

ОБЗОРЫ АКТУАЛЬНЫХ ПРОБЛЕМ

Теория Гинзбурга – Ландау
для двузонных сверхпроводников

И.Н. Аскерзаде

Дан обзор недавних исследований двузонных сверхпроводников в рамках теории Гинзбурга – Ландау (ГЛ). Температурная зависимость верхнего критического поля $H_{c2}(T)$, нижнего критического поля $H_{c1}(T)$, термодинамического магнитного поля $H_{cm}(T)$, критической плотности тока $j_c(T)$, намагниченности $M(T)$ в области верхнего критического поля, верхнего критического поля тонких пленок $H_{c2}^{film}(T)$ исследованы в окрестности T_c на основе двузонной теории ГЛ. Показано, что результаты хорошо согласуются с экспериментальными данными для объемных образцов диборида магния MgB_2 и немагнитных борокарбидов $LuNi_2B_2C$, YNi_2B_2C . Кроме того, двузонная теория ГЛ была применена для вычисления скачка теплоемкости, величина которого оказалась меньше, чем в однозонной теории ГЛ. Рассчитано верхнее критическое поле тонких пленок двузонных сверхпроводников. Исследованы особенности эффекта Литтла – Паркса в двузонной теории ГЛ. Показано, что квантование магнитного потока и соотношение между поверхностным критическим магнитным полем $H_{c3}(T)$ и верхним критическим полем $H_{c2}(T)$ являются такими же, как и в однозонной теории ГЛ. Представлено обобщение двузонной теории ГЛ для случая слоистой анизотропии. Рассчитанные параметры анизотропии верхнего критического поля H_{c2} и лондоновской глубины проникновения λ для монокристаллов MgB_2 хорошо согласуются с экспериментальными данными и демонстрируют температурное поведение, противоположное таковому в однозонной теории ГЛ.

PACS numbers: 74.20.De, 74.25.–q, 74.70.Ad

Содержание

1. Введение (1025).

2. Теория (1026).

2.1. Верхнее критическое поле $H_{c2}(T)$. 2.2. Поверхностное магнитное поле $H_{c3}(T)$. 2.3. Нижнее критическое поле $H_{c1}(T)$. 2.4. Верхнее критическое поле H_{c2} тонких пленок. 2.5. Намагниченность двузонных сверхпроводников вблизи H_{c2} . 2.6. Квантование потока. 2.7. Эффект Литтла – Паркса в двузонных сверхпроводниках. 2.8. Термодинамическое магнитное поле $H_{cm}(T)$ и скачок теплоемкости $\Delta C/C_N$. 2.9. Критическая плотность тока $j_c(T)$. 2.10. Влияние анизотропии на верхнее критическое поле. 2.11. Влияние анизотропии на лондоновскую глубину проникновения λ .

3. Результаты и обсуждение (1032).

3.1. Верхнее критическое поле $H_{c2}(T)$. 3.2. Поверхностное критическое поле $H_{c3}(T)$. 3.3. Нижнее критическое поле $H_{c1}(T)$. 3.4. Верхнее критическое поле тонких пленок. 3.5. Намагничен-

ность $M(T)$. 3.6. Квантование потока. 3.7. Эффект Литтла – Паркса. 3.8. Термодинамическое магнитное поле $H_{cm}(T)$ и $\Delta C/C_N$. 3.9. Критическая плотность тока $j_c(T)$. 3.10. Эффекты анизотропии H_{c2} . 3.11. Эффекты анизотропии λ .

4. Заключение (1037).

Список литературы (1037).

1. Введение

Открытие сверхпроводимости в дибориде магния MgB_2 [1] привлекло значительное внимание. Соединение MgB_2 имеет самую высокую температуру сверхпроводящего перехода T_c (около 40 К) среди бинарных соединений с относительно простой кристаллической структурой. Кроме того, MgB_2 имеет реальные перспективы применения в приложениях электроники вместо обычных сверхпроводящих материалов. Ранее о больших критических токах в объемных образцах сообщалось в [2] и вскоре было установлено, что объемная сверхпроводимость обеспечивает сверхпроводящий ток между гранулами [3]. В дибориде магния проявляется отчетливый изотоп-эффект [4]. Измерения скорости спин-решеточной релаксации ядер [5] указывают на то, что MgB_2 является сверхпроводником типа Бардина – Купера – Шриффера (БКШ) со спариванием, обусловленным фононами. Результаты вычислений зонной структуры и фононного спектра предсказывают наличие двух энергетических щелей [6, 7], большая из которых относится к

И.Н. Аскерзаде. Институт физики Национальной академии наук Азербайджана, Az1143 Баку, просп. Г. Джавида 33, Азербайджан
Тел. (99412) 439-34-16. Факс (99412) 439-59-61

E-mail: solstphs@physics.ab.az

Physics Department, Faculty of Sciences, Ankara University,
06100, Tandogan, Ankara, Turkey

E-mail: iasker@science.ankara.edu.tr

Статья поступила 25 января 2006 г.

двумерным p_x - y -орбиталям, а меньшая — к трехмерным связывающим и антисвязывающим p_z -орбиталям. Свойство двузонности сверхпроводящего состояния MgB_2 отчетливо проявляется в недавно выполненных туннельных измерениях [8, 9] и измерениях теплоемкости [10].

Другой класс сверхпроводников — это редкоземельные борокарбиды с общей формулой $R\text{Ni}_2\text{B}_2\text{C}$, которые привлекли внимание многих ученых благодаря большому разнообразию физических свойств: соединения с $R = \text{Lu}$, Y имеют довольно высокие температуры сверхпроводящего перехода T_c , около 15–16 К [11]; при $R = \text{Dy}$, Ho, Er, Tm магнетизм сосуществует со сверхпроводимостью [12], тогда как при $R = \text{Pr}$, Nd, Sm, Gd, Tb возникает только антиферромагнитный порядок [13]. Этим соединениям свойственна слоистая структура, поэтому их считают близкими к квазидвумерным купратам. Однако результаты многих вычислений зонной структуры в приближении локальной плотности [14–17] явно указывают на трехмерную электронную структуру. Измерения квантовых осцилляций в немагнитных борокарбидах $\text{LuNi}_2\text{B}_2\text{C}$ и $\text{YNi}_2\text{B}_2\text{C}$ свидетельствуют о многозонном характере нормального состояния [18].

Магнитная фазовая диаграмма для MgB_2 , $\text{LuNi}_2\text{B}_2\text{C}$ и $\text{YNi}_2\text{B}_2\text{C}$ также представляла интерес для исследователей. В отличие от верхнего критического поля обычных сверхпроводников верхнее критическое поле для объемных MgB_2 , $\text{LuNi}_2\text{B}_2\text{C}$ и $\text{YNi}_2\text{B}_2\text{C}$ имеет положительную кривизну вблизи T_c [19–22]. Для объяснения природы такого необычного поведения на микроскопическом уровне Шульгой с соавторами впервые была предложена двузонная модель сверхпроводимости Элиашберга для $\text{LuNi}_2\text{B}_2\text{C}$ и $\text{YNi}_2\text{B}_2\text{C}$ [23], а затем и для MgB_2 [24]. Здесь необходимо отметить, что обобщение теории БКШ для многозонной модели впервые было проведено в работах [25, 26] много лет тому назад. В недавней работе [27] представлено развитие двузонной теории БКШ, учитывающее особенности ван Хоа плотности состояний.

Остается еще теоретически определить температурную зависимость термодинамического критического магнитного поля $H_{cm}(T)$. Температурная зависимость $H_{cm}(T)$ существенна для описания поведения теплоемкости при температурах, близких к T_c . Общеизвестно, что результаты вычислений в теории БКШ, в которых неявно учитывается изотропная однозонная поверхность Ферми, показывают наличие скачка теплоемкости величиной 1,43 при T_c . Теория Элиашберга, предполагающая сильное электрон-фононное взаимодействие, дает значение большее, чем 1,43. Несколько групп выполнили измерения теплоемкости для диборида магния MgB_2 [10, 28]. Измеренная теплоемкость имеет небольшой скачок при T_c , который не находит объяснения в рамках стандартных теорий БКШ и Элиашберга. Вычисление теплоемкости из первых принципов в двузонной теории Элиашберга проведено в работе Голубова с соавторами [29].

Несмотря на то, что после открытия борокарбидов и диборида магния проводились обширные теоретические исследования на микроскопическом уровне, имеет смысл получить дополнительную информацию об их сверхпроводящих свойствах, следующую из макроскопической теории ГЛ [30]. Теория ГЛ оказывается достаточной для объяснения измеряемых макроскопических величин, безотносительно причины возникновения сверхпрово-

димости. Предполагается, что температурная зависимость основных измеряемых величин, таких как нижнее критическое поле H_{c1} и верхнее критическое поле H_{c2} , позволит понять механизм сверхпроводимости. Температурные зависимости $H_{c2}(T)$ и $H_{c1}(T)$ в борокарбидах отличаются от температурных зависимостей в однозонных теориях БКШ и ГЛ с s -симметрией параметра порядка. Это различие в температурных зависимостях может означать небольшое различие в парном состоянии сверхпроводника.

В данном обзоре мы рассматриваем недавние исследования в рамках двузонной теории ГЛ и их применение для определения температурных зависимостей $H_{c2}(T)$, $H_{c1}(T)$ и $H_{cm}(T)$ в немагнитных борокарбидах и дибориде магния. Мы покажем, что наличие в теории двух параметров порядка приводит к нелинейной температурной зависимости, которая хорошо согласуется с экспериментальными данными для двузонных сверхпроводников MgB_2 , $\text{LuNi}_2\text{B}_2\text{C}$ и $\text{YNi}_2\text{B}_2\text{C}$. В рамках двузонной теории ГЛ рассматриваются также квантование магнитного потока, осцилляции Литтла–Паркса критической температуры и соотношение между поверхностным критическим полем $H_{c3}(T)$ и верхним критическим полем $H_{c2}(T)$. Обзор построен следующим образом. В разделе 2 приводится вывод двузонных уравнений ГЛ для изотропных сверхпроводников и эти уравнения применяются для вычисления некоторых физических величин. В конце этого раздела рассматривается обобщение двузонной теории ГЛ для случая слоистой анизотропии. В данном подходе были вычислены параметры анизотропии верхнего критического поля H_{c2} и лондонской глубины проникновения λ . Раздел 3 посвящен обсуждению результатов. В разделе 4 приведены выводы.

2. Теория

При наличии двух параметров порядка (ПП) в изотропном s -сверхпроводнике функционал свободной энергии Гинзбурга–Ландау можно записать следующим образом [31–33]:

$$F[\Psi_1, \Psi_2] = \int d^3r \left(F_1 + F_{12} + F_2 + \frac{H^2}{8\pi} \right), \quad (1)$$

где

$$F_i = \frac{\hbar^2}{4m_i} \left| \left(\nabla - \frac{2\pi i \mathbf{A}}{\Phi_0} \right) \Psi_i \right|^2 + \alpha_i(T) \Psi_i^2 + \frac{\beta_i}{2} \Psi_i^4, \quad (2)$$

$$F_{12} = \varepsilon(\Psi_1 \Psi_2^* + \text{c.c.}) + \varepsilon_1 \left[\left(\nabla + \frac{2\pi i \mathbf{A}}{\Phi_0} \right) \Psi_1^* \left(\nabla - \frac{2\pi i \mathbf{A}}{\Phi_0} \right) \Psi_2 + \text{c.c.} \right]. \quad (3)$$

Здесь m_i — эффективная масса носителей в i -й зоне ($i = 1, 2$), F_i — свободная энергия изолированных зон; коэффициенты $\alpha_i = \gamma_i(T - T_{ci})$ линейно зависят от температуры, γ_i — коэффициент пропорциональности, коэффициенты β_i не зависят от температуры; $\mathbf{H}$ — внешнее магнитное поле, $\mathbf{H} = \text{rot } \mathbf{A}$, величины ε и ε_1 описывают межзонное перемешивание двух параметров порядка и их градиентов соответственно.

Минимизация функционала свободной энергии по параметрам порядка приводит к уравнениям ГЛ для

двuzонного сверхпроводника, которые в одномерном случае при $\mathbf{A} = (0, Hx, 0)$ имеют вид

$$-\frac{\hbar^2}{4m_1} \left(\frac{d^2}{dx^2} - \frac{x^2}{l_s^4} \right) \Psi_1 + \alpha_1(T) \Psi_1 + \varepsilon \Psi_2 + \varepsilon_1 \left(\frac{d^2}{dx^2} - \frac{x^2}{l_s^4} \right) \Psi_2 + \beta_1 \Psi_1^3 = 0, \quad (4a)$$

$$-\frac{\hbar^2}{4m_2} \left(\frac{d^2}{dx^2} - \frac{x^2}{l_s^4} \right) \Psi_2 + \alpha_2(T) \Psi_2 + \varepsilon \Psi_1 + \varepsilon_1 \left(\frac{d^2}{dx^2} - \frac{x^2}{l_s^4} \right) \Psi_1 + \beta_2 \Psi_2^3 = 0, \quad (4б)$$

где $l_s^2 = \hbar c / (2eH)$ — так называемая магнитная длина. Для простоты при выводе последних уравнений мы ограничились без потери общности случаем, когда Ψ и $\mathbf{A}$ зависят только от одной координаты x . Граничные условия для двузонных уравнений ГЛ имеют вид

$$\mathbf{n} \left(\nabla - \frac{2\pi i \mathbf{A}}{\Phi_0} \right) \Psi_1 = a \Psi_1 + b \Psi_2, \quad (5a)$$

$$\mathbf{n} \left(\nabla - \frac{2\pi i \mathbf{A}}{\Phi_0} \right) \Psi_2 = c \Psi_1 + d \Psi_2, \quad (5б)$$

где a, b, c, d — постоянные, $\mathbf{n}$ — единичный вектор нормали к поверхности сверхпроводника. Здесь необходимо отметить, что двузонные уравнения Гинзбурга–Ландау впервые рассматривались Москаленко [34]. Однако в уравнениях, представленных в [34], в отличие от уравнений (4a) и (4б) отсутствовали члены, описывающие межградиентное взаимодействие. В статье [34] обсуждалась только задача нахождения верхнего критического поля H_{c2} в линейном приближении. Как будет показано в разделах 3.1, 3.3, 3.11, включение в уравнения члена, учитывающего межградиентное взаимодействие, приводит к интересным результатам.

Полагая в (1)–(3) $\Psi_i(\mathbf{r}) = |\Psi_i(\mathbf{r})| \exp(i\phi_i(\mathbf{r}))$, где $\phi_i(\mathbf{r})$ — фаза ПП и $|\Psi_i(\mathbf{r})|$ — модуль ПП, в отсутствие внешних магнитных полей получим равновесные значения для $|\Psi_i(\mathbf{r})|$:

$$|\Psi_{10}|^2 = -\frac{\alpha_2^2(T)(\alpha_1(T)\alpha_2(T) - \varepsilon^2)}{\varepsilon^2\beta_2\alpha_1(T) + \beta_1\alpha_2^3(T)}, \quad (6a)$$

$$|\Psi_{20}|^2 = -\frac{\alpha_1^2(T)(\alpha_1(T)\alpha_2(T) - \varepsilon^2)}{\varepsilon^2\beta_1\alpha_2(T) + \beta_2\alpha_1^3(T)}. \quad (6б)$$

Разность фаз ПП в равновесии удовлетворяет соотношениям

$$\cos(\phi_1 - \phi_2) = 1 \quad \text{при } \varepsilon < 0, \quad (7a)$$

$$\cos(\phi_1 - \phi_2) = -1 \quad \text{при } \varepsilon > 0. \quad (7б)$$

2.1. Верхнее критическое поле $H_{c2}(T)$

Как известно, верхнее критическое поле $H_{c2}(T)$ для однозонного сверхпроводника можно вычислить, решив задачу о нахождении наименьшего собственного значения линеаризованного уравнения ГЛ [35]. В окрестности T_c можно пренебречь кубическими членами в уравнениях (4a), (4б). Тогда уравнения (4a) и

(4б) примут вид:

$$-\frac{\hbar^2}{4m_1} \left(\frac{d^2}{dx^2} - \frac{x^2}{l_s^4} \right) \Psi_1 + \alpha_1(T) \Psi_1 + \varepsilon \Psi_2 + \varepsilon_1 \left(\frac{d^2}{dx^2} - \frac{x^2}{l_s^4} \right) \Psi_2 = 0, \quad (8a)$$

$$-\frac{\hbar^2}{4m_2} \left(\frac{d^2}{dx^2} - \frac{x^2}{l_s^4} \right) \Psi_2 + \alpha_2(T) \Psi_2 + \varepsilon \Psi_1 + \varepsilon_1 \left(\frac{d^2}{dx^2} - \frac{x^2}{l_s^4} \right) \Psi_1 = 0. \quad (8б)$$

Из уравнений (8a), (8б) после исключения неизвестных получаются одинаковые уравнения для $\Psi_1(x)$ и $\Psi_2(x)$. Поэтому можно положить $\Psi_1(x) = C\Psi_2(x)$. Коэффициент C определяется из решения системы уравнений (8a) и (8б). Подставив собственную функцию, соответствующую состоянию с наименьшей энергией, $\Psi_1(x) \propto \exp(-\delta x^2/2)$, учитывая соотношение $\Psi_1(x) = C\Psi_2(x)$, найдем выражения для коэффициента C :

$$C = -\frac{\varepsilon - \varepsilon_1\delta}{[\hbar^2/(4m_1)]\delta + \alpha_1}, \quad C = -\frac{[\hbar^2/(4m_2)]\delta + \alpha_2}{\varepsilon - \varepsilon_1\delta}, \quad (9)$$

которые эквивалентны следующему уравнению:

$$\left(\frac{\hbar^2}{4m_1} \delta + \alpha_1 \right) \left(\frac{\hbar^2}{4m_2} \delta + \alpha_2 \right) = (\varepsilon - \varepsilon_1\delta)^2. \quad (9')$$

Используя уравнение (9'), для нормированного верхнего критического поля двузонного СП в изотропном случае $h_{c2} = H_{c2}(T)/\tilde{H}_{c2}(0)$, $\tilde{H}_{c2}(0) = cT_c(\gamma_1 m_1 + \gamma_2 m_2)/(\hbar e)$ получим

$$h_{c2}(\theta) = a_0^{-1}(-\theta - c_0 + (A\theta^2 + B\theta + c_0^2)^{1/2}), \quad (10)$$

$$\theta = \frac{T}{T_c} - 1,$$

где

$$A = \frac{(x-1)^2}{(x+1)^2} + A_1\eta^2, \quad A_1 = 64 \frac{a_1 a_2 x^2}{(x+1)^2}, \quad (10a)$$

$$x = \frac{\gamma_1 m_1}{\gamma_2 m_2}, \quad \eta = \frac{T_c m_2 \varepsilon_1 \gamma_2}{\hbar^2 \varepsilon},$$

$$B = \frac{2(x-1)(a_1 x - a_2)}{(x+1)^2} + (a_1 + a_2)A_1\eta^2 + 2B_1\eta, \quad (10б)$$

$$a_i = 1 - \frac{T_{ci}}{T_c},$$

$$c_0 = \frac{a_1 x + a_2}{x+1} + B_1\eta, \quad a_0 = 1 - \frac{16x\eta^2\varepsilon^2}{\gamma_1\gamma_2 T_c^2}. \quad (10в)$$

Критическая температура двузонного СП определяется из уравнения (9') в отсутствие внешнего магнитного поля:

$$(T_c - T_{c1})(T_c - T_{c2}) = \frac{\varepsilon^2}{\gamma_1\gamma_2}. \quad (11)$$

Вблизи T_c мы имеем асимптотическое поведение h_{c2} , описываемое формулой

$$h_{c2}(\theta) = a_0^{-1} \left[-\left(1 - \frac{B}{2c_0}\right)\theta + \frac{A}{2c_0}\theta^2 \right]. \quad (12)$$

2.2. Поверхностное магнитное поле $H_{c3}(T)$

В случае однозонной сверхпроводимости поверхностное критическое поле определяется из уравнения ГЛ с вектор-потенциалом $A = H(x - x_0)$ [36]. Такая процедура позволяет получить точное значение $H_{c3}(T)$, но требует сложных численных расчетов. Однако почти точное решение дает простой вариационный анализ [37]. Точность простой вариационной процедуры составляет около 2 %, и ее можно улучшить путем выбора пробной функции [38]. Таким образом, задача решения уравнения ГЛ может быть представлена в виде вариационной задачи нахождения минимума функционала свободной энергии для однозонного СП [37, 38].

В качестве пробных решений подставим в уравнение (8а) функции $\Psi_1(x) \propto \exp(-\delta x^2/2)$ и $\Psi_1(x) = C\Psi_2(x)$ с соответствующими граничными условиями:

$$\Psi_1(x \rightarrow \infty) = 0, \quad \frac{d\Psi_1}{dx}(0) = 0. \quad (13)$$

Коэффициент δ должен быть определен из условия минимума функционала свободной энергии (1). Учитывая выражение для вектор-потенциала $A = H(x - x_0)$ и используя указанные пробные функции, мы можем переписать выражение (1) следующим образом (пренебрегая членами четвертой степени):

$$\begin{aligned} \Delta F = \int_0^\infty dx \left\{ \frac{\hbar^2}{4m_1} \left[\frac{d^2}{dx^2} + \left(\frac{2\pi H(x - x_0)}{\Phi_0} \right)^2 + \alpha_1(T) \right] + \right. \\ \left. + \frac{1}{C^2} \frac{\hbar^2}{4m_2} \left[\frac{d^2}{dx^2} + \left(\frac{2\pi H(x - x_0)}{\Phi_0} \right)^2 + \alpha_2(T) \right] + \right. \\ \left. + \frac{2\varepsilon}{C} + \frac{2\varepsilon_1}{C^2} \left(\frac{2\pi H(x - x_0)}{\Phi_0} \right)^2 \right\} \exp(-\delta x^2). \quad (14) \end{aligned}$$

После интегрирования сначала найдем минимум свободной энергии (14) по x_0 . Дифференцирование по x_0 дает

$$x_0 = (\pi\delta)^{-1/2}. \quad (15)$$

Затем найдем минимум функционала (14) по δ , что приводит к следующему соотношению, связывающему δ и C :

$$C^2 \frac{\hbar^2}{4m_1} (\alpha_1(T) + \delta) + 2C(\varepsilon - \varepsilon_1\delta) + \frac{\hbar^2}{4m_2} (\alpha_2(T) + \delta) = 0, \quad (16)$$

которое эквивалентно (9'). Подставив (15) и (16) в (14) и положив $\Delta F = 0$, получим формулу для определения поверхностного критического поля H_{c3} :

$$\left(\frac{2\pi H}{\Phi_0} \right)^2 \left(1 - \frac{2}{\pi} \right) = \delta^2, \quad (17)$$

где δ находится из (9'), что согласуется с результатом, полученным в [32].

Таким образом, поверхностное критическое поле может быть представлено как

$$H_{c3}(T) = \left(\frac{\pi}{\pi - 2} \right)^{1/2} \frac{\Phi_0 \delta}{2\pi} = 1,66 H_{c2}(T), \quad (18)$$

где $H_{c2}(T)$ определяется выражением (10).

2.3. Нижнее критическое поле $H_{c1}(T)$

Для температур, близких к T_c , и магнитных полей, незначительно превышающих H_{c1} , влиянием поля на модули параметров порядка Ψ_1 и Ψ_2 можно пренебречь, поэтому мы полагаем $|\Psi_1| = \text{const}$, $|\Psi_2| = \text{const}$. Тогда волновую функцию можно записать как $\Psi_i(\mathbf{r}) = |\Psi_i(\mathbf{r})| \exp(i\phi_i(\mathbf{r}))$. Здесь $\phi_i(\mathbf{r})$ — фазы параметров порядка. Тогда функционал свободной энергии ГЛ (1) может быть представлен как

$$\begin{aligned} F[\phi_1, \phi_2] = \int d^3r \left[\frac{\hbar^2}{8m_1} n_1(T) \left(\frac{d\phi_1}{d\mathbf{r}} - \frac{2\pi\mathbf{A}}{\Phi_0} \right)^2 + \right. \\ \left. + \frac{\hbar^2}{8m_2} n_2(T) \left(\frac{d\phi_2}{d\mathbf{r}} - \frac{2\pi\mathbf{A}}{\Phi_0} \right)^2 + \varepsilon(n_1(T) n_2(T))^{1/2} \times \right. \\ \left. \times \cos(\phi_1 - \phi_2) + \varepsilon_1(n_1(T) n_2(T))^{1/2} \cos(\phi_1 - \phi_2) \times \right. \\ \left. \times \left(\frac{d\phi_1}{d\mathbf{r}} - \frac{2\pi\mathbf{A}}{\Phi_0} \right) \left(\frac{d\phi_2}{d\mathbf{r}} - \frac{2\pi\mathbf{A}}{\Phi_0} \right) + \frac{H^2}{8\pi} \right], \quad (19) \end{aligned}$$

где $n_1(T) = 2|\Psi_1|^2$ и $n_2(T) = 2|\Psi_2|^2$ — плотности сверхпроводящих электронов в соответствующих зонах. Температурные зависимости $n_1(T)$, $n_2(T)$ и $\phi_1 - \phi_2$ определяются равновесными значениями параметров порядка $|\Psi_1|$ и $|\Psi_2|$, которые удовлетворяют нелинеаризованным уравнениям ГЛ (см. (6а), (6б)). Уравнения для определения равновесных значений магнитного поля и фаз параметров порядка обычно получают, минимизируя функционал свободной энергии (19) по вектор-потенциалу $\mathbf{A}$ и фазам ϕ_1 , ϕ_2 . Уравнение для вектор-потенциала принимает вид

$$\begin{aligned} \frac{\nabla \times \nabla \times \mathbf{A}}{4\pi} = \frac{2\pi}{\Phi_0} \left\{ \frac{\hbar^2}{4m_1} n_1(T) \left(\frac{d\phi_1}{d\mathbf{r}} - \frac{2\pi\mathbf{A}}{\Phi_0} \right) + \right. \\ \left. + \frac{\hbar^2}{4m_2} n_2(T) \left(\frac{d\phi_2}{d\mathbf{r}} - \frac{2\pi\mathbf{A}}{\Phi_0} \right) + \varepsilon_1(n_1(T) n_2(T))^{1/2} \times \right. \\ \left. \times \cos(\phi_1 - \phi_2) \left[\left(\frac{d\phi_1}{d\mathbf{r}} - \frac{2\pi\mathbf{A}}{\Phi_0} \right) + \left(\frac{d\phi_2}{d\mathbf{r}} - \frac{2\pi\mathbf{A}}{\Phi_0} \right) \right] \right\}. \quad (20) \end{aligned}$$

С использованием соответствующего уравнения Максвелла, $\nabla \times \mathbf{H} = (4\pi/c)\mathbf{J}$ (в магнитостатическом случае), уравнение (20) сводится (при учете равновесного значения разностей фаз (7а), (7б)) к уравнению Лондонов

$$\lambda^2 \frac{d^2 H}{dr^2} - H = 0, \quad (21)$$

где λ — лондоновская глубина проникновения, имеющая следующий вид:

$$\lambda^{-2}(T) = \frac{4\pi e^2}{c^2} \left(\frac{n_1(T)}{m_1} + 2\varepsilon_1(n_1(T) n_2(T))^{1/2} + \frac{n_2(T)}{m_2} \right). \quad (22)$$

Известно, что нижнее критическое поле H_{c1} может быть получено так же, как в [35]:

$$H_{c1} = \frac{\Phi_0}{4\pi\lambda^2(T)} \ln \kappa(T). \quad (23)$$

Введем теперь безразмерное нижнее критическое поле для изотропного случая $h_{c1} = H_{c1}(T)/H_{c1}(0)$, где

$$H_{c1}(0) = \frac{\Phi_0 e^2 T_c}{c^2} \left(\frac{\gamma_1}{\beta_1 m_1} + \frac{\gamma_2}{\beta_2 m_2} \right).$$

Представим нормированное нижнее критическое поле следующим образом:

$$h_{c1} = B(T) \ln \kappa(T), \quad (24)$$

где

$$B(T) = -\frac{2}{x + D^{-1}} [\varepsilon^2 + x(\tau - \tau_{c1})^2 + 2x\eta\varepsilon^2(\tau - \tau_{c1})] \times \\ \times \frac{\theta^2 + (2 - \tau_{c1} - \tau_{c2})\theta}{\varepsilon^2 D(\tau - \tau_{c2}) + (\tau - \tau_{c1})^3}, \quad (25)$$

$$D = \frac{\beta_1 \gamma_2^2}{\beta_2 \gamma_1^2}, \quad \tau_{c1, c2} = \frac{T_{c1, c2}}{T_c}. \quad (26)$$

Температурная зависимость нормированного параметра ГЛ $\kappa(T)$ в двузонном СП имеет вид

$$\frac{\kappa(T)}{\kappa(0)} = \left(\frac{h_{c2}(T)}{B(T)} \right)^{1/2}. \quad (27)$$

Здесь верхнее критическое поле h_{c2} двузонного сверхпроводника описывается выражением (10).

2.4. Верхнее критическое поле H_{c2} тонких пленок

Предположим теперь, что толщина пленки двузонного сверхпроводника $d < \xi_{\text{eff}}, \lambda$, где лондоновская глубина проникновения λ определяется выражением (22), в котором $|\Psi_{10,20}(T)|^2$ имеют вид (6а), (6б). Тогда мы можем пренебречь изменением параметров порядка внутри пленки и считать, что магнитное поле почти полностью проникает в пленку. Предполагается, что поверхности пленки совпадают с плоскостями $x = \pm d/2$. Если пренебречь изменением параметра порядка внутри пленки, то уравнение (4а) можно переписать следующим образом:

$$\left(\frac{\hbar^2}{4m_1} - \frac{\varepsilon_1}{C} \right) \frac{x^2}{l_s^2} \Psi_1 + \left(\alpha_1(T) + \frac{\varepsilon}{C} \right) \Psi_1 + \beta_1 \Psi_1^3 = 0. \quad (28)$$

Усреднив последнее выражение по толщине пленки d , можно определить зависимость параметра порядка Ψ_1 от приложенного магнитного поля:

$$|\Psi_1|^2 = -\frac{1}{\beta_1} \left[\left(\alpha_1(T) + \frac{\varepsilon}{C} \right) + \left(\frac{\hbar^2}{4m_1} - \frac{\varepsilon_1}{C} \right) \frac{1}{l_s^4} \frac{d^2}{12} \right]. \quad (29)$$

Наконец, используя (9) и (29), мы можем получить уравнение для верхнего критического поля тонкой пленки:

$$\frac{d^2}{12(l_s^2)^2} \left[\frac{\hbar^2}{4m_1} \left(\frac{\hbar^2}{4m_2} \frac{1}{l_s^2} + \alpha_2 \right) + \varepsilon_1 \left(\varepsilon - \frac{\varepsilon_1}{l_s^2} \right) \right] + \\ + \left(\frac{\hbar^2}{4m_2} \frac{1}{l_s^2} + \alpha_2 \right) \alpha_1 + \varepsilon \left(\varepsilon - \frac{\varepsilon_1}{l_s^2} \right) = 0. \quad (30)$$

Для малых магнитных полей

$$\frac{d^2}{12(l_s^2)^2} \left(\frac{\hbar^2}{4m_1} \alpha_2 + \varepsilon \varepsilon_1 \right) + \left(\frac{\hbar^2}{4m_2} + \varepsilon \varepsilon_1 \right) \frac{1}{l_s^2} + (\alpha_1 \alpha_2 - \varepsilon^2) = 0. \quad (31)$$

Окончательное выражение для $H_{c2}^{\text{film}}(T)$ имеет вид [39]

$$H_{c2}^{\text{film}}(T) = -\frac{\hbar c}{2e} \left[-\left(\frac{\hbar^2 \alpha_1}{4m_2} + \varepsilon \varepsilon_1 \right) + \right. \\ \left. + \sqrt{\left(\frac{\hbar^2 \alpha_1}{4m_2} + \varepsilon \varepsilon_1 \right)^2 - 4(\alpha_1 \alpha_2 - \varepsilon^2) \frac{d^2}{12} \left(\frac{\hbar^2}{4m_1} \alpha_2 + \varepsilon \varepsilon_1 \right)} \right] \times \\ \times \left[\frac{d^2}{6} \left(\frac{\hbar^2}{4m_1} \alpha_2 + \varepsilon \varepsilon_1 \right) \right]^{-1}. \quad (32)$$

Для пленок с $d \ll \xi_{\text{eff}}, \lambda$

$$H_{c2}^{\text{film}}(T) = -\frac{\hbar c}{2e} \frac{(\alpha_1(T) \alpha_2(T) - \varepsilon^2)}{(\hbar^2/4)[\alpha_1(T)/m_2 + 4\varepsilon \varepsilon_1/\hbar^2]}. \quad (33)$$

2.5. Намагниченность двузонных сверхпроводников вблизи H_{c2}

Известно, что намагниченность единицы объема в случае однозонных сверхпроводников можно представить как [35]

$$M(H, T) = -\frac{1}{4\pi} \frac{H_{c2}(T) - H}{(2\kappa^2 - 1)\beta_A}, \quad (34)$$

где κ — параметр ГЛ, $\beta_A = 1,16$ для треугольной решетки вихрей [35]. Как следует из (34), линейность экспериментально наблюдаемых кривых $M(T)$ в однозонных сверхпроводниках является следствием линейности верхнего критического поля $H_{c2}(T)$, так как значение внешнего магнитного поля H фиксировано и параметр Гинзбурга–Ландау κ не зависит от температуры. Из выражения (27) следует, что намагниченность двузонного СП имеет нелинейный характер.

2.6. Квантование потока

Это основное свойство сверхпроводника. Оно следует из (20) при учете (7). Действуя обычным образом (см. [35]), находим

$$\mathbf{J} = \frac{2\pi}{\Phi_0} \left\{ \frac{\hbar^2}{4m_1} n_1(T) \left(\frac{d\phi_1}{d\mathbf{r}} - \frac{2\pi\mathbf{A}}{\Phi_0} \right) + \right. \\ \left. + \frac{\hbar^2}{4m_2} n_2(T) \left(\frac{d\phi_2}{d\mathbf{r}} - \frac{2\pi\mathbf{A}}{\Phi_0} \right) + \right. \\ \left. + \varepsilon_1 (n_1(T) n_2(T))^{1/2} \cos(\phi_1 - \phi_2) \times \right. \\ \left. \times \left[\left(\frac{d\phi_1}{d\mathbf{r}} - \frac{2\pi\mathbf{A}}{\Phi_0} \right) + \left(\frac{d\phi_2}{d\mathbf{r}} - \frac{2\pi\mathbf{A}}{\Phi_0} \right) \right] \right\}. \quad (35)$$

Рассмотрим теперь полый цилиндр или, иначе говоря, трубку с толщиной стенок большей, чем λ . Проинтегрируем это уравнение по замкнутому контуру, лежащему целиком внутри сверхпроводящего цилиндра. Если контур проходит внутри стенки, то $J = 0$ и интеграл в правой части равен нулю. Принимая во внимание (7), получим, что $d\phi_1/d\mathbf{r} = d\phi_2/d\mathbf{r}$. Таким образом, магнитный поток, пронизывающий контур, может принимать дискретный ряд значений Φ_0 :

$$\Phi = n\Phi_0. \quad (36)$$

2.7. Эффект Литтла – Паркса в двузонных сверхпроводниках

Возьмем тонкую цилиндрическую пленку, толщина которой много меньше глубины проникновения λ , и приложим магнитное поле вдоль оси цилиндра. В этом случае СП из-за своей малой толщины не может захватить магнитный поток. Однако неоднозначность фазы приводит в однозонном приближении к осцилляциям критической температуры T_c с периодом Φ_0 [35]. Способом, аналогичным изложенному в [35] для случая однозонного сверхпроводника, используя (19) и (7а), (7б), можно показать, что критические температуры в зонах имеют вид

$$T'_{c1} = T_{c1} - \frac{\hbar^2}{4m_1 R^2 \gamma_1} \left(n - \frac{\Phi}{\Phi_0} \right)^2, \quad (37a)$$

$$T'_{c2} = T_{c2} - \frac{\hbar^2}{4m_2 R^2 \gamma_2} \left(n - \frac{\Phi}{\Phi_0} \right)^2, \quad (37б)$$

где R — радиус цилиндра. Тогда критическая температура цилиндра из двузонного сверхпроводника определяется выражением (см. (11))

$$(T_c - T'_{c1})(T_c - T'_{c2}) = \frac{\varepsilon'^2}{\gamma_1 \gamma_2}, \quad (38)$$

где $\varepsilon' = \varepsilon + (\varepsilon_1/R^2)(n - \Phi/\Phi_0)^2$ [40].

2.8. Термодинамическое магнитное поле $H_{cm}(T)$ и скачок теплоемкости $\Delta C/C_N$

Разность свободных энергий в нормальном и сверхпроводящем состояниях можно записать следующим образом:

$$\Delta F = -\frac{\beta_1}{2} |\Psi_1|^4 - \frac{\beta_2}{2} |\Psi_2|^4 - 2\varepsilon |\Psi_1| |\Psi_2|. \quad (39)$$

Последнее слагаемое в (39), отвечающее за межзонное смешивание, приводит к возрастанию разности свободных энергий и, следовательно, критической температуры. С другой стороны, термодинамическое магнитное поле связано с разностью свободных энергий:

$$-\frac{H_{cm}^2}{8\pi} = \Delta F. \quad (40)$$

В данном обзоре мы используем обозначение H_{cm} для термодинамического критического поля объемного двузонного сверхпроводника, которое отличается от соответствующего поля в случае тонких пленок. Вычисления для тонких пленок также важны, но здесь не рассматриваются. Используя (6а), (6б), (39) и (40), после ряда преобразований получим следующую формулу для термодинамического магнитного поля:

$$H_{cm}(T) = -\sqrt{4\pi} \frac{\alpha_1(T) \alpha_2(T) - \varepsilon^2}{\varepsilon^2 \beta_1 \alpha_2(T) + \beta_2 \alpha_1^3(T)} \times \left[\beta_1 \varepsilon^4 + \beta_2 \alpha_1^4(T) - 2\varepsilon^2 \alpha_1(T) \frac{\varepsilon^2 \beta_1 \alpha_2(T) + \beta_2 \alpha_1^3(T)}{\alpha_1(T) \alpha_2(T) - \varepsilon^2} \right]^{1/2}. \quad (41)$$

Введем теперь безразмерный параметр вида

$$h_{cm} = \frac{H_{cm}(T)}{H_{cm}(0)},$$

где

$$H_{cm}(0) = \sqrt{4\pi} T_c \left(\frac{\gamma_1}{\beta_1^{1/2}} + \frac{\gamma_2}{\beta_2^{1/2}} \right),$$

тогда для нормированного термодинамического магнитного поля получим

$$h_{cm}(\theta) = -\frac{\sqrt{D}}{1 + \sqrt{D}} \frac{1}{(\varepsilon^*)^2 D(\tau - \tau_{c2}) + (\tau - \tau_{c1})^3} \times \left[D(\varepsilon^*)^4 + (\tau - \tau_{c1})^4 - 2(\varepsilon^*)^2 \frac{(\varepsilon^*)^2 D(\tau - \tau_{c2}) + (\tau - \tau_{c1})^3}{\theta^2 + (2 - \tau_{c1} - \tau_{c2})\theta} \right]^{1/2} \times [\theta^2 + (2 - \tau_{c1} - \tau_{c2})\theta], \quad (42)$$

где $(\varepsilon^*)^2 = \varepsilon^2/(\gamma_1 \gamma_2 T_c^2)$. Отметим, что здесь все параметры безразмерны и определены формулами (10) и (26). Имея результат (42), можно применить формулу Рутгерса для нахождения скачка теплоемкости при T_c в двузонном случае:

$$\frac{\Delta C}{T_c} = \frac{1}{4\pi} \left(\frac{\partial H_{cm}}{\partial T} \right)_{T_c}^2. \quad (43)$$

Для нормированного скачка теплоемкости при T_c мы получим [41]

$$\Delta c = \left(\frac{\partial h_{cm}}{\partial \theta} \right)_{\theta=0}^2, \quad (44)$$

где

$$\Delta c = \frac{\Delta C}{\Delta C_0}, \quad \frac{\Delta C_0}{T_c} = \frac{1}{4\pi} \left(\frac{H_{cm}(0)}{T_c} \right)^2.$$

2.9. Критическая плотность тока $j_c(T)$

Известно, что критическая плотность тока определяется как [35]

$$j_c = 2en_s(T) v_c(T), \quad (45)$$

где $n_s(T)$ — сверхтекучая плотность, $v_c(T)$ — критическая скорость куперовских пар. С другой стороны, сверхтекучая плотность $n_s(T)$ связана с лондоновской глубиной проникновения следующим образом [35]:

$$\frac{n_s(T)}{n_s(0)} = \frac{\lambda^2(0)}{\lambda^2(T)}. \quad (46)$$

Лондоновская глубина проникновения в рамках двузонной теории ГЛ дается выражением (22). Критическая скорость куперовских пар v_c определяется длиной когерентности:

$$v_c = \frac{2\hbar}{m_0 \xi(T)}, \quad (47)$$

где m_0 — эффективная масса куперовской пары, а длина когерентности имеет вид

$$\xi^2(T) = \frac{\Phi_0}{2\pi H_{c2}}. \quad (48)$$

В результате вычислений мы приходим к окончательному выражению для нормированной критической плотности тока [42]:

$$\frac{j_c(T)}{j_c(0)} = \frac{\lambda^2(0)}{\lambda^2(T)} (h_{c2}(T))^{1/2}. \quad (49)$$

2.10. Влияние анизотропии на верхнее критическое поле

Результаты, представленные в разделах 2.1–2.4, 2.9, применимы для объяснения экспериментальных данных для объемных поликристаллических образцов. В недавних исследованиях, связанных с выращиванием монокристаллов MgB_2 [43, 44], обнаружена анизотропия физических свойств. Параметр анизотропии масс $\gamma = (m^c/m^{ab})^{1/2}$ MgB_2 по литературным данным изменяется в диапазоне от 1,2 до 9 в поликристаллических образцах и от 4,31 до 4,36 в монокристаллах [43]. В связи с этим представляется интересным проведение вычислений в рамках анизотропной двузонной модели Гинзбурга–Ландау. Однозонная s-волновая теория ГЛ для слоистых сверхпроводников развита в работах [45–47].

Двузонный функционал ГЛ для слоистых сверхпроводников может быть записан в виде

$$F[\Psi_{1n}, \Psi_{2n}] = \sum_n \int d^2r \left(F_{1n} + F_{1n,2n} + F_{2n} + F_{1n,1(n+1)} + F_{2n,2(n+1)} + \frac{H^2}{8\pi} \right), \quad (50)$$

где

$$F_{in} = \frac{\hbar^2}{4m_i^{ab}} \left| \left(\nabla_{2d} - \frac{2\pi i \mathbf{A}}{\Phi_0} \right) \Psi_{in} \right|^2 + \alpha_{in}(T) \Psi_{in}^2 + \frac{\beta_{in}}{2} \Psi_{in}^4, \quad (51)$$

$$F_{1n,2n} = \varepsilon (\Psi_{1n} \Psi_{2n}^* + \text{c.c.}) + \varepsilon_1 \left[\left(\nabla_{2d} + \frac{2\pi i \mathbf{A}}{\Phi_0} \right) \Psi_{1n}^* \left(\nabla_{2d} - \frac{2\pi i \mathbf{A}}{\Phi_0} \right) \Psi_{2n} + \text{c.c.} \right], \quad (52)$$

$$F_{in,i(n+1)} = \frac{\hbar^2}{4m_i^c d^2} \left| \Psi_{in} - \Psi_{i(n+1)} \exp \left(-i \frac{2\pi d A_z}{\Phi_0} \right) \right|^2, \quad (53)$$

d — расстояние между плоскостями. Оси x, y, z мы выбрали лежащими вдоль кристаллографических осей a, b и c соответственно. Свойство идентичности плоскостей позволяет записать: $\alpha_{in} = \alpha_i$, $\beta_{in} = \beta_i$. Выбор вектор-потенциала в виде $\mathbf{A} = (0, Hx, 0)$ отвечает перпендикулярной компоненте магнитного поля $\mathbf{H} = (0, 0, H)$. В этом случае уравнения ГЛ для двузонного слоистого сверхпроводника могут быть сведены к (8а), (8б). Вычисление $H_{c2}^\perp$ дает

$$H_{c2}^\perp(T) = \frac{\Phi_0}{2\pi \xi_\perp^2}, \quad (54)$$

где эффективная длина когерентности ξ_{eff} двузонного сверхпроводника определяется выражением

$$\xi_\perp^2 = \frac{\hbar^2}{4} \left\{ - \left(m_1 \alpha_1(T) + m_2 \alpha_2(T) + \frac{8\varepsilon \varepsilon_1 m_1 m_2}{\hbar^2} \right) + \left[\left(m_1 \alpha_1(T) + m_2 \alpha_2(T) + \frac{8\varepsilon \varepsilon_1 m_1 m_2}{\hbar^2} \right)^2 - 4m_1 m_2 (\alpha_1(T) \alpha_2(T) - \varepsilon^2) \right]^{1/2} \right\}^{-1}. \quad (55)$$

При малых значениях для верхнего критического поля $H_{c2}^\perp(T)$ выполняется

$$H_{c2}^\perp(T) = - \frac{\hbar c}{2e} \frac{\alpha_1(T) \alpha_2(T) - \varepsilon^2}{(\hbar^2/4) [\alpha_1(T)/m_2 + \alpha_2(T)/m_1 + 8\varepsilon \varepsilon_1/\hbar^2]}. \quad (56)$$

Для вычисления $H_{c2}^\parallel$ выберем $\mathbf{H} = (0, H, 0)$ и $\mathbf{A} = (0, 0, -Hx)$. Тогда уравнения ГЛ для двузонного сверхпроводника примут вид

$$- \frac{\hbar^2}{4m_1} \frac{d^2 \Psi_1}{dx^2} + \alpha_1 \Psi_1 + \varepsilon \Psi_2 + \varepsilon_1 \frac{d^2 \Psi_2}{dx^2} + 2 \frac{\hbar^2}{4m_1^c d^2} \left(1 - \cos \frac{2\pi d H x}{\Phi_0} \right) \Psi_1 = 0, \quad (57a)$$

$$- \frac{\hbar^2}{4m_2} \frac{d^2 \Psi_2}{dx^2} + \alpha_2 \Psi_2 + \varepsilon \Psi_1 + \varepsilon_1 \frac{d^2 \Psi_1}{dx^2} + 2 \frac{\hbar^2}{4m_2^c d^2} \left(1 - \cos \frac{2\pi d H x}{\Phi_0} \right) \Psi_2 = 0. \quad (57б)$$

Исключая неизвестные, мы можем получить из (57а) и (57б) уравнения для Ψ_1 и Ψ_2 , которые оказываются одинаковыми:

$$\begin{aligned} & \frac{\hbar^2}{4m_1} \frac{\hbar^2}{4m_2} \frac{d^4 \Psi_1}{dx^4} - \left(\frac{\hbar^2}{4m_2} \alpha_1 + \frac{\hbar^2}{4m_1} \alpha_2 \right) \frac{d^2 \Psi_1}{dx^2} + \alpha_1 \alpha_2 \Psi_1 + \\ & + \left(1 - \cos \frac{2\pi d H x}{\Phi_0} \right) \left(2 \frac{\hbar^2}{4m_1^c d^2} \left[- \frac{\hbar^2}{4m_2} \frac{d^2}{dx^2} + \alpha_2 \right] + \right. \\ & + 2 \frac{\hbar^2}{4m_2^c d^2} \left[- \frac{\hbar^2}{4m_1} \frac{d^2}{dx^2} + \alpha_1 \right] \left. \right) \Psi_1 = \\ & = \left(\varepsilon^2 + 2\varepsilon \varepsilon_1 \frac{d^2}{dx^2} + \varepsilon_1^2 \frac{d^4}{dx^4} \right) \Psi_1. \end{aligned} \quad (58)$$

Пренебрегая высшими производными параметра порядка $d^4 \Psi_1/dx^4$ и малыми членами, получим уравнение Матве для нахождения верхнего критического поля $H_{c2}^\parallel$:

$$\begin{aligned} & - \left(\frac{\hbar^2}{4m_2} \alpha_1 + \frac{\hbar^2}{4m_1} \alpha_2 + 2\varepsilon \varepsilon_1 \right) \frac{d^2 \Psi_1}{dx^2} + \\ & + 2 \left(\frac{\hbar^2}{4m_1^c d^2} \alpha_2 + \frac{\hbar^2}{4m_2^c d^2} \alpha_1 \right) \left(1 - \cos \frac{2\pi d H x}{\Phi_0} \right) \Psi_1 = \\ & = (\varepsilon^2 - \alpha_1 \alpha_2) \Psi_1. \end{aligned} \quad (59)$$

В случае слабых магнитных полей, $H \ll \Phi_0/(2\pi d^2)$, после разложения косинусов в (57а), (57б), для параметра

анизотропии верхнего критического поля получим

$$\gamma_{H_{c2}} = \frac{H_{c2}^{\parallel}}{H_{c2}^{\perp}} = \left[\frac{x(T - T_{c1}) + (T - T_{c2}) + 8\varepsilon^2 x \eta T_c}{(m_2/m_1^c) x(T - T_{c1}) + (m_1/m_1^c)(T - T_{c2})} \right]^{1/2}. \quad (60)$$

Для сильных магнитных полей, $H > \Phi_0/(2\pi d^2)$, из наименьшего собственного значения уравнения Матье [48] можно определить верхнее критическое поле $H_{c2}^{\parallel}$ [49]:

$$H_{c2}^{\parallel} = \frac{\Phi_0}{2\pi d} \left(\alpha_2 \frac{\hbar^2}{4m_1^c d^2} + \alpha_1 \frac{\hbar^2}{4m_2^c d^2} \right) \times \\ \times \left[\left(\frac{\hbar^2}{4m_2} \alpha_1 + \frac{\hbar^2}{4m_1} \alpha_2 + 2\varepsilon \varepsilon_1 \right) \times \right. \\ \left. \times \left(\alpha_2 \frac{\hbar^2}{4m_2^c d^2} + \alpha_1 \frac{\hbar^2}{4m_1^c d^2} - \frac{\varepsilon^2 - \alpha_1 \alpha_2}{2} \right) \right]^{-1/2}. \quad (61)$$

Это означает, что

$$H_{c2}^{\parallel} < \frac{1}{(T - T^*)^{1/2}}, \quad (62)$$

где

$$T^* = T_c - \frac{\hbar^2}{4m_1^c d^2 \gamma_1} - \frac{\hbar^2}{4m_2^c d^2 \gamma_2}. \quad (63)$$

Аналогичное вычисление в рамках представленной выше двузонной теории ГЛ с использованием метода анизотропного тензора масс совсем недавно было выполнено в работе [50].

2.11. Влияние анизотропии

на лондоновскую глубину проникновения λ

Используя уравнения (20), (21), в случае $\mathbf{H} = (0, 0, H)$ мы можем показать, что лондоновская глубина проникновения вдоль сверхпроводящего слоя $\lambda_{\perp}$ определяется выражением (22). Для вычисления $\lambda_{\parallel}$ мы выбираем $\mathbf{H} = (0, H, 0)$ и $\mathbf{A} = (0, 0, -Hx)$. Учитывая равновесное значение разности фаз ($\phi_{in} - \phi_{i(n \pm g)} = 2\pi n$), для вектор-потенциала получим уравнение

$$\frac{\text{rot rot } \mathbf{A}}{4\pi} = \frac{2\pi}{\Phi_0} \left\{ \frac{\hbar^2}{4m_1^c d} n_1(T) + \frac{\hbar^2}{4m_2^c d} n_2(T) \right\} \times \\ \times \sin \left(\frac{2\pi}{\Phi_0} A_z d \right) \mathbf{n}_z, \quad (64)$$

где $\mathbf{n}_z$ — единичный вектор в направлении z .

Для слабого магнитного поля, $H \ll \Phi_0/(2\pi d^2)$, после разложения синуса в (64), используя уравнение Максвелла, мы придем к окончательному выражению для магнитного поля, которое имеет вид (21) с заменой

$$\lambda_{\parallel}^{-2}(T) = \frac{4\pi e^2}{c^2} \left\{ \frac{n_1(T)}{m_1^c} + \frac{n_2(T)}{m_2^c} \right\}. \quad (65)$$

Соответственно для параметра анизотропии лондоновской глубины проникновения $\gamma_{\lambda} = \lambda_{\parallel}/\lambda_{\perp}$ получим

$$\gamma_{\lambda} = \frac{n_1(T)/m_1 + 2\varepsilon_1 (n_1(T) n_2(T))^{1/2} + n_2(T)/m_2}{n_1(T)/m_1^c + n_2(T)/m_2^c}. \quad (66)$$

В общем случае, без разложения синусов, для сильных магнитных полей, $H > \Phi_0/(2\pi d^2)$, (64) имеет решение, соответствующее одиночному вихрю, ориентированному вдоль сверхпроводящего слоя. Тогда граничное условие требует, чтобы полный магнитный поток через плоскость yz был равен кванту потока Φ_0 . Интересна также угловая зависимость магнитного поля в вихре. Наличие второго параметра порядка может привести к дополнительной угловой зависимости магнитного поля в вихре. Используя решение уравнения Феррелла – Прэйджа [35] для вектор-потенциала A , можно показать, что выражение для лондоновской глубины проникновения остается таким же, как и в (65). Это означает, что формула (66) для зависящей от температуры анизотропии лондоновской глубины проникновения γ_{λ} верна при любых магнитных полях.

3. Результаты и обсуждение

3.1. Верхнее критическое поле $H_{c2}(T)$

Экспериментальные данные для верхнего критического поля h_{c2} в MgB_2 , $\text{LuNi}_2\text{B}_2\text{C}$ и $\text{YNi}_2\text{B}_2\text{C}$ могут быть описаны с высокой точностью простым выражением

$$h_{c2}(\theta) = \frac{H_{c2}}{H_{c2}^*(0)} = \frac{(-\theta)^{1+\alpha}}{1 - (1+\alpha)w + lw^2 + mw^3}, \quad (67)$$

где $w = (1+\theta)(-\theta)^{1+\alpha}$. Формула (67) была применена Дрекслером с соавторами для аппроксимации экспериментальных данных по h_{c2} в немагнитных борокарбидах [51]. Критический показатель α определяет температурную зависимость эффективнее и является очень чувствительным к беспорядку, т.е. к качеству образцов. С увеличением беспорядка положительная кривизна и соответственно α уменьшаются [19]. Насыщение (отрицательная кривизна) при низких температурах хорошо описывается отношением l/m , которое по аналогии предполагается чувствительным к электронной структуре. При $l > m$ область температур, в которой кривизна отрицательна, расширяется. При $l < m$ мы имеем верхнее критическое поле, почти линейно изменяющееся с температурой.

На рисунке 1 представлены экспериментальные данные Фройденберга с соавторами [19] для верхнего критического поля $H_{c2}(T)$ в $\text{LuNi}_2\text{B}_2\text{C}$ в зависимости от приведенной температуры T/T_c , а также показана теоретическая аппроксимация этих данных на основе (10) и (67). Наилучшее соответствие с экспериментальными данными достигается при использовании уравнения (67) (штриховая кривая на рис. 1) с параметрами подгонки $\mu_0 H_{c2}^*(0) = 7,75$ Тл, $\alpha = 0,24$, $l = 3$, $m = -1$. Сплошной кривой на рис. 1 показана зависимость, рассчитанная в рамках двузонной теории ГЛ по формуле (10). При этом наряду с другими параметрами использовались следующие параметры теории ГЛ: $A = 0,66$, $B = -0,03$, $c_0 = 0,19$, $x = 5$, $\mu_0 \tilde{H}_{c2}(0) = 7,02$ Тл, $T_{c1} = 9,8$ К, $T_{c2} = 2,3$ К.

На рисунке 2 построены рассчитанные из (10) и (67) первая и вторая производные h_{c2} по приведенной температуре T/T_c для $\text{LuNi}_2\text{B}_2\text{C}$. В двузонной теории ГЛ (светлые кружки) первая производная при температурах ниже T_c отрицательна. С другой стороны, первая производная аппроксимационной формулы (67) (темные кружки), равная нулю при абсолютном нуле, проходит через отрицательную область и возвращается к нулю при T_c . Имеется хорошее соответствие в диапазоне темпера-

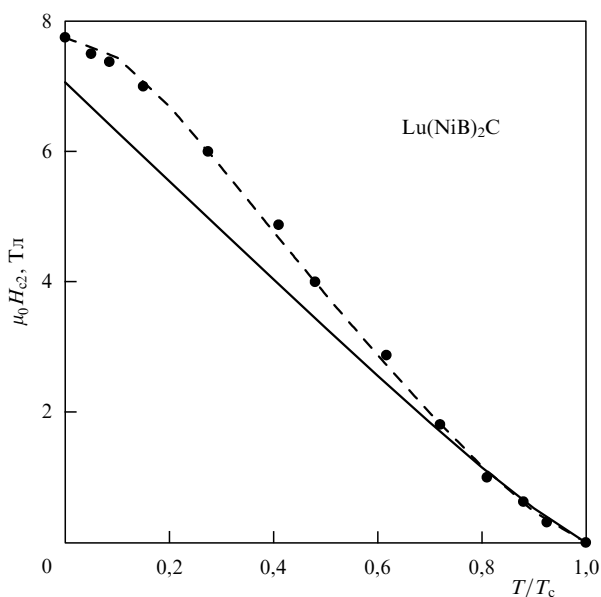


Рис. 1. Зависимость верхнего критического поля $H_{c2}(T)$ для $\text{LuNi}_2\text{B}_2\text{C}$ от приведенной температуры T/T_c . Кругами показаны экспериментальные данные [19]. Сплошная кривая соответствует теоретическим ожиданиям исходя из теории ГЛ, штриховая кривая — вычислениям по подгоночной формуле (67).

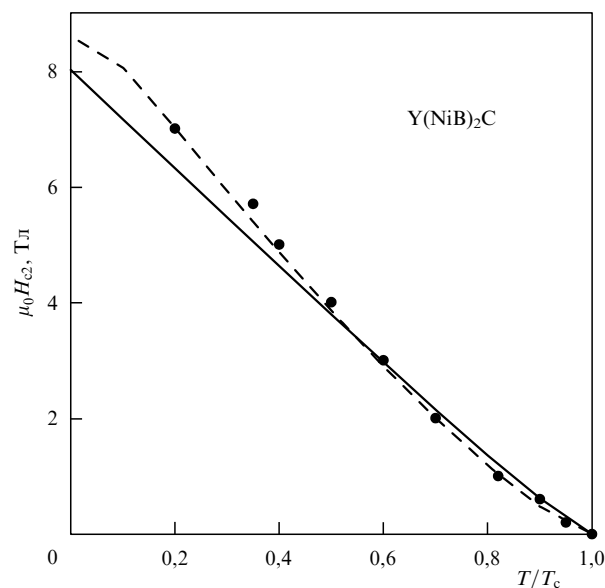


Рис. 3. Зависимость верхнего критического поля $H_{c2}(T)$ для $\text{YNi}_2\text{B}_2\text{C}$ от приведенной температуры T/T_c . Кругами показаны экспериментальные данные [20], кривыми — теоретические ожидания для $H_{c2}(T)$ согласно теории ГЛ. Штриховая кривая соответствует вычислениям по подгоночной формуле (67).

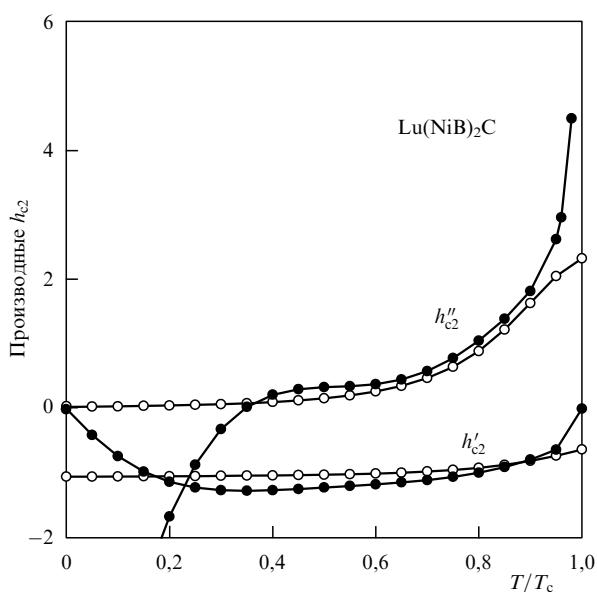


Рис. 2. Зависимости первых и вторых производных (10) и (67) от приведенной температуры T/T_c . Светлыми кружками показаны производные, рассчитанные из уравнений ГЛ (10), темными — производные подгоночной формулы (67).

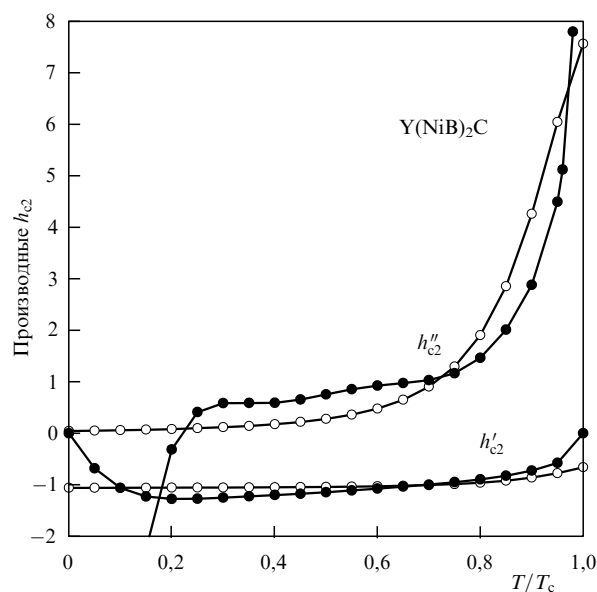


Рис. 4. Первые и вторые производные (10) и (67) как функции приведенной температуры для $\text{YNi}_2\text{B}_2\text{C}$. Светлыми кружками показаны производные, рассчитанные с помощью (10), темными кружками — производные подгоночной формулы (67).

тур от $0,4T_c$ до $0,95T_c$. На том же рисунке представлены графики вторых производных. Хорошее согласие в том же диапазоне температур наблюдается и для вторых производных.

Результаты аппроксимации для $\text{YNi}_2\text{B}_2\text{C}$ представлены на рис. 3 и 4. Мы приняли следующие значения параметров [20]: $\mu_0 H_{c2}^*(0) = 8,6$ Тл, $\alpha = 0,28$, $l = 7$, $m = -13$, а также для набора параметров ГЛ: $A = 0,71$, $B = -0,044$, $c_0 = 0,157$, $x = 5$, $\mu_0 \tilde{H}_{c2}(0) = 8$ Тл, $T_{c1} = 10$ К, $T_{c2} = 1,825$ К. Аналогичные вычисления на основе (10) и (67) для объемного MgB_2 представлены в [32], причем

было получено хорошее согласие с экспериментальными данными [21, 22].

При отсутствии межградиентного взаимодействия параметров порядка ($\eta = 0$) кривизна в теории ГЛ достигает максимума в точке $\theta = B/(2A) = 0,5$. Включение отрицательного межградиентного взаимодействия сдвигает этот максимум в область температур, близких к критической. Физически это означает, что в окрестности T_c , где оба параметра порядка малы, их взаимодействие существенно влияет на поведение верхнего критического поля. Из соотношения (11) видно, что в случае соедине-

ния $\text{LuNi}_2\text{B}_2\text{C}$ значение критической температуры около $T_c = 16$ К может быть получено из значений $T_{c1} = 9,8$ К и $T_{c2} = 2,3$ К, если параметр взаимодействия приблизительно равен 0,33. В случае $\text{YNi}_2\text{B}_2\text{C}$ использовались следующие параметры: $T_{c1} = 10$ К, $T_{c2} = 1,825$ К и параметр взаимодействия 0,33. Отметим, что здесь, в отличие от аналогичных расчетов для MgB_2 [32], необходимо брать две значительно различающиеся температуры, $T_{c1} \gg T_{c2}$.

Для верхнего критического поля h_{c2} управляющими параметрами являются ε и ε_1 . Из выражения (10) следует, что верхнее критическое поле определяется главным образом большей массой m_1 , в то время как вклад от меньшей массы в случае двух различных эффективных масс пренебрежимо мал. При вычислении параметра отношения масс χ в борокарбидах $\text{LuNi}_2\text{B}_2\text{C}$ и $\text{YNi}_2\text{B}_2\text{C}$ мы используем следующие значения скорости Ферми в зонах: $v_{F1} = 0,85 \times 10^7$ см с^{-1} , $v_{F2} = 3,8 \times 10^7$ см с^{-1} [23]. Это приводит к тому, что для отношения масс можно взять значение 5, тогда как для MgB_2 $\chi = 3$ [32, 33].

Заметим, что между теоретическими и экспериментальными результатами обнаруживается расхождение при температурах, близких к T_c (см. рис. 2, 4). Повидимому, возможны две основные причины такого несоответствия теории и эксперимента при температурах, очень близких к T_c . Во-первых, термические флуктуации, которыми в теории ГЛ как теории среднего поля пренебрегается, могут увеличивать положительную кривизну вблизи T_c . Флуктуации могут сильно возрасти из-за наличия областей нестинга на поверхности Ферми, которые вносят существенный вклад для группы медленных электронов, описываемых в рамках нашей двузонной модели [13]. Во-вторых, при расчетах мы использовали линейную двузонную теорию ГЛ, в которой существуют аналитические решения. Для лучшего соответствия в двузонной теории ГЛ необходимо учесть кубические члены. Тогда эти уравнения приведут к решениям для вихревого состояния и его симметрии в двузонной теории ГЛ.

3.2. Поверхностное критическое поле $H_{c3}(T)$

Из уравнения (18) следует, что поверхностное критическое поле $H_{c3}(T)$ имеет ту же самую температурную зависимость, что и $H_{c2}(T)$ как в однозонных, так и двузонных моделях ГЛ. Результаты вычислений в рамках этих моделей указывают на существование поверхностного критического поля. О первых измерениях спектров фотоэмиссии с угловым разрешением на монокристалле MgB_2 сообщалось в [52]. Были наблюдаемы некоторые поверхностные состояния. Влияние поверхностных состояний на сверхпроводимость обсуждалось в [53]. Авторы работы [53] полагали, что поверхностного критического поля не существует и за его отсутствие могут быть ответственны поверхностные электронные состояния [53]. Как утверждается в этой работе, в немагнитных борокарбидах H_{c3} не наблюдается. Однако совсем недавно Велп с соавторами [54] представили данные по $H_{c3}(T)$ для монокристалла MgB_2 . В их измерениях поверхностное критическое поле вдоль c -оси имеет линейную зависимость, тогда как в ab -плоскости оно имеет положительную кривизну. Таким образом, в измерениях проявляется анизотропия. Однако в вычислениях, представленных в этой работе, предполагается изотропная сверхпроводимость в двузонной теории ГЛ. Хотя влияние поверхностных состояний на сверхпроводимость до сих пор вызывает споры, предполагалось, что они подавляют сверхпроводимость

в ab -плоскостях, не оказывая влияния на сверхпроводимость вдоль c -оси.

Согласно нашим расчетам в рамках изотропной двузонной модели ГЛ, верхнее критическое поле имеет положительную кривизну при температурах, близких к T_c . С параметрами двузонной теории ГЛ, представленными в [32], можно обнаружить в экспериментах поверхностное критическое поле H_{c3} с положительной кривизной, аналогичной кривизне H_{c2} для объемного сверхпроводника MgB_2 . По нашему мнению, для измерений в MgB_2 достаточно было бы приготовить объемные образцы с гладкими и чистыми поверхностями. Парамагнитный эффект Мейснера, связанный с существованием поверхностного критического поля, впервые наблюдался в гранулах MgB_2 конечных размеров и в сверхпроводящих сердцевинах трубок MgB_2 , покрытых железом [55]. Парамагнитный эффект Мейснера может быть получен в рамках самосогласованного решения однозонных уравнений ГЛ для цилиндра конечного размера [56]. Поверхностное магнитное поле для грязного двузонного сверхпроводника вычислено с помощью теории БКШ в [57]. Показано, что взаимодействие двух зон приводит к новому сценарию с отношением H_{c3}/H_{c2} , изменяющимся с температурой. Результаты были применены к MgB_2 , и это отношение оказалось меньшим, чем 1,6946.

3.3. Нижнее критическое поле $H_{c1}(T)$

На рисунке 5 мы построили $h_{c1}(T)$ как функцию приведенной температуры T/T_c . Гош с соавторами [58] обнаружили, что нижнее критическое поле борокарбида $\text{YNi}_2\text{B}_2\text{C}$ описывается степенной зависимостью вида $h_{c1} = H_{c1}/H_{c1}^*(0) = 1 - (T/T_c)^2$, где $H_{c1}^*(0) = 22$ мТл. Их результаты на рис. 5 показаны кружками. По нашим сведениям до сих пор не проведены измерения нижнего критического поля в $\text{LuNi}_2\text{B}_2\text{C}$. Кривой изображены результаты вычислений в двузонной теории ГЛ. Здесь мы использовали (10), (24) и (27) с параметром $D = 1,5$. Остальной набор параметров модели ГЛ тот же, который использовался в разделе 3.1 для определения темпе-

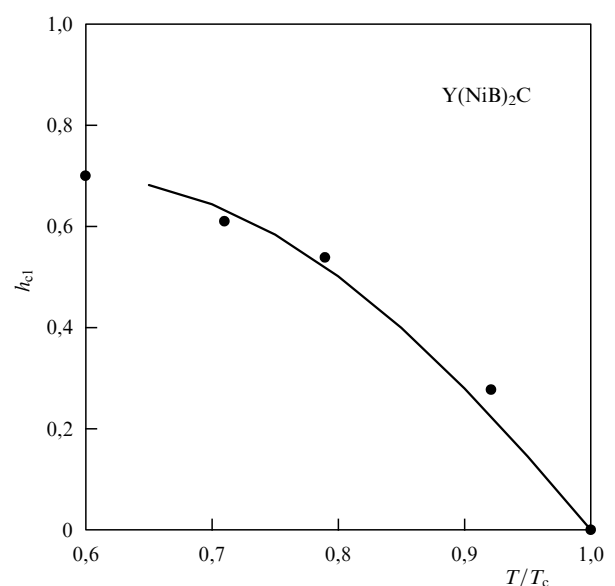


Рис. 5. Зависимость нижнего критического поля $H_{c1}(T)$ для $\text{YNi}_2\text{B}_2\text{C}$ от приведенной температуры T/T_c . Кружками показаны экспериментальные данные [58], кривая — теоретические ожидания для $H_{c1}(T)$ согласно теории ГЛ.

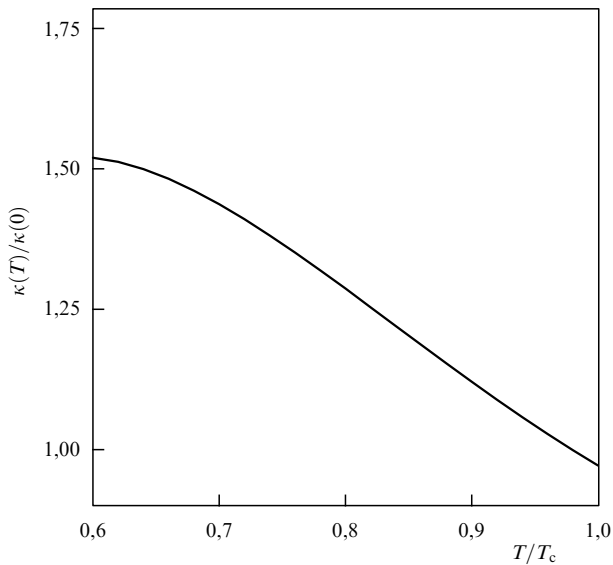


Рис. 6. Зависимость параметра ГЛ для $\text{YNi}_2\text{B}_2\text{C}$ от приведенной температуры T/T_c на основе (27).

ратурной зависимости верхнего критического поля h_{c2} в $\text{YNi}_2\text{B}_2\text{C}$. Температурная зависимость параметра ГЛ $\kappa(T)$, полученная из (27) с теми же подгоночными параметрами, представлена на рис. 6, из которого видно, что $\kappa(T)$ медленно изменяется с температурой, вследствие чего температурная зависимость h_{c1} в (22) определяется преимущественно лондоновской глубиной проникновения $\lambda(T)$. Расчеты h_{c1} в двузонной теории ГЛ для диборида магния MgB_2 были выполнены в [33], где также было достигнуто хорошее согласие.

Заметим, что температурная зависимость h_{c1} в двузонной теории ГЛ определяется в основном параметрами взаимодействия ε и ε_1 . Если носители в разных зонах имеют различные эффективные массы ($m_1 \gg m_2$), то нижнее критическое поле h_{c1} , в отличие от верхнего критического поля, эффективно определяется малой массой. В этом случае вклад большей массы пренебрежимо мал. Как видно из рис. 5, теоретические результаты двузонной теории ГЛ хорошо согласуются с экспериментальными данными [58].

3.4. Верхнее критическое поле тонких пленок

Из уравнения (32) следует, что верхнее критическое поле тонкой пленки двузонного сверхпроводника с уменьшением ее толщины возрастает как d^{-2} . Хорошо известно, что $H_{c2}^{\text{film}}(T)$ для пленок из однозонного сверхпроводника возрастает как d^{-1} [35]. Общим свойством (10) и (33) является наличие при критической температуре T_c положительной кривизны для объемных образцов и пленок. Такой вывод согласуется с экспериментальными данными для объемных образцов немагнитных борокарбидов и диборида магния [32, 33], а также тонких пленок MgB_2 [59].

Используя (32), мы можем вычислить угол наклона верхнего критического поля при T_c для объемного образца и тонкой пленки. Для оценки отношения тангенсов углов наклона

$$\frac{dH_{c2}^{\text{film}}(T)/dT}{dH_{c2}^{\text{m}}(T)/dT}$$

при T_c мы используем (30)–(33) с параметрами, которые уже использовались в [32, 33] при определении температурных зависимостей различных физических величин для

объемных образцов MgB_2 . Такой выбор параметров приводит к отношению тангенсов углов наклона

$$\frac{dH_{c2}^{\text{film}}(T)/dT}{dH_{c2}^{\text{m}}(T)/dT}$$

при T_c , приблизительно равному 1,65. Из работ [59–62] следует, что отношение тангенсов углов наклона для объемных образцов и тонких пленок изменяется в интервале 1,5–2,2.

3.5. Намагниченность $M(T)$

Температурная зависимость $H_{c2}(T)$ вблизи T_c проявляет положительную кривизну. Это означает, что температурная зависимость намагниченности двузонных сверхпроводников вблизи $H_{c2}(T)$ нелинейна при фиксированном внешнем магнитном поле. О нелинейной намагниченности MgB_2 в окрестности $H_{c2}(T)$ ранее сообщалось в [28] и совсем недавно в [63]. Изменение параметра ГЛ κ с температурой приводит к изменению типа сверхпроводника со второго на первый в окрестности критической температуры. Аналогичные эффекты в сверхпроводящих купратах недавно обсуждались в [64].

3.6. Квантование потока

В работах [65, 66] сообщалось об экспериментах с квантово-интерференционными устройствами, основанными на MgB_2 . Из соотношения (36) следует, что квантование магнитного потока в двузонном сверхпроводнике остается таким же, как и в однозонном случае. Результаты экспериментов [65, 66] подтверждают квантование потока (36).

3.7. Эффект Литтла–Паркса

Из уравнения (38) следует, что из-за различных периодов осцилляций критической температуры в разных зонах (37а), (37б) в двузонном сверхпроводнике, в отличие от однозонного, не происходит периодического изменения T_c . К сожалению, отсутствуют экспериментальные данные по эффекту Литтла–Паркса в двузонных СП MgB_2 , $\text{LuNi}_2\text{B}_2\text{C}$, $\text{YNi}_2\text{B}_2\text{C}$.

3.8. Термодинамическое магнитное поле $H_{\text{cm}}(T)$ и $\Delta C/C_N$

Отметим, что термодинамическое магнитное поле $H_{\text{cm}}(T)$ не является непосредственно измеряемой величиной, однако оно может быть найдено из измерений теплоемкости. На рисунке 7 мы построили температурную зависимость $H_{\text{cm}}(T)$ в MgB_2 , рассчитанную с помощью (42) (кружки). Для получения данных, представленных на рис. 7, мы использовали те же значения параметров, что и в [32, 33]. Эмпирические данные для h_{cm} (квадраты) соответствуют результатам Буке с соавторами [10] при $H_{\text{cm}}^*(0) = 0,36$ Тл. Аналогичные экспериментальные результаты получены также в работе Ванга с соавторами [28].

Подставив значение $\partial h_{\text{cm}}/\partial \theta$, вычисленное при критической температуре, в формулу (44), мы можем оценить скачок теплоемкости при T_c . Такая оценка дает значение величины скачка 0,64, что меньше результата, получающегося в однозонной теории ГЛ, равного единице. Однако это значение согласуется с экспериментальными данными [10], в соответствии с которыми $\Delta C/C_N = 0,8$, что меньше значения 1,43 для однозонной модели БКШ. Аналогичное уменьшение скачка теплоемкости в двузонной модели БКШ показали результаты вычислений, проведенных Москаленко с соавторами [67] и позднее в работах [68, 69].

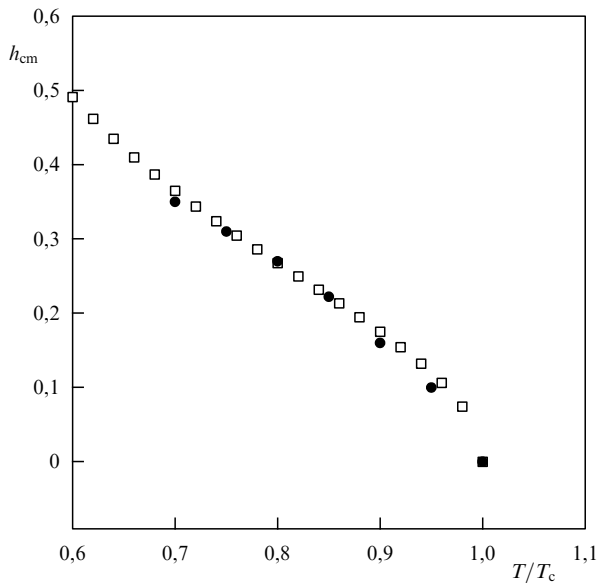


Рис. 7. Температурная зависимость термодинамического магнитного поля для MgB_2 .

3.9. Критическая плотность тока $j_c(T)$

На рисунке 8 показана критическая плотность тока (49) в сравнении с результатом однозонной модели Гинзбурга–Ландау [35] $j_c(T)/j_c(0) = (1 - T/T_c)^{3/2}$. Видно, что обе кривые свидетельствуют о положительной кривизне критической плотности тока при T_c . Треугольниками показаны результаты недавних измерений из [70]. Очевидно, что двухзонная теория ГЛ дает хорошее приближение для экспериментальных данных [70] (см. также обзор [71]).

3.10. Эффекты анизотропии H_{c2}

Экспериментальные исследования анизотропии свойств сверхпроводящего состояния в MgB_2 проводились недавно в работах [72–74]. На рисунке 9 мы построили параметр анизотропии γ в зависимости от приведенной температуры T/T_c . Темными кружками показаны экспериментальные результаты Лиарда [73], светлыми кружками — результаты расчетов в представленной в разделе 2 двухзонной теории ГЛ для слоистых сверхпроводников. Те же самые значения параметров использовались в [32, 33] для определения температурной зависимости параметров СП-состояния в рамках изотропной двухзонной модели ГЛ. Параметры анизотропии масс для монокристаллов, $m_2/m_1^c = 1,3$ и $m_1/m_1^c = 0,03$, те же самые, что и в [75]. Из уравнения (60) следует, что влияние π -зоны (слабой) эффективно "выключено" и параметр анизотропии в основном определяется σ -зоной (сильной). Вследствие этого при малых магнитных полях имеется хорошее согласие с экспериментальными данными по исследованию анизотропии верхнего критического поля. Возрастание γ с уменьшением температуры наблюдалось экспериментально многими группами [77, 78]. Таким образом, существует единое понимание температурного поведения γ .

При сильных магнитных полях $H_{c2}^{\parallel}$ стремится к бесконечности как $(T - T^*)^{1/2}$. Отсюда следует, что орбитальный эффект разрушения пар магнитным полем, параллельным слоям, не уничтожает сверхпроводимость. Это соответствует случаю, когда сердцевинные вихри ущемляются между сверхпроводящими слоями и внешнее магнитное поле не оказывает влияния на сверхпрово-

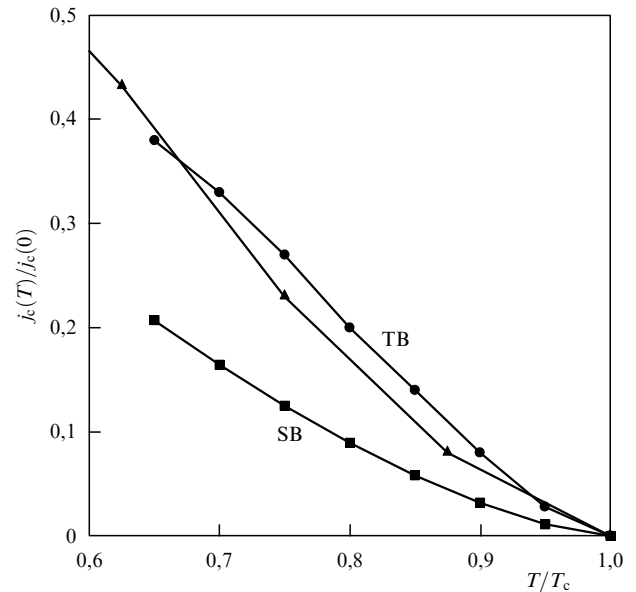


Рис. 8. Температурная зависимость критической плотности тока для MgB_2 (TB — результаты двухзонной теории ГЛ, SB — результаты однозонной модели ГЛ, треугольники — экспериментальные данные [70]).

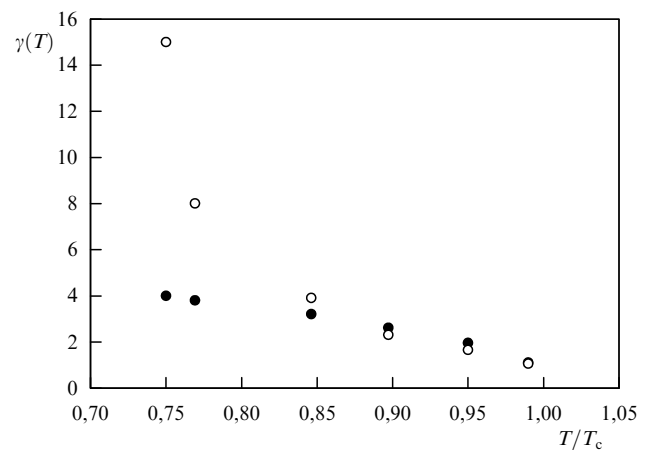


Рис. 9. Температурная зависимость параметра анизотропии для монокристаллов MgB_2 (темными кружками показаны экспериментальные данные из [73], светлыми — результаты анизотропной двухзонной теории ГЛ).

димость. В действительности ограничить расходимость могут другие магнитные механизмы. Расходимость $H_{c2}^{\parallel}$ при T^* может быть устранена с помощью учета спин-орбитального рассеяния [79] и парамагнитного эффекта [80, 81]. Аналогичная анизотропия верхнего критического магнитного поля наблюдалась в другом возможном классе двухзонных сверхпроводников — немагнитных борокарбидах $\text{Y}(\text{Lu})\text{Ni}_2\text{B}_2\text{C}$ [82].

Здесь необходимо отметить, что аналогичные двухзонные уравнения ГЛ недавно обсуждались в [83, 84]. Однако в уравнениях, представленных в [83, 84], отсутствуют члены, подобные членам, отвечающим за межградиентное взаимодействие в (4а), (4б) и (8а), (8б). Как показано в [32, 33], максимальная положительная кривизна верхнего критического поля объемных образцов может достигаться при учете межградиентного взаимодействия. В отсутствие межградиентов параметров порядка, $\eta = 0$, кривизна достигает максимума в точке $0,5T_c$. Межградиентное взаимодействие сдвигает этот

максимум в область температур, находящуюся ближе к критической температуре. Такое поведение хорошо согласуется с экспериментальными данными для объемных образцов. Как можно видеть из (60), в случае анизотропных уравнений ГЛ межградиентный член также играет ключевую роль в температурной зависимости параметра анизотропии $\gamma_{H_{c2}}$.

Другая версия приближения ГЛ представлена в [85]. Этот подход соответствует эффективной однозонной теории ГЛ. В рамках теории [85] отношение параметров порядка не зависит от температуры и поля, т.е. является константой. Это означает, что двузонная теория ГЛ эквивалентна эффективному однозонному приближению. В отличие от [85], в нашем рассмотрении отношение параметров порядка зависит от температуры и поля (см. также (4а), (4б) и (8а), (8б)).

3.11. Эффекты анизотропии λ

На рисунке 10 представлена зависимость параметра анизотропии от приведенной температуры T/T_c . Экспериментальные данные Лиарда [86] показаны темными кружками. Светлыми кружками обозначены результаты вычислений из уравнений (6а), (6б) и (6б). Из-за отрицательного знака межградиентного взаимодействия η фактор анизотропии лондоновской глубины проникновения γ_λ с понижением температуры уменьшается. Аналогичные экспериментальные результаты получены также Кубиттом [87] и Зеетмайером [44].

Параметры анизотропии H_{c2} и λ в рамках двузонной анизотропной модели БКШ (слабая связь) были рассчитаны с помощью введения средних параметров в [75, 76]. Результаты этих вычислений также согласуются с представленными в разделе 2.11 результатами расчетов в двузонной теории ГЛ. Параметр анизотропии лондоновской глубины проникновения γ_λ в двузонном сверхпроводнике для произвольных межзонных и внутризонных времен рассеяния был вычислен с помощью теории Эйленберга в [88].

Как показано Булаевским [89], верхнее критическое поле для однозонных слоистых сверхпроводников определяется выражениями

$$H_{c2}^{\parallel} = \frac{\Phi_0}{2\pi\xi_{\perp}\xi_{\parallel}}, \quad H_{c2}^{\perp} = \frac{\Phi_0}{2\pi\xi_{\parallel}^2}.$$

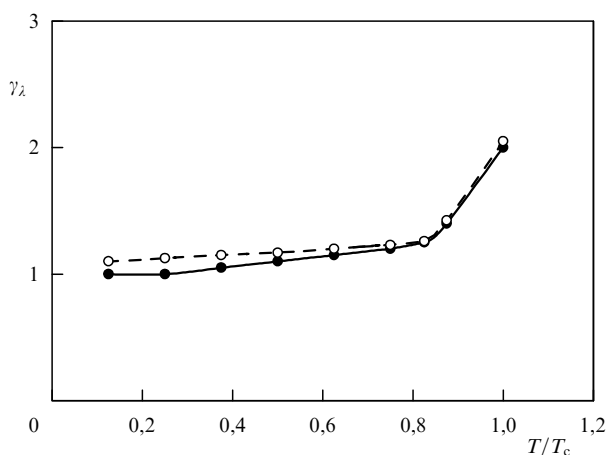


Рис. 10. Температурная зависимость параметра анизотропии лондоновской глубины проникновения для монокристаллов MgB_2 (темными кружками показаны экспериментальные данные из [86], светлыми — результаты анизотропной двузонной теории ГЛ).

Заметим, что в этом случае параметр анизотропии $\gamma_{H_{c2}}$ не зависит от температуры. Как полагалось вначале, все коэффициенты α и β в модели ГЛ не зависят от поля. Другое обобщение рассматриваемой модели связано с введением зависящих от поля параметров α и β . Необходимо отметить совсем недавнюю работу [90], в которой рассмотрена двузонная модель ГЛ с зависимостью от поля без учета межградиентного взаимодействия.

4. Заключение

Однозонная теория ГЛ приводит к хорошо известной линейной зависимости верхнего, нижнего и термодинамического магнитных полей от температуры: $H_{c1}, H_{c2}, H_{cm} \propto 1 - T/T_c$. Показано, что для описания температурной зависимости оказываются неподходящими однозонные вычисления, тогда как двухщелевая модель дает удовлетворительные результаты. Мы утверждаем, что двузонная изотропная теория ГЛ может успешно применяться для нахождения температурной зависимости критических полей в объемных немагнитных борокарбидах MgB_2 , $\text{LuNi}_2\text{B}_2\text{C}$ и $\text{YNi}_2\text{B}_2\text{C}$. Наличие двух параметров порядка и их взаимодействие играют значительную роль в определении температурной зависимости критических полей. Результаты этих вычислений хорошо согласуются с экспериментальными данными для объемных немагнитных борокарбидов и диборида магния.

Мы также заключаем, что двузонная теория ГЛ объясняет уменьшенную величину скачка теплоемкости и малый наклон термодинамического магнитного поля в MgB_2 . Показано, что соотношение между верхним критическим полем и так называемым поверхностным критическим полем такое же, как и в случае однозонных сверхпроводников. Зависимость поверхностного критического поля двузонных сверхпроводников от температуры должна иметь положительную кривизну. Квантование магнитного потока в случае двузонных СП остается таким же, как и для однозонных СП. Однако в двузонных сверхпроводниках отсутствует периодичность осцилляций T_c Литтла–Паркса. Представлено обобщение двузонной теории ГЛ для случая слоистой анизотропии. Мы вычислили параметры анизотропии верхнего критического поля H_{c2} и лондоновской глубины проникновения λ для монокристаллов диборида магния. Полученная температурная зависимость анизотропии верхнего критического поля, которая согласуется с экспериментальными данными для MgB_2 , проявляет обратную температурную тенденцию.

Благодарности. Я признателен Международному центру теоретической физики им. Абдуса Салама за гостеприимство и Ф. Гашимзаде за поддержку, С.-Л. Дрекслеру за стимулирующие дискуссии. Я также благодарю Н. Yilmaz, M. Saglam, A. Vercin, B. Unal, M. Zengin, M. Birey, A. Gencer из Университета Анкары за гостеприимство, N. Guclu, A. Kilic, Derya Kanbur за техническую помощь. Работа выполнена при частичной финансовой поддержке исследовательским грантом TUBITAK № 104T522 (2005) и грантом НАТО 980766.

Список литературы

1. Nagamatsu J et al. *Nature* **410** 63 (2001)
2. Glowacki B A et al. *Supercond. Sci. Technol.* **14** 193 (2001)
3. Gencer A *Supercond. Sci. Technol.* **15** 247 (2002)
4. Bud'ko S L et al. *Phys. Rev. Lett.* **86** 1877 (2001)
5. Kotegawa H et al. *Phys. Rev. Lett.* **87** 127001 (2001)
6. Kortus J et al. *Phys. Rev. Lett.* **86** 4656 (2001)

7. Liu A Y, Mazin I I, Kortus J *Phys. Rev. Lett.* **87** 087005 (2001)
8. Chen X K et al. *Phys. Rev. Lett.* **87** 157002 (2001)
9. Giubile F et al. *Phys. Rev. Lett.* **87** 177008 (2001)
10. Bouquet F et al. *Phys. Rev. Lett.* **87** 047001 (2001)
11. Nagarajan R et al. *Phys. Rev. Lett.* **72** 274 (1994)
12. Cava R J et al. *Nature* **367** 146 (1994)
13. Drechsler S-L et al. *Physica C* **317–318** 117 (1999)
14. Pickett W E, Singh D J *Phys. Rev. Lett.* **72** 3702 (1994)
15. Mattheiss L F *Phys. Rev. B* **49** 13279 (1994)
16. Ravindran P, Johansson B, Eriksson O *Phys. Rev. B* **58** 3381 (1998)
17. Suh B J et al. *Phys. Rev. B* **53** R6022 (1996)
18. Heinecke M, Winzer K Z. *Phys. B* **98** 147 (1995)
19. Freudenberger J et al. *Physica C* **306** 1 (1998)
20. Nohara M et al. *J. Phys. Soc. Jpn.* **66** 1888 (1997)
21. Müller K-H et al. *J. Alloys Comp.* **322** L10 (2001)
22. Bud'ko S L et al. *Phys. Rev. B* **63** 220503 (2001)
23. Shulga S V et al. *Phys. Rev. Lett.* **80** 1730 (1998)
24. Shulga S V et al., cond-mat/0103154
25. Москаленко В А *ФММ* **8** 503 (1959)
26. Suhl H, Matthias B T, Walker L R *Phys. Rev. Lett.* **3** 552 (1959)
27. Udomsamuthirun P et al. *Physica C* **425** 149 (2005)
28. Wang Y, Plackowski T, Junod A *Physica C* **355** 179 (2001)
29. Golubov A A et al. *J. Phys.: Condens. Matter* **14** 1353 (2002)
30. Гинзбург В Л, Ландау Л Д *ЖЭТФ* **20** 1064 (1950)
31. Doh H et al. *Phys. Rev. Lett.* **83** 5350 (1999)
32. Askerzade I N, Gencer A, Güçlü N *Supercond. Sci. Technol.* **15** L13 (2002)
33. Askerzade I N et al. *Supercond. Sci. Technol.* **15** L17 (2002)
34. Москаленко В А *ЖЭТФ* **51** 1163 (1966)
35. Абрикосов А А *Основы теории металлов* (М.: Наука, 1987)
36. Saint-James D, De Gennes P G *Phys. Lett.* **7** 306 (1963)
37. Абрикосов А А *ЖЭТФ* **47** 720 (1964)
38. Tinkham M *Introduction to Superconductivity* 2nd ed. (New York: McGraw-Hill, 1996)
39. Askerzade I N *Mod. Phys. Lett. B* **18** 1525 (2004)
40. Askerzade I N *Physica C* **397** 99 (2003)
41. Askerzade I N, Gencer A *J. Phys. Soc. Jpn.* **71** 1637 (2002)
42. Askerzade I N *Physica C* **390** 281 (2003)
43. Takahashi K et al. *Phys. Rev. B* **66** 012501 (2002)
44. Zehetmayer M et al. *Phys. Rev. B* **66** 052505 (2002)
45. Lawrence W E, Doniach S, in *Proc. of the 12th Intern. Conf. on Low Temperature Physics, Kyoto, 1970* (Ed. E Kanda) (Tokyo: Keigaku, 1971) p. 361
46. Булаевский Л Н, в сб. *Проблема высокотемпературной сверхпроводимости* (Под ред. В Л Гинзбурга, Д А Киржница) (М.: Наука, 1977) [Bulaevskii L N, in *High-Temperature Superconductivity* (Eds V L Ginzburg, D A Kirzhnits) (New York: Consultants Bureau, 1982)]
47. Clem J R *Phys. Rev. B* **43** R2991 (1996)
48. Abramowitz M, Stegun I A (Eds) *Handbook on Mathematical Functions, with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables* (New York: Dover Publ., 1972) [Справочник по специальным функциям с формулами, графиками и математическими таблицами (Под ред. М Абрамовица, И Стигана) (М.: Наука, 1979)]
49. Askerzade I N *Письма в ЖЭТФ* **81** 717 (2005)
50. Udomsamuthirun P et al. *Physica C* **434** 62 (2006)
51. Drechsler S-L, in *High-T_c Superconductors and Related Materials* (NATO Science Ser., Ser. 3, Vol. 86, Eds S-L Drechsler, T Mishonov) (Dordrecht: Kluwer Acad. Publ., 2001) p. 167
52. Uchiyama H et al. *Phys. Rev. Lett.* **88** 157002 (2002)
53. Servedio V D P, Drechsler S-L, Mishonov T *Phys. Rev. B* **66** 140502 (2002)
54. Welp U et al. *Phys. Rev. B* **67** 012505 (2003)
55. Horvat J et al. *Appl. Phys. Lett.* **80** 829 (2002)
56. Zharkov G F *Phys. Rev. B* **63** 214502 (2001)
57. Gorokhov D A *Phys. Rev. Lett.* **94** 077004 (2005)
58. Ghosh K et al. *Phys. Rev. B* **52** 68 (1995)
59. Gurevich A et al. *Supercond. Sci. Technol.* **17** 278 (2004)
60. Patnaik S et al. *Supercond. Sci. Technol.* **14** 315 (2001)
61. Jung M H et al. *Chem. Phys. Lett.* **343** 447 (2001)
62. Ferrando V et al. *Supercond. Sci. Technol.* **16** 241 (2003)
63. Mikheenko P et al. *Mod. Phys. Lett. B* **17** 675 (2003)
64. Landau I L, Ott H R *Physica C* **411** 83 (2004)
65. Zhang Y et al. *Appl. Phys. Lett.* **79** 3995 (2001)
66. Brinkman A et al. *Appl. Phys. Lett.* **79** 2420 (2001)
67. Москаленко В А, Палистрант М Е, Вакалюк В М *ФНТ* **15** 378 (1989)
68. Mishonov T, Penev E *Int. J. Mod. Phys. B* **16** 3573 (2002)
69. Askerzade I N *Mod. Phys. Lett. B* **17** 11 (2003)
70. Kunchur M N, Lee S-I, Kang W N *Phys. Rev. B* **68** 064516 (2003)
71. Kunchur M N *J. Phys.: Condens. Matter* **16** R1183 (2004)
72. Sologubenko A V et al. *Phys. Rev. B* **65** 180505 (2002)
73. Lyard L et al. *Phys. Rev. B* **66** 180502 (2002)
74. Angst M et al. *Physica C* **385** 143 (2003)
75. Miranović P, Machida K, Kogan V G *J. Phys. Soc. Jpn.* **72** 221 (2003)
76. Kogan V G *Phys. Rev. B* **66** 020509 (2002)
77. Bando H et al. *Physica C* **412** 258 (2004)
78. Angst M et al. *Phys. Rev. Lett.* **88** 167004 (2002)
79. Klemm R A, Luther A, Beasley M R *Phys. Rev. B* **12** 877 (1975)
80. Chandrasekhar B S *Appl. Phys. Lett.* **1** 7 (1962)
81. Clogston A M *Phys. Rev. Lett.* **9** 266 (1962)
82. Drechsler S-L et al. *Physica C* **408–410** 104 (2004)
83. Dao V H, Zhitomirsky M E *Eur. Phys. J. B* **44** 183 (2005)
84. Zhitomirsky M E, Dao V-H *Phys. Rev. B* **69** 054508 (2004)
85. Koshelev A E, Golubov A A *Phys. Rev. Lett.* **92** 107008 (2004)
86. Lyard L et al. *Phys. Rev. Lett.* **92** 057001 (2004)
87. Cubitt R et al. *Phys. Rev. Lett.* **90** 157002 (2003)
88. Kogan V G, Zhelezina N V *Phys. Rev. B* **69** 132506 (2004)
89. Булаевский Л Н *ЖЭТФ* **64** 2241 (1973)
90. Eisterer M et al. *Phys. Rev. B* **72** 134525 (2005)

Ginzburg – Landau theory: the case of two-band superconductors

I.N. Askerzade

*Institute of Physics, Azerbaijan National Academy of Sciences, prosp. Dzhauida 33, Az1143 Baku, Azerbaijan
Tel. (99412) 439-34 16. Fax (99412) 439-59 61. E-mail: solstphs@physics.ab.az
Department of Physics, Faculty of Sciences, Ankara University, 06100, Tandogan, Ankara, Turkey. E-mail: iasker@science.ankara.edu.tr*

Recent studies of two-band superconductors using Ginzburg – Landau (GL) theory are reviewed. The upper and lower critical fields ($H_{c2}(T)$ and $H_{c1}(T)$), thermodynamic magnetic field $H_{cm}(T)$, critical current density $j_c(T)$, magnetization near the upper critical field $M(T)$, and the upper critical field of thin films $H_{c2}^{film}(T)$ are examined from the viewpoint of their temperature dependence at T_c using two-band GL theory. The results are shown to be in good agreement with the experimental data for the bulk samples of superconducting magnesium diboride, MgB_2 , and nonmagnetic borocarbides $LuNi_2B_2C$ and YNi_2B_2C . The specific heat jump turns out to be smaller than calculated by single-band GL theory. The upper critical field of thin films of two-band superconductors is calculated, and the Little – Parks effect is analyzed. It is shown that magnetic flux quantization and the relation between the surface magnetic field $H_{c3}(T)$ and the upper critical field $H_{c2}(T)$ are the same as in single band GL theory. Extension of two-band GL theory to the case of layered anisotropy is presented. The anisotropy parameter of the upper critical field H_{c2} and the London penetration depth λ calculated for single crystals of MgB_2 are in good agreement with the experimental data and show the opposite temperature behavior to that in single band GL theory.

PACS numbers: 74.20.De, **74.25. – q**, 74.70.Ad

Bibliography — 90 references

Received 25 January 2006

Uspekhi Fizicheskikh Nauk **176** (10) 1025 – 1038 (2006)

Physics – Uspekhi **49** (10) (2006)