

МЕТОДИЧЕСКИЕ ЗАМЕТКИ

Построение преобразований Лоренца на базе стандартов частоты

А.А. Денисов, Э.Ш. Теплицкий

Рассматривается метод построения преобразований Лоренца, а также соответствующей псевдоевклидовой геометрии как преобразований набора наблюдаемых физических величин ("информационного пространства"), получаемых наблюдателями в инерциальных системах отсчета, снабженных стандартами частоты. Такое использование стандарта частоты (единого стандарта длины и времени) дает возможность объяснить физический смысл этих преобразований.

PACS number: 03.30.+p

Содержание

1. Введение (857).
2. Условия распространения электромагнитной информации между двумя движущимися системами отсчета (858).
3. Однопутевой эффект Доплера (859).
4. Преобразования Лоренца (двухпутевой эффект Доплера) (861).

Список литературы (863).

1. Введение

За прошедшие сто с лишним лет со времени опубликования А. Эйнштейном специальной теории относительности (СТО), определенной им как фундаментальная теория, т.е. теория, основанная на минимальном наборе постулатов, не было получено ни одного экспериментального результата, противоречащего ее выводам. Таких постулатов (в изложении Эйнштейна) только два: 1) инвариантность уравнений электродинамики для инерциальных систем отсчета; 2) постоянство скорости света ($c = \text{const}$) вне зависимости от движения наблюдателя (и/или источника света) — и эти постулаты кажутся противоречащими друг другу [1]. Однако, согласно Эйнштейну, "принцип постоянства скорости света и принцип относительности противоречат один другому только до тех пор, пока сохраняется постулат абсолют-

ного времени, т.е. абсолютный смысл одновременности. Если же допускается относительность времени, то оба принципа остаются совместимыми; именно в этом случае исходя из этих двух принципов следует теория, называемая «теорией относительности» [2]. В этом утверждении время, вернее, величина ct , имеющая размерность пространственной координаты, должна обладать теми же свойствами, что и остальные координаты, в том числе зависимостью от скорости системы отсчета, но при соблюдении условия $c = \text{const}$.

Вопрос о физическом смысле теории относительности, в основе выводов которой лежат преобразования Лоренца, остается актуальным и сегодня. Причину этого объяснил Л. Бриллюэн: "Выводы Эйнштейна справедливы, однако преобразования Лоренца представляют собой математическое средство и ненаблюдаемы; они очень полезны, но явно не имеют физического смысла" [3]. В настоящее время считается удобным рассматривать второй постулат как содержащий два утверждения: а) скорость света постоянна при распространении в реальном физическом (т.е. изотропном) пространстве и б) скорость света не зависит от скорости источника излучения [4] (обсуждаются и более широкие формулировки этого постулата, включающие случай возможного анизотропного распространения света и т.п.) [5].

Построение СТО предполагает наличие физически обоснованного вывода полного набора преобразований координат, а также времени при переходе от покоящейся системы отсчета к другой системе, равномерно и прямо-линейно движущейся относительно первой. Первонаучальный вывод этих преобразований Лоренцем, а впоследствии Лармором и Пуанкаре [6] проводился "конструктивно", т.е. на базе модельных представлений о свойствах распространения света, в частности об "эфире", и некоторых особенностях поведения линеек и часов при их движении, подобранных (Физжеральдом) так, чтобы можно было "объяснить" результаты экспериментов Майкельсона (сокращение размеров тел при их движении).

А.А. Денисов. Государственный институт стандартизации, метрологии и сертификации НПО "Исари",
380092 Тбилиси, ул. Чаргали 67, Грузия
Тел. (995-32) 613 090

Э.Ш. Теплицкий. Тбилисский государственный университет
им. И. Джавахишвили, факультет физики,
380028 Тбилиси, просп. Чавчавадзе 1, Грузия
Тел. (995-32) 230 856

*Статья поступила 15 августа 2005 г.,
после доработки 9 ноября 2005 г.*

Однако независимый от подобных гипотез вывод этих преобразований, проведенный самим Эйнштейном, а затем и его варианты, предложенные другими физиками (см., например, Бонди [7], Бом [8], Переc [9]), не считаются достаточно полными для завершения построения базиса системы преобразований координат и времени, поскольку они содержат вспомогательный коэффициент, для определения которого привлекаются дополнительные соображения, такие как унимодулярность этих преобразований, соответствие относительных масштабов эталонов длины обеих систем отсчета и т.д. Единственность преобразований Лоренца (группы Лоренца) достигается лишь в СТО, сформулированной Г. Минковским [6] как теория пространства-времени, обладающего псевдоевклидовой структурой, что представляет собой, по сути, еще одну форму постулатов теории относительности. Этот подход фактически является реализацией "эрлангенской программы" Ф. Клейна, согласно которой геометрия данного пространства определяется группой преобразований, действующей в нем.

Теория относительности возникла в механике (Галилей) и использовала принятые в ней понятия и методы (линейки, часы). Современная теория относительности (Эйнштейн) ориентировалась уже на электродинамику, но использовала те же, хотя и не свойственные ей образы, линейки и часы, что приводит к определенным трудностям в понимании получаемых результатов ("парадоксам"). В настоящее время в метрологии произошел решительный переход от старых метрических единиц к новым — на базе квантовых стандартов частоты, которые уже становятся универсальными для всех разделов физики и воспринимаются достаточно однозначно. Мы понимаем, что для изложения современной физики не обязательно исходить из ее исторического прошлого и используемых ранее понятий. В данном случае частота волны и доплеровский сдвиг — это уже не следствия принятой теории, а наблюдаемые величины, которые могут быть использованы для первоначального определения как преобразований Лоренца, так и их физического смысла, в том числе для необходимого введения псевдоевклидова пространства-времени, с которым имеет дело наблюдатель.

В настоящей статье предпринята попытка построения преобразований Лоренца на основе общих постулатов Эйнштейна — постоянства скорости света в вакууме, независимо от состояния движения источников излучения и наблюдателей в инерциальных системах отсчета, и принципа относительности в его первоначальной формулировке, согласно которой в инерциальных системах отсчета все электромагнитные процессы описываются одинаково. Эта формулировка предполагает, что сопоставляются уравнения и описываемые ими явления лишь одной области физики (только электродинамика, только механика и т.д.) и способы сопоставления должны основываться на используемых в этих областях физики средствах анализа: часах и линейках — для механики, электромагнитных (оптических) эталонах — для электромагнитных явлений и т.д. При таком подходе принимается, что в разных областях физики те или иные эталоны мер и средства наблюдений представляют собой разные, но определяемые типом наблюдений носители информации, тогда как преобразования Галилея или Лоренца являются способами пересчета информации,

получаемой одним наблюдателем от другого (или его средств оповещения) или даже без явного участия движущегося наблюдателя. При этом исходные физические процессы в каждой из инерциальных систем воспринимаются сопутствующим наблюдателем без искажений наблюдаемых величин и явлений. Теория относительности (или геометрия Минковского) как общий принцип физики представляет собой постулат, который, оправдав себя в одной области физики, может потребовать расширения и уточнения в других, содержащих не только механику и электродинамику областях науки, но уже в терминах, свойственных им стандартов и понятий.

Ниже мы ограничиваемся рассмотрением лишь двумерного (x, t) мира, поскольку определение инерциальной системы отсчета подразумевает выбор некоторого одного направления движения в пространстве, которое и принимается за ось x , тогда как само пространство полагается изотропным.

2. Условия распространения электромагнитной информации между двумя движущимися системами отсчета

Постулат о постоянстве скорости света (или электромагнитного излучения) подразумевает постоянство скорости распространения информации в вакууме, т.е. амплитудно-модулированной световой волны, носителем информации которой являетсягибающая волнового пакета, распространяющаяся с групповой скоростью u_g ,

$$u_g = \frac{d\omega}{dk} \leq c, \quad \omega = 2\pi v = \frac{2\pi}{T}, \quad (1)$$

где ω — циклическая частота, v — частота, T — период электромагнитных колебаний, k — волновое число.

Фазовая скорость u_p распространения точки поверхности постоянной фазы $\omega t - kx = \text{const}$

$$u_p = \frac{dx}{dt} = \frac{\omega}{k} \quad (2)$$

может, вообще говоря, превышать скорость света (см., например, [10]), но только при выполнении условия

$$u_g u_p = c^2.$$

Однако u_p не регистрируется наблюдателем. Для пустого пространства ("вакуума")

$$u_g = u_p = c. \quad (3)$$

В настоящее время имеются высокостабильные квантовые стандарты частоты (как в радиодиапазоне, так и в оптическом диапазоне), т.е. приборы, работающие на основе законов электродинамики и квантовой физики. Поэтому их использование в качестве стандартов времени T_0 и длины волны $\lambda_0 = c/v_0$ в каждой инерциальной системе отсчета снимает вопрос о сопоставлении разных часов, а также и линеек (т.е. приборов, используемых в механике) при их равномерном движении и сводит проблемы "сокращения" длин и "замедления" времени к одной проблеме — проблеме восприятия одним из наблюдателей информационного содержания их взаимосвязи и преобразования этого информационного содержания при движении одной системы отсчета относительно другой. Возможность возникновения "противоречий

чивости обоих постулатов СТО" может проявиться при неучете этой связи.

Будем считать, что в неподвижной системе отсчета K длина x и время t измеряются в единицах стандартов λ_0 и T_0 :

$$x = n_x \lambda_0, \quad t = n_t T_0, \quad (4)$$

а движущийся наблюдатель (т.е. находящийся в системе K') измеряет величины

$$x' = n'_x \lambda'_0, \quad t' = n'_t T'_0, \quad (5)$$

которые до установления информационной связи между наблюдателями являются независимыми. Первый постулат СТО требует, чтобы

$$\lambda_0 = \lambda'_0, \quad T_0 = T'_0, \quad (6)$$

с точки зрения обоих наблюдателей. Это означает, что процессы, происходящие в эквивалентных электромагнитных устройствах ("квантовых стандартах частоты"), протекают одинаково, а излучательные параметры этих устройств остаются неизменными и не реагируют на равномерное движение их систем отсчета. Таким образом, от относительной скорости u систем K и K' могут зависеть лишь численные величины, измеряемые одним наблюдателем по сигналам, поступающим от другого, движущегося наблюдателя (проявление эффекта Доплера). Таким образом сопоставляются (сравниваются) два набора наблюдений, получаемых одним и тем же наблюдателем: один набор, который он имеет в своей собственной системе, и второй набор, получаемый им в виде сигналов ("искаженных относительным движением"), испускаемых источником излучения из второй (движущейся) системы отсчета (далее — "метод однопутевой радиолокации" — пассивная локация).

Допустим, наблюдатель в системе K обнаруживает, что излучаемый из системы K' сигнал в тех же стандартных единицах λ_0 и T_0 имеет параметры (использован первый постулат)

$$\bar{n}_x = k_x(u) n_x, \quad \bar{n}_t = k_t(u) n_t. \quad (7)$$

Но согласно второму постулату

$$c = \frac{n_x \lambda_0}{n_t T_0} = \frac{\bar{n}_x \lambda_0}{\bar{n}_t T_0} = \text{const}, \quad (8)$$

т.е. временная мера сигнала $k_t(u)$ для согласования (7) и (8) должна изменяться в зависимости от u по тому же правилу, по которому изменяется пространственная мера $k_x(u)$. Однако для определения вида $k(u)$ этих соотношений еще не достаточно.

Оба постулата могут быть согласованы и при условии, что имеет место более общее чем (7) соотношение

$$\begin{pmatrix} x' \\ t' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1(u) & a_2(u) \\ b_1(u) & b_2(u) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ t \end{pmatrix}, \quad (9)$$

или

$$\begin{aligned} x' &= a_1(u)x + a_2(u)t, \\ t' &= b_1(u)x + b_2(u)t, \end{aligned} \quad (10)$$

причем

$$a_1(0) = b_2(0) = 1, \quad a_2(0) = b_1(0) = 0.$$

Согласно постулату постоянства скорости света для систем отсчета K и K' при любом u имеем

$$\frac{x'}{t'} = \frac{x}{t} = c,$$

т.е.

$$c = c \frac{a_1(u)}{b_2(u)} \frac{1 + a_2(u)/(a_1(u)c)}{1 + (b_1(u)/b_2(u))c}. \quad (11)$$

Из условия (11) следуют два варианта возможных соотношений параметров преобразования (10):

$$\text{I. } a_1(u) = b_2(u), \quad a_2(u) = b_1(u)c^2; \quad (12)$$

$$\text{II. } \frac{a_1(u)}{1 + (b_1(u)/b_2(u))c} = \frac{b_2(u)}{1 + a_2(u)/(a_1(u)c)}. \quad (13)$$

Нетрудно видеть, что вариант I является частным случаем варианта II и, как будет показано в разделе 3, соответствует преобразованиям Лоренца. Более общий вариант II приводит к более широкому типу преобразований — проективным, которые часто рассматривались в первые годы существования СТО, но были отнесены В. Паули к разряду "мало интересных для физики" [11]. Сегодня интерес к ним снова оживился.

Далее рассматривается лишь первый вариант — вывод преобразований Лоренца.

3. Однопутевой эффект Доплера

Сначала рассмотрим прямой обмен информацией между двумя наблюдателями, которые находятся в системах K и K' . Представляется, что для обмена информацией между ними наиболее рациональной является передача частоты, период T которой определяет интервал времени, а длина волны λ — пространственный интервал. Каждую инерциальную систему отсчета снабдим стандартом частоты, передатчиком сигналов стандарта частоты и приемником-частотометром, который измеряет частоту, период и длину волны принимаемого из другой системы отсчета сигнала.

Разместим в системах отсчета K и K' специальную прямоугольную систему координат. От начала оси ординат отложим в качестве "единичного орта" пространственный отрезок с длиной, равной длине волны λ_1 со стандартной частотой v_1 , для которой ортом времени является период стандартной частоты T_1 , т.е. время прохождения фронтом плоской световой (электромагнитной) волны по оси ординат пространственного отрезка $\lambda_1 = cT_1$. В этом случае измерения времени и частоты по оси ординат сводится к измерению пути $\lambda = cT$, пройденного световым сигналом. Второе деление на оси ординат отвечает длине волны $\lambda_2 = cT_2 = 2\lambda_1$, которой соответствует период $T_2 = 2T_1$ и частота $v_2 = v_1/2$. Соответственно, для третьего деления $\lambda_3 = cT_3 = 3\lambda_1$, $T_3 = 3T_1$, $v_3 = v_1/3$ и т.д. Ось ординат $\lambda = cT$ определяет мировую линию наблюдателя, на которой каждый наблюдатель откладывает значение длины волны λ' , соответствующее полученной частоте v' (отличающейся из-за эффекта Доплера от стандартной

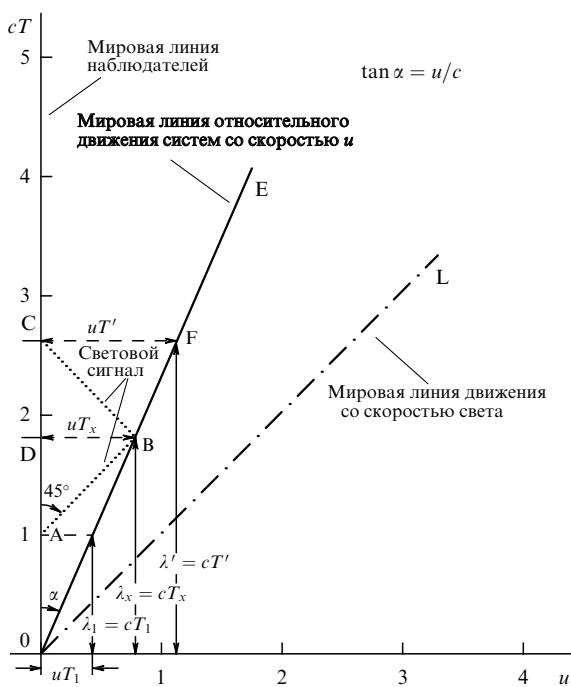


Рис. 1. Однопутевой эффект Доплера.

частоты v_1 , излученной из другой системы отсчета). Воспринимаемые значения частоты v' , длины волны λ' и периода T' затем сравниваются с соответствующими стандартами v_1 , λ_1 и T_1 . От начала пространственной оси абсцисс в том же масштабе, равном λ_1 , отложены значения пространственных смещений. Прямая $0L$ на рис. 1 является предельной, соответствующей относительному движению систем со скоростью света, которая ориентирована по отношению к осям координат под углом 45° . Все относительные движения систем K и K' , происходящие со скоростями u , меньшими скорости света, образуют семейство прямых, угол наклона α каждой из которых к оси мировой линии наблюдателя зависит от значения относительной скорости u .

Пусть наблюдатели, например, при взаимоудалении систем с относительной скоростью u измеряют частоту (и, следовательно, период и длину волны) полученного ими сигнала (с учетом эффекта Доплера) стандарта частоты, передаваемого из другой системы отсчета. При этом они получают новое значение частоты (периода и длины волны). Отложим на мировой оси наблюдателя значение полученной длины волны $\lambda' = cT'$ и обозначим его точкой С. Возникает вопрос: при каком значении относительной скорости u наблюдатель получит именно это значение длины волны? Чтобы ответить на этот вопрос, необходимо найти зависимость изменения стандартной частоты (периода, длины волны) от относительной скорости u и систем K и K' . Для этого на рис. 1 соединим световыми лучами точку С ($\lambda' = cT'$) с точкой А (соответствующей значению длины волны стандарта $\lambda_1 = cT_1$). Пересечение световых лучей даст точку В. Из вершины прямого угла В на мировую линию наблюдателя $\lambda = cT$ опустим высоту BD. При этом $BD = DA = DC$, а

$$0D = \frac{0C + 0A}{2} = \lambda_x = cT_x.$$

При таком построении λ_x будет являться средней длиной волны, $\lambda_x = cT_x$, между стандартной λ_1 и воспринимаемой λ' . Если средняя длина волны равна длине волны стандарта частоты, $\lambda_x = \lambda_1$, то относительная скорость систем K и K' равна нулю. При взаимоудалении систем — $\lambda_x > \lambda_1$, а при сближении — $\lambda_x < \lambda_1$. Прямая $0E$, проходящая через начало координат и точку В, определяет мировую линию относительной скорости u и угол α ее наклона относительно мировой линии наблюдателя для значения точки В ($\lambda_x = cT_x$).

Из рисунка 1 получаем

$$\frac{0B}{0D} = \tan \alpha = \frac{u}{c}, \quad (14)$$

$$0C = 0D + DC = cT_x + uT_x = cT', \quad (15)$$

$$0A = 0D - DA = cT_x - uT_x = cT_1.$$

Отношение $0C/0A$ определяет "коэффициент Доплера"

$$k_D(u) = \frac{\lambda'}{\lambda_1} = \frac{T'}{T_1} = \frac{1 + u/c}{1 - u/c}, \quad (16)$$

или

$$\frac{u}{c} = \frac{k_D(u) - 1}{k_D(u) + 1}. \quad (17)$$

Этот результат показывает, что наблюдатели, имея квантовый стандарт частоты и измеритель значения воспринимаемой от другого наблюдателя частоты, могут определять скорость (и направление) своего относительного движения.

Пусть наблюдатель, находящийся в системе K' , ставит задачу (с учетом обоих постулатов Эйнштейна) определить вид преобразований координат и времени поступающих к нему сигналов света и обнаруженных им изменений масштабов (измеряемых величин) известных ему стандартов длины и времени. Исходя из (10) и (12) он имеет

$$x' = a_1(u)x + b_1(u)c^2t, \quad (18)$$

$$t' = b_1(u)x + a_1(u)t.$$

С другой стороны, наблюдатель в системе K' знает, что если бы сигналы исходили из его системы координат, а приемник находился в системе отсчета K , то тогда были бы справедливы соотношения

$$x = a_1(-u)x' + b_1(-u)c^2t', \quad (19)$$

$$t = b_1(-u)x' + a_1(-u)t'.$$

Подставляя (19) в (18), получаем соотношения между коэффициентами преобразования координат и времени:

$$a_1(u)a_1(-u) + b_1(u)b_1(-u)c^2 = 1, \quad (20)$$

$$a_1(-u)b_1(u) + b_1(-u)a_1(u) = 0.$$

Решения этой системы можно записать в двух видах:

$$1) \quad b_1(u) = \frac{u}{c^2}a_1(u), \quad a_1(u) = \frac{1}{1-u/c}, \quad (21)$$

т.е.

$$x' = \frac{x + ut}{1 - u/c}, \quad t' = \frac{t + ux/c^2}{1 - u/c}. \quad (22)$$

Соотношения (22) могут быть определены как однопутевые преобразования Доплера (в смысле преобразования частот) или "однопутевые преобразования Лоренца" — на языке пространственных и временных преобразований длин и времен при переходе от одной инерциальной системы к другой при их относительном движении со скоростью u . Эти соотношения можно представить в симметричном виде

$$x' = x \frac{1 + u/c}{1 - u/c} = k_D(u)x, \quad t' = t \frac{1 + u/c}{1 - u/c} = k_D(u)t, \quad (23)$$

т.е. прийти к соотношениям (16), полученным на основе геометрических соображений.

$$2) \quad b_1(u) = \frac{u}{c^2} a_1(u), \quad a_1(u) = \frac{1}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}. \quad (24)$$

В этом случае

$$\begin{aligned} x' &= \frac{x + ut}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} = x \sqrt{\frac{1 + u/c}{1 - u/c}}, \\ t' &= \frac{t + ux/c^2}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} = t \sqrt{\frac{1 + u/c}{1 - u/c}}, \end{aligned} \quad (25)$$

т.е.

$$k_D(u) = \sqrt{\frac{1 + u/c}{1 - u/c}}. \quad (26)$$

Таким образом, однопутевой вариант "преобразований Лоренца" остается неоднозначным. Кроме того, он не решает основной проблемы: относительно каких преобразований, (22) или (25), наблюдатель одной из систем, скажем K , должен проверять свои уравнения, чтобы они оставались неизменными в другой инерциальной системе K' ?

4. Преобразования Лоренца (двулучевой эффект Доплера)

По своему физическому смыслу коэффициент $k_D(u)$ определяет однопутевой эффект Доплера — метод пассивной радиолокации, который при относительном движении инерциальных систем позволяет определить не только изменения частоты, воспринимаемой в другой системе отсчета, но и следующие из нее (при $c = \text{const}$) изменения наблюдаемых значений длины и периода:

$$v' = \frac{v}{k_D(u)}, \quad T' = k_D(u)T, \quad \lambda' = k_D(u)\lambda.$$

Если системы отсчета продолжают удаляться друг от друга (с той же относительной скоростью u), но излучают при этом в вакуум воспринятую частоту v' , то значение новой воспринимаемой наблюдателями частоты снова изменяется в $k_D(u)$ раз:

$$v'' = \frac{v'}{k_D(u)} = \frac{v}{k_D^2(u)}, \quad T'' = k_D^2(u)T, \quad \lambda'' = k_D^2(u)\lambda. \quad (27)$$



Рис. 2. Двулучевой эффект Доплера.

Покажем это на рис. 2, используя построения рис. 1. От значения воспринимаемой длины волны λ' (точка С) проведем световой луч до пересечения его в точке Р с мировой линией относительной скорости u . Преломленный под углом 90° в точке Р этот луч возвращается обратно к мировой линии наблюдателя $\lambda = cT$, пересекая ее в точке R, которая и определяет на мировой линии наблюдателя значение новой длины волны $\lambda'' = cT''$, соответствующей воспринимаемой частоте v'' . Но для наблюдателя однопутевой эффект Доплера является первичным эффектом. Поэтому необходимо связать световыми лучами точку R (полученное значение $\lambda'' = cT''$) с точкой А (соответствующей значению длины волны стандарта $\lambda_1 = cT_1$). Продолжения световых лучей от точек В и Р определяют точку М, а прямая 0N, проходящая через начало координат и точку М, определит новую мировую линию относительной скорости w .

Согласно (27)

$$k_D(w) = k_D(u)k_D(u),$$

где w — относительная скорость движения между системами, которую определяет (вычисляет) наблюдатель по правилам однопутевого эффекта Доплера, являющегося для него первичным эффектом. Из этого соотношения имеем (вариант (23))

$$k_D(w) = \frac{1 + w/c}{1 - w/c} = \left(\frac{1 + u/c}{1 - u/c} \right)^2, \quad (28)$$

откуда

$$\frac{w}{c} = \frac{2u/c}{1 + u^2/c^2}, \quad (29)$$

где w/c — относительная скорость систем K и K' , выраженная в долях скорости света с точки зрения наблюдателя, использующего двухпутевой эффект Доплера.

Сопоставляя (28) с преобразованиями координат и времени для однопутевого эффекта Доплера (25), получаем в случае "двуихпутевого преобразования" выражения

$$\frac{x'}{x} = \frac{1+u/c}{1-u/c} = \sqrt{\frac{(1+w/c)^2}{1-w^2/c^2}},$$

или

$$x' = \frac{x(1+w/c)}{\sqrt{1-w^2/c^2}} = \frac{x+wt}{\sqrt{1-w^2/c^2}}, \quad (30a)$$

и

$$t' = \frac{t(1+w/c)}{\sqrt{1-w^2/c^2}}, \quad (30b)$$

т.е. полный набор преобразований Лоренца с точки зрения наблюдателя, имеющего возможность измерить скорость w , которая на основе проведенного вывода фигурирует в преобразовании Лоренца вместо скорости u , используемой в однопутевом эффекте Доплера.

Теперь рассмотрим вариант 2), в котором получено выражение (26). В этом случае вместо (28) следует

$$\sqrt{\frac{1+w/c}{1-w/c}} = \frac{1+u/c}{1-u/c}, \quad (31)$$

т.е. между w и u имеется то же самое соотношение (29), которое возникло в варианте 1), — неоднозначность выбора варианта снимается.

Таким образом, использование "двуихпутевого эффекта Доплера" позволяет полностью воспроизвести преобразования Лоренца, а также прояснить их физический и математический смысл.

Лиши эти преобразования могут образовать группу (в число их операций входят тождественные и обратные преобразования) и свидетельствовать о взаимной связи временных и пространственных переменных и определяемых ими геометрии пространства-времени.

При отсутствии в инерциальной системе отсчета K' приемо-передающей аппаратуры (радиолокатора) и наблюдателя процесс двухпутевого эффекта Доплера может быть реализован при снабжении системы K' зеркалом, отражающим поступающий сигнал обратно в систему отсчета K .

Случай с зеркалом является актом активной радиолокации, исключающей участие одного из наблюдателей.

Прежде всего отметим, что преобразования Лоренца возникают как способ описания измерительного процесса наблюдений за движущимся объектом (системой отсчета, физическим процессом электромагнитного типа и т.д.) с точки зрения лишь одного наблюдателя, а не в результате обмена информацией между двумя или тремя наблюдателями. В случае преобразований Галилея такое условие не возникало, точнее, не формулировалось, поскольку скорости перемещения изучаемых тел всегда были меньше скорости света, а передача информации

между системами отсчета оптическими методами не подчинялась законам механики и не учитывалась при формулировке соответствующего принципа относительности. Второй постулат Эйнштейна, вводящий ограничение на величину скорости света и утверждающий ее независимость от скорости движения источников и приемников излучения, является одновременно и ограничением на выбор и свойства еще одного параметра — времени, которое должно преобразовываться *почти* по тем же правилам, что и пространственные координаты. Фактически, второй постулат СТО — это постулат о присоединении времени (точнее " ct ") к числу координат пространства состояний физических систем, допускающих весь диапазон скоростей передвижения в интервале ($0 < u < c$).

Слово *почти* мы добавили выше потому, что свойства времени, а в связи с этим и геометрия пространства состояний несколько отличаются от свойств пространственных координат, как это следует из вывода правил активной радиолокации (двуихпутевого эффекта Доплера), т.е. преобразований Лоренца, и из рис. 2.

Действительно, метод активной радиолокации основан на использовании отправляемых к цели наблюдателем оптических сигналов и возвращаемых (отраженных) к нему сигналов, т.е. явно учитывается свойство изотропности пространства в форме

$$u \Leftrightarrow -u,$$

точнее,

$$\frac{(x)}{(t)} \Leftrightarrow \frac{(-x)}{(t)},$$

тогда как "направление времени" остается прежним и, в принципе не может быть отражено, хотя уравнения физики (по крайней мере линейные) эту операцию допускают. В математике это обстоятельство определяется как "ориентация": ориентированные пространства, ориентированные кривые и т.д. — и это явно отражается на свойствах соответствующих им геометрий. Так, изотропные пространства, определяемые только пространственными координатами (мир Галилея–Ньютона), являются евклидовыми, тогда как пространство-время

$$(x, ct),$$

в котором обе составляющие имеют одинаковую размерность и взаимосвязаны общим законом преобразования, но одна из них является ориентированной, уже является неевклидовым пространством и обладает свойствами геометрии Лобачевского [12]. В частности, введя переменные

$$\cosh \varphi = \frac{1}{\sqrt{1-u^2/c^2}}, \quad \sinh \varphi = \frac{u/c}{\sqrt{1-u^2/c^2}}, \quad (32)$$

$$\cosh^2 \varphi - \sinh^2 \varphi = 1,$$

преобразования Лоренца можно записать в виде

$$x' = x \cosh \varphi + ct \sinh \varphi, \\ \tanh \varphi = \frac{u}{c}, \quad (33)$$

$$ct' = ct \cosh \varphi + x \sinh \varphi,$$

для которых инвариантной величиной является интервал Минковского (Лобачевского)

$$(x')^2 - (ct')^2 = (x)^2 - (ct)^2 = \text{inv.}$$

В заключение авторы выражают свою искреннюю благодарность А.Г. Данеляну за постоянный интерес к данной работе и высказанные в течение многочисленных дискуссий критические замечания.

Список литературы

1. Einstein A *Ann. Phys. (Leipzig)* **17** 891 (1905); перевод на русск. яз. см. [6]
2. Эйнштейн А *Собрание научных трудов* Т. 1 (М.: Наука, 1965) с. 418
3. Бриллюэн Л *Новый взгляд на теорию относительности* (М.: Мир, 1972)
4. Малыкин Г Б *УФН* **174** 801 (2004)
5. Смоляников В В *УФН* **170** 1063 (2000)
6. *Принцип относительности* Сборник работ по СТО (Сост. А А Тяпкин) (М.: Атомиздат, 1973)
7. Бонди Г *Относительность и здравый смысл* (М.: Мир, 1967)
8. Бом Д *Специальная теория относительности* (М.: Мир, 1967)
9. Peres A *Am. J. Phys.* **55** 516 (1987) [Перевод на русск. яз.: Перес А *УФН* **156** 145 (1988)]
10. Болотовский Б М, Гинзбург В Л *УФН* **106** 577 (1972)
11. Паули В *Теория относительности* (М.: Наука, 1983)
12. Яглом И М *Комплексные числа и их применение в геометрии* (М.: Физматгиз, 1963)

Lorentz transformation derivation based on frequency standards

A.A. Denisov

*State Institute for Standardization, Metrology and Certification of the Scientific and Industrial Association ISARI,
ul. Chargali 67, 380092 Tbilisi, Georgia
Tel. (995-32) 613 090*

E.Sh. Teplitsky

*Physics Department, I. Dzhavakhishvili Tbilisi State University,
prosp. Chavchavadze 1, 380028 Tbilisi, Georgia
Tel. (995-32) 230 856*

The physical meaning of the Lorentz transformations is elucidated by deriving them (and the corresponding pseudoeuclidean geometry) as transformations on a set of physical observables (or ‘information space’) obtained by observers in inertial frames equipped with frequency (i.e., unified time-length) standards.

PACS number: **03.30.+p**

Bibliography — 12 references

Uspekhi Fizicheskikh Nauk **176** (8) 857–863 (2006)

Received 15 August 2005, revised 9 November 2005

Physics – Uspekhi **49** (8) (2006)