

## ФИЗИКА НАШИХ ДНЕЙ

Самоограничение гравитационного поля  
и его роль во Вселенной

С.С. Герштейн, А.А. Логунов, М.А. Мествиришвили

*В статье показано, что согласно релятивистской теории гравитации гравитационное поле, осуществляя своим действием замедление течения времени, само в сильном поле останавливает это замедление. Так проявляется физическое свойство поля к самоограничению гравитационного потенциала. Это свойство поля приводит к остановке коллапса массивных тел и циклическому развитию однородной и изотропной Вселенной.*

PACS numbers: 04.20.-q, 04.70.Bw, 98.80.-k

## Содержание

1. Введение (1207).
  2. Уравнения сферически-симметричного статического гравитационного поля (1209).
  3. Внешнее решение для сферически-симметричного статического тела (1210).
  4. Внутреннее решение типа решения Шварцшильда (1213).
  5. Наблюдаемо ли пространство Минковского? (1216).
  6. Эволюция однородной и изотропной Вселенной (1216).
    - 6.1. Уравнения эволюции масштабного фактора. 6.2. Отсутствие космологической особенности. 6.3. Невозможность неограниченного "расширения Вселенной". 6.4. Эволюция ранней Вселенной. 6.5. Полная относительная плотность вещества и масса гравитона. 6.6. Верхний предел на массу гравитона. 6.7. Интеграл эволюции Вселенной и современное значение масштабного фактора. 6.8. Несовместимость РТГ с существованием постоянного космологического члена ( $\Lambda$ CDM-теория). Необходимость квинтэссенции с  $v > 0$ . 6.9. Начало и конец современного ускоренного расширения. 6.10. Максимальное значение масштабного фактора и интеграл эволюции Вселенной.
  7. Заключение (1224).
- Список литературы (1224).

## 1. Введение

Релятивистская теория гравитации (РТГ) подробно изложена на страницах *УФН* в статье [1]. Поэтому здесь мы

С.С. Герштейн, А.А. Логунов, М.А. Мествиришвили. Государственный научный центр "Институт физики высоких энергий", 142281 Протвино, Московская обл., ул. Победы 1, Российская Федерация  
Тел. (4967) 71-35-75, (4967) 74-25-79. Факс (4967) 74-28-24  
E-mail: Semen.Gershtein@ihep.ru, Anatoly.Logunov@ihep.ru

Статья поступила 6 декабря 2005 г.,  
после доработки 18 апреля 2006 г.

кратко остановимся только на некоторых ее основных положениях.

В основе РТГ лежит специальная теория относительности, что и обеспечивает наличие законов сохранения энергии-импульса и момента количества движения для всех физических процессов, в том числе и для гравитационных. РТГ исходит из гипотезы, что гравитация универсальна и ее источником является сохраняющийся тензор энергии-импульса всех полей материи, в том числе и гравитационного. Именно поэтому гравитационное поле является тензорным полем  $\phi^{\mu\nu}$ . Такой подход находится в соответствии с идеей Эйнштейна, о которой он писал еще в 1913 г. [2]: "...тензор гравитационного поля  $\vartheta_{\mu\nu}$  является источником поля наравне с тензором материальных систем  $\Theta_{\mu\nu}$ . Исключительное положение энергии гравитационного поля по сравнению со всеми другими видами энергии привело бы к недопустимым последствиям". Эта мысль Эйнштейна и была положена в основу построения релятивистской теории гравитации. При построении общей теории относительности (ОТО) вместо тензора энергии-импульса гравитационного поля возник псевдотензор гравитационного поля.

Подход к гравитации, принятый в РТГ, приводит к *геометризации*: возникает эффективное риманово пространство, но только с простой топологией. В результате движение пробного тела в пространстве Минковского под действием гравитационного поля оказывается эквивалентным движению этого тела в эффективном римановом пространстве, созданном гравитационным полем. Силы гравитации являются физическими, а поэтому не могут обратиться в нуль выбором системы координат. Именно это позволяет в теории отделить силы инерции от сил гравитации.

В данной статье не рассматривается процесс излучения гравитационных волн. Он нами не изучался. Но в связи с вопросом о духовых состояниях с отрицательной энергией следует отметить, что, действительно, в линейной теории гравитационного поля включение массы покоя гравитона приводит к тому, что поток волн из-за

наличия спина 0 не является положительно определенным. Однако при наличии массы покоя гравитона скалярная кривизна  $R$  в линейном приближении равна

$$R = \frac{m^2}{2} \phi.$$

Это означает, что волна движется в эффективном римановом пространстве, а поэтому возникает плотность потока вида

$$R\phi^{0i} = \frac{m^2}{2} \phi \phi^{0i}.$$

Эта величина в зависимости от общего знака будет или отрицательной, или положительной.

Как учесть этот поток, нам не было ясно, но позднее в работе [3] мы специально рассмотрели этот вопрос. Особенность геометризованной теории гравитации состоит в том, что в ней плотность тензора энергии-импульса гравитационного поля, определенная по Гильберту как вариация от плотности лагранжиана гравитационного поля по метрическому тензору  $g_{\mu\nu}$ , в отличие от других теорий точно равна нулю, поскольку вне источника она является уравнением для гравитационного поля.

В полевом подходе к гравитации возникает эффективное риманово пространство, но только с простой топологией. Именно поэтому полевые представления не могут привести к ОТО, где топология в общем случае непростая.

Описанные выше представления позволяют записать следующую полную систему уравнений [1, 4, 5]:

$$\left( R^{\mu\nu} - \frac{1}{2} g^{\mu\nu} R \right) + \frac{m^2}{2} \left[ g^{\mu\nu} + \left( g^{\mu\alpha} g^{\nu\beta} - \frac{1}{2} g^{\mu\nu} g^{\alpha\beta} \right) \gamma_{\alpha\beta} \right] = 8\pi G T^{\mu\nu}, \quad (1)$$

$$D_\nu \tilde{g}^{\nu\mu} = 0. \quad (2)$$

Здесь  $T^{\mu\nu}$  — тензор энергии-импульса вещества<sup>1</sup>,  $D_\nu$  — ковариантная производная в пространстве Минковского,  $\gamma_{\alpha\beta}$  — метрический тензор пространства Минковского,  $g_{\alpha\beta}$  — метрический тензор эффективного риманова пространства,  $m = m_g c/\hbar$ ,  $m_g$  — масса гравитона,  $\tilde{g}^{\nu\mu} = \sqrt{-g} g^{\nu\mu}$  — плотность метрического тензора  $g^{\nu\mu}$ ,  $g = \det g_{\mu\nu}$ .

Благодаря наличию в уравнениях (1) массы покоя гравитона уравнения (2) являются следствием уравнений гравитационного поля (1) и уравнений вещества.

Эффективная метрика риманова пространства  $g^{\mu\nu}$  связана с гравитационным полем  $\phi^{\mu\nu}$  соотношением

$$\tilde{g}^{\mu\nu} = \tilde{\gamma}^{\mu\nu} + \tilde{\phi}^{\mu\nu},$$

где

$$\tilde{\gamma}^{\mu\nu} = \sqrt{-\gamma} \gamma^{\mu\nu}, \quad \tilde{\phi}^{\mu\nu} = \sqrt{-\gamma} \phi^{\mu\nu}, \quad \gamma = \det \gamma_{\mu\nu}.$$

Система уравнений (1), (2) общековариантна относительно произвольных преобразований координат и форминвариантна относительно преобразований Ло-

ренца. Она непосредственно следует из принципа наименьшего действия с плотностью лагранжиана

$$L = L_g(\gamma_{\mu\nu}, \tilde{g}^{\mu\nu}) + L_M(\tilde{g}^{\mu\nu}, \phi_A).$$

Здесь

$$L_g = \frac{1}{16\pi} \tilde{g}^{\mu\nu} (G_{\mu\nu}^\lambda G_{\lambda\sigma}^\sigma - G_{\mu\sigma}^\lambda G_{\nu\lambda}^\sigma) - \frac{m^2}{16\pi} \left( \frac{1}{2} \gamma_{\mu\nu} \tilde{g}^{\mu\nu} - \sqrt{-g} - \sqrt{-\gamma} \right),$$

$$G_{\mu\nu}^\lambda = \frac{1}{2} g^{\lambda\sigma} (D_\mu g_{\sigma\nu} + D_\nu g_{\sigma\mu} - D_\sigma g_{\mu\nu}),$$

$\phi_A$  — поля вещества.

Для того чтобы времениподобные и изотропные интервалы в эффективном римановом пространстве не выходили за конус исходного пространства Минковского, достаточно выполнение условий

$$\gamma_{\mu\nu} v^\mu v^\nu = 0, \quad g_{\mu\nu} v^\mu v^\nu \leq 0, \quad (3)$$

где  $v^\nu$  — четырехвектор скорости.

Таким образом, движение пробных тел под действием гравитационного поля всегда происходит *внутри* как риманова конуса, так и конуса пространства Минковского, что и обеспечивает геодезическую полноту.

Тензорное поле  $\tilde{\phi}^{\mu\nu}$  в инерциальной системе координат разлагается на неприводимые представления, соответствующие спинам 2, 1, 0 и 0'. Уравнение (2) исключает спины 1 и 0', оставляя только спины 2 и 0. В РТГ масса покоя гравитона введена при наличии спина 2 и 0. Введение массы гравитона только при спине 2 привело бы к противоречию с наблюдаемыми эффектами в Солнечной системе (отклонение луча света Солнцем, смещение перигелия Меркурия и т.д.), как это показано в работах [6].

Масса покоя гравитона возникает в теории с необходимостью, поскольку только с ее введением и можно рассматривать гравитационное поле как физическое поле в пространстве Минковского, считая его источником полный сохраняющийся тензор энергии-импульса всей материи. Но именно наличие массы покоя гравитона совершенно изменяет как процесс коллапса, так и эволюцию Вселенной.

Когда А. Эйнштейн в 1913 г. связал гравитационное поле с метрическим тензором риманова пространства, оказалось, что такое поле вызывает замедление хода времени физического процесса. Это замедление, в частности, можно проиллюстрировать на примере решения Шварцшильда, сравнивая ход времени в присутствии гравитационного поля с ходом времени для удаленного наблюдателя. Однако в общем случае в ОТО присутствует только метрический тензор риманова пространства, а поэтому в уравнениях Гильберта–Эйнштейна отсутствуют какие-либо признаки инерциального времени пространства Минковского.

Возникновение эффективного риманова пространства в полевой теории гравитации при сохранении пространства Минковского как основного пространства *позволяет сравнить ход времени в гравитационном поле с ходом времени  $t$  в инерциальной системе координат пространства Минковского при отсутствии гравитации.*

<sup>1</sup> Под веществом мы подразумеваем все физические поля материи, кроме гравитационного.

Чтобы показать, что изменение хода времени ведет к появлению силы, обратимся к уравнению Ньютона

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = F.$$

Если в этом уравнении формально перейти от инерциального времени  $t$  ко времени  $\tau$  по правилу

$$d\tau = U(t) dt,$$

то легко получить

$$m \frac{d^2x}{d\tau^2} = \frac{1}{U^2} \left( F - m \frac{dx}{dt} \frac{d}{dt} \ln U \right).$$

Отсюда видно, что изменение хода времени, определяемое функцией  $U$ , ведет к появлению эффективной силы. Но все это здесь имеет чисто формальный характер, поскольку в данном случае нет физической причины, которая изменила бы ход времени. Но именно этот формальный пример показывает, что если в природе идет процесс замедления хода времени, то он неминуемо создает эффективные полевые силы, которые необходимо обязательно учитывать в теории. Физическое гравитационное поле изменяет как ход времени, так и параметры пространственных величин по сравнению с теми же величинами в инерциальной системе пространства Минковского при отсутствии гравитации.

Полевой подход дает возможность глубже понять природу гравитационного поля и прийти к выводу, что гравитационное поле обладает как свойством замедлять течение инерциального времени, так и свойством останавливать процесс замедления. Именно отсюда возникла способность поля к ограничению своей величины (самоограничение) и невозможность остановки течения времени гравитационным полем. Таким образом, согласно РТГ замедление течения инерциального времени и остановка процесса замедления есть одно общее свойство гравитационного поля. В ОТО проявилась только первая часть этого свойства.

Именно это и подтверждает высказывание А.С. Эддингтона: "Звезда должна излучать и излучать, сжиматься и сжиматься — до тех пор пока, как я полагаю, ее радиус не уменьшится до нескольких километров, когда притяжение становится достаточно сильным, чтобы удерживать излучение, и звезда обретет, наконец, покой. Тем самым, я вынужден прийти к выводу, что это почти *reduction ad absurdum* (приведение к абсурду) формулы для релятивистского вырожденного газа. Возможные случайные обстоятельства могли бы предотвратить такое поведение звезды, но я хочу, чтобы был более сильный запрет на такую эволюцию звезды. Я думаю, что должен был бы существовать Закон Природы, который бы не допускал эволюцию звезды столь абсурдным способом"<sup>2</sup>.

Оказывается, что в полевых представлениях о гравитации все это содержится в физическом свойстве гравитационного поля останавливать процесс замедления течения времени и, тем самым, ограничивать свой потенциал, что и останавливает процесс сжатия.

Далее мы на примерах коллапса и эволюции однородной и изотропной Вселенной рассмотрим, как возни-

кает *самоограничение* потенциала гравитационного поля, которое останавливает как процесс замедления времени, так и процесс сжатия вещества.

## 2. Уравнения сферически-симметричного статического гравитационного поля

В инерциальной системе координат интервал в пространстве Минковского в сферических координатах имеет вид

$$d\sigma^2 = (dx^0)^2 - (dr)^2 - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2), \quad (4)$$

где  $x^0 = ct$ . Интервал в эффективном римановом пространстве для сферически-симметричного статического поля записывается в форме

$$ds^2 = U(r)(dx^0)^2 - V(r) dr^2 - W^2(r)(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2). \quad (5)$$

Уравнения (1), (2) РТГ представим в форме

$$R_v^\mu - \frac{1}{2} \delta_v^\mu R + \frac{m^2}{2} \left( \delta_v^\mu + g^{\mu\alpha} \gamma_{\alpha\nu} - \frac{1}{2} \delta_v^\mu g^{\alpha\beta} \gamma_{\alpha\beta} \right) = \kappa T_v^\mu, \quad (6)$$

$$D_\mu \tilde{g}^{\mu\nu} = 0. \quad (7)$$

В развернутом виде уравнение (7) имеет вид

$$\partial_\mu \tilde{g}^{\mu\nu} + \gamma_{\lambda\sigma}^\nu \tilde{g}^{\lambda\sigma} = 0. \quad (8)$$

Здесь  $\gamma_{\lambda\sigma}^\nu$  — символы Кристоффеля пространства Минковского.

Для сферически-симметричного статического источника компоненты тензора  $T_\nu^\mu$  записываются как

$$T_0^0 = \rho(r), \quad T_1^1 = T_2^2 = T_3^3 = -\frac{p(r)}{c^2}, \quad (9)$$

где  $\rho$  — плотность массы,  $p$  — изотропное давление.

Для определения метрических коэффициентов  $U$ ,  $V$  и  $W$  можно воспользоваться уравнениями (6) для значений индексов  $\mu = 0, \nu = 0; \mu = 1, \nu = 1$ :

$$\frac{1}{W^2} - \frac{1}{VW^2} \left( \frac{dW}{dr} \right)^2 - \frac{2}{VW} \frac{d^2W}{dr^2} - \frac{1}{W} \frac{dW}{dr} \frac{d}{dr} \left( \frac{1}{V} \right) + \frac{1}{2} m^2 \left[ 1 + \frac{1}{2} \left( \frac{1}{U} - \frac{1}{V} \right) - \frac{r^2}{W^2} \right] = \kappa \rho, \quad (10)$$

$$\frac{1}{W^2} - \frac{1}{VW^2} \left( \frac{dW}{dr} \right)^2 - \frac{1}{UVW} \frac{dW}{dr} \frac{dU}{dr} + \frac{1}{2} m^2 \left[ 1 - \frac{1}{2} \left( \frac{1}{U} - \frac{1}{V} \right) - \frac{r^2}{W^2} \right] = -\kappa \frac{p}{c^2}. \quad (11)$$

Уравнение (8) принимает вид

$$\frac{d}{dr} \left( \sqrt{\frac{U}{V}} W^2 \right) = 2r \sqrt{UV}. \quad (12)$$

Учитывая тождество

$$\begin{aligned} \frac{dr}{dW} \frac{1}{W^2} \frac{d}{dr} \left( \frac{W}{V} \left( \frac{dW}{dr} \right)^2 \right) &= \\ &= \frac{1}{VW^2} \left( \frac{dW}{dr} \right)^2 + \frac{2}{VW} \frac{d^2W}{dr^2} + \frac{1}{W} \frac{dW}{dr} \frac{d}{dr} \left( \frac{1}{V} \right) \end{aligned}$$

<sup>2</sup> *The Observatory* 58 373 (1935).

и переходя от производных по  $r$  к производным по  $W$ , уравнения (10)–(12) можно записать в форме

$$1 - \frac{d}{dW} \left( \frac{W}{V(dr/dW)^2} \right) + \frac{1}{2} m^2 \left[ W^2 - r^2 + \frac{W^2}{2} \left( \frac{1}{U} - \frac{1}{V} \right) \right] = \kappa W^2 \rho, \quad (13)$$

$$1 - \frac{W}{V(dr/dW)^2} \frac{d}{dW} (\ln UW) + \frac{1}{2} m^2 \left[ W^2 - r^2 - \frac{W^2}{2} \left( \frac{1}{U} - \frac{1}{V} \right) \right] = -\kappa W^2 \frac{p}{c^2}, \quad (14)$$

$$\frac{d}{dW} \left( \sqrt{\frac{U}{V}} W^2 \right) = 2r \sqrt{UV} \frac{dr}{dW}. \quad (15)$$

В солнечной системе влиянием массы покоя гравитона  $m_g$  можно с большой точностью пренебречь, и система уравнений (13)–(15) вне источника в инерциальной системе координат принимает вид

$$1 - \frac{d}{dW} \left( \frac{W}{V(dr/dW)^2} \right) = 0,$$

$$1 - \frac{W}{V(dr/dW)^2} \frac{d}{dW} (\ln UW) = 0,$$

$$\frac{d}{dW} \left( \sqrt{\frac{U}{V}} W^2 \right) = 2r \sqrt{UV} \frac{dr}{dW}.$$

Первые два уравнения точно такие же, как в ОТО, но записаны в гармонических координатах. Последнее уравнение следует из уравнения (2), которое в инерциальной системе координат точно совпадает с гармоническим координатным условием. Такую систему уравнений рассматривал в ОТО В.А. Фок. Легко увидеть, что эта система уравнений для источника с массой  $M$  имеет решение

$$ds^2 = \frac{r - r_g/2}{r + r_g/2} c^2 dt^2 - \frac{r + r_g/2}{r - r_g/2} dr^2 - \left( r + \frac{r_g}{2} \right)^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2).$$

Здесь  $r_g = 2GM/c^2$  — радиус Шварцшильда.

Отсюда для отклонения световых лучей в поле Солнца и для смещения перигелия Меркурия, а также других гравитационных эффектов в Солнечной системе мы получим точно такие же выражения, как и в ОТО в гармонических координатах.

Далее мы будем исследовать систему уравнений (13)–(15) для различных состояний вещества. Именно на основе этих уравнений в разделах 3–5 будет показано, что гравитационное поле обладает свойством *самоограничения*, которое и устанавливает границу для замедления течения времени гравитационным полем.

### 3. Внешнее решение для сферически-симметричного статического тела

Покажем, что наличие массы покоя у гравитона качественно изменяет характер решения в области, близкой к сфере Шварцшильда.

Вычитая уравнение (14) из уравнения (13) и вводя новую переменную

$$Z = \frac{UW^2}{Vr^2}, \quad \dot{r} = \frac{dr}{dt}, \quad t = \frac{W - W_0}{W_0}, \quad (16)$$

получаем

$$\frac{dZ}{dW} - \frac{2Z}{U} \frac{dU}{dW} - 2 \frac{Z}{W} - \frac{m^2 W^3}{2W_0^2} \left( 1 - \frac{U}{V} \right) = -\kappa \frac{W^3}{W_0^2} \left( \rho + \frac{p}{c^2} \right) U. \quad (17)$$

Складывая уравнения (13) и (14), находим

$$1 - \frac{1}{2} \frac{W_0^2}{W} \frac{1}{U} \frac{dZ}{dW} + \frac{m^2}{2} (W^2 - r^2) = \frac{1}{2} \kappa W^2 \left( \rho - \frac{p}{c^2} \right). \quad (18)$$

Рассмотрим уравнения (17) и (18) вне вещества в области, определяемой неравенствами

$$\frac{U}{V} \ll 1, \quad \frac{1}{2} m^2 (W^2 - r^2) \ll 1. \quad (19)$$

В этой области уравнение (18) записывается как

$$U = \frac{1}{2} \frac{W_0^2}{W} \frac{dZ}{dW} = \frac{1}{2} \frac{W_0}{W} \frac{dZ}{dt}. \quad (20)$$

С учетом (20) приведем уравнение (17) к виду

$$Z \frac{d^2 Z}{dW^2} - \frac{1}{2} \left( \frac{dZ}{dW} \right)^2 + \frac{1}{4} m^2 \frac{W^3}{W_0^2} \frac{dZ}{dW} = 0. \quad (21)$$

Введем согласно (16) переменную  $t$ . Тогда уравнение (21) примет форму

$$Z \ddot{Z} - \frac{1}{2} \dot{Z}^2 + \alpha (1+t)^3 \dot{Z} = 0, \quad (22)$$

где  $\alpha = m^2 W_0^2 / 4$ ,  $\dot{Z} = dZ/dt$ . Для значений  $t$ , определяемых неравенством

$$0 \leq t \ll \frac{1}{3}, \quad (23)$$

уравнение (22) упрощается:

$$Z \ddot{Z} - \frac{1}{2} \dot{Z}^2 + \alpha \dot{Z} = 0. \quad (24)$$

Оно имеет решение

$$\lambda \sqrt{Z} = 2\alpha \ln \left( 1 + \frac{\lambda \sqrt{Z}}{2\alpha} \right) + \frac{\lambda^2}{2} t. \quad (25)$$

Здесь  $\lambda$  — произвольная постоянная.

На основании (20) и (16) имеем

$$U = \frac{1}{2} \frac{W_0}{W} \dot{Z}, \quad Vr^2 = \frac{1}{2} W_0 W \frac{\dot{Z}}{Z}. \quad (26)$$

Используя (25), находим

$$\dot{Z} = 2\alpha + \lambda \sqrt{Z}. \quad (27)$$

Подставляя (27) в (26), получаем

$$U = \frac{W_0}{W} \left( \alpha + \frac{\lambda}{2} \sqrt{Z} \right), \quad Vr^2 = W_0 W \frac{\alpha + \lambda \sqrt{Z}/2}{Z}. \quad (28)$$

При  $\alpha = 0$  на основании (25) имеем

$$\sqrt{Z} = \frac{\lambda}{2} t. \quad (29)$$

Подставляя это выражение в (28), находим

$$U = \left(\frac{\lambda}{2}\right)^2 \frac{W - W_0}{W}. \quad (30)$$

Но это выражение для  $U$  должно точно совпадать с решением Шварцшильда

$$U = \frac{W - W_g}{W}, \quad W_g = \frac{2GM}{c^2}. \quad (31)$$

Сравнивая (30) и (31), получаем<sup>3</sup>

$$\lambda = 2, \quad W_0 = W_g. \quad (32)$$

Таким образом находим

$$U = \frac{W_g}{W}(\alpha + \sqrt{Z}), \quad V \dot{r}^2 = W_g W \frac{\alpha + \sqrt{Z}}{Z}. \quad (33)$$

Нам необходимо теперь определить зависимость  $r$  от  $W$  с помощью (15).

Подставляя (33) в уравнение (15) и переходя к переменной

$$l = \frac{r}{W_g}, \quad (34)$$

получаем

$$\frac{d}{d\sqrt{Z}} \left( (1+t) \frac{dZ}{dt} \frac{dl}{d\sqrt{Z}} \right) = 4l. \quad (35)$$

Учитывая (27) и совершая дифференцирование по  $\sqrt{Z}$  в (35), находим

$$(1+t)(\alpha + \sqrt{Z}) \frac{d^2 l}{(d\sqrt{Z})^2} + (1+t + \sqrt{Z}) \frac{dl}{d\sqrt{Z}} - 2l = 0. \quad (36)$$

Так как нас интересует область значений  $t$ , определяемая неравенством (23), то уравнение (36) в этой области упрощается и имеет вид

$$(\alpha + \sqrt{Z}) \frac{d^2 l}{(d\sqrt{Z})^2} + (1 + \sqrt{Z}) \frac{dl}{d\sqrt{Z}} - 2l = 0. \quad (37)$$

Общее решение уравнения (37) записывается в форме

$$l = Al_1 + Bl_2, \quad (38)$$

где

$$l_1 = F(-2, 1 - \alpha, -(\alpha + \sqrt{Z})), \\ l_2 = (\alpha + \sqrt{Z})^2 F(-2 + \alpha, 1 + \alpha, -(\alpha + \sqrt{Z})).$$

Здесь  $A$  и  $B$  — произвольные постоянные,  $F$  — вырожденная гипергеометрическая функция.

Анализ решения (38) приводит в области, определяемой неравенствами (19) и (23), к равенству

$$\dot{r} = W_g. \quad (39)$$

Рассмотрим следующий предельный случай:

$$\sqrt{Z} \gg \alpha. \quad (40)$$

В этом случае из выражения (25) с учетом (32) имеем

$$\sqrt{Z} = t. \quad (41)$$

Подставляя это выражение в (28) и учитывая (32) и (39), получаем решение Шварцшильда

$$U = \frac{W - W_g}{W}, \quad V = \frac{W}{W - W_g}. \quad (42)$$

Отсюда следует, что поскольку в Солнечной системе влиянием массы покоя гравитона можно пренебречь, то на основании (42), применяя уравнение для геодезического движения пробного тела, легко объяснить все наблюдаемые эффекты в Солнечной системе (отклонение луча света в поле Солнца, смещение перигелия Меркурия и т.д.).

Перейдем к другому предельному случаю, где влияние массы гравитона существенно. Пусть теперь имеет место неравенство

$$\sqrt{Z} \ll \alpha. \quad (43)$$

В этом приближении из выражения (25) с учетом (32) находим

$$Z = 2\alpha t. \quad (44)$$

Подставляя это выражение в (28) и учитывая (32) и (39), получаем [7]

$$U = \alpha \frac{W_g}{W}, \quad V = \frac{1}{2} \frac{W}{W - W_g}. \quad (45)$$

Это решение на основании (43) и (44) справедливо в области

$$t \ll \frac{\alpha}{2}, \quad \text{т.е. } W - W_g \ll \frac{1}{2} W_g \left( \frac{m_g c}{\hbar} \frac{W_g}{2} \right)^2.$$

Из (45) следует, что масса гравитона  $m_g$  не допускает обращения величины  $U$  в нуль. Масса покоя гравитона устанавливает для любого тела свой предел на замедление хода времени, который определяется линейной функцией от радиуса Шварцшильда, т.е. от массы тела, и равен

$$\frac{1}{2} \frac{m_g c}{\hbar} W_g.$$

В ОТО такой предел отсутствует. Это свойство гравитационного поля ведет к кардинальному изменению в движении пробного тела в гравитационном поле.

Движение пробного тела происходит по геодезической линии риманова пространства

$$\frac{dv^\mu}{ds} + \Gamma_{\alpha\beta}^\mu \frac{dx^\alpha}{ds} \frac{dx^\beta}{ds} = 0. \quad (46)$$

Здесь  $v^\mu = dx^\mu/ds$  — четырехвектор скорости;  $v^\mu$  удовлетворяет условию

$$g_{\mu\nu} v^\mu v^\nu = 1. \quad (47)$$

<sup>3</sup> Строго говоря, постоянная  $\lambda$  зависит от параметра  $\alpha$ . Но ввиду малости  $\alpha$  учет этой зависимости несуществен.

Рассмотрим радиальное движение

$$v^\theta = v^\phi = 0, \quad v^r = \frac{dr}{ds}. \quad (48)$$

Принимая во внимание, что символ Кристоффеля

$$\Gamma_{01}^0 = \frac{1}{2U} \frac{dU}{dr}, \quad (49)$$

из уравнения (46) находим

$$\frac{dv^0}{ds} + \frac{1}{U} \frac{dU}{dr} v^0 v^r = 0. \quad (50)$$

Решая уравнение (50), получаем

$$\frac{d}{dr} \ln(v^0 U) = 0. \quad (51)$$

Отсюда имеем

$$v_0 = \frac{dx^0}{ds} = \frac{U_0}{U}, \quad (52)$$

где  $U_0$  — постоянная интегрирования. Если принять скорость падающего пробного тела на бесконечности равной нулю, то получим  $U_0 = 1$ . Из соотношения (47) находим

$$\frac{dr}{ds} = -\sqrt{\frac{1-U}{UV}}. \quad (53)$$

Подставляя в это выражение (45) и учитывая (39), получаем

$$\frac{dW}{ds} = -\frac{\hbar}{m_g c} \frac{2}{W_g} \sqrt{2 \frac{W}{W_g} \left(1 - \frac{W_g}{W}\right)}. \quad (54)$$

Отсюда видно, что возникает точка поворота. Дифференцируя (54) по  $s$ , находим

$$\frac{d^2 W}{ds^2} = 4 \left(\frac{\hbar}{m_g c}\right)^2 \frac{1}{W_g^3}. \quad (55)$$

Мы видим, что в точке поворота ускорение положительно, т.е. имеет место отталкивание, и оно значительное. Интегрируя (54), получаем выражение

$$W = W_g + 2 \left(\frac{\hbar}{m_g c}\right)^2 \frac{(s-s_0)^2}{W_g^3},$$

из которого ясно, что пробное тело не может пересечь сферу Шварцшильда.

Согласно выражениям (45) скалярная величина  $g/\gamma$ , где  $g = \det g_{\mu\nu}$ ,  $\gamma = \det \gamma_{\mu\nu}$ , имеет сингулярность в точке  $W = W_g$ , которая не может быть устранена выбором системы координат. Именно поэтому наличие такой сингулярности в вакууме недопустимо, поскольку в противном случае нельзя было бы сшить внешнее решение с решением внутри тела. Отсюда следует вывод, что радиус тела больше радиуса Шварцшильда. Так в РТГ возникает самоограничение на величину поля и тем самым исчезает сама причина появления "шварц-

шильдовской особенности", что полностью соответствует мнению А. Эйнштейна, которое он выразил еще в 1939 г. в статье [8]: "Основным результатом проведенного исследования является четкое понимание того, что в реальном мире отсутствуют «шварцшильдовские сингулярности» (выделено нами. — Авт.)". И далее: "Шварцшильдовская сингулярность отсутствует, так как вещество нельзя концентрировать произвольным образом; в противном случае частицы, образующие скопления, достигнут скорости света (выделено нами. — Авт.)".

В качестве примера рассмотрим гравитационное поле в сжимающейся (синхронной) системе координат. Переход к этой системе координат от инерциальной осуществляется с помощью преобразований

$$dt = \frac{1}{U} [d\tau - dR(1-U)], \quad dW = \sqrt{\frac{1-U}{UV}} (dR - d\tau).$$

В синхронной системе координат интервалы риманова и псевдоевклидова пространства-времени имеют вид

$$\begin{aligned} ds^2 &= d\tau^2 - [1 - U(X)] dR^2 - W^2(X)(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2), \\ d\sigma^2 &= d\tau^2 \frac{1 - \dot{r}^2 U^2}{U^2} + 2 dR d\tau \frac{\dot{r}^2 U^2 - (1-U)}{U^2} - \\ &\quad - dR^2 \frac{\dot{r}^2 U^2 - (1-U)^2}{U^2} - r^2(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2). \end{aligned}$$

Здесь  $X = R - \tau$ ,  $\dot{r} = dr/dX$ .

Уравнения РТГ

$$R_{\mu\nu} = 8\pi G \left( T_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} T \right) + \frac{m^2}{2} (g_{\mu\nu} - \gamma_{\mu\nu}), \quad (56a)$$

$$D_\nu \tilde{g}^{\mu\nu} = 0$$

для задачи, определяемой интервалами  $ds^2$  и  $d\sigma^2$ , приводят вне вещества к уравнениям вида

$$R_{01} = \frac{2\ddot{W}}{W} + \frac{1}{(1-U)W} \dot{U}\dot{W} = \frac{m^2}{2} \left( \frac{1-U}{U^2} - \dot{r}^2 \right), \quad (56b)$$

$$\begin{aligned} R_{00} + R_{01} &= \frac{1}{1-U} \left[ \frac{1}{2} \ddot{U} + \frac{\dot{U}^2}{4(1-U)} + \frac{1}{W} \dot{U}\dot{W} \right] = \\ &= -\frac{m^2}{2} \frac{1-U}{U}. \end{aligned} \quad (56b)$$

В области изменения переменной  $X$ , где массой гравитона в силу ее малости можно пренебречь, из этих уравнений находим

$$W = W_g^{1/3} \left( \frac{3}{2} X \right)^{2/3}, \quad 1-U = \left( \frac{2}{3} W_g \right)^{2/3} X^{-2/3}. \quad (56r)$$

Из выражения (56r) для функции  $U$  следует, что она убывает с уменьшением  $X$ , а ее производная  $\dot{U}$  положительна. Это убывание функции  $U$  продолжается и в области меньших значений  $X$ , так как величина  $\dot{U}$  остается положительной.

В приближении (19) из уравнения (56a) вне вещества находим

$$R_{22} = -\frac{UW}{1-U} \ddot{W} - \frac{U}{1-U} \dot{W}^2 - \frac{W(2-U)}{2(1-U)^2} \dot{U}\dot{W} + 1 = 0.$$

В области малых значений  $0 < U \ll 1$  это уравнение несколько упрощается и принимает вид

$$UW\ddot{W} + U\dot{W}^2 + W\dot{U}\dot{W} - 1 = 0.$$

Это уравнение имеет решение

$$\dot{W} = \frac{X}{UW}.$$

В точке остановки

$$\dot{W} = 0$$

согласно уравнениям (56б) и (56в) вторая производная  $\ddot{W}$  при малых значениях  $U$  положительна, что свидетельствует о наличии силы отталкивания. Именно от этой точки и начинается процесс расширения, который останавливается в области  $X$ , где выполняются равенства (56г). В этой области  $\dot{W}$  отрицательна:

$$\ddot{W} = -\frac{1}{2} W_g^{1/3} \left(\frac{3}{2} X\right)^{-4/3},$$

а следовательно, происходит притяжение. Таким образом, если бы точка остановки находилась вне вещества, то после расширения началось бы сжатие, затем остановка и опять расширение и т.д. Однако реальное гравитационное поле такой режим движения исключает. Если в ОТО для данной задачи имеет место формула

$$W = \left[\frac{3}{2}(R - c\tau)\right]^{2/3} W_g^{1/3},$$

то в данном случае мы получим выражение

$$W = W_g + 2 \left(\frac{\hbar}{m_g c}\right)^2 \frac{(R - c\tau)^2}{W_g^3},$$

которое исключает движение к точке  $W = 0$ . Это означает, что возникла сила отталкивания

$$\frac{d^2 W}{d\tau^2} = \frac{4c^2}{W_g^3} \left(\frac{\hbar}{m_g c}\right)^2.$$

Поскольку гравитационное поле создано веществом и само ограничивает свой потенциал, из приведенного примера следует, что для получения физического решения необходимо считать решение внутри вещества с внешним решением, но для этого требуется, чтобы потенциал гравитационного поля на поверхности тела был по абсолютной величине ограничен неравенством

$$\frac{|\phi|}{c^2} < 1.$$

Именно такое решение, которое соответствует реальному гравитационному полю, и приводит к тому, что точка остановки не может быть в вакууме. Поэтому мировые линии частиц, покоящиеся относительно сжимающейся системы координат, будут сталкиваться с веществом источника поля. Причем эти столкновения будут происходить за конечное время для любого наблюдателя. Все это и исключает режим движения, о котором мы писали выше. В то же время это исключает и возникновение "черных дыр".

Перейдем теперь к анализу внутреннего решения.

#### 4. Внутреннее решение типа решения Шварцшильда

В статье [9] Шварцшильд нашел сферически-симметричное статическое внутреннее решение уравнений общей теории относительности. Для *однородного шара* радиуса  $a$  оно описывается интервалом

$$ds^2 = c^2 \left( \frac{3}{2} \sqrt{1 - qa^2} - \frac{1}{2} \sqrt{1 - qW^2} \right)^2 dt^2 - (1 - qW^2)^{-1} dW^2 + W^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2). \quad (57)$$

Здесь

$$q = \frac{1}{3} \kappa \rho = \frac{2GM}{c^2 a^3}, \quad \kappa = \frac{8\pi G}{c^2}, \quad \rho = \frac{3M}{4\pi a^3}.$$

Общее свойство внешнего и внутреннего решения в ОТО проявляется в том, что при определенном значении  $W$  метрические коэффициенты при дифференциале  $dt^2$  в интервалах обращаются в нуль, а это означает, что гравитационное поле своим действием может не только замедлить ход времени, но даже и *остановить течение времени*. Для внешнего решения метрический коэффициент  $U$  обращается в нуль при равенстве  $W = W_g$ . Чтобы исключить такую возможность, которую теория не запрещает, обычно вынуждены предположить, что радиус тела удовлетворяет неравенству

$$a > W_g. \quad (58)$$

Для внутреннего решения это происходит при равенстве

$$W^2 = 9a^2 - 8 \frac{a^3}{W_g}. \quad (59)$$

Чтобы исключить такую возможность обращения в нуль метрического коэффициента  $U$  внутри тела, необходимо предположить, что

$$a > \frac{9}{8} W_g. \quad (60)$$

Следует подчеркнуть, что неравенства (58) и (60) не являются следствием ОТО.

Внутреннее решение Шварцшильда несколько формально, но интересно прежде всего тем, что оно является точным решением уравнений ОТО. В разделе 3 на примере внешнего решения Шварцшильда показано, что в релятивистской теории гравитации как полевой теории неравенство (58) точно возникает из-за остановки процесса замедления хода времени. Ниже в рамках РТГ мы рассмотрим внутреннее решение типа Шварцшильда.

Внутреннее решение Шварцшильда возникло на основании уравнений Гильберта – Эйнштейна

$$1 - \frac{d}{dW} \left( \frac{W}{V} \right) = \kappa W^2 \rho, \quad (61)$$

$$1 - \frac{1}{V} - \frac{W}{UV} \frac{dU}{dW} = -\kappa \frac{W^2}{c^2} p.$$

Поскольку согласно (57) метрические коэффициенты равны, то

$$U = \left( \frac{3}{2} \sqrt{1 - qa^2} - \frac{1}{2} \sqrt{1 - qW^2} \right)^2, \quad V = (1 - qW^2)^{-1}. \quad (62)$$

Отсюда находим

$$\frac{U'}{U} = qW \left[ \sqrt{1 - qW^2} \left( \frac{3}{2} \sqrt{1 - qa^2} - \frac{1}{2} \sqrt{1 - qW^2} \right) \right]^{-1},$$

$$U' = \frac{dU}{dW}. \quad (63)$$

Подставляя (62) и (63) в уравнение (61), получаем выражение для давления

$$\frac{p}{c^2} = \frac{\rho}{2} \frac{\sqrt{1 - qW^2} - \sqrt{1 - qa^2}}{\sqrt{U}}. \quad (64)$$

Отсюда, в частности, видно, что если бы не было исключено равенство (59), то давление внутри тела на окружности, определяемой этим равенством, обратилось бы в бесконечность. Сингулярность, которая возникает из-за обращения метрического коэффициента  $U$  в нуль, нельзя устранить выбором системы координат, поскольку ее также имеет и скалярная кривизна  $R$ :

$$R = -8\pi G \frac{3\sqrt{1 - qa^2} - 2\sqrt{1 - qW^2}}{\sqrt{U}}. \quad (65)$$

Покажем теперь на примере внутреннего решения типа решения Шварцшильда, что в РТГ благодаря остановке процесса замедления хода времени ситуация принципиально изменяется. Тот же механизм самоограничения поля, который в РТГ привел к неравенству (58) во внешнем решении Шварцшильда, приведет к неравенству типа (60) для внутреннего решения Шварцшильда.

Уравнения для данной задачи мы получим из уравнений (13) и (14). Вводя новую переменную

$$Z = \frac{UW^2}{Vr'^2}, \quad r' = \frac{dr}{dW}$$

и складывая уравнения (13) и (14), имеем

$$1 - \frac{1}{2UW} Z' + \frac{m^2}{2} (W^2 - r^2) = \frac{1}{2} \kappa W^2 \left( \rho - \frac{p}{c^2} \right). \quad (66)$$

Вычитая уравнение (14) из уравнения (13), находим

$$Z' - 2Z \frac{U'}{U} - 2 \frac{Z}{W} - \frac{m^2}{2} W^3 \left( 1 - \frac{U}{V} \right) = -\kappa W^3 \left( \rho + \frac{p}{c^2} \right) U. \quad (67)$$

В нашей задаче компоненты тензора энергии-импульса вещества равны

$$T_0^0 = \rho, \quad T_1^1 = T_2^2 = T_3^3 = -\frac{p(W)}{c^2}.$$

Уравнение вещества

$$\nabla_\nu (\sqrt{-g} T_\mu^\nu) = \partial_\nu (\sqrt{-g} T_\mu^\nu) + \frac{1}{2} \sqrt{-g} T_{\sigma\nu} \partial_\mu g^{\sigma\nu} = 0$$

для данной задачи сводится к следующему:

$$\frac{1}{c^2} \frac{dp}{dW} = - \left( \rho + \frac{p}{c^2} \right) \frac{1}{2U} \frac{dU}{dW}. \quad (68)$$

Поскольку давление возрастает к центру шара, это приводит к неравенству

$$\frac{dU}{dW} > 0, \quad (69)$$

которое свидетельствует, что по мере приближения к центру шара функция  $U$  убывает, а следовательно, идет замедление хода времени по сравнению с инерциальным. Поскольку во внутренней задаче Шварцшильда плотность  $\rho$  принята *постоянной*, уравнение (68) легко решается:

$$\rho + \frac{p}{c^2} = \frac{\alpha}{\sqrt{U}}. \quad (70)$$

Сравнивая (64) и (70), находим постоянную  $\alpha$ :

$$\alpha = \rho \sqrt{1 - qa^2}. \quad (71)$$

Уравнения (66) и (67) в предположении, что

$$m^2(W^2 - r^2) \ll 1, \quad \frac{U}{V} \ll 1,$$

после введения независимой переменной  $y = W^2$  принимают вид

$$Z' = U(1 - 3qy) + \frac{\alpha\kappa}{2} y \sqrt{U}, \quad (72)$$

$$\sqrt{U} Z' - \frac{1}{y} Z \sqrt{U} - 4Z(\sqrt{U})' + \frac{\alpha\kappa}{2} y U - \frac{m^2}{4} y \sqrt{U} = 0. \quad (73)$$

Здесь и далее мы используем обозначение  $Z' = dZ/dy$ .

В разделе 3 при анализе внешнего сферически-симметричного решения Шварцшильда мы видели, что благодаря гравитационной эффективной силе отталкивания метрический коэффициент  $U$ , определяющий замедление хода времени по сравнению с инерциальным, даже в сильном гравитационном поле не обращается в нуль.

Именно поэтому ниже мы будем исследовать поведение решения этих уравнений в области малых значений  $y$ . При массе гравитона, равной нулю, из выражения (62) для малых значений переменной  $y$  имеем

$$\sqrt{U} \simeq \frac{1}{2} (3\sqrt{1 - qa^2} - 1) + \frac{qy}{4} + \frac{1}{16} q^2 y^2. \quad (74)$$

Из этого выражения также видно, что функция  $\sqrt{U}$  для внутреннего решения Шварцшильда может стать равной нулю, если

$$3\sqrt{1 - qa^2} = 1, \quad (75)$$

что и приводит к бесконечному значению в центре шара как давления  $p$ , так и скалярной кривизны  $R$ . Поскольку при наличии массы покоя гравитона уравнения (72), (73) останавливают процесс замедления хода времени, то естественно ожидать, что равенство (75) не может иметь места в физической (вещественной) области для функции  $\sqrt{U}$ . На основании (74) будем искать решение уравнений (72), (73) для функции  $\sqrt{U}$  в форме

$$\sqrt{U} = \beta + \frac{qy}{4} + \frac{1}{16} q^2 y^2, \quad (76)$$

где  $\beta$  — неизвестная постоянная, которую необходимо определить, используя уравнения (72), (73).



Подставляя выражение (76) в уравнение (72) и интегрируя, находим

$$Z = \beta^2 y + \frac{y^2}{2} \left( \frac{\beta q}{2} - 3\beta^2 q + \frac{\alpha \kappa \beta}{2} \right) + \frac{y^3}{3} \left[ \frac{q^2}{8} \left( \beta + \frac{1}{2} \right) - \frac{3\beta}{2} q^2 + \frac{\alpha \kappa q}{8} \right]. \quad (77)$$

Учитывая выражения (76) и (77) в уравнении (73) и пренебрегая малыми членами порядка  $(my)^2$ , получим для определения постоянной  $\beta$  уравнение

$$2\beta^2 q + \beta(q - \alpha \kappa) + \frac{m^2}{3} = 0. \quad (78)$$

Заметим в качестве пояснения, что член, содержащий  $y^2$ , имеет следующий вид:

$$-\frac{qy^2}{48} \left\{ 7[2\beta^2 q + \beta(q - \alpha \kappa)] + 3m^2 \right\}.$$

Принимая во внимание уравнение (78), его можно записать как

$$-\frac{q}{72} m^2 y^2.$$

Учитывая, что по определению

$$\alpha \kappa - q = \frac{\kappa \rho}{3} (3\sqrt{1 - qa^2} - 1),$$

из уравнения (78) получаем

$$\beta = \frac{3\sqrt{1 - qa^2} - 1 + [(3\sqrt{1 - qa^2} - 1)^2 - 8m^2/\kappa\rho]^{1/2}}{4}. \quad (79)$$

Таким образом, метрический коэффициент  $U$ , определяющий процесс замедления хода времени по сравнению с инерциальным, *отличен от нуля*.

Если массу покоя гравитона положить равной нулю, выражение (79), как и следовало ожидать, точно совпадает с постоянным членом выражения (74). Из формулы (79) можно найти минимальное значение величины  $\beta$ :

$$\beta_{\min} = \left( \frac{m^2}{2\kappa\rho} \right)^{1/2}. \quad (80)$$

Величина  $\beta$  в функции  $\sqrt{U}$  определяет границу для процесса замедления хода времени гравитационным полем шара. Это означает, что дальнейшее замедление хода времени гравитационным полем *невозможно*. Именно поэтому скалярная кривизна, определяемая выражением (65), в отличие от ОТО будет всюду конечна. Таким образом, само гравитационное поле благодаря массе покоя гравитона останавливает процесс замедления хода времени.

Согласно (79) равенство (75) из-за наличия массы покоя гравитона *невозможно*, поскольку имеет место неравенство

$$3\sqrt{1 - qa^2} - 1 \geq 2\sqrt{2} \left( \frac{m^2}{\kappa\rho} \right)^{1/2}. \quad (81)$$

Принимая во внимание по определению равенство

$$qa^2 = \frac{W_g}{a},$$

на основании неравенства (81) для  $\kappa\rho \gg m^2$  находим

$$a \geq \frac{9}{8} W_g \left[ 1 + \left( \frac{m^2}{2\kappa\rho} \right)^{1/2} \right]. \quad (82)$$

Это *ограничение на радиус тела*, возникающее при изучении внутреннего решения, *более сильное*, чем ограничение (58), полученное в разделе 3 при анализе внешнего решения. Неравенство (82), как мы видим, непосредственно следует из теории, тогда как в ОТО, чтобы избежать бесконечного давления внутри тела, неравенство (60) вынуждены вводить дополнительно. На основании (70) и (71) находим для давления выражение

$$\frac{p}{c^2} = \frac{-\rho\sqrt{U} + \rho\sqrt{1 - qa^2}}{\sqrt{U}}.$$

Учитывая равенство (80), получаем максимальное давление в центре шара

$$\frac{p}{c^2} \simeq \rho \left[ \frac{2\kappa\rho}{m^2} (1 - qa^2) \right]^{1/2}.$$

Давление в центре шара конечно, тогда как в ОТО согласно (57) оно бесконечно.

Возникающее в релятивистской теории самоограничение на величину гравитационного поля принципиально отличает ее от ОТО Эйнштейна и от ньютоновской теории гравитации, в которых господствуют только *силы притяжения*. В полевой теории гравитации наличие массы покоя гравитона и фундаментальное свойство гравитационного поля останавливать процесс замедления хода времени приводят к тому, что *гравитационная сила* может быть не только *силой притяжения*, но при определенных условиях (в сильных полях) проявляться как *эффективная сила торможения*. Именно она останавливает процесс замедления хода времени гравитационным полем. Гравитационное поле, таким образом, в принципе не может остановить ход времени физического процесса, поскольку оно обладает фундаментальным свойством *самоограничения*.

В разделах 3 и 4 мы видели, что в ОТО метрический коэффициент  $U$ , определяющий замедление течения времени гравитационным полем, может обратиться в нуль. Это обстоятельство отмечал и Р. Фейнман и по этому поводу писал [10]: "...если наша формула для замедления времени была бы правильной, то физические процессы должны были бы остановиться в центре вселенной, так как время там не шло бы совсем. Это не только физически неприемлемое предсказание; так как мы могли бы ожидать, что вещество вблизи края вселенной должно было бы взаимодействовать быстрее, то свет от удаленных галактик должен был бы иметь фиолетовое смещение. На самом деле хорошо известно, что он сдвинут в сторону более низких, более красных частот. Таким образом, наша формула для замедления времени очевидно нуждается в том, чтобы быть обсужденной в дальнейшем в связи с анализом возможных моделей вселенных. Последующая дискуссия является чисто

качественной и предназначена только для того, чтобы стимулировать более мудрые мысли по этому поводу".

Самоограничение потенциала, как мы видели, является важным свойством гравитационного поля. Именно это свойство обеспечивает наличие границы замедления времени. Такая граница с необходимостью должна быть, поскольку противоположное заключение физически неприемлемо. Поэтому любая метрическая полевая теория гравитационного поля должна принять это общее положение как *физический принцип*.

## 5. Наблюдаемо ли пространство Минковского?

Теперь остановимся на вопросе: наблюдаемо ли в принципе пространство Минковского? Для этой цели запишем уравнения (1) в форме

$$\frac{m^2}{2} \gamma_{\mu\nu} = 8\pi G \left( T_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} T \right) - R_{\mu\nu} + \frac{m^2}{2} g_{\mu\nu}.$$

Отсюда видно, что в правой части уравнений содержатся только геометрические характеристики эффективного риманова пространства и величины, определяющие распределение вещества в этом пространстве.

Воспользуемся теперь теоремой Вейля–Лоренца–Петрова [11], согласно которой, "Зная ... уравнения всех времениподобных и всех изотропных геодезических линий, можно определить метрический тензор с точностью до постоянного множителя". Отсюда следует, что путем экспериментального изучения движения частиц и света в римановом пространстве можно в принципе определить метрический тензор  $g_{\mu\nu}$  эффективного риманова пространства. Подставляя далее  $g_{\mu\nu}$  в уравнение, можно получить метрический тензор пространства Минковского. После этого с помощью координатных преобразований можно осуществить переход в инерциальную галилееву систему координат. Так что пространство Минковского в принципе наблюдаемо.

Здесь уместно привести слова В.А. Фока [12]: "Как следует определять прямую: как луч света или как прямую в том евклидовом пространстве, в котором декартовыми координатами служат гармонические координаты  $x_1, x_2, x_3$ ? Нам представляется единственно правильным второе определение. Фактически мы им и пользовались, когда говорили о том, что луч света вблизи Солнца имеет форму гиперболы, — и далее по этому поводу, — соображения, что прямая, как луч света, более непосредственно наблюдаема, это не имеет никакого значения: в определениях решающим является не непосредственная наблюдаемость, а соответствие природе, хотя бы это соответствие и устанавливалось путем косвенных умозаключений".

Инерциальная система координат, как мы видим, связана с распределением вещества во Вселенной. Таким образом, РТГ в принципе дает возможность определить инерциальную систему координат.

## 6. Эволюция однородной и изотропной Вселенной

### 6.1. Уравнения эволюции масштабного фактора

В однородной и изотропной Вселенной интервал в эффективном римановом пространстве может быть

представлен в метрике Фрийдмана–Робертсона–Уолкера:

$$ds^2 = c^2 U(t) dt^2 - V(t) \left[ \frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2) \right], \quad (83)$$

интервал в пространстве Минковского имеет вид

$$d\sigma^2 = c^2 dt^2 - dr^2 - r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2). \quad (84)$$

Уравнения (1), (2) РТГ запишем в форме

$$\frac{m^2}{2} \gamma_{\mu\nu} = 8\pi G \left( T_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} T \right) - R_{\mu\nu} + \frac{m^2}{2} g_{\mu\nu}, \quad (85)$$

$$\partial_\mu \tilde{g}^{\mu\nu} + \gamma_{\lambda\sigma}^\nu \tilde{g}^{\lambda\sigma} = 0. \quad (86)$$

Учитывая, что

$$\begin{aligned} \gamma_{22}^1 &= -r, & \gamma_{33}^1 &= -r \sin^2 \theta, & \gamma_{12}^2 &= \gamma_{13}^3 = r^{-1}, \\ \gamma_{33}^2 &= -\sin \theta \cos \theta, & \gamma_{23}^3 &= \cot \theta, \\ \tilde{g}^{00} &= V^{3/2} U^{-1/2} (1 - kr^2)^{-1/2} r^2 \sin \theta, \\ \tilde{g}^{11} &= -V^{1/2} U^{1/2} (1 - kr^2)^{1/2} r^2 \sin \theta, \\ \tilde{g}^{22} &= -V^{1/2} U^{1/2} (1 - kr^2)^{-1/2} \sin \theta, \\ \tilde{g}^{33} &= -V^{1/2} U^{1/2} (1 - kr^2)^{-1/2} (\sin \theta)^{-1}, \end{aligned} \quad (87)$$

уравнения (86) для  $\nu = 0$  и  $\nu = 1$  можно записать в виде

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{V}{U^{1/3}} \right) = 0, \quad (88)$$

$$-\frac{d}{dr} [(1 - kr^2)^{1/2} r^2] + 2(1 - kr^2)^{-1/2} r = 0. \quad (89)$$

Для компонент  $\nu = 2$  и  $\nu = 3$  уравнения (86) выполняются тождественно. Из уравнений (88) и (89) следует, что

$$\frac{V}{U^{1/3}} = \text{const} = \beta^4 \neq 0, \quad k = 0. \quad (90)$$

Таким образом, поскольку система уравнений РТГ полная, она однозначно приводит, в отличие от ОТО, к единственному решению: плоской пространственной (евклидовой) геометрии Вселенной.

Полагая

$$a^2 = U^{1/3}, \quad (91)$$

получаем

$$ds^2 = \beta^6 \left[ c^2 d\tau_g^2 - \left( \frac{a}{\beta} \right)^2 (dr^2 + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta d\phi^2) \right]. \quad (92)$$

Здесь величина

$$d\tau_g = \left( \frac{a}{\beta} \right)^3 dt \quad (93)$$

характеризует темп замедления хода времени в присутствии гравитационного поля по сравнению с инерциальным временем  $t$ . Общий постоянный численный множитель  $\beta^6$  в интервале  $ds^2$  одинаково увеличивает как время, так и пространственные переменные. Он отра-

жает динамику развития Вселенной глобально, как интеграл движения. Время Вселенной определяется величиной  $d\tau$  как времениподобной частью интервала  $ds^2$ :

$$d\tau = \beta^3 d\tau_g = a^3 dt, \quad (94)$$

$$ds^2 = c^2 d\tau^2 - \beta^4 a^2(\tau)(dr^2 + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta d\phi^2). \quad (95)$$

Тензор энергии-импульса вещества в эффективном римановом пространстве имеет вид

$$T_{\mu\nu} = (\rho + p)U_\mu U_\nu - g_{\mu\nu}p, \quad (96)$$

где  $\rho$  и  $p$  — соответственно плотность и давление вещества в системе его покоя, а  $U_\mu$  — его скорость. Поскольку для интервала (95)  $g_{0i}$  и  $R_{0i}$  равны нулю, из уравнения (85) следует, что

$$T_{0i} = 0 \quad \text{и} \quad U_i = 0. \quad (97)$$

Это означает, что в *инерциальной системе*, определяемой интервалом (84), *вещество* при эволюции Вселенной находится в *состоянии покоя*. Неподвижность вещества в однородной и изотропной Вселенной (отвлекаясь от пекулярных скоростей галактик) в некотором смысле отвечает ранним (дофридмановским) представлениям Эйнштейна о Вселенной.

Так называемое "расширение Вселенной", наблюдаемое по красному смещению, вызвано *не движением вещества, а изменением со временем гравитационного поля*. Это замечание следует иметь в виду, когда употребляется принятый термин "расширение Вселенной".

При описании интервала (95) в собственном времени  $\tau$  интервал исходного пространства Минковского (84) примет вид

$$d\sigma^2 = \frac{c^2}{a^6} d\tau^2 - dr^2 - r^2(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2). \quad (98)$$

На основании (95) и (98), учитывая, что

$$R_{00} = -3 \frac{\ddot{a}}{a}, \quad R_{11} = \beta^4 (a\ddot{a} + 2\dot{a}^2), \quad (99)$$

$$T_{00} - \frac{1}{2} g_{00} T = \frac{1}{2} (\rho + 3p), \quad (100)$$

$$T_{11} - \frac{1}{2} g_{11} T = \frac{1}{2} \beta^4 a^2 (\rho - p),$$

из уравнений (85) для масштабного фактора получим

$$\frac{1}{a} \frac{d^2 a}{d\tau^2} = -\frac{4\pi G}{3} \left( \rho + \frac{3p}{c^2} \right) - \frac{1}{6} (mc)^2 \left( 1 - \frac{1}{a^6} \right), \quad (101)$$

$$\left( \frac{1}{a} \frac{da}{d\tau} \right)^2 = \frac{8\pi G}{3} \rho(\tau) - \frac{1}{12} (mc)^2 \left( 2 - \frac{3}{a^2 \beta^4} + \frac{1}{a^6} \right). \quad (102)$$

В отсутствие вещества и гравитационных волн уравнения (101), (102) имеют тривиальное решение:  $a = \beta = 1$ , т.е. эволюции пустой Вселенной не происходит и эффективное риманово пространство совпадает с пространством Минковского. *Отметим, что в развиваемой теории приобретает физический смысл абсолютное значение масштабного фактора  $a$* . При  $m = 0$  уравнения (101) и (102) совпадают с уравнениями Фрийдмана для эволюции плоской Вселенной. Однако наличие членов с

$m \neq 0$  существенно меняет характер эволюции при малых и больших значениях масштабного фактора.

Появление в уравнениях (101) и (102) дополнительных членов при  $m^2 \neq 0$  (и, в частности, членов  $\sim m^2/a^6$ ) связано с разным ходом инерциального времени  $t$  и физического времени  $\tau$  (94). Поскольку гравитация влияет на ход времени, указанные члены оказываются достаточно большими, чтобы повлиять на характер эволюции в сильных гравитационных полях (несмотря на малость массы гравитона). Именно из-за изменения хода течения инерциального времени в гравитационном поле и возникают силы, которые проявляются как силы отталкивания при сжатии Вселенной или как силы притяжения в конечной стадии расширения. Пропорциональность членов в правой части уравнений (101), (102) квадрату массы гравитона — это проявление того, что только при  $m^2 \neq 0$  эффективное риманово пространство сохраняет связь с базовым пространством Минковского.

## 6.2. Отсутствие космологической особенности

Из ковариантного закона сохранения плотности тензора энергии-импульса  $\tilde{T}^{\mu\nu} = \sqrt{-g} T^{\mu\nu}$

$$\nabla_\mu \tilde{T}^{\mu\nu} = \partial_\mu \tilde{T}^{\mu\nu} + \Gamma_{\alpha\beta}^\nu \tilde{T}^{\alpha\beta} = 0$$

(где  $\nabla_\mu$  — ковариантная производная, а  $\Gamma_{\alpha\beta}^\nu$  — символы Кристоффеля в римановом пространстве), следующего из уравнений (1), (2), и выражения (96) получается соотношение

$$-\frac{1}{a} \frac{da}{d\tau} = \frac{1}{3(\rho + p/c^2)} \frac{d\rho}{d\tau}. \quad (103)$$

Для уравнения состояния вещества  $p = f(\rho)$  выражение (103) определяет зависимость плотности вещества от масштабного фактора. В случае, когда уравнение состояния имеет вид

$$\frac{p}{c^2} = \omega\rho,$$

эта зависимость дается выражением

$$\rho = \frac{\text{const}}{a^{3(\omega+1)}}.$$

Для холодной материи, включающей темную массу и массу барионов,  $\omega_{\text{CDM}} = -1$ ; для радиационной плотности  $\omega_r = 1/3$  и для квинтэссенции  $\omega_q = -1 + v$ ,  $v < 2/3$ . Таким образом, полная плотность вещества в уравнениях (101) и (102) имеет вид

$$\rho = \frac{A_{\text{CDM}}}{a^3} + \frac{A_r}{a^4} + \frac{A_q}{a^{3v}}, \quad (104)$$

где  $A_{\text{CDM}}$ ,  $A_r$  и  $A_q$  — постоянные величины. Согласно (104) при малых значениях масштабного параметра ( $a \ll 1$ ) имеет место радиационно-доминантная стадия эволюции Вселенной:

$$\rho \approx \rho_r = \frac{A_r}{a^4}.$$

Обращаясь к уравнению (102), можно заметить, что при  $a \ll 1$  отрицательный член в правой части уравнения с уменьшением масштабного фактора растет по модулю как  $1/a^6$ . Поскольку левая часть уравнения положи-

тельно определенная, должно существовать минимальное значение масштабного фактора

$$a_{\min} = \frac{mc}{(32\pi G A_r)^{1/2}} = \left( \frac{m^2 c^2}{32\pi G \rho_{\max}} \right)^{1/6}. \quad (105)$$

Наличие минимального значения масштабного фактора (105) означает, что процесс замедления течения времени гравитационным полем при сжатии Вселенной останавливается. Поэтому гравитационное поле не может своим действием остановить течение времени.

Таким образом, *благодаря массе гравитона, а следовательно, благодаря наличию эффективных сил, связанных с изменением хода времени, устраняется космологическая особенность и расширение Вселенной начинается с конечного значения масштабного фактора (105). Именно здесь проявляется удивительное свойство гравитационного поля: создавать в сильных полях силы отталкивания, которые останавливают процесс сжатия Вселенной и далее осуществляют ее ускоренное расширение.*

Следует особо отметить, что обычно употребляемые слова "гравитационные силы сжатия", "гравитационные силы отталкивания" означают, что возрастание и убывание плотности и давления вещества во Вселенной происходит не за счет градиента давления, которого в данном случае нет, а за счет изменения хода времени и объема, занимаемого данной массой, под влиянием действия изменяющегося во времени гравитационного поля.

На основании (101) и (105) определим начальное ускорение, которое явилось "толчком" к расширению Вселенной. Оно равно

$$\frac{1}{a} \frac{d^2 a}{d\tau^2} \Big|_{\tau=0} = \frac{8\pi G}{3} \rho_{\max},$$

а следовательно, в РТГ в радиационно-доминантной стадии Вселенной *в период ускоренного расширения, который предшествует фридмановской стадии расширения*, скалярная кривизна будет отлична от нуля и при  $\tau = 0$

$$R = -\frac{16\pi G}{c^2} \rho_{\max},$$

тогда как в ОТО она равна нулю. Когда масштабный фактор

$$a^2(\tau) = \frac{3}{2} a_{\min}^2,$$

постоянная Хаббла становится максимальной:

$$H_{\max} = 3^{-2} (32\pi G \rho_{\max})^{1/2},$$

при этом скалярная кривизна

$$R = -\left(\frac{2}{3}\right)^3 \frac{16\pi G \rho_{\max}}{c^2},$$

а инвариант

$$R_{\rho\lambda\mu\nu} R^{\rho\lambda\mu\nu} = 8 \times 3^{-7} \left( \frac{32\pi G}{c^2} \rho_{\max} \right)^2.$$

Поскольку скалярная кривизна  $R$  и инвариант  $R_{\rho\lambda\mu\nu} R^{\rho\lambda\mu\nu}$  зависят от  $\rho_{\max}$ , то можно ожидать интенсивного рожде-

ния гравитонов в радиационно-доминантной стадии. Так может возникнуть релятивистский реликтовый гравитационный фон нетеплового происхождения.

### 6.3. Невозможность неограниченного "расширения Вселенной"

Рассматривая гравитационное поле  $\phi^{\mu\nu}$  как физическое поле в пространстве Минковского, необходимо потребовать соблюдения принципа причинности. Это означает, что световой конус в эффективном римановом пространстве должен лежать внутри светового конуса пространства Минковского, т.е. для  $ds^2 = 0$  выполняется требование  $d\sigma^2 \geq 0$ . Записав  $d\sigma^2$  в сферической системе координат

$$d\sigma^2 = c^2 dt^2 - (dr^2 + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta d\phi^2) \quad (106)$$

и определив пространственную часть интервала из условия  $ds^2 = 0$ , имеем

$$d\sigma^2 = c^2 dt^2 \left( 1 - \frac{a^4}{\beta^4} \right) \geq 0,$$

т.е.

$$(a^4 - \beta^4) \leq 0. \quad (107)$$

Таким образом, масштабный фактор  $a$  ограничен условием  $a \leq \beta$ , поэтому естественно было бы принять его максимальное значение

$$a_{\max} = \beta.$$

При таком выборе  $a_{\max}$  темп хода времени  $d\tau_g$  в точке остановки расширения Вселенной становится равным темпу хода инерциального времени  $t$  в пространстве Минковского, хотя вторая производная  $\ddot{a}$ , а следовательно, и скалярная кривизна  $R$  отличны от нуля. От этой точки идет сжатие под действием сил притяжения и будет происходить замедление темпа хода времени  $d\tau_g$  вплоть до точки остановки сжатия, когда под действием уже сил отталкивания начнется обратный процесс ускорения темпа хода времени  $d\tau_g$  до темпа хода инерциального времени  $t$  пространства Минковского. *Именно все эти физические следствия с необходимостью требуют выполнения условия  $a_{\max} = \beta$ . Как мы увидим далее (см. раздел 6.7), значение величины  $\beta$  определяется интегралом движения.*

Условие (107) не допускает неограниченного роста масштабного фактора со временем, т.е. неограниченного "расширения" Вселенной (в указанном выше смысле). Отметим, что сама Вселенная при этом бесконечна, поскольку радиальная координата определена в области  $0 \leq r \leq \infty$ .

### 6.4. Эволюция ранней Вселенной

В радиационно-доминантной стадии Вселенной ( $\rho = \rho_r$ ) при  $a \ll 1$  уравнения (101), (102) принимают вид

$$\left( \frac{1}{\xi} \frac{d\xi}{d\tau} \right)^2 = \frac{1}{\tau_r^2} \left( 1 - \frac{1}{\xi^2} \right) \frac{1}{\xi^4}, \quad (108)$$

$$\frac{1}{\xi} \frac{d^2 \xi}{d\tau^2} = \frac{1}{\tau_r^2} \left( \frac{2}{\xi^2} - 1 \right) \frac{1}{\xi^4}, \quad (109)$$

где

$$\xi = \frac{a(\tau)}{a_{\min}}, \quad \tau_r = \left( \frac{3}{8\pi G \rho_{\max}} \right)^{1/2}.$$

Решением уравнения (108) является

$$\frac{\tau}{\tau_r} = \frac{1}{2} \left\{ \xi(\xi^2 - 1)^{1/2} + \ln [\xi + (\xi^2 - 1)^{1/2}] \right\}. \quad (110)$$

При  $\xi - 1 \ll 1$  ( $\tau \ll \tau_r$ )

$$a \simeq a_{\min} \left[ 1 + \frac{1}{2} \left( \frac{\tau}{\tau_r} \right)^2 - \frac{7}{24} \left( \frac{\tau}{\tau_r} \right)^4 \right].$$

Складывая уравнения (108) и (109), получаем

$$\frac{\ddot{a}}{a} + \left( \frac{\dot{a}}{a} \right)^2 = \frac{(mc)^2}{12a^6},$$

где  $\dot{a} = da/d\tau$ .

В ОТО левая часть этого уравнения в радиационно-доминантной области точно равна нулю, а поэтому имеет место стадия Фридмана, когда масштабный фактор  $a(\tau)$  изменяется со временем по закону  $\tau^{1/2}$ . В РТГ согласно этому уравнению существует в радиационно-доминантной фазе "дофридмановская" стадия развития Вселенной, где скалярная кривизна

$$R = -\frac{1}{2} (mc)^2 \frac{1}{a^6}.$$

При этом горизонт частиц равен

$$R_{\text{part}}(\tau) = a(\tau) \int_0^\tau \frac{c d\tau'}{a(\tau')} \simeq c\tau \left( 1 + \frac{1}{3} \frac{\tau^2}{\tau_r^2} \right).$$

Ускоренное расширение происходит, согласно (109), до значений  $\xi = \sqrt{2}$  (т.е.  $a = \sqrt{2} a_{\min}$ ) за время

$$\tau_{\text{in}} = \tau_r \frac{1}{2} [\sqrt{2} + \ln(1 + \sqrt{2})] \simeq 1,15\tau_r.$$

Величина  $\dot{a}/a$  достигает своего максимального значения  $(\dot{a}/a)_{\max} = 2/3\sqrt{3}\tau_r$  несколько раньше: при  $a/a_{\min} = \sqrt{3}/2$  и при  $\tau \sim 0,762\tau_r$ . Большое ускорение при росте масштабного фактора от его минимального значения  $(\dot{a}/a)_0 = 1/\tau_r^2$  связано с эффективными силами, возникающими из-за различия хода времени  $t$  и  $\tau$  (см. уравнение (94)), обусловленного действием гравитации. Именно эти силы вызваны членом  $m^2/a^6$  в уравнениях (101), (102). При  $\tau > \tau_{\text{in}}$  ускорение сменяется замедлением. При  $\xi \gg 1$  расширение (110) выходит на фридмановский режим, соответствующий радиационно-доминантной стадии

$$a(\tau) = a_{\min} \xi \simeq a_{\min} \left( \frac{2\tau}{\tau_r} \right)^{1/2}$$

и известной для этого режима зависимости

$$\rho \simeq \rho_r(\tau) = \frac{3}{32\pi G \tau^2}, \quad \tau \gg \tau_r. \quad (111)$$

Для выполнения в первые секунды после начала расширения условий первичного нуклеосинтеза достаточно, чтобы величина  $\tau_r \lesssim 10^{-2}$  с. Соответствующее

этому требованию ограничение на величину  $\rho_{\max}$  довольно слабое:

$$\rho_{\max} > 2 \times 10^{10} \text{ г см}^{-3}.$$

Значение  $\rho_{\max}$  при энергиях  $kT \simeq 1$  ТэВ, соответствующих электрослабой шкале, и при учете всех степеней свободы лептонов, кварков и т.д. составляет

$$\rho_{\max} \simeq 10^{31} \text{ г см}^{-3},$$

а на шкале Великого объединения  $kT \simeq 10^{15}$  ГэВ

$$\rho_{\max} \simeq 10^{79} \text{ г см}^{-3}.$$

Таким образом, поскольку масштабный фактор  $a$  не может обратиться в нуль, это означает, что согласно РТГ никакого *Большого взрыва* во Вселенной не могло быть. В прошлом всюду во Вселенной *вещество* находилось в гравитационном поле в состоянии большой плотности и высокой температуры, затем оно развивалось так, как описано выше.

### 6.5. Полная относительная плотность вещества и масса гравитона

Пусть  $a_0$  — современное значение масштабного множителя, а  $\rho_c^0$  — критическая плотность, связанная с современным значением постоянной Хаббла

$$H = \left( \frac{1}{a} \frac{da}{dt} \right)_0$$

соотношением

$$H^2 = \frac{8\pi G}{3} \rho_c^0.$$

Вводя переменную

$$x = \frac{a}{a_0}$$

и отношение плотностей

$$\Omega_r^0 = \frac{\rho_r^0}{\rho_c^0}, \quad \Omega_m^0 = \frac{\rho_m^0}{\rho_c^0}, \quad \Omega_q^0 = \frac{\rho_q^0}{\rho_c^0},$$

с учетом соотношения (104) можно записать уравнения (101), (102) в виде

$$\left( \frac{1}{x} \frac{dx}{d\tau} \right)^2 = H^2 \left[ \frac{\Omega_r^0}{x^4} + \frac{\Omega_m^0}{x^3} + \frac{\Omega_q^0}{x^{3\nu}} - \frac{f^2}{6} \left( 1 - \frac{3}{2\beta^4 a^2} + \frac{1}{2a^6} \right) \right], \quad (112)$$

$$\frac{1}{x} \frac{d^2 x}{d\tau^2} = -\frac{H^2}{2} \left[ \frac{2\Omega_r^0}{x^4} + \frac{\Omega_m^0}{x^3} - 2 \left( 1 - \frac{3\nu}{2} \right) \frac{\Omega_q^0}{x^{3\nu}} + \frac{f^2}{3} \left( 1 - \frac{1}{a^6} \right) \right], \quad (113)$$

где

$$f = \frac{mc}{H} = \frac{m_g c^2}{\hbar H}. \quad (114)$$

Для современного значения величин при  $a_0 \gg 1$  уравнение (112) дает соотношение

$$1 = \Omega_{\text{tot}}^0 - \frac{f^2}{6},$$

т.е. полная относительная плотность

$$\Omega_{\text{tot}}^0 = \frac{\rho_{\text{tot}}^0}{\rho_c^0} = \Omega_r^0 + \Omega_m^0 + \Omega_q^0 = 1 + \frac{f^2}{6}. \quad (115)$$

Таким образом, Вселенная, обладающая (по РТГ) евклидовой пространственной геометрией, должна иметь  $\Omega_{\text{tot}}^0 > 1$ , в то время как в теориях с первоначальным инфляционным расширением, приводящим к плоской геометрии, должно с большой точностью ( $\sim 10^{-3} - 10^{-5}$ ) выполняться условие  $\Omega_{\text{tot}}^0 = 1$ . Уравнение (115) предоставляет возможность оценить массу гравитона по новейшим экспериментальным измерениям  $\Omega_{\text{tot}}^0$  и  $H$ .

### 6.6. Верхний предел на массу гравитона

Определение космологических параметров, исходя из наблюдения угловой асимметрии микроволнового реликтового излучения (СМВ), систематически приводит к среднему значению  $\Omega_{\text{tot}}^0 > 1$ . Это относится как к первым количественным экспериментам COBE [13], Maxima-1 [14] и Boomerang-98 [15], совместная обработка которых [16] дает значение  $\Omega_{\text{tot}}^0 = 1,11 \pm 0,07$ , так и к превосходным данным эксперимента WMAP [17–19], которые одни (без привлечения данных по наблюдению сверхновых SN1a [20, 21] и каталога галактик (2dFGRS [22] и SDSS [23]) дают в зависимости от выбора параметров значения

$$\Omega_{\text{tot}}^0 = 1,095_{-0,144}^{+0,094} \quad \text{и} \quad \Omega_{\text{tot}}^0 = 1,086_{-0,128}^{+0,057}.$$

В пределах ошибок эти значения, разумеется, не противоречат значению  $\Omega_{\text{tot}}^0 = 1$ , вытекающему из модели инфляции, однако они могут указывать и на существование ненулевой массы гравитона согласно соотношениям (114), (115). Во всяком случае, если взять значение  $\Omega_{\text{tot}}^0 = 1,3$ , более чем на  $2\sigma$  превышающее среднее значение  $\Omega_{\text{tot}}^0$ , мы получим из (114), (115) с вероятностью 95 % верхний предел на массу гравитона. Величину  $f$  из (114) удобно представить в виде отношения массы гравитона к величине

$$m_H = \frac{\hbar H}{c^2} = 3,80 \times 10^{-66} h,$$

которую можно было бы назвать "массой Хаббла". При  $f^2/6 = 0,3$  верхний предел на массу гравитона составляет [24]

$$m_g \leq 1,34 m_H \approx 5,1 \times 10^{-66} h,$$

или при  $h = 0,70$

$$m_g < 3,6 \times 10^{-66} \text{ г}. \quad (116)$$

Комптоновская длина гравитона оказывается сравнимой с хаббловским радиусом Вселенной  $c/H$ :

$$\frac{\hbar}{m_g c} \leq 0,75 \frac{c}{H}.$$

Полученные ранее оценки верхнего предела на массу гравитона были основаны на том, что гравитационный потенциал при наличии ненулевой массы гравитона должен иметь форму потенциала Юкавы. Исходя из анализа динамики кластеров галактик и консервативных оценок расстояний ( $\sim 580$  кпс), на которых еще существует гравитационная связь между галактиками в кластерах, в работах [25, 26] получили верхний предел на

массу гравитона

$$m_g < 2 \times 10^{-62} \text{ г}.$$

Наша оценка (116) более чем в 5000 раз усиливает указанное ограничение. Это связано с тем, что последовательное рассмотрение гравитационного поля в пространстве Минковского включает в себя не только уравнение, согласно которому потенциал слабого гравитационного поля имеет форму потенциала Юкавы, но и общие уравнения гравитации (1), (2), согласующиеся со всеми гравитационными явлениями в Солнечной системе и применимые ко всей Вселенной, т.е. на расстояниях порядка  $c/H \simeq 10^{28}$  см, в 5000 раз больших, чем расстояния между гравитационно связанными галактиками в кластерах.

### 6.7. Интеграл эволюции Вселенной и современное значение масштабного фактора

Воспользовавшись соотношением (103), можно исключить давление  $p$  в уравнении (101) и привести его к виду

$$\frac{1}{a} \frac{d^2 a}{d\tau^2} = \frac{4\pi G}{3} \left( a \frac{d\rho}{da} + 2\rho \right) - \frac{1}{6} (mc)^2 \left( 1 - \frac{1}{a^6} \right),$$

а в дальнейшем записать его в форме

$$\frac{d^2 a}{d\tau^2} + \frac{dV}{da} = 0, \quad (117)$$

где

$$V = -\frac{4\pi G}{3} a^2 \rho + \frac{(mc)^2}{12} \left( a^2 + \frac{1}{2a^4} \right). \quad (118)$$

Умножив обе части уравнения (117) на  $da/d\tau$ , получим

$$\frac{d}{d\tau} \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{da}{d\tau} \right)^2 + V \right] = 0,$$

или

$$\frac{1}{2} \left( \frac{da}{d\tau} \right)^2 + V = E = \text{const}. \quad (119)$$

Выражение (119) напоминает энергию единичной массы. Если бы величина  $a$  имела размерность длины, то первый член в (119) соответствовал бы кинетической энергии, а второй — потенциальной. Величина

$$-\frac{4\pi G}{3} a^2 \rho$$

в (118) соответствует гравитационному потенциалу на границе шара с радиусом  $a$ , заполненному веществом с постоянной плотностью  $\rho$ , а дополнительные члены в (118), пропорциональные  $m^2$ , — эффективным силам, возникающим, как было отмечено выше, из-за влияния гравитации на ход времени.

Величина  $E$  является интегралом эволюции Вселенной. Она крайне мала, но при  $m \neq 0$  отлична от нуля. Выразив  $(da/d\tau)^2$  из уравнения (102) и подставив его в равенство (119), получим

$$E = \frac{(mc)^2}{8\beta^4}. \quad (120)$$

Таким образом, постоянная  $\beta$  (см. (107)), входящая в интервал (95) и согласно (107) ограничивающая рост

масштабного фактора  $a$ , выражается через интеграл движения  $E$ .

В дальнейшем нам понадобится современное значение масштабного фактора  $a_0$ . Оценку этой величины можно получить из следующих соображений. Предполагая, что эволюция Вселенной начинается в радиационно-доминантную эпоху, для отношения  $a_0/a_{\min}$  имеем

$$\frac{a_0}{a_{\min}} = \left( \frac{\rho_{\max}}{\rho_r^0} \right)^{1/4},$$

где  $\rho_r^0$  — современная плотность радиационной энергии. В свою очередь,  $\rho_r^0$  может быть выражена через относительную плотность  $\Omega_r^0$  и критическую плотность  $\rho_c^0$ :

$$\rho_r^0 = \Omega_r^0 \rho_c^0 = \Omega_r^0 \frac{3H^2}{8\pi G}.$$

Таким образом,

$$\frac{a_0}{a_{\min}} = \left( \frac{8\pi}{3} \frac{G\rho_{\max}}{H^2\Omega_r^0} \right)^{1/4} \approx 1,34 \times 10^{10} (G\rho_{\max})^{1/4},$$

где  $G\rho_{\max}$  выражено в  $\text{с}^{-2}$ . (При вычислении числового множителя в указанном выражении использовалось стандартное значение  $H = h/3,0857 \times 10^{17} \text{с}$  и  $\Omega_r^0 = \Omega_\gamma^0 = 2,471 \times 10^{-5}/h^2$ .)

Используя далее определение (114), можно представить значение  $a_{\min}$ , указанное в (105), в виде

$$\begin{aligned} a_{\min} &= \left( \frac{f^2}{6} \right)^{1/6} \left( \frac{3}{16\pi} \frac{H^2}{G\rho_{\max}} \right)^{1/6} = \\ &= 8,21 \times 10^{-7} \left( \frac{f^2}{6} \right)^{1/6} \frac{1}{(G\rho_{\max})^{1/6}}, \end{aligned}$$

где согласно (115)

$$\frac{f^2}{6} = \Omega_{\text{tot}}^0 - 1.$$

На электрослабой шкале

$$a_{\min} \simeq 5 \times 10^{-11},$$

а на шкале Великого объединения

$$a_{\min} \simeq 5 \times 10^{-19}.$$

Для величины  $a_0$  из соотношения  $a_0/a_{\min}$  имеем<sup>4</sup>

$$\begin{aligned} a_0 &= \left( \frac{f^2}{6} \right)^{1/6} \left( \frac{2\pi}{3} \frac{G\rho_{\max}}{H^2} \right)^{1/12} \frac{1}{(\Omega_r^0)^{1/4}} \simeq \\ &\simeq 1,1 \times 10^4 \left( \frac{f^2}{6} \right)^{1/6} (G\rho_{\max})^{1/12}. \end{aligned} \quad (121)$$

<sup>4</sup> При численной оценке в качестве относительной плотности релятивистских частиц  $\Omega_r^0$  взята относительная плотность микроволнового релятивистского излучения  $\Omega_\gamma^0$ , поскольку из данных по нейтринным осцилляциям следует, что, по крайней мере, два типа нейтрино в настоящее время являются нерелятивистскими. При экстраполяции к ранней Вселенной следовало бы, конечно, учитывать, что температура реликтового излучения в ходе эволюции повысилась за счет аннигиляции  $e^+e^-$ , до момента аннигиляции она была равна температуре нейтринного газа, который в это время

При  $\rho_{\max}$ , взятом на электрослабой шкале,

$$a_0 \simeq 5 \times 10^5,$$

а на шкале Великого объединения

$$a_0 \simeq 5,5 \times 10^9.$$

В РТГ приобретает смысл абсолютная величина масштабного фактора (см. раздел 6.1). При среднем значении  $\Omega_{\text{tot}} = 1,02$  (т.е.  $f^2/6 = 0,02$ ) и  $\rho_{\max} \gtrsim 10^{10} \text{г см}^{-3}$  величина  $a_0 \gg 1$ . Это оправдывает приближения, сделанные при выводе равенства (115).

### 6.8. Несовместимость РТГ с существованием постоянного космологического члена (ΛCDM-теория). Необходимость квинтэссенции $\epsilon > 0$

Как уже отмечалось, при рассмотрении гравитационного поля в качестве физического поля в пространстве Минковского необходимо потребовать выполнения принципа причинности. Это требование, примененное к эволюции Вселенной, приводит к неравенству (107), согласно которому масштабный фактор ограничен неравенством  $a \leq a_{\max} = \beta$ . Другими словами, согласно РТГ невозможно неограниченное расширение Вселенной. Математический аппарат РТГ автоматически обеспечивает выполнение этого условия в случае, когда плотность материи уменьшается с увеличением масштабного фактора. Действительно, структура члена, пропорционального  $m_g^2$  в уравнении (102), такова, что благодаря положительной определенности левой части уравнения третий член в скобках обеспечивает отсутствие космологической особенности при  $a \ll 1$ , а первый член ограничивает минимальное значение плотности материи (и тем самым сверху величину масштабного фактора) при  $a \gg 1$ . Условие

$$\frac{8\pi G}{3} \rho - \frac{(mc)^2}{6} = 0,$$

записанное в виде

$$\frac{H^2}{\rho_c^0} \rho - \frac{(mc)^2}{6} = 0,$$

где  $H$  — современное значение постоянной Хаббла, приводит к равенству

$$\rho_{\min} = \frac{(mc)^2}{6H^2} \rho_c^0,$$

или в другой форме

$$\frac{\rho_{\min}}{\rho_c^0} = \frac{f^2}{6} = \Omega_{\text{tot}}^0 - 1. \quad (122)$$

также состоял из релятивистских нейтрино и вносил свой вклад в общую плотность релятивистских частиц. Точно так же при экстраполяции к ранней Вселенной повышается плотность релятивистского газа за счет релятивизации других рождающихся частиц. Однако благодаря тому, что величина  $\Omega_r^0$  входит в (121) в виде  $(\Omega_r^0)^{1/4}$ , численная оценка (121) изменится не более чем в 3 раза (даже если предположить, что число степеней свободы в релятивистском газе около 100).

Полевая теория гравитации оказывается несовместимой с существованием постоянного космологического члена, приводящего к неограниченному расширению Вселенной. Действительно, при  $a \gg 1$  из уравнения (112) и принципа причинности (107) следует

$$\Omega_A^0 < \frac{f^2}{6}.$$

Однако это неравенство несовместимо с условием

$$\Omega_A^0 > \frac{f^2}{6},$$

которое требуется, чтобы в настоящую эпоху согласно уравнению (113) существовало ускоренное расширение.

Таким образом, единственной возможностью объяснения в рамках РТГ наблюдаемого в настоящее время ускоренного расширения Вселенной является существование квинтэссенции с  $v > 0$  или какой-либо другой субстанции, плотность которой уменьшается с увеличением масштабного фактора (но не быстрее, чем  $\text{const}/a^2$ ). РТГ исключает возможность существования как постоянного космологического члена ( $v = 0$ ), так и "фантомного" расширения ( $v < 0$ ) [27].

### 6.9. Начало и конец современного ускоренного расширения

Самые сильные ограничения на величину  $\Omega_{\text{tot}}^0 = 1,018_{-0,022}^{+0,013}$ , полученные в эксперименте WMAP [17–19] в рамках  $\Lambda$ CDM-модели с привлечением данных из каталога галактик SDSS и данных по сверхновым SN1a в пределах  $1\sigma$ , допускают значение  $\Omega_{\text{tot}}^0 = 1,03$ . Эта разность в РТГ согласно соотношениям (114), (115) определяет массу гравитона

$$m_g = 0,424 m_H = 1,6 \times 10^{-66} h.$$

В дальнейшем мы для определенности будем использовать именно это значение массы гравитона. Поскольку к началу эпохи современного ускорения  $\Omega_r \ll \Omega_m$  и  $a \gg 1$ , то начало и конец ускоренного расширения определяются согласно (113) корнями  $x_1 < x < x_2$  уравнения  $F(x) = 0$ , где функция

$$F(x) = \frac{\Omega_m^0}{x^3} - 2 \left( 1 - \frac{3v}{2} \right) \frac{\Omega_q^0}{x^{3v}} + \frac{f^2}{3}.$$

Этап ускорения возможен, если  $v < 2/3$ . При этом величина первого корня  $x_1$  связана с красным смещением  $Z_1$ , соответствующим началу эпохи ускорения:

$$\frac{1}{x_1} = \frac{a_0}{a_1} = Z_1 + 1. \quad (123)$$

Время от начала расширения Вселенной до начала современного ускорения можно установить из уравнения (112). Пренебрегая продолжительностью радиационно-доминантной эпохи и значением масштабного фактора  $a$  к концу ее, имеем

$$\begin{aligned} \tau_1 &\approx \frac{1}{H} \int_0^{x_1} \frac{dx}{x(\Phi(x))^{1/2}} = \\ &= \frac{1}{H} \int_{Z_1+1}^{\infty} \frac{dy}{y(\Omega_m^0 y^3 + \Omega_q^0 y^{3v} - f^2/6)^{1/2}}, \end{aligned}$$

где

$$\Phi(x) = \frac{\Omega_m^0}{x^3} + \frac{\Omega_q^0}{x^{3v}} - \frac{f^2}{6}.$$

Здесь согласно [17–19] приняты значения  $\Omega_m^0 = 0,27$ ,  $\Omega_q^0 = 0,73$ .

Соответственно время окончания эпохи ускоренного расширения и перехода к замедлению равно

$$\tau_2 = \frac{1}{H} \int_0^{x_2} \frac{dx}{x(\Phi(x))^{1/2}},$$

а современный возраст Вселенной

$$\tau_0 = \frac{1}{H} \int_0^1 \frac{dx}{x(\Phi(x))^{1/2}}.$$

Физическое расстояние, пройденное светом (горизонт частиц) к настоящему моменту времени, определяется выражением

$$\begin{aligned} D_{\text{part}}(\tau_0) &= \frac{c}{H} \int_1^{a_0/a_{\text{min}}} dy \left[ \Omega_r^0 y^4 + \Omega_m^0 y^3 + \Omega_q^0 y^{3v} - \right. \\ &\quad \left. - \frac{f^2}{6} \left( 1 + \frac{y^6}{2a_0^6} \right) \right]^{-1/2} \simeq \frac{2}{\sqrt{\Omega_m^0}} \frac{c}{H}. \end{aligned}$$

Эта величина определяет размер наблюдаемой Вселенной к настоящему времени. Качественно (без соблюдения масштабов) временные зависимости масштабного фактора, скорости его изменения  $\dot{a}$  и  $\ddot{a}$  представлена на рисунке.

### 6.10. Максимальное значение масштабного фактора и интеграл эволюции Вселенной

Время, соответствующее концу ускоренного расширения и началу замедления, приводящего к остановке расширения, сильно зависит от параметра  $v$  (см. таблицу).

**Таблица.** Время начала ускоренного расширения Вселенной  $\tau_1$ , его окончания  $\tau_2$  и время максимального расширения (полупериод осцилляции)  $\tau_{\text{max}}$ , млрд лет

$v$	$\tau_1$	$\tau_2$	$\tau_{\text{max}}$
0,05	7,0–8,2	980–1080	1220–1360
0,10	7,0–8,2	440–485	620–685
0,15	7,1–8,3	275–295	430–460
0,20	7,1–8,3	190–205	325–347
0,25	7,2–8,5	142–149	263–280
0,30	7,5–8,7	109–113	227–235

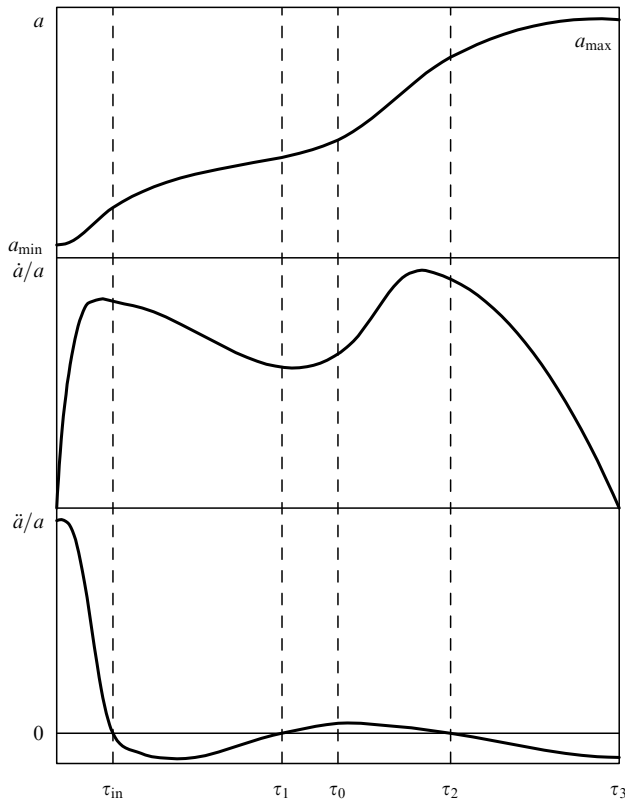
Масштабный фактор, отвечающий остановке расширения, определяется корнем уравнения (112) и при малых  $v$  с хорошей точностью равен

$$x_{\text{max}} \simeq \left( \frac{6\Omega_q^0}{f^2} \right)^{1/3v} = \left( \frac{\Omega_q^0}{\Omega_{\text{tot}}^0 - 1} \right)^{1/3v}. \quad (124)$$

Подставляя в (124) значение  $a_0$  из формулы (121), находим

$$a_{\text{max}}^4 = \frac{1}{\Omega_r^0} \left( \frac{f^2}{6} \right)^{2/3} \left( \frac{2\pi G \rho_{\text{max}}}{3 H^2} \right)^{1/3} \left( \frac{\Omega_q^0}{\Omega_{\text{tot}}^0 - 1} \right)^{4/3v}.$$





**Рис.** Качественные кривые зависимости масштабного фактора  $a$ , скорости  $\dot{a}/a$  и ускорения  $\ddot{a}/a$  от времени  $\tau$ . Здесь  $\tau_{in} = 1,15\tau_r$ ,  $\tau_0$  — современный момент времени. Вначале масштабный фактор от минимального значения  $a_{min}$  увеличивается с очень большим ускорением, которое за достаточно короткое время  $\tau_{in}$  обращается в нуль. Скорость в этот промежуток времени увеличивается от нулевого значения до максимального, а масштабный фактор изменяется незначительно:  $a(\tau_{in}) = \sqrt{2}a_{min}$ . Далее происходит расширение с отрицательным ускорением, которое обращается в некоторый момент времени  $\tau_1$  в нуль. Скорость при этом падает, и несколько позже  $\tau_1$  она достигает минимального значения. Масштабный фактор на этом отрезке времени продолжает возрастать (расширение продолжается). Движение с положительным ускорением происходит до момента времени  $\tau_2$ . Скорость и масштабный фактор при этом увеличиваются. При  $\tau > \tau_2$  опять начинается расширение с отрицательным ускорением до момента времени  $\tau_3$ , когда расширение останавливается. Масштабный фактор достигает при этом своего максимального значения, полцикл завершается, и все повторяется в обратном порядке — эпоха расширения сменяется эпохой сжатия. Для величины  $\dot{a}/a$  первый максимум расположен при  $a = \sqrt{3/2}a_{min}$  ( $\tau \sim 0,76\tau_r$ ) несколько ранее  $\tau_{in}$ , точно так же, как второй максимум — ранее  $\tau_2$ . Минимум  $\dot{a}/a$ , наоборот, располагается позже  $\tau_1$ . Это следует из того, что величина  $(d/d\tau)(\dot{a}/a) = \ddot{a}/a - \dot{a}^2/a^2$  при  $\ddot{a} = 0$  отрицательна.

Принимая во внимание это равенство и учитывая, что интеграл движения

$$E = \frac{(mc)^2}{8a_{max}^4},$$

получаем

$$E = \frac{(mc)^2}{8} \Omega_r^0 \left(\frac{6}{f^2}\right)^{2/3} \left(\frac{3}{2\pi} \frac{H^2}{G\rho_{max}}\right)^{1/3} \left(\frac{\Omega_{tot}^0 - 1}{\Omega_q^0}\right)^{4/3v}.$$

Отсюда видно, что интеграл движения эволюции Вселенной является очень малой величиной. Используя

выражение для  $x_{max}$ , легко определить относительное ускорение притяжения в момент остановки расширения:

$$\frac{\ddot{a}}{a} \sim -\frac{v}{4} \left(\frac{m_g c^2}{\hbar}\right)^2,$$

а поэтому скалярная кривизна

$$R = \frac{3v}{2c^2} \left(\frac{m_g c^2}{\hbar}\right)^2.$$

Существенно, что относительное минимальное значение плотности  $\rho_{min}/\rho_c^0$ , отвечающей максимуму расширения, зависит только от величины  $\Omega_{tot}^0 - 1$ , т.е. от массы гравитона (см. (115), (116)). При  $\Omega_{tot}^0 = 1,02$  величина  $\rho_{min}$  довольно велика и даже намного превосходит современную плотность радиации. В работе [24] авторы исходили из приведенного в [17, 18] современного возраста Вселенной  $(13,7 \pm 0,2) \times 10^9$  лет, где он вычислен в основном из  $\Lambda$ CDM-модели. Очень важно, что новейшие наблюдения SN1a [28, 29] в области  $Z \gtrsim 1$  могут дать непосредственную информацию о начале современного ускорения. Согласно таким данным, полученным в превосходной работе А. Рисса и др. [29], замедление сменилось на современное ускорение при значениях красного смещения

$$Z = 0,46 \pm 0,13.$$

Этот результат согласуется с излагаемой картиной эволюции. Он позволяет непосредственно получить значение  $x_1$  (см. (123)) и уточнить допустимую область космологических параметров<sup>5</sup>.

Расширение до максимального значения масштабного фактора и следующее за ним сжатие приводят к осциллирующему характеру эволюции Вселенной. Идея об осциллирующем характере эволюции Вселенной неоднократно выдвигалась ранее преимущественно из философских соображений (см., например, [30–32]). Такой режим, в принципе, мог бы ожидать в закрытой модели Фридмана с  $\Omega_{tot} > 1$ . Однако этому препятствуют, во-первых, непреодолимая трудность, связанная с переходом через космологическую особенность, а во-вторых, соображения, связанные с ростом энтропии от цикла к циклу [32].

Следует подчеркнуть, что в рамках уравнений Гильберта–Эйнштейна плоская Вселенная не может быть осциллирующей<sup>6</sup>. В РТГ для бесконечной Вселенной

<sup>5</sup> Отметим, что расстояние до сверхновых ( $D_L$ ), определяемое по соотношению  $F = L/4\pi D_L^2$  (где  $L$  — светимость стандартной SN1a, а  $F$  — наблюдаемый поток от нее), выражается через космологические параметры РТГ соотношением

$$D_L = \frac{c}{H} (Z + 1) \int_1^{1+Z} \left[ \Omega_m^0 y^3 + \Omega_q^0 y^{3v} - \frac{f^2}{6} \right]^{-1/2} dy.$$

<sup>6</sup> Работа [33] о циклической эволюции Вселенной ошибочна, так как приведенное в ней "решение" в действительности не является решением исходной системы уравнений Гильберта–Эйнштейна, что можно проверить непосредственной подстановкой. Ошибочна также и работа [34], так как система уравнений (3), (17) и (18) этой статьи внутренне противоречива. Отметим также, что уравнение (21) в статье [34] явно противоречит системе уравнений (17) и (18), поскольку из (21) следует, что  $\dot{R}$  — разрывная функция, тогда как из (17) и (18) следует, что  $\dot{R}$  — непрерывная функция.

указанные трудности снимаются. Поскольку в РТГ сингулярность отсутствует, то Вселенная могла существовать бесконечное время, в течение которого происходило взаимодействие между ее областями, что и привело к однородности и изотропии Вселенной с некоторой структурой неоднородности, которую мы для простоты исследования не учитывали.

В указанном приближении  $x_{\max}$  связан с масштабным фактором  $x_2$ , отвечающим окончанию ускоренного расширения, соотношением

$$x_2 = \left(1 - \frac{3}{2}v\right)^{1/3v} x_{\max} \approx \frac{1}{\sqrt{e}} x_{\max}.$$

Время, отвечающее остановке расширения (полупериод осцилляции) при выбранном в [24] значении массы гравитона  $m_g = 0,49 m_H$ , составляет при  $v = 0,05$  около  $1300 \times 10^9$  лет, при  $v = 0,10$  около  $650 \times 10^9$  лет и при  $v = 0,25$  около  $270 \times 10^9$  лет.

Привлекательность осциллирующей эволюции Вселенной отмечена в недавней работе [35]. Осциллирующий режим осуществляется в ней за счет введения скалярного  $\phi$ -поля, взаимодействующего с веществом, и использования идеи дополнительной размерности. При этом высказываются важные соображения о том, что фаза ускоренного расширения способствует сохранению энтропии в повторяющихся циклах эволюции. В РТГ осциллирующий характер эволюции Вселенной достигается в результате одного лишь рассмотрения гравитационного поля как физического поля, генерируемого суммарным тензором энергии-импульса в пространстве Минковского.

## 7. Заключение

Согласно изложенным результатам полевой подход, в котором гравитационное поле рассматривается как классическое физическое поле, развивающееся в пространстве Минковского, приводит к заключению, что гравитационное поле обладает свойством не только замедлять ход времени, но и останавливать его, а следовательно, останавливать и процесс сжатия вещества гравитационным полем. Это находится в полном соответствии с общим положением: если согласно физической теории гравитационное поле обладает свойством замедлять ход времени, то такая теория должна и остановить процесс замедления хода времени, в противном случае наступила бы остановка течения времени гравитационным полем, что физически неприемлемо.

Так открылось явление "самоограничения" гравитационного поля, исключающее неограниченное сжатие вещества. Именно благодаря этому свойству поля однородная и изотропная Вселенная Фридмана развивается циклически от максимальной плотности материи до минимальной и т.д. При этом устраняются известные трудности: сингулярности, причинности (горизонта), плоскостности (евклидовости).

Из теории следует существование во Вселенной большой скрытой массы "темной материи". Этот вывод был сделан в 1984 г. в статье [36]. Более точные наблюдательные данные по нахождению полной относительной плотности материи во Вселенной  $\Omega_{\text{tot}}$  могли бы стать критическим тестом для развиваемой теории. Свойство "самоограничения" гравитационного поля

приводит также к невозможности образования "черных дыр" (объектов, не имеющих материальных границ и "отрезанных" от внешнего мира).

Согласно теории сферически-симметричная аккреция вещества на тело большой массы, находящееся на заключительной стадии эволюции (когда ядерные ресурсы исчерпаны), будет сопровождаться значительным энерговыделением, тогда как при сферически-симметричной аккреции вещества на "черную дыру" энерговыделение будет крайне малым, поскольку падающее вещество уносит энергию в "черную дыру". Поиск таких объектов и наблюдения за ними могли бы дать ответ, что происходит со звездами большой массы на заключительной стадии эволюции, когда ядерные ресурсы исчерпаны.

В заключение авторы выражают глубокую благодарность В.В. Киселеву, В.В. Ласукову, Ю.М. Лоскутову, В.А. Петрову, Н.Е. Тюрину за ценные обсуждения.

## Список литературы

1. Логунов А А *УФН* **165** 187 (1995)
2. Эйнштейн А *Собрание научных трудов* Т. I (М.: Наука, 1965) с. 227
3. Герштейн С С, Логунов А А, Мествиришвили М А *Докл. РАН* **411** (3) (2006)
4. Логунов А А, Мествиришвили М А *Релятивистская теория гравитации* (М.: Наука, 1989)
5. Логунов А А *Теория гравитационного поля* (М.: Наука, 2001); gr-qc/0210005
6. Захаров В И *Письма в ЖЭТФ* **12** 447 (1970); van Dam P, Veltman M *Nucl. Phys. B* **22** 397 (1970)
7. Власов А А, Логунов А А *ТМФ* **78** 323 (1989)
8. Эйнштейн А *Собрание научных трудов* Т. II (М.: Наука, 1966) с. 514
9. Schwarzschild K "Über das Gravitationsfeld einer Kugel aus inkompressibler Flüssigkeit der Einsteinschen Theorie" *Sitz.-Ber. Preu. Akad. d. Wiss. Berlin* **424** (1916)
10. Фейнман Р Ф, Моринго Ф Б, Вагнер У Г *Фейнмановские лекции по гравитации* (М.: Янус-К, 2000)
11. Петров А З *Новые методы в общей теории относительности* (М.: Наука, 1966)
12. Фок В А *Теория пространства, времени и тяготения* (М.: Гостехиздат, 1961)
13. Bennett C L et al. *Astrophys. J. Lett.* **464** L1 (1996)
14. Hanany S et al. *Astrophys. J. Lett.* **545** L5 (2000)
15. Bernardis P et al. *Nature* **404** 955 (2000)
16. Jaffe A H et al. *Phys. Rev. Lett.* **86** 3475 (2001)
17. Bennett C L et al. *Astrophys. J. Suppl.* **148** 1 (2003)
18. Spergel D N et al. *Astrophys. J. Suppl.* **148** 175 (2003)
19. Tegmark M et al. *Phys. Rev. D* **69** 103501 (2004)
20. Riess A G et al. *Astron. J.* **116** 1009 (1998)
21. Perlmutter S et al. *Nature* **391** 51 (1998); *Astrophys. J.* **517** 565 (1999)
22. Percival W J et al. *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **327** 1297 (2001); Verde L et al. *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **335** 432 (2002); *Astrophys. J. Suppl.* **148** 195 (2003)
23. York D G et al. *Astron. J.* **120** 1579 (2000); Stoughton C et al. *Astron. J.* **123** 485 (2002); Abazajian K et al. *Astron. J.* **126** 2081 (2003)
24. Герштейн С С, Логунов А А, Мествиришвили М А, Ткаченко Н П *ЯФ* **67** 1618 (2004)
25. Hiida E K, Yamaguchi Y "Gravitation Physics" *Progr. Theor. Phys. Suppl.* (Extra number) 261 (1965)
26. Goldhaber A S, Nieto M M *Phys. Rev. D* **9** 1119 (1974)
27. Caldwell R R, Kamionkowski M, Weinberg N N *Phys. Rev. Lett.* **91** 071301 (2003)

28. Tonry J L et al. *Astrophys. J.* **594** 1 (2003)
29. Riess A G et al. *Astrophys. J.* **607** 665 (2004)
30. Сахаров А Д *Научные труды* (М.: Центрком, 1995)
31. Аман Э Г, Марков М А *ТМФ* **58** 163 (1984); Aman J M, Markov M A *Ann. Phys.* (New York) **155** 333 (1984)
32. Tolman R C *Relativity, Thermodynamics and Cosmology* (Oxford: Clarendon Press, 1934)
33. Лоскутов Ю М *Вестн. МГУ. Сер. 3. Физ. Астрон.* (6) 3 (2003)
34. Лоскутов Ю М *Вестн. МГУ. Сер. 3. Физ. Астрон.* (2) 7 (2005)
35. Steinhardt P J, Turok N, hep-th/0111030
36. Логунов А А, Мествиришвили М А *ТМФ* **61** 327 (1984)

### Gravitational field self-limitation and its role in the Universe

S.S. Gershtein, A.A. Logunov, M.A. Mestvirishvili

Russian Federation State Scientific Center "Institute for High Energy Physics",  
ul. Pobedy 1, 142281 Protvino, Moscow Region, Russian Federation  
Tel. (7-4967) 71-35 75, (7-4967) 74-25 79. Fax (7-4967) 74-28 24  
E-mail: Semen.Gershtein@ihep.ru, Anatoly.Logunov@ihep.ru

It is shown that according to the relativistic theory of gravitation, the gravitational field slows down the rate of time flow but stops doing this when strong enough — thus displaying its tendency toward the self-limitation of the gravitational potential. It is this property of the gravitational field that prevents massive bodies from collapsing and allows a homogeneous isotopic universe to evolve cyclically.

PACS numbers: **04.20. – q**, **04.70.Bw**, **98.80. – k**

Bibliography — 36 references

Received 6 December 2005, revised 18 April 2006

*Uspekhi Fizicheskikh Nauk* **176** (11) 1207–1225 (2006)

*Physics – Uspekhi* **49** (11) (2006)