонов и, соответственно, к другим исключенным областям на графиках.

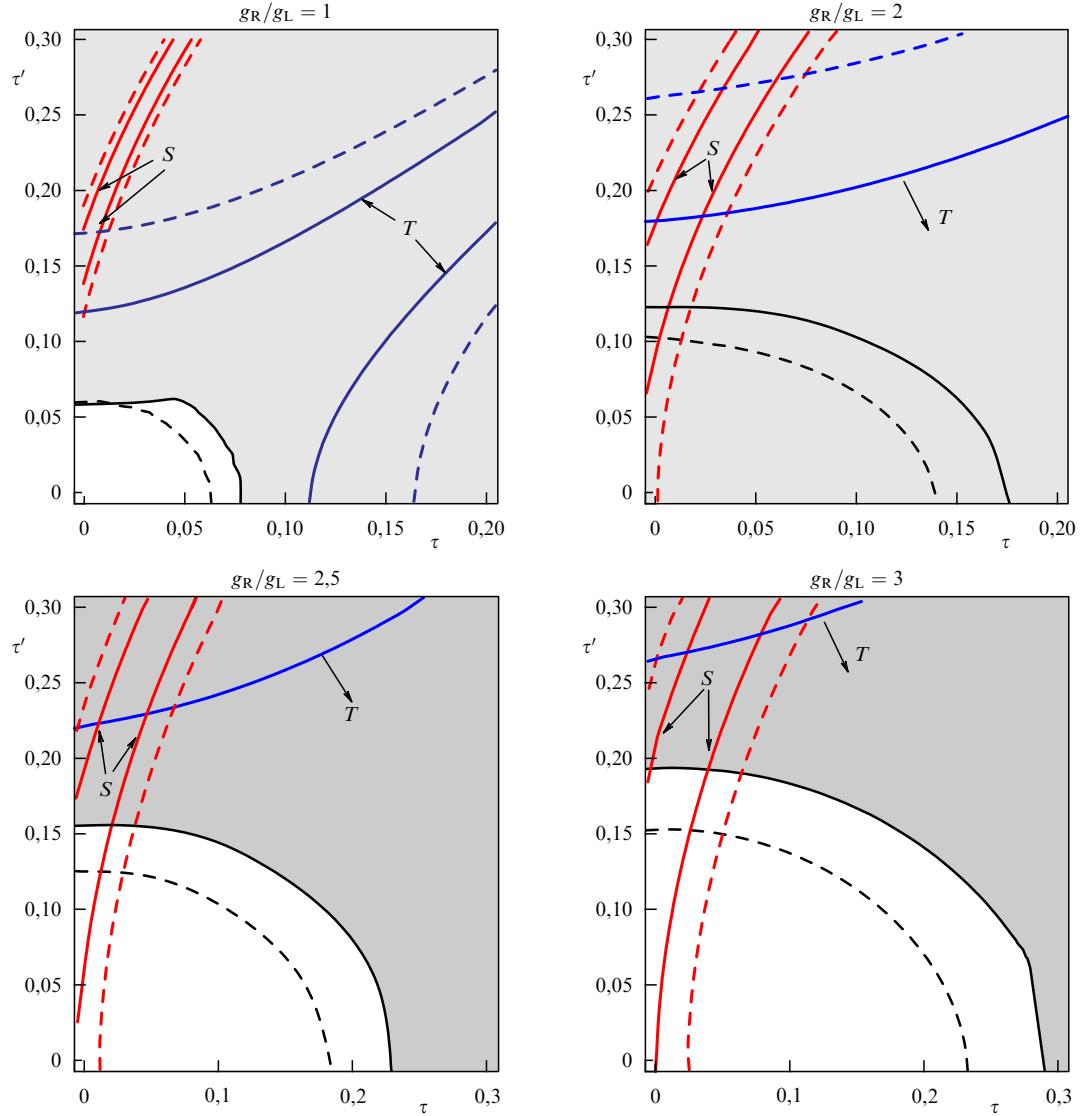


Рис. 19. Комбинированные графики экспериментальных ограничений на бесхиггсовские модели для различных значений отношения g_{5R}/g_{5L} в пространстве параметров $\tau - \tau'$ (нормированных значением $R \ln(R'/R)$). Сплошные линии для S (красная) и T (голубая) соответствуют $g_{5R}/g_{5L} = 0,25$; пунктирные линии — 0,5. Черная сплошная (штриховая) линия соответствует отклонению в дифференциальном сечении на 3 % (2 %) от его значения, измеренного на LEP2. Затененные области исключаются из-за отклонения больше, чем на 3 % от значений, полученных на LEP, и/или при прямом поиске на Tevatron.

фермионы локализованы на планковской бране, то вклад в параметр S положителен, поэтому при некотором промежуточном способе локализации параметр S становится равным нулю, что было впервые замечено для модели Рэндалл–Сундрума в работе [70]. Причина этого достаточно проста. Волновые функции W- и Z-бозонов являются приблизительно плоскими, а калибровочные КК-моды ортогональны к ним, а потому, если фермионные волновые функции также приблизительно плоские, то перекрытие калибровочных КК-мод с двумя фермионами приблизительно равно нулю. Поскольку именно взаимодействие калибровочных КК-мод с фермионами вызывает сдвиг в параметре S , то для приближенно плоских фермионных волновых функций параметр S должен быть малым. Заметим, что уменьшение константы взаимодействия калибровочных КК-мод не только приводит к уменьшению параметра S , но также ослабляет экспериментальные ограничения на массы легких КК-мод. Этот случай делокализованных объем-

ных фермионов не охватывается запрещающей теоремой, которая обсуждалась в работе [29], поскольку в теореме предполагается, что фермионы локализованы на планковской бране.

Чтобы описать эти утверждения количественно, достаточно рассмотреть простую модель, в которой все три поколения фермионов являются безмассовыми и имеют универсальный профиль делокализации в объеме вне бран. Прежде чем представить некоторые численные результаты, полезно понять аналитическое поведение параметра S в интересных пределах. Для фермионов, почти полностью локализованных на планковской бране, результат для параметра S можно разложить по степеням $(R/R')^{2c_L-1} \ll 1$. Главные члены, в свою очередь разложенные по степеням $1/\ln$, имеют вид

$$S = \frac{6\pi}{g^2 \ln(R'/R)} \left(1 - \frac{4}{3} \frac{2c_L - 1}{3 - 2c_L} \left(\frac{R}{R'} \right)^{2c_L-1} \ln \frac{R'}{R} \right), \quad (208)$$

при этом $U \approx T \approx 0$. Эта формула справедлива при $1/2 < c_L < 3/2$. При $c_L > 3/2$ поправки к этой формуле имеют порядок $(R'/R)^2$ и численно пренебрежимо малы. Легко видеть, что если фермионные волновые функции "утекают" в объем вне бран, то параметр S уменьшается.

В другом интересном пределе профиль почти плоский, т.е. $c_L \approx 1/2$. В этом случае главные вклады в S равны

$$S = \frac{2\pi}{g^2 \ln(R'/R)} \left(1 + (2c_L - 1) \ln \frac{R'}{R} + \mathcal{O}((2c_L - 1)^2) \right). \quad (209)$$

В плоском пределе $c_L = 1/2$ и величина S уже подавлена фактором 3 по сравнению со случаем, когда фермионы локализованы на планковской бране. Более того, главные члены сокращаются при

$$c_L = \frac{1}{2} - \frac{1}{2 \ln(R'/R)} \approx 0,487. \quad (210)$$

В случае, когда $c_L < 1/2$, параметр S становится большим и отрицательным и в пределе полностью локализованных на ИК-бране фермионов ($c_L \ll 1/2$) имеем

$$S = -\frac{16\pi}{g^2} \frac{1-2c_L}{5-2c_L}, \quad (211)$$

а при $c_L \rightarrow -\infty$ получаем

$$T \rightarrow \frac{2\pi}{g^2 \ln(R'/R)} (1 + \tan^2 \theta_W) \approx 0,5, \quad (212)$$

$$U \rightarrow -\frac{8\pi}{g^2 \ln(R'/R)} \frac{\tan^2 \theta_W}{2 + \tan^2 \theta_W} \frac{1}{c_L} \approx 0. \quad (213)$$

На рисунке 20 приведены численные результаты для косвенных поправок как функций c_L . Как видно, после обращения в нуль при $c_L \approx 1/2$ параметр S становится отрицательным и большим, тогда как T и U остаются малыми. Если выбрать R порядка обратной планковской шкалы, то первый КК-резонанс появляется при энергиях примерно 1,2 ТэВ, но при больших значениях R этот масштаб можно снизить до энергий ниже 1 ТэВ. Такие резонансы все еще находятся в режиме слабой связи почти со всеми плоскими фермионами, и поэтому для них легко избежать сильных ограничений, следующих из экспериментов по прямому поиску на LEP или Tevatron. Если теорию в пространстве AdS рассматривать как дуальное описание некоторой CFT, то $1/R$ имеет смысл масштаба, на котором CFT больше не является приближенно конформной, а, возможно, становится асимптотически свободной. Таким образом, вполне обоснованной представляется малость масштаба $1/R$ по сравнению с планковским масштабом.

На рисунке 21 представлены значение масштаба (126), которое следует из наивного размерного анализа (NDA), а также масса первого резонанса в плоскости параметров $(c_L - R)$. Увеличение R также влияет на косвенные поправки. Однако в то время, как с помощью делокализации фермионов всегда можно уменьшить параметр S , параметр T в этом случае увеличивается и накладывает

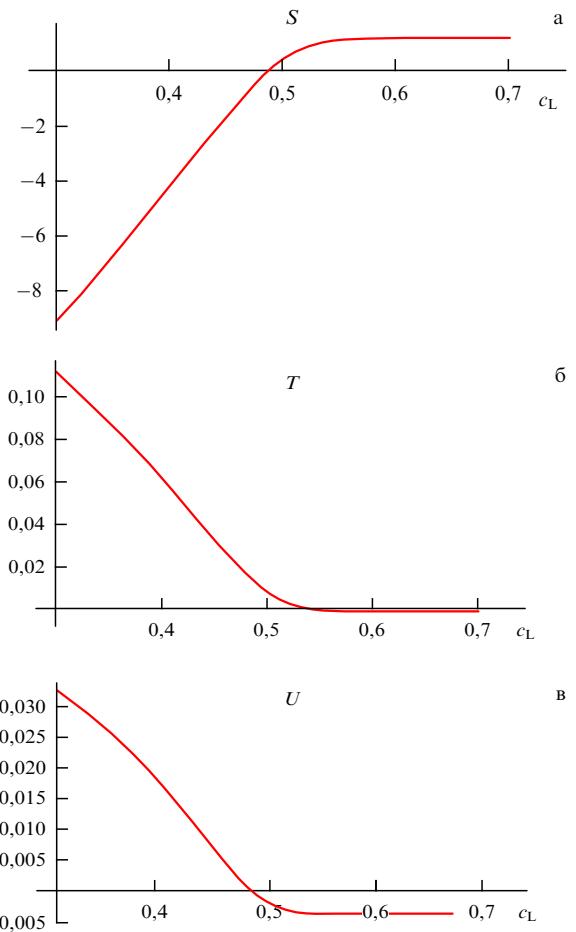


Рис. 20. Графики зависимости косвенных параметров от массы фермиона в объеме вне браны. Значения на рис. в соответствии со случаем локализации на планковской бране. Параметр S равен нулю при $c_L = 0,487$.

ограничение на верхнее значение R . Из рис. 21 также видно, что в области, где $|S| < 0,25$, константа взаимодействия первого резонанса с легкими фермионами в общем случае подавлена чуть менее чем на 10 %, по сравнению со значением в СМ. Это означает, что для Z' -резонансов с квантовыми числами, как у Z -бозона ограничение на уровне 2 ТэВ, следующее из экспериментов на LEP, также уменьшается, как минимум, в 10 раз (поправки к дифференциальному сечению примерно пропорциональны $g^2/M_{Z'}^2$). И, наконец, разрешенными оказываются такие большие значения R , как 10^{-7} ГэВ $^{-1}$, при которых массы резонансов имеют порядок 600 ГэВ. Поэтому даже если, следуя работе [68], учесть множитель порядка 1/4 в масштабе, получаем наивным размерным анализом, то появления режима сильной связи удается отсрочить до 10 ТэВ.

Хотя косвенные поправки можно поставить под контроль ценой некоторой "кухни" в способах локализации кварков и лептонов из СМ вдоль дополнительных измерений, надо сказать, что основная проблема, стоящая перед бесхиггсовскими моделями, состоит во включении третьего поколения кварков в теорию. Большую массу t -кварка можно получить за счет изменения константы взаимодействия b -кварков с Z -бозоном. Один из способов действий состоит в рассмотрении дополнительных измерений с топологией, определяемой боль-

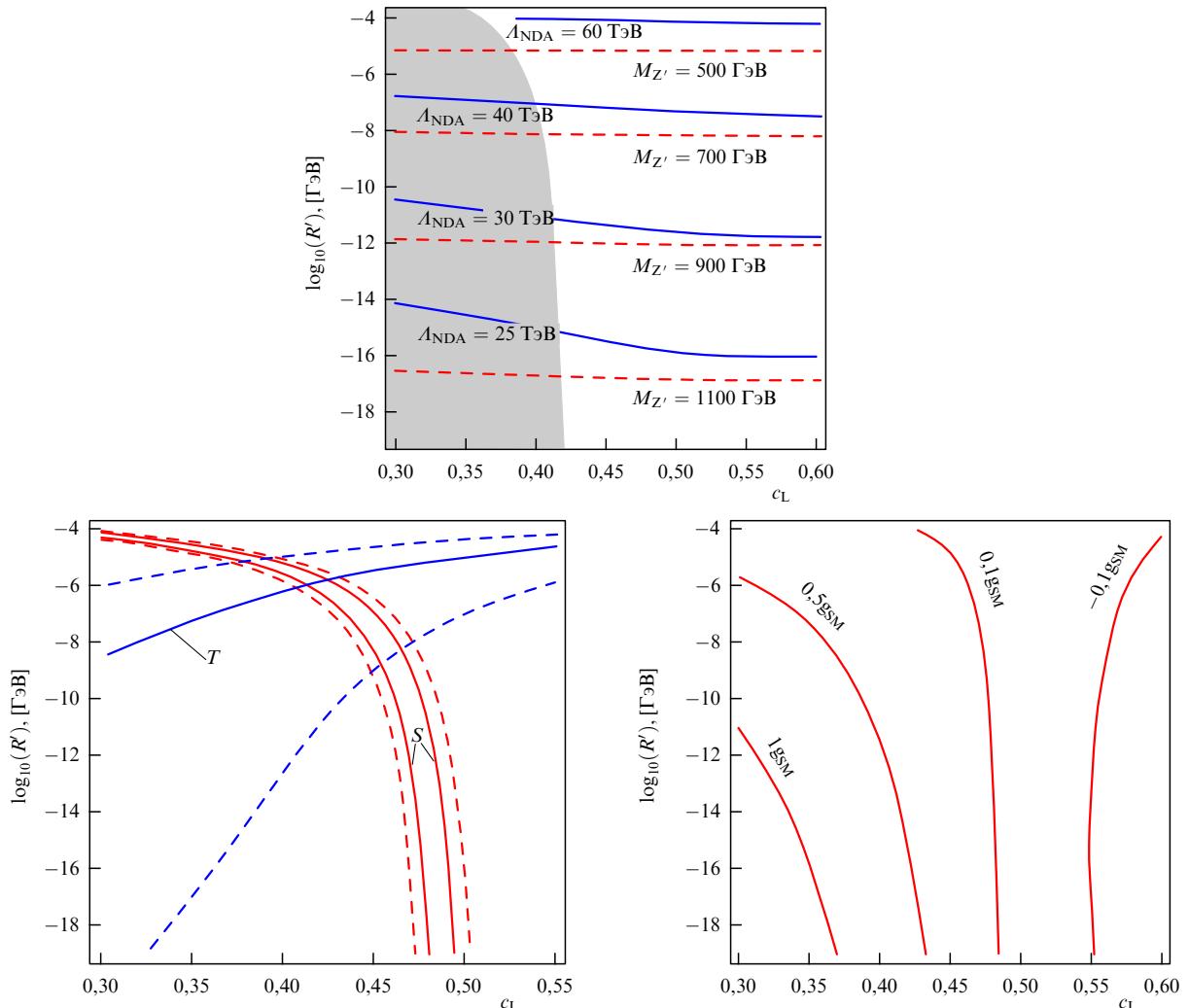


Рис. 21. На левом рисунке приведены графики A_{NDA} (сплошные голубые линии) и $M_{Z^{(1)}}$ (штриховые красные линии) в пространстве параметров $c_L - R$. Затененная область исключена в результате прямых поисков легкого Z' -резонанса на LEP. В центре показаны линии S (красные) для значений $|S| = 0,25$ (сплошная) и $0,5$ (штриховая) и T (голубые) для значений $|T| = 0,1$ (пунктирная), $0,3$ (сплошная) и $0,5$ (штриховая) как функции c_L и R . На правом графике приведены контуры для величины подавления фермионных констант взаимодействия с первым резонансом по сравнению со соответствующим значением в СМ. Область для c_L , разрешенная ограничениями на параметр S , находится в диапазоне $0,43 \pm 0,5$, где константы взаимодействия подавлены по меньшей мере в 10 раз.

шим количеством горловин [65], что позволяет получить несколько различных масштабов. По-видимому, можно использовать и другие вложения левых b - и t -кварков в представление $(2, 2)_{2/3}$ группы $SU(2)_L \times SU(2)_R \times U(1)_X$, чтобы получить правильное значение константы взаимодействия при вершине $Z b_L \bar{b}_L$ [82].

5.7. Проявления в экспериментах на ускорителях

Ненаблюдение физического скалярного хиггсовского бозона было бы первым указанием на реализацию бесхиггсовского сценария. Однако *отсутствие доказательства не есть доказательство отсутствия*, и, конечно, существуют другие модели, в которых хиггсовский бозон невозможно будет наблюдать в экспериментах на LHC, поэтому необходимо найти какие-нибудь другие характерные признаки бесхиггсовских моделей. В этом разделе мы близко следуем оригинальным работам [83, 86] и обзорам [57, 58].

Основные предсказания бесхиггсовских моделей таковы:

- отсутствует хиггсовский бозон;

- присутствуют КК-резонансы со спином 1 с квантовыми числами W - и Z -бозонов;
- имеются небольшие отклонения от универсальности в константах взаимодействия легких фермионов с калибровочными бозонами из СМ;
- имеются некоторые отклонения в константах самодействия калибровочных бозонов по сравнению с их значениями в СМ.

Пятиверные бесхиггсовские модели неперенормируемые и становятся сильно связанными на некотором масштабе обрезания Λ . Однако бесхиггсовские модели были предложены как раз для того, чтобы сделать масштаб Λ достаточно большим и чтобы избежать трудностей при сопоставлении предсказаний моделей с результатами прецизионных измерений электрослабых наблюдаемых, что, в свою очередь, означает, что сектор с сильной связью невозможно будет наблюдать на LHC. И все же увеличение Λ требует введения слабо связанных состояний в дополнение к спектру частиц из СМ, и именно эти состояния представляют собой предмет для поиска на LHC.

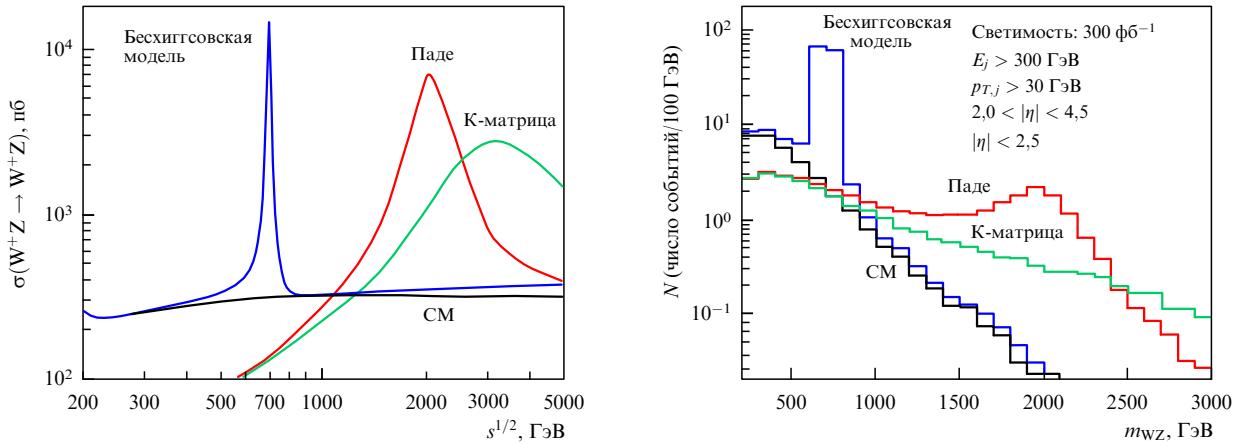
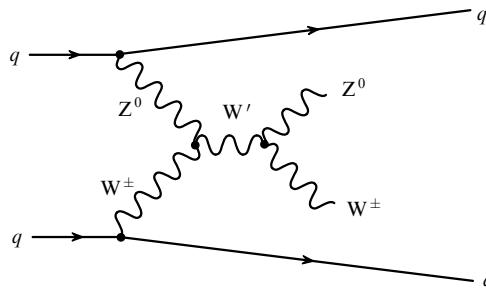


Рис. 22. Слева: сечения упругого рассеяния $W_L^\pm Z_L \rightarrow W_L^\pm Z_L$ в СМ (пунктирная линия), в бесхиггсовской модели с массой резонанса W' 700 ГэВ (голубая) и двух моделях унитаризации: модели Паде (красная) и модели К-матрицы (зеленая). Справа: число событий в 100 ГэВ интервале энергий в канале $2j + 3l + v$ на LHC при интегральной светимости 300 фб⁻¹ и с соответствующими обрезаниями в фазовом пространстве, показанными на рисунке (различные кривые соответствуют кривым слева). Константы и парциальные ширины W' -бозона предсказываются модельно-независимым образом с помощью унитарных правил сумм: $g_{WW'} < g_{WW} M_Z^2 / (\sqrt{3} M_{W'} M_W)$, $\Gamma(W' \rightarrow WZ) \sim \alpha M_{W'}^3 / (144 s_W^2 M_W^2)$. (Взято из работы [86].)

Существует много различных реализаций бесхиггсовских моделей, которые различаются по способу введения в теорию фермионов или по числу дополнительных измерений. Однако фундаментальный механизм, с помощью которого увеличивается величина масштаба Λ , является общим для всех этих моделей: необходимо существование новых массивных частиц со спином 1 на масштабе в несколько ТэВ, несущих те же самые квантовые числа, что и калибровочные бозоны в СМ, и их константы взаимодействия с W - и Z -бозонами и фотонами должны подчиняться унитарным правилам сумм (116)–(121), которые и приводят к сокращению растущих с ростом энергии вкладов продольных W - и Z -бозонов в амплитуду рассеяния. Поэтому процессы рассеяния векторных калибровочных бозонов представляют собой не зависящий от модели тест для бесхиггсовского сценария.



В общем случае правила сумм насыщаются уже при включении первого или нескольких низших резонансов. Более того, требование малости косвенных поправок приводит к тому, что константы взаимодействия калибровочных КК-бозонов с легкими фермионами из СМ также малы. Поэтому вне зависимости от модели можно предсказывать существование узких и легких резонансов, появляющихся в рассеянии W - и Z -бозонов, причем по меньшей мере один из этих резонансов должен появиться при меньших энергиях, приблизительно 1 ТэВ; в противном случае он будет неэффективным в восстановле-

нии унитарности. Например, в работе [86] рассматривались реакции упругого рассеяния $W_L^\pm Z_L \rightarrow W_L^\pm Z_L$ (при этом было показано, что появляются заряженные резонансы, подобные W' , а конечное состояние легко отщепить от фоновых событий).

На рисунке 22 приведено сечение упругого WZ -рассеяния и число событий в энергетическом интервале 100 ГэВ в канале $2j + 3l + v$ на LHC при полной светимости 300 фб⁻¹ и с соответствующими обрезаниями в фазовом пространстве. Можно заключить, что при наборе статистики в 10 фб⁻¹, что соответствует одному году работы при низкой светимости, LHC сможет обнаружить бесхиггсовский резонанс W' вплоть до масс 550 ГэВ, а исследование всего диапазона вплоть до 1 ТэВ потребует набора статистики в 60 фб⁻¹.

Хотя бесхиггсовскому резонансу W' нелегко избежать обнаружения уже на LHC, следует дождаться экспериментов на линейном коллайдере (ILC), чтобы с хорошей точностью измерить его константы взаимодействия и тем самым экспериментально проверить насыщение унитарных правил сумм.

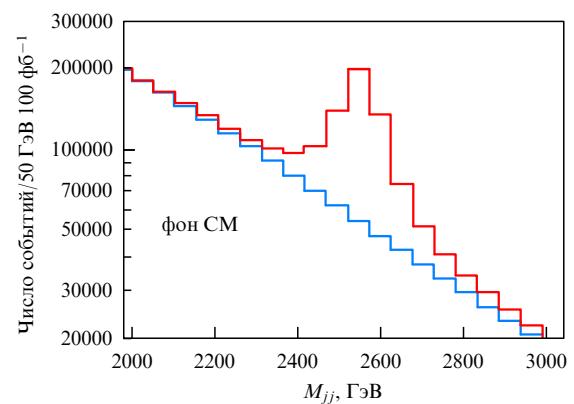


Рис. 23. Распределение событий с двумя адронными струями на LHC по их инвариантной массе. Виден характерный резонанс от первого глюонного КК-состояния. Чёрная гистограмма соответствует фону от частиц в СМ. (Взято из работы [79].)

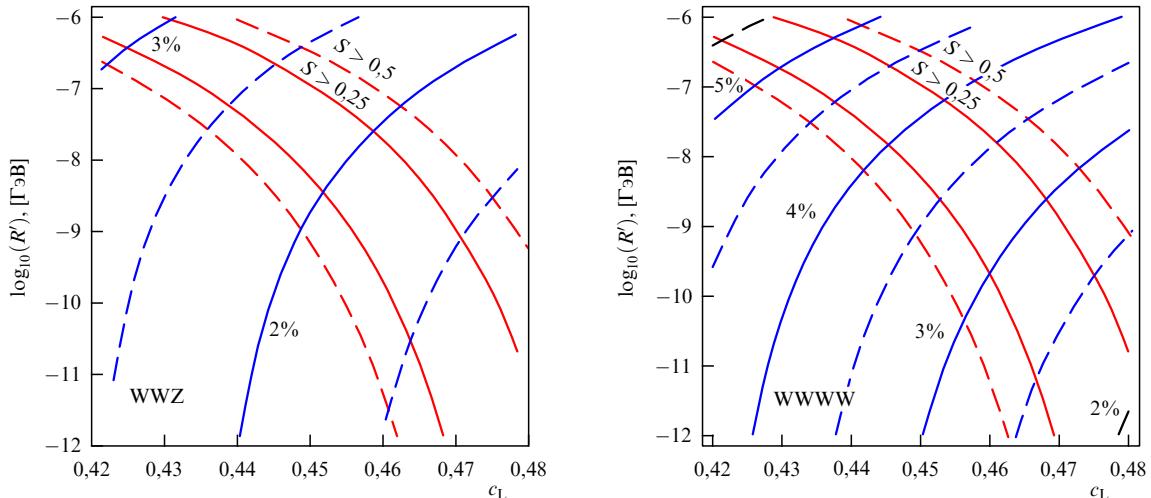


Рис. 24. Отклонения в константах взаимодействия калибровочных бозонов при вершинах WWZ и WWWW в бесхиггсовских моделях в зависимости от параметра фермионной локализации c и энергетического масштаба на УФ бране R . Красные и голубые линии соответствуют областям, соглашающимся с ограничениями на параметры S и T . (Взято из работы [57].)

Другой метод поиска КК-резонансов W' и Z' основан на процессах Дрелла – Яна [83]. Однако результаты таких анализов в большей степени модельно-зависимы, поскольку они требуют знания того, каким образом фермионы из СМ вводятся в теорию.

Следует также упомянуть, что КК-глюоны могут легко проявляться как резонансы в распределениях событий с двумя адронными струями [83]. Пример представлен на рис. 23. Повторим, что этот анализ зависит от способа локализации фермионов в объеме.

Наконец, еще одно интересное предсказание бесхиггсовских моделей состоит в наличии аномальных трех- и четырехбозонных констант взаимодействия. Действительно, в СМ правила сумм, из-за которых происходит сокращение членов, растущих как четвертая степень энергии, автоматически удовлетворяются вследствие калибровочной инвариантности. Для того чтобы правильным образом включить вклады новых состояний, константы взаимодействия между калибровочными бозонами из СМ должны быть изменены. Если предположить, что правила сумм выполняются уже для первого резонанса, то легко оценить величину этих отклонений:

$$\delta = \frac{\delta g_{WWZ}}{g_{WWZ}} \sim -\frac{1}{3} \frac{M_Z^2}{M_{Z'}^2}. \quad (214)$$

Здесь δ — сдвиг в константе взаимодействия, а отклонение оценивается с помощью правила сумм для упругого рассеяния W -бозонов. На рисунке 24 представлены отклонения в константах взаимодействия при вершинах WWWW и WWZ в бесхиггсовской модели: красные линии ограничивают области, соглашающиеся с электрослабыми прецизионными измерениями. Ожидается отклонения от 1 % до 3 % в трилинейных калибровочных константах. Эти значения очень близки к экспериментальному ограничению LEP, и их можно проверить на LHC. Линейный коллайдер (ILC), несомненно, будет в состоянии измерить такие сдвиги. Подчеркнем еще раз, что эти отклонения представляют собой твердые предсказания бесхиггсовского механизма и не зависят от деталей реализации конкретной бесхиггсовской модели.

6. Заключение.

Достижения последнего времени

Наследием работ по экспериментам на LEP/SLC является¹⁷ "впечатляющий триумф человеческих усилий", с большой точностью подтверждающий квантовую природу Стандартной модели (СМ). Тем не менее несмотря на все ожидания, остаются открытыми наиболее жгучие вопросы: как элементарные частицы приобретают свои массы? как нарушается электрослабая симметрия? Механизм Хиггса в СМ представляет собой лишь описание нарушения электрослабой симметрии, а не его объяснение, так как, например, в нем отсутствует динамика, способная объяснить причину появления нестабильности хиггсовского потенциала в нуле. Проблема иерархий показывает, что все менее и менее естественным оказывается непоявление в экспериментах новых частиц при увеличении энергии. В то же самое время прецизионные электрослабые измерения накладывают сильные ограничения на существование таких частиц. Эти ограничения в настоящее время столь сильны, что естественность даже минимальной суперсимметричной стандартной модели, которая долгое время рассматривалась как образец для физики за пределами СМ, сейчас оценивается не более чем единицей из ста, в отсутствие какого-либо антропного отбора. В преддверии начала работы LHC упомянутые проблемы выглядят обескураживающими. Однако они стимулировали творческую активность физиков, занимающихся разработкой теорий за пределами СМ, и в последнее время возникли многочисленные идеи как с феноменологической, так и с теоретической стороны. Изобретательные сценарии, часто подкрепленные симметрийными соображениями, привели к интересной новой скрытой физике, которая может проявляться при низких энергиях, модифицируя еще не очень хорошо измеренные величины (константы самодействия ка-

¹⁷ Р. Раттакци, доклад на Международной европейской конференции по физике высоких энергий, 21–27 июля, 2005, Лиссабон, Португалия.

либровочных бозонов, постоянные взаимодействия t - и b -кварков с W - и Z -бозонами, ...).

В заключение отметим, что представленный обзор моделей нарушения электрослабой симметрии, конечно, не претендует на полноту. Мы выбрали несколько моделей, главным образом, те, которые разрабатывали сами. Чтобы восстановить справедливость, если это вообще возможно, мы упомянем некоторые другие подходы, которые появились в последнее время и которым, безусловно, должен быть посвящен отдельный обзор:

- модели с "жирным" хиггсом [87];
- калибровочные расширения минимальной суперсимметричной СМ [88];
- бозонный механизм типа "seesaw" [89];
- суперсимметричные модели с малым хиггсом [90];
- модели сдвоенного хиггсовского бозона (twin Higgs models) [91];
- шестимерное нарушение электрослабой симметрии, радиационно индуцированное посредством ренормгруппы [92].

Благодарности. Мне приятно поблагодарить моих коллег, без которых эти лекции не были бы написаны. Я также признателен С. Делаунай, Р. Раттацци и М. Сероне за очень полезные обсуждения прецизионных измерений электрослабых наблюдаемых. Я также благодарен В. Рубакову за предложение написать этот обзор. Работа выполнена частично при поддержке грантов RTN European Program MRTN-CT-2004-503369, ACI Jeunes Chercheurs 2068 of the French Ministry of Research и гранта CNRS/USA 3503. Я бы также хотел поблагодарить Институт теоретической физики им. Галилео Галилея, Арчетри, Флоренция, за гостеприимство и INFN за частичную поддержку при написании последней части этого обзора.

Список литературы

1. Eidelman S et al. (Particle Data Group) *Phys. Lett. B* **592** 1 (2004)
2. Schmaltz M, Tucker-Smith D *Annu. Rev. Nucl. Part. Sci.* **55** 229 (2005); hep-ph/0502182
3. Chivukula R S, hep-ph/9803219; Dawson S, hep-ph/9901280; Kolda C, Murayama H *J. High Energy Phys.* (JHEP07) 035 (2000); hep-ph/0003170; Carena M, Haber H E *Prog. Part. Nucl. Phys.* **50** 63 (2003); hep-ph/0208209; Quiros M, hep-ph/0302189; Djouadi A, hep-ph/0503172; Dawson S *Int. J. Mod. Phys. A* **21** 1629 (2006); hep-ph/0510385; Reina L, hep-ph/0512377
4. Chivukula R S, in *Flavor Physics for the Millennium: TASI 2000* (Ed. J L Rosner) (Singapore: World Scientific, 2001) p. 731; hep-ph/0011264; hep-ph/9803219; Hill C T, Simmons E H *Phys. Rep.* **381** 235 (2003); "Erratum" **390** 553 (2004); hep-ph/0203079; Lane K, hep-ph/0202255; Kilian W *Linear Collider Physics in the New Millennium* (Adv. Ser. on Directions in High Energy Physics, Vol. 19, Eds K Fujii, D J Miller, A Soni) (New Jersey: World Scientific, 2005) p. 259; hep-ph/0303015
5. Рубаков В А УФН **171** 913 (2001); hep-ph/0104152; Gabadadze G, hep-ph/0308112; Csaki C, hep-ph/0404096; Rizzo T G *eConf C040802* L013 (2004); hep-ph/0409309; Burdman G *AIP Conf. Proc.* **753** 390 (2005); hep-ph/0409322; Pérez-Lorenzana A J. *Phys.: Conf. Ser.* **18** 224 (2005); hep-ph/0503177; Sundrum R, hep-th/0508134; Gherghetta T, hep-ph/0601213; Rattazzi R, hep-ph/0607055
6. Schmaltz M *Nucl. Phys.: Proc. Suppl.* **117** 40 (2003); hep-ph/0210415; Han T, Logan H E, Wang L-T *J. High Energy Phys.* (JHEP01) 099 (2006); hep-ph/0506313; Perelstein M *Prog. Part. Nucl. Phys.* **58** 247 (2007); hep-ph/0512128
7. http://www-zeus.desy.de/physics/sfew/PUBLIC/sfew_results/preliminary/dis04/dis04.php
8. Anderson P W *Phys. Rev.* **130** 439 (1963); Higgs P W *Phys. Lett.* **12** 132 (1964); *Phys. Rev. Lett.* **13** 508 (1964); *Phys. Rev.* **145** 1156 (1966); Guralnik G S, Hagen C R, Kibble T W B *Phys. Rev. Lett.* **13** 585 (1964); Englert F, Brout R *Phys. Rev. Lett.* **13** 321 (1964); Kibble T W B *Phys. Rev.* **155** 1554 (1967)
9. Weinberg S *Phys. Rev. D* **19** 1277 (1979); Susskind L *Phys. Rev. D* **20** 2619 (1979); Sikivie P et al. *Nucl. Phys. B* **173** 189 (1980)
10. Veltman M J G *Acta Phys. Polon. B* **8** 475 (1977)
11. Llewellyn Smith C H *Phys. Lett. B* **46** 233 (1973); Dicus D A, Mathur V S *Phys. Rev. D* **7** 3111 (1973)
12. Cornwall J M, Levin D N, Tiktopoulos G *Phys. Rev. Lett.* **30** 1268 (1973); "Erratum" **31** 572 (1973); *Phys. Rev. D* **10** 1145 (1974); "Erratum" **11** 972 (1975)
13. Lee B W, Quigg C, Thacker H B *Phys. Rev. Lett.* **38** 883 (1977); *Phys. Rev. D* **16** 1519 (1977); Chanowitz M S, Gaillard M K *Nucl. Phys. B* **261** 379 (1985)
14. Wilson K G *Phys. Rev. B* **4** 3184 (1971); Wilson K G, Kogut J *Phys. Rep.* **12** 75 (1974)
15. Линде А Д *Письма в ЖЭТФ* **23** 73 (1976); Linde A D *Phys. Lett. B* **70** 306 (1977); Weinberg S *Phys. Rev. Lett.* **36** 294 (1976)
16. Hambye T, Riesselmann K, hep-ph/9708416; Kolda C, Murayama H *J. High Energy Phys.* (JHEP07) 035 (2000); hep-ph/0003170
17. Weisskopf V F *Phys. Rev.* **56** 72 (1939); 't Hooft G, in *Recent Developments in Gauge Theories. Proc. of the Nato Advanced Study Institute, Cargèse, France, August 26–September 8, 1979* (NATO Adv. Study Inst. Ser.: Ser. B, Vol. 59, Eds G 't Hooft et al.) (New York: Plenum Press, 1980)
18. Casas J A, Espinosa J R, Hidalgo I J. *High Energy Phys.* (JHEP11) 057 (2004); hep-ph/0410298; *J. High Energy Phys.* (JHEP03) 038 (2005); hep-ph/0502066
19. Coleman S, Weinberg E *Phys. Rev. D* **7** 1888 (1973)
20. Einhorn M B, Jones D R T *Phys. Rev. D* **46** 5206 (1992)
21. Lam C S, hep-ph/0211230; Grojean C, in *Proc. of the Intern. Conf. on 20 Years of SUGRA and Search for SUSY and Unification (SUGRA20), Boston, Mass., USA, 17–20 March 2003*
22. Goldstone J *Nuovo Cimento* **19** 154 (1961); Goldstone J, Salam A, Weinberg S *Phys. Rev.* **127** 965 (1962)
23. Coleman S, Mandula J *Phys. Rev.* **159** 1251 (1967); Haag R, Lopuszański J T, Sohnius M *Nucl. Phys. B* **88** 257 (1975)
24. Csaki C et al. *Phys. Rev. D* **69** 055006 (2004); hep-ph/0305237
25. Csaki C et al. *Phys. Rev. Lett.* **92** 101802 (2004); hep-ph/0308038
26. Barbieri R, Strumia A, hep-ph/0007265
27. Golden M, Randall L *Nucl. Phys. B* **361** 3 (1991); Holdom B, Terning J *Phys. Lett. B* **247** 88 (1990); Altarelli G, Barbieri R *Phys. Lett. B* **253** 161 (1991); Peskin M E, Takeuchi T *Phys. Rev. Lett.* **65** 964 (1990); *Phys. Rev. D* **46** 381 (1992); Altarelli G, Barbieri R, Jadach S *Nucl. Phys. B* **369** 3 (1992); "Erratum" **376** 444 (1992); Maksymyk I, Burgess C P, London D *Phys. Rev. D* **50** 529 (1994); hep-ph/9306267; Burgess C P et al. *Phys. Rev. D* **49** 6115 (1994); hep-ph/9312291
28. Buchmüller W, Wyler D *Nucl. Phys. B* **268** 621 (1986); Grinstein B, Wise M B *Phys. Lett. B* **265** 326 (1991)
29. Barbieri R et al. *Nucl. Phys. B* **703** 127 (2004); hep-ph/0405040
30. Matchev K, hep-ph/0402031; Wells J D, hep-ph/0512342
31. Cacciapaglia G et al. *Phys. Rev. D* **74** 033011 (2006); hep-ph/0604111
32. Grojean C, Skiba W, Terning J *Phys. Rev. D* **73** 075008 (2006); hep-ph/0602154
33. Han Z, Skiba W *Phys. Rev. D* **71** 075009 (2005); hep-ph/0412166
34. Serone M *AIP Conf. Proc.* **794** 139 (2005); hep-ph/0508019; Cacciapaglia G, in *Les Houches "Physics at TeV Colliders 2005" Beyond the Standard Model Working Group: Summary Report* (Eds B C Allanach, C Grojean, P Skands); hep-ph/0602198
35. Manton N S *Nucl. Phys. B* **158** 141 (1979)
36. Fairlie D B *J. Phys. G: Nucl. Phys.* **5** L55 (1979); *Phys. Lett. B* **82** 97 (1979); Forgács P, Manton N S *Commun. Math. Phys.* **72** 15 (1980); Randjbar-Daemi S, Salam A, Strathdee J *Nucl. Phys. B* **214** 491 (1983); Antoniadis I, Benakli K *Phys. Lett. B* **326** 69 (1994); hep-ph/9310151; Kapetanakis D, Zoupanos G *Phys. Rep.* **219** 4 (1992); Dvali G, Randjbar-Daemi S, Tabbash R *Phys. Rev. D* **65** 064021 (2002); hep-ph/0102307
37. Candelas P et al. *Nucl. Phys. B* **258** 46 (1985); Dixon L et al. *Nucl. Phys. B* **261** 678 (1985); **274** 285 (1986)

38. Witten E *Nucl. Phys. B* **258** 75 (1985); Candelas P et al. *Nucl. Phys. B* **258** 46 (1985); Ibáñez L E, Nilles H P, Quevedo F *Phys. Lett. B* **187** 25 (1987); Ibáñez L E et al. *Nucl. Phys. B* **301** 157 (1988)
39. Hosotani Y *Phys. Lett. B* **126** 309 (1983); **129** 193 (1983); *Ann. Phys. (New York)* **190** 233 (1989); Hatanaka H, Inami T, Lim C S *Mod. Phys. Lett. A* **13** 2601 (1998); hep-th/9805067; Hatanaka H *Prog. Theor. Phys.* **102** 407 (1999); hep-th/9905100; Kubo M, Lim C S, Yamashita H *Mod. Phys. Lett. A* **17** 2249 (2002); hep-ph/0111327; Hall L J, Murayama H, Nomura Y *Nucl. Phys. B* **645** 85 (2002); hep-th/0107245; Hall L, Nomura Y, Smith D *Nucl. Phys. B* **639** 307 (2002); hep-ph/0107331; Antoniadis I, Benakli K, Quirós M *New J. Phys.* **3** 20 (2001); hep-th/0108005
40. Csáki C, Grojean C, Murayama H *Phys. Rev. D* **67** 085012 (2003); hep-ph/0210133
41. Gogoladze I, Mimura Y, Nandi S *Phys. Lett. B* **562** 307 (2003); hep-ph/0302176; Burdman G, Nomura Y *Nucl. Phys. B* **656** 3 (2003); hep-ph/0210257; Haba N et al. *Nucl. Phys. B* **657** 169; "Erratum" **669** 381 (2003); hep-ph/0212035; Haba N, Shimizu Y *Phys. Rev. D* **67** 095001 (2003); "Erratum" **69** 059902 (2004); hep-ph/0212166; Gogoladze I, Mimura Y, Nandi S *Phys. Rev. Lett.* **91** 141801 (2003); hep-ph/0304118; Haba N, Hosotani Y, Kawamura Y *Prog. Theor. Phys.* **111** 265 (2004); hep-ph/0309088; Choi K et al. *J. High Energy Phys. (JHEP02)* 037 (2004); hep-ph/0312178; Haba N et al. *Phys. Rev. D* **70** 015010 (2004); hep-ph/0401183; Haba N, Yamashita T *J. High Energy Phys. (JHEP02)* 059 (2004); hep-ph/0401185; Hosotani Y, Noda S, Takenaga K *Phys. Rev. D* **69** 125014 (2004); hep-ph/0403106; Hosotani Y, hep-ph/0408012; Hasegawa K, Lim C S, Maru N *Phys. Lett. B* **604** 133 (2004); hep-ph/0408028; Diaz-Cruz J L *Mod. Phys. Lett. A* **20** 2397 (2005); hep-ph/0409216; Hosotani Y, Noda S, Takenaga K *Phys. Lett. B* **607** 276 (2005); hep-ph/0410193; Hosotani Y, Mabe M *Phys. Lett. B* **615** 257 (2005); hep-ph/0503020; Gogoladze I et al. *Phys. Rev. D* **72** 055006 (2005); hep-ph/0504082; Aranda A, Diaz-Cruz J L, Rosado A, hep-ph/0507230; Aranda A, Diaz-Cruz J L *Phys. Lett. B* **633** 591 (2006); hep-ph/0510138; Haba N et al. *J. High Energy Phys. (JHEP02)* 073 (2006); hep-ph/0511046
42. Serduca C A, Serone M, Silvestrini L *Nucl. Phys. B* **669** 128 (2003); hep-ph/0304220; Serduca C A et al. *J. High Energy Phys. (JHEP02)* 049 (2004); hep-th/0312267
43. Martinelli G et al. *J. High Energy Phys. (JHEP10)* 037 (2005); hep-ph/0503179
44. Cacciapaglia G, Csáki C, Park S C *J. High Energy Phys. (JHEP03)* 099 (2006); hep-ph/0510366
45. Panico G, Serone M, Wulzer A *Nucl. Phys. B* **739** 186 (2006); hep-ph/0510373
46. Arkani-Hamed N, Cohen A G, Georgi H *Phys. Lett. B* **513** 232 (2001); hep-ph/0105239
47. Hebecker A, March-Russell J *Nucl. Phys. B* **625** 128 (2002); hep-ph/0107039
48. von Gersdorff G, Irges N, Quirós M *Nucl. Phys. B* **635** 127 (2002); hep-th/0204223; hep-ph/0206029; Sundrum R, unpublished
49. von Gersdorff G, Irges N, Quirós M *Phys. Lett. B* **551** 351 (2003); hep-ph/0210134
50. Biggio C, Quirós M *Nucl. Phys. B* **703** 199 (2004); hep-ph/0407348
51. Contino R, Nomura Y, Pomarol A *Nucl. Phys. B* **671** 148 (2003); hep-ph/0306259; Agashe K, Contino R, Pomarol A *Nucl. Phys. B* **719** 165 (2005); hep-ph/0412089; Agashe K, Contino R *Nucl. Phys. B* **742** 59 (2006); hep-ph/0510164
52. Oda K, Weiler A *Phys. Lett. B* **606** 408 (2005); hep-ph/0410061; Hosotani Y, Mabe M *Phys. Lett. B* **615** 257 (2005); hep-ph/0503020; Hosotani Y et al. *Phys. Rev. D* **73** 096006 (2006); hep-ph/0601241
53. Kaplan D B, Georgi H *Phys. Lett. B* **136** 183 (1984); Kaplan D B, Georgi H, Dimopoulos S *Phys. Lett. B* **136** 187 (1984); Georgi H, Kaplan D B, Galison P *Phys. Lett. B* **143** 152 (1984); Georgi H, Kaplan D B *Phys. Lett. B* **145** 216 (1984); Dugan M J, Georgi H, Kaplan D B *Nucl. Phys. B* **254** 299 (1985)
54. Panico G, Serone M *J. High Energy Phys. (JHEP05)* 024 (2005); hep-ph/0502255; Maru N, Takenaga K *Phys. Rev. D* **72** 046003 (2005); hep-th/0505066
55. Espinosa J R, Losada M, Riotto A *Phys. Rev. D* **72** 043520 (2005); hep-ph/0409070; Grojean C, Servant G, Wells J D *Phys. Rev. D* **71** 036001 (2005); hep-ph/0407019
56. Cacciapaglia G et al. *eConf C040802* FRT004 (2004); Csáki C, hep-ph/0412339
57. Cacciapaglia G "Les Houches Physics at TeV Colliders 2005", Proc., to appear
58. Lille B, Tening J, in Workshop on CP Studies and Non-Standard Higgs Physics, May 2004–December 2005 (CERN 2006-009, Eds S Kraml et al.) (Geneva: CERN, 2006); hep-ph/0608079
59. Csáki C, Hubisz J, Meade P, hep-ph/0510275
60. Foadi R, Gopalakrishna S, Schmidt C *J. High Energy Phys. (JHEP03)* 042 (2004); hep-ph/0312324; Casalbuoni R, De Curtis S, Dominici D *Phys. Rev. D* **70** 055010 (2004); hep-ph/0405188; Evans N, Membré P, hep-ph/0406285; Georgi H *Phys. Rev. D* **71** 015016 (2005); hep-ph/0408067; Perelstein M *J. High Energy Phys. (JHEP10)* 010 (2004); hep-ph/0408072; Chivukula R S et al. *Phys. Rev. D* **71** 035007 (2005); hep-ph/0410154
61. Hirn J, Stern J *Eur. Phys. J. C* **34** 447 (2004); hep-ph/0401032; *J. High Energy Phys. (JHEP09)* 058 (2004); hep-ph/0403017; *Phys. Rev. D* **73** 056001 (2006); hep-ph/0504277; Gabriel S, Nandi S, Seidl G *Phys. Lett. B* **603** 74 (2004); hep-ph/0406020; Nagasawa T, Sakamoto M *Prog. Theor. Phys.* **112** 629 (2004); hep-ph/0406024; Carone C D, Conroy J M *Phys. Rev. D* **70** 075013 (2004); hep-ph/0407116; Chang S, Park S C, Song J *Phys. Rev. D* **71** 106004 (2005); hep-ph/0502029; Tran N-K *Nucl. Phys. B* **734** 246 (2006); hep-th/0502205
62. Agashe K, Servant G *Phys. Rev. Lett.* **93** 231805 (2004); hep-ph/0403143; *J. Cosmol. Astropart. Phys. (JCAP02)* 002 (2005); hep-ph/0411254
63. Chacko Z et al. *Phys. Rev. D* **70** 084028 (2004); hep-th/0312117; Carena M, Lykken J, Park M *Phys. Rev. D* **72** 084017 (2005); hep-ph/0506305; Bao R et al. *Phys. Rev. D* **73** 064026 (2006); hep-th/0511266
64. Nomura Y, Smith D, Weiner N *Nucl. Phys. B* **613** 147 (2001); hep-ph/0104041
65. Cacciapaglia G et al. *Phys. Rev. D* **72** 095018 (2005); hep-ph/0505001; *Phys. Rev. D* **74** 045019 (2006); hep-ph/0604218
66. Schwinn C *Phys. Rev. D* **69** 116005 (2004); hep-ph/0402118; Dicus D A, He H-J *Phys. Rev. D* **71** 093009 (2005); hep-ph/0409131; Schwinn C *Phys. Rev. D* **71** 113005 (2005); hep-ph/0504240
67. Chivukula R S, Dicus D A, He H-J *Phys. Lett. B* **525** 175 (2002); hep-ph/0111016; Chivukula R S, He H-J *Phys. Lett. B* **532** 121 (2002); hep-ph/0201164; Chivukula R S et al. *Phys. Lett. B* **562** 109 (2003); hep-ph/0302263; De Curtis S, Dominici D, Pelaez J R *Phys. Lett. B* **554** 164 (2003); hep-ph/0211353; *Phys. Rev. D* **67** 076010 (2003); hep-ph/0301059; Abe Y et al. *Prog. Theor. Phys.* **109** 831 (2003); hep-th/0302115; He H-J *Int. J. Mod. Phys. A* **20** 3362 (2005); hep-ph/0412113
68. Papucci M, hep-ph/0408058
69. Ohl T, Schwinn C *Phys. Rev. D* **70** 045019 (2004); hep-ph/0312263; Abe Y et al. *Prog. Theor. Phys.* **113** 199 (2005); hep-th/0402146; Mück A et al. *Phys. Rev. D* **71** 066004 (2005); hep-ph/0411258; Nilse L, hep-ph/0512216
70. Agashe K et al. *J. High Energy Phys. (JHEP08)* 050 (2003); hep-ph/0308036
71. Barbieri R, Pomarol A, Rattazzi R *Phys. Lett. B* **591** 141 (2004); hep-ph/0310285
72. Maldacena J M *Adv. Theor. Math. Phys.* **2** 231 (1998); *Int. J. Theor. Phys.* **38** 1113 (1999); hep-th/9711200; Arkani-Hamed N, Poratti M, Randall L J *High Energy Phys. (JHEP08)* 017 (2001); hep-th/0012148; Rattazzi R, Zaffaroni A J *High Energy Phys. (JHEP04)* 021 (2001); hep-th/0012248; Pérez-Victoria M J *High Energy Phys. (JHEP05)* 064 (2001); hep-th/0105048; Agashe K, Delgado A *Phys. Rev. D* **67** 046003 (2003); hep-th/0209212
73. Contino R, Pomarol A *J. High Energy Phys. (JHEP11)* 058 (2004); hep-th/0406257
74. Cacciapaglia G et al. *Phys. Rev. D* **71** 035015 (2005); hep-ph/0409126
75. Csáki C et al. *Phys. Rev. D* **70** 015012 (2004); hep-ph/0310355
76. Nomura Y *J. High Energy Phys. (JHEP11)* 050 (2003); hep-ph/0309189
77. Grossman Y, Neubert M *Phys. Lett. B* **474** 361 (2000); hep-ph/9912408; Gherghetta T, Pomarol A *Nucl. Phys. B* **586** 141 (2000); hep-ph/0003129; Huber S J, Shafi Q *Phys. Lett. B* **498** 256 (2001); hep-ph/0010195; Bagger J A, Feruglio F, Zwirner F *Phys. Rev. Lett.* **88** 101601 (2002); hep-th/0107128; *J. High Energy Phys. (JHEP02)* 010 (2002); hep-th/0108010

78. Burdman G, Nomura Y *Phys. Rev. D* **69** 115013 (2004); hep-ph/0312247
79. Davoudiasl H et al. *Phys. Rev. D* **70** 015006 (2004); hep-ph/0312193
80. Cacciapaglia G et al. *Phys. Rev. D* **70** 075014 (2004); hep-ph/0401160
81. Chivukula R S et al. *Phys. Rev. D* **70** 075008 (2004); hep-ph/0406077; *Phys. Lett. B* **603** 210 (2004); hep-ph/0408262
82. Agashe K et al. *Phys. Lett. B* **641** 62 (2006); hep-ph/0605341
83. Davoudiasl H et al. *J. High Energy Phys.* (JHEP05) 015 (2004); hep-ph/0403300; Hewett J L, Lillie B, Rizzo T G *J. High Energy Phys.* (JHEP10) 014 (2004); hep-ph/0407059; Lillie B J. *High Energy Phys.* (JHEP02) 019 (2006); hep-ph/0505074
84. Foadi R, Gopalakrishna S, Schmidt C *Phys. Lett. B* **606** 157 (2005); hep-ph/0409266; Chivukula R S et al. *Phys. Rev. D* **71** 115001 (2005); hep-ph/0502162; Casalbuoni R et al. *Phys. Rev. D* **71** 075015 (2005); hep-ph/0502209; Chivukula R S et al. *Phys. Rev. D* **72** 015008 (2005); hep-ph/0504114; Georgi H, hep-ph/0508014; Chivukula R S et al. *Phys. Rev. D* **72** 075012 (2005); hep-ph/0508147; Foadi R, Schmidt C *Phys. Rev. D* **73** 075011 (2006); hep-ph/0509071; Chivukula R S et al. *Phys. Rev. D* **72** 095013 (2005); hep-ph/0509110
85. Csáki C, Erlich J, Terning J *Phys. Rev. D* **66** 064021 (2002); hep-ph/0203034
86. Birkedal A, Matchev K, Perelstein M *Phys. Rev. Lett.* **94** 191803 (2005); hep-ph/0412278; Birkedal A, Matchev K T, Perelstein M, hep-ph/0508185
87. Harnik R et al. *Phys. Rev. D* **70** 015002 (2004); hep-ph/0311349; Kitano R, Kribs G D, Murayama H *Phys. Rev. D* **70** 035001 (2004); hep-ph/0402215; Chang S, Kilic C, Mahbubani R *Phys. Rev. D* **71** 015003 (2005); hep-ph/0405267; Delgado A, Tait T M P *J. High Energy Phys.* (JHEP07) 023 (2005); hep-ph/0504224
88. Luty M A, Terning J, Grant A K *Phys. Rev. D* **63** 075001 (2001); hep-ph/0006224; Batra P et al. *J. High Energy Phys.* (JHEP02) 043 (2004); hep-ph/0309149; Casas J A, Espinosa J R, Hidalgo I *J. High Energy Phys.* (JHEP01) 008 (2004); hep-ph/0310137
89. Kim H D *Phys. Rev. D* **72** 055015 (2005); hep-ph/0501059
90. Birkedal A, Chacko Z, Gaillard M K *J. High Energy Phys.* (JHEP10) 036 (2004); hep-ph/0404197; Chankowski P H et al. *Phys. Lett. B* **598** 252 (2004); hep-ph/0407242; Berezhiani Z et al. *Phys. Rev. Lett.* **96** 031801 (2006); hep-ph/0509311; Csáki C et al. *Phys. Rev. D* **73** 035006 (2006); hep-ph/0510294
91. Chacko Z, Goh H-S, Harnik R *Phys. Rev. Lett.* **96** 231802 (2006); hep-ph/0506256; Barbieri R, Gregoire T, Hall L J, hep-ph/0509242; Chacko Z et al. *J. High Energy Phys.* (JHEP01) 126 (2006); hep-ph/0510273
92. Dudas E, Papineau C, Rubakov V *J. High Energy Phys.* (JHEP03) 085 (2006); hep-th/0512276

New approaches to electroweak symmetry breaking

C. Grojean

*CERN Physics Department, Theory Division,
CH-1211 Geneva 23, Switzerland
Service de Physique Théorique, CEA Saclay,
F91191 Gif-sur-Yvette, France
E-mail: Christophe.Grojean@cern.ch*

Although the spectacular experimental achievements of particle physics in the last decade have strengthened the Standard Model (SM) as an adequate description of nature, they have also revealed that the SM matter represents a mere 5% or so of the energy density of the Universe, which clearly points to some physics beyond the SM despite the desperate lack of direct experimental evidence. The sector responsible for the spontaneous breaking of the SM electroweak symmetry is likely to be the first to provide experimental hints for this new physics. The aim of this review is, after briefly introducing the SM physics and the conventional Higgs mechanism, to give a survey of recent ideas on how breaking electroweak symmetry dynamics can be explained.

PACS numbers: **12.15.-y, 12.60.-i, 14.80.Bn, 14.80.Cp**

Bibliography — 92 references

Received 28 June 2006

Uspekhi Fizicheskikh Nauk **177** (1) 3–42 (2007)

Physics – Uspekhi **50** (1) (2007)