

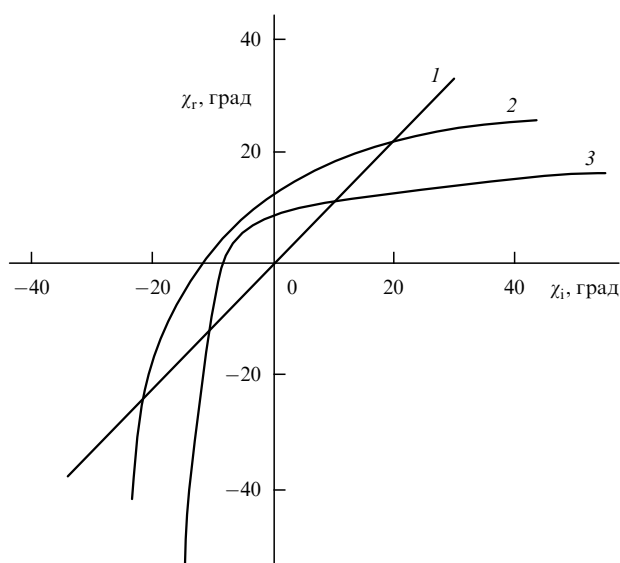


Рис. 6. Зависимости угла отражения от угла падения $\chi_r(\chi_i)$ для прямой волны при $f = 3400$ МГц, $H_0 = 437$ Э, $4\pi M_0 = 1750$ Гс, $s = 10$ мкм и различных значений угла θ между нормалью зеркала и оптической осью: $\theta = 0$ (кривая 1), $\theta = 10^\circ$ (кривая 2), $\theta = 20^\circ$ (кривая 3).

варьирование угла падения χ_i осуществляется посредством поворота возбуждающей антенны [3]. Пусть антенна возбуждает *прямую волну*, описываемую изочастотной кривой 1 на рис. 2. На рисунке 6 представлены расчеты зависимости $\chi_r(\chi_i)$ для трех различных случаев ориентации зеркала. Как видно из рис. 6, если нормаль к зеркалу параллельна оптической оси, то какая бы волна ни падала на зеркало (коллинеарная или неколлинеарная), отражение все равно происходит по закону Евклида: угол падения равен углу отражения (кривая 1). Однако если нормаль отклонена от оптической оси, то, во-первых, угол отражения становится не равным углу падения, и, во-вторых, при небольших отрицательных значениях угла падения χ_i возникает отрицательное отражение (кривые 2 и 3, рис. 6).

В заключение отметим, что с помощью неколлинеарных волн несложно реализовать также *отрицательное преломление* [10], причем и падающая, и преломленная волны при этом могут быть *прямыми*. Результаты исследований, описанных выше, были использованы для разработки макетов приборов аналоговой обработки информации на СВЧ [11].

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 04-02-16460) и Программы фундаментальных исследований РАН "Исследование электрофизических явлений в метаматериалах при прохождении потоков электромагнитной энергии".

Список литературы

1. Damon R W, Eshbach J R J. *Phys. Chem. Solids* **19** 308 (1961)
2. Вашковский А В, Шахназарян Д Г *Радиотехника и электроника* **32** 719 (1987)
3. Вашковский А В, Зубков В И *Радиотехника и электроника* **48** 149 (2003)
4. Вашковский А В, Локк Э Г *Электронный журнал "Исследовано в России"* **7** 1194 (2004); <http://zhurnal.ape.relarn.ru/articles/2004/111.pdf>

5. Иванов В Н и др. *Изв. вузов, радиофизика* **32** 764 (1989)
6. Вашковский А В, Зубков В И *Радиотехника и электроника* **50** 670 (2005)
7. Вашковский А В, Локк Э Г *УФН* **176** 403 (2006)
8. Вашковский А В и др. *Радиотехника и электроника* **31** 837 (1986)
9. Вашковский А В и др. *Письма в ЖТФ* **13** 1067 (1987)
10. Вашковский А В, Локк Э Г *УФН* **174** 657 (2004)
11. Вашковский А В и др. *Радиотехника и электроника* **35** 2606 (1990)

PACS numbers: **42.25.** – p, **42.70.** Qs, **78.20.** Ci

Электромагнитные волны в искусственных периодических структурах

Р.А. Силин

1. Введение

В докладе рассматриваются искусственные периодические структуры, распространение электромагнитных волн в которых исследуется с применением зонной теории [1], развитой в физике твердого тела для изучения волн де Бройля. Особый интерес такие кристаллы представляют для создания устройств в коротковолновых диапазонах, включая оптический. Взаимное соответствие понятий для этих волн представлено в таблице.

На основе искусственных кристаллов (часто называемых фотонными кристаллами) можно изготавливать резонаторы, линии передачи, фильтры, делители сигналов и др. Для этого используются неоднородности кристалла, создающие локальные колебания, аналогичные примесным уровням в твердом теле. Неоднородность в точке позволяет сделать резонатор, а неоднородность вдоль линии — волноведущий тракт и другие радиотехнические устройства.

Одно из направлений исследований искусственных кристаллов состоит в изучении законов преломления и отражения волн на границе раздела таких кристаллов, а также в поиске сред, в которых эти волны ведут себя необычно. Так, например, в работе [2] показано, что в средах, в которых групповая и фазовая скорости волны направлены в противоположные стороны, луч, падающий из свободного пространства, отклоняется в противоположном относительно обычного направлении. С тех пор появилось большое число работ по изучению сред с необычными законами преломления и отражения [3–9].

Таблица. Аналогия волн де Бройля и электромагнитных волн

Волны де Бройля	Электромагнитные волны
Энергия электрона $E = \hbar\omega$	Частота ω
Квазиимпульс $\mathbf{p}$	Волновой вектор $\mathbf{k}$
Скорость электрона $\mathbf{v}_e = \text{grad}_{\mathbf{p}}\omega$	Групповая скорость волны $\mathbf{v}_g = \text{grad}_{\mathbf{k}}\omega$, равная скорости переноса энергии
Дисперсионная характеристика $E(\mathbf{p})$	Дисперсионная характеристика $\omega(\mathbf{k})$
Энергетическая зона	Полоса пропускания
Запрещенная зона	Полоса непропускания
Изоэнергетическая поверхность	Изочастота
Примесные или поверхностные уровни	Локальные колебания

В основном эти исследования проводились в средах, проводящих волны в двух измерениях. К таким средам относятся двумерно периодические структуры, состоящие из металлических элементов [4–9], пленки феррита, в которых распространяются магнитоэлектрические волны [10, 11], а также холестерические жидкие кристаллы [12]. Необычными оказываются законы преломления и отражения волн в плазме [13, 14].

Представление о ходе лучей в тех или иных средах можно получить, рассматривая тензоры диэлектрической ε и магнитной μ проницаемостей [13, 14]. Такой подход применим, когда период структуры мал по сравнению с длиной волны, ибо расчет соответствующих тензоров требует усреднения поля. Более удобным, наглядным и справедливым при любых длинах волн представляется метод, использующий изочастоты, т.е. поверхности, на которых оканчивается волновой вектор при всевозможных направлениях волн. Изочастоты можно построить как на основании тензоров ε и μ , так и не прибегая к усреднению поля.

Использование аналогии свойств волн де Бройля в кристаллах и электромагнитных волн в периодических структурах привело к обнаружению ряда физических явлений, неизвестных ранее в классической оптике. Описанию этих явлений посвящен данный доклад.

Рассматриваем структуры, периодические в трех измерениях. Электромагнитное поле в такой структуре разлагают в тройной ряд Фурье по пространственным гармоникам с волновыми векторами $\mathbf{k}_{m_1}$, $\mathbf{k}_{m_2}$, $\mathbf{k}_{m_3}$ ($-\infty < m_i < \infty$, $i = 1, 2, 3$). Каждой гармонике соответствует своя область изменения (зона Зейтца).

Фазовые скорости пространственных гармоник различны. Они определяются равенством: $v_{m_i} = \omega \mathbf{k}_{m_i} / |\mathbf{k}_{m_i}|^2$, а групповые скорости, $\mathbf{v}_g = \text{grad}_{\mathbf{k}} \omega$, для всех гармоник одинаковы. Групповая скорость задает направление потока энергии, луча, информации. Она направлена по нормали к изочастоте в сторону возрастания частоты.

Фазовые скорости (а также волновые векторы) и амплитуды гармоник для электромагнитных волн важно знать, поскольку они определяют направление и интенсивность дифракционных максимумов (например в дифракционных и антенных решетках). Их важно знать также при исследовании взаимодействия электронов с волной (эффект Вавилова–Черенкова). В одномерно периодической среде это взаимодействие наиболее эффективно в том случае, когда фазовая скорость $v = \omega/k$ близка к скорости электронов ($v_e \approx \omega/k$), т.е. $kv_e = \omega$. Обобщением этого соотношения на двумерные и трехмерные структуры служит условие излучения Вавилова–Черенкова $\mathbf{k}\mathbf{v}_e = \omega$, которое в технике сверхвысоких частот называют *условием синхронизма* электронов с волной и используют при создании электронных приборов (ламп с бегущей волной, ламп с обратной волной и др.).

2. Построение волновых векторов и лучей с помощью изочастот

В общем случае будем различать *прямые и обратные волны*. Прямыми называем волны, у которых угол θ между направлениями фазовой и групповой скоростей не превышает $\pi/2$ ($|\theta| < \pi/2$). В случае $\pi/2 < |\theta| \leq \pi$ волну называем обратной.

На рисунке 1 изображены кубические ячейки двух искусственных сред и соответствующие им изочастоты в

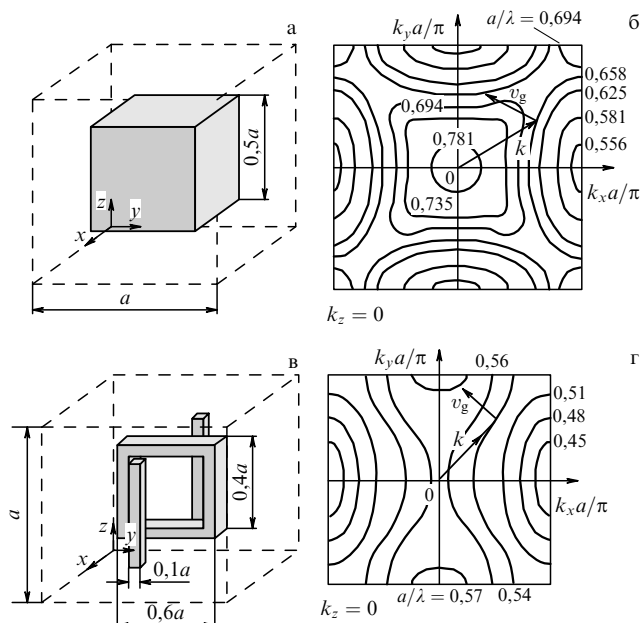


Рис. 1. Примеры ячеек трехмерно периодических структур и их изочастоты, построенные в координатах k_x , k_y в нулевой зоне, и рассчитанные во второй полосе пропускания.

нулевой зоне во второй полосе пропускания, построенные в плоскости k_x , k_y . Вблизи изочастот указаны пропорциональные частотам значения a/λ , где a — размер ячейки, λ — длина волны в свободном пространстве. Обозначены также волновые векторы (жирные стрелки) и направление групповой скорости (тонкие стрелки).

Рассмотрим с помощью изочастот ($a/\lambda = \text{const}$) преломление волны на границе двух изотропных сред и ход лучей ($\mathbf{v}_g$) для волн, прошедших через плоско-параллельную пластину. Рисунки 2а, б и д соответствуют прямой волне в преломляющей среде, а рис. 2в, г и е — обратной волне. Штриховыми отрезками на рис. 2 и всех остальных ниже изображены проекции векторов $\mathbf{k}$ на ось абсцисс. Заметим, что энергия преломленной волны бежит от границы раздела двух сред и что проекции на границу раздела волновых векторов падающей ($\mathbf{k}_n$) отраженной ($\mathbf{k}_0$) и преломленной ($\mathbf{k}_{np}$) волн одинаковы (рис. 2а–г).

Два различных вектора $\mathbf{k}_{np}$ могут иметь одинаковые проекции на границу раздела в преломляющей среде. Один из векторов (рис. 2а), направленный вниз относительно границы раздела, соответствует прямой волне, а другой (рис. 2в), направленный вверх, — обратной волне. Относится к преломленной волне тот из них, которому соответствует групповая скорость (луч), направленная от границы раздела (ср. рис. 2а, б и рис. 2в, г). Для каждого случая на рис. 2 сделано два построения. Одно из них, в котором векторы направлены из начала координат (рис. 2а, в), — строгое — всегда позволяет однозначно определить направления всех векторов. Однако строгое построение не наглядно. Чаще используют другое построение (рис. 2б, г): волновые векторы падающей волны изображают в верхней полуплоскости, а преломленной — в нижней. Такое построение наглядно, но не всегда позволяет понять, куда направлен луч.

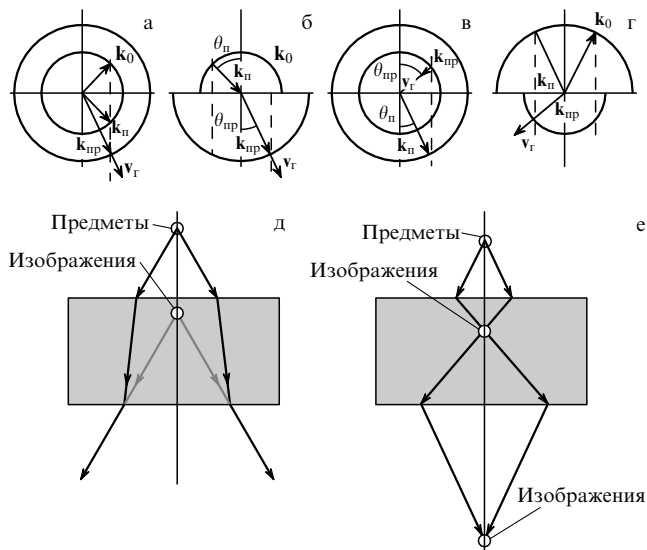


Рис. 2. Волновые векторы $\mathbf{k}$ и лучи $\mathbf{v}_r$, предметы и изображения для случаев, когда волна проходит через границу раздела двух сред (а, б, в, г) и через пластину (д, е). Рисунки а, б, д относятся к случаю, когда в преломляющей среде и пластине бежит прямая волна, а рис. в, г, е — к случаю, когда в них бежит обратная волна. Построения на рис. а и в — строгие, но не наглядные, на рис. б и г — наглядные, но не строгие.

На рисунках 2д, е приведен ход лучей для прямой (рис. 2д) и обратной (рис. 2е) волн в пластине, а также изображения предметов в этих пластинах. В случае прямой волны предмет и изображение лежат по одну сторону нижней границы пластины. В случае обратной волны возможны два изображения, причем одно из них находится по другую сторону пластины.

Обратные волны, соответствующие им примеры сред и законы преломления известны давно [3, 4, 8]. В 1940–1966 гг. они широко использовались в лампах и антеннах с обратной волной. В работе В.Е. Пафомова¹ [13] показано, что обратные волны возможны в изотропной среде с одновременно отрицательными проницаемостями ϵ и μ . Такое явление может наблюдаться в плазме [13, 14]. Лишь в 2000 г. (т.е. примерно спустя 40 лет после опубликования работ [3, 4, 8]) была предложена периодическая структура из металлических стержней и колец [16], в которой возможна обратная волна в одном измерении и лишь во второй полосе пропускания. Ее изочастоты подобны приведенным на рис. 1г.

Выше рассмотрены только изотропные среды, в которых изочастоты имеют форму сфер или окружностей с центром в начале координат. Реально среды ведут себя как изотропные лишь в некоторой полосе частот (рис. 1б). Построение волновых векторов и лучей, т.е. групповых скоростей, для различных форм изочастот представлено на рис. 3. Каждой форме изочастот соответствуют два рисунка: прохождение волны и лучей через границу двух сред (в верхней полуплоскости изображены изочастоты свободного пространства — это полукружности с центром в начале координат, а в нижней — изочастоты среды) и через пластину. Полагаем, что в

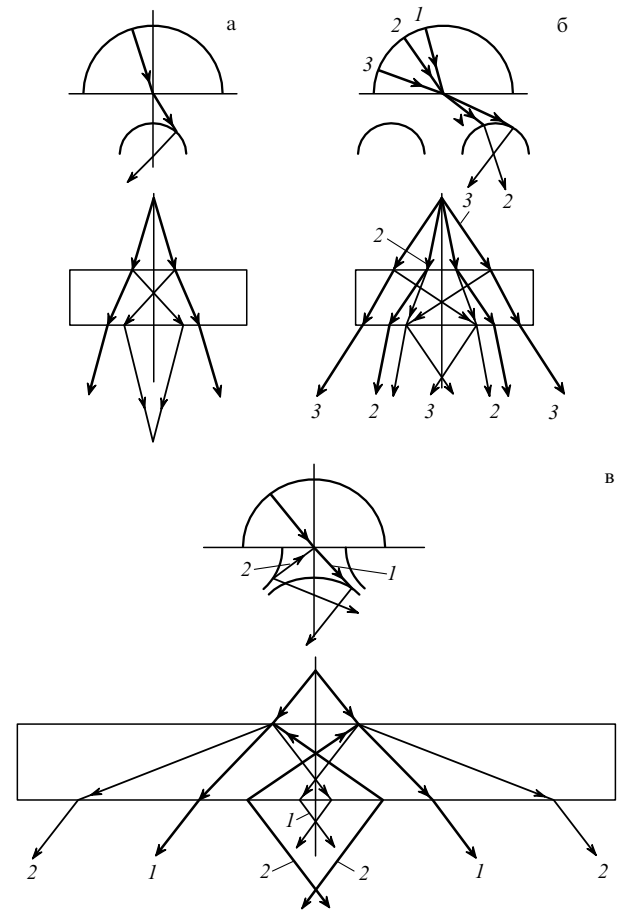


Рис. 3. Волновые векторы (жирные стрелки) и лучи (тонкие стрелки), соответствующие прохождению волны из свободного пространства через границы раздела сред и через плоско-параллельные пластины из материалов с различной формой изочастот.

средах, которым соответствуют рис. 3а, б, бежит прямая волна.

Ситуация, отвечающая рис. 3а, при которой граница раздела сред параллельна оси $\mathbf{k}_x$, может иметь место для изочастоты $a/\lambda = 0,57$, приведенной на рис. 1г. Здесь необычным является то, что предмет и изображение лежат по разные стороны от пластины несмотря на то, что волна прямая. Противоположная картина должна наблюдаться в случае, когда соответствующая изочастота ($a/\lambda = 0,556–0,658$ на рис. 1б, $a/\lambda = 0,45–0,56$ на рис. 1г) принадлежит обратной волне. При этом луч отклоняется от нормали в ту же сторону, что и в обычном диэлектрике, а предмет и изображение лежат по одну сторону относительно нижней границы пластины (как на рис. 2д). Картина, приведенная на рис. 3б, возможна для изочастот $a/\lambda = 0,694$ (рис. 1б), когда нормаль к границе раздела параллельна оси $\mathbf{k}_x$ или $\mathbf{k}_y$. При малых углах падения (волновой вектор $\mathbf{l}$) волна не проходит в искусственную среду, так как для этой среды не существует изочастот, на которых мог бы оканчиваться волновой вектор. При увеличении угла падения волна начинает проходить в среду, причем с его возрастанием угол преломления сначала убывает, а затем меняет знак.

Интересна картина, приведенная на рис. 3в. Она соответствует изочастотам, представленным на рис. 1б ($a/\lambda = 0,658$). В преломляющей среде имеется два волно-

¹ Во многих статьях доказательство существования обратных волн в средах с $\epsilon < 0$, $\mu < 0$ неправильно приписывают В.Г. Веселого [15], тогда как впервые это доказал В.Е. Пафомов.

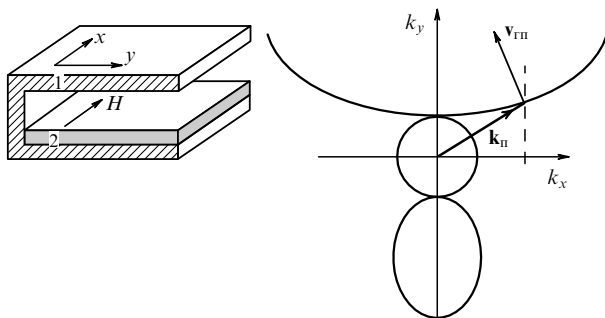


Рис. 4. Изочастоты ферритовой пленки на диэлектрической подложке и векторы $\mathbf{k}_{\parallel}$ и $\mathbf{v}_{\parallel}$ падающей волны в случае отсутствия отраженной и преломленной волн.

вых вектора с одинаковыми проекциями на границу раздела. Поэтому одному лучу в падающей волне могут соответствовать два преломленных луча (*двойное лучепреломление*). В результате получается два изображения одного предмета (лучи 1 и 2 сходятся в разных точках). Поляризация обоих лучей при этом остается одинаковой в отличие от поляризации при двойном лучепреломлении в обычной оптике.

Еще больший интерес представляют волны в ферритовых пленках между металлическими плоскостями, помещенных в магнитное поле (рис. 4). В таких системах существуют изочастоты, которые прямая, перпендикулярная границе раздела сред, пересекает только один раз. Отсюда следует кажущийся невероятным факт: при наличии падающей волны могут не существовать ни преломленная, ни отраженная волны. Этот эффект, предсказанный теоретически в [10], был обнаружен экспериментально в [11]. Энергия, поступающая на границу раздела, уносится краевой волной.

3. Среды, в которых наблюдаются обратные волны

Двумерно периодические решетки, в которых могут существовать обратные волны, еще в 1959 г. были описаны в работах [3, 4], причем в [3] предложена конструкция, в которой в отличие от большинства конструкций, предлагаемых в современных публикациях, обратные волны существуют в первой полосе пропускания.

Возможность возникновения обратных волн доказана Рэлеем (1877 г.), который вывел формулу, связывающую фазовую и групповую скорости, которая в терминах коэффициентов замедления фазовой ($n = c/v$) и групповой ($n_g = v/v_g$) скорости выглядит так:

$$n_g = n - \lambda \frac{dn}{d\lambda}.$$

При достаточно большой дисперсии $dn/d\lambda > 0$ величины n_g , n имеют противоположные знаки, т.е. возникает обратная волна.

Структуры, в которых обратные волны могут бежать лишь в одном или двух измерениях, известны с 1904 г. (Лэмб) и широко используются в электронной и антенной технике начиная с 1952 г. Кроме того, обратные волны существуют в холестерических жидких кристаллах [12], в волноводах, частично заполненных диэлектриком и во многих других структурах.

Обратные волны в основной (самой длинноволновой) полосе пропускания на нулевой пространственной гармонике обнаружены в одномерно и двумерно периодических структурах [3–8]. Трехмерно периодические структуры с такими свойствами нам неизвестны. Во второй полосе обратную волну получить сравнительно легко (см. [5] и рис. 1).

4. Заключение

Особый интерес искусственные кристаллы представляют в оптическом и близких к нему диапазонах частот. При использовании таких кристаллов могут быть разработаны интегральные схемы, электронные приборы, устройства с необычными оптическими свойствами. В частности, на основе таких кристаллов можно создать не только плоско-параллельную линзу, но и пластину, не пропускающую волну при нормальном падении, но пропускающую при ее падении под некоторым углом; можно создать пластину, которая обеспечивает двойное лучепреломление, зависящее не от поляризации волны, а от частоты и угла падения луча на пластину. В ферритовых пленках, помещенных в магнитное поле, волна, падающая на край этой пленки, не отражается и не проходит через нее даже в пренебрежении потерями. Все эти результаты наиболее легко могут быть получены с помощью изочастот.

В заключение отметим, что с точки зрения истории, первым, кто доказал возможность возникновения обратных волн в среде при $\epsilon < 0$ и $\mu < 0$, был В.Е. Пафомов [13], а не В.Г. Веселаго [15]. Искусственные кристаллы, в которых бегут обратные волны, приводящие к необычному закону преломления, впервые рассмотрел автор этого доклада [3, 4], а не Смит и др. [16].

Список литературы

1. Зейтц Ф *Современная теория твердого тела* (М.-Л.: ГИТТЛ, 1949)
2. Мандельштам Л И *Полное собрание трудов* Т. 5 (М.: Изд-во АН СССР, 1950) с. 461
3. Силян Р А *Вопросы радиоэлектроники. Сер. 1. Электроника* (4) 3 (1959)
4. Силян Р А, Сазонов В П *Замедляющие системы* (М.: Сов. радио, 1966)
5. Силян Р А, Чепурных И П *Радиотехника и электроника* **46** 1212 (2001)
6. Силян Р А *Необычные законы преломления и отражения* (М.: Фазис, 1999)
7. Силян Р А *Радиотехника и электроника* **5** 688 (1960)
8. Силян Р А *Изв. вузов. Радиофизика* **15** 809 (1972)
9. Силян Р А *Оптика и спектроскоп.* **44** 189 (1978)
10. Демченко Н П, Нефедов И С, Силян Р А, в кн. *Взаимодействие электромагнитных волн с полупроводниками и полупроводниково-диэлектрическими структурами и проблемы создания интегральных КВЧ схем* Ч. 2 (Саратов: Изд-во Саратовского гос. университета, 1985) с. 94
11. Вашковский А В, Стальмахов А В, Шахназарян Д Г *Изв. вузов. Физика* **31** (11) 67 (1988)
12. Бырдин В М *Оптика и спектроскоп.* **54** 456 (1983)
13. Пафомов В Е *ЖЭТФ* **36** 1853 (1959)
14. Агранович В М, Гинзбург В Л *Кристаллооптика с учетом пространственной дисперсии и теория экситонов* (М.: Наука, 1965)
15. Веселаго В Г *УФН* **92** 517 (1967)
16. Smith D R et al. *Phys. Rev. Lett.* **84** 4184 (2000)