

ОБЗОРЫ АКТУАЛЬНЫХ ПРОБЛЕМ

Сверхпроводимость отталкивающихся частиц

В.И. Белявский, Ю.В. Копаев

Антиферромагнитные корреляции в сверхпроводящих купратах могут приводить к зеркальному нестингу участков контура Ферми вблизи седловых точек электронного спектра и к логарифмической особенности амплитуды рассеяния при большом импульсе пары. Кулоновский потенциал, определенный в области кинематического ограничения, допускает отрицательное собственное значение, что обеспечивает сверхпроводящее спаривание и слабо затухающие квазистационарные состояния пар с большими импульсами. В уравнениях типа Гинзбурга–Ландау для двухкомпонентного сверхпроводящего параметра порядка проявляются пары связанных частиц и пары связанных орбитальных токовых циркуляций, чем объясняются фундаментальные свойства купратов: сильная и слабая псевдощели, температура сверхпроводящего перехода, диамагнетизм псевдощелевого состояния, особенности изотопического эффекта. Предсказывается квантовая критическая точка и переход между двумя сверхпроводящими фазами, в одной из которых сверхпроводимость сосуществует с токовыми циркуляциями.

PACS numbers: 74.20.–z, 74.20.Mn, 74.72.–h

Содержание

1. Введение (457).
2. Фазовая диаграмма купратов (458).
3. Сверхпроводимость при отталкивании (459).
4. Спаривание с большим импульсом (460).
5. Условие спаривания при отталкивании (462).
6. Проблема одной пары (463).
7. Квазистационарные состояния пар (464).
8. Сверхпроводящая щель (464).
9. Контур Ферми допированных купратов (466).
10. Параметр порядка (468).
11. Функционал Гинзбурга–Ландау (469).
12. Система уравнений Гинзбурга–Ландау (471).
13. Пространственно однородный порядок (472).
14. Спонтанные орбитальные токи (472).
15. Свободная энергия (473).
16. Тетракритическая точка (474).
17. Фазовый портрет (475).
18. Диамагнетизм псевдощелевого состояния (475).
19. Электродинамика купратов (477).
20. Спектроскопия купратов (478).
21. Андреевское отражение (480).

22. Конкуренция спаривающих взаимодействий (481).
 23. Изотопический эффект (483).
 24. Заключение (483).
- Список литературы (484).

1. Введение

За два десятилетия после открытия [1] высокотемпературной сверхпроводимости купратов накоплен значительный объем экспериментальных данных, свидетельствующих об особом поведении этих соединений в сверхпроводящем и нормальном состояниях.

Основным структурным элементом слоистых купратных соединений являются медно-кислородные плоскости, атомные слои между которыми играют роль резервуаров, поставляющих при дырочном или электронном допировании родительского соединения избыточные (с концентрацией x) носители заряда в эти плоскости. Родительские купраты являются квазидвумерными (2D) антиферромагнитными диэлектриками с запрещенной зоной около 2 эВ, возникновение которой обусловлено достаточно сильными электронными корреляциями [2].

Из экспериментов по найтовскому сдвигу [3] следует, что в сверхпроводящем состоянии электроны объединяются в синглетные пары, подобные куперовским парам [4] в обычных сверхпроводниках, описываемых теорией Бардина, Купера и Шриффера (БКШ) [5].

Сверхпроводимость является лишь одним из проявлений богатой фазовой диаграммы купратов, и для описания сверхпроводящего фазового перехода необходимо принимать во внимание конкуренцию и сосуществование различных упорядоченных состояний [6–9]. В этом отношении купраты существенно отличаются от обычных сверхпроводников, в которых сверхпроводящее

В.И. Белявский, Ю.В. Копаев. Физический институт им. П.Н. Лебедева РАН, 119991 Москва, Ленинский просп. 53, Российская Федерация
Тел. (495) 135-74-41, (495) 132-05-38
E-mail: kopaev@sci.lebedev.ru, vib@box.vsi.ru

Статья поступила 13 января 2006 г.,
после доработки 26 января 2006 г.

состояние возникает вследствие неустойчивости нормальной ферми-жидкости по отношению к куперовскому спариванию [10].

Микроскопический механизм сверхпроводящего спаривания в купратах остается неясным. Сильные электронные корреляции и спиновый антиферромагнетизм родительского соединения позволяют предположить, что этот механизм может отличаться от традиционного притяжения электронов, обусловленного электрон-фононным взаимодействием (ЭФВ), на что указывает необычная симметрия сверхпроводящей энергетической щели [11–14].

Внутрицентровые кулоновские корреляции в 2D электронной системе купратов, фактически запрещающие двукратное заполнение узлов решетки атомов меди в купратных плоскостях, являются очевидной причиной спинового антиферромагнетизма родительских соединений. Экранированное кулоновское отталкивание, имеющее конечный радиус действия, приводит также к достаточно сильным межцентровым корреляциям и может оказаться доминирующим взаимодействием, приводящим к сверхпроводящему спариванию носителей заряда. Таким образом, одно и то же взаимодействие может проявлять себя и в диэлектрическом, и в сверхпроводящем каналах спаривания. Поэтому естественно предположить, что именно экранированное кулоновское отталкивание есть то взаимодействие, которое лежит в основе физики купратов и с единой точки зрения позволяет описать сверхпроводящее и нормальное состояния [15].

В настоящем обзоре изложена концепция сверхпроводящего спаривания при кулоновском отталкивании и рассмотрена вытекающая из нее возможность качественной интерпретации ключевых для купратов экспериментов.

2. Фазовая диаграмма купратов

Типичная для купратов фазовая диаграмма [16, 17] показана на рис. 1. Увеличение температуры приводит к возрастанию теплового беспорядка и к фазовому переходу при температуре Нееля T_N из антиферромагнитной в парамагнитную фазу. В результате допирования возрастает беспорядок в структуре химических связей в купратных плоскостях, понижающий T_N . Дальний антиферромагнитный порядок при $T = 0$ исчезает уже при уровне дырочного допирования $x_N \approx 0,03$, тогда как ближний порядок выживает в обширной области фазовой диаграммы при $x > x_N$.

Сверхпроводимость в купратах возникает в результате допирования родительского соединения и существует в ограниченном интервале концентраций носителей: $x_* < x < x^*$. Области $x < x_{\text{opt}}$ и $x > x_{\text{opt}}$, где x_{opt} — уровень оптимального допирования, соответствующий максимальной температуре сверхпроводящего фазового перехода, условно относят к недодопированному и передопированному состоянию соответственно. При повышении температуры передопированные купраты переходят из сверхпроводящего в металлическое состояние с определенной поверхностью Ферми, которая в силу 2D-анизотропии вырождается в контур Ферми.

Энергетическая зона, в которой располагается уровень Ферми, возникает из электронных состояний атомов в купратных плоскостях, слабо связанных через

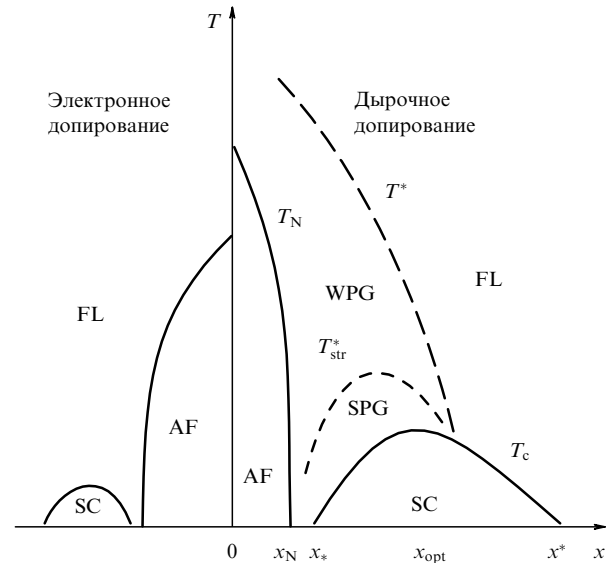


Рис. 1. Фазовая диаграмма купратных соединений (схематически). Показаны области ферми-жидкостного (FL) поведения, антиферромагнитной (AF) и сверхпроводящей (SC) фаз, а также области слабой (WPG) и сильной (SPG) псевдощели. Диаграмма объединяет электронное и дырочное допирование, несмотря на то, что обе эти возможности для одного и того же родительского соединения не реализованы.

зарядовые резервуары [18]. Поэтому в нормальной фазе контур Ферми обладает универсальными для всех купратов свойствами. Значительная его часть принадлежит протяженной окрестности седловой точки закона дисперсии [19, 20]. По мере роста дырочного допирования замкнутый контур Ферми приближается к седловой точке, проходя через нее при некоторой концентрации x_1 . При этом топологический центр контура Ферми смещается на вектор $\mathbf{Q} = (\pi/\bar{a}, \pi/\bar{a})$, где \bar{a} — расстояние между соседними атомами меди в купратной плоскости. При $x > x_1$ замкнутый контур Ферми ограничивает область электронного заполнения [21].

В недодопированных соединениях в некотором интервале температур $T_c < T < T^*$ контур Ферми оказывается разрывным, представляя собой дуги, центрированные на диагоналях 2D-зоны Бриллюэна [22]. На исчезнувших участках контура Ферми образуется псевдощель [10, 16, 17, 23], так что при критической температуре T_c сверхпроводимость возникает не из металлического состояния нормальной ферми-жидкости, а из псевдощелевого состояния, о происхождении которого в настоящее время нет единого мнения. Длина дуг контура Ферми уменьшается до нуля при понижении температуры от T^* до температуры сверхпроводящего перехода T_c .

Верхняя температурная граница $T^*(x)$ слабой псевдощели [17], ниже которой проявляются аномалии ряда физических свойств, не обнаруживает себя как линия фазового перехода и в сильно недодопированных купратах существенно превышает T_c . Область сильной псевдощели [17, 24] непосредственно выше $T_c(x)$ ограничивается сверху некоторой температурой $T_{\text{str}}^*(x)$, имеющей тот же масштаб, что и $T_c(x)$. В этой области наблюдаются диамагнитные флуктуации [25] и аномальный эффект Нернста [26], что может быть связано с наличием вихревых возбуждений. Имеются основания считать, что

псевдощель проникает даже в область предельно слабого допирования, $x < x_*$ [27].

3. Сверхпроводимость при отталкивании

Учет кулоновского отталкивания в рамках ЭФВ механизма сверхпроводимости показал [28], что для сверхпроводящего спаривания необходимо, чтобы эффективная ЭФВ константа связи $|V|$ превышала не усредненную по зоне Бриллюэна кулоновскую энергию U_C , а ее логарифмически ослабленное значение

$$|V| > \frac{U_C}{1 + g_F U_C \ln(E_F / \hbar \omega_D)}. \quad (1)$$

Здесь g_F — плотность состояний на уровне Ферми E_F , $\hbar \omega_D$ — дебаевская энергия, которой определяется энергетический масштаб области ЭФВ притяжения электронов вблизи поверхности Ферми (область динамического ограничения). Параметр энергетической щели в модели Боголюбова, Толмачева и Ширкова (БТШ) [28], определенный во всей зоне Бриллюэна, меняет знак на границе области динамического ограничения, что является причиной ослабления влияния кулоновского отталкивания на сверхпроводящее спаривание. Отметим, что формальное сужение области динамического ограничения ($\omega_D \rightarrow 0$), например, в результате пересечения линии нулей параметра энергетической щели с поверхностью Ферми, вообще снимает ограничение на величину эффективной ЭФВ константы связи (но уменьшает до нуля предэкспоненциальный множитель в выражении для энергии связи пары).

Исследования отталкивательного взаимодействия как механизма сверхпроводимости начались вскоре после создания теории БКШ. При рассмотрении сверхпроводимости переходных металлов в рамках двухзонной модели [29, 30] было показано, что при отталкивании нетривиальное решение уравнения для энергетической щели возникает при выполнении неравенства Сула

$$U_{11}U_{22} - U_{12}U_{21} < 0, \quad (2)$$

где $U_{nn'}$ — внутризонные (при $n = n'$) и межзонные (при $n \neq n'$) матричные элементы оператора взаимодействия.

Коном и Латтинджером [31] показано, что к сверхпроводящему спариванию может приводить потенциал отталкивания $U(\mathbf{r})$, который при условии

$$\int U(\mathbf{r}) dV > 0, \quad (3)$$

где интегрирование производится по всему пространству, принимает отрицательные значения в некоторой конечной области реального пространства. Таким свойством обладает (см., например, [31]) экранированный кулоновский потенциал в вырожденной системе электронов, который, благодаря наличию заполненной сферы Ферми, проявляет фриделевские осцилляции. Общие условия возникновения связанных (а также квазистационарных) состояний в заданном потенциале $U(r)$ определяются теоремой Левинсона [32].

Как отмечено Ландау [33], сверхпроводящее спаривание при отталкивании имеет место, если в разложении спаривающего потенциала по сферическим гармоникам

отрицательна хотя бы одна парциальная длина рассеяния. При этом симметрия энергетической щели $\Delta(\mathbf{k})$ как функции импульса \mathbf{k} относительного движения пары определяется линейной комбинацией сферических гармоник с данным значением орбитального углового момента l [34]. Следует отметить, что условие (3) исключает возможность спаривания при отталкивании с $l = 0$ (что соответствует s-волновой симметрии параметра порядка).

Коновская особенность диэлектрической проницаемости вырожденной электронной системы [35], следствием которой являются фриделевские осцилляции эффективного потенциала отталкивания

$$U(r) \sim r^{-3} \cos(2k_F r),$$

приводит к тому, что среди парциальных длин рассеяния с $l \neq 0$ неизбежно имеются отрицательные, соответствующие эффективному притяжению [31]. Для модели слабонеидеального электронного газа с экранированным кулоновским отталкиванием показано [36], что отрицательными оказываются все парциальные длины рассеяния с $l \neq 0$, чем обеспечивается сверхпроводящая неустойчивость в канале спаривания с нулевым суммарным импульсом пары.

Синглетному сверхпроводящему спариванию, которое имеет место в купратах, соответствуют четные l , поэтому в простейшем случае спаривание при отталкивании приводит к d-волновой симметрии энергетической щели, обращающейся в нуль в четырех точках контура Ферми и меняющей знак при повороте на угол $\pi/2$ в 2D импульсном пространстве. Щели с d-волновой симметрией соответствует одномерное неприводимое представление V_{1g} точечной группы симметрии купратной плоскости.

Тривиальное неприводимое представление A_{1g} может относиться не только к изотропной щели с s-волновой симметрией, но и к более сложной зависимости $\Delta(\mathbf{k})$ от направления в импульсном пространстве [13, 14], например, к анизотропной s-волновой симметрии, когда $\Delta(\mathbf{k})$ не имеет нулей на контуре Ферми, или расширенной s-волновой симметрии, когда $\Delta(\mathbf{k})$ имеет восемь сгруппированных попарно нулей (s + g-симметрия [13, 14]). В случае s-волновой симметрии щель не меняет знак при повороте на угол $\pi/2$.

При взаимодействии, удовлетворяющем условию Кона и Латтинжера, уравнение для $\Delta(\mathbf{k})$ имеет решение, знакопеременное в импульсном пространстве. Только в таком случае в этом уравнении могут возникать конкурирующие вклады разного знака и может быть обеспечено преобладание отрицательного вклада в случае $U(\mathbf{k}) > 0$, где $U(\mathbf{k})$ — преобразование Фурье спаривающего потенциала $U(\mathbf{r})$. Это означает, что в соответствии с неравенством Сула вклад рассеяния частиц между областями импульсного пространства с разными знаками $\Delta(\mathbf{k})$ преобладает над вкладом рассеяния между областями с одним и тем же знаком $\Delta(\mathbf{k})$. Поэтому экспериментальные свидетельства наличия нулей энергетической щели в сверхпроводящих купратах с дырочным допированием являются аргументом в пользу микроскопического механизма сверхпроводимости этих соединений, основанного на спаривающем отталкивании.

Сверхпроводящее спаривание в канале с отличным от нуля орбитальным угловым моментом приводит к

весьма малым значениям $T_c \sim \exp\{-(2l)^4\}$ [31]. Безразмерные константы связи, определяющие экспоненциальную зависимость T_c , для кулоновского отталкивания и притяжения, обусловленного ЭФВ, по порядку величины оцениваются одинаково, $w_C \sim w_{ph} \sim 1$, тогда как предэкспоненциальные множители существенно различны: характерная кулоновская энергия ε_0 на несколько порядков превосходит дебаевскую энергию $\hbar\omega_D$. Однако, в отличие от ЭФВ механизма, приводящего к изотропному s-волновому параметру порядка [37], спаривающему отталкиванию неизбежно соответствует энергетическая щель, имеющая нули в нескольких точках контура Ферми.

Фриделевские осцилляции экранированного кулоновского потенциала возникают благодаря весьма слабой коновской сингулярности экранирования [35], поэтому такому потенциалу, как и сильно анизотропному отталкиванию, обусловленному антиферромагнитными спиновыми флуктуациями [38, 39], соответствует малая константа связи $w \ll 1$ и, соответственно, низкие температуры сверхпроводящего перехода [40]. В 2D электронной системе купратных плоскостей эта сингулярность усилена, но из-за развитых флуктуаций фазовый переход может [17] приобретать черты перехода Березинского–Костерлица–Таулеса (БКТ) [33].

4. Спаривание с большим импульсом

Янг показал [41], что состояния, сформированные из синглетных пар, локализованных на одном узле кристаллической решетки (η -спаривание), являются собственными, но метастабильными состояниями простой модели Хаббарда при суммарных импульсах пар $\mathbf{K} = 0$ и $\mathbf{K} = (\pi, \pi)$. В модели Пенсона–Колба–Хаббарда [42], т.е. расширенной модели Хаббарда, допускающей перескоки отталкивающихся пар между соседними узлами, состояние в виде сверхпроводящего конденсата η_π -пар с большим импульсом $\mathbf{K} = (\pi, \pi)$ может стать основным [43, 44], успешно конкурирующим с состоянием в виде сверхпроводящего конденсата η_0 -пар с импульсом $\mathbf{K} = 0$ и близкими по энергии диэлектрическими состояниями [44].

При сверхпроводящем спаривании с отличным от нуля импульсом пары \mathbf{K} возникает пространственно неоднородное состояние, подобное состоянию Фулде–Феррелла–Ларкина–Овчинникова (ФФЛО) [45, 46] в слабо ферромагнитных сверхпроводниках. Для пар с $\mathbf{K} \neq 0$ области импульсного пространства, доступные для спаривания как электронов, так и дырок, существенно сокращаются, вследствие чего состоянию ФФЛО соответствует конденсат пар с близким к нулю импульсом и длинноволновой модуляцией параметра порядка.

Контур Ферми, определяемый уравнением $\varepsilon(\mathbf{q}) = \mu$, где μ — химический потенциал, разделяет импульсное пространство на области заполненных и вакантных состояний. При сверхпроводящем спаривании обе частицы должны находиться в одной из этих областей, и это условие ограничивает область определения импульсов \mathbf{k}_+ и \mathbf{k}_- частиц, составляющих пару (или, при заданном $\mathbf{k}_+ + \mathbf{k}_- = \mathbf{K}$, область определения импульса относительно движения $\mathbf{k} = (\mathbf{k}_+ - \mathbf{k}_-)/2$) [47].

На рисунке 2а показано, каким образом возникает область кинематического ограничения Ξ в случае двурного изотропного закона дисперсии, когда контур

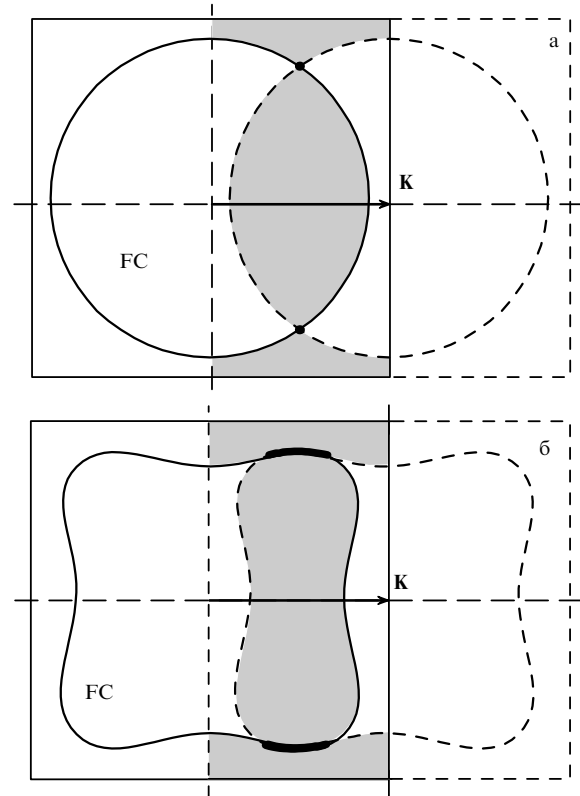


Рис. 2. Область кинематического ограничения (выделена) внутри кристаллографической зоны Бриллюэна для пар частиц и дырок с суммарным импульсом \mathbf{K} . (а) Изотропный контур Ферми (FC), две точки которого, относящиеся к области кинематического ограничения, выделены; (б) контур Ферми с зеркальным нестигмом. Жирной линией показаны конечные участки контура Ферми в пределах области кинематического ограничения.

Ферми представляет окружность с радиусом, равным импульсу Ферми k_F . При $\mathbf{K} \neq 0$ область Ξ не совпадает с зоной Бриллюэна. Сумма кинетических энергий пары частиц, отсчитанная от химического потенциала,

$$2\xi(\mathbf{k}) = \varepsilon\left(\frac{\mathbf{K}}{2} + \mathbf{k}\right) + \varepsilon\left(\frac{\mathbf{K}}{2} - \mathbf{k}\right) - 2\mu, \quad (4)$$

обращается в нуль не на всем контуре Ферми, как в случае $\mathbf{K} = 0$, когда $\xi(\mathbf{k})$ имеет смысл кинетической энергии частицы или дырки относительно уровня Ферми, а, вообще говоря, только в некоторых его точках (выделенные на рис. 2а точки пересечения окружностей, смещенных относительно друг друга на вектор \mathbf{K}). При больших \mathbf{K} область Ξ сравнительно мала; соответствующие малы и импульсы относительного движения. Напротив, при $\mathbf{K} = 0$ импульсы относительного движения, совпадающие с импульсами частиц, составляющих куперовскую пару, велики: $k \approx k_F$.

Синглетное спаривание с $\mathbf{K} \neq 0$ может быть описано гамильтонианом $\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{V}$, где в операторах кинетической энергии

$$\hat{H}_0 = \sum_{\mathbf{k}} \varepsilon(\mathbf{k}_+) \hat{c}_{\mathbf{k}_+}^\dagger \hat{c}_{\mathbf{k}_+} + \sum_{\mathbf{k}} \varepsilon(\mathbf{k}_-) \hat{c}_{\mathbf{k}_-}^\dagger \hat{c}_{\mathbf{k}_-} \quad (5)$$

и потенциальной энергии

$$\hat{V} = \sum_{\mathbf{k}\mathbf{k}'} U(\mathbf{k} - \mathbf{k}') \hat{c}_{\mathbf{k}_+}^\dagger \hat{c}_{\mathbf{k}_-}^\dagger \hat{c}_{\mathbf{k}'_-} \hat{c}_{\mathbf{k}'_+} \quad (6)$$

суммирование по импульсам относительного движения \mathbf{k} и \mathbf{k}' производится при заданном суммарном импульсе \mathbf{K} . Здесь $\mathbf{k}_\pm = \mathbf{K}/2 \pm \mathbf{k}$, $\mathbf{k}'_\pm = \mathbf{K}/2 \pm \mathbf{k}'$, $\hat{c}_{\mathbf{k}_\pm}^\dagger$ и $\hat{c}_{\mathbf{k}_\pm}$ — операторы рождения и уничтожения частицы с импульсом \mathbf{k}_\pm и спином $\pm 1/2$, $U(\mathbf{k} - \mathbf{k}')$ — матричный элемент энергии спаривающего взаимодействия.

Можно ввести аномальные средние $\langle \hat{c}_{\mathbf{k}_+} \hat{c}_{\mathbf{k}_-} \rangle$, соответствующие синглетному спариванию с суммарным импульсом \mathbf{K} , и, определив параметр энергетической щели, зависящий от импульса относительного движения пары [48],

$$\Delta(\mathbf{k}) = \sum_{\mathbf{k}'} U(\mathbf{k} - \mathbf{k}') \langle \hat{c}_{\mathbf{k}'_+} \hat{c}_{\mathbf{k}'_-} \rangle, \quad (7)$$

диагонализировать гамильтониан \hat{H} при помощи преобразования Боголюбова, которым определяются новые фермиевские операторы квазичастиц, связывающие операторы рождения и уничтожения частиц с импульсами \mathbf{k}_+ и \mathbf{k}_- и противоположными спинами:

$$\hat{c}_{\mathbf{k}_+} = u_{\mathbf{k}_+} \hat{b}_{\mathbf{k}_+} + v_{\mathbf{k}_+} \hat{b}_{\mathbf{k}_-}^\dagger, \quad \hat{c}_{\mathbf{k}_-} = u_{\mathbf{k}_-} \hat{b}_{\mathbf{k}_-} - v_{\mathbf{k}_-} \hat{b}_{\mathbf{k}_+}^\dagger. \quad (8)$$

Факторы когерентности, найденные в результате диагонализации гамильтониана, имеют вид

$$u_{\mathbf{k}_\pm} = \sin \vartheta \exp\left(\frac{i\Phi}{2}\right) \exp(\pm i\varphi_\pm), \quad (9)$$

$$v_{\mathbf{k}_\pm} = \cos \vartheta \exp\left(\frac{i\Phi}{2}\right) \exp(\mp i\varphi_\mp),$$

где Φ , φ_+ и φ_- — произвольные фазы, а параметр ϑ определяется соотношением $\tan 2\vartheta = |\Delta(\mathbf{k})|/\xi(\mathbf{k})$.

Аномальное среднее принимает вид

$$\langle \hat{c}_{\mathbf{k}_+} \hat{c}_{\mathbf{k}_-} \rangle = -\sin 2\vartheta \exp(i\Phi) \frac{\Theta(\mathbf{k}; T)}{2}, \quad (10)$$

где $\Theta(\mathbf{k}; T) = 1 - n_{\mathbf{k}_+} - n_{\mathbf{k}_-}$, $n_{\mathbf{k}_\pm}$ — функция распределения квазичастиц с импульсом \mathbf{k}_\pm и спином $\pm 1/2$. Параметр энергетической щели $\Delta(\mathbf{k}) = |\Delta(\mathbf{k})| \exp(i\Phi)$ определяет внутреннюю (связанную с относительным движением) структуру пары с импульсом \mathbf{K} и удовлетворяет уравнению самосогласования

$$\Delta(\mathbf{k}) = -\frac{1}{2} \sum_{\mathbf{k}'} \frac{U(\mathbf{k} - \mathbf{k}') \Delta(\mathbf{k}')}{\sqrt{\xi^2(\mathbf{k}') + |\Delta(\mathbf{k}')|^2}} \Theta(\mathbf{k}'; T). \quad (11)$$

Аномальное среднее (10) и параметр $\Delta(\mathbf{k})$ определены с точностью до фазового множителя, в котором фаза может быть представлена как $\Phi = \Phi_c + \beta$, где фаза Φ_c относится к движению центра масс и связана с установлением фазовой когерентности в системе пар при температурах ниже T_c , а β определяет внутреннюю структуру пары, связанную с относительным движением.

Диагональный по операторам квазичастиц вклад в преобразованный гамильтониан определяет две ветви закона дисперсии квазичастиц [48],

$$E_\pm(\mathbf{k}) = E(\mathbf{k}) \pm \frac{\varepsilon(\mathbf{k}_+) - \varepsilon(\mathbf{k}_-)}{2}, \quad (12)$$

где

$$E(\mathbf{k}) = \sqrt{\xi^2(\mathbf{k}) + |\Delta(\mathbf{k})|^2}. \quad (13)$$

Щель в спектре квазичастиц возникает при условии зеркального нестинга [49]:

$$\varepsilon\left(\frac{\mathbf{K}}{2} + \mathbf{k}\right) = \varepsilon\left(\frac{\mathbf{K}}{2} - \mathbf{k}\right), \quad (14)$$

которое в случае куперовского спаривания при $\mathbf{K} = 0$ тривиально выполняется в силу общего свойства закона дисперсии $\varepsilon(-\mathbf{q}) = \varepsilon(\mathbf{q})$.

При $\mathbf{K} \neq 0$ условие (14) обычно выполняется лишь в отдельных точках контура Ферми (рис. 2а), следствием чего является отсутствие логарифмической сингулярности в (11), но при особой форме закона дисперсии электронов оно может удовлетворяться на отдельных конечных участках контура Ферми (рис. 2б). В таком случае, в силу того что $\xi(\mathbf{k}) = 0$ на контуре Ферми, уравнение самосогласования оказывается сингулярным и, если ядро этого уравнения $U(\mathbf{k} - \mathbf{k}')$ допускает связанное состояние, имеет решение уже при сколь угодно малой интенсивности спаривающего взаимодействия [50]. В случае, когда условие зеркального нестинга выполняется приближенно, логарифмическая сингулярность сглаживается, и для возникновения связанного состояния относительного движения пары необходимо, чтобы эффективная константа связи превышала некоторое пороговое значение [51].

Условие идеального зеркального нестинга (14) однозначно определяется импульс \mathbf{K} пар, выпадающих в сверхпроводящий конденсат. Этому импульсу соответствует минимум свободной энергии (максимальная величина энергии сверхпроводящей конденсации [49]), определяющий импульс \mathbf{K} (который может оказаться несоизмеримым) и в случае приближенного выполнения условия (14).

Уравнение (14) определяет геометрическое место точек в пространстве импульсов относительного движения, которому соответствует спектр квазичастиц $E(\mathbf{k})$ с анизотропной энергетической щелью $2|\Delta(\mathbf{k})|$. Еще одно уравнение, $\nabla_k E(\mathbf{k}) = 0$, определяет при условии зеркального нестинга геометрическое место точек, в котором групповая скорость квазичастицы обращается в нуль. Из-за анизотропии параметра энергетической щели соответствующая линия минимумов энергии возбуждения квазичастицы не совпадает с контуром Ферми [52], как это имело бы место в случае s-волнового спаривания.

Если условие зеркального нестинга выполнено, то при $T = 0$ и $\Delta \rightarrow 0$ числа заполнения $n_{\mathbf{k}_\pm}$ равны единице или нулю, если импульсы \mathbf{k}_\pm находятся внутри или вне контура Ферми. Поэтому $\Theta(\mathbf{k}; 0) = 1$, если импульсы $\mathbf{K}/2 \pm \mathbf{k}$ обеих частиц, составляющих пару с импульсом \mathbf{K} , находятся внутри или вне контура Ферми. В противном случае $\Theta(\mathbf{k}; 0) = 0$. Этим условием определяется область кинематического ограничения, по которой фактически производится суммирование в (11). При отличной от нуля температуре фермиевская ступенька в функции распределения квазичастиц размывается, так что в пределах области кинематического ограничения $\Theta(\mathbf{k}; T) \lesssim 1$, а за ее пределами $\Theta(\mathbf{k}; T) \ll 1$ при достаточно низких температурах.

Зеркальный нестинг контура Ферми делает эффективным канал сверхпроводящего спаривания (частица – частица), фактически не влияя на канал диэлектрического спаривания (частица – дырка), в котором не возникает логарифмическая сингулярность. По этой причине

зеркальный нестинг (в отличие от обычного нестинга) не может стать причиной радикальной перестройки фононного спектра.

5. Условие спаривания при отталкивании

Матричный элемент $U(\mathbf{k} - \mathbf{k}')$ связан со спаривающим потенциалом $U(\mathbf{r})$ в реальном пространстве преобразованием Фурье

$$U(\mathbf{k} - \mathbf{k}') = \int U(\mathbf{r}) \exp [i(\mathbf{k} - \mathbf{k}') \mathbf{r}] d^2r. \quad (15)$$

Здесь учтено, что импульсы \mathbf{k} и \mathbf{k}' принадлежат двумерному импульсному пространству. Умножение уравнения самосогласования (11) на $\Delta(\mathbf{k}) \Theta(\mathbf{k}; T)/E(\mathbf{k})$ и суммирование по \mathbf{k} приводит к соотношению

$$\sum_{\mathbf{k}} \frac{|\Delta(\mathbf{k})|^2 \Theta(\mathbf{k}; T)}{E(\mathbf{k})} = -\frac{1}{2} \int U(\mathbf{r}) L(\mathbf{r}) d^2r, \quad (16)$$

где неотрицательная функция $L(\mathbf{r})$ имеет вид

$$L(\mathbf{r}) = \left| \sum_{\mathbf{k}} \frac{\Delta(\mathbf{k}) \Theta(\mathbf{k}; T)}{E(\mathbf{k})} \exp (i\mathbf{k}\mathbf{r}) \right|^2. \quad (17)$$

Из (16) видно, что уравнение самосогласования не может иметь нетривиальное решение в случае эффективного потенциала $U(\mathbf{r})$, неотрицательного при всех значениях аргумента \mathbf{r} .

Уравнение самосогласования представляет собой нелинейное интегральное уравнение Гаммерштейна с симметричным ядром $U(\mathbf{k} - \mathbf{k}')$. Собственные функции и собственные значения (характеристические числа) линейного эрмитова оператора с ядром $U(\mathbf{k} - \mathbf{k}')$ определяются уравнением

$$\varphi_s(\mathbf{k}) = \lambda_s \sum_{\mathbf{k}' \in \Xi} U(\mathbf{k} - \mathbf{k}') \varphi_s(\mathbf{k}'). \quad (18)$$

Как обычно, предполагается переход от суммирования к интегрированию по области кинематического ограничения, в которой определено ядро $U(\mathbf{k} - \mathbf{k}')$ и которая является областью определения собственных функций $\varphi_s(\mathbf{k})$, образующих полную ортонормированную систему:

$$\sum_{\mathbf{k}} \varphi_{s'}^*(\mathbf{k}) \varphi_s(\mathbf{k}) = \delta_{ss'}, \quad \sum_s \varphi_s^*(\mathbf{k}') \varphi_s(\mathbf{k}) = \delta_{\mathbf{k}\mathbf{k}'}. \quad (19)$$

Все характеристические числа ядра эрмитова оператора вещественны и образуют дискретный спектр λ_n , имеющий в случае невырожденного ядра точку гущения $|\lambda_n| \rightarrow \infty$ при $n \rightarrow \infty$ [53]. Если ядро $U(\mathbf{k} - \mathbf{k}')$ есть фурье-образ всюду положительного потенциала $U(\mathbf{r})$, то все его характеристические числа положительны. В таком случае уравнение самосогласования имеет только тривиальное решение. Необходимым и достаточным условием существования нетривиального решения является наличие в спектре ядра $U(\mathbf{k} - \mathbf{k}')$ хотя бы одного отрицательного характеристического числа [50], что может иметь место, если $U(\mathbf{r}) < 0$ в некоторой конечной области реального пространства.

Экранирование существенно влияет на эффективный спаривающий потенциал кулоновского отталкивания,

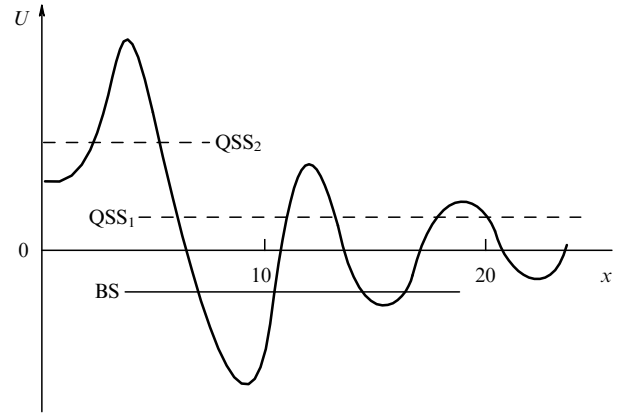


Рис. 3. Схематическое представление спаривающего потенциала (20) в реальном пространстве ($x = 2k_F r$). Показаны энергетические уровни связанного (BS) и двух квазистационарных (QSS) состояний, которые могут возникать в таком потенциале.

которому в случаях взаимодействия в пустом пространстве и в классическом электронном газе (при дебаевском экранировании) соответствуют только положительные собственные значения. В вырожденном электронном газе наличие поверхности Ферми приводит к коновской сингулярности экранирования и, как следствие, к появлению одного отрицательного собственного значения.

В отличие от экранированного кулоновского потенциала с коновской сингулярностью при $k = 2k_F$, определенного в случае спаривания с $\mathbf{K} = 0$ во всей зоне Бриллюэна, матричный элемент $U(\mathbf{k})$ спаривающего взаимодействия с большим импульсом определен в области кинематического ограничения, что соответствует обрезанию $U(\mathbf{k})$ на границе этой области. Это приводит к тому, что эффективный спаривающий потенциал $U(\mathbf{r})$ в реальном пространстве, являющийся обратным преобразованием Фурье матричного элемента $U(\mathbf{k})$, оказывается знакопеременной функцией своего аргумента (рис. 3). Эффективная константа связи, соответствующая такому потенциалу, существенно превышает константу, отвечающую экранированному кулоновскому потенциалу с фриделевскими осцилляциями. Следует отметить, что при больших импульсах особенности экранирования могут быть связаны с изменением знака обратной диэлектрической проницаемости [54].

Область кинематического ограничения составляет часть зоны Бриллюэна, поэтому импульс \mathbf{k} относительного движения пары с импульсом \mathbf{K} мал в меру малости этой области, и матричный элемент экранированного кулоновского потенциала может быть представлен несколькими первыми членами его разложения в ряд по степеням аргумента. С точностью до членов второго порядка имеем [50]

$$U(\mathbf{k} - \mathbf{k}') = \frac{U_0 r_0^2}{S} \left(1 - \frac{(\mathbf{k} - \mathbf{k}')^2 r_0^2}{2} \right), \quad (20)$$

где U_0 — характерная кулоновская энергия, r_0 имеет смысл радиуса экранирования, S — нормировочная площадь. Такое приближение достаточно для качественного исследования кулоновского спаривания, если область определения импульса относительного движения, $0 \leq k^2 \lesssim \Xi$, такова, что при всех \mathbf{k} из Ξ матричный элемент (20) положителен. Это условие может удовле-

творяться при достаточно сильном экранировании, когда $r_0^2 \mathcal{E} < 1$.

Матричный элемент (20) определяет вырожденное ядро уравнения самосогласования, имеющее всего четыре собственные функции, две из которых являются четными, а две другие — нечетными по отношению к преобразованию $\mathbf{k} \rightarrow -\mathbf{k}$ [50]. Одной из четных функций, знакопеременной в области \mathcal{E} , соответствует отрицательное собственное значение, остальные три принадлежат положительным собственным значениям. Ядро (20) является минимальным (в смысле размерности линейного пространства, построенного на собственных функциях ядра), приводящим, при условии (3), к отрицательному собственному значению. Простейшее ядро в виде положительной константы в области \mathcal{E} имеет единственную собственную функцию $\varphi = \text{const}$, соответствующую положительному собственному значению. Хотя такое ядро приводит к осциллирующему эффективному потенциалу $U(\mathbf{r})$, соответствующее ему уравнение самосогласования имеет только тривиальное решение. Таким образом, необходимое условие $U(\mathbf{r}) < 0$ в некоторой области реального пространства не является достаточным для существования нетривиального решения уравнения самосогласования при спаривающем отталкивании.

6. Проблема одной пары

Связанное состояние, которое возникает в задаче Купера о двух притягивающихся в тонком слое динамического ограничения (с энергетическим масштабом $\sim \hbar\omega_D$) вблизи поверхности Ферми частицах или дырках с нулевым суммарным импульсом, является свидетельством неустойчивости основного состояния системы, в котором все одночастичные состояния внутри (вне) поверхности Ферми заполнены (вакантны). К такому же выводу приводит и решение задачи Купера с дальнедействующим притягивающим взаимодействием [55], приводящим к достаточно сложной внутренней структуре пары, а также задачи о двух отталкивающихся частицах с $\mathbf{K} \neq 0$ при условиях, что потенциал $U(\mathbf{k} - \mathbf{k}')$ имеет хотя бы одно отрицательное собственное значение, а область кинематического ограничения 2D электронной системы включает, благодаря зеркальному нестингу, конечные участки контура Ферми [56]. Кроме того, в этом случае оказывается возможным возникновение долгоживущих квазистационарных состояний (QSS) в сплошном спектре относительного движения пары. Такие состояния, проявляющиеся как флуктуации сверхпроводящего параметра порядка выше T_c , представляют собой некогерентные пары с различными суммарными импульсами, близкими к импульсу \mathbf{K} сверхпроводящего конденсата.

Волновая функция $\psi(\mathbf{k})$ относительного движения пары с импульсом \mathbf{K} может быть найдена из уравнения [56]

$$\psi(\mathbf{k}) = G(\mathbf{k}; E) \sum_{\mathbf{k}'} U(\mathbf{k} - \mathbf{k}') \Theta(\mathbf{k}'; T) \psi(\mathbf{k}'), \quad (21)$$

где E — энергия пары, отсчитанная от химического потенциала 2μ , $G(\mathbf{k}; E) = [E - \xi(\mathbf{k})]^{-1}$ — запаздывающая функция Грина свободного относительного движения.

Разлагая функцию $\Theta(\mathbf{k}; T) \psi(\mathbf{k})$ по собственным функциям $\varphi_s(\mathbf{k})$ ядра $U(\mathbf{k} - \mathbf{k}')$ уравнения (21), это урав-

нение можно свести к линейной алгебраической системе относительно коэффициентов разложения $\alpha_s(T)$:

$$\sum_{s'} \{ \delta_{ss'} - \lambda_{s'}^{-1} G_{ss'}(E; T) \} \alpha_{s'}(T) = 0, \quad (22)$$

из условия разрешимости которой

$$\det \{ \delta_{ss'} - \lambda_{s'}^{-1} G_{ss'}(E; T) \} = 0 \quad (23)$$

может быть найден зависящий от температуры энергетический спектр относительного движения пары. Матричные элементы функции Грина имеют вид

$$G_{ss'}(E; T) = \sum_{\mathbf{k}} \varphi_s^*(\mathbf{k}) G(\mathbf{k}; E) \Theta(\mathbf{k}; T) \varphi_{s'}(\mathbf{k}). \quad (24)$$

В общем случае уравнения (22) представляют бесконечную систему, стандартным приемом приближенного решения которой является замена невырожденного ядра близким ему вырожденным.

Для ядра (20) функция Грина представляется матрицей 4×4 , диагональной по нечетным собственным функциям. Поэтому левая часть (23) имеет вид произведения определителя 2×2 , относящегося к четным собственным функциям, и множителей вида $\lambda_s - G_{ss}(E; T)$, относящихся к нечетным собственным функциям. При $E < 0$ эти множители не могут обратиться в нуль, поэтому энергетический спектр относительного движения пары определяется из условия обращения в нуль определителя вида (23), построенного на четных собственных функциях,

$$\lambda_1 \lambda_2 - \lambda_1 G_{22} - \lambda_2 G_{11} + G_{11} G_{22} - G_{12} G_{21} = 0. \quad (25)$$

Это условие позволяет как найти дискретный уровень связанного состояния относительного движения, выпадающий из полосы сплошного спектра, так и исследовать особенности сплошного спектра.

Поскольку одно из собственных значений отрицательно ($\lambda_1 < 0$), уравнение (25) имеет решение при $E < 0$. Характер решения при малых значениях константы связи $w_0 = U_0 r_0^2$, что соответствует предельному случаю $|E| \rightarrow 0$, может быть исследован с помощью выделения сингулярной части интеграла (прием Канторовича) [57], определяющего матричный элемент функции Грина. Основная особенность имеет вид $G_{ss'} \sim -g \ln(\varepsilon_0/|E|)$, где ε_0 — энергетический масштаб области кинематического ограничения, а g — плотность состояний (в расчете на один спин) относительного движения на контуре Ферми в пределах этой области. Такая особенность приводит к такому же, что и в задаче Купера, выражению для энергии связи

$$E_b = \varepsilon_0 \exp\left(-\frac{1}{w_0 g}\right), \quad (26)$$

отличной от нуля уже при сколь угодно малой величине константы связи при условии, что плотность состояний относительного движения g есть конечная величина. Это имеет место при идеальном зеркальном нестинге контура Ферми, имеющего конечную длину в пределах области кинематического ограничения. В противном случае, когда границей, разделяющей заполненные и вакантные состояния в области \mathcal{E} , являются точки, плотность состояний относительного движения на контуре Ферми обращается в нуль, $g = 0$, и основная

особенность матричных элементов функции Грина оказывается более слабой:

$$G_{ss'} \sim -g'|E| \ln \left(\frac{\varepsilon_0}{|E|} \right), \quad (27)$$

где g' — производная плотности состояний относительного движения по энергии, вычисленная на контуре Ферми [56]. В таком случае при отклонении от идеального зеркального нестинга связанное состояние может возникать, если эффективная константа связи превышает некоторое пороговое значение.

Предполагая условие зеркального нестинга выполненным, в пределе слабой связи $w_0 g \ll 1$ матричные элементы функции Грина можно представить в виде суммы сингулярной, $G_{ss'}^{(s)}(E; T)$, и не зависящей от энергии регулярной, $G_{ss'}^{(r)}(T)$, частей. В пределе слабой связи при определении энергии связи из уравнения (25) регулярными вкладом в $G_{ss'}$ можно пренебречь.

7. Квазистационарные состояния пар

При $E > 0$ уравнение (25) может допускать решения с комплексной энергией: $E \rightarrow E - i\Gamma/2$. Здесь вещественная часть энергии E определяет положение максимума плотности парных состояний в полосе сплошного спектра, а Γ имеет смысл затухания QSS, соответствующего этому максимуму. Выделение в (25) вещественной и мнимой частей приводит к системе двух уравнений для E и Γ . При идеальном зеркальном нестинге ($g \neq 0$) в случае QSS с малым затуханием вблизи края полосы сплошного спектра сингулярный вклад в матричные элементы функции Грина оценивается как $\text{Re} G_{ss'}^{(s)} \sim g \ln(\rho/\varepsilon_0)$, где $\rho^2 = E^2 + \Gamma^2/4$, а регулярный вклад (который необходимо учитывать при определении параметров QSS) не зависит от E и Γ . Оценка мнимой части матричного элемента дает $\text{Im} G_{ss'} \sim g \arctan(\Gamma/2E)$.

Графическое исследование системы уравнений для E и Γ показывает [56], что QSS могут проявляться, если эффективная константа связи превышает некоторое значение $w_0^{(-)}$, зависящее от геометрии области кинематического ограничения и вида закона дисперсии. В пределе слабой связи ($w_0 g \ll 1$) энергия и затухание QSS связаны соотношениями

$$\rho = \varepsilon_0 \exp \left(-\frac{1}{w_0^* g} \right), \quad \arctan \left(\frac{2E}{\Gamma} \right) = C, \quad (28)$$

где $w_0^* \sim w_0$ и C — константы, зависящие от геометрии области \mathcal{E} . Уравнение (21) при $g \neq 0$ может допускать несколько решений в виде долгоживущих QSS при данном \mathbf{K} . Различным \mathbf{K} соответствуют различные QSS.

Волновая функция относительного движения пары, соответствующая как связанному, так и квазистационарному состояниям, является линейной комбинацией двух четных собственных функций ядра (20). Одна из этих функций, относящаяся к отрицательному собственному значению, является знакопеременной в области кинематического ограничения. Как следствие, связанному состоянию и QSS при отталкивании соответствует волновая функция, имеющая в импульсном представлении линию нулей, которая пересекает контур Ферми в области кинематического ограничения.

Подчеркнем, что QSS, как и связанное состояние, возникают как решения одного и того же уравнения (21) для волновой функции относительного движения пары.

Квазистационарные состояния, представляющие флуктуации сверхпроводящего параметра порядка, существуют в ограниченном диапазоне температур, который естественно связать [58] с областью сильной псевдощели. В уравнение движения пары (21) энергия взаимодействия между частицами $U(\mathbf{k} - \mathbf{k}')$ входит с весом $\Theta(\mathbf{k}'; T)$, который при $T = 0$ выделяет область кинематического ограничения. Из-за температурной зависимости средних чисел заполнения имеет место температурное ослабление взаимодействия между компонентами пары. Соответствующее уменьшение эффективной константы связи приводит к тому, что при температурах, превышающих характерную температуру T_{str}^* , относящуюся к значению $w_0^{(-)}$ константы связи, существование QSS с малым затуханием оказывается невозможным. Температура T_{str}^* принимает различные (но близкие) значения для QSS с различными импульсами, близкими к импульсу сверхпроводящего конденсата, и имеет тот же энергетический масштаб, что и T_c . Превышение T_{str}^* соответствует кроссоверу из состояния, в котором существуют двухчастичные элементарные возбуждения в виде некогерентных пар, в состояние с одночастичными элементарными возбуждениями. Учитывая, что некогерентность пар возникает при превышении T_c , можно получить оценку температуры кроссовера [56]:

$$T_{\text{str}}^* \approx T_c \left[\text{artanh} \left(\frac{w_0^{(-)}}{w_0} \right) \right]^{-1}. \quad (29)$$

Эффективная константа связи $w_0 = U_0 r_0^2$ имеет тенденцию к уменьшению с ростом уровня допирования x в связи с усилением экранирования кулоновского взаимодействия. В недодопированных соединениях температура сверхпроводящего перехода $T_c(x)$ возрастает с увеличением x , поэтому температура кроссовера $T_{\text{str}}^*(x)$ вначале также возрастает до своего максимального значения, после чего начинает уменьшаться и при некотором значении x может достигать T_c . Такое поведение $T_{\text{str}}^*(x)$ качественно согласуется с характерной формой верхней границы сильной псевдощели (см. рис. 1).

8. Сверхпроводящая щель

Полученное в рамках теории среднего поля уравнение самосогласования (11) определяет при выполнении условия зеркального нестинга контура Ферми энергетическую щель $|\Delta(\mathbf{k})|$ в спектре одночастичных возбуждений сверхпроводника. При спаривающем отталкивании фаза $\Phi(\mathbf{k})$ параметра энергетической щели $\Delta(\mathbf{k})$ должна скачком изменяться на π на некоторой линии нулей параметра $\Delta(\mathbf{k})$ в пределах области кинематического ограничения. Только при таком условии уравнение самосогласования может допускать нетривиальное решение, которое в случае вырожденного ядра $U(\mathbf{k} - \mathbf{k}')$ обнаруживает одинаковую с ядром зависимость от импульса относительного движения, подобно тому как в силу динамического ограничения ЭФВ притяжения спектральная плотность ЭФВ в теории сверхпроводимости Элиашберга [59] фактически повторяет энергетическую зависимость плотности состояний фононов.

Для симметричного ядра (20) общее решение уравнения самосогласования может быть записано как $A(\mathbf{k}) = a - bk^2$, где a и b — числа, определяемые уравнением (11) [50]. Нечетные собственные функции, в силу свойства закона дисперсии $\xi(\mathbf{k}) = \xi(-\mathbf{k})$ и симметрии области кинематического ограничения относительно преобразования инверсии $\mathbf{k} \rightarrow -\mathbf{k}$, не входят в разложение параметра энергетической щели по полной системе функций $\varphi_s(\mathbf{k})$,

$$A(\mathbf{k}) = \sum_{s=1}^2 A_s \varphi_s(\mathbf{k}), \quad (30)$$

и этот параметр определяется двумя комплексными компонентами A_1 и A_2 , соответствующими четным собственным функциям (20). Параметр энергетической щели удобно представить в виде

$$A(k) = b(k_0^2 - k^2), \quad (31)$$

где b и $k_0^2 = a/b$ определяются системой уравнений [50]:

$$\frac{w_0}{S} \sum_{\mathbf{k}} \frac{\Theta(\mathbf{k}; T) r_0^{2n} (k^{2n} - k_0^{2n})}{\sqrt{\xi^2(\mathbf{k}) + b(k_0^2 - k^2)^2}} = 2^{n+1}, \quad n = 1, 2, \quad (32)$$

в которую может быть преобразовано уравнение самосогласования с ядром (20).

В пределе слабой связи $b \rightarrow 0$, и основной вклад в интегралы, в которые могут быть преобразованы суммы в системе уравнений (32), дает малая область импульсного пространства, охватывающая участок контура Ферми, принадлежащий области кинематического ограничения. На контуре Ферми кинетическая энергия возбуждения пары $2\xi(\mathbf{k})$ обращается в нуль, поэтому при $b \rightarrow 0$ из интегралов (32) могут быть выделены сингулярные части, пропорциональные $\ln(1/b)$, и дополняющие их регулярные вклады, не зависящие от b , но, как и коэффициенты перед $\ln(1/b)$, зависящие от k_0^2 . Преобразованная таким способом система уравнений приводит к экспоненциальной зависимости вида (26) амплитуды сверхпроводящей щели b от константы связи w_0 и определяет радиус k_0 окружности, на которой щель обращается в нуль.

Эта окружность с необходимостью имеет четное (в силу симметрии относительно преобразования инверсии $\mathbf{k} \rightarrow -\mathbf{k}$) число точек пересечения с контуром Ферми в пределах области кинематического ограничения, поскольку в противном случае два уравнения системы (32) оказываются несовместными [50]. Пересечение окружности нулей $k = k_0$ с контуром Ферми имеет место при выраженной анизотропии последнего. Приближение контура Ферми к окружности нулей можно рассматривать как эффективное увеличение числа нулей, вырождающихся в линию при совпадении контура Ферми с окружностью $k = k_0$. Следствием этого является подавление амплитуды энергетической щели даже при выполнении условия зеркального нестинга [50]. Процессы рассеяния, выводящие импульсы частиц за пределы области кинематического ограничения (например, рассеяние на примесях), нарушают условие зеркального нестинга и приводят к устранению логарифмической сингулярности в уравнении самосогласования.

Близость уровня Ферми и логарифмической сингулярности Ван Хофа плотности состояний в протяженной

окрестности седловой точки электронного закона дисперсии, имеющая место в купратах [20, 60], и, соответственно, гиперболическая метрика импульсного пространства с ярко выраженной анизотропией эффективной массы [61] в области кинематического ограничения приводят к изолиниям кинетической энергии относительного движения пары, практически совпадающим с конечными участками контура Ферми (приближенное выполнение условия зеркального нестинга), и способствуют увеличению амплитуды щели.

Температура T_{sc} сверхпроводящего фазового перехода, соответствующая приближению среднего поля, может быть найдена из условия обращения в нуль амплитуды щели. Это позволяет выполнить линейаризацию уравнения самосогласования (11), т.е. при $T \rightarrow T_{sc}$ пренебречь в подкоренном выражении слагаемым $|A(\mathbf{k})|^2$. Используя разложение (30) параметра энергетической щели по собственным функциям ядра (20), которое удобно представить в виде спектрального разложения Гильберта – Шмидта:

$$U(\mathbf{k} - \mathbf{k}') = \sum_s \frac{\varphi_s(\mathbf{k}) \varphi_s^*(\mathbf{k}')}{\lambda_s}, \quad (33)$$

линеаризованное уравнение самосогласования можно записать в виде

$$\sum_{s'=1}^2 \{ \lambda_s \delta_{ss'} + A_{ss'}(T) \} A_{s'} = 0, \quad (34)$$

где

$$A_{ss'}(T) = \frac{1}{2} \sum_{\mathbf{k}} \frac{\varphi_s^*(\mathbf{k}) \varphi_{s'}(\mathbf{k}) \Theta(\mathbf{k}; T)}{|\xi(\mathbf{k})|}. \quad (35)$$

Из условия разрешимости системы уравнений (34)

$$\det \{ \lambda_s \delta_{ss'} + A_{ss'}(T) \} = 0 \quad (36)$$

может быть найдена температура T_{sc} .

Интегралы, к которым сводятся элементы матрицы (35), зависят как от закона дисперсии относительного движения пары, так и от размеров и формы области кинематического ограничения. Для оценки этих элементов можно воспользоваться приближенным подходом, аналогичным известному методу потенциала нулевого радиуса [32].

Если предположить, что в предельном случае, когда радиус действия экранированного кулоновского потенциала стремится к нулю, $r_0 \rightarrow 0$, эффективная константа связи $w_0 = U_0 r_0^2$ остается постоянной, то две четные собственные функции ядра (20) оказываются кусочно-постоянными [62]:

$$\varphi_1(\mathbf{k}) = \pm \Xi^{-1/2} \left(\frac{\Xi_-}{\Xi_+} \right)^{\pm 1/2}, \quad \varphi_2(\mathbf{k}) = \Xi^{-1/2}. \quad (37)$$

Здесь Ξ — площадь области кинематического ограничения, а Ξ_+ (Ξ_-) — площадь части этой области, в которой функция $\varphi_1(\mathbf{k})$, соответствующая отрицательному собственному значению $\lambda_1 < 0$, имеет положительный (отрицательный) знак. Верхний (нижний) знак в (37) соответствует $\mathbf{k} \in \Xi_+$ (Ξ_-).

Разделение области кинематического ограничения на части Ξ_+ и Ξ_- определяется ядром $U(\mathbf{k} - \mathbf{k}')$ оператора

спаривающего взаимодействия в уравнении на собственные значения (18), независимо от уравнения самосогласования (11) или уравнения (21) для волновой функции относительного движения пары.

Приближенно представив параметр энергетической щели $\Delta(\mathbf{k})$ его усредненными по областям Ξ_+ и Ξ_- значениями $\Delta_+ \equiv \Delta_1$ и $\Delta_- \equiv \Delta_2$ соответственно, уравнение (11) при $T = 0$ можно представить в виде системы уравнений самосогласования:

$$\begin{aligned} 2\Delta_1 &= -U_{11}f_1 - U_{12}f_2\Delta_2, \\ 2\Delta_2 &= -U_{21}f_1 - U_{22}f_2\Delta_2. \end{aligned} \quad (38)$$

Здесь $f_s = \ln(2\varepsilon_s/|A_s|)$, $\varepsilon_1(\varepsilon_2)$ — энергетический масштаб области Ξ_+ (Ξ_-).

Переход к пределу $r_0 \rightarrow 0$ приводит к конечному собственному значению $\lambda_2 = (w_0\varepsilon)^{-1}$, тогда как другое собственное значение стремится к бесконечности, $\lambda_1 \rightarrow -\infty$. Как и в методе потенциала нулевого радиуса, можно сделать λ_1 конечной отрицательной величиной, построив взамен (20) новое вырожденное ядро на собственных функциях (37) с помощью разложения Гильберта – Шмидта (33) и потребовав, чтобы это новое ядро приводило к той же энергии связи пары (26), что и ядро (20) [62]. В результате получаем $\lambda_1 = -\lambda_2$.

Новое кусочно-постоянное ядро характеризуется тремя параметрами: U_{11} , U_{22} и $U_{12} = U_{21}$, первые два из которых относятся к рассеянию внутри областей Ξ_+ и Ξ_- , а третий относится к рассеянию между этими областями. Для параметров ядра выполняется неравенство Сула (2), и в простейшем случае, когда $\Xi_+ = \Xi_-$, эти параметры имеют вид [62]

$$U_{11} = U_{22} = 0, \quad U_{12} = 2w_0. \quad (39)$$

Решение системы уравнений самосогласования (38) с ядром (39) приводит к кусочно-постоянному параметру энергетической щели:

$$\begin{aligned} \Delta_+ &= 2\varepsilon_0 \exp\left(-\frac{1}{w_0g}\right), \quad \mathbf{k} \in \Xi_+, \\ \Delta_- &= -\Delta_+, \quad \mathbf{k} \in \Xi_-, \end{aligned} \quad (40)$$

где ε_0 — энергетический масштаб области кинематического ограничения, соответствующей суммарному импульсу пары \mathbf{K} .

Элементы матрицы (35) принимают вид $A_{12} = 0$, $A_{11} = A_{22} = (g/\varepsilon) \ln(2\gamma\varepsilon_0/\pi T)$, где $\ln \gamma \equiv C = 0,577$ — постоянная Эйлера. Решение уравнения (36), определяющее температуру сверхпроводящего перехода в приближении среднего поля, приводит к стандартному соотношению БКШ между T_{sc} и амплитудой $\Delta \equiv |\Delta_{\pm}|$ щели при нулевой температуре: $2\Delta/T_{sc} = 2\pi/\gamma \approx 3,52$.

В недодопированных соединениях критическая температура T_c возрастает от нуля при x_* до своего максимального значения при x_{opt} , а после перехода в перодопированный режим убывает до нуля при x^* , что можно связать с особенностями электронного спектра купратов, а также с усилением экранирования кулоновского взаимодействия с ростом x [47].

Обширная область фазовой диаграммы выше $T_c(x)$ относится к области псевдощелевого состояния, в котором могут проявляться как флуктуации сверхпроводящего параметра порядка [58], так и конкуренция сверхпроводящего порядка с другими упорядоченными состоя-

ниями, присущими купратам [6, 63]. Поскольку $T_c < T_{sc}$, наблюдаемое [64] в недодопированных купратах отношение $2\Delta/T_c = 3,52(T_{sc}/T_c)$ существенно превышает характерное для теории среднего поля значение 3,52.

9. Контур Ферми допированных купратов

Сверхпроводящее состояние системы пар с большим импульсом может возникать при выполнении (хотя бы приближенно) условия зеркального нестинга контура Ферми, т.е. при особой форме электронного закона дисперсии, приводящей к логарифмической сингулярности в амплитуде рассеяния.

Значительная энергия внутрицентровой корреляции позволяет рассматривать купратную плоскость родительского соединения как 2D моттовский диэлектрик [17], в котором энергетическая зона расщепляется на две хаббардовские подзоны, нижняя из которых заполнена, а верхняя пуста. При дырочном допировании часть электронов из нижней подзоны удаляется в резервуары, освобождая область импульсного пространства, которую ограничивает контур Ферми, зарождающийся в окрестностях точек $(\pm\pi/2, \pm\pi/2)$ в виде малых дырочных карманов, площадь которых увеличивается пропорционально x .

При $T > T^*$ данные фотоэмиссионной спектроскопии с угловым разрешением (ARPES) указывают на существование большого контура Ферми с площадью, пропорциональной концентрации электронов $(1-x)$, и максимальной спектральной интенсивностью [65, 66]. Более слабые максимумы формируют теневые зоны, обусловленные антиферромагнитными корреляциями [67]. Теневые зоны являются зеркальными отражениями участков основного контура Ферми относительно границ магнитной зоны Бриллюэна и вместе с этими участками воспроизводят структуру дырочных карманов. Вопрос об эволюции контура Ферми с допированием представляется одним из ключевых для физики купратов.

Эволюция большого контура Ферми при допировании (рис. 4) может быть качественно описана в рамках модели жесткой зоны [20] с законом дисперсии электронов:

$$\varepsilon(\mathbf{k}) = -2t_1(\cos k_x + \cos k_y) + 4t_2 \cos k_x \cos k_y, \quad (41)$$

где t_1 и t_2 — интегралы перескока электрона между атомами в первой и второй координационных сферах соответственно, k_x , k_y — компоненты импульса \mathbf{k} в единицах \bar{a}^{-1} .

Интегралы перескока обычно находятся при подгонке модели жесткой зоны к наблюдаемой в эксперименте по ARPES форме контура Ферми [68]. Параметры t_1 и t_2 определяются свойствами не только купратной плоскости, но и резервуаров, поэтому в семействах купратных соединений с разным числом купратных плоскостей в элементарной ячейке значения этих параметров могут отличаться. Эти параметры могут быть рассчитаны (для каждого купратного соединения) в рамках метода функционала плотности [69, 70].

В приближении ближайших соседей ($t_2 = 0$) при половинном заполнении контур Ферми совпадает с границей магнитной зоны Бриллюэна, т.е. имеет форму квадрата с вектором нестинга $\mathbf{Q} = (\pi, \pi)$ и проходит через седловые точки $(\pm\pi, 0)$, $(0, \pm\pi)$, являясь сепаратрисой, разделяющей два семейства замкнутых изолиний.

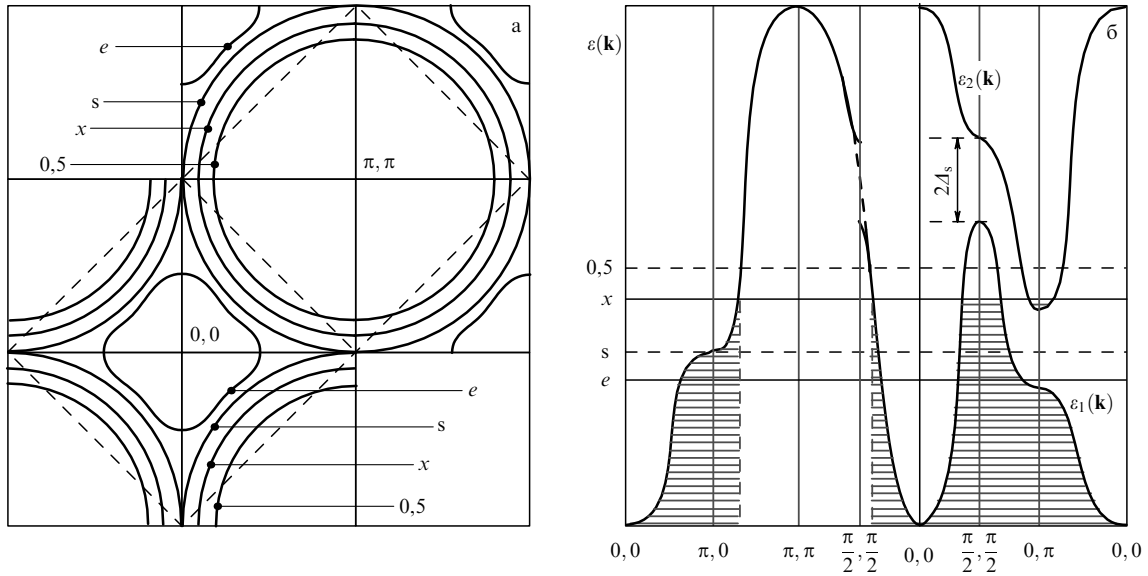


Рис. 4. (а) Схема эволюции электронного (с центром в точке $0, 0$) и дырочного (с центром в π, π) контура Ферми при допировании. Показаны изолиния половинного заполнения ($0,5$), сепаратриса (s), проходящая через седловые точки $(\pm\pi, 0)$, $(0, \pm\pi)$ и две изолинии, соответствующие слабому (x) и сильному (e) дырочному допированию. Штриховыми линиями показана граница магнитной зоны Бриллюэна. (б) Энергетическая зонная структура для ряда направлений в импульсном пространстве (схематически); области электронного заполнения при слабом допировании выделены. Слева: энергетический спектр, соответствующий модели жесткой зоны (41). Справа: показаны две подзоны (42) и возникающая на границе магнитной зоны Бриллюэна диэлектрическая запрещенная зона $2\Delta_s$, обусловленная ближним спиновым антиферромагнитным порядком.

При $0 < t_2 < 2t_1$ сепаратриса изменяет свою форму, но проходит через те же седловые точки, ограничивая область импульсного пространства, меньшую области половинного заполнения $x = 0$. Поэтому заполнению $x = 0$ соответствует изолиния с энергией, большей энергии седловой точки. Замкнутый контур Ферми ограничивает область вакантных состояний с топологическим центром (π, π) . Допирование приближает контур Ферми к сепаратрисе, и при некоторой концентрации дырок $x = x_1$ сепаратриса и контур Ферми совпадают, что соответствует перебору топологического центра в точку $(0, 0)$ (при $x > x_1$ замкнутая линия ограничивает область заполненных электронных состояний), т.е. электронному топологическому переходу [71], обусловленному сингулярностью Ван Хова в седловой точке.

Односвязный дырочный контур Ферми недопированных купратов имеет форму искаженного квадрата со скругленными углами [20, 65, 66], ориентированного вдоль границ кристаллографической зоны Бриллюэна, внутри которой он ограничивает область импульсного пространства с площадью, пропорциональной полной концентрации дырок $(1 + x)$. При приведении к первой магнитной зоне Бриллюэна имеет место перебор дуг карманов контура Ферми внутрь этой зоны. Во второй магнитной зоне остаются теньевые дуги. С увеличением x площадь дырочных карманов растет до тех пор, пока при $x = x_1$ не произойдет топологический переход, сопровождающийся изменением знака заряда носителей тока. Большой контур Ферми, ограничивающий область электронного заполнения площадью $(1 - x)$, принимает форму искаженного квадрата, ориентированного вдоль границ магнитной зоны Бриллюэна.

Контур Ферми в виде дырочных карманов удовлетворяет условию идеального зеркального нестинга (14) для импульса $\mathbf{K} = \mathbf{Q}$. Областью кинематического огра-

ничения является четверть кристаллографической зоны Бриллюэна, содержащая карман.

Из-за спиновых антиферромагнитных корреляций на границе магнитной зоны возникает диэлектрическая щель Δ_s , выживающая как псевдощель при переходе к ближнему порядку и монотонно убывающая с ростом x вплоть до оптимального допирования [17]. Зона с законом дисперсии $\varepsilon(\mathbf{k})$ расщепляется на две подзоны:

$$\varepsilon_{1,2}(\mathbf{k}) = \varepsilon_{\pm}(\mathbf{k}, \mathbf{Q}) \pm \sqrt{\varepsilon_{\pm}^2(\mathbf{k}, \mathbf{Q}) + \Delta_s^2}, \quad (42)$$

где $2\varepsilon_{\pm}(\mathbf{k}, \mathbf{Q}) = \varepsilon(\mathbf{k}) \pm \varepsilon(\mathbf{k} + \mathbf{Q})$. Нижней (верхней) подзоне $\varepsilon_{1(2)}(\mathbf{k})$ соответствует знак минус (плюс) перед корнем. Закон дисперсии (42) определен в магнитной зоне Бриллюэна, так что контур Ферми получается простым его расширением в кристаллографическую зону (рис. 5). Поскольку ширина диэлектрической щели Δ_s зависит от x , структура изолиний $\varepsilon_{1,2}(\mathbf{k}) = \text{const}$, в отличие от модели жесткой зоны, изменяется с допированием [72].

С ближним антиферромагнитным порядком может быть связано псевдощелевое состояние купратов и объяснено формирование дуг контура Ферми, стягивающихся при T_c в точки нулей параметра сверхпроводящей щели [73].

При слабом допировании электронному заполнению соответствует почти вся первая магнитная зона, а также сравнительно малые окрестности точек типа $(\pi, 0)$ во второй магнитной зоне. Соответственно в первой магнитной зоне имеются малые области (карманы) с дырочным заполнением. Введенные в эти области избыточные дырки являются основными носителями тока в недопированных купратах, и только они принимают участие в сверхпроводящем спаривании, определяя плотность числа частиц в конденсате $n_s \sim x$.

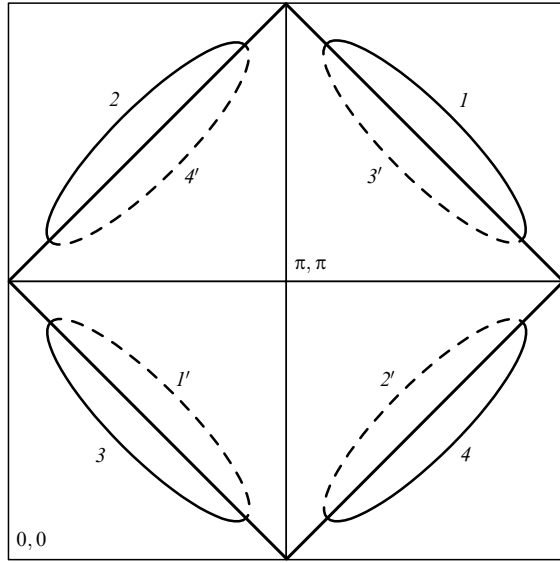


Рис. 5. Контур Ферми в виде дырочных карманов в окрестностях точек типа $(\pi, 0)$. Приведение к магнитной зоне Бриллюэна (границы зон выделены). Цифрами обозначены дуги контура Ферми, возникающие в схеме расширенных зон (сплошные линии). Цифрами со штрихом обозначены дуги контура Ферми с малой спектральной интенсивностью (показанные штриховыми линиями), возникающие во второй магнитной зоне Бриллюэна и соответствующие теневым зонам.

Заполнение энергетических подзон определяется факторами $\tilde{u}_{\mathbf{k}}$ и $\tilde{v}_{\mathbf{k}}$ в преобразовании Боголюбова, которое диагонализует гамильтониан, описывающий электрон-дырочное спаривание, приводящее к возникновению волны спиновой плотности (SDW). Вероятность заполнения характеризуется коэффициентом $\tilde{v}_{\mathbf{k}}^2$, который по порядку величины равен единице в пределах первой магнитной зоны. Поэтому спектральная интенсивность сигнала ARPES велика для принадлежащих первой магнитной зоне дуг дырочных карманов. Переходу во вторую магнитную зону соответствует замена $\mathbf{k} \rightarrow \mathbf{k} + \mathbf{Q}$. Поскольку $\tilde{v}_{\mathbf{k}+\mathbf{Q}} = \tilde{u}_{\mathbf{k}}$, сохраняющий память о дальнем антиферромагнитном порядке отклик ARPES из второй магнитной зоны оказывается существенно ослабленным, что дает основание отождествить эти дуги с теньевыми энергетическими зонами [74].

Диэлектрическая s-волновая запрещенная зона Δ_s , связанная с SDW, возникает на границе магнитной зоны Бриллюэна. Орбитальное антиферромагнитное (OAF) упорядочение в купратной плоскости с параметром порядка, например, в виде волны плотности орбитальных токов, имеющей d-волновую симметрию (DDW), также приводит к псевдощелевому состоянию [63]. В области относительно слабого допирования ($x \lesssim x_{\text{opt}}$) орбитальный и спиновый антиферромагнетизм могут сосуществовать, чему способствует структура контура Ферми в виде дырочных карманов, обнаруживающая в OAF-канале спаривания идеальный нестинг с тем же вектором $\mathbf{Q} = (\pi, \pi)$, связывающим разные карманы, что и в SDW-канале, приводящем к удвоению элементарной ячейки [72]. Спектральные интенсивности сигнала ARPES определяются зависящими от x факторами когерентности в SDW- и OAF-каналах диэлектрического спаривания. Перераспределение интенсивностей между этими двумя каналами при увеличении x проявляется в

угасании сигнала ARPES, относящегося к спиновому упорядочению, с одновременным его усилением в OAF-канале [75]. Образование на контуре Ферми энергетической щели, связанной с OAF-упорядочением, приводит к тому, что химический потенциал располагается внутри этой щели, и в этом смысле в псевдощелевом состоянии система ведет себя как диэлектрик.

Наблюдение [76] сопротивления переменному току, обусловленного движением вихрей в относительно слабых (~ 1 Тл) магнитных полях в оптимально допированном соединении $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{6+x}$, позволяет сделать вывод [76] о том, что состояние, возникающее в сердцевине вихря, является диэлектрическим, а не металлическим, как это имело бы место в обычных сверхпроводниках. Такой вывод, согласующийся с представлениями [63] о слабой псевдощели как о диэлектрическом состоянии с дальним орбитальным антиферромагнитным порядком, может рассматриваться как аргумент в пользу того, что сверхпроводимость в купратах (по крайней мере, вплоть до уровня оптимального допирования [77]) возникает в результате конкуренции не с нормальной ферми-жидкостью, а с диэлектрическим состоянием, существующим выше T_c как самостоятельная псевдощелевая фаза.

10. Параметр порядка

При отличном от нуля импульсе пары существует несколько кристаллически эквивалентных импульсов \mathbf{K}_j , каждому из которых соответствует своя область кинематического ограничения \mathcal{E}_j , поэтому параметр порядка, описывающий сверхпроводящее состояние пар с $\mathbf{K}_j \neq 0$, должен учитывать вырождение, связанное с симметрией купратной плоскости [78].

Параметр порядка, имеющий смысл волновой функции пары, в смешанном представлении может быть записан в виде

$$\Psi(\mathbf{R}, \mathbf{k}) = \sum_j \gamma_j \exp(i\mathbf{K}_j \mathbf{R}) \Psi_j(\mathbf{k}), \quad (43)$$

где \mathbf{R} — радиус-вектор центра масс, $\Psi_j(\mathbf{k}) \sim \Delta_j(\mathbf{k})$ имеет смысл волновой функции относительного движения пары с суммарным импульсом \mathbf{K}_j , $\Delta_j(\mathbf{k})$ — параметр энергетической щели с областью определения \mathcal{E}_j ; выбор коэффициентов γ_j , нормированных условием $\sum_j |\gamma_j|^2 = 1$, определяется одномерным неприводимым представлением группы симметрии купратной плоскости, которому соответствует функция (43).

Для определения неприводимого представления, задающего параметр порядка (43), необходимо учесть межэлектронные взаимодействия, которые, помимо кулоновского отталкивания (20), имеют место в купратном соединении: спаривающее притяжение электронов, связанное с обменом фононами, и сильно анизотропное спаривающее отталкивание при обмене антиферромагнитными (AF) магнонами. Рассматривая эти взаимодействия как малые (по сравнению с кулоновским отталкиванием) возмущения, можно установить явный вид коэффициентов γ_j .

Притяжение, обусловленное ЭФВ и существенное в прилегающем к контуру Ферми тонком слое с энергетической шириной $\sim \hbar\omega_D$, характеризуется безразмерной константой связи того же порядка величины, что и кулоновская константа связи: $w_{\text{ph}} \sim w_C$ [37]. Отношение площадей импульсного пространства, в которых суще-

ственно электронное рассеяние, связанное с ЭФВ притяжением и кулоновским отталкиванием, имеет порядок величины $\hbar\omega_D/\varepsilon_0 \ll 1$, что дает основание рассматривать изотропное взаимодействие, обусловленное ЭФВ, как малое возмущение отталкивательного потенциала (20).

Взаимодействие отталкивания, связанное с обменом антиферромагнитными магнонами [38, 39], существенно анизотропно и может быть приближенно представлено как $U_{AF}(\mathbf{k}) \sim U_0\chi(\mathbf{k})$, где U_0 — кулоновская энергия внутрицентровой корреляции, определяющая потенциал (20), а $\chi(\mathbf{k})$ — магнитная восприимчивость. Взаимодействие $U_{AF}(\mathbf{k})$ определено во всей зоне Бриллюэна и соответствует притяжению электронов на соседних узлах, поэтому спаривающий потенциал $U_{AF}(\mathbf{k})$ приводит к d-волновому параметру порядка [79]. Такое взаимодействие также может рассматриваться как малое возмущение кулоновского потенциала (20), поскольку средняя по зоне Бриллюэна магнитная восприимчивость $\bar{\chi} \ll 1$.

Если из двух возмущающих взаимодействий доминирующим является ЭФВ-притяжение (что определено имеет место в передоупорядоченных купратах), то коэффициенты γ_j в (43) определяют неприводимое представление \mathbf{A}_{1g} : $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma_3 = \gamma_4$. При этом, поскольку параметр порядка не изменяет знак в результате поворота на угол $\pi/2$ в импульсном пространстве, нули параметра порядка определяют исключительно кулоновским отталкиванием, что соответствует расширенной s-волновой симметрии. Доминирующему отталкиванию $U_{AF}(\mathbf{k})$, что может иметь место в недоупорядоченных купратах, соответствует неприводимое представление \mathbf{B}_{1g} : $\gamma_1 = -\gamma_2 = \gamma_3 = -\gamma_4$. В этом случае при повороте на угол $\pi/2$ в импульсном пространстве параметр порядка меняет знак, и к нулям, обусловленным кулоновским отталкиванием, добавляются еще четыре нуля, что приводит к расширенной d-волновой симметрии.

Нормировка параметра порядка

$$\sum_{\mathbf{k} \in \Xi} |\Psi(\mathbf{R}, \mathbf{k})|^2 = \frac{n_s}{2}, \quad (44)$$

где n_s — плотность числа частиц в сверхпроводящем конденсате, определяемая концентрацией носителей в зоне проводимости, а Ξ — объединение всех областей Ξ_j , в случае, когда области Ξ_j не перекрываются (или таким перекрытием можно пренебречь), приводит к тому, что каждая из функций $\Psi_j(\mathbf{k})$ оказывается также нормированной на $n_s/2$.

Система собственных функций $\varphi_{js}(\mathbf{k})$ ядра $U(\mathbf{k} - \mathbf{k}')$ должна быть определена в каждой области Ξ_j , и $\Psi_j(\mathbf{k})$ может быть представлена в виде разложения по этим функциям:

$$\Psi_j(\mathbf{k}) = \sum_s \Psi_s \varphi_{js}(\mathbf{k}). \quad (45)$$

Здесь учтено, что в силу кристаллической эквивалентности областей Ξ_j коэффициенты разложения Ψ_s не зависят от j , а сами собственные функции $\varphi_{js}(\mathbf{k})$ при разных j отличаются лишь областью определения. Собственные функции ядра оператора спаривающего взаимодействия, определенные во всей области кинематического ограничения,

$$\varphi_s(\mathbf{R}, \mathbf{k}) = \sum_j \gamma_j \exp(i\mathbf{K}_j \mathbf{R}) \varphi_{js}(\mathbf{k}), \quad (46)$$

образуют полную ортонормированную систему функций, преобразующихся по одному из одномерных неприводимых представлений точечной группы симметрии купратной плоскости.

Разложение параметра порядка по системе функций (46) имеет вид

$$\Psi(\mathbf{R}, \mathbf{k}) = \sum_s \Psi_s(\mathbf{R}) \varphi_s(\mathbf{R}, \mathbf{k}), \quad (47)$$

где коэффициенты разложения (компоненты параметра порядка) записываются как

$$\Psi_s(\mathbf{R}) = \sum_{\mathbf{k} \in \Xi} \Psi(\mathbf{R}, \mathbf{k}) \varphi_s^*(\mathbf{R}, \mathbf{k}). \quad (48)$$

Следует отметить, что при спаривающем отталкивании параметр порядка имеет не менее двух компонент [80].

С параметром порядка, описывающим спаривание отталкивающихся частиц при большом импульсе пары, связаны три характерные линии в импульсном пространстве:

1. Следствием зеркального нестинга является разделение заполненной и вакантной частей области кинематического ограничения конечными участками контура Ферми, т.е. линией, на которой кинетическая энергия возбуждения пары частиц с импульсом \mathbf{K} обращается в нуль, $2\xi(\mathbf{k}) = 0$, и заряд квазичастицы проходит через нуль.

2. Следствием спаривающего отталкивания является линия нулей параметра порядка в области кинематического ограничения.

3. Зеркальный нестинг и спаривающее отталкивание приводят к спектру квазичастиц с анизотропной энергетической щелью и групповой скоростью, обращающейся в нуль в пределах области кинематического ограничения на линии минимумов энергии возбуждения квазичастицы.

Контур Ферми, линия нулей параметра порядка и линия минимумов энергии возбуждения квазичастицы имеют общие точки пересечения (рис. 6). Следствием асимметрии между заполненной и вакантной частями области кинематического ограничения (и соответствующей асимметрии в расположении максимумов фактора когерентности $v_{\mathbf{k}}^2$, как это показано на рис. 6) является то, что при сверхпроводящем переходе химический потенциал, определяемый из условия электронейтральности, приобретает линейный по модулю параметра порядка сдвиг: $\Delta\mu \sim |\Psi|$ [49].

11. Функционал Гинзбурга – Ландау

В случае неперекрывающихся областей Ξ_j компоненты параметра порядка (48) пространственно однородной системы не зависят от радиус-вектора центра масс: $\Psi_s(\mathbf{R}) = \Psi_s$. В пространственно неоднородной системе экспоненциальные множители (волновые функции свободного движения центра масс) в (43) заменяются волновыми функциями движения центра масс во внешнем поле. Поэтому использование системы собственных функций (46) как базиса, по которому производится разложение параметра порядка, приводит к тому, что его компоненты (48) становятся функциями \mathbf{R} .

Свободная энергия системы (отнесенная к одной купратной плоскости) является функционалом от компо-

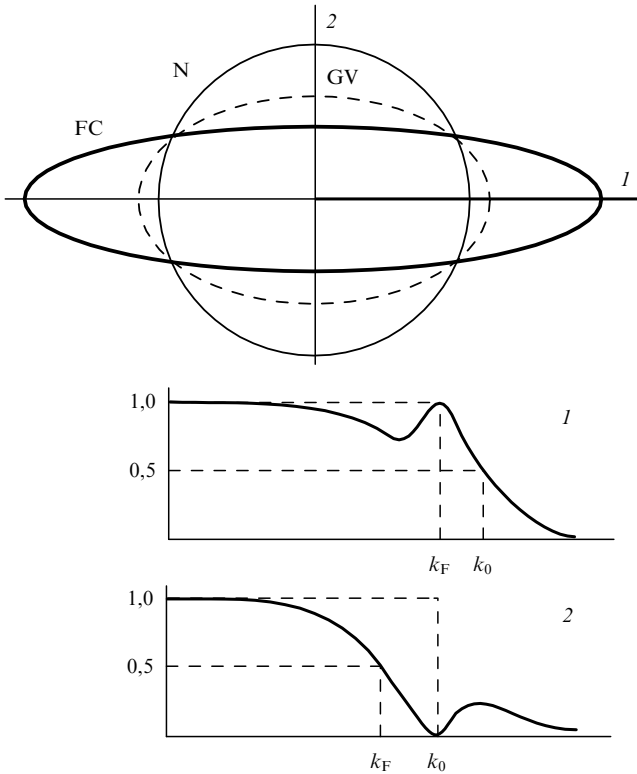


Рис. 6. Контур Ферми (FC, жирная линия), линия нулей параметра порядка (окружность N, тонкая сплошная линия) и линия нулей групповой скорости (GV, штриховая линия). Внизу: зависимость фактора когерентности v_k^2 от импульса относительного движения пары для направлений, обозначенных цифрами 1, 2 на верхнем рисунке. Указаны положения импульса Ферми k_F и радиуса окружности нулей параметра порядка k_0 .

нент $\Psi_s(\mathbf{R})$ параметра порядка,

$$F = \int f d^2R, \quad (49)$$

где f — плотность свободной энергии, которая вблизи температуры сверхпроводящего перехода может быть представлена в виде разложения по степеням компонент и их пространственных производных:

$$f = f_0 + f_g + f_m. \quad (50)$$

Здесь f_0 обозначает вклады в плотность свободной энергии второго и четвертого порядков по $\Psi_s(\mathbf{R})$, f_m — плотность энергии магнитного поля, f_g — градиентный член, в котором при медленно изменяющихся $\Psi_s(\mathbf{R})$ достаточно сохранить лишь вклад второго порядка по $\nabla\Psi_s$.

Разложение плотности свободной энергии по степеням компонент параметра порядка $\Psi_s(\mathbf{R})$ в общем случае может быть записано как [78]

$$f_0 = \sum_{ss'} A_{ss'} \Psi_s^* \Psi_{s'} + \frac{1}{2} \sum_{ss'tt'} B_{ss'tt'} \Psi_s^* \Psi_{s'}^* \Psi_t \Psi_{t'}. \quad (51)$$

В случае ядра (20) имеется всего две компоненты параметра порядка, и индексы суммирования в (51) и далее принимают значения 1 и 2. Матрицы $A_{ss'}$ и $B_{ss'tt'}$ являются функциями T и x и имеют 3 и 5 независимых компонент соответственно.

Градиентный член может быть представлен в виде [80]

$$f_g = \frac{\hbar^2}{4m} \sum_{ss'} [\hat{\mathbf{D}}\Psi_s]^\dagger M_{ss'} [\hat{\mathbf{D}}\Psi_{s'}], \quad (52)$$

где положительно определенная матрица $M_{ss'}$ является функцией T и x и имеет 3 независимые компоненты. Оператор ковариантного дифференцирования по координатам радиус-вектора центра масс имеет вид

$$\hat{\mathbf{D}} = -i\nabla - \frac{2e}{\hbar c} \mathbf{A}, \quad (53)$$

где $\mathbf{A} = \mathbf{A}(\mathbf{R})$ — векторный потенциал, определяющий индукцию магнитного поля, усредненного по относительному движению пары, $\mathbf{B} = \text{rot } \mathbf{A}$. Поле \mathbf{A} включает вклады как внешнего магнитного поля, так и поля, которое может быть связано с возникновением спонтанных орбитальных токов.

Изменение плотности энергии среды при возникновении магнитного поля записывается как

$$f_m = \frac{z_0}{8\pi} (\text{rot } \mathbf{A})^2, \quad (54)$$

где z_0 — расстояние между соседними купратными плоскостями.

В соединениях с несколькими купратными плоскостями в элементарной ячейке концентрация введенных при допировании дырок в разных плоскостях неодинакова и определяется из условия минимума электростатической энергии [81]. Температура сверхпроводящего перехода T_c обнаруживает универсальную зависимость от числа n купратных плоскостей в элементарной ячейке, достигая максимума при $n = 3$ [82, 83]. Эта зависимость может быть объяснена [84] конкуренцией сверхпроводящего и диэлектрического (псевдощелевого) упорядоченных состояний, описываемых разными компонентами Ψ_s параметра порядка.

Свободная энергия инвариантна по отношению к унитарному преобразованию компонент параметра порядка, осуществляемого матрицами 2×2 , принадлежащими группе $SU(2)$. Специальным выбором такого преобразования можно диагонализировать матрицы $A_{ss'}$ и $M_{ss'}$. Предполагая, что такая диагонализация уже выполнена, можно считать, что $A_{ss'} = A_s \delta_{ss'}$, $M_{ss'} = M_s \delta_{ss'}$, где A_s и M_s — функции T и x .

Температура сверхпроводящего фазового перехода $T_{sc}(x)$, соответствующая приближению среднего поля, определяется из условия $\det A_{ss'}(T, x) = 0$, которое после диагонализации матрицы $A_{ss'}$ принимает вид $A_1(T, x) A_2(T, x) = 0$. Поскольку обе компоненты параметра порядка обращаются в нуль при одной и той же температуре, необходимо, чтобы одновременно удовлетворялись два условия: $A_1(T, x) = 0$, $A_2(T, x) = 0$; это имеет место в случае спаривания при отталкивательном взаимодействии.

В связи с этим отметим, что состояниям смешанной симметрии типа $d_{x^2-y^2} + \exp(i\theta)\chi$, где χ представляет вклад состояний, например, с s - или d_{xy} -симметрией, а θ — относительная фаза компонент параметра порядка, соответствуют, вообще говоря, разные температуры среднего поля для фазовых переходов в состояния с $d_{x^2-y^2}$ - и χ -симметрией (в частности, для одного из

таких состояний фазовый переход может вовсе отсутствовать) [85, 86].

Таким образом, вблизи линии фазового перехода можно положить $A_s(T, x) = -\tau_1 A_s^{(0)}(x)$, где $A_s^{(0)}(x)$ — положительные функции допирования,

$$\tau_1 = \frac{T_{sc} - T}{T_{sc}},$$

причем предполагается, что $|\tau_1| \ll 1$. Матрицы $B_{ss'tt'}$ и $M_{ss'}$ не обращаются в нуль при $T = T_{sc}$, поэтому вблизи линии фазового перехода их аргумент T можно заменить на T_{sc} , рассматривая эти матрицы только как функции x . Следует отметить, что подобная аппроксимация оказывается достаточной, когда температура перехода $T_c(x)$ совпадает с $T_{sc}(x)$, что в купратах имеет место, как это принято считать, лишь в передопированной области.

12. Система уравнений Гинзбурга–Ландау

Вариационная процедура приводит к системе двух уравнений, определяющих параметр порядка [80],

$$\frac{\hbar^2}{4m} \sum_{s'} M_{ss'} \left(-i\nabla - \frac{2e}{\hbar c} \mathbf{A} \right) \Psi_{s'} + \sum_{s'} A_{ss'} \Psi_{s'} + \sum_{s'tt'} B_{ss'tt'} \Psi_{s'}^* \Psi_{t'} \Psi_{t'} = 0, \quad (55)$$

и уравнению для плотности тока, определяющему векторный потенциал,

$$\mathbf{j} = \sum_{ss'} M_{ss'} \left[\frac{\hbar e}{2im} (\Psi_s^* \nabla \Psi_{s'} - \Psi_{s'} \nabla \Psi_s^*) - \frac{2e^2}{mc} \Psi_s^* \Psi_{s'} \mathbf{A} \right], \quad (56)$$

где обозначено

$$\mathbf{j} = z_0 \frac{c}{4\pi} \text{rot rot } \mathbf{A}. \quad (57)$$

Система граничных условий может быть, в частности, записана в виде

$$\sum_{s'} M_{ss'} \left(i\nabla + \frac{2e}{\hbar c} \mathbf{A} \right) \Psi_{s'} \mathbf{n} = 0, \quad (58)$$

где \mathbf{n} — внешняя нормаль к границе 2D-области в купратной плоскости.

Наличие системы двух уравнений вместо единственного уравнения в случае системы с однокомпонентным параметром порядка может приводить к нескольким (отличающимся, например, относительной фазой компонент) нетривиальным решениям, отвечающим минимумам функционала (49), положения и значения энергии которых зависят от соотношения между элементами матриц $A_{ss'}$ и $B_{ss'tt'}$.

Градиентный вклад (52) в свободную энергию описывает длинноволновые флуктуации параметра порядка относительно термодинамически равновесного значения. Параметр порядка (43) допускает особое токовое состояние, характер которого может быть выяснен с помощью уравнений Гинзбурга–Ландау [80]. Выделив фазу параметра порядка,

$$\Psi_s(\mathbf{R}) = |\Psi_s(\mathbf{R})| \exp [i\Phi(\mathbf{R})], \quad (59)$$

сверхпроводящий ток в отсутствие внешнего магнитного поля можно записать как

$$\mathbf{j} = \frac{\hbar e}{m} \bar{M} \nabla \Phi, \quad (60)$$

где

$$\bar{M} = \sum_{ss'} \Psi_s^* M_{ss'} \Psi_{s'}. \quad (61)$$

Компоненты Ψ_s являются быстро меняющимися функциями \mathbf{R} , поэтому циркуляция тока по любому замкнутому контуру L_0 в купратной плоскости

$$V = \oint_{L_0} \mathbf{j} d\mathbf{l} = \frac{\hbar e}{m} \int_{S_0} d^2 R \mathbf{n}_3 [\nabla \bar{M} \times \nabla \Phi], \quad (62)$$

вообще говоря, отлична от нуля; здесь \mathbf{n}_3 — единичный вектор нормали к плоскости, S_0 — площадь поверхности, ограниченной контуром L_0 . Если характерный размер контура L_0 существенно превышает масштаб $\sim K^{-1}$, на котором происходит изменение параметра порядка, то $V \approx 0$. Структура параметра порядка типа периодической структуры ФФЛО [87] соответствует делению реального 2D-пространства на ячейки площади $\sim K^{-1}$ таким образом, что в соседних ячейках проекция векторного произведения на направление \mathbf{n}_3 имеет разные знаки. Таким образом, в результате длинноволновых флуктуаций фазы параметра порядка (в особенности существенных в недоопированных купратах из-за малой фазовой жесткости) возникает антиферромагнитно упорядоченная (на масштабе флуктуации фазы) структура в виде циркулирующих орбитальных токов.

Можно оценить фазовую жесткость вблизи температуры сверхпроводящего перехода. В отсутствие магнитного поля градиентный вклад в функционал (49) может быть записан как

$$F_g^{(2)} \simeq \frac{1}{2} \int d^2 R \rho_s (\nabla \Phi)^2, \quad (63)$$

откуда следует, что $\rho_s = \hbar^2 \bar{M} / 2m$, где в \bar{M} компоненты параметра порядка должны быть положены равными своим равновесным значениям. Таким образом, вблизи температуры перехода $\rho_s \sim \tau_1$. Если принять линейную зависимость ρ_s от температуры [88, 89], то благодаря нормировке (44) параметра порядка фазовая жесткость при нулевой температуре $\rho_s(0)$ оказывается пропорциональной площади области кинематического ограничения $\Xi_j \sim x$. Следует отметить, что малость фазовой жесткости при $x \rightarrow 0$ прямо не связана с зависимостью параметра энергетической щели $\Delta(\mathbf{k})$ от x .

Наличие системы двух уравнений вместо единственного уравнения Гинзбурга–Ландау, соответствующего модели БКШ, может, как и в случае s–d-спаривания [85], приводить к нескольким (отличающимся, например, относительной фазой) нетривиальным решениям, отвечающим минимумам функционала Гинзбурга–Ландау, положения и значения энергии которых зависят от соотношения между элементами матриц $A_{ss'}$ и $B_{ss'tt'}$. Кроме того, система связанных друг с другом уравнений для компонент параметра порядка может приводить к топологическим дефектам фазы параметра порядка, отличным от вихрей и антивихрей, возникающих как

решения соответствующих модели БКШ уравнений Гинзбурга–Ландау, как это, например, имеет место в случае связи только через электромагнитное поле [90].

13. Пространственно однородный порядок

В отсутствие внешнего магнитного поля и структурных неоднородностей сверхпроводящее состояние системы с дальним порядком определяется из условия минимума плотности свободной энергии f_0 . Комплексные компоненты параметра порядка могут быть заданы их модулями ψ_1, ψ_2 и относительной фазой β :

$$\Psi_1 \equiv \psi_1 \exp(i\Phi), \quad \Psi_2 \equiv \psi_2 \exp(i\beta) \exp(i\Phi). \quad (64)$$

Минимуму свободной энергии при $T > T_{sc}$ отвечает очевидное тривиальное решение $\psi_1 = \psi_2 = 0$ с неопределенной относительной фазой. При $T < T_{sc}$ существуют нетривиальные решения, для которых равновесные значения трех параметров ψ_1, ψ_2, β определяются зависящими от x матрицами $A_{ss'}$ и $B_{ss'tt'}$ [78].

Модули компонент параметра порядка связаны условием нормировки (44), $\psi_1^2 + \psi_2^2 = n_s/2$, поэтому минимизация свободной энергии сводится к вариационной задаче с двумя неизвестными. Без ограничения общности можно положить $\psi_1 = \psi_2 \equiv \psi$ и записать плотность свободной энергии в виде

$$f_0 = a_1 \psi^2 + \frac{1}{2} (B + 2C \cos \beta + D \cos^2 \beta) \psi^4, \quad (65)$$

где $a_1 \equiv -a\tau_1$, $a \equiv A_1^{(0)} + A_2^{(0)}$, остальные коэффициенты выражаются через элементы матрицы $B_{ss'tt'}$.

Исследование функции (65) на экстремум показывает, что при $T < T_{sc}$ минимум достигается при $\beta = \pi$ и $\psi \neq 0$ при условии, что $C \geq D$. В противном случае нетривиальное решение соответствует относительная фаза $\beta \leq \pi$, определяемая соотношением $\cos \beta = -C/D$.

Равенство $C(x) = D(x)$ может рассматриваться как уравнение, определяющее уровень допирования x_0 , при котором имеет место качественное изменение сверхпроводящего порядка. В малой окрестности точки x_0 отношение $C/D \equiv c(x)$ можно представить в виде $c(x) = 1 + c'(x_0)(x - x_0)$. Если предположить, что состоянию с относительной фазой $\beta = \pi$ соответствует допирование $x > x_0$ (чему соответствует $c'(x_0) > 0$), то при $x < x_0$ относительная фаза $\beta(x) < \pi$, причем $\beta(x)$ есть непрерывная функция своего аргумента, такая, что $\beta(x) \rightarrow \pi$ при $x \rightarrow x_0$.

Параметр порядка, с помощью которого различаются две термодинамически равновесные сверхпроводящие фазы с $\beta < \pi$ (β -фаза) и $\beta = \pi$ (π -фаза), естественно определить как $\alpha = \pi - \beta$, так что $\alpha = 0$ при $x > x_0$ и $\alpha > 0$ при $x < x_0$. Вблизи точки перехода x_0 и $\tau_1 \ll 1$ плотность свободной энергии может быть представлена в виде разложения по четным степеням α и ψ .

Минимум свободной энергии достигается при $\alpha = 0$ в π -фазе ($x > x_0$) и при $\alpha^2 = 2c'(x_0)(x_0 - x)$ в β -фазе ($x < x_0$). Квадрат модуля равновесного параметра порядка в малой окрестности точки фазового перехода x_0 равен $\psi^2 = a\tau_1/(B - D)$, поэтому выражение для плотности свободной энергии β -фазы принимает вид

$$f_\beta = f_\pi - v\tau_1^2(x - x_0)^2, \quad (66)$$

где $f_\pi = -a\tau_1\psi^2 + (B - D)\psi^4/2$ — плотность свободной энергии π -фазы, $v = a^2D/(B - D)^2 > 0$.

14. Спонтанные орбитальные токи

Разные знаки вещественных компонент параметра порядка (что соответствует относительной фазе, равной π) с необходимостью возникают в случае сверхпроводящего спаривания при отталкивательном взаимодействии [78]. Отклонение относительной фазы от π соответствует решению уравнения самосогласования с комплексными факторами когерентности и допускает достаточно наглядную интерпретацию. Действительно, изменение фазы оператора уничтожения электрона со спином $\sigma = \uparrow, \downarrow$ на узле кристаллической решетки с радиус-вектором \mathbf{n} может быть связано с векторным потенциалом некоторого магнитного поля $\mathbf{A}(\mathbf{n})$,

$$\hat{c}_{n\sigma} \rightarrow \hat{c}_{n\sigma} \exp \left[i \frac{e}{\hbar c} \mathbf{A}(\mathbf{n}) \mathbf{n} \right]. \quad (67)$$

Тогда фаза $\beta(\mathbf{n}, \mathbf{n}')$ аномального среднего $\langle \hat{c}_{\mathbf{n}} \hat{c}_{\mathbf{n}'} \rangle$, записанного в узельном представлении и определяющего сверхпроводящий параметр порядка, принимает вид

$$\beta(\mathbf{n}, \mathbf{n}') = \pi - \frac{e}{\hbar c} [\mathbf{A}(\mathbf{n}) \mathbf{n} + \mathbf{A}(\mathbf{n}') \mathbf{n}']. \quad (68)$$

Выражая \mathbf{n} и \mathbf{n}' через радиус-векторы центра масс $\mathbf{R} = (\mathbf{n} + \mathbf{n}')/2$ и относительного движения пары $\mathbf{r} = \mathbf{n} - \mathbf{n}'$, можно выделить зависящий только от \mathbf{R} вклад в фазу сверхпроводящего конденсата

$$\Phi_c(\mathbf{R}) = \frac{2e}{\hbar c} \mathbf{A}(\mathbf{R}) \mathbf{R},$$

от которого разложение плотности свободной энергии не зависит.

Добавка к π (за исключением фазы $\Phi_c(\mathbf{R})$ сверхпроводящего конденсата) в (68), связанная с относительным движением, определяет относительную фазу α компонент параметра порядка, которую вблизи точки фазового перехода $x = x_0$, где $\alpha \ll 1$, можно оценить как

$$\alpha \approx - \frac{e}{2\hbar c} \frac{\partial A_k}{\partial x_l} x_k x_l. \quad (69)$$

Здесь по повторяющимся индексам, нумерующим 2D-координаты x_k радиус-вектора относительного движения \mathbf{r} , подразумевается суммирование от 1 до 2.

Можно предположить, что возникновение отличной от π фазы сверхпроводящего параметра порядка связано с орбитальным антиферромагнитным (ОАФ) упорядочением, которое проявляется в сверхпроводящем состоянии как антиферромагнитно коррелированные циркуляции орбитальных токов [91] и может выживать выше T_c в виде дальнего [63] или ближнего [92] ОАФ-порядка. В таком случае реальное магнитное поле в (69), обусловленное орбитальными токами, может рассматриваться как некое калибровочное поле, устанавливающее связь между зарядовой и токовой степенями свободы (ψ и α соответственно) и подобное калибровочным полям, которые вводятся в функционал Гинзбурга–Ландау, например, в бозонной версии схемы разделения заряда и спина [93, 94]. В соседних кристаллографических ячейках токовые циркуляции имеют противоположные

знаки. В феноменологии Гинзбурга–Ландау параметр порядка следует понимать как усредненный по относительному движению пары, поэтому с учетом шахматного порядка в распределении орбитальных токов среднеквадратичное (в пределах ячейки) значение параметра ОАФ-упорядочения оценивается как

$$\alpha^2 \simeq \frac{\pi^2}{2} \left(\frac{e}{2\hbar c} \right)^2 \frac{B^2}{K^2}, \quad (70)$$

где B — среднее по ячейке значение магнитной индукции поля орбитальных токов.

Возникновение орбитальных токов в сверхпроводящем состоянии приводит к необходимости учитывать в функционале Гинзбурга–Ландау пропорциональный B^2 вклад $f_m(\alpha) = \kappa \alpha^2$, связанный с энергией их магнитного поля. Можно убедиться в том, что неравенство $\kappa > 0$ исключает возможность появления минимума плотности свободной энергии $f_0 + f_m(\alpha)$ при $\alpha \neq 0$. Это естественным образом приводит к необходимости рассматривать конкуренцию сверхпроводящего и диэлектрического ОАФ-каналов спаривания [95]. Отметим, что разрушение сверхпроводимости купратов магнитным полем приводит именно к диэлектрическому состоянию [76, 77].

ОАФ-упорядочение, рассматриваемое в [63] как состояние псевдощелевой фазы (фаза с потоком в двумерной решетке [96] так же, как и тороидное магнитное упорядочение в трехмерных кристаллах [97, 98]), приводит к понижению магнитной трансляционной симметрии купратной плоскости из-за возникновения d-волновой симметрии, что соответствует орбитальным токам, циркулирующим по химическим связям между ближайшими соседними атомами меди. Можно также представить состояние орбитальных токов, которое не нарушает трансляционную симметрию (но приводит к нарушению симметрии относительно обращения времени [99]). В этом случае циркулярному току соответствует орбитальное движение по химическим связям между ближайшими соседними атомами меди и кислорода в каждой четверти элементарной ячейки [99]. Экспериментальное определение типа ОАФ-порядка связано с большими трудностями из-за слабости возникающих магнитных полей [17], в связи с чем сообщение [100] о наблюдении спонтанного нарушения симметрии по отношению к обращению времени в методике ARPES с циркулярно поляризованным светом (как и сообщение [101] о наблюдении в эксперименте по упругой дифракции поляризованных нейтронов магнитного порядка, не нарушающего трансляционную симметрию, в системе YBaCuO) привело к оживленной дискуссии [102] относительно существования и возможной природы орбитального антиферромагнетизма в купратах.

15. Свободная энергия

Спонтанные орбитальные токи могут возникать и в отсутствие сверхпроводящего порядка. Соответствующий диэлектрический ОАФ-порядок в 2D-системе характеризуется единственным параметром, имеющим смысл разности намагниченностей двух подрешеток орбитального антиферромагнетика. Эта разность пропорциональна α , поэтому плотность свободной энергии (в отсутствие сверхпроводимости) вблизи ОАФ-перехода

может быть представлена в виде разложения по четным степеням α :

$$f_d = a_2 \alpha^2 + \frac{1}{2} b_2 \alpha^4, \quad (71)$$

где b_2 — положительная функция x , а коэффициент $a_2(T, x)$ обращается в нуль при соответствующей приближению среднего поля температуре $T_d(x)$ диэлектрического фазового перехода и при $|\tau_2| \ll 1$, где $\tau_2 = (T_d - T)/T_d$, может быть записан как $a_2 = -a' \tau_2$, где a' — положительная функция x . Энергия магнитного поля спонтанных токов $f_m(\alpha)$, пропорциональная α^2 , включается в первое слагаемое в (71), переопределяя температуру диэлектрического фазового перехода $T_d(x)$.

Рассмотрение пространственно однородного случая в отсутствие внешнего магнитного поля позволяет установить связь между двумя типами упорядочения. В этом случае ψ и α не зависят от радиус-вектора центра масс \mathbf{R} , и в градиентном слагаемом (52) в функционале Гинзбурга–Ландау необходимо сохранить вклад только поля спонтанных орбитальных токов. Поскольку векторный потенциал этого поля $\mathbf{A} \sim \alpha$, то усредненное по относительному движению пары градиентное слагаемое может быть записано как $f_{12} = b_{12} \psi^2 \alpha^2$, где b_{12} — зависящий от x феноменологический параметр.

Уравнение самосогласования (11) в случае спаривающего отталкивания определяет положение линии нулей, на которой параметр энергетической щели $\Delta(\mathbf{k})$ меняет знак, а фаза $\Phi(\mathbf{k})$ аномального среднего (10) скачком изменяется на π . Сама фаза $\Phi(\mathbf{k})$ определяется уравнением (11) с точностью до произвольного, не зависящего от \mathbf{k} слагаемого α , проявляющегося в градиентном члене функционала Гинзбурга–Ландау и поэтому связанного с орбитальной токовой степенью свободы относительного движения пары. Таким образом, орбитальный ток, пропорциональный α , выступает в роли параметра порядка, и, чтобы получить определяющее его уравнение, диагонализация гамильтониана (5), (6) должна производиться преобразованием Боголюбова, связывающим частицы в сверхпроводящем и диэлектрическом ОАФ-каналах спаривания. По этой причине преобразование (8), учитывающее только сверхпроводящее спаривание, допускает произвол в определении относительной фазы α и не позволяет определить ее зависимость от \mathbf{k} . Соответственно при феноменологическом подходе фазовая компонента α двухкомпонентного сверхпроводящего параметра порядка должна рассматриваться как усредненная (в пределах кристаллографической элементарной ячейки) по относительному движению пары.

Нули модуля (ψ) и фазы (α) сверхпроводящего параметра порядка не совпадают на контуре Ферми, что делает систему малочувствительной к рассеянию на немагнитных примесях.

Таким образом, плотность свободной энергии, описывающая конкуренцию сверхпроводимости и орбитального антиферромагнетизма, с точностью до членов четвертого порядка включительно принимает вид [78, 103]

$$f = a_1 \psi^2 + a_2 \alpha^2 + \frac{1}{2} b_1 \psi^4 + b_{12} \psi^2 \alpha^2 + \frac{1}{2} b_2 \alpha^4. \quad (72)$$

Разложение плотности свободной энергии (72) имеет смысл в относительно малой области фазовой диа-

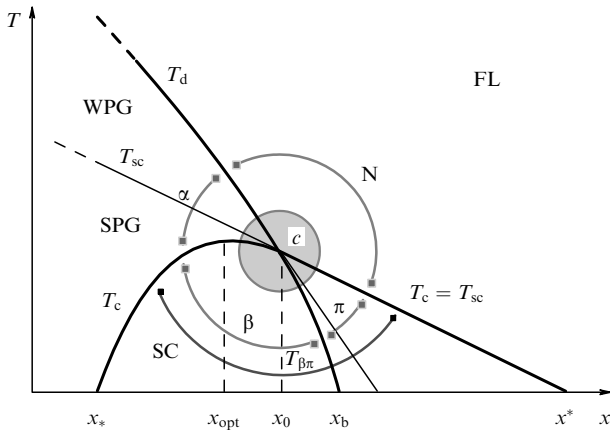


Рис. 7. Область фазовой диаграммы, соответствующая сосуществованию диэлектрической OAF- и SC-фаз в окрестности тетракритической точки c (выделена). Кривые фазовых переходов показаны жирными линиями. Область WPG соответствует слабой псевдощели с OAF дальним порядком, область SPG относится к сильной псевдощели с развитыми флуктуациями сверхпроводящего параметра порядка на фоне дальнего OAF порядка. Область сверхпроводимости (SC) делится на две фазы: обычную сверхпроводящую фазу π и фазу β , в которой сверхпроводимость сосуществует с антиферромагнитно упорядоченными орбитальными циркулярными токами. Между β - и π -фазами имеется область развитых OAF флуктуаций на фоне дальнего сверхпроводящего порядка. FL — ферми-жидкость.

граммы, в которой графики зависимостей $T_{sc}(x)$ и $T_d(x)$ либо пересекаются, либо проходят близко друг к другу.

Температуры соответствующих фазовых переходов $T_d(x)$ и $T_{sc}(x)$, определяемые в приближении среднего поля в отсутствие связи между конкурирующими упорядоченными состояниями, т.е. при $b_{12} = 0$ в (72), естественно считать монотонно убывающими функциями x , поскольку допирование приводит к подавлению как орбитального антиферромагнетизма, так и сверхпроводимости. Особенности фазовой диаграммы купратов (см. рис. 1) позволяют предположить, что при малых x доминирует орбитальный антиферромагнетизм, который с ростом x подавляется быстрее сверхпроводимости, что делает возможным пересечение графиков функций $T_d(x)$ и $T_{sc}(x)$ в некоторой точке, соответствующей x_0 (рис. 7). Предположение о том, что при слабом допировании температура сверхпроводящего перехода, вычисленная в приближении среднего поля в отсутствие орбитального антиферромагнетизма, превышает температуру среднего поля орбитального антиферромагнитного перехода в отсутствие сверхпроводимости ($T_{sc} > T_d$), находится в противоречии с фазовой диаграммой. Разложение плотности свободной энергии (72) имеет место в малой окрестности точки пересечения функций $T_d(x)$ и $T_{sc}(x)$, поэтому показанное на рис. 7 продолжение линий за пределы этой окрестности является весьма условным.

16. Тетракритическая точка

При $T > \max(T_d, T_{sc})$ минимум свободной энергии достигается при $\psi = 0, \alpha = 0$, что соответствует нормальной (N) фазе. При $x < x_0$ границей, разделяющей нормальную и диэлектрическую α -фазу, в которой $\psi = 0, \alpha^2 = -a_2/b_2$, является линия фазового перехода

$T = T_d(x)$. Нижней границей α -фазы является определенная условием $b_2 a_1 = b_{12} a_2$ линия фазового перехода в β -фазу

$$T_{\alpha\beta} = T_{sc} T_d \frac{b_2 a_1 - b_{12} a_2'}{b_2 a_1 T_d - b_{12} a_2' T_{sc}}, \quad (73)$$

в которой сверхпроводимость сосуществует с орбитальным антиферромагнетизмом. В β -фазе обе компоненты параметра порядка отличны от нуля:

$$\psi^2 = -\frac{b_2 a_1 - b_{12} a_2}{b_1 b_2 - b_{12}^2}, \quad \alpha^2 = -\frac{b_1 a_2 - b_{12} a_1}{b_1 b_2 - b_{12}^2}. \quad (74)$$

При $x > x_0$ переход из N-фазы в сверхпроводящую π -фазу с параметром порядка $\psi^2 = -a_1/b_1, \alpha = 0$ имеет место при $T = T_{sc}(x)$. Переходу между двумя сверхпроводящими фазами соответствует температура

$$T_{\beta\pi} = T_{sc} T_d \frac{b_1 a_1' - b_{12} a_2}{b_1 a_1' T_d - b_{12} a_2 T_{sc}}. \quad (75)$$

Линия $T = T_{\beta\pi}(x)$ начинается в точке пересечения линий $T = T_d(x)$ и $T = T_{sc}(x)$ при $x = x_0$ (точка c на рис. 7) и заканчивается на оси x в некоторой точке $x_b > x_0$. Таким образом, точка c является тетракритической точкой, в которой сходятся четыре линии фазовых переходов, а точка с координатами $x = x_b, T = 0$ приобретает смысл квантовой критической точки.

Схема подчинения симметрии фаз в окрестности тетракритической точки определяется симметрией купратной плоскости. В случае квадратной решетки с двумерным кристаллическим классом $G = C_{4v}$ расширенная точечная группа наиболее симметричной N-фазы представляется как прямое произведение

$$G_N = G \times R \times U(1),$$

где R обозначает группу, состоящую из тождественного преобразования и преобразования R обращения времени (изменяющего направления токов на противоположные), $U(1)$ — группа калибровочных преобразований. Переходу из N-фазы в сверхпроводящую π -фазу соответствует потеря калибровочной симметрии, так что точечной группой симметрии π -фазы является немагнитный кристаллический класс $G_\pi = G \times R$. При переходе из N-фазы в диэлектрическую α -фазу из-за возникновения спонтанных циркулярных токов теряются некоторые элементы кристаллической симметрии, которой теперь соответствует группа H , являющаяся одной из подгрупп индекса 2 группы G . Точечной группой симметрии α -фазы является сверхпроводящий магнитный класс с множеством элементов $G_\alpha = (H + RgH) \times U(1)$, где g — некоторый элемент из группы G , не принадлежащий группе H . Потеря калибровочной симметрии при переходе из α -фазы в β -фазу приводит к тому, что точечной группой симметрии β -фазы является магнитный класс $G_\beta = (H + RgH)$. Группа G_β является одновременно одной из подгрупп группы G_α и G_π , которые, в свою очередь, являются подгруппами группы G_N . У группы $G = C_{4v}$ имеются две подгруппы индекса 2: $H = C_4$ и $H = C_{2v}$. Первая из них приводит к ферромагнитному классу $C_{4v}(C_4)$, тогда как вторая соответствует антиферромагнитному классу $C_{4v}(C_{2v})$ с распределением токов 2D-фазы с потоком [78].

17. Фазовый портрет

В секторе фазовой диаграммы, соответствующем нормальной фазе, свободная энергия имеет минимум при $\psi = 0$, $\alpha = 0$, который при переходе через линию $T = T_d(x)$ в α -фазу смещается по оси α в точку $\psi = 0$, $\alpha = \sqrt{-a_2/b_2}$. Этот минимум, однако, является единственной особой точкой свободной энергии не во всей области существования диэлектрической α -фазы, а лишь в ее верхней части при $T_{sc}(x) < T < T_d(x)$. При переходе через линию $T = T_{sc}(x)$ к минимуму, определяющему термодинамически устойчивое диэлектрическое состояние, добавляется седловая точка при $\psi = \sqrt{-a_1/b_1}$, $\alpha = 0$. В β -фазе при $T < T_{\beta\pi}$ орбитальный антиферромагнетизм и сверхпроводимость сосуществуют. Плотность свободной энергии имеет абсолютный минимум при $\alpha \neq 0$, $\psi \neq 0$ и две седловые точки (на обеих координатных осях). На линии $T = T_{\beta\pi}$ фазового перехода из β -фазы в π -фазу минимум на оси ψ смещается, замещая одну из седловых точек. При переходе через линию $T = T_d(x)$ седловая точка на оси α перемещается в начало координат (рис. 8).

В окрестности тетракритической точки состояния из сектора $T_{sc}(x) < T < T_d(x)$, соответствующие абсолютному минимуму и седловой точке, имеют близкие значения свободной энергии. Поэтому вероятность флуктуационного возникновения некогерентных долгоживущих квазистационарных состояний сверхпроводящих пар с относительной фазой π (которым как раз и соответствует состояние седловой точки $\psi = \sqrt{-a_1/b_1}$, $\alpha = 0$) в интервале температур $T_c(x) < T < T_{sc}(x)$ достаточно велика. Распад такого квазистационарного состояния (QSS), сопровождающийся уменьшением модуля SC-параметра порядка ψ от значения $\psi = \sqrt{-a_1/b_1}$ до нуля при возрастании относительной фазы α от нуля до равновесного значения $\alpha = \sqrt{-a_2/b_2}$, может рассматриваться как рождение несвязанных пар противоположно ориентированных циркулярных токов или как несвязанных пар вихрь-антивихрь. Промежуточными состояниями в процессе распада QSS являются флуктуационные состояния β -фазы, принадлежащие близким изолиниям, проходящим из окрестности седловой точки в окрестность абсолютного минимума свободной энергии.

Таким образом, температура $T_{sc}(x)$ при $x < x_0$, ограничивающая сверху область развитых флуктуаций модуля SC-параметра порядка, не связана с каким-либо фазовым переходом. Она может рассматриваться как верхняя граница области фазовой диаграммы, в которой, благодаря возникновению и распаду QSS сверхпроводящих пар с относительной фазой π , существуют вихревые орбитальные токи. Такие токи могут приводить к значительному усилению эффекта Нернста, наблюдаемому в купратах в области сильной псевдощели. Поэтому температура $T_{sc}(x)$ при $x < x_0$ может быть отождествлена с кроссовером, ограничивающим сверху эту область: $T_{sc}(x) \approx T_{str}^*(x)$. Следует отметить, что сильная псевдощель может проникать в область предельно слабого допирования $x < x_*$, в которой $T_c(x) = 0$.

При переходе через линию $T = T_{sc}(x)$ из N-фазы в π -фазу минимум свободной энергии смещается из точки $\psi = 0$, $\alpha = 0$ в точку $\psi = \sqrt{-a_1/b_1}$, $\alpha = 0$. Этот минимум является абсолютным во всей области существования π -фазы, однако в секторе $T_{\beta\pi}(x) < T < T_d(x)$ возникает

седловая точка с координатами $\psi = 0$, $\alpha = \sqrt{-a_2/b_2}$ (см. рис. 8). В окрестности тетракритической точки с значениями свободной энергии в минимуме и седловой точке близки друг к другу, поэтому в секторе $T_{\beta\pi}(x) < T < T_d(x)$ велика вероятность флуктуационного рождения QSS орбитальных циркулярных токов. Распад таких QSS, т.е. уменьшение относительной фазы параметра порядка от его значения в седловой точке $\alpha = \sqrt{-a_2/b_2}$ до нуля при одновременном росте модуля параметра порядка ψ от нуля до термодинамически равновесного значения $\psi = \sqrt{-a_1/b_1}$, происходит через неравновесные состояния β -фазы. Температура $T_{sc}(x)$, соответствующая приближению среднего поля, при $x_0 < x < x^*$ является температурой фазового перехода из N-фазы в π -фазу, $T_{sc}(x) = T_c(x)$.

Двухкомпонентный параметр порядка, естественно вытекающий из концепции спаривания с большим импульсом при отталкивании, учитывает зарядовую и токовую степени свободы и с необходимостью приводит к картине развитых флуктуаций параметра порядка. Фазовый переход между нормальной и сверхпроводящей π -фазой в передопированной области фазовой диаграммы происходит при $\alpha = 0$ и может быть описан в рамках теории Ландау фазовых переходов с однокомпонентным параметром порядка.

Концентрация x_{opt} , формально определяемая по положению максимума $T_c(x)$, заведомо ниже концентрации тетракритической точки, $x_{opt} < x_0$, поэтому нижняя граница π -фазы после ее продолжения в область низких температур заканчивается в некоторой точке x_b из интервала (x_0, x^*) . В этом интервале понижение температуры после фазового перехода $N \rightarrow \pi$ сначала переводит систему в область развитых флуктуаций в виде QSS орбитальных циркулярных токов, после чего она испытывает второй фазовый переход между двумя сверхпроводящими состояниями при температуре $T_{\beta\pi}(x)$. Такой фазовый переход внутри сверхпроводящего состояния мог бы быть зарегистрирован, например, по аномалии температурной зависимости теплоемкости. При температуре фазового перехода $T_{\beta\pi}(x)$ модуль параметра порядка ψ остается непрерывным, а относительная фаза α , равная нулю в π -фазе, становится отличной от нуля при $T < T_{\beta\pi}(x)$ [78].

18. Диамагнетизм псевдощелевого состояния

Наблюдение [26, 104, 105] гигантского эффекта Нернста в обширной части псевдощелевой области купратов с дырочным допированием может рассматриваться как свидетельство существования возбуждений в виде вихрей при температурах, существенно превышающих T_c .

Эффект Нернста (термогальваномагнитный эффект, заключающийся в появлении электрического поля, перпендикулярного взаимно перпендикулярным магнитному полю и температурному градиенту) весьма слаб в нормальных металлах, в которых кинетические явления связаны с возбуждением и переносом квазичастиц. Заметное усиление эффекта Нернста наблюдается при переходе металла в состояние сверхпроводника второго рода в области магнитных полей между первым и вторым критическим. В этом случае возбужденный в магнитном поле \mathbf{V} вихрь дрейфует в поле градиента температуры с некоторой скоростью $\mathbf{v} \sim \nabla T$, приводя к электрическому полю Нернста $\mathbf{E} = [\mathbf{V} \times \mathbf{v}]/c$. Можно

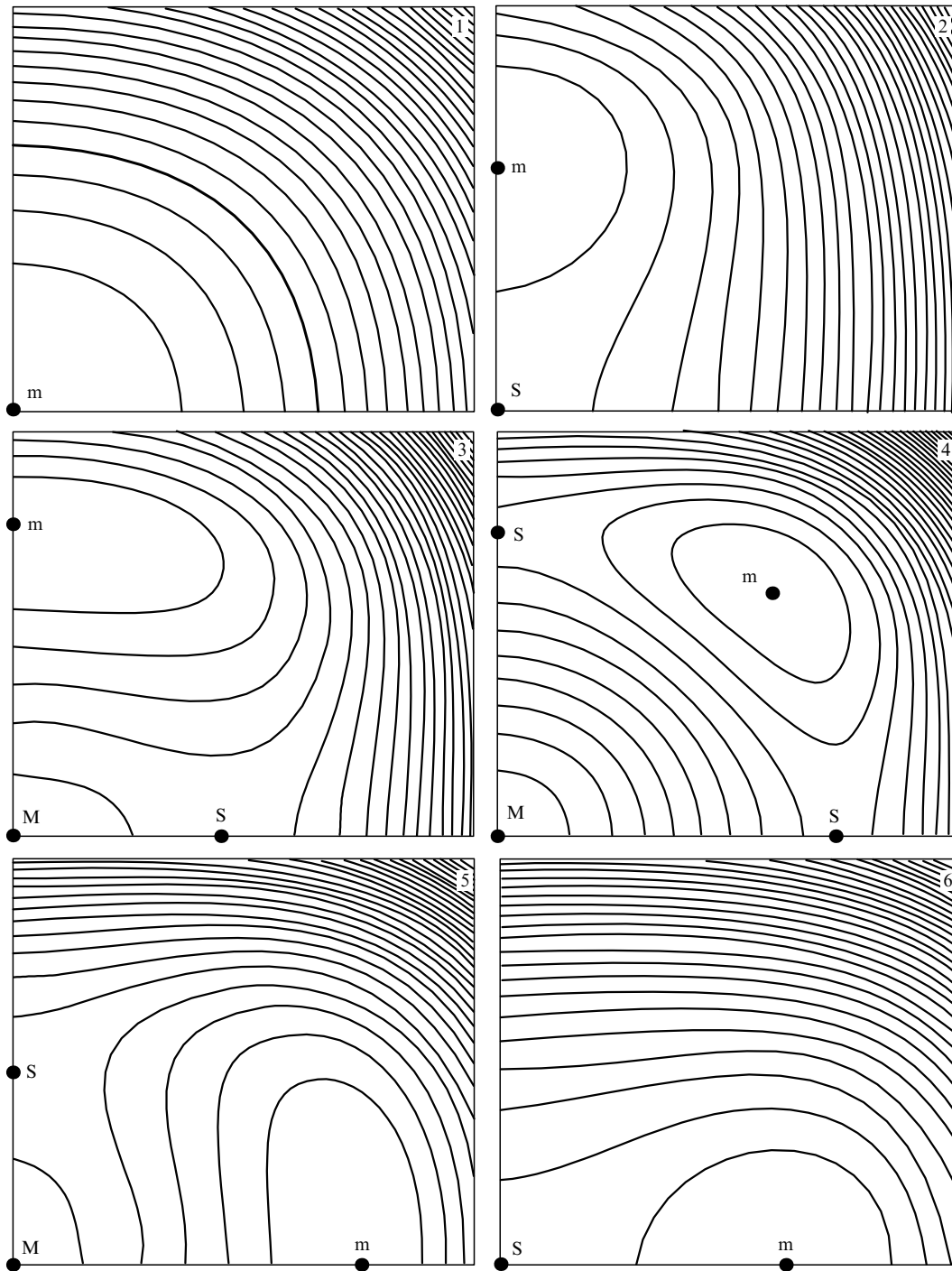


Рис. 8. Топология изолиний свободной энергии в координатах ψ (горизонтальная ось) и α (вертикальная ось). Цифрами обозначены секторы фазовой диаграммы вблизи тетракритической точки: нормальная ферми-жидкость (1), слабая псевдощель (2), сильная псевдощель (3), сверхпроводящая β -фаза (4), область развитых ОАФ флуктуаций на фоне дальнего сверхпроводящего порядка (5), сверхпроводящая π -фаза (6). Максимумы (М), минимумы (m) и седловые точки (S) свободной энергии обозначены жирными точками.

предположить, что в области сильной псевдощели имеют место развитые флуктуации фазы сверхпроводящего параметра порядка, нарушающие фазовую когерентность [58].

Вихревые элементарные возбуждения, приводящие к потере фазовой когерентности, в системе с сильными электронными корреляциями возникают в рамках разных теоретических схем. В бозонной версии [93, 94] схемы разделения заряда и спина [106] нарушение фазовой

когерентности при T_c связывается с тепловым возбуждением спинов, существующих в виде свободных спиновых вихрей в достаточно широком интервале температур, верхняя граница которого имеет смысл температуры конденсации холонов и соответствует разрыву некогерентных сверхпроводящих пар.

Малость фазовой жесткости приводит к развитым флуктуациям, подавляющим дальний порядок в 2D системе, так что T_c может рассматриваться как темпера-

тура перехода Березинского–Костерлица–Таулеса, соответствующего возникновению несвязанных вихрей и антивихрей фазы сверхпроводящего параметра порядка. Дираковский характер спектра нодальных квазичастиц [16] позволяет, используя аналогию с квантовой электродинамикой в двух измерениях, описать псевдощелевое состояние в рамках феноменологической схемы [107], в которой вихри и антивихри, являющиеся элементарными возбуждениями в этой схеме, проявляются как топологические дефекты фазы параметра порядка и возникают в результате квантовых или тепловых флуктуаций. Подобные дефекты могут возникать в результате изменения знака отдельных токовых циркуляций [108] в фазе с потоком.

Следствием сверхпроводящего спаривания с большим импульсом при экранированном кулоновском отталкивании являются QSS с импульсами, близкими к импульсу сверхпроводящего конденсата, существующие как некогерентные состояния пар в достаточно широком интервале температур выше T_c . Верхняя граница этого интервала может быть связана с кроссовером между состояниями сильной и слабой псевдощели. Зависимость (29) температуры кроссовера от допирования качественно согласуется с верхней границей области, в которой наблюдается гигантский эффект Нернста [26, 104, 105].

Термодинамические состояния в области сильной псевдощели, соответствующие абсолютному минимуму при $\psi = 0$, $\alpha = \sqrt{-a_2/b_2}$ и седловой точке при $\psi = \sqrt{-a_1/b_1}$, $\alpha = 0$, имеют близкие значения свободной энергии. Поэтому вероятность флуктуационного возникновения долгоживущих QSS сверхпроводящих пар с относительной фазой π (которым соответствует состояние седловой точки) в интервале температур $T_c(x) < T < T_{sc}(x)$ достаточно велика. Распад такого QSS, сопровождающийся уменьшением модуля сверхпроводящего параметра порядка от значения $\psi = \sqrt{-a_1/b_1}$ до нуля при возрастании относительной фазы от нуля до термодинамически равновесного значения $\alpha = \sqrt{-a_2/b_2}$, может рассматриваться как рождение пар противоположно ориентированных циркулярных токов. Промежуточными состояниями в процессе распада QSS являются флуктуационные состояния β -фазы, принадлежащие изолиниям, связывающим окрестности седловой точки и абсолютного минимума свободной энергии.

Температура $T_{sc}(x)$ при $x < x_0$, ограничивающая сверху область развитых флуктуаций модуля сверхпроводящего параметра порядка, не связана с каким-либо фазовым переходом и может рассматриваться как верхняя граница области фазовой диаграммы, в которой благодаря возникновению и распаду QSS сверхпроводящих пар с относительной фазой π , существуют вихревые орбитальные токи. Такие токи могут приводить к значительному усилению эффекта Нернста, поэтому $T_{sc}(x)$ при $x < x_0$ может быть отождествлена с кроссовером, ограничивающим сверху область сильной псевдощели. В окрестности тетракритической точки $T_{sc}(x) \approx T_{str}^*(x)$. Следует отметить, что сильная псевдощель может проникать в область предельно слабого допирования $x < x_*$.

В отсутствие фазовой когерентности выше T_c циркулярные орбитальные токи могут приводить к предсказанному в [78, 103] гигантскому диамагнетизму (нели-

нейному эффекту Мейснера) в области температур выше T_c , наблюдаемому в недодопированных купратах [25].

Однородному состоянию α -фазы в магнитном поле соответствует параметр порядка, определяемый как

$$\alpha^2 = -\frac{a_2 + dB^2}{b_2}, \quad (76)$$

поэтому магнитная восприимчивость α -фазы в нулевом магнитном поле может быть представлена в виде

$$\chi_\alpha \approx \chi_N + \frac{2\tilde{d}b_2}{a_2}, \quad (77)$$

где χ_N — магнитная восприимчивость N-фазы, $\tilde{d} = d_1 + d_2$ в случае поперечного и $\tilde{d} = d_1$ в случае продольного по отношению к купратной плоскости поля. Здесь d_1 и d_2 — феноменологические параметры в разложении Ландау свободной энергии антиферромагнетика по степеням параметра порядка и напряженности магнитного поля [109]. В окрестности тетракритической точки переход из парамагнитной N-фазы в диамагнитное состояние α -фазы происходит при температуре

$$\tilde{T}_d = T_d \left(1 - \frac{b_2\chi_N}{2\tilde{d}a'}\right). \quad (78)$$

19. Электродинамика купратов

Электромагнитный отклик сверхпроводящих купратов существенно отличается от наблюдаемого в обычных сверхпроводниках [23]. В отличие от обычных сверхпроводников, в купратах отсутствует четко выраженное проявление сверхпроводящей щели в частотной зависимости вещественной части $\sigma_1(\omega, T)$ комплексной проводимости. Остаточное поглощение в сверхпроводящем состоянии наблюдается вплоть до предельно низких частот во всех сверхпроводящих купратных соединениях и удовлетворительно описывается в рамках двухжидкостной модели Друде [23]. Проводимость $\sigma_1(\omega, T)$ при $T < T_c$ оказывается подавленной в широком интервале энергий (по сравнению с наблюдаемой при $T \gtrsim T_c$), проходит через минимум и обнаруживает друдевское поведение $\sigma_1 \sim \omega^{-2}$ при $\omega \rightarrow 0$. Минимум $\sigma_1(\omega, T)$ не связан с T_c и часто проявляется в нормальном состоянии выше T_c (рис. 9).

Интегральной характеристикой электромагнитного отклика является полный спектральный вес

$$S = \int_0^\infty \sigma_1(\omega, T) d\omega \sim \frac{\pi n e^2}{2m^*}, \quad (79)$$

где m^* имеет смысл эффективной массы носителей, а полная плотность числа частиц $n = n_n + n_s$ складывается из плотностей числа частиц нормальной (n_n) и сверхпроводящей (n_s) компонент. Лишь сравнительно небольшая часть спектрального веса из низкочастотной области спектра может быть отнесена к сверхпроводящему конденсату, возникающему при $T < T_c$: когерентная (друдевская) компонента спектрального веса превышает спектральный вес конденсата.

Попытки объяснения остаточной проводимости тем, что сверхпроводящая щель имеет d-волновую симметрию, приводят к количественному противоречию с экс-

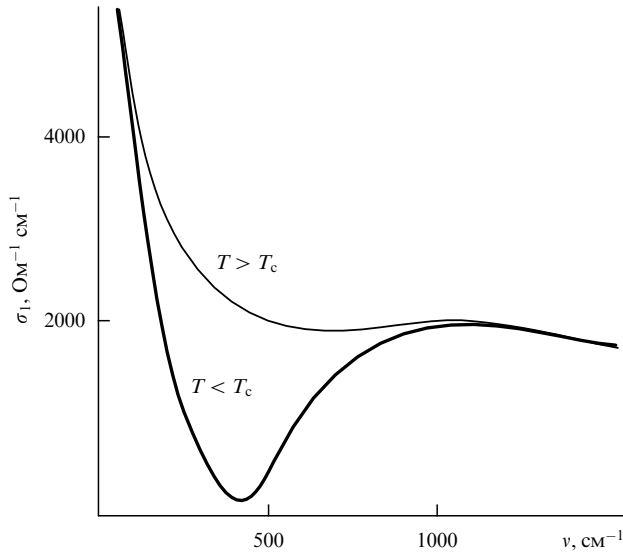


Рис. 9. Частотная зависимость (схематически, согласно [23]) вещественной части σ_1 комплексной проводимости при $T < T_c$ (жирная линия) и $T > T_c$ (тонкая линия).

периментальными данными: проводимость в области низких частот оказывается слишком большой [23]. Конечная плотность состояний в области сверхпроводящей щели является необходимым условием возникновения остаточной проводимости. Из-за нулей параметра порядка квазичастицы возбуждаются даже при самых низких температурах. Однако в чистом d-волновом сверхпроводнике $\sigma_1(\omega, T) \rightarrow 0$ при $\omega \rightarrow 0$ и $T \ll T_c$.

Предполагается [23], что наблюдаемая значительная величина остаточной проводимости при низких частотах может быть связана с наличием присущих электронной системе купратов неоднородностей.

Остаточная оптическая проводимость и связанная с ней значительная плотность внеконденсатных частиц при $T < T_c$ естественным образом следует из кулоновского механизма спаривания с большим импульсом. Во-первых, в случае, когда условие зеркального нестинга выполняется лишь на части контура Ферми, остальной его части соответствуют бесщелевые возбуждения, приводящие к увеличению нормальной компоненты n_n плотности числа носителей и, следовательно, к увеличению друдевской составляющей комплексной проводимости. Во-вторых, если, как это имеет место в купратах при относительно низком уровне допирования, контур Ферми имеет форму малых дырочных карманов, и зеркальный нестинг выполняется на всем контуре Ферми, то частям каждого кармана, принадлежащим разным магнитным зонам Бриллюэна, соответствуют разные спектральные интенсивности. При этом вероятность образования пары определяется спектральной интенсивностью той части кармана, которая относится ко второй (теневого) магнитной зоне. Это приводит к относительно малой плотности $n_s \sim \tilde{u}_k \tilde{v}_k$ числа частиц сверхтекучей компоненты (по сравнению с плотностью $n_n \sim \tilde{u}_k^2 - \tilde{v}_k^2$ числа частиц нормальной компоненты) и относительному росту друдевской составляющей проводимости. Здесь \tilde{u}_k и \tilde{v}_k — факторы когерентности в преобразовании Боголюбова, которые описывают электрон-дырочное спаривание с возникновением SDW. Отметим, что разность $\tilde{u}_k^2 - \tilde{v}_k^2$, определяющая друдевскую

компоненту оптической проводимости, вполне аналогична разности концентраций (возникающей при легировании) электронов и дырок $n_e - n_h$, характеризующей переход полуметалл–диэлектрик [110, 111], и разности спиновых заселенностей $n_\uparrow - n_\downarrow$ в случае сверхпроводящего спаривания в слабом ферромагнетике [112, 113]. Кроме того, большее число близко расположенных нулей параметра порядка, возникающих при спаривающем отталкивании, приводит к большей (по сравнению с d-волновым сверхпроводником) плотности состояний внутри энергетической щели и большему числу квазичастиц, возбуждаемых при $T < T_c$.

Оптическое правило сумм [114–116] позволяет проанализировать перераспределение спектрального веса при возникновении сверхпроводящего конденсата. В обычных сверхпроводниках такое перераспределение происходит в области частот $0 < \hbar\omega \lesssim 2\Delta$, где 2Δ — сверхпроводящая энергетическая щель.

Спектроскопические измерения показывают [117], что спектральный вес сверхпроводящего конденсата в купратах связан не только с состояниями в области энергетической щели, $\hbar\omega \lesssim 2\Delta$, но в значительной мере обусловлен переносом спектрального веса от состояний с существенно более высокими энергиями. Это кажущееся нарушение оптического правила сумм находит качественное объяснение, если предположить, что энергия сверхпроводящей конденсации в купратах связана не с понижением потенциальной энергии, как это имеет место при спаривающем притяжении в узкой (порядка $\hbar\omega_D$) полосе энергий, а с понижением кинетической энергии носителей [118, 119], что оказывается возможным при спаривающем отталкивании в существенно более широкой области энергий $\epsilon_0 \gg \hbar\omega_D$.

Выделение вкладов кинетической и потенциальной энергии в сверхпроводящий параметр порядка является достаточно произвольным, а в отсутствие спаривающего взаимодействия вообще теряет смысл. Однако возникновение линейного по модулю параметра порядка сдвига химического потенциала [49], приводящего к перераспределению носителей по импульсам в пределах области кинематического ограничения, формально позволяет связать энергию сверхпроводящей конденсации с уменьшением кинетической энергии носителей, принимающих участие в спаривании.

Подавление с ростом допирования антиферромагнитных корреляций и возникновение сверхпроводимости сопровождается увеличением сверхтекучей плотности $\rho_s = 4\pi n_s e^2 / m^* \sim x$, коррелирующей с температурой сверхпроводящего перехода: $\rho_s \sim T_c$ [120]. Уточнение этого графика Уемуры приводит к соотношению $\rho_s \sim \sigma_{dc} T_c$ [121], которое выполняется в широком интервале допирования для всех исследованных купратных соединений. Здесь σ_{dc} — проводимость нормального состояния в постоянном поле. Корреляционная зависимость $T_c \sim n_s / m^*$ не проявляется в теории БКШ, но имеет место в случае конденсации Бозе–Эйнштейна [122].

20. Спектроскопия купратов

Экспериментальные данные, полученные методами фотоэмиссионной и туннельной спектроскопии, определенно указывают на существенное различие между спектрами купратов и обычных сверхпроводников.

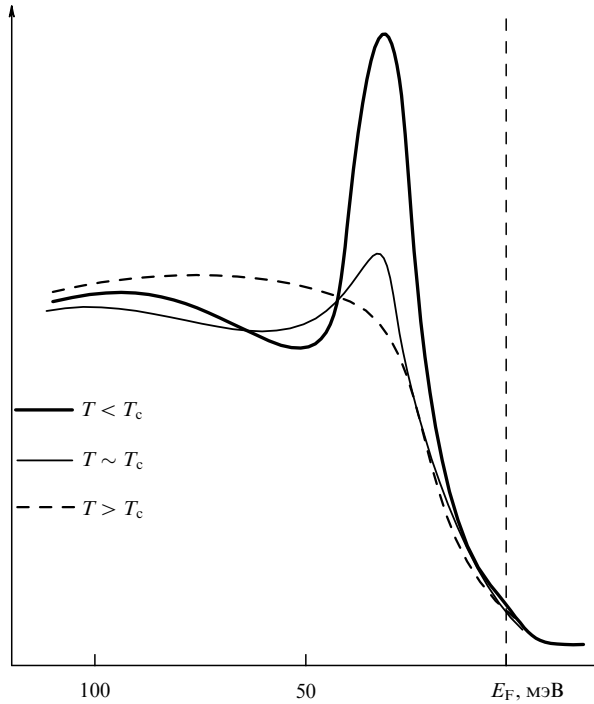


Рис. 10. Типичная для купратов структура спектра ARPES для направления типа $(\pi, 0)$ в сверхпроводящем ($T < T_c$) состоянии, непосредственно выше температуры фазового перехода ($T \gtrsim T_c$) и в нормальном состоянии ($T > T_c$).

Выполненные методом ARPES измерения интенсивности фотоэмиссии, пропорциональной вероятности обнаружить электрон с данными значениями энергии E и импульса \mathbf{p} , показывают, что при фиксированном \mathbf{p} (в направлении $(\pi, 0)$) максимума энергетической щели наблюдаемый в нормальном состоянии передопированных купратов широкий квазичастичный максимум при переходе в сверхпроводящее состояние очень быстро (вблизи T_c) преобразуется в узкий пик, передний фронт которого смещен по энергии на величину щели, а задний плавно переходит в заметный провал спектральной плотности, после чего следует достаточно широкий максимум, при более высоких энергиях стремящийся к значению, соответствующему нормальному состоянию. Такая структура "пик-провал-горб" (peak-dip-hump, PDH) (рис. 10) спектра фотоэмиссии при $T < T_c$ отражает особенности сверхпроводящего спаривания в купратах.

В недоопированных купратах PDH-структура спектра ARPES при $T < T_c$ также имеет место, однако при превышении T_c происходит не только ее быстрое сглаживание, но и сохранение положения ведущего фронта квазичастичного пика. Это указывает на то, что при T_c сверхпроводник не переходит в состояние нормальной ферми-жидкости и может рассматриваться как свидетельство того, что при $T > T_c$ некогерентные пары продолжают существовать в псевдощелевом (диэлектрическом) состоянии.

Подобная PDH-структура наблюдается и в туннельных спектрах, которые, кроме того, обнаруживают асимметрию по отношению к изменению знака напряжения смещения. Эта электрон-дырочная асимметрия находит естественное объяснение [49] как асимметрия между заполненной и вакантной частями области кинематического ограничения, соотношением между площадями

которых определяется сдвиг химического потенциала, имеющий линейную по $|\Delta(\mathbf{k})|$ составляющую (необходимость введения такой составляющей для объяснения асимметрии туннельных спектров купратов указана в [123]).

Естественно предположить, что PDH-структура фотоэмиссионного и туннельного спектров имеет общее происхождение.

Дифференциальная проводимость (туннельный контактанс) $\sigma_t = dI/dV$, где I — ток через туннельный контакт, V — напряжение смещения, может быть записана в виде

$$\sigma_t = -A \int d^2k [u_k^2 \delta(E_k - eV) + v_k^2 \delta(E_k + eV)]. \quad (80)$$

Здесь A — положительная константа, E_k — энергия квазичастицы (14), u_k^2 и v_k^2 — факторы когерентности, определенные в (9) и имеющие вид

$$u_k^2 = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{\xi_k}{E_k} \right), \quad v_k^2 = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{\xi_k}{E_k} \right), \quad (81)$$

где $2\xi_k$ — кинетическая энергия пары (4). При положительном смещении ($eV > 0$) контактанс определяется первым слагаемым в (80), а при отрицательном смещении ($eV < 0$) — вторым.

Если линия минимумов энергии возбуждения квазичастицы E_k совпадает с контуром Ферми (что имеет место не только в случае изотропной s-волновой щели, но также и для d-волновой щели, линиями нулей которой являются прямые $k_y = \pm k_x$), то контактанс (80) обладает очевидной симметрией по отношению к изменению знака смещения: $\sigma_t(-V) = \sigma_t(V)$. Предположение [123, 124] о том, что сверхпроводящая щель зависит от кинетической энергии относительного движения пары, $\Delta_k = \Delta(\xi_k)$, приводит к несимметричному контактансу, поскольку равным по модулю, но имеющим противоположные знаки значениям смещения соответствуют разные значения факторов когерентности u_k^2 и v_k^2 . Рассмотренная в [124] сверхпроводящая щель с энергетическим наклоном, $\Delta(\xi) = a - b\xi$, где a и b — феноменологические параметры, соответствует тому, что линия минимумов энергии квазичастицы E_k целиком находится либо внутри, либо вне контура Ферми и поэтому не имеет точек пересечения с контуром Ферми (кроме нодальных точек, если, например, щель имеет d-волновую симметрию, и параметры a и b зависят от угловой переменной ϑ в импульсном пространстве).

При спаривании с большим импульсом при кулоновском отталкивании энергия квазичастицы также имеет линию минимумов, не совпадающую с контуром Ферми, однако линия нулей щели пересекает контур Ферми, что приводит к особому поведению факторов когерентности (см. рис. 6).

В секторах, которым соответствует $k_F(\vartheta) < k_0$ ($k_F(\vartheta)$ — зависящий от угловой переменной фермиевский импульс), фактор v_k^2 обращается в нуль при k_0 , обнаруживая минимум в окрестности этой точки. В секторах $k_F(\vartheta) > k_0$ имеет место максимум фактора v_k^2 в точке k_0 , в которой $v_{k_0}^2 = 1$. Для контура Ферми в виде дырочного кармана энергия, соответствующая максимуму, превышает (в среднем) энергию минимума, поэтому при интегрировании в (80), которое сглаживает

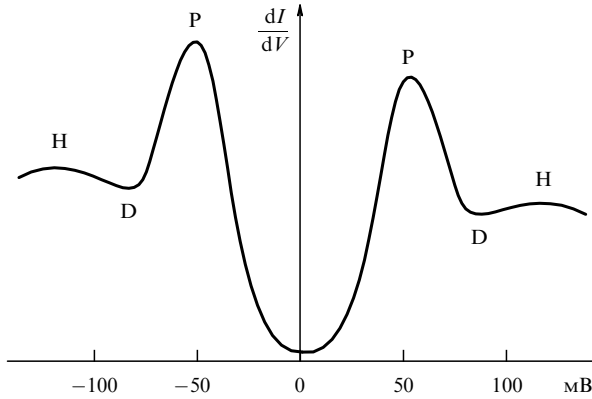


Рис. 11. Характерный асимметричный туннельный спектр купратного соединения при $T < T_c$, обнаруживающий PDH-структуру.

эти экстремумы [52], минимум и максимум при k_0 проявляются как слабый провал (dip) и следующий за ним слабый максимум (hump) кондактанса (рис. 11).

21. Андреевское отражение

Электрон, движущийся к границе между нормальным металлом (N) и сверхпроводником (S), может испытывать андреевское отражение [125], образуя дырку с изменением знаков энергии (отсчитанной от химического потенциала) и всех трех компонент скорости. Для обычных сверхпроводников при $T < T_c$ следствием андреевского отражения является двукратное увеличение проводимости NS-перехода при напряжениях, меньших величины сверхпроводящей щели, по сравнению с проводимостью при $T \gtrsim T_c$. В сверхпроводящих купратах наблюдается существенно меньшая проводимость NS-границы [126]. Этот экспериментальный факт находит объяснение, если принять, что сверхпроводимость купратов обусловлена кулоновским спариванием с большими импульсами пары, приводящим к изменению кинематики андреевского отражения [127].

В недодопированных купратах контур Ферми с идеальным зеркальным нестигмом представляет четыре дырочных кармана, центрированных в точках $(\pm\pi/2, \pm\pi/2)$. Для каждого из четырех кристаллографически эквивалентных импульсов пары $\mathbf{K}_j = (\pm\pi, \pm\pi)$ областями кинематического ограничения (не пересекающимися друг с другом) являются соответствующие четверти зоны Бриллюэна (рис. 12).

Поскольку в каждой области кинематического ограничения \mathcal{E}_j линия нулей групповой скорости квазичастицы и контур Ферми (линия нулей заряда квазичастицы) не совпадают (кроме общих точек пересечения, см. рис. 6), существует область направлений в импульсном пространстве, в которой отражение происходит без изменения знака заряда квазичастицы, и поэтому только некоторая доля электронов с импульсами, не принадлежащими этой области направлений, испытывает андреевское отражение.

Если нормаль к NS-границе соответствует направлению одного из эквивалентных импульсов \mathbf{K}_j (\mathbf{K}_1 на рис. 12), то направление движения дырки, возникшей после андреевского отражения, оказывается не в точности противоположным импульсу \mathbf{K}_1 . Угол андреевского отражения определяется суммарным импульсом пары.

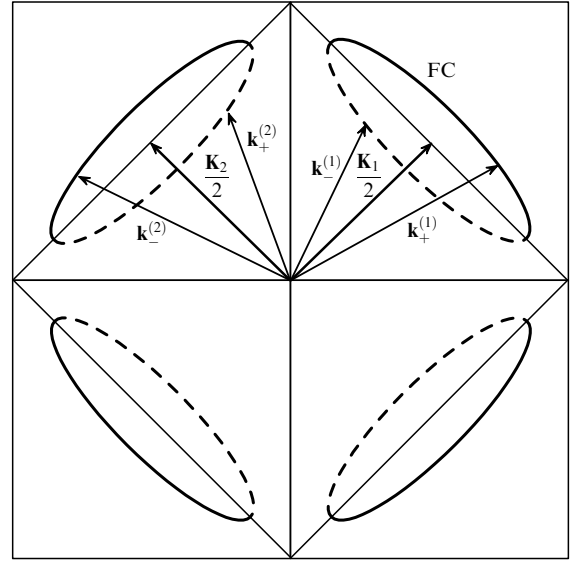


Рис. 12. Пары с большими импульсами $\mathbf{K}_j = (\pm\pi, \pm\pi)$. Направление импульса \mathbf{K}_1 совпадает с нормалью к NS-границе. Частица с импульсом $\mathbf{k}_+^{(2)}$ испытывает андреевское отражение с импульсом $\mathbf{k}_+^{(1)}$, а частица с импульсом $\mathbf{k}_+^{(1)}$ проходит в сверхпроводник как дырка с импульсом $\mathbf{k}_-^{(1)}$ (геометрическое андреевское прохождение).

Частица, подходящая к NS-границе с импульсом $\mathbf{k}_+^{(1)}$, находит себе партнера с импульсом $\mathbf{k}_-^{(1)}$, чтобы составить пару в области \mathcal{E}_1 . В этом случае направление движения возникшей дырки соответствует прохождению (геометрическое андреевское прохождение). Таким образом, вероятность андреевского отражения равна нулю для всей области \mathcal{E}_1 . Ток, переносимый образующейся парой с импульсом \mathbf{K}_1 , частично компенсируется током одновременно возникшей дырки, и, в отличие от случая $\mathbf{K} = 0$, вся область \mathcal{E}_1 не дает вклад в полную вероятность андреевского отражения.

Если частица подходит к NS-границе с импульсом $\mathbf{k}_+^{(2)}$, то она находит себе партнера с импульсом $\mathbf{k}_-^{(2)}$ в области \mathcal{E}_2 (см. рис. 12), и направление возникшей дырки соответствует отражению.

Существуют два сектора направлений в импульсном пространстве, в одном из которых импульс Ферми k_F больше импульса k_m , при котором имеет место минимум энергии квазичастицы и ее групповая скорость обращается в нуль ($k_F > k_m$); в другом секторе, наоборот, $k_F < k_m$. Процесс перехода частицы из N-области в сверхпроводник для направлений из сектора $k_F > k_m$ показан на рис. 13.

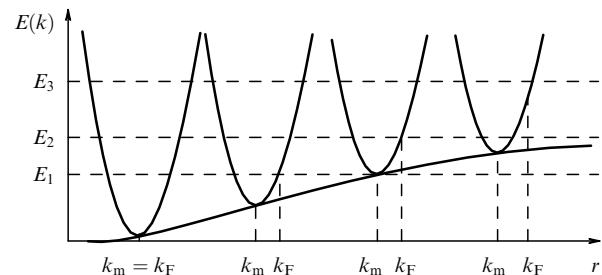


Рис. 13. Переход электрона через NS-границу: андреевское отражение (E_1), андреевское прохождение за счет зарядовой асимметрии (E_2) и обычное прохождение (E_3).

Частица с энергией $E_1 < E_{\min}$, где E_{\min} — минимальная энергия квазичастицы в глубине сверхпроводника, двигаясь в глубь сверхпроводника, сначала доходит до точки, для которой импульс частицы равен k_F и в которой изменяется знак заряда квазичастицы. Затем частица достигает точки минимума энергии квазичастицы, где происходит инверсия направления скорости относительного движения, и в N-область отражается дырка (андреевское отражение).

Частица с энергией $E_2 < E_F$, где E_F — энергия Ферми в глубине сверхпроводника, при движении в область S пересекает контур Ферми, переходя на дырочную ветвь спектра (см. рис. 13). Однако она не достигает точки поворота групповой скорости, так что возникающая дырка продолжает движение в глубь сверхпроводника (андреевское прохождение за счет зарядовой асимметрии, в отличие от имеющего место и в обычных сверхпроводниках барьерного прохождения [128]).

При энергии $E_3 > E_F$ частица не достигает ни точки k_F , ни точки k_m , поэтому имеет место обычное прохождение квазичастицы в сверхпроводник (см. рис. 13).

В другом секторе направлений импульсного пространства, $k_m > k_F$, область андреевского прохождения за счет зарядовой асимметрии отсутствует, поскольку при движении частицы в глубь сверхпроводника точка поворота скорости относительного движения пары достигается раньше точки изменения заряда квазичастицы.

22. Конкуренция спаривающих взаимодействий

Вырождение по кристаллографически эквивалентным импульсам пар, имеющее место в случае спаривания с большим импульсом при экранированном кулоновском отталкивании, снимается взаимодействиями, обусловленными обменом фононами или антиферромагнитными магнонами, чем и определяется симметрия сверхпроводящего параметра порядка. Кроме того, эти взаимодействия (которые могут не быть пренебрежимо малыми по сравнению с кулоновским отталкиванием) вносят вклад в энергию связи пары, влияя, таким образом, на температуру сверхпроводящего перехода.

Учет конкурирующих спаривающих взаимодействий в уравнении самосогласования (11) можно произвести, заменив истинное ядро $U(\mathbf{k} - \mathbf{k}')$ оператора взаимодействия приближенным вырожденным кусочно-постоянным ядром, приводящим к такой же энергии связи пары, что и истинное ядро [62]. Простейшее подобное ядро (39), которому соответствуют две кусочно-постоянные собственные функции (37) с собственными значениями разного знака, может быть расширено [129] с тем, чтобы учесть взаимодействия, конкурирующие с кулоновским отталкиванием.

Рассмотрим контур Ферми в виде дырочного кармана, которому в случае спаривания с импульсом $\mathbf{K} = (\pi, \pi)$ соответствует идеальный зеркальный нестинг, а областью кинематического ограничения является четверть зоны Бриллюэна (рис. 14). Кулоновское отталкивание определено во всей области кинематического ограничения, тогда как притяжение, обусловленное ЭФВ, существенно лишь в узкой окрестности контура Ферми с энергетической шириной $\sim 2\hbar\omega_D$, где вклад ЭФВ притяжения можно считать не зависящим от импульса ($-V = \text{const}$).

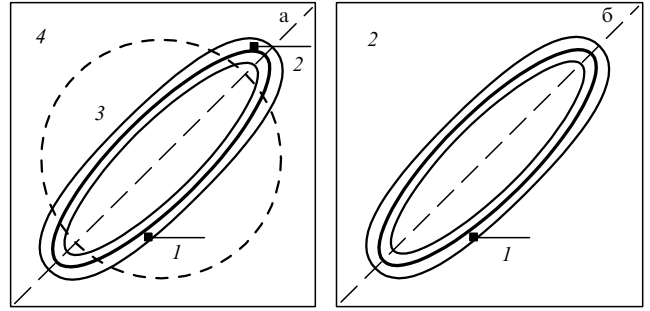


Рис. 14. Конкуренция кулоновского спаривающего отталкивания с притяжением, обусловленным ЭФВ. Разделение области кинематического ограничения, соответствующей дырочному карману: (а) для спаривающего отталкивания вида (39); (б) для модели БТШ [28]. Цифры указывают нумерацию областей знакопостоянства сверхпроводящего параметра порядка.

Спаривающее кулоновское отталкивание (20) приводит к тому, что линия нулей функции $\Delta(\mathbf{k})$, являющаяся окружностью с центром в точке $\mathbf{K}/2$, пересекает контур Ферми (см. рис. 6). В таком случае, уже в отсутствие ЭФВ притяжения, область кинематического ограничения оказывается разделенной этой линией на области, в которых $\Delta(\mathbf{k})$ имеет разные знаки. Соответственно при рассмотрении ЭФВ притяжения каждая из этих областей разделяется на части, в одной из которых (прилегающей к контуру Ферми) ядро спаривающего кулоновского взаимодействия (39) должно быть дополнено вкладом ЭФВ притяжения. Если области кинематического ограничения принадлежит лишь часть контура Ферми, то ЭФВ притяжения должно учитываться во всей области динамического ограничения в окрестности полного контура Ферми. В результате вместо двух уравнений (38) необходимо записать систему четырех уравнений для каждой из четырех областей \mathcal{E}_s ($s = 1, 2, 3, 4$), в которых определены постоянные (средние по этим областям) значения Δ_s параметра энергетической щели $\Delta(\mathbf{k})$:

$$\begin{aligned} 2\Delta_1 &= +V\Delta_1f_1 - (U - V)\Delta_2f_2 - U\Delta_4f_4, \\ 2\Delta_2 &= -(U - V)\Delta_1f_1 + V\Delta_2f_2 - U\Delta_3f_3, \\ 2\Delta_3 &= -U\Delta_2f_2 - U\Delta_4f_4, \\ 2\Delta_4 &= -U\Delta_1f_1 - U\Delta_3f_3. \end{aligned} \quad (82)$$

Здесь Δ_1 и Δ_2 имеют смысл средних значений параметра энергетической щели вблизи контура Ферми (в области ЭФВ притяжения) внутри и вне окружности $k = k_0$ соответственно; Δ_3 и Δ_4 представляют параметр порядка внутри и вне окружности $k = k_0$ вне области ЭФВ притяжения. Величины

$$f_s = \sum_{\mathbf{k} \in \mathcal{E}_s} \frac{1}{\sqrt{\xi^2(\mathbf{k}) + \Delta_s^2}} \quad (83)$$

для каждой из областей \mathcal{E}_s с логарифмической точностью могут быть оценены как

$$\begin{aligned} f_s &= g \ln \left(\frac{2\hbar\omega_D}{|\Delta_s|} \right), \quad s = 1, 2; \\ f_s &= g \ln \left(\frac{\varepsilon_0}{2\hbar\omega_D} \right) \equiv f, \quad s = 3, 4, \end{aligned} \quad (84)$$

где g — плотность состояний, ε_0 — энергетический масштаб области кинематического ограничения, $\varepsilon_0 \gg \hbar\omega_D$.

Система уравнений (82) может быть сведена [129] к системе двух уравнений для величин A_1 и A_2 :

$$A_1 + w_0 f A_2 = \gamma V [f_1 A_1 + f_2 A_2] - w_0 f_2 A_2, \quad (85)$$

$$A_2 + w_0 f A_1 = \gamma V [f_1 A_1 + f_2 A_2] - w_0 f_1 A_1,$$

где $2w_0 = U$, $\gamma = (1 + w_0 f)/2$.

Полученная система уравнений оказывается инвариантной по отношению к преобразованиям $A_1 \rightarrow -A_2$ и $A_1 \rightarrow A_2$ и поэтому допускает два решения.

Асимметричное решение $A_1 = -A_2$ приводит к тому, что $A_3 \rightarrow A_1$ и $A_4 \rightarrow -A_2$, где A_3 и A_4 — решения системы уравнений самосогласования вне полосы ЭФВ притяжения в областях внутри и вне окружности нулей соответственно. В этом случае ЭФВ константа связи V выпадает из системы уравнений, и единственный независимый параметр, характеризующий энергетическую щель, принимает вид

$$A_1 = 2\varepsilon_0 \exp\left(-\frac{1}{gw_0}\right) \quad (86)$$

при любом значении V .

Симметричное решение $A_1 = A_2$ имеет вид

$$A_1 = 2\hbar\omega_D \exp\left(-\frac{1}{gV^*}\right), \quad (87)$$

где $V^* = V - V_0$, $V_0 = w_0/[1 + gw_0 \ln(\varepsilon_0/\hbar\omega_D)]$. Таким образом, симметричное решение существует, если $V > V_0$ в соответствии с неравенством (1). Значения параметров энергетической щели вне полосы ЭФВ притяжения равны

$$A_3 = A_4 = -\frac{A_1 w_0}{V[1 + gw_0 \ln(\varepsilon_0/\hbar\omega_D)] - w_0}. \quad (88)$$

При слабом ЭФВ притяжении, $V < V_0$, спаривание обусловлено кулоновским отталкиванием с асимметричным параметром порядка с расширенной s-волновой симметрией. Возникновение симметричного решения при $V > V_0$ соответствует возрастанию вклада изотропной компоненты параметра порядка до тех пор, пока при

$$V > \frac{2w_0}{1 - g^2 w_0^2 [\ln(\varepsilon_0/\hbar\omega_D)]^2}$$

его симметрия не изменится до анизотропной s-волновой (без нулей на контуре Ферми).

На рисунке 15а представлена диаграмма, иллюстрирующая конкуренцию спаривающего кулоновского отталкивания и ЭФВ притяжения. В сильно коррелированной электронной системе при слабом ЭФВ (область I на диаграмме) имеет место кулоновское спаривание, тогда как в противоположном предельном случае (область III) наблюдается ЭФВ притяжение, которое с ростом V может привести к тому, что доминирующим окажется куперовский (при $\mathbf{K} = 0$) канал сверхпроводящего спаривания. Переходная область II соответствует конкуренции кулоновского и ЭФВ каналов спаривания.

Отметим, что если принять кулоновское отталкивание постоянным во всей области кинематического огра-

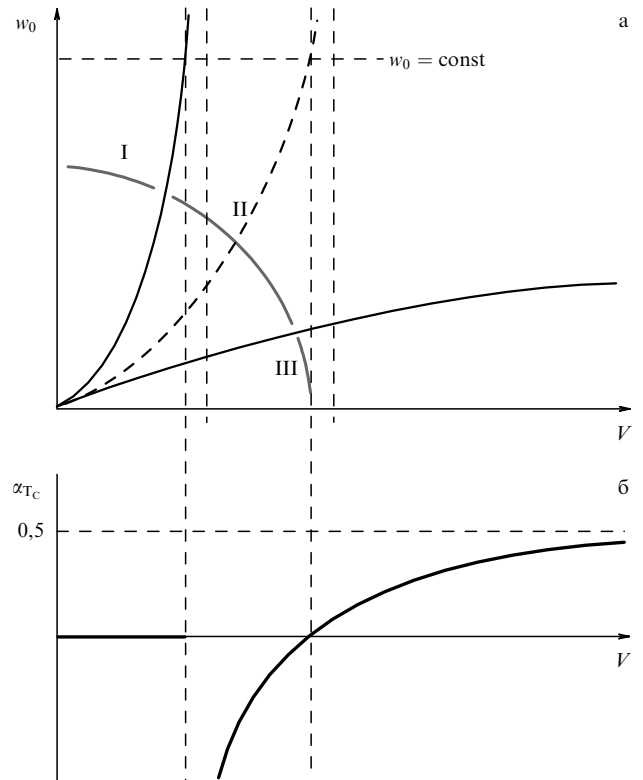


Рис. 15. (а) Конкуренция кулоновского спаривающего отталкивания с ЭФВ притяжением в зависимости от эффективных констант связи w_0 и V . (б) Зависимость показателя изотопического эффекта α_{Tc} от ЭФВ константы связи V при $w_0 = \text{const}$.

ничения ($U_C = \text{const}$), а вклад ЭФВ притяжения отличным от нуля и также постоянным в окрестности контура Ферми, т.е. в системе уравнений самосогласования (82) выбрать элементы кусочно-постоянного ядра в виде $U_{11} = U_C - V$, $U_{12} = U_{21} = U_{22} \equiv U_C$ (индекс 1 относится к окрестности контура Ферми, в которой существует ЭФВ притяжение, индекс 2 — к остальной части области кинематического ограничения, рис. 14б), то нетривиальное решение существует при известном [28] ограничении (1) на константу ЭФВ притяжения, определяя то ее значение, начиная с которого оказывается возможным сверхпроводящее спаривание. При сделанном предположении о виде элементов $U_{ss'}$ вырожденного ядра решение системы уравнений (38) определяет параметр энергетической щели, имеющий разные знаки в областях Ξ_1 и Ξ_2 . Таким образом, $\Delta(\mathbf{k})$ имеет линии нулей, совпадающие с границей области ЭФВ притяжения, т.е. не пересекающие контур Ферми [129].

Учет обмена антиферромагнитными магнонами также может быть выполнен в рамках полуфеноменологической схемы, основанной на системе уравнений самосогласования (38). Для контура Ферми в виде четырех дырочных карманов константы связи, соответствующие такому спаривающему взаимодействию, соответствуют отталкиванию для рассеяния внутри кармана и между карманами вдоль диагонали зоны Бриллюэна и притяжению для рассеяния между ближайшими соседними карманами. Взаимодействие, обусловленное обменом антиферромагнитными магнонами, относительно слабо влияет на величину параметра энергетической щели, которая в основном определяется кулоновским спарива-

нием. Однако при определенных соотношениях между константами связи это взаимодействие может приводить к изменению симметрии параметра порядка от расширенной s -волновой к d -волновой с дополнительными (связанными с кулоновским отталкиванием при спаривании с большим импульсом) нулями на контуре Ферми.

23. Изотопический эффект

Спаривание, обусловленное ЭФВ притяжением, приводит к универсальной зависимости температуры сверхпроводящего перехода и других характеристик сверхпроводника от его изотопического состава. В этом случае показатель изотопического эффекта для T_c ,

$$\alpha_{T_c} = -\frac{d \ln T_c}{d \ln M} = \frac{1}{2} \frac{d \ln \Delta}{d \ln 2\hbar\omega_D}, \quad (89)$$

равен 0,5. Здесь M — масса атома, изменяемая при изотопическом замещении.

В купратных сверхпроводниках наиболее изучен изотопический эффект при замещении кислорода: $^{16}\text{O} \rightarrow ^{18}\text{O}$ [130–133]. В оптимально допированных соединениях наблюдается отклонение α_{T_c} от универсального для ЭФВ механизма сверхпроводимости значения 0,5, возрастающее с уменьшением допирования.

Малые (близкие к нулю) значения α позволяют предположить, что доминирующим механизмом сверхпроводимости купратов является кулоновское спаривание, которому соответствует показатель изотопического эффекта, строго равный нулю. Однако отличные от нуля и зависящие от допирования значения α_{T_c} , а также наблюдение [134] так называемого отрицательного изотопического эффекта, приводят к выводу о том, что вклад ЭФВ в сверхпроводящее спаривание в купратах не является пренебрежимо малым [37, 135, 136].

Поскольку в купратах сверхпроводящее спаривание имеет место в купратных плоскостях, параметры которых приблизительно одинаковы для всех купратных соединений [18], естественно считать, что кулоновская константа связи w_0 также приблизительно одинакова для всех таких соединений. Используя полученные выражения (86) и (87) для энергетической щели, можно убедиться в том, что в области I, соответствующей слабой ЭФВ связи (рис. 15а), $\alpha_{T_c} = 0$, тогда как в областях III (при сильной ЭФВ связи) и II (соответствующей переходу от расширенной к анизотропной s -волновой симметрии параметра порядка) показатель изотопического эффекта имеет вид

$$\alpha_{T_c} = \frac{1}{2} \left[1 - \left(\frac{w_0}{V[1 + gw_0 \ln(\epsilon_0/\hbar\omega_D)] - w_0} \right)^2 \right]. \quad (90)$$

Зависимость $\alpha_{T_c}(V)$ при $w_0 = \text{const}$ представлена на рис. 15б. При $V/w_0 \rightarrow \infty$ показатель $\alpha_{T_c} \rightarrow 0,5$, а при $V_0 < V < 2V_0$ принимает отрицательные значения.

Различие значений показателя изотопического эффекта в одном и том же купратном соединении при разных уровнях допирования может быть обусловлено тем, что изменение химического состава приводит к соответствующему изменению эффективных констант связи U и V , а также (что, по-видимому, наиболее существенно) к изменению плотности состояний g относительного движения пары, пропорциональной длине

контура Ферми в пределах области кинематического ограничения.

24. Заключение

Сильные кулоновские корреляции в квазидвумерных родительских купратах, приводящие к спиновому антиферромагнитному диэлектрическому основному состоянию и проявляющиеся в допированных соединениях как ближний порядок, играют определяющую роль в формировании электронной структуры купратов. Наблюдаемый в экспериментах по фотоэмиссии контур Ферми допированных купратов располагается в протяженных окрестностях седловых точек электронного закона дисперсии. Приближенный зеркальный нестинг конечных участков контура Ферми для пар частиц с большим суммарным импульсом \mathbf{K} , равным или близким вектору обратной решетки антиферромагнитного родительского соединения, имеет место в достаточно широком интервале допирования в области сверхпроводящего основного состояния.

Идеальному зеркальному нестингу соответствует логарифмическая особенность амплитуды рассеяния двух взаимодействующих частиц при суммарном импульсе \mathbf{K} не только при спаривающем притяжении, как в задаче Купера при $\mathbf{K} = 0$, но и при экранированном кулоновском отталкивании, которое, таким образом, может рассматриваться как фундаментальное спаривающее взаимодействие, определяющее как диэлектрические, так и сверхпроводящие состояния купратов. В случае приближенного зеркального нестинга сверхпроводящее спаривание с $\mathbf{K} \neq 0$ оказывается возможным, если эффективная константа связи превышает некоторое значение, возрастающее по мере отклонения от идеального зеркального нестинга.

Из-за кинематического ограничения, имеющего место при спаривании с $\mathbf{K} \neq 0$, экранированное кулоновское отталкивание допускает также слабо затухающие квазистационарные состояния некогерентных пар, которые могут существовать в широком температурном интервале сильной псевдощели (~ 100 К), соответствующей развитым флуктуациям сверхпроводящего параметра порядка.

Если зеркальный нестинг имеет место не на всем контуре Ферми, а лишь на его части, то не все частицы выпадают в сверхпроводящий конденсат, и двухжидкостное поведение сохраняется вплоть до самых низких температур, проявляясь в наблюдаемой при $T < T_c$ друдевской составляющей оптической проводимости, соответствующей половине и более свободных носителей. В недопированных купратах контур Ферми проявляется в виде дырочных карманов с идеальным зеркальным и обычным нестингом с импульсом, соответствующим антиферромагнитному вектору родительского соединения. В результате ослабления антиферромагнитных корреляций половина дырочного кармана, относящаяся к главной зоне, сохраняет слабо зависящую от допирования спектральную интенсивность, тогда как другая половина, соответствующая теневой зоне, постепенно угасает с ростом допирования. Вероятность спаривания при $\mathbf{K} \neq 0$ носителя из главной зоны с носителем из теневой зоны определяется заполнением последней, и разница заполнений главной и теневой зон равна доле носителей вне сверхпроводящего конденсата,

характеризующей друдевскую составляющую оптической проводимости при $T < T_c$. Подобное проявление внеконденсатных частиц при $T < T_c$ имеет место и в температурной зависимости теплоемкости: $C_V \sim \gamma T$ [137].

В макроскопических уравнениях типа Гинзбурга–Ландау относительная фаза двухкомпонентного сверхпроводящего параметра порядка проявляется как орбитальная токовая степень свободы относительного движения пары. Это допускает возможность фазового перехода внутри сверхпроводящего состояния. Одной из сверхпроводящих фаз соответствует сосуществование сверхпроводимости и циркулярных орбитальных токов (связанных пар вихрь–антивихрь), тогда как другая фаза, отвечающая более высоким уровням доширования, представляет пространственно неоднородный конденсат пар частиц с импульсом $\mathbf{K} \neq 0$. Исследование неоднородных распределений компонент параметра порядка в рамках модели [90] показывает [138, 139], что возникновение токовых состояний в системе сильно коррелированных электронов при большом (в отличие от ФФЛО состояния) суммарном импульсе пары сопровождается уменьшением свободной энергии.

В недодопированной части сверхпроводящей области основным состоянием, конкурирующим со сверхпроводимостью и проявляющимся выше T_c вплоть до температуры слабой псевдощели T^* , является диэлектрическое состояние с орбитальным антиферромагнитным порядком. Псевдощелевое состояние обнаруживает диамагнитное поведение, усиленное в области развитых сверхпроводящих флуктуаций (сильная псевдощель) и проявляющееся как нелинейный эффект Мейснера. Сверхпроводящий параметр порядка как функция импульса относительного движения пары при спаривающем отталкивании имеет линию нулей, пересекающую контур Ферми в области кинематического ограничения. Поэтому линия нулей групповой скорости квазичастиц не совпадает с контуром Ферми, что позволяет объяснить ряд наблюдаемых особенностей сверхпроводящих купратов: слабое андреевское отражение, асимметрию туннельных вольт-амперных характеристик и структуру "peak–dip–hump" туннельных и фотоэмиссионных спектров.

Само наличие линии нулей сверхпроводящего параметра порядка связано с доминирующим спаривающим кулоновским отталкиванием. Взаимодействия, обусловленные обменом фононами или антиферромагнитными магнонами, влияют не только на положение этой линии и амплитуду сверхпроводящей щели, но и определяют соотношения между фазами параметра порядка для каждого из кристаллографически эквивалентных импульсов \mathbf{K} . Этим определяется наблюдаемая симметрия сверхпроводящей щели, а также особенности проявления изотопического эффекта и слабая чувствительность к рассеянию на немагнитных примесях в купратах.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (гранты 05-02-17077а, 06-02-17186а).

Список литературы

1. Bednorz J G, Müller K A Z. *Phys. B* **64** 189 (1986)
2. Anderson P W *Science* **235** 1196 (1987)
3. Takigawa M et al. *Phys. Rev. B* **39** 7371 (1989)
4. Cooper L N *Phys. Rev.* **104** 1189 (1956)
5. Bardeen J, Cooper L N, Schrieffer J R *Phys. Rev.* **108** 1175 (1957)
6. Sachdev S *Science* **288** 475 (2000)
7. Zhang S-C *Science* **275** 1089 (1997)
8. Guidry M et al. *Phys. Rev. B* **63** 134516 (2001)
9. Nayak C *Phys. Rev. B* **62** 4880 (2000)
10. Carlson E W et al., in *The Physics of Superconductors* Vol. 2 (Eds K-H Bennemann, J B Ketterson) (Berlin: Springer-Verlag, 2004) (in press); cond-mat/0206217
11. Klemm R A *Int. J. Mod. Phys. B* **12** 2920 (1998)
12. Tsuei C C, Kirtley J R *Rev. Mod. Phys.* **72** 969 (2000)
13. Zhao G *Phys. Rev. B* **64** 024503 (2001)
14. Brandow B H *Phys. Rev. B* **65** 054503 (2002)
15. Белявский В И, Копаев Ю В *УФН* **174** 457 (2004)
16. Orenstein J, Millis A J *Science* **288** 468 (2000)
17. Lee P A, Nagaosa N, Wen X-G *Rev. Mod. Phys.* **78** 17 (2006)
18. Dagotto E *Rev. Mod. Phys.* **66** 763 (1994)
19. Gofron K et al. *Phys. Rev. Lett.* **73** 3302 (1994)
20. Shen Z-X et al. *Science* **267** 343 (1995)
21. Fujimori A et al. *Physica C* **341–348** 2067 (2000)
22. Norman M R et al. *Nature* **392** 157 (1998); Coleman P *Nature* **392** 134 (1998)
23. Basov D N, Timusk T *Rev. Mod. Phys.* **77** 721 (2005)
24. Chubukov A V, Pines D, Schmalian J, in *The Physics of Superconductors* Vol. 1 (Eds K-H Bennemann, J B Ketterson) (Berlin: Springer-Verlag, 2003) p. 495; cond-mat/0201140
25. Wang Y et al. *Phys. Rev. Lett.* **95** 247002 (2005); cond-mat/0503190
26. Xu Z A et al. *Nature* **406** 486 (2000)
27. Vedenev S I, Maude D K *Phys. Rev. B* **72** 214514 (2005)
28. Боголюбов Н Н, Толмачев В В, Ширков Д В *Новый метод в теории сверхпроводимости* (М.: Изд-во АН СССР, 1958)
29. Москаленко В А *ФММ* **8** 503 (1959)
30. Suhl H, Matthias B T, Walker L R *Phys. Rev. Lett.* **3** 552 (1959)
31. Kohn W, Luttinger J M *Phys. Rev. Lett.* **15** 524 (1965)
32. Базь А И, Зельдович Я Б, Переломов А М *Рассеяние, реакции и распады в нерелятивистской квантовой механике* 2-е изд. (М.: Наука, 1971)
33. Лифшиц Е М, Питаевский Л П *Статистическая физика* Ч. 2 (М.: Физматлит, 2001)
34. Минеев В П, Самохин К В *Введение в теорию необычной сверхпроводимости* (М.: Изд-во МФТИ, 1998)
35. Займан Дж *Принципы теории твердого тела* (М.: Мир, 1974)
36. Каган М Ю, Чубуков А В *Письма в ЖЭТФ* **47** 525 (1988)
37. Максимов Е Г *УФН* **170** 1033 (2000)
38. Berk N F, Schrieffer J R *Phys. Rev. Lett.* **17** 433 (1966)
39. Изюмов Ю А *УФН* **169** 225 (1999)
40. Kuroki K, Arita R *Phys. Rev. B* **64** 024501 (2001)
41. Yang C N *Phys. Rev. Lett.* **63** 2144 (1989)
42. Penson K A, Kolb M *Phys. Rev. B* **33** 1663 (1986)
43. Robaszkiewicz S, Bulka B R *Phys. Rev. B* **59** 6430 (1999)
44. Japaridze G I et al. *Phys. Rev. B* **65** 014518 (2002)
45. Fulde P, Ferrell R A *Phys. Rev.* **135** A550 (1964)
46. Ларкин А И, Овчинников Ю Н *ЖЭТФ* **47** 1136 (1964)
47. Белявский В И, Капаев В В, Копаев Ю В *ЖЭТФ* **118** 941 (2000)
48. Белявский В И, Копаев Ю В *Письма в ЖЭТФ* **73** 87 (2001)
49. Belyavsky V I, Kopaev Yu V *Phys. Rev. B* **67** 024513 (2003)
50. Белявский В И, Копаев Ю В, Софронов В М, Шевцов С В *ЖЭТФ* **124** 1149 (2003)
51. Белявский В И, Капаев В В, Копаев Ю В *Письма в ЖЭТФ* **76** 51 (2002)
52. Kopaev Yu V, Sofronov V M *Phys. Lett. A* **344** 297 (2005)
53. Краснов М Л *Интегральные уравнения* (М.: Наука, 1967)
54. Киржниц Д А, в кн. *Проблема высокотемпературной сверхпроводимости* (Под ред. В Л Гинзбурга, Д А Киржница) (М.: Наука, 1977) Гл. 2
55. Yang K, Sondhi S L *Phys. Rev. B* **62** 11778 (2000)
56. Белявский В И, Копаев Ю В, Тогушова Ю Н, Шевцов С В *ЖЭТФ* **126** 672 (2004)
57. Фихтенгольц Г М *Курс дифференциального и интегрального исчисления* Т. 2 (М.: Физматлит, 1962)
58. Emery V J, Kivelson S A *Nature* **374** 434 (1995)
59. Элиашберг Г М *ЖЭТФ* **38** 966; **39** 1437 (1960)
60. Abrikosov A A *Phys. Rev. B* **63** 134518 (2001)
61. Chiao M et al. *Phys. Rev. B* **62** 3554 (2000)
62. Belyavsky V I, Kopaev Yu V, Togushova Yu N *Phys. Lett. A* **338** 69 (2005)

63. Chakravarty S et al. *Phys. Rev. B* **63** 094503 (2001)
64. Oda M et al. *Physica C* **341–348** 847 (2000)
65. Campuzano J C, Norman M R, Randeria M, in *The Physics of Superconductors* Vol. 2 (Eds K-H Bennemann, J B Ketterson) (Berlin: Springer-Verlag, 2004) (in press); cond-mat/0209476
66. Damascelli A, Hussain Z, Shen Z-X *Rev. Mod. Phys.* **75** 473 (2003)
67. Kampf A, Schrieffer J R *Phys. Rev. B* **42** 7967 (1990)
68. Liechtenstein A I et al. *Phys. Rev. B* **54** 12505 (1996)
69. Freeman A J, Yu J *Helv. Phys. Acta* **61** 401 (1988)
70. Pickett W E et al. *Science* **255** 46 (1992)
71. Лифшиц И М *ЖЭТФ* **38** 1569 (1960)
72. Белявский В И, Капаев В В, Копаев Ю В *Письма в ЖЭТФ* **81** 650 (2005)
73. Садовский М В *УФН* **171** 539 (2001)
74. Chakravarty S, Nayak C, Tewari S *Phys. Rev. B* **68** 100504(R) (2003); cond-mat/0306084
75. Ino A et al. *Phys. Rev. B* **62** 4137 (2000)
76. Morgan B et al., cond-mat/0512459
77. Voebinger G S et al. *Phys. Rev. Lett.* **77** 5417 (1996)
78. Белявский В И, Копаев Ю В, Смирнов М Ю *ЖЭТФ* **128** 525 (2005)
79. Scalapino D J, Loch E (Jr), Hirsch J E *Phys. Rev. B* **35** 6694 (1987)
80. Белявский В И, Копаев Ю В *ЖЭТФ* **127** 45 (2005)
81. Kotegawa H et al. *J. Phys. Chem. Solids* **62** 171 (2001)
82. Scott B A et al. *Physica C* **230** 239 (1994)
83. Kuzemskaya I G, Kuzemsky A L, Cheglokov A A *J. Low-Temp. Phys.* **118** 147 (2000)
84. Chakravarty S, Kee H-Y, Völker K *Nature* **428** 53 (2004)
85. Ren Y, Xu J-H, Ting C S *Phys. Rev. Lett.* **74** 3680 (1995)
86. Ghosh A, Adhikari S K *Phys. Rev. B* **60** 10401 (1999)
87. Shimahara H *J. Phys. Soc. Jpn.* **67** 1872 (1998); cond-mat/0406384
88. Hardy W N et al. *Phys. Rev. Lett.* **70** 3999 (1993)
89. Lee P A, Wen X-G *Phys. Rev. Lett.* **78** 4111 (1997)
90. Babaev E, Faddeev L D, Niemi A J *Phys. Rev. B* **65** 100512 (2002)
91. Ivanov D A, Lee P A, Wen X-G *Phys. Rev. Lett.* **84** 3958 (2000)
92. Lee P A et al. *Phys. Rev. B* **57** 6003 (1998); Lee P A, cond-mat/0201052
93. Weng Z Y, Sheng D N, Ting C S *Phys. Rev. B* **59** 8943 (1999)
94. Muthukumar V N, Weng Z Y *Phys. Rev. B* **65** 174511 (2002)
95. Zhou S, Wang Z *Phys. Rev. B* **70** 020501 (2004); cond-mat/0401436
96. Affleck I, Marston J B *Phys. Rev. B* **37** 3774 (1988)
97. Волков Б А, Горбачевич А А, Копаев Ю В, Тугушев В В *ЖЭТФ* **81** 729 (1981)
98. Ginzburg V L, Gorbatshevich A A, Kopayev Yu V, Volkov B A *Solid State Commun.* **50** 339 (1984)
99. Varma C M *Phys. Rev. B* **55** 14554 (1997); *Phys. Rev. Lett.* **83** 3538 (1999); cond-mat/0507214
100. Kaminski A et al. *Nature* **416** 610 (2002)
101. Fauque B et al., cond-mat/0509210
102. Armitage N P, Hu J, cond-mat/0303186; Kaminski A et al., cond-mat/0306140
103. Belyavsky V I, Копаев Ю В, Смирнов М Ю *Phys. Rev. B* **72** 132501 (2005)
104. Corson J et al. *Nature* **398** 221 (1999)
105. Wang Y et al. *Science* **299** 86 (2003)
106. Anderson P W et al. *Phys. Rev. Lett.* **58** 2790 (1987)
107. Franz M, Tešanović Z, Vafek O *Phys. Rev. B* **66** 054535 (2002)
108. Chakravarty S *Phys. Rev. B* **66** 224505 (2002)
109. Ландау Л Д, Лифшиц Е М *Электродинамика сплошных сред* (М.: Наука, 1992)
110. Копаев Ю В *ФТТ* **12** 3 (1970)
111. Rice T M *Phys. Rev. B* **2** 3619 (1970)
112. Sarma G J. *Phys. Chem. Solids* **24** 1029 (1963)
113. Горьков Л П, Русинов А И *ЖЭТФ* **46** 1363 (1964)
114. Glover R E (III), Tinkham M *Phys. Rev.* **104** 844 (1956); **108** 243 (1957)
115. Ferrell R A, Glover R E (III) *Phys. Rev.* **109** 1398 (1958)
116. Tinkham M, Ferrell R A *Phys. Rev. Lett.* **2** 331 (1959)
117. Basov D N et al. *Science* **283** 49 (1999); Klein M V, Blumberg G *Science* **283** 42 (1999)
118. Hirsch J E, Marsiglio F *Phys. Rev. B* **62** 15131 (2000)
119. Norman M R et al. *Phys. Rev. B* **61** 14742 (2000)
120. Uemura Y J et al. *Phys. Rev. Lett.* **66** 2665 (1991)
121. Homes C C et al. *Nature* **430** 539 (2004)
122. Ландау Л Д, Лифшиц Е М *Статистическая физика Ч. 1* (М.: Физматлит, 2002)
123. Hirsch J E *Physica C* **341–348** 213 (2000)
124. Hirsch J E *Phys. Rev. B* **59** 11962 (1999)
125. Андреев А Ф *ЖЭТФ* **46** 1823 (1964)
126. Deutscher G *Rev. Mod. Phys.* **77** 109 (2005)
127. Копаев Ю В, Софронов В М *Письма в ЖЭТФ* **82** 652 (2005)
128. Blonder G E, Tinkham M, Klapwijk T M *Phys. Rev. B* **25** 4515 (1982)
129. Belyavsky V I, Копаев Ю В, Nguyen N T, Togushova Yu N *Phys. Lett. A* **342** 267 (2005)
130. Zhao G, Singh K K, Morris D E *Phys. Rev. B* **50** 4112 (1994)
131. Zhao G et al. *Nature* **385** 236 (1997)
132. Pringle D J, Williams G V M, Tallon J L *Phys. Rev. B* **62** 12527 (2000)
133. Williams G V M et al. *Phys. Rev. Lett.* **80** 377 (1998)
134. Franck J P, Lawrie D D *J. Supercond.* **8** 591 (1995)
135. Abrikosov A A *Physica C* **341–348** 97 (2000)
136. Zhao G et al. *Phys. Rev. B* **54** 14956 (1996)
137. Loram J W et al. *Physica C* **341–348** 831 (2000)
138. Исаев Л С, Протогенов А П *ЖЭТФ* **123** 1297 (2003)
139. Протогенов А П *УФН* **176** (2006) (в печати)

Superconductivity of repulsive particles

V.I. Belyavsky, Yu.V. Kopayev

*P.N. Lebedev Physics Institute, Russian Academy of Sciences,
Leninskii prosp. 53, 119991 Moscow, Russian Federation
Tel. (7-495) 135-7441, (7-495) 132-0538
E-mail: kopayev@sci.lebedev.ru, vib@box.vsi.ru*

Antiferromagnetic correlations in cuprate superconductors can lead to the Fermi contour being mirror nested near the saddle points of the electron spectrum and to the scattering amplitude being logarithmically singular at a large pair momentum. The Coulomb potential as defined within a kinematically allowed domain yields a negative eigenvalue, thereby enabling superconducting pairing and providing weakly decaying, quasi-stationary, high-momentum paired states. Ginzburg–Landau equations for the two-component superconducting order parameter provide pairs of coupled particles and pairs of coupled orbital-current circulations, which explains such fundamental cuprate properties as the strong and weak pseudogaps, the superconducting transition temperature, the diamagnetic pseudogap state, and details of the isotope effect. A quantum critical point is predicted to exist, as is a transition between two superconducting phases, one of which displays superconductivity coexisting with current circulations.

PACS numbers: **74.20.–z**, **74.20.Mn**, **74.72.–h**

Bibliography — 139 references

Received 13 January 2006, revised 26 January 2006

Uspekhi Fizicheskikh Nauk **176** (5) 457–485 (2006)

Physics–Uspekhi **49** (5) (2006)