

PACS numbers: 01.65.+g, 42.50.-p, 76.30.-v

О роли электронного парамагнитного резонанса в становлении и развитии квантовой электроники: факты и комментарии

А.А. Маненков

1. Введение

В 2004 г. мировым научным сообществом отмечались даты двух важнейших открытий в современной физике: 60-летие электронного парамагнитного резонанса (ЭПР) и 50-летие квантовой электроники (КЭ).

Сейчас мы отмечаем еще одну юбилейную дату — 60-летие Казанского физико-технического института (КФТИ) им. Е.К. Завойского. Упомянутые три юбилейные даты имеют тесную историческую связь. Действительно, открытие ЭПР (Завойский, 1944 г.) и его развитие оказали принципиально важное влияние на становление и развитие квантовой электроники, а КФТИ, носящий имя Е.К. Завойского, является ведущим исследовательским институтом в области ЭПР. Указанная связь и послужила поводом для этого доклада.

В докладе приводится краткий обзор начального периода развития квантовой электроники, включающего формулировку базовых принципов КЭ, создание первого квантового генератора (мазера) на пучке молекул амиака и первых квантовых усилителей на парамагнитных кристаллах (ЭПР-мазеров), создание практических схем ЭПР-мазеров и их применений, переход от ЭПР-мазеров сверхвысокочастотного (СВЧ) диапазона к оптическим квантовым генераторам и усилителям (лазерам). Обсуждается также обратное влияние КЭ на развитие исследований в области ЭПР.

Приводятся некоторые исторические факты, свидетельствующие о сложности восприятия идей ЭПР и КЭ на начальных этапах их развития.

2. Начало квантовой электроники

Начало квантовой электроники обычно относят к 1954 г. — году публикации первых основополагающих работ [1, 2], в которых были сформулированы базовые принципы генерации электромагнитного излучения за счет вынужденного излучения атомных систем при квантовых переходах и создан первый прибор КЭ — молекулярный генератор (впоследствии названный *мазером*) на пучке молекул амиака [2].

Пятидесятилетний юбилей КЭ широко отмечался в России и за рубежом, в частности, на специальном симпозиуме Международной конференции по квантовой электронике (IQEC) и Конференции по лазерам и электрооптике (CLEO) 17 мая 2004 г. (Сан-Франциско, США), на котором были представлены пять докладов, отражающих историю возникновения и развития КЭ:

C.H. Townes "Early history of quantum electronics";

N.F. Ramsey "Early stimulated emission amplification by an inverted nuclear spin population and H-maser";

N. Bloembergen "Historical comments on the pumping of masers and lasers";

A.A. Manenkov "Pages from the history of quantum electronics research in the Soviet Union";
K. Shimoda "Original studies of quantum coherence".

Перечисленные доклады опубликованы в *Journal of Modern Optics* Vol. 52, No. 12, 15 August 2005. К сожалению, этот журнал мало доступен в российских научных библиотеках.

Как известно, инверсия населенностей уровней энергии (по отношению к таковым при термодинамически равновесном распределении) — первый принципиально важный этап на пути создания квантовых усилителей и генераторов. Первые наблюдения инверсии были осуществлены на уровнях ядерных спинов ^7Li в кристалле LiF (Паунд, Парсел, Рамси, 1950–1951 гг.). Однако эти наблюдения не привели к созданию мазеров и даже не были оценены как новый принцип усиления и генерации электромагнитного излучения (обсуждение этих экспериментов содержится в цитируемом выше докладе Рамси [3]).

Революционный скачок в этом направлении был сделан в цитируемых выше работах Басова и Прохорова [1] и Таунса с сотрудниками [2], в которых были сформулированы принципы создания квантовых усилителей и генераторов на молекулярных пучках с использованием сортировки молекул по энергетическим состояниям в неоднородном электрическом поле. Первая успешная реализация квантового генератора на этих принципах была осуществлена на инверсионных уровнях молекул амиака [2].

Следующий важный шаг в развитии КЭ — предложение метода инверсии с помощью вспомогательного излучения (Басов и Прохоров [4], 1955 г.). Суть метода поясняется на схеме трех уровней энергии (рис. 1), в которой вспомогательное электромагнитное излучение с частотой $v_{\text{всп}}$ индуцирует резонансные переходы между нижним и верхним уровнями, производя инверсию населенностей одного из этих уровней и промежуточного уровня, создавая таким образом условия для получения генерации на частоте v_r соответствующего перехода 1 → 2.

Хотя метод вспомогательного излучения (его обычно называют методом электромагнитной накачки) был предложен Басовым и Прохоровым для молекулярных пучков, он оказался универсальным, пригодным для любых атомных систем.

В частности, этот метод оказался очень эффективным для инверсии населенностей спиновых уровней парамагнитных ионов в кристаллах и создания на их основе квантовых усилителей — ЭПР-мазеров (Бломберген [5], 1956 г.). Первые успешные реализации ЭПР-мазеров были осуществлены в 1957–1958 гг. В них эффект квантового усиления был получен на переходах уровней

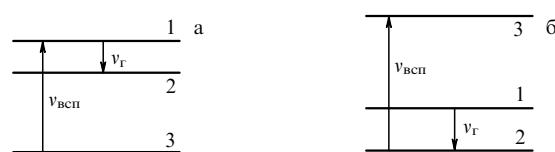


Рис. 1. Иллюстрация метода инверсии населенностей уровней с помощью вспомогательного излучения (накачки). $v_{\text{всп}}$ — частота вспомогательного излучения, v_r — частота сигнала, на которой может быть получена генерация.

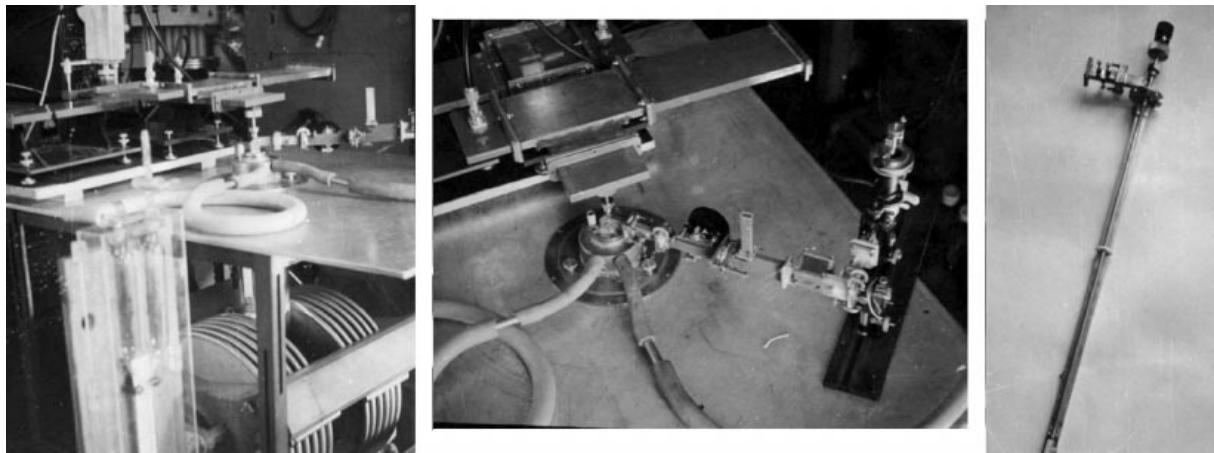


Рис. 2. ЭПР-мазер дециметрового диапазона, созданный в ФИАНе в 1958 г. Общий вид (слева) и фрагменты: в центре — сигнальный волновод на $\lambda_c = 15$ см и генератор накачки на $\lambda_n = 2,21$ см, справа — двухчастотный резонатор на частоты сигнала и накачки с подводящими волноводными линиями (коаксиальная линия — для сигнала, прямоугольный волновод — для накачки).

энергии примесных парамагнитных ионов Gd^{3+} в этилсульфате [6], Cr^{3+} в цианиде [7, 8] и Cr^{3+} в корунде (рубине) [9].

Следует отметить, что сама идея использования спиновых уровней парамагнитных ионов в кристаллах для создания мазеров, их успешная реализация и дальнейшее развитие опирались на значительный прогресс в ЭПР-спектроскопии. Так, наше предложение рубина в качестве активного вещества мазеров (Маненков, Прокторов [10], 1956 г.) было основано на исследованиях ЭПР в рубине [11, 12].

В дальнейшем были выполнены исследования других кристаллов с примесями парамагнитных ионов (Cr^{3+} , Fe^{3+} в рутиле и вольфраматах, Gd^{3+} во флюорите и др.) как активных материалов мазеров (обзор этих исследований см. в монографии [13]).

Исследования показали, что рубин — наиболее эффективный материал для мазеров. Он обладает уникальным сочетанием свойств: спектральных, релаксационных, диэлектрических, теплофизических, механических.

На рубине созданы мазеры в дециметровом, сантиметровом и миллиметровом диапазонах длин волн.

Один из первых лабораторных макетов рубинового мазера дециметрового диапазона, созданных в Лаборатории колебаний Физического института им. П.Н. Лебедева РАН в 1958 г., демонстрируется на рис. 2.

3. Применения ЭПР-мазеров

Мазеры как усилители электромагнитного излучения обладают предельно низкими собственными шумами (которые обусловлены спонтанным излучением в квантовой системе и тепловым излучением подводящих трактов) [13]. По этой причине ЭПР-мазеры сразу же после их лабораторной реализации стали привлекательными для практических применений в качестве высокочувствительных приемников излучения в СВЧ-диапазоне в различных областях. В 1960–1970-х годах в ряде научно-исследовательских организаций СССР была разработана серия мазеров, нашедших практические применения в радиоастрономии и дальней космической связи [14] (работа удостоена Государственной премии СССР 1976 года). В частности, с применением ЭПР-

мазеров осуществлены уникальные эксперименты в исследованиях космического пространства.

Так, детальные исследования излучения галактического водорода на длине волны 21 см и открытие новых линий излучения высоковозбужденных атомов водорода в 8-миллиметровом диапазоне длин волн (Сороченко и др. [15], 1969 г.) дали ценные данные о распределении и характеристиках (температура, плотность, динамика) водорода в Галактике.

Наблюдение мазерного излучения из космического пространства на длине волны 1,35 см (Матвиенко и др. [16–18], 1986 г., после открытия Таунсом и др. [19], 1969 г.) представило очень интересные данные о содержании воды в некоторых космических источниках.

Использование ЭПР-мазерных усилителей в планетной радиолокации позволило получить новые данные о характеристиках планет Меркурий, Венера, Марс, Юпитер (Котельников и др. [20], 1962–1964 гг.).

4. Влияние работ по ЭПР-мазерам на развитие исследований в области электронного парамагнитного резонанса

Как отмечалось в разделе 2, работы по ЭПР-мазерам опирались на прогресс, достигнутый в ЭПР-спектроскопии. В свою очередь, эти работы имели и положительную обратную связь: они стимулировали дальнейшие исследования в области ЭПР.

Так, поисковые исследования новых кристаллов, которые могут быть использованы в качестве активных веществ мазеров в различных диапазонах длин волн, стимулировали развитие ЭПР-спектроскопии кристаллов. Изучение физических процессов в ЭПР-мазерах (инверсия населенностей уровней энергии, эффекты насыщения, переходные процессы и т.п.) способствовало развитию исследований релаксационных процессов в примесных парамагнитных кристаллах.

Эти исследования привели к ряду фундаментальных результатов в ЭПР-спектроскопии и физике релаксационных явлений.

Была изучена тонкая и сверхтонкая структура спектров ЭПР в кристаллах различных классов, выяснены механизмы уширения линий ЭПР, открыты новые

процессы в спин-решеточной и спин-спиновой релаксации.

Особенно следует отметить здесь результаты исследований релаксационных процессов в многоуровневых системах, играющих, как отмечалось в разделе 2, принципиальную роль в физике мазеров: они определяют возможность достижения инверсии населенности уровней энергии, процессы насыщения и переходные процессы в усилителях и генераторах.

Так, были обнаружены и исследованы особенности спин-решеточной релаксации в многоуровневых системах: резонансные процессы релаксации через промежуточные уровни [21, 22]. Такие процессы являются характерными для многоуровневых систем и наблюдаются при низких температурах во многих кристаллах, содержащих парамагнитные ионы элементов групп железа и редких земель.

Были даны различные трактовки таких процессов, как резонансный двухступенчатый процесс (Орбах [21], 1961 г.), как процесс рамановского типа (Аминов [24], 1962 г.) и как частный случай прямого процесса (Маненков и Прохоров [23], 1962 г.). Последняя из упомянутых трактовок общепринята как корректная. Суть ее на примере трехуровневой спиновой системы поясняется на рис. 3, на котором волнистыми линиями изображены релаксационные переходы между соответствующими уровнями энергии, обусловленные спин-фононными взаимодействиями.

Кинетический анализ релаксации населенности уровней в такой системе показывает [23], что в общем случае она имеет сложный (неэкспоненциальный) характер, зависящий от вероятностей всех переходов.

Однако в частных случаях соотношения между вероятностями релаксации населенности может иметь одноэкспоненциальный характер. Например, если вероятности релаксационных переходов между двумя нижними уровнями 1 и 2 значительно меньше таковых между другими парами уровней ($w_{12}, w_{21} \ll w_{23}, w_{32}, w_{13}, w_{31}$), то релаксация будет осуществляться через верхний уровень 3. В другом случае, когда вероятности прямых релаксационных переходов между верхними уровнями 2 и 3 значительно меньше таковых между другими парами уровней ($w_{23}, w_{32} \ll w_{12}, w_{21}, w_{13}, w_{12}$), релаксация населенности уровней 2 и 3 будет осуществляться через нижний уровень 1.

В исследованиях спин-спиновой релаксации были обнаружены разнообразные процессы многоспиновой кроссрелаксации, обусловленные спин-спиновыми взаим-

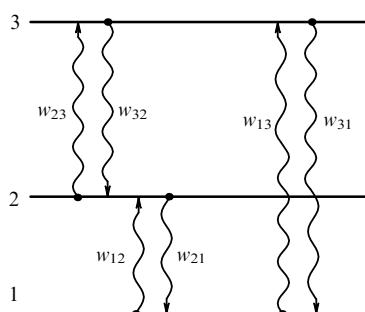


Рис. 3. Трехуровневая спиновая система. Волнистые линии — переходы, обусловленные спин-решеточными взаимодействиями с вероятностями w_{ik} ($i, k = 1, 2, 3$).

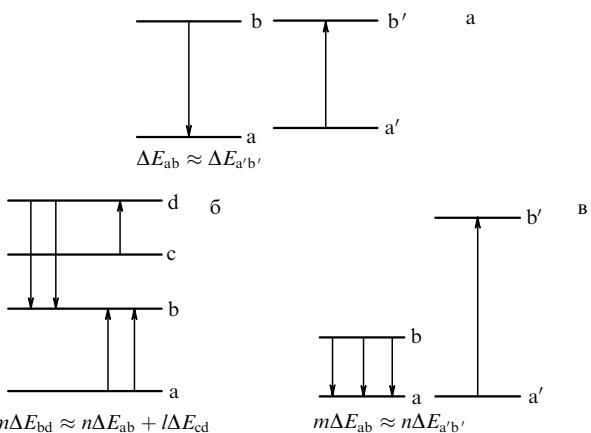


Рис. 4. Кроссрелаксация в многоуровневых спиновых системах. Стрелками указаны переходы, обусловленные спин-спиновыми взаимодействиями при резонансной (а), комбинационной (б) и гармонической (в) кроссрелаксации. m, n, l — числа спинов, участвующих в соответствующих кроссрелаксационных процессах. В случае рис. б $m = 2, n = 2, l = 1$; в случае рис. в $m = 3, n = 1$.

модействиями: резонансные, гармонические, комбинационные [25]. Рисунок 4 иллюстрирует такие процессы.

Если разности энергий между парами уровней a, b и a', b' удовлетворяют условию $\Delta E_{ab} \approx \Delta E_{a'b'}$, то вследствие спин-спиновых взаимодействий в такой системе происходит резонансный обмен энергией между указанными парами уровней (резонансная кроссрелаксация).

При других соотношениях энергий уровней, $m \Delta E_{ab} \approx n \Delta E_{a'b'}$ или $m \Delta E_{bd} \approx n \Delta E_{ab} + l \Delta E_{cd}$, где m, n, l — числа спинов, участвующих в соответствующих процессах, может происходить соответственно гармоническая или комбинационная кроссрелаксация.

Процессы кроссрелаксации проявляются при достаточно высоких концентрациях парамагнитных ионов, при которых спин-спиновые взаимодействия существенны, и оказывают значительное влияние (как положительное, так и негативное) на возможность и степень инверсии населенности уровней энергии и, следовательно, на эффективность квантовых усилителей и генераторов.

Отметим при этом, что значимость роли процессов кроссрелаксации в равной степени относится как к ЭПР-мазерам, так и к оптическим квантовым усилителям и генераторам (лазерам), в которых в качестве активных сред используются примесные ионные кристаллы. В связи с этим заметим, что в оптических средах процессы кроссрелаксации изучены недостаточно. Особенно это относится к процессам комбинационного типа. Автору не известны работы, в которых бы сообщалось о наблюдении таких процессов в оптическом диапазоне, хотя в СВЧ-диапазоне они, как отмечалось выше, определенно обнаружены (в системе спиновых уровней ионов Cr^{3+} в рубине [25]).

5. От ЭПР-мазеров к лазерам

Успешное развитие ЭПР-мазеров СВЧ-диапазона стимулировало продвижение принципов квантовой электроники в область более коротких волн. Тот факт, что первый мазер оптического диапазона (лазер) был реализован (Мейман [26], 1960 г.) на кристалле рубина, неслучайен. Действительно, к тому времени была хорошо

развита физика СВЧ-мазеров на рубине и детально изучены оптические спектры поглощения и люминесценции рубина [27]. Отметим при этом подобие структуры уровней основного и возбужденного состояний ионов Cr^{3+} в рубине, определяющих спектры ЭПР в СВЧ-диапазоне и оптические спектры соответственно.

Кроме того, ко времени создания первого лазера была выполнена очень важная работа, также стимулировавшая создание мазеров коротковолнового диапазона: предложен резонатор открытого типа (двуухзеркальный дисковый резонатор) для молекулярного усилителя и генератора (мазера) на субмиллиметровых волнах (Прохоров [28], 1958 г.). Первые экспериментальные исследования дискового резонатора (в миллиметровом диапазоне волн) показали, что в резонаторах открытого типа может быть получена высокая добротность.

Успешная реализация первого лазера на рубине привела к бурному развитию КЭ: начались интенсивные исследования по созданию твердотельных лазеров на примесных кристаллах и стеклах, создание лазеров на активных средах различных типов (атомные и молекулярные газы, полупроводники, жидкости и др.).

Следует отметить, что исследования ЭПР и ЭПР-мазеров во многом определили исследования по физике твердотельных лазеров в таких важных направлениях, как спектроскопия примесных ионов в кристаллах, развитие методов выращивания крупных оптически однородных кристаллов для лазеров, исследование режимов генерации в лазерах (переходные процессы и др.). Отметим особую роль рубина в этих исследованиях. Рубин является базовым материалом КЭ: на нем сделаны высокоэффективные мазеры СВЧ и лазеры. Физические процессы в рубиновых мазерах и лазерах наиболее полно изучены и являются модельными для твердотельных мазеров и лазеров на других кристаллах.

6. Из истории электронного парамагнитного резонанса и квантовой электроники

В истории ЭПР и квантовой электроники много эпизодов и явлений (характерных, впрочем, и для других областей науки), свидетельствующих о сложных путях развития научных идей и их признания в научных сообществах. Здесь я приведу несколько эпизодов, рассказы о которых я слышал из уст самих авторов открытий ЭПР и КЭ.

Из рассказа Е.К. Завойского

Открытие явления ЭПР Е.К. Завойским состоялось в 1944 г. в лаборатории Казанского государственного университета. Первые результаты наблюдения резонансного поглощения электромагнитного излучения в парамагнитных веществах вызвали недоверие и скептицизм со стороны коллег — сотрудников кафедры физики. Чтобы убедить их в резонансном характере поглощения и значительности эффекта, Евгений Константинович проводил следующий демонстрационный эксперимент. Сигнал с выхода усилителя, регистрирующий эффект поглощения в исследуемом веществе, через усилитель мощности подавался на вход звукового электромагнитного динамика, установленного вдали от экспериментальной установки (в коридоре здания). При вариации магнитного поля электромагнита, в котором находилась поглощающая ячейка ЭПР-спектрометра, в динамике

возникал сильный звуковой сигнал, когда величина магнитного поля соответствовала условию электронного парамагнитного резонанса.

Е.К. Завойский рассказывал также, что некоторые учёные, даже такие крупные физики, как Л.Д. Ландау, недооценивали его опыты и не признавали их за выдающееся научное открытие. Такая недооценка — одна из причин того, что открытие ЭПР не было удостоено Нобелевской премии (хотя были неоднократные представления).

Из рассказа А.М. Прохорова

"Когда мы с Басовым рассказывали об идеях молекулярного генератора, некоторые комментировали их словами: «У вас крыша поехала»".

Из выступления Е.Л. Фейнберга

Евгений Львович, выступая на заседании Ученого совета ФИАН по поводу доклада А.М. Прохорова об идеях генерации электромагнитного излучения с использованием вынужденного излучения атомов, сказал: "Тут нет ничего принципиально нового: вынужденное излучение было предсказано Эйнштейном".

Из рассказа Ч. Таунса

Идеи квантовой электроники не сразу были восприняты и оценены даже такими выдающимися учёными как Нильс Бор и фон Нейман. Вот что рассказал Чарльз Таунс о первой реакции этих учёных [30]. Когда Ч. Таунс сообщил Н. Бору об идеи квантового генератора, Бор отозвался: "You must be misunderstanding something"¹. Аналогично отреагировал сначала на эту идею и фон Нейман: "Oh, no, that can't be right. You must be misunderstanding something"². Но через пятнадцать минут вернулся и сказал: "Hey, you are right"³.



Рис. 5. Пионеры ЭПР: Е.К. Завойский (в центре), С.А. Альтшулер (слева) и Б.М. Козырев (1968 г.).

¹ "Вы, должно быть, что-то неправильно понимаете".

² "О, нет, это не может быть правильным. Вы, должно быть, что-то неправильно понимаете".

³ "А Вы, пожалуй, правы".



Рис. 6. Пионеры квантовой электроники (слева направо): А.М. Прохоров, Ч. Таунс и Н.Г. Басов (1965 г.).

В связи с этой реакцией на новые идеи Таунс приводит следующие комментарии Артура Кларка:

"People go through four stages before revolutionary development :

- 1) It's nonsense, don't waste my time.
- 2) It's interesting , but not important.
- 3) I always said it was a good idea.
- 4) I thought of it first"⁴.

Эти высказывания не нуждаются, кажется, в комментариях.

Вместо заключения приведу две исторические фотографии пионеров — первооткрывателей парамагнитного резонанса и квантовой электроники (рис. 5, 6).

Список литературы

1. Басов Н Г, Прохоров А М ЖЭТФ **27** 431 (1954)
2. Gordon J P, Zeiger H J, Townes C H Phys. Rev. **95** 282 (1954)
3. Ramsey N F J. Mod. Optics **52** 1647 (2005)
4. Басов Н Г, Прохоров А М ЖЭТФ **28** 249 (1955)
5. Bloembergen N Phys. Rev. **104** 324 (1956)
6. Scovil H E D, Feher G, Seidel H Phys. Rev. **105** 762 (1957)
7. Culver W H Science **126** 810 (1957)
8. McWorter A L, Meyer J W, Strum P D Phys. Rev. **108** 1642 (1957)
9. Зверев Г М и др. ЖЭТФ **34** 1660 (1958)
10. Prokhorov A M, Manenkov A A, in *High Power Lasers: Science and Engineering* (NATO ASI Ser., Partnership Sub-Series 3, Vol. 7, Eds R Kossowsky, M Jelínek, R F Walter) (Dordrecht: Kluwer Acad. Publ., 1966) p. 585
11. Маненков А А. Прохоров А М ЖЭТФ **28** 762 (1955)
12. Маненков А А, Дисс. ... канд. физ.-мат. наук (М.: Физический институт им. П.Н. Лебедева АН СССР, 1955)
13. Карлов Н В, Маненков А А *Квантовые усилители* (Итоги науки. Сер. Радиофизика. 1964–1965 гг., Под ред. А М Прохорова) (М.: ВИНТИИ, 1966)
14. Маненков А А, Штейншлейгер В Б "Квантовые усилители и их использование в радиоприемных системах дальней космической связи и радиоастрономии", в сб. *Ежегодник Большой Советской энциклопедии* Вып. 21 (Гл. ред. С М Ковалев) (М.: Сов. энциклопедия, 1977) с. 566
15. Gordon M A, Sorochenko R L *Radio Recombination Lines: Their Physics and Astronomical Applications* (Astrophys. and Space Library, Vol. 282) (Dordrecht: Kluwer Acad. Publ., 2002)
16. Матвиенко Л И и др. Письма в Астрон. журн. **6** 662 (1980)
17. Гуфрида Т С и др. Письма в Астроном. журн. **7** 358 (1981)
18. Матвиенко Л С и др. Письма в Астрон. журн. **14** 468 (1988)
19. Cheung A C et al. Nature **221** 626 (1969)
20. Котельников В А и др., в кн. *Проблемы современной радиотехники и электроники* (Под ред. В А Котельникова) (М.: Наука, 1980)
21. Fin C B, Orbach R, Wolf W P Proc. Phys. Soc. **77** 261 (1961)
22. Маненков А А, Миляев В А, Прохоров А М ФТТ **4** 388 (1962)
23. Маненков А А, Прохоров А М ЖЭТФ **42** 1371 (1962)
24. Аминов Л К ЖЭТФ **42** 783 (1962)
25. Маненков А А, Прохоров А М ЖЭТФ **42** 75 (1962)
26. Maiman T H Nature **187** 493 (1960)
27. Sugano S, Tanabe Y J. Phys. Soc. Jpn. **13** 880 (1958)
28. Прохоров А М ЖЭТФ **34** 1658 (1958)
29. Барчуков А И, Прохоров А М *Радиотехника и электроника* **4** 2094 (1959)
30. Townes C H J. Mod. Optics **52** 1637 (2005)

PACS numbers: 75.10.Pq, **76.50+g**

Моды магнитного резонанса в спин-щелевых магнетиках

А.И. Смирнов

В некоторых диэлектрических кристаллах с антиферромагнитным обменным взаимодействием магнитное упорядочение проекций спиновых моментов отсутствует даже при приближении температуры к абсолютному нулю. Такие кристаллы получили название коллективных парамагнетиков или спиновых жидкостей. Примерами магнитных структур, демонстрирующих устойчивое по отношению к возмущениям спин-жидкостное основное состояние, являются квазиодномерные антиферромагнетики, содержащие цепочки спинов $S = 1$ (халдейновские магнетики) [1, 2], цепочки спинов $S = 1/2$ с альтернированным обменом (обменный интеграл принимает поочередно значения $J \pm \delta$), в том числе спин-пайерлсовские магнетики [3], различные димерные спиновые структуры [4], а также так называемые спиновые лестницы [5].

Спин-жидкостные состояния синглетны и могут быть устойчивыми или неустойчивыми относительно перехода в упорядоченное состояние под действием слабых возмущений. Например, кристаллы с регулярными цепочками спинов $S = 1/2$ упорядочиваются под действием сколь угодно слабого межцепочечного обмена при температуре порядка $\sqrt{J\delta}/k_B$, где J и δ — внутрицепочечный и межцепочечный обменные интегралы. В указанных выше примерах устойчивых спин-жидкостных систем имеется энергетическая щель (так называемая спиновая щель), которая отделяет основное синглетное состояние от возбужденных магнитных состояний. Устойчивость сохраняется до тех пор, пока энергия возмущения в расчете на один магнитный ион меньше, чем некоторая величина порядка спиновой щели. В халдейновском магнетике спиновая щель Δ имеет обменное происхождение и равна $0,41J$ [2], в альтернированной цепочке спинов $S = 1/2$ спиновая щель определяется альтернированием и равна $1,637\delta$ [3].

Существование спин-жидкостных основных состояний является чисто квантовым эффектом, эти состояния не имеют классических аналогов, в отличие от состояний антиферромагнетиков и ферромагнетиков, для которых

⁴ "Люди проходят до революционного скачка через четыре стадии: 1) Это чепуха, не тратьте мое время. 2) Это интересно, но не важно. 3) Я всегда говорил, что это хорошая идея. 4) Я придумал это первым".