

ОБЗОРЫ АКТУАЛЬНЫХ ПРОБЛЕМ**Модель Намбу – Иона-Лазинио и ее развитие**

М.К. Волков, А.Е. Раджабов

Дается краткий исторический обзор развития модели Намбу – Иона-Лазинио (НИЛ). Рассмотрены локальные кварковые $SU(2) \times SU(2)$ - и $U(3) \times U(3)$ -модели НИЛ. Продемонстрированы механизмы спонтанного нарушения киральной симметрии и векторной доминантности. Локальная модель НИЛ позволяет описать спектр масс, а также сильные и электрослабые распады основных состояний четырех мезонных нонетов: псевдоскалярных, скалярных, векторных и аксиально-векторных. Обсуждается применение модели к описанию мезонов в горячей и плотной среде. Показано, что для решения проблем, связанных с описанием радиальных возбуждений мезонов и кваркового конфайнмента, необходимо нелокальное расширение НИЛ-модели. Основное внимание уделяется описанию методов, используемых в различных вариантах модели НИЛ. Конкретные физические результаты в случае низкоэнергетической физики адронов, полученные в этих моделях, могут быть найдены в цитируемых работах.

PACS numbers: 12.39.-x, 12.40.-y, 25.75.Nq

Содержание

1. Введение (569).
2. $SU(2) \times SU(2)$ -модель Намбу – Иона-Лазинио (570).
 - 2.1. Псевдоскалярный и скалярный мезоны.
 - 2.2. Векторные и аксиально-векторные мезоны.
 - 2.3. Переходы $\pi - a_1$.
 - 2.4. Численные оценки.
3. $U(3) \times U(3)$ -модель Намбу – Иона-Лазинио (572).
4. Векторная доминантность (574).
5. Мезоны в горячей и плотной среде (575).
6. Первые радиальные возбуждения мезонов (576).
7. Нелокальная модель Намбу – Иона-Лазинио и кварковый конфайнмент (577).
8. Заключение (578).
9. Приложение. Массовые формулы в $U(3) \times U(3)$ -модели Намбу – Иона-Лазинио (578).

Список литературы (579).

1. Введение

В 1961 г. Намбу и Иона-Лазинио (НИЛ) предложили модель, в которой пытались объяснить происхождение массы нуклона с помощью рассмотрения спонтанного нарушения киральной симметрии [1]. Модель была сформулирована на основе нуклонов, пионов и скалярных б-

мезонов¹. Напомним, что в то время фундаментальная теория сильных взаимодействий, квантовая хромодинамика (КХД) еще не была построена.

Через 15 лет японские физики Т. Егучи и К. Кикава [4, 5] переформулировали эту модель для кварков. Заметим, что в феноменологических кварковых моделях предполагается формирование всех адронов из составляющих кварков с массой $m \approx 300$ МэВ, тогда как в КХД фигурируют более легкие токовые кварки с массой $m^0 \approx 5-7$ МэВ. В работах [4, 5] показано, что легкие токовые кварки переходят в массивные составляющие кварки в результате спонтанного нарушения киральной симметрии. Однако там была рассмотрена только простейшая версия модели Намбу – Иона-Лазинио в киральном пределе, $m^0 = 0$. В этом случае массы всех псевдоскалярных мезонов равны нулю.

С 1982 г. М.К. Волков и Д. Эберт с соавторами ввели в рассмотрение более реалистичную версию кварковой модели НИЛ при $m^0 \neq 0$ [6–8]. Это позволило описать спектр масс, внутренние свойства, сильные и электрослабые взаимодействия скалярного, псевдоскалярного, векторного и аксиально-векторного мезонных нонетов [9, 10]. В 1984 г. Т. Хатсуда и Т. Кунихиро применили эту модель для описания адронов в горячей и плотной среде [11, 12].

После 1986 г. модель НИЛ получила широкую известность — ей было посвящено более 600 публикаций. Не имея возможности привести здесь полный список соответствующих ссылок, упомянем лишь те страны, в

М.К. Волков, А.Е. Раджабов. Объединенный институт ядерных исследований, 141980 г. Дубна, Московская обл., Российская Федерация
Тел. (49621) 63-176, (49621) 63-143
E-mail: volkov@theor.jinr.ru, aradzh@thsun1.jinr.ru

Статья поступила 21 сентября 2005 г.,
после доработки 29 декабря 2005 г.

¹ Интересно отметить, что в том же самом 1961 г. были опубликованы две работы: В.Г. Вакса и А.И. Ларкина [2] в ЖЭТФ и Б.А. Арбузова, А.Н. Тавхелидзе и Р.Н. Фаустова [3] в ДАН СССР, посвященные решению подобных проблем.

которых эта модель пользовалась наибольшей популярностью.

Особенно интенсивно модель НИЛ развивалась и применялась для описания низкоэнергетической физики адронов в Германии и Японии. Эта модель привлекла также внимание многих физиков из Англии, Белоруссии, Италии, Китая, Португалии, США, Узбекистана, Украины, Франции, ЮАР и других стран.

В нашей стране модель НИЛ активно развивалась в Дубне (Объединенный институт ядерных исследований), Москве (Институт теоретической и экспериментальной физики, Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Математический институт им. В.А. Стеклова РАН), Протвино (Институт физики высоких энергий) и Санкт-Петербурге (Санкт-Петербургский государственный университет, Петербургский институт ядерной физики им. Б.П. Константина РАН, Санкт-Петербургский государственный политехнический университет).

Необходимо отметить, что сейчас модель НИЛ широко используется в различных приложениях не только в физике элементарных частиц, но и в ядерной физике.

Одной из фундаментальных проблем является возможность получения эффективного НИЛ-лагранжиана исходя из первых принципов фундаментальной теории КХД. Одна из интересных попыток такого рода была предпринята в работе [13] (см. также [14]), где $SU(2) \times SU(2)$ -симметричное четырех夸ковое взаимодействие в скалярном и псевдоскалярном каналах было получено при использовании инстантонной модели вакуума КХД. Однако в этом подходе возникали затруднения при описании векторных и аксиально-векторных мезонов, а также при построении $U(3) \times U(3)$ -симметричной модели НИЛ. Здесь пока еще не удалось получить окончательное решение.

В настоящем обзоре будут рассмотрены формулировка и приложения модели НИЛ для описания низкоэнергетической физики мезонов. Модель НИЛ успешно используется также для описания барионов. Эти частицы могут рассматриваться, с одной стороны, как кварк-дикварковые состояния [15, 16], а с другой стороны, как киральные солитоны [17–20].

Структура обзора следующая. В разделе 2 приводится формулировка простейшей $SU(2) \times SU(2)$ -модели НИЛ, описывающей один скалярный σ -мезон и три пиона. На основе этой модели продемонстрировано спонтанное нарушение киральной симметрии и выполнение низкоэнергетических соотношений Голдбергера–Треймана и Гелл-Мана–Окса–Реннера. Далее в модель включаются векторные (ρ) и аксиально-векторные (a_1) мезоны, после чего учитывается дополнительная перенормировка пионных полей за счет π – a_1 -переходов. В разделе 3 рассматривается обобщение НИЛ-модели и распространение ее на киральную $U(3) \times U(3)$ -группу. Для решения $U_A(1)$ -проблемы вводится взаимодействие 'т Хофта. В разделе 4 после введения электромагнитных взаимодействий показано выполнение векторной доминантности в $U(3) \times U(3)$ -модели НИЛ. В разделе 5 обсуждается, как модель НИЛ можно использовать для описания мезонов в горячей и плотной среде. Первые радиальные возбуждения мезонов рассмотрены в разделе 6. Нелокальная версия модели НИЛ с учетом конфайнмента кварков приведена в разделе 7. В заключе-

нии обсуждается возможность совместного использования теории возмущений КХД и феноменологической модели НИЛ для описания внутренних свойств и взаимодействий мезонов в широкой области энергий.

2. $SU(2) \times SU(2)$ -модель Намбу–Иона–Лазинио

2.1. Псевдоскалярный и скалярный мезоны

Чтобы проиллюстрировать основные свойства модели НИЛ, мы начнем рассмотрение с простейшей версии этой модели, описывающей один скалярный и три псевдоскалярных мезона. Исходный четырех夸ковый $SU(2) \times SU(2)$ -симметричный лагранжиан имеет вид

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(\bar{q}, q) = & \bar{q}(x)(i\hat{\partial}_x - m^0)q(x) + \\ & + \frac{G}{2} \left((\bar{q}(x)q(x))^2 + (\bar{q}(x)i\tau^a\gamma^5q(x))^2 \right), \end{aligned} \quad (1)$$

где $\bar{q}(x) = \{\bar{u}(x), \bar{d}(x)\}$ — поля u - и d -антикварков, m^0 — токовая кварковая масса, G — четырех夸ковая константа связи, τ^a — матрицы Паули и γ^5 — матрица Дирака.

Покажем теперь, как вводятся мезонные поля и получаются феноменологические мезонные лагранжианы. С помощью производящего функционала

$$Z(\bar{\eta}, \eta) = \frac{1}{N} \int \mathcal{D}\bar{q} \mathcal{D}q \exp \left(i \int d^4x [\mathcal{L}(\bar{q}, q) + \eta\bar{q} + \bar{\eta}q] \right) \quad (2)$$

этот процедура может быть проведена с использованием таждественных преобразований в три этапа. Исходное четырехфермионное взаимодействие можно переписать, введя гауссовые интегралы по вспомогательным бозонным полям π, σ :

$$\begin{aligned} Z(\bar{\eta}, \eta) = & \frac{1}{N'} \int \mathcal{D}\bar{q} \mathcal{D}q \mathcal{D}\sigma \mathcal{D}\pi \times \\ & \times \exp \left(i \int d^4x [\mathcal{L}'(\bar{q}, q, \sigma, \pi) + \eta\bar{q} + \bar{\eta}q] \right), \\ \mathcal{L}'(\bar{q}, q, \sigma, \pi) = & \bar{q}(x)(i\hat{\partial}_x - m^0 + \sigma(x) + i\gamma^5\tau^a\pi^a(x))q(x) - \\ & - \frac{(\sigma(x))^2 + (\pi^a(x))^2}{2G}, \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} Z(\bar{\eta}, \eta) = & \frac{1}{N'} \int \mathcal{D}\sigma' \mathcal{D}\pi \times \\ & \times \exp \left(i \int d^4x \left[\mathcal{L}''(\sigma', \pi) - \int d^4y \bar{\eta}(x) S(x, y) \eta(y) \right] \right), \\ \mathcal{L}''(\sigma', \pi) = & - \frac{(\sigma'(x))^2 + (\pi^a(x))^2}{2G} - i \text{Tr} [\ln S^{-1}(x, y)]_{x=y}, \\ S^{-1}(x, y) = & [i\hat{\partial}_x - m + \sigma'(x) + i\gamma^5\tau^a\pi^a(x)] \delta^{(4)}(x - y). \end{aligned}$$

Сначала под знаком экспоненты стоит чисто кварковый лагранжиан \mathcal{L} . Затем в \mathcal{L}' наряду с кварковыми появляются мезонные поля. Наконец, на последнем этапе после интегрирования по кварковым полям в лагранжиане \mathcal{L}'' остаются лишь наблюдаемые мезонные поля.

При переходе от \mathcal{L}' к \mathcal{L}'' произошла перестройка вакуума вследствие спонтанного нарушения киральной симметрии, при этом матрица токовых масс кварков

сменилась матрицей масс составляющих кварков. Это обусловлено тем, что вакуумное ожидание первоначально введенного скалярного поля имеет ненулевое вакуумное среднее, $\langle \sigma \rangle_0 = \sigma_0 \neq 0$. Для получения физического скалярного поля необходимо произвести сдвиг скалярного поля: $\sigma' = \sigma + \sigma_0$. Исключая линейные по полю $\sigma'(x)$ члены из лагранжиана, получаем уравнение щели

$$\frac{\delta \mathcal{L}''}{\delta \sigma'} \Big|_{\sigma'=0} = 0, \Rightarrow m^0 = m + \sigma_0 = m(1 - 8G I_1^A(m)). \quad (4)$$

Это уравнение описывает спонтанное нарушение киральной симметрии. В результате, легкие токовые кварки с массой m^0 присоединяют к себе вакуумное ожидание поля $\sigma(x)$ и переходят в массивные составляющие кварки с массой m . Заметим, что все основные физические величины в модели НИЛ выражаются через квадратично и логарифмически расходящиеся интегралы $I_1^A(m)$ и $I_2^A(m)$, возникающие при рассмотрении кварковых петель:

$$\begin{aligned} I_1^A(m) &= \frac{N_c}{(2\pi)^4} \int \frac{d_E^4 k \theta(\Lambda^2 - k^2)}{m^2 + k^2} = \\ &= \frac{N_c}{(4\pi)^2} \left[\Lambda^2 - m^2 \ln \left(\frac{\Lambda^2}{m^2} + 1 \right) \right], \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} I_2^A(m) &= \frac{N_c}{(2\pi)^4} \int \frac{d_E^4 k \theta(\Lambda^2 - k^2)}{(m^2 + k^2)^2} = \\ &= \frac{N_c}{(4\pi)^2} \left[\ln \left(\frac{\Lambda^2}{m^2} + 1 \right) - \left(1 + \frac{m^2}{\Lambda^2} \right)^{-1} \right], \end{aligned}$$

где интегралы даны в евклидовом пространстве, $N_c = 3$ — число цветов кварков, Λ — параметр ультрафиолетового (УФ) обрезания, определяющий область применимости локальной модели НИЛ.

Диаграммы, показанные на рис. 1, определяют свободный мезонный лагранжиан для псевдоскалярных и скалярных полей:

$$\begin{aligned} &\left(-\frac{1}{2G} + 4I_1^A(m) + 2p^2 I_2^A(m) \right) \times \\ &\times (\pi_a(p) \pi_a(-p) + \sigma'(p) \sigma'(-p)) - \\ &- 8m^2 I_2^A(m) \sigma'(p) \sigma'(-p) = \\ &= \frac{1}{2} (p^2 - M_\pi^2) \pi_a^R(p) \pi_a^R(-p) + \\ &+ \frac{1}{2} (p^2 - M_\sigma^2) \sigma^R(p) \sigma^R(-p), \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \pi_a^R(p) &= g_{\pi qq} \pi_a(p), \quad \sigma^R(p) = g_{\sigma qq} \sigma(p), \\ M_\pi^2 &= g_{\pi qq}^2 \left(\frac{1}{G} - 8I_1^A(m) \right), \quad M_\sigma^2 = M_\pi^2 + 4m^2, \end{aligned}$$



Рис. 1. Диаграммы, определяющие массу и перенормировку пиона и σ -мезона.

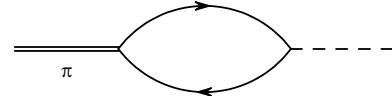


Рис. 2. Слабый распад пиона.

где $g_{\pi qq} = g_{\sigma qq} = (4I_2^A(m))^{-1/2}$ — константы перенормировки мезонных полей, обеспечивающие правильные коэффициенты при кинетических членах мезонного лагранжиана. В локальной модели НИЛ при выводе свободного лагранжиана учитываются только расходящиеся части интегралов $I_1^A(m)$, $I_2^A(m)$, при этом отбрасывается импульсная зависимость этих интегралов, что соответствует предположению о локальности взаимодействия. Только при таком условии удается сохранить кирально-симметричную структуру лагранжиана, описывающего взаимодействия мезонов (см. формулу (26) в разделе 3).

Слабый распад пиона $\pi \rightarrow \mu\nu$ описывается кварковой петлей, показанной на рис. 2. Эта петля выражается через интеграл $I_2^A(m)$, что приводит к соотношению Голдбергера – Треймана (ГТ) на кварковом уровне [9]:

$$F_\pi = g_{\pi qq} m \left[4I_2^A(m) = \frac{1}{g_{\pi qq}^2} \right] = \frac{m}{g_{\pi qq}}, \quad (7)$$

где $F_\pi = 93$ МэВ есть константа слабого распада пиона [21].

Покажем, что из формул (6) следует соотношение Гелл-Мана – Окса – Реннера (ГМОР), а именно: квадрат массы пиона пропорционален первой степени токовой кварковой массы. Действительно, используя (4), (6) и (7), получаем для массы пиона:

$$M_\pi^2 = g_{\pi qq}^2 \frac{m^0}{Gm} = \frac{m^0 m}{GF_\pi^2} = 2 \frac{m^0 \langle \bar{q}q \rangle}{F_\pi^2} + O((m^0)^2), \quad (8)$$

где $\langle \bar{q}q \rangle = -4m I_1^A(m)$ — кварковый конденсат. Таким образом, в киральном пределе ($m^0 = 0$) пион становится голдстоунской частицей с нулевой массой.

2.2. Векторные и аксиально-векторные мезоны

Кварковый лагранжиан, соответствующий векторным и аксиально-векторным мезонам, имеет вид

$$\mathcal{L}(\bar{q}, q, \rho, a_1) = -\frac{G_V}{2} \left((\bar{q}(x) \gamma^\mu \tau^a \rho_a^\mu(x))^2 + (\bar{q}(x) \gamma^\mu \gamma^5 \tau^a a_1^\mu(x))^2 \right), \quad (9)$$

где G_V — соответствующая четырех夸ковая константа взаимодействия.

Это взаимодействие можно бозонизовать, введя гауссово интегрирование по векторным и аксиальным полям, взаимодействующим с векторным и аксиальным токами кварков соответственно. При этом на втором этапе бозонизации данный лагранжиан принимает вид

$$\begin{aligned} \mathcal{L}'(\bar{q}, q, \rho, a_1) &= \bar{q}(x) (\gamma^\mu \tau^a \rho_a^\mu(x) + \gamma^\mu \gamma^5 \tau^a a_1^\mu(x)) q(x) + \\ &+ \frac{(\rho_a^\mu(x))^2 + (a_1^\mu(x))^2}{2G_V}, \end{aligned} \quad (10)$$

где ρ_a^μ , a_1^μ — поля векторных (ρ) и аксиально-векторных (a_1) мезонов. При переходе к последнему этапу бозони-

зации (при интегрировании по кварковым полям) векторные и аксиально-векторные поля объединяются со скалярными и псевдоскалярными полями в фермионном детерминанте:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}''(\sigma', \pi, \rho, a_1) = & -\frac{(\sigma'(x))^2 + (\pi^a(x))^2}{2G} + \\ & + \frac{(\rho_a^\mu(x))^2 + (a_1^\mu(x))^2}{2G_V} - i \operatorname{Tr} [\ln S^{-1}(x, y)]_{x=y}, \\ S^{-1}(x, y) = & [i\hat{\partial}_x - m + \sigma'(x) + i\gamma^5 \tau^a \pi^a(x) + \\ & + \gamma^\mu \tau^a \rho_a^\mu(x) + \gamma^\mu \gamma^5 \tau^a a_1^\mu(x)] \delta^{(4)}(x - y). \end{aligned}$$

Заметим, что при описании векторных и аксиально-векторных мезонов необходимо использовать калибровочно-инвариантную регуляризацию [9, 10]. В результате для лагранжиана свободных векторных и аксиально-векторных мезонов получаем

$$\begin{aligned} & \left(-\frac{1}{2G_V} + \sqrt{\frac{2}{3}} p^2 I_2^A(m) \right) \left(g^{\mu\nu} - \frac{p^\mu p^\nu}{p^2} \right) \times \\ & \times (\rho_a^\mu(p) \rho_a^\nu(-p) + a_1^\mu(p) a_1^\nu(-p)) + \\ & + \sqrt{6} I_2^A(m) a_1^\mu(p) a_1^\nu(-p). \end{aligned} \quad (11)$$

Кварковая петля с двумя векторными вершинами определяет кинетический член векторного мезона и константу перенормировки векторного поля $g_{\rho qq}$. В результате появляется простое соотношение, связывающее $g_{\sigma qq}$ и $g_{\rho qq}$ [5–7, 9]:

$$g_{\rho qq} = \sqrt{6} g_{\sigma qq}. \quad (12)$$

Для массы ρ -мезона получаем

$$M_\rho^2 = \frac{g_{\rho qq}^2}{4G_V}. \quad (13)$$

Перенормировка поля a_1 -мезона $g_{a_1 qq} = g_{\rho qq}$, а масса a_1 -мезона выражается в виде

$$M_{a_1}^2 = M_\rho^2 + 6m^2. \quad (14)$$

2.3. Переходы $\pi - a_1$

В модели НИЛ существуют нетривиальные кварковые петли с псевдоскалярной и аксиально-векторной вершинами, описывающие $\pi - a_1$ -переходы [9, 22–25]. Эти переходы приводят к появлению в мезонном лагранжиане недиагональных членов вида $\sqrt{6} m a_1^\mu(x) \partial_x^\mu \pi_a(x)$. Для исключения таких членов необходимо переопределить аксиально-векторное поле:

$$a_1^\mu(x) = a_1'^\mu(x) - \frac{\sqrt{6} m}{M_{a_1}^2} \partial_x^\mu \pi_a(x). \quad (15)$$

Это приводит к дополнительному вкладу в кинетические члены и изменению константы $g_{\pi qq}$. Теперь эта константа не равна $g_{\sigma qq}$:

$$g_{\pi qq} = Z^{1/2} g_{\sigma qq}, \quad Z = \left(1 - \frac{6m^2}{M_{a_1}^2} \right)^{-1}. \quad (16)$$

Интересно отметить, что учет $\pi - a_1$ -переходов не приводит к изменению соотношения Голдбергера–Трей-

мана. Действительно, в диаграмме, показанной на рис. 2, возникает дополнительный множитель Z , который, однако, сокращается при вычислении дополнительного процесса с промежуточным a_1 -мезоном [9].

2.4. Численные оценки

Определим теперь параметры модели. Из уравнений (7), (12) и (16) мы можем найти составляющую массу кварка через наблюдаемые $F_\pi = 93$ МэВ, $g_{\rho qq} = 6,14$ (это значение соответствует экспериментальной ширине ρ -мезона $\Gamma_{\rho \rightarrow \pi\pi} = g_{\rho qq}^2 (M_\rho^2 - 4M_\pi^2)^{3/2} / 48\pi M_\rho = 150$ МэВ) и $M_{a_1} = 1,26$ ГэВ [21]:

$$g_{\rho qq} = \sqrt{6} g_{\sigma qq} = \sqrt{\frac{6}{Z}} \frac{m}{F_\pi} = \sqrt{6 \left(1 - \frac{6m^2}{M_{a_1}^2} \right)} \frac{m}{F_\pi}, \quad (17)$$

откуда следует

$$m^2 = \frac{M_{a_1}^2}{12} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{4g_{\rho qq}^2 F_\pi^2}{M_{a_1}^2}} \right) \Rightarrow m = 280 \text{ МэВ}. \quad (18)$$

Параметр Λ может быть найден из уравнения

$$g_{\rho qq} = \sqrt{\frac{6}{4I_2}} \Rightarrow \Lambda = 1,25 \text{ ГэВ}, \quad (19)$$

а G и G_V могут быть определены из уравнений для масс пиона и ρ -мезона (6), (13), что дает значения $G = 4,9 \text{ ГэВ}^{-2}$ и $G_V = 16 \text{ ГэВ}^{-2}$. Величина токовой кварковой массы находится из уравнения щели (4), $m^0 = 3$ МэВ. Кварковый конденсат равен $\langle \bar{q}q \rangle = -(305 \text{ МэВ})^3$. Заметим, что полученное здесь завышенное значение для кваркового конденсата согласуется с заниженным значением токовой массы кварка, что и приводит к правильному значению массы пиона в соответствии с соотношением ГМОР (8). Тем самым эти две наблюдаемые величины не искажают правильного соотношения между наблюдаемыми величинами M_π и F_π .

В результате получим, что масса σ -мезона равна 580 МэВ, а ширина его распада на два пиона² равна 500 МэВ.

3. $U(3) \times U(3)$ -модель Намбу–Иона–Лазинио

Для введения в модель странных мезонов необходимо заменить матрицы Паули τ_i ($i = 1, 2, 3$) матрицами Гелл-Мана λ_i ($i = 0, \dots, 8$, где $\lambda_0 = \sqrt{2/3} \mathbf{1}$). Напомним, что существует $U_A(1)$ -проблема, связанная с правильным описанием масс η - и η' -мезонов. Действительно, используя $U(3) \times U(3)$ -симметричный лагранжиан, мы получим "идеальное" синглет-октетное смешивание для псевдоскалярных, изоскалярных мезонов. Тогда одно из этих состояний содержит только u - и d -кварки, а другое состояние содержит только странный кварк, что противоречит экспериментальным данным.

Для решения этой проблемы необходимо добавить взаимодействие 'т Хофта [27] к лагранжиану НИЛ [15, 16, 28, 29]. В результате модель, описывающая скалярные, псевдоскалярные мезонные нонеты, будет состоять из

² Заметим, что учет $\pi - a_1$ -переходов на внешних линиях может заметно уменьшить эту величину [26].

двух лагранжианов³: стандартного $U(3) \times U(3)$ -симметричного (в киральном пределе) \mathcal{L}^{NJL} и шестикваркового лагранжиана 'т Хофта \mathcal{L}^{tH} :

$$\begin{aligned}\mathcal{L}^{\text{NJL}} &= \bar{q}(\hat{i}\partial - m^0)q + \frac{G}{2} \sum_{i=0}^8 [(\bar{q}\lambda_i q)^2 + (\bar{q}i\gamma_5 \lambda_i q)^2], \\ \mathcal{L}^{\text{tH}} &= -K(\det [\bar{q}(1 + \gamma_5)q] + \det [\bar{q}(1 - \gamma_5)q]),\end{aligned}\quad (20)$$

где $\bar{q} = \{\bar{u}, \bar{d}, \bar{s}\}$ — поля антикварков, m^0 — диагональная матрица токовых кварковых масс m_u^0, m_d^0, m_s^0 ($m_u^0 \approx m_d^0$).

Как показывают численные оценки (см. ниже) основным взаимодействием здесь является четырехкварковое взаимодействие Намбу–Иона–Лазинио, в то время как аналогичные диагональные члены во взаимодействии 'т Хофта дают лишь небольшие поправки к основному НИЛ-взаимодействию. Однако во взаимодействии 'т Хофта содержатся недиагональные члены, отвечающие смешиванию u-, d- и s-кварков. Эти члены играют принципиальную роль для правильного описания масс η - и η' -мезонов, учитывая отклонение от их идеального смешивания, что позволяет решить $U_A(1)$ -проблему. Поэтому для дальнейшего описания $U(3) \times U(3)$ -модели НИЛ достаточно оставить в шестикварковом взаимодействии 'т Хофта только члены, содержащие две кварк-антикварковые пары. Для получения такого взаимодействия необходимо провести в шестикварковом взаимодействии одно спаривание кварковых линий всеми возможными способами. Лагранжиан, который обладает всеми необходимыми для дальнейших вычислений качествами, отмеченными выше, имеет вид⁴:

$$\begin{aligned}\mathcal{L} &= \bar{q}(\hat{i}\partial - \bar{m}^0)q + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^9 [G_i^{(-)}(\bar{q}\lambda'_i q)^2 + G_i^{(+)}(\bar{q}i\gamma_5 \lambda'_i q)^2] + \\ &+ G_{us}^{(-)}(\bar{q}\lambda_u q)(\bar{q}\lambda_s q) + G_{us}^{(+)}(\bar{q}i\gamma_5 \lambda_u q)(\bar{q}i\gamma_5 \lambda_s q),\end{aligned}\quad (21)$$

где

$$\begin{aligned}\lambda'_i &= \lambda_i, \quad i = 1, \dots, 7; \quad \lambda'_8 = \lambda_u = \frac{\sqrt{2}\lambda_0 + \lambda_8}{\sqrt{3}}, \\ \lambda'_9 &= \lambda_s = \frac{-\lambda_0 + \sqrt{2}\lambda_8}{\sqrt{3}}, \\ G_1^{(\pm)} &= G_2^{(\pm)} = G_3^{(\pm)} = G \pm 4Km_s I_1^A(m_s), \\ G_4^{(\pm)} &= G_5^{(\pm)} = G_6^{(\pm)} = G_7^{(\pm)} = G \pm 4Km_u I_1^A(m_u), \\ G_8^{(\pm)} &= G_u^{(\pm)} = G \mp 4Km_s I_1^A(m_s), \quad G_9^{(\pm)} = G_s^{(\pm)} = G, \\ G_{us}^{(\pm)} &= \pm 4\sqrt{2}Km_u I_1^A(m_u),\end{aligned}\quad (22)$$

а \bar{m}^0 — диагональная матрица модифицированных токовых кварковых масс m_u^0, m_d^0, m_s^0 :

$$\begin{aligned}\bar{m}_u^0 &= m_u^0 - 32m_u m_s K I_1^A(m_u) I_1^A(m_s), \\ \bar{m}_s^0 &= m_s^0 - 32K(m_u I_1^A(m_u))^2.\end{aligned}$$

³ Природа \mathcal{L}^{NJL} и \mathcal{L}^{tH} различна. Действительно, эффекты нарушения $U_A(1)$ -симметрии должны исчезать в пределе $N_c \rightarrow \infty$ [30], что соответствует N_c -кратному подавлению взаимодействия 'т Хофта по сравнению с четырехкварковым. Отметим, что в такой модели может возникнуть проблема, связанная с нестабильностью вакуума, тем не менее такое приближение может быть оправданным [31].

⁴ Здесь мы следуем [28].

Отметим, что взаимодействие 'т Хофта увеличивает псевдоскалярные четырехкварковые константы и уменьшает скалярные. Это приводит к дополнительному нарушению киральной симметрии.

Взаимодействие 'т Хофта приводит к появлению дополнительного члена в уравнениях щели для масс u- и s-кварков, которые принимают вид

$$\begin{aligned}m_u &= m_u^0 + 8m_u G I_1^A(m_u) + 32m_u m_s K I_1^A(m_u) I_1^A(m_s), \\ m_s &= m_s^0 + 8m_s G I_1^A(m_s) + 32K(m_u I_1^A(m_u))^2.\end{aligned}\quad (23)$$

Массовые формулы для псевдоскалярных и скалярных мезонов могут быть получены аналогично тому, как это делалось в разделе 2. Напомним, что при этом пренебрегается импульсной зависимостью во всех расходящихся интегралах, что соответствует отбрасыванию членов с высшими производными в эффективном мезонном лагранжиане⁵. Причем массы мезонов будут определяться только их кварковым содержанием.

Массовые формулы ввиду их довольно громоздкого вида приводятся в приложении. На качественном уровне картина выглядит следующим образом: при вычислении масс изовекторных и странных псевдоскалярных мезонов будет происходить сильная компенсация больших членов, связанных с вкладами от контактных и двухвершинных кварковых петлевых диаграмм (см. рис. 1). Это приводит к относительно небольшим значениям масс пионов и каонов. Массы скалярных мезонов будут превышать массы псевдоскалярных мезонов, что обусловлено двумя эффектами: после учета взаимодействия 'т Хофта скалярные четырехкварковые константы оказываются меньше псевдоскалярных констант, кроме того, в выражении для квадрата масс скаляров возникает большой дополнительный вклад от кварковых петлевых диаграмм вида $4m_u^2$ для a_0 и $(m_u + m_s)^2$ для K_0^* .

Более сложная ситуация возникает при вычислении масс η - и η' -мезонов и σ - и $f_0(980)$ -мезонов. Здесь взаимодействие 'т Хофта приводит к появлению дополнительных недиагональных членов, вызывающих смешивание странных и нестранных кварков. Поэтому в свободном лагранжиане необходимо провести диагонализацию. В результате формулы для масс этих частиц становятся более сложными (они также приводятся в приложении).

Два дополнительных произвольных параметра появляются в $U(3) \times U(3)$ -модели НИЛ: составляющая масса странного кварка m_s и константа взаимодействия 'т Хофта K . Мы можем определить эти параметры, используя значения массы каона и разницы масс η - и η' -мезонов. В итоге получим

$$m_s = 425 \text{ МэВ}, \quad K = 13,3 \text{ ГэВ}^{-5}. \quad (24)$$

Параметры m_u и Λ сохраняют свои прежние значения, $m_u = 280 \text{ МэВ}$, $\Lambda = 1,25 \text{ ГэВ}$. То же самое относится и к параметру $G_\pi = 4,9 \text{ ГэВ}^{-2}$, определяемому из массы пиона (в $SU(2)$ -модели был просто G). При этом вклады членов 'т Хофта в массы составляющих кварков и четырехкварковые константы связи оказываются не

⁵ Еще раз отметим, что лишь таким способом мы можем получить кирально-симметричный лагранжиан взаимодействия мезонов (см. формулу (26)).

более 10 %. Действительно, в уравнении щели для и-кварков член, связанный со взаимодействием 'т Хофта, составляет 27 МэВ, а член НИЛ — 250 МэВ. Для странных кварков эти вклады равны соответственно 21 МэВ и 330 МэВ. Похожая ситуация имеет место и при определении четырехкварковых констант связи $G_i^{(\pm)}$.

Оценки для масс скалярных и псевдоскалярных мезонов приводятся в таблице. Параметры модели были зафиксированы по значениям масс псевдоскалярных мезонов. В то же время массы скалярных мезонов качественно согласуются с экспериментальными данными.

Таблица. Значения масс псевдоскалярных, скалярных и векторных мезонов, полученные в $U(3) \times U(3)$ -модели НИЛ, в сравнении с экспериментальными данными [21]

Масса мезона	Модель НИЛ	Эксперимент
M_{π^0}	135	$134,9766 \pm 0,0006$
M_{K^0}	495	$497,648 \pm 0,022$
M_η	520	$547,75 \pm 0,12$
$M_{\eta'}$	1000	$957,78 \pm 0,14$
M_σ	550	400–1200
M_{f_0}	1130	980 ± 10
M_{a_0}	810	$985,1 \pm 1,3$
$M_{K^*_0}$	960	~ 800
M_ρ	770	$775,8 \pm 0,5$
M_{K^*}	930	$896,10 \pm 0,27$
M_ϕ	1090	$1019,460 \pm 0,019$

Векторные и аксиально-векторные мезоны вводятся в $U(3) \times U(3)$ -модели подобно тому, как это было сделано в $SU(2) \times SU(2)$ -модели (см. лагранжиан (9)). В результате после бозонизации кваркового лагранжиана получим следующие выражения для масс векторных мезонов [9]:

$$M_\rho^2 = \frac{g_\rho^2}{4G_V}, \quad M_{K^*}^2 = \frac{g_{K^*}^2}{4G_V} + \frac{3}{2}(m_s - m_u)^2, \quad M_\phi^2 = \frac{g_\phi^2}{4G_V}, \quad (25)$$

где $g_\rho = \sqrt{6}g_{a0}$, $g_{K^*} = \sqrt{6}g_{K^*_0}$, $g_\phi = \sqrt{6}g_{\sigma_s}$. Заметим, что петлевые диаграммы дают вклад только в массу K^* -мезона, для остальных мезонов они вносят вклады только в кинетические члены. Получаемые в результате массы частиц находятся в удовлетворительном согласии с экспериментальными данными (см. таблицу).

До сих пор речь шла о массах частиц. В заключение этого раздела приведем выражение для лагранжиана взаимодействия, описывающего сильное взаимодействие четырех мезонных нонетов, полученное в однопетлевом кварковом приближении:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}^{\text{int}} = & \frac{1}{4} \text{Tr} \left\{ g^2 \left(\left[\left(\bar{\sigma} - \frac{M}{g} \right), \bar{\phi} \right]_-^2 - \left[\left(\bar{\sigma} - \frac{M}{g} \right)^2 + \bar{\phi}^2 \right]_-^2 \right) - \right. \\ & - \frac{1}{2} (G_V^{\mu\nu} G_V^{\mu\nu} + G_A^{\mu\nu} G_A^{\mu\nu}) + \\ & + \left[D_\mu \left(\bar{\sigma} - \frac{M}{g} \right)^2 + \frac{g_\rho}{2} \{ \bar{A}_\mu, \bar{\phi} \}_+ \right]^2 + \\ & \left. + \left[D_\mu \bar{\phi} - \frac{g_\rho}{2} \left\{ \bar{A}_\mu, \left(\bar{\sigma} - \frac{M}{g} \right) \right\}_+ \right]^2 \right\}, \end{aligned} \quad (26)$$

где

$$\begin{aligned} G_V^{\mu\nu} &= \partial_\mu \bar{V}^\nu - \partial_\nu \bar{V}^\mu - i \frac{g_\rho}{2} ([\bar{V}^\mu, \bar{V}^\nu]_- + [\bar{A}^\mu, \bar{A}^\nu]_-), \\ G_A^{\mu\nu} &= \partial_\mu \bar{A}^\nu - \partial_\nu \bar{A}^\mu - i \frac{g_\rho}{2} ([\bar{V}^\mu, \bar{A}^\nu]_- + [\bar{A}^\mu, \bar{V}^\nu]_-), \\ \bar{a} &= \lambda_i a^i, \quad D_\mu \bar{a} = \partial_\mu \bar{a} - i \frac{g_\rho}{2} [\bar{V}_\mu, \bar{a}]. \end{aligned} \quad (27)$$

Электрослабые взаимодействия вводятся в модель калибровочно инвариантным способом на основе исходного кваркового лагранжиана (1), что позволяет описать не только сильные процессы (сильные распады, $\pi\pi$ - и πK -рассеяние и т.п.), но и различные электрослабые процессы, такие как электромагнитные и слабые распады, а также радиусы, поляризуемости и различные редкие процессы (например $\eta \rightarrow \pi^0 \gamma\gamma$).

4. Векторная доминантность

После введения электромагнитных взаимодействий фотоны могут взаимодействовать с заряженными мезонами только через кварковые петли. В отличие от членов лагранжиана, связанных с мезонами, являющимися составными объектами, кинетический член для фотонов вводится в лагранжиан отдельно. Учет кварковых петель приводит только к перенормировке электромагнитных полей и заряда.

Часть лагранжиана, описывающая электромагнитные взаимодействия, имеет вид

$$\mathcal{L}_{\text{em}} = -\frac{1}{4} (F_{\mu\nu})^2 - i \text{Tr} \ln \left[1 - \frac{e}{i\hat{\partial} - m} Q \hat{A} \right], \quad (28)$$

где

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu, \quad (29)$$

$Q = (\lambda_3 + \lambda_8/\sqrt{3})/2$ — оператор электрического заряда кварков.

После вычисления расходящейся собственно-энергетической диаграммы фотона (рис. 3а) получаем для \mathcal{L}_{em} :

$$\mathcal{L}_{\text{em}} = -\frac{1}{4} (F'_{\mu\nu})^2 - i \text{Tr} \ln \left[1 - \frac{e'}{i\hat{\partial} - M} Q \hat{A} \right]', \quad (30)$$

где

$$A'_\mu = \left(1 + \frac{4}{3} \frac{e^2}{g_\rho^2} \right)^{1/2} A_\mu, \quad e' = \left(1 + \frac{4}{3} \frac{e^2}{g_\rho^2} \right)^{-1/2} e. \quad (31)$$

Помимо собственно-энергетических диаграмм с участием фотона имеются расходящиеся диаграммы смешанного типа, описывающие переходы $\gamma - \rho^0$, $\gamma - \omega$ и $\gamma - \phi$ (рис. 3б). Учет этих диаграмм приводит к появлению в лагранжиане членов вида

$$\frac{1}{2} \frac{e'}{g_\rho} F'_{\mu\nu} \left(\rho_{\mu\nu}^0 + \frac{1}{3} \omega_{\mu\nu} + \frac{\sqrt{2}}{3} \phi_{\mu\nu} \right), \quad (32)$$

где $\rho_{\mu\nu}^0$, $\omega_{\mu\nu}$ и $\phi_{\mu\nu}$ — тензоры, подобные (29).

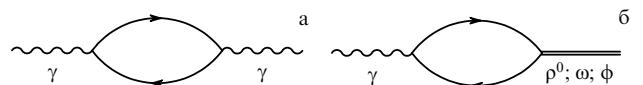


Рис. 3. Расходящиеся кварковые петли с внешними фотонами (а) и векторными мезонами ρ^0, ω, ϕ (б).

В результате та часть лагранжиана, которая описывает электромагнитные взаимодействия мезонов и кварков, принимает вид

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{em}} = & \frac{M_p^2}{2} (\omega_\mu^2 + \rho_\mu^{02}) + \frac{M_\phi^2}{2} \phi_\mu^2 - \\ & - \frac{1}{4} (\rho_{\mu\nu}^{02} + \omega_{\mu\nu}^2 + \phi_{\mu\nu}^2 + F_{\mu\nu}'^2) + \\ & + \frac{1}{2} \frac{e'}{g_p} F'_{\mu\nu} \left(\rho_{\mu\nu}^0 + \frac{1}{3} \omega_{\mu\nu} + \frac{\sqrt{2}}{3} \phi_{\mu\nu} \right) - \\ & - i \text{Tr} \ln \left[1 + \frac{1}{i\hat{\partial} - M} \left(\frac{g_p}{2} (\gamma_\mu \lambda^i V_\mu^i) - e' Q \hat{A} \right) \right]', \quad (33) \end{aligned}$$

где V_μ^i — поля векторных мезонов.

Произведем диагонализацию кинетических членов с помощью замены полей:

$$\begin{aligned} \rho_\mu^0 &= \tilde{\rho}_\mu^0 + \frac{e'}{g_p} A'_\mu, \\ \omega_\mu &= \tilde{\omega}_\mu + \frac{e'}{3g_p} A'_\mu, \\ \phi_\mu &= \tilde{\phi}_\mu + \frac{\sqrt{2} e'}{3g_p} A'_\mu. \end{aligned} \quad (34)$$

Электромагнитное поле и заряд e' перенормируются при этом следующим образом:

$$\begin{aligned} \tilde{A}_\mu &= \left(1 - \frac{4}{3} \frac{e'^2}{g_p^2} \right)^{1/2} A'_\mu, \\ \tilde{e} &= \left(1 - \frac{4}{3} \frac{e'^2}{g_p^2} \right)^{-1/2} e' = \\ &= \left[\left(1 - \frac{4}{3} \frac{e'^2}{g_p^2} \right) \left(1 + \frac{4}{3} \frac{e^2}{g_p^2} \right) \right]^{-1/2} e \rightarrow \tilde{e} = e. \end{aligned} \quad (35)$$

Легко видеть, что в результате двух перенормировок, (30) и (35), электрический заряд принимает свое первоначальное значение. Окончательный вид лагранжиана следующий:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{em}} = & \frac{M_p^2}{2} (\tilde{\omega}_\mu^2 + \tilde{\rho}_\mu^{02}) + \frac{M_\phi^2}{2} \tilde{\phi}_\mu^2 - \\ & - \frac{1}{4} (\tilde{\rho}_{\mu\nu}^{02} + \tilde{\omega}_{\mu\nu}^2 + \tilde{\phi}_{\mu\nu}^2 + \tilde{F}_{\mu\nu}'^2) + \\ & + \left(\frac{e}{3g_p} \right)^2 (5M_p^2 + m_\phi^2) \tilde{A}_\mu^2 + \\ & + \frac{e}{g_p} \left[M_p^2 \left(\tilde{\rho}_\mu^0 + \frac{\tilde{\omega}_\mu}{3} \right) + \frac{\sqrt{2}}{3} M_\phi^2 \tilde{\phi}_\mu \right] A_\mu - \\ & - i \text{Tr} \ln \left[1 + \frac{1}{i\hat{\partial} - M} \frac{g_p}{2} (\gamma_\mu \lambda^i V_\mu^i) \right]. \end{aligned} \quad (36)$$

Теперь нетрудно убедиться, что фотоны могут взаимодействовать с заряженными частицами только через нейтральные векторные мезоны. Тем самым автоматически получилась модель, описывающая векторную доминантность. Под знаком логарифма член с фотонами полностью поглотился векторными мезонами.

5. Мезоны в горячей и плотной среде

В последние годы заметно возрос интерес к поиску нового состояния материи — кварк-глюонной плазмы

(КГП). В ряде крупных физических центров (Брукхейвен, ЦЕРН) проводятся эксперименты по исследованию процессов перехода адронной материи в КГП при столкновениях тяжелых ионов. Готовятся к запуску новые установки (LHC, SIS-300), предназначенные для исследования тех же проблем. Ожидается, что КГП должна проявить себя через изменение свойств адронных реакций и их продуктов.

Модель НИЛ является очень удобным инструментом для исследования поведения мезонов в горячей и плотной среде. Первые вычисления подобного типа в модели НИЛ были проведены в работах [11, 12].

Существуют различные методы исследования поведения мезонов в горячей и плотной среде. Наиболее популярным является метод Мацубары [33], в котором используемый формализм "мнимого времени" подразумевает замену интегрирования по нулевой компоненте импульса суммированием по частотам:

$$p^0 \rightarrow i\omega_n + \mu, \quad (37)$$

$$\int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \rightarrow iT \sum_n \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3}, \quad (38)$$

где ω_n — мацубаровские частоты, $\omega_n = (2n+1)\pi T$ для фермионов и $\omega_n = 2n\pi T$ для бозонов; μ — химический потенциал, T — температура.

Однако в некоторых приложениях более удобным оказывается использование другого, более простого метода. Последний метод⁶ связан с представлением кваркового пропагатора в среде в формализме "реального времени" [34, 37]:

$$S(p, T, \mu) = (\hat{p} + m) \left[\frac{1}{p^2 - m^2 + i\epsilon} + i2\pi\delta(p^2 - m^2) (\theta(p^0) n(\mathbf{p}, \mu) + \theta(-p^0) n(\mathbf{p}, -\mu)) \right], \quad (39)$$

где

$$n(\mathbf{p}, \mu) = \left(1 + \exp \frac{E - \mu}{T} \right)^{-1} \quad (40)$$

есть функция Ферми–Дираха для кварков, $E = \sqrt{\mathbf{p}^2 + m^2}$. Это приводит к следующему способу вычисления интегралов $I_1^{A_3}(m, T, \mu)$ и $I_2^{A_3}(m, T, \mu)$. Сначала выполняется контурное интегрирование в плоскости комплексного p_0 , после чего вводится регуляризация оставшегося интеграла с использованием трехмерного обрезания A_3 . В результате расходящиеся интегралы $I_1^{A_3}(m, T, \mu)$ и $I_2^{A_3}(m, T, \mu)$ принимают вид

$$\begin{aligned} I_1^{A_3}(m, T, \mu) &= \frac{N_c}{(2\pi)^2} \int_0^{A_3} dp \frac{p^2}{E} (1 - \eta(\mathbf{p}, \mu) - \eta(\mathbf{p}, -\mu)), \\ I_2^{A_3}(m, T, \mu) &= \frac{N_c}{2(2\pi)^2} \int_0^{A_3} dp \frac{p^2}{E^3} (1 - \eta(\mathbf{p}, \mu) - \eta(\mathbf{p}, -\mu)). \end{aligned} \quad (41)$$

⁶ Заметим, что метод Мацубары является более универсальным, и использование упрощенной методики требует применения специального предписания в случае некоторых более сложных диаграмм. Подробное изложение этих двух методов дано в [33]. Кроме того, можно указать работы [35, 36], в которых более детально описан формализм реального времени.

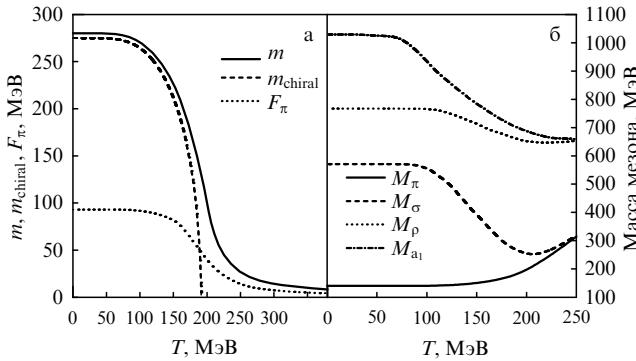


Рис. 4. Кварковые массы, константы слабого распада пиона F_π (а) и мезонные массы M_π , M_σ , M_ρ , M_{a_1} (б) как функции T .

Мы определяем параметры модели в вакууме⁷, используя те же условия, что и в разделе 2.4. Далее мы предполагаем, что модельные параметры G , G_V , m^0 и Λ_3 не зависят от T и μ . В то же время масса составляющего кварка m , как и кварковый конденсат, оказывается зависящей от температуры и химического потенциала. Эта зависимость может быть получена из уравнения щели. Затем может быть вычислена зависимость основных интегралов $I_1^{A_3}(m, T, \mu)$ и $I_2^{A_3}(m, T, \mu)$ от T и μ , что позволит, в свою очередь, определить зависимость от T и μ всех физических величин.

Поведение $m(T)$ показано на рис. 4. Критическое значение температуры T_c в киральном пределе $m^0 = 0$ определяется значением температуры, при которой масса составляющего кварка обращается в нуль. В этой точке происходит восстановление киральной симметрии и полное "испарение" кваркового конденсата, т.е. исчезновение параметра порядка. Подобным образом определяется и критическое значение химического потенциала. В случае $m^0 \neq 0$ резкая фазовая граница исчезает. На этом же рисунке показано поведение F_π при $m^0 \neq 0$, а также поведение мезонных масс M_π , M_σ , M_ρ , M_{a_1} как функций T (см. также [37]). При увеличении T масса σ -мезона резко уменьшается, как и составляющая кварковая масса. С другой стороны, масса пиона остается постоянной до достижения критических условий кирального восстановления, после чего она начинает возрастать. Масса M_ρ слабо зависит от T , тогда как M_{a_1} уменьшается подобно M_σ . При температуре, превышающей критическую температуру, $M_\pi \approx M_\sigma$ и $M_\rho \approx M_{a_1}$, как и ожидается для кирально-симметричной фазы. В работах [37, 38] было получено значение критической температуры $T_c \approx 200$ МэВ. В то же время в решеточных вычислениях значение T_c оказывается более низким — $T_c \approx 170$ МэВ [39].

В последнее время очень интересные результаты были получены при исследовании сильновзаимодействующей кварковой материи в фазе цветной сверхпроводимости. Здесь мы не будем обсуждать эти вопросы, а ограничимся лишь ссылкой на оригинальные работы [40, 41].

В заключение мы хотели бы отметить, что свойства некоторых частиц могут заметно изменяться при при-

⁷ Заметим, что трехмерная регуляризация приводит к изменению значения трех модельных параметров: $\Lambda_3 = 1,03$ ГэВ, $G = 3,48$ ГэВ⁻² и $m^0 = 2$ МэВ. Остальные два параметра остаются неизменными: $m = 280$ МэВ, $G_V = 16$ ГэВ⁻².

ближении к границе фазового перехода. Например, σ -мезон, являющийся в вакууме очень широким резонансом, может превратиться в узкий резонанс при определенных значениях температуры и химического потенциала. В результате в ряде процессов, в которых σ -мезон участвует в качестве промежуточного состояния, может наблюдаться резкое усиление при значениях μ и T , близких к критическим. Примерами таких процессов могут служить $\pi\pi$ -рассеяние [42] и $\pi\pi \rightarrow \gamma\gamma$ [43]. Такое усиление, если его удастся наблюдать в тяжелоионных соударениях, может служить указанием на приближение к области КГП.

6. Первые радиальные возбуждения мезонов

В локальной версии модели НИЛ невозможно описать радиальные возбуждения мезонов. Поэтому для описания не только основных, но и первых радиально-возбужденных состояний необходимо рассматривать не только стандартный локальный лагранжиан \mathcal{L} (1), но и дополнительный нелокальный лагранжиан $\mathcal{L}^{\text{nonloc}}$. В лагранжиан $\mathcal{L}^{\text{nonloc}}$ вводятся формфакторы для каждого кварк-антикваркового тока

$$J_I(x) = \int \int d^4x_1 d^4x_2 \bar{q}(x_1) F_I(x; x_1, x_2) q(x_2). \quad (42)$$

Формфакторы $F_I(x; x_1, x_2)$ могут быть записаны в ковариантной форме [44]. Здесь мы не будем обсуждать их подробно, отметим только, что формфакторы для основного и первого радиально-возбужденного состояний могут быть представлены в очень простой форме в импульсном пространстве:

$$\begin{aligned} f_1(k_\perp) &= \theta(\Lambda_3 - |k_\perp|), \\ f_2(k_\perp) &= c(1 + d|k_\perp|^2) \theta(\Lambda_3 - |k_\perp|), \end{aligned} \quad (43)$$

где k — относительный импульс кварк-антикварковой пары, k_\perp — часть k , поперечная к полному импульсу P :

$$k_\perp \equiv k - \frac{kP}{P^2} P. \quad (44)$$

Ступенчатая функция $\theta(\Lambda_3 - |k_\perp|)$ есть не что иное, как ковариантное обобщение трехмерного обрезания в модели НИЛ. При $d < -\Lambda_3^{-2}$ формфактор $f_2(k_\perp)$ имеет вид волновой функции радиально-возбужденного состояния с узловой точкой в интервале $0 < |k_\perp| < \Lambda_3$. Формфакторы (43) являются первыми членами разложения по k_\perp^2 ; включение в модель более высоких радиальных возбуждений потребует введения полиномов более высоких степеней. Фактор c , описывающий изменение силы четырех夸кового взаимодействия в радиально-возбужденных каналах по отношению к силе взаимодействия в канале основных состояний с константой G , определяется по массе радиально-возбужденного пиона $M'_\pi = 1300$ МэВ. Параметр d находится из условия⁸

$$I_1^f = -iN_c \int_{A_3} \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{f_1(\mathbf{k})}{m^2 - k^2} = 0. \quad (46)$$

⁸ Здесь, I_n , I_n^f и I_n^{ff} обозначают петлевые интегралы соответственно при отсутствии формфактора, с одним формфактором и двумя формфакторами $f(k_\perp) \equiv f_2(k_\perp)$ в числителе:

$$I_n^{f..f} \equiv -iN_c \text{Tr} \int_{A_3} \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{f(\mathbf{k}) \dots f(\mathbf{k})}{(m^2 - k^2)^n}. \quad (45)$$

Объясним физический смысл этого условия. В модели есть два уравнения щели

$$\begin{aligned} \frac{\delta\mathcal{W}}{\delta\sigma_1} &= -iN_c \text{Tr} \int_{A_3} \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{1}{\hat{k} - m^0 + \langle\sigma_1\rangle_0 + \langle\sigma_2\rangle_0 f_1(\mathbf{k})} - \\ &\quad - \frac{\langle\sigma_1\rangle_0}{G} = 0, \quad (47) \\ \frac{\delta\mathcal{W}}{\delta\sigma_2} &= -iN_c \text{Tr} \int_{A_3} \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{f_2(\mathbf{k})}{\hat{k} - m^0 + \langle\sigma_1\rangle_0 + \langle\sigma_2\rangle_0 f_2(\mathbf{k})} - \\ &\quad - \frac{\langle\sigma_2\rangle_0}{G} = 0. \end{aligned}$$

В общем случае решение этих уравнений $\langle\sigma_2\rangle_0 \neq 0$, тогда масса составляющего кварка $-\langle\sigma_1\rangle_0 - \langle\sigma_2\rangle_0 f_1(\mathbf{k}) + m^0$ оказывается зависящей от импульса. Условие (46) приводит к тривиальному решению для второго уравнения щели, $\langle\sigma_2\rangle_0 = 0$. В результате мы возвращаемся к стандартному уравнению щели модели НИЛ с постоянной массой составляющего кварка.

Свободная часть эффективного действия для пионов принимает вид

$$\mathcal{W} = \frac{1}{2} \int \frac{d^4P}{(2\pi)^4} \sum_{i,j=1}^2 \pi_i^a(P) K_{ij}^{ab}(P) \pi_j^b(P), \quad (48)$$

где $K_{ij}^{ab}(P) \equiv \delta^{ab} K_{ij}(P)$,

$$\begin{aligned} K_{11}(P) &= Z_1(P^2 - M_1^2), & K_{22}(P) &= Z_2(P^2 - M_2^2), \\ K_{12}(P) &= K_{21}(P) = \sqrt{Z_1 Z_2} \Gamma P^2 \end{aligned} \quad (49)$$

и

$$\begin{aligned} M_1^2 &= \frac{1}{Z_1} \left(\frac{1}{G} - 8I_1 \right) = \frac{m^0}{Z_1 G m}, \\ M_2^2 &= \frac{1}{Z_2} \left(\frac{1}{G} - 8I_1^{ff} \right), \\ Z_1 &= 4I_2, \quad Z_2 = 4I_2^{ff}, \quad \Gamma = \frac{4}{\sqrt{Z_1 Z_2}} I_2^f. \end{aligned} \quad (50)$$

Для определения физических π - и π' -мезонных состояний необходимо диагонализовать квадратичную часть действия, что может быть выполнено с помощью ортогонального преобразования полей π_1 и π_2 (см. детали этой процедуры в [44]). Следует отметить, что после разложения в ряд по малым токовым кварковым массам m^0 для физических состояний имеем⁹

$$\begin{aligned} M_\pi^2 &= M_1^2 + O(M_1^4), \\ M_{\pi'}^2 &= \frac{M_2^2}{1 - \Gamma^2} \left[1 + \Gamma^2 \frac{M_1^2}{M_2^2} + O(M_1^4) \right]. \end{aligned} \quad (51)$$

Таким образом, в киральном пределе, эффективный мезонный лагранжиан действительно описывает безмассовый голдстоуновский бозон (пион π) и тяжелый псевдоскалярный мезон π' . Отношение констант слабого распада π и π' может быть записано через отношение масс

⁹ Из уравнения (50) следует, что $M_1^2 \sim m^0$.

мезонов:

$$\frac{F_{\pi'}}{F_\pi} = \frac{\Gamma}{\sqrt{1 - \Gamma^2}} \frac{M_\pi^2}{M_{\pi'}^2}. \quad (52)$$

Необходимо отметить, что матричный элемент псевдоскалярного мезона от дивергенции аксиально-векторного тока должен исчезать в киральном пределе для π и π' . В случае основного состояния пиона это происходит за счет обращения в нуль массы пиона, а для возбужденного состояния — за счет обращения в нуль $F_{\pi'}$.

Здесь обсуждались только пионы. В работах [45–47] было показано, что этот метод может быть распространен на киральную $U(3) \times U(3)$ -группу для псевдоскалярных, скалярных и векторных мезонов. В рамках этой модели были описаны главные сильные распады радиально-возбужденных мезонов [46, 48]. Один из наиболее интересных физических результатов, полученных в этой модели, связан с идентификацией 19 экспериментально обнаруженных скалярных состояний с массами 0,4–1,7 ГэВ. Эти состояния могут быть интерпретированы как два скалярных нонета и скалярный глюбол с массой $\sim 1,5$ ГэВ [49]. Первый нонет состоит из скалярных мезонов в основном состоянии с массами 0,4–1 ГэВ, а второй нонет — из радиально-возбужденных скалярных мезонов с массами 1,3–1,7 ГэВ. Четыре скалярных состояния и скалярный глюбол смешиваются, так как имеют одинаковые квантовые числа.

7. Нелокальная модель Намбу–Иона-Лазинио и кварковый конфайнмент

Модели НИЛ имеют два основных недостатка: они содержат ультрафиолетовые расходимости и не обеспечивают кварковый конфайнмент. Обычно УФ-расходимости устраняются с помощью параметра обрезания Λ порядка 1 ГэВ. Использование только низшего порядка разложения кварковых петель по импульсам позволяет избежать появления нефизических кварк-антинварковых порогов в амплитудах различных процессов.

Эти недостатки стандартной модели НИЛ могут быть устранены только в рамках нелокальных моделей. Существует много различных вариантов нелокальных НИЛ-моделей (см., например, [50–54]). Здесь мы продемонстрируем одну из версий нелокальной модели, которая основывается на инстанционных взаимодействиях. Похожие модели рассматривались в работах [55–59].

$SU(2) \times SU(2)$ -симметричное действие с нелокальным четырех夸ковым взаимодействием имеет вид

$$\begin{aligned} \mathcal{S}(\bar{q}, q) = \int d^4x & \left\{ \bar{q}(x)(i\hat{\partial}_x - m^0)q(x) + \right. \\ & + \frac{G}{2} [J_\sigma(x) J_\sigma(x) + J_\pi^a(x) J_\pi^a(x)] - \\ & \left. - \frac{G_V}{2} [J_\rho^{\mu a}(x) J_\rho^{\mu a}(x) + J_{a_1}^{\mu a}(x) J_{a_1}^{\mu a}(x)] \right\}. \end{aligned} \quad (53)$$

Нелокальные кварковые токи $J_I(x)$ записываются в форме

$$J_I(x) = \iint d^4x_1 d^4x_2 f(x_1) f(x_2) \bar{q}(x - x_1) \Gamma_I q(x + x_2), \quad (54)$$

где функции $f(x)$ нормируются условием $f(0) = 1$. В выражении (53) матрицы Γ_I определены следующим образом: $\Gamma_\sigma = \mathbf{1}$, $\Gamma_\pi^a = i\gamma^5\tau^a$, $\Gamma_\rho^{\mu a} = \gamma^\mu\tau^a$, $\Gamma_{a_1}^{\mu a} = \gamma^5\gamma^\mu\tau^a$.

После бозонизации скалярное поле σ будет иметь ненулевое вакуумное ожидание. Для получения физического скалярного поля с нулевым вакуумным ожиданием необходимо сдвинуть скалярное поле. Это приведет к появлению вместо токовой кварковой массы m^0 нелокальной кварковой массы $m(p^2)$, которая может быть найдена из уравнения щели:

$$\begin{aligned} m(p^2) &= m^0 + G \frac{2N_c}{(2\pi)^4} f^2(p^2) \int d^4k \frac{f^2(k^2)m(k^2)}{k^2 + m^2(k^2)} = \\ &= m^0 + (m(0) - m^0)f^2(p^2). \end{aligned} \quad (55)$$

Кварковый пропагатор принимает вид

$$S(p) = (\hat{p} - m(p^2))^{-1}. \quad (56)$$

Мы используем простой ансatz для кваркового пропагатора. А именно, следуя работам [50, 60], мы требуем отсутствия полюсных сингулярностей в векторной части кваркового пропагатора:

$$\frac{1}{m^2(p^2) + p^2} = \frac{1 - \exp(-p^2/\Lambda^2)}{p^2}. \quad (57)$$

Тогда для $m(p^2)$ получается следующее выражение:

$$m(p^2) = \left(\frac{p^2}{\exp(p^2/\Lambda^2) - 1} \right)^{1/2}. \quad (58)$$

Массовая функция $m(p^2)$ содержит только один произвольный параметр Λ . Эта функция не имеет сингулярностей на реальной оси и экспоненциально убывает при $p^2 \rightarrow \infty$ в евклидовой области. Из уравнения (55) следует, что нелокальные формфакторы имеют похожее поведение, обеспечивая тем самым отсутствие в модели УФ-расходимостей. При $p^2 = 0$ массовая функция равна параметру обрезания Λ , $m(0) = \Lambda$. Из уравнения щели мы можем найти соотношение между четырехкварковой константой G и параметром нелокальности Λ :

$$G = \frac{2\pi^2}{N_c} \frac{1}{\Lambda^2}. \quad (59)$$

Более того, выражение для пионной константы перенормировки принимает очень простую форму:

$$g_\pi^{-2}(0) = \frac{N_c}{4\pi^2} \left(\frac{3}{8} + \frac{\zeta(3)}{2} \right), \quad (60)$$

где ζ — дзета-функция Римана. В киральном пределе имеются только два произвольных параметра — Λ , G_V . Мы фиксируем их значения, используя константу слабого распада пиона $F_\pi = 93$ МэВ и величину массы р-резона $M_\rho = 770$ МэВ. Применяя соотношение Голдбергера — Треймана $g_\pi(0) = m(0)/F_\pi$, приходим к $\Lambda = m(0) = 340$ МэВ.

Эта простая модель дает разумные предсказания для массы σ -резона $M_\sigma = 420$ МэВ и сильного распада $\rho \rightarrow \pi\pi$, $F_{\rho\pi\pi} = 135$ МэВ.

Нелокальная модель, в отличие от локальной модели НИЛ, может применяться для описания не только константных частей амплитуд мезонных процессов, но и импульсных зависимостей. Это было показано на примере вычисления пионного радиуса формфактора процесса $F_{\gamma^*\pi^+\pi^-}$ [61]. В нелокальной модели вклады в радиус от контактных диаграмм и диаграмм с промежуточными мезонами имеют разумные значения, а именно: вклад векторных мезонов сильно подавлен, тогда как в локальной модели эти вклады соизмеримы [62]. В то же время диаграммы с векторным мезоном играют важную роль при описании формфактора $F_{\gamma^*\pi^+\pi^-}$ во временнеподобной области, позволяя описывать не только р-резонанс, но и формфактор процесса в области значений энергии до 1 ГэВ.

8. Заключение

Напомним еще раз, что когда в 1961 г. впервые была предложена модель НИЛ [1], фундаментальной теории сильных взаимодействий КХД еще не существовало. Поэтому в то время для описания низкоэнергетической физики мезонов использовались различные версии феноменологических адронных моделей, а описание адронных взаимодействий при высоких энергиях являлось весьма проблематичным. После создания КХД и открытия явления асимптотической свободы стало возможным описание взаимодействия адронов при больших энергиях с помощью теории возмущений. Однако оказалось, что теория возмущений хорошо работает только при значениях энергии, больших 1 ГэВ, когда сильная КХД-константа связи меньше единицы. Таким образом, для описания низкоэнергетической области снова потребовалось использование феноменологических теорий.

Одной из наиболее привлекательных моделей такого типа оказалась модель НИЛ. В основу этой модели легла киральная симметрия сильных взаимодействий, которая является также основной симметрией теории КХД. Совместное использование этих двух теорий позволяет описывать сильные взаимодействия элементарных частиц во всей области энергий.

М.К. Волков выражает глубокую благодарность всем своим соавторам за плодотворное сотрудничество в течение многих лет.

Работа поддержана грантом РФФИ 05-02-16699.

9. Приложение. Массовые формулы в $U(3) \times U(3)$ -модели Намбу — Иона-Лазинио

Массовые формулы для изовекторных и странных мезонов имеют вид

$$\begin{aligned} M_\pi^2 &= g_\pi^2 \left(\frac{1}{G_\pi} - 8I_1^A(m_u) \right), \\ M_K^2 &= g_K^2 \left(\frac{1}{G_K} - 4[I_1^A(m_u) + I_1^A(m_s)] \right) + Z(m_s - m_u)^2, \\ M_{a_0}^2 &= g_{a_0}^2 \left(\frac{1}{G_{a_0}} - 8I_1^A(m_u) \right) + 4m_u^2, \\ M_{K_0^*}^2 &= g_{K_0^*}^2 \left(\frac{1}{G_{K_0^*}} - 4[I_1^A(m_u) + I_1^A(m_s)] \right) + (m_u + m_s)^2, \end{aligned} \quad (61)$$

где

$$\begin{aligned} G_\pi &= G_1^{(+)} , \quad G_K = G_4^{(+)} , \quad G_{a_0} = G_1^{(-)} , \quad G_{K_0^*} = G_4^{(-)} , \\ g_{a_0}^2 &= [4I_2^A(m_u)]^{-1} , \quad g_{K_0^*}^2 = [4I_2^A(m_u, m_s)]^{-1} , \\ I_2^A(m_u, m_s) &= \frac{N_c}{(2\pi)^4} \int d_E^4 k \frac{\theta(\Lambda^2 - k^2)}{(k^2 + m_u^2)(k^2 + m_s^2)} = \\ &= \frac{3}{(4\pi)^2(m_s^2 - m_u^2)} \left[m_s^2 \ln \left(\frac{\Lambda^2}{m_s^2} + 1 \right) - m_u^2 \ln \left(\frac{\Lambda^2}{m_u^2} + 1 \right) \right] , \\ g_\pi &= Z_\pi^{1/2} g_{a_0} , \quad g_K = Z_K^{1/2} g_{K_0^*} , \quad Z_\pi \approx Z_K \approx 1.44 . \end{aligned}$$

Массовые формулы для несторонних и странных изоскалярных мезонов имеют более сложный вид:

$$M_{(\eta, \eta')}^2 = \frac{1}{2} \left(M_{ss}^P + M_{uu}^P \mp \sqrt{(M_{ss}^P - M_{uu}^P)^2 + 4(M_{us}^P)^2} \right) , \quad (62)$$

$$M_{(\sigma, f_0)}^2 = \frac{1}{2} \left(M_{ss}^S + M_{uu}^S \mp \sqrt{(M_{ss}^S - M_{uu}^S)^2 + 4(M_{us}^S)^2} \right) , \quad (63)$$

где

$$\begin{aligned} M_{ss}^P &= g_{\eta_s}^2 \left(\frac{1}{2} (T^P)_{ss}^{-1} - 8I_1^A(m_s) \right) , \\ M_{us}^P &= \frac{1}{2} g_{\eta_u} g_{\eta_s} (T^P)_{us}^{-1} , \\ M_{uu}^S &= g_{\sigma_u}^2 \left(\frac{1}{2} (T^S)_{uu}^{-1} - 8I_1^A(m_u) \right) + 4m_u^2 , \\ M_{ss}^S &= g_{\sigma_s}^2 \left(\frac{1}{2} (T^S)_{ss}^{-1} - 8I_1^A(m_s) \right) + 4m_s^2 , \\ M_{us}^S &= \frac{1}{2} g_{\sigma_u} g_{\sigma_s} (T^S)_{us}^{-1} , \\ g_{\sigma_u} &= g_{\sigma\bar{q}q} , \quad g_{\sigma_s} = [4I_2^A(m_s)]^{-1/2} , \\ g_{\eta_u} &= g_{\eta\bar{q}q} , \quad g_{\eta_s} = Z^{1/2} g_{\sigma_s} , \\ T^{P(S)} &= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} G_u^{(\pm)} & G_{us}^{(\pm)} \\ G_{us}^{(\pm)} & G_s^{(\pm)} \end{pmatrix} . \end{aligned} \quad (64)$$

Список литературы

1. Nambu Y, Jona-Lasinio G *Phys. Rev.* **122** 345 (1961)
2. Вакс В Г, Ларкин А И *ЖЭТФ* **40** 282 (1961)
3. Арбузов Б А, Тавхелидзе А Н, Фаустов Р Н *ДАН СССР* **139** 345 (1961)
4. Eguchi T *Phys. Rev. D* **14** 2755 (1976)
5. Kikukawa K *Prog. Theor. Phys.* **56** 947 (1976)
6. Волков М К, Эберт Д ЯФ **36** 1265 (1982)
7. Ebert D, Volkov M K *Z. Phys. C* **16** 205 (1983)
8. Volkov M K *Ann. Phys. (New York)* **157** 282 (1984)
9. Волков М К *ЭЧАЯ* **17** 433 (1986)
10. Ebert D, Reinhardt H *Nucl. Phys. B* **271** 188 (1986)
11. Hatsuda T, Kunihiro T *Phys. Lett. B* **145** 7 (1984)
12. Hatsuda T, Kunihiro T *Phys. Rev. Lett.* **55** 158 (1985)
13. Diakonov D, Petrov V Y "Spontaneous breaking of chiral symmetry in the instanton vacuum", Препринт ЛИЯФ-1153 (Л.: ЛИЯФ, 1986); Дьяконов Д И, Петров В Ю, в сб. *Адронная материя в экстремальных условиях* (Отв. ред. Г М Зиновьев, В П Шелест) (Киев: Наукова думка, 1986) с. 192
14. Diakonov D, in *Selected Topics in Nonperturbative QCD* (Proc. of the Intern. School of Physics "Enrico Fermi", Course 130, Eds A Di Giacomo, D Diakonov) (Amsterdam: IOS Press, 1996) p. 397; hep-ph/9602375
15. Klimt S et al. *Nucl. Phys. A* **516** 429 (1990)
16. Ebert D, Reinhardt H, Volkov M K *Prog. Part. Nucl. Phys.* **33** 1 (1994)
17. Дьяконов Д И, Петров В Ю *Письма в ЖЭТФ* **43** 57 (1986)
18. Diakonov D I, Petrov V Yu, Pobylitsa P V *Nucl. Phys. B* **306** 809 (1988)
19. Christov Chr V et al. *Prog. Part. Nucl. Phys.* **37** 91 (1996)
20. Diakonov D, Petrov V, in *At the Frontier of Particle Physics: Handbook of QCD: Boris Ioffe Festschrift* Vol. 1 (Ed. M Shifman) (Singapore: World Scientific, 2001) p. 359; hep-ph/0009006
21. Eidelman S et al. (Particle Data Group) *Phys. Lett. B* **592** 1 (2004)
22. Wakamatsu M *Ann. Phys. (New York)* **193** 287 (1989)
23. Volkov M K et al. *Int. J. Mod. Phys. A* **4** 3193 (1989)
24. Волков М К, Осипов А А *ТМФ* **86** 385 (1991)
25. Bernard V et al. *Ann. Phys. (New York)* **249** 499 (1996)
26. Radzhabov A E, Volkov M K *Eur. Phys. J. A* **19** 139 (2004)
27. 't Hooft G *Phys. Rev. Lett.* **37** 8 (1976)
28. Klevansky S P *Rev. Mod. Phys.* **64** 649 (1992)
29. Volkov M K *ЭЧАЯ* **24** 81 (1993)
30. Witten E *Nucl. Phys. B* **156** 269 (1979)
31. Osipov A A, Hiller B, da Providência J *Phys. Lett. B* **634** 48 (2006); hep-ph/0508058
32. Volkov M K, Nagy M, Yudichev V L *Nuovo Cimento A* **112** 225 (1999)
33. Kapusta J I *Finite-Temperature Field Theory* (Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1989)
34. Dolan L, Jackiw R *Phys. Rev. D* **9** 3320 (1974)
35. Niemi A J, Semenoff G W *Ann. Phys. (New York)* **152** 105 (1984)
36. Landsman N P, van Weert Ch G *Phys. Rep.* **145** 141 (1987)
37. Ebert D et al. *Int. J. Mod. Phys. A* **8** 1295 (1993)
38. Hatsuda T, Kunihiro T *Phys. Rep.* **247** 221 (1994)
39. Bernard C et al. (MILC Collab.) *Phys. Rev. D* **71** 034504 (2005)
40. Buballa M *Phys. Rep.* **407** 205 (2005)
41. Blaschke D et al. *Phys. Rev. D* **70** 014006 (2004)
42. Jido D, Hatsuda T, Kunihiro T *Phys. Rev. D* **63** 011901 (2001)
43. Volkov M K et al. *Phys. Lett. B* **424** 235 (1998)
44. Volkov M K, Weiss C *Phys. Rev. D* **56** 221 (1997)
45. Волков М К ЯФ **60** 1094 (1997)
46. Volkov M K, Yudichev V L *ЭЧАЯ* **31** 576 (2000)
47. Ebert D et al. *Eur. Phys. J. A* **8** 567 (2000)
48. Volkov M K, Ebert D, Nagy M *Int. J. Mod. Phys. A* **13** 5443 (1998)
49. Volkov M K, Yudichev V L *Eur. Phys. J. A* **10** 109 (2001)
50. Ефимов Г В, Иванов М А *ЭЧАЯ* **20** 1129 (1989)
51. Andrianov A A, Andrianov V A *Int. J. Mod. Phys. A* **8** 1981 (1993)
52. Andrianov A A, Espriu D, Tarrach R *Nucl. Phys. B* **533** 429 (1998)
53. Celenza L S et al. *Phys. Rev. C* **60** 025202 (1999)
54. Celenza L S et al. *Phys. Rev. C* **61** 035201 (2000)
55. Dyakonov D I, Petrov V Yu *Nucl. Phys. B* **272** 457 (1986)
56. Buballa M, Krewald S *Phys. Lett. B* **294** 19 (1992)
57. Plant R S, Birse M C *Nucl. Phys. A* **628** 607 (1998)
58. Аникин И В, Дорохов А Е, Томио Л *ЭЧАЯ* **31** 1023 (2000)
59. Scarpetti A, Gómez Dumm D, Scoccola N N *Phys. Rev. D* **69** 114018 (2004)

-
60. Efimov G V, Ivanov M A *The Quark Confinement Model of Hadrons* (Bristol: IOP Publ., 1993)
 61. Dorokhov A E, Radzhabov A E, Volkov M K *Eur. Phys. J. A* **21** 155 (2004)
 62. Волков М К *ЯФ* **60** 1115 (1997)

The Nambu–Jona-Lasinio model and its development

M.K. Volkov, A.E. Radzhabov

*Joint Institute for Nuclear Research,
141980 Dubna, Moscow Region, Russian Federation
Tel. (7-49621) 63-176, (7-49621) 63-143
E-mail: volkov@theor.jinr.ru, aradzh@thsun1.jinr.ru*

The historical development of the Nambu–Jona-Lasinio (NJL) model is briefly reviewed. The $SU(2) \times SU(2)$ and $U(3) \times U(3)$ local quark NJL models are considered. The spontaneous breaking of chiral symmetry and vector dominance mechanisms are examined. The local NJL model is adequate in describing the mass spectrum and the strong and electroweak decay modes of the ground states of pseudoscalar, scalar, vector and axial-vector meson nonets. The applicability of the model to mesons in a hot dense medium is discussed. It is shown that solving problems related to the description of meson radial excitations and quark confinement requires the nonlocal extension of the NJL model. The primary emphasis of this review is on the methods that are used in various versions of the NJL model. The reader is referred to the cited works for what these models predict in low-energy hadron physics.

PACS numbers: **12.39.-x, 12.40.-y, 25.75.Nq**

Bibliography — 62 references

Received 21 September 2005, revised 29 December 2005

Uspekhi Fizicheskikh Nauk **176** (6) 569–580 (2006)

Physics – Uspekhi **49** (6) (2006)