

ОБЗОРЫ АКТУАЛЬНЫХ ПРОБЛЕМ

Фотоотсчеты и лазерное детектирование слабых оптических сигналов

В.П. БЫКОВ

Исследована природа фотоотсчетов, возникающих в детекторах при действии на них высококогерентного лазерного излучения. Показано, что пространственная локализация фотона, допустимая в рамках квантовой электродинамики, не может объяснить наблюдаемые фотоотсчеты. Показано также, что возможной причиной фотоотсчетов может быть кулоновская неустойчивость слабого электронного потока в фотодетекторе. Использование в детекторах несвободных электронов, т.е. электронов, связанных в атомах, ионах, молекулах и т.п., делает возможным лазерное детектирование слабых оптических сигналов без фотоотсчетов, иными словами, при подавленных дробовых шумах. Предложена принципиальная схема лазерного детектора, основанного на использовании связанных электронов.

PACS numbers: 42.50. – p, 84.47. + w, 85.60.Gz

Содержание

1. Введение (495).
 2. Физическая природа фотоотсчетов (496).
 - 2.1. Фотоотсчет как физическое явление, проблема фотоотсчетов с современных позиций.
 - 2.2. Фотон с точки зрения квантовой электродинамики.
 - 2.3. Фотоэффект и локализация электронов.
 - 2.4. Фотоотсчеты как проявление кулоновской неустойчивости слабого электронного потока.
 - 2.5. Возможности экспериментального наблюдения одноэлектронных сгустков в вакуумных устройствах.
 3. Прием сигналов без фотоотсчетов. Лазерное детектирование (503).
 - 3.1. Лазерное детектирование. Принцип действия.
 - 3.2. Малое время отклика детектора на внешний сигнал в отсутствие релаксации.
 - 3.3. Большое время отклика детектора на принимаемый сигнал. Учет фазовой релаксации.
 4. Заключение (509).
 5. Приложения (509).
 - Приложение 1. Сферически симметричный разлет электронного сгустка.
 - Приложение 2. Движение электронного волнового пакета в электромагнитном поле.
- Список литературы (513).

1. Введение

Детектирование света — один из наиболее фундаментальных физических процессов, играющий важную роль как в природе, так и в технике. В природе этот процесс обеспечивает возможность зрения и, следовательно,

возможность познания окружающего нас мира. В технике многочисленные фотодетекторы позволяют количественно описать процесс обнаружения оптических сигналов и расширить спектр принимаемого излучения.

Несмотря на существенные успехи в разработке фотодетекторов, понимание фундаментальных процессов фотодетектирования основано на представлениях более чем пятидесятилетней давности. Эта часть физики оказалась как бы в тени огромных успехов лазерной физики и не привлекала к себе внимание исследователей. Однако создание лазерных световых источников высокой когерентности привело к некоторой несогласованности в прежних подходах к процессу детектирования, сделав его даже немного таинственным.

Представления о фотоотсчетах и о фотонах как пространственно локализованных частицах тесно связаны между собой. Считается, что пространственно локализованная частица (корпускула) — фотон, попадая в фотодетектор, поглощается там с высвобождением электрона, который, проходя по цепи детектора, порождает в этой цепи всплеск тока, называемый фотоотсчетом.

Эти представления долгое время оставались практически неизменными, хотя как в экспериментальных возможностях физики, так и в теоретических представлениях об электромагнитном поле произошли за это время колоссальные изменения. Так, экспериментальные возможности физиков невероятно расширились благодаря изобретению лазеров. Что касается теории, то за то же время возникли такие теории, как квантовая механика и квантовая электродинамика (КЭД). В настоящее время можно считать, что квантовые закономерности в природе твердо установлены. Квантовая электродинамика вообще считается самой точной теорией в физике, ее следствия проверены с точностью до многих знаков после запятой. Однако если сопоставить представления о фотонах, свойственные КЭД, с представлениями о

В.П. Быков. Институт общей физики им. А.М. Прохорова РАН,
119991 Москва, ул. Вавилова 38, Российская Федерация
Тел. (095) 135-02-70
E-mail: v.p.bykov@mtu-net.ru

Статья поступила 3 ноября 2004 г.

фотонах как причинах фотоотсчетов, то выявляются большие различия в этих представлениях. Указанные различия обсуждаются в настоящем обзоре.

2. Физическая природа фотоотсчетов

2.1. Фотоотсчет как физическое явление, проблема фотоотсчетов с современных позиций

Физическая природа фотоотсчетов (импульсов во внешней цепи фотодетектора с характерной длительностью $\approx 10^{-8}$ с) исследовалась задолго до появления лазерных источников излучения [1]. В основном их объяснение, как отмечено в разделе 1, сводилось к схеме: фотон (частица) выбивает из фотокатода электрон (частицу). После появления лазеров положение с объяснением фотоотсчетов изменилось. До появления лазеров ширина спектра оптических сигналов, поступающих на катод фотодетектора от тепловых и люминесцентных источников, составляла $\approx 10^{12} - 10^{15}$ Гц, намного превышая характерную ширину спектра выходного сигнала детектора, $\approx 10^8$ Гц, которая как раз и определяется длительностью импульсов тока в выходном сигнале, т.е. длительностью фотоотсчетов. Спектры лазерных источников много уже 10⁸ Гц, и в рекордных лазерах их ширина доходит до 1 Гц. Переход к детектированию когерентных, лазерных сигналов, по существу, никак не отразился на характере выходного сигнала, который по-прежнему представляет собой последовательность случайных импульсов — фотоотсчетов — длительностью $\approx 10^{-8}$ с. Следовательно, при детектировании высококогерентного сигнала в спектре выходного сигнала детектора появляются новые частоты, в отличие от детектирования оптических сигналов в долазерное время. Новые частоты могут возникнуть лишь вследствие того или иного нелинейного процесса. Спектр лазерного сигнала не может измениться при его распространении в вакууме, так как вакуум — существенно линейная среда. Единственным источником нелинейности является сам детектор, и уширение спектра сигнала при детектировании однозначно показывает, что причина возникновения фотоотсчета находится именно в детекторе, а не в принимаемом излучении.

Тот же вопрос можно поставить иначе. Упомянутую в разделе 1 таинственность фотоотсчетов проиллюстрируем схемой, изображенной на рис. 1. На вход приемника подается высококогерентное излучение, т.е. излучение, амплитуда которого плавно зависит от времени. При этом характерное время изменения амплитуды в хороших лазерах составляет несколько секунд.

На выходе приемника имеется последовательность импульсов (фотоотсчетов) с характерным временем

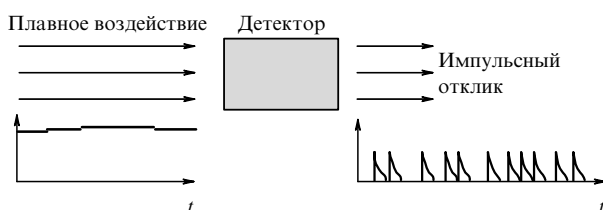


Рис. 1. В чем причина возникновения фотоотсчета при высококогерентном сигнале на входе приемника?

порядка 10^{-8} с. Естественно поставить вопрос: что является причиной этих фотоотсчетов? Такой вопрос не мог возникнуть в долазерную эпоху, так как свет тепловых и люминесцентных источников был хаотичным и поставлял достаточно причин для возникновения фотоотсчетов.

По фотоотсчетам и их статистике имеется обширная литература (см., например, [2–4]). Однако обычно вопрос о происхождении и природе фотоотсчетов либо совсем не упоминается, либо затрагивается вскользь [5]. Как правило, делаются вычисления с теми или иными величинами, характеризующими поле и плавно зависящими от времени, — результат же *объявляется* относящимся к потоку импульсов — фотоотсчетов. Природа же фотоотсчетов, причины их возникновения фактически игнорируются.

Что касается поставленного выше вопроса, то обычно подразумеваются три возможных ответа на него. Большинство исследователей полагают, что в излучении, в частности в когерентном излучении, имеются пространственно локализованные образования, называемые фотонами, которые при взаимодействии с фотокатодом и вызывают появление фотоотсчетов. Так, при исследовании статистики *фотоотсчетов* часто говорят о статистике *фотонов*, имея в виду как раз эти пространственно локализованные образования. Можно встретить в литературе обсуждение вопроса о том, куда летит фотон после взаимодействия с делительным зеркалом и т.д.

Другие исследователи полагают, что причина фотоотсчетов заключается в дискретной природе электронов. Предполагается, что дискретные электроны, взаимодействуя с волной, амплитуда которой плавно зависит от времени, приносят свою дискретность в реакцию приемника на излучение.

Наконец, есть исследователи, которые связывают происхождение фотоотсчетов с так называемой "редукцией волнового пакета", характерной для квантово-механических измерений.

В разделах 2.2–2.5 доказываем, что ни одна из этих гипотез не выдерживает критики с точки зрения современных гипотез. Положение проанализировано в [6], где показано, что источником фотоотсчетов является кулоновская неустойчивость слабого электронного потока, возникающего в детекторе в результате воздействия на него принимаемого излучения. Эта неустойчивость близка к вигнеровской неустойчивости [7]. Таким образом, статистика фотоотсчетов не является статистикой фотонов, а отражает, главным образом, статистические свойства процесса распада слабого электронного потока на отдельные сгустки, что как раз и является проявлением указанной неустойчивости. Пока это единственный подход, свободный от противоречий и объясняющий широкий круг явлений, связанных с фотоотсчетами.

Показано также, что кулоновской неустойчивости можно избежать, если в фотодетекторах вместо свободных электронов использовать электроны, связанные в атомах, ионах или молекулах. Предложены лазерные детекторы оптического излучения, основанные на этой идее (см. раздел 3).

2.2. Фотон с точки зрения квантовой электродинамики

2.2.1. Что такое фотон. К этому вопросу мы подойдем, основываясь на тех представлениях, которые дает нам

современная КЭД, точнее, на представлениях, которые следуют из математического аппарата КЭД.

Обычно при интерпретации как теоретических, так и экспериментальных результатов прибегают еще и к другим представлениям, таким, например, как "редукция волнового пакета", являющимися дополнительными к математическому аппарату КЭД. Эти дополнительные представления мы пока оставим в стороне.

Существенной особенностью фотона, следующей из КЭД, является его многоликость, т.е. способность проявляться в различных представлениях. Ниже рассматриваются два представления фотона — распределенное и пакетное. Цель — установить, в какой мере фотон может рассматриваться как пространственно локализованное образование.

2.2.2. Распределенное представление фотона. При описании фотонов в КЭД обычно вводят некоторый большой кубический резонатор, в котором модами являются плоские волны, имеющие дискретный набор собственных частот и волновых векторов. С квантовой точки зрения такая мода является осциллятором и может находиться в состояниях с различным числом фотонов, а также в других возможных состояниях осциллятора (когерентном, сжатом и т.п.). Если этот осциллятор находится в однофотонном состоянии, то поле фотона равномерно распределено по всему объему резонатора. Поскольку, в конечном счете, при квантовании поля объем большого резонатора устремляется к бесконечности, то поле фотона оказывается равномерно распределенным по всему бесконечному пространству. Совершенно ясно, что такой фотон не может служить причиной фотоотсчета, так как он пространственно не локализован. При многофотонном состоянии также не происходит локализации фотонов — их суммарное поле равномерно распределяется по всему объему резонатора и соответственно по всему пространству после упомянутого выше предельного перехода. Отсюда можно сделать вывод, что таким образом введенные фотоны совсем не локализованы и не могут быть причиной фотоотсчетов.

Поскольку такая процедура квантования электромагнитного поля приводится во всех учебниках по КЭД, то мы не будем ее описывать и позаимствуем из нее лишь оператор электрического поля, имеющий следующий вид [8]:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \frac{i\sqrt{\hbar}}{2\pi} \sum_{\lambda} \int d\mathbf{k} \sqrt{\omega} \mathbf{e}_{\lambda}(\mathbf{k}) a_{\lambda}(\mathbf{k}) \exp[i(\mathbf{k}\mathbf{r} - ckt)] + \text{э.с.}, \quad (2.1)$$

где суммирование производится по двум поляризациям \mathbf{e}_{λ} ; $a_{\lambda}^{\dagger}(\mathbf{k})$, $a_{\lambda}(\mathbf{k})$ — плотности операторов рождения и уничтожения, подчиняющиеся коммутационному соотношению

$$a_i(\mathbf{k}) a_j^{\dagger}(\mathbf{k}') - a_j^{\dagger}(\mathbf{k}') a_i(\mathbf{k}) = \delta_{ij} \delta(\mathbf{k} - \mathbf{k}'); \quad (2.2)$$

э.с. обозначает выражение, эрмитово-сопряженное предыдущему слагаемому.

2.2.3. Фотон как волновой пакет. Для пакетного представления [9] введем операторы рождения и уничтожения

$$A = \sum_{\lambda=1,2} \int d\mathbf{k} W_{\lambda}(\mathbf{k}) \alpha_{\lambda}(\mathbf{k}),$$

$$A^{\dagger} = \sum_{\lambda=1,2} \int d\mathbf{k} W_{\lambda}^*(\mathbf{k}) \alpha_{\lambda}^{\dagger}(\mathbf{k}), \quad (2.3)$$

где $W_{\lambda}(\mathbf{k})$ — некоторая нормированная спектральная функция,

$$\sum_{\lambda=1,2} \int d\mathbf{k} |W_{\lambda}(\mathbf{k})|^2 = 1, \quad (2.4)$$

определяющая, как мы увидим ниже, спектр пакета; $\alpha_{\lambda}^{\dagger}(\mathbf{k})$, $\alpha_{\lambda}(\mathbf{k})$ — плотности операторов рождения и уничтожения, входящие в выражение (2.1) для оператора электрического поля свободного пространства. Можно убедиться, что операторы A и A^{\dagger} подчиняются коммутационному соотношению

$$[A, A^{\dagger}] = 1. \quad (2.5)$$

В соответствии с этим соотношением операторы A и A^{\dagger} порождают систему стационарных состояний $|n\rangle$ таких, что

$$|n\rangle = \frac{(A^{\dagger})^n}{\sqrt{n!}} |0\rangle, \quad A|0\rangle = 0. \quad (2.6)$$

Произвольное состояние такого пакета может быть представлено в виде

$$|\Psi\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} \Psi_n |n\rangle. \quad (2.7)$$

Можно показать, что все средние выражаются через единую функцию, которую можно назвать формой квантового волнового пакета. Среднее значение электрического поля в состоянии (2.7) равно

$$\langle \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) \rangle = \mathbf{\Phi}(\mathbf{r}, t) \left(\sum_{n=0}^{\infty} \sqrt{n} \Psi_{n-1}^* \Psi_n \right) + \mathbf{\Phi}^*(\mathbf{r}, t) \left(\sum_{n=0}^{\infty} \sqrt{n} \Psi_{n-1} \Psi_n^* \right).$$

В этом выражении функция

$$\mathbf{\Phi}(\mathbf{r}, t) = \frac{i\sqrt{\hbar}}{2\pi} \sum_{\lambda} \int d\mathbf{k} \sqrt{\omega} W_{\lambda}(\mathbf{k}) \mathbf{e}_{\lambda}(\mathbf{k}) \exp[i(\mathbf{k}\mathbf{r} - ckt)] \quad (2.8)$$

как раз и является упомянутой выше функцией, описывающей форму волнового пакета.

Среднее значение квадрата напряженности поля, пропорциональное плотности электрической энергии, также выражается через ту же форму волнового пакета:

$$\langle \mathbf{E}^2(\mathbf{r}, t) \rangle = |\mathbf{\Phi}(\mathbf{r}, t)|^2 \left(\sum_{n=0}^{\infty} n |\Psi_n|^2 \right).$$

Можно показать, что средние значения вообще всех степеней поля выражаются через функцию (2.8).

Следовательно, функция $\mathbf{\Phi}(\mathbf{r}, t)$ описывает распределение поля в любом квантовом состоянии поля. Таким образом, при пакетном представлении фотон будет являться пространственно локализованным объектом. Для однофотонного состояния функцию $\mathbf{\Phi}(\mathbf{r}, t)$ можно назвать формой фотона. В случае многофотонного

состояния не происходит, однако, никакого пространственного разделения пакета на какие-либо однофотонные части: поля всех фотонов распределены единообразно в соответствии с функцией $\Phi(\mathbf{r}, t)$.

Из соотношения (2.8) следует, что величина

$$\frac{i\sqrt{\hbar\omega}}{2\pi} W_{\lambda}^*(\mathbf{k})$$

есть просто фурье-спектр волнового пакета $\Phi(\mathbf{r}, t)$. Как известно, длина пакета L и ширина его фурье-спектра $\Delta\omega$ подчиняются условию

$$\Delta\omega \frac{L}{c} \geq 1.$$

Следовательно, длина фотона $L_{\text{phot}} = L$ может быть только больше характерной длины пакета (равной длине когерентности), определяемой соотношением

$$L_{\text{coh}} = \frac{c}{\Delta\omega}, \quad \text{т.е.} \quad L_{\text{phot}} \geq L_{\text{coh}} = \frac{c}{\Delta\omega}.$$

Если это соотношение применить к фотонам, генерируемым в высококогерентных лазерах, то можно заключить, что при временах когерентности порядка секунды фотоны имеют астрономическую длину, порядка расстояния от Земли до Луны. Совершенно ясно, что такие фотоны не могут быть причиной фотоотсчетов.

Такова точка зрения КЭД на локализацию фотона. Иногда полагают, что в излучении, даже когерентном, якобы содержатся некие локализованные объекты, не описываемые математическим аппаратом КЭД и что именно эти объекты и следует называть фотонами. Нам такая точка зрения представляется наивной. Квантовой электродинамике более полусотни лет, и она хорошо проверена экспериментально. Маловероятно, что такая теория могла бы не заметить некие локализованные образования.

2.3. Фотоэффект и локализация электронов

Рассмотрим теперь две другие точки зрения, согласно которым причина дискретности выходного сигнала детектора заключается в дискретной природе самого электрона. Принципиальная схема вакуумного¹ приемника излучения изображена на рис. 2.

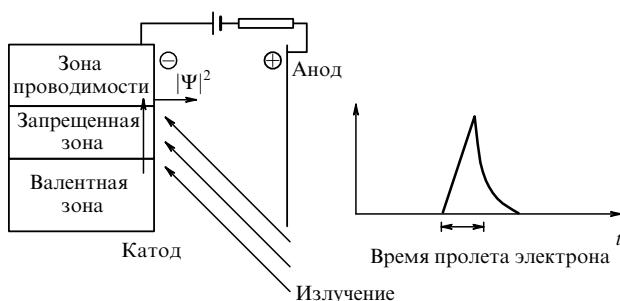


Рис. 2. Как электронная волна, выходящая из катода, преобразуется в частицу?

¹ Неустойчивости, подобные рассмотренным ниже, должны проявляться и в полупроводниковых детекторах. Однако из-за наличия среды их теоретическое рассмотрение существенно затруднено.

2.3.1. Фотоэффект. Согласно теории фотоэффекта плоская электромагнитная волна взаимодействует с плоской блоховской электронной волной валентной зоны полупроводника, образующего катод. В результате этого взаимодействия в зоне проводимости возникает плоская блоховская электронная волна. Так как ее энергия существенно больше, чем энергия волны в валентной зоне, то эта волна относительно легко проникает в вакуум, преодолевая потенциальный барьер. Таким образом, до этого момента электрон рассматривается как волна, не имеющая никакой пространственной локализации². Процесс возбуждения электронной волны в зоне проводимости под влиянием непрерывной электромагнитной волны происходит непрерывно, и, следовательно, на этом этапе не существует никаких указаний на возможность дискретных выходных сигналов.

Если такое описание электронной волны, именно как волны, продолжить до анода, то никаких всплесков тока, т.е. фотоотсчетов, так и не возникнет, поскольку, с одной стороны, непрерывная волна никаких всплесков тока вызвать не может, а с другой стороны, хорошо известно, что фотоотсчеты возникают как раз при прохождении электроном катод-анодного промежутка и, следовательно, если они не возникли к моменту достижения волной анода, то уже вообще не возникнут. Разумеется, такое описание противоречит наблюдениям, так как существование фотоотсчетов — это хорошо установленный экспериментальный факт.

2.3.2. Редукция волнового пакета. Обычно выходящую из катода в вакуум электронную волну интерпретируют как амплитуду вероятности обнаружения локализованного электрона вблизи катода. При этом ссылаются на "редукцию волнового пакета", происходящую при квантово-механических измерениях, т.е. при взаимодействии микроскопической квантовой системы с макроскопическим прибором. Поскольку электрон становится случайным образом локализованной частицей, фотоотсчет возникает естественным образом как результат прохождения частицы через катод-анодный промежуток.

Однако подобное применение понятия "редукция волнового пакета" неправомерно. Оставляя в стороне все современные дискуссии о редукции волнового пакета, сошлемся на такого авторитетного автора, как фон Нейман [10]. Он справедливо указывает, что представление о редукции волнового пакета применимо лишь в том случае, когда воображаемую поверхность, отделяющую квантовую систему от прибора, можно переносить, включая в квантовую систему весь прибор или его части; при этом картина, воспринимаемая наблюдателем, не должна изменяться, так как поверхность, отделяющая квантовую систему от прибора, является воображаемой, а от воображаемой поверхности ничто не может зависеть. Фон Нейман приложил большие усилия, чтобы показать, что такие измерения возможны.

Но это не тот случай, который рассматривается в предлагаемых объяснениях фотоотсчетов на основе

² Следует отметить, что все законы фотоэффекта (красная граница и пр.) реализуются на этом предварительном этапе взаимодействия волны с фотокатодом. Поэтому развиваемые далее представления о фотоотсчетах ни в коей мере не затрагивают этих проявлений и являются дополнительными к ним.

редукции волнового пакета. Как сказано выше, перенесение от катода к аноду границы между системой, рассматриваемой как квантово-механическая, и "классическим" прибором решительно изменяет наблюдаемую картину — фотоотсчеты исчезают. Поэтому редукцию волнового пакета, если она существует, следует отнести на более поздний этап взаимодействия квантовой системы с прибором.

Таким образом, следует признать, что существующие представления о процессе детектирования оптических сигналов не позволяют объяснить фотоотсчеты, т.е. дискретные отклики фотодетектора на непрерывный принимаемый сигнал.

2.4. Фотоотсчеты как проявление кулоновской неустойчивости слабого электронного потока

Как видно из предыдущего рассмотрения, фотоотсчетам необходимо дать физическое объяснение, не основанное на чудесном превращении волны в частицу. В настоящем обзоре считается [6], что причиной фотоотчетов является кулоновская неустойчивость слабого электронного потока, возникающего в детекторе под действием принимаемого излучения. В результате этой неустойчивости поток распадается на отдельные одноэлектронные сгустки, которые при своем движении от катода к аноду приводят всплески тока во внешней цепи детектора. Эти всплески воспринимаются наблюдателем как фотоотсчеты.

2.4.1. Вигнеровская неустойчивость. Неустойчивость слабого электронного потока легко понять, если вспомнить о хорошо известной вигнеровской кристаллизации [7]. Как известно, система электронов при низкой плотности распадается на систематически расположенные одноэлектронные сгустки, которые Вигнер как раз и называл электронами. В этой кристаллизации можно выделить две стадии. Первая — это неустойчивость равномерного или квазиравномерного электронного распределения (ее можно назвать вигнеровской неустойчивостью) и начало распада на сгустки. Вторая — это собственно вигнеровская кристаллизация или самоорганизация электронного распределения в стационарных вигнеровских условиях.

В случае вакуумного приемника электромагнитного излучения электроны под действием принимаемого излучения переходят из области с высокой плотностью заряда внутри катода в область с малой плотностью заряда в вакууме. Соответственно при этом должна проявиться тенденция к распадению квазиоднородного электронного распределения на сгустки. Однако, в силу нестационарности условий в детекторе, конечная стадия — регулярная кристаллизация — в целом не проявляется, может осуществиться лишь распад на более или менее хаотические сгустки³.

Именно эти сгустки, двигаясь в катод-анодном пространстве, возбуждают хаотические всплески тока во внешней цепи приемника, которые воспринимаются наблюдателем как фотоотсчеты. Эта точка зрения, выраженная нами в публикациях [6, 11], в настоящее время является единственным объяснением фотоотчетов, свободным от заметных противоречий. Ниже приводятся доводы в пользу этой точки зрения.

2.4.2. Распад электронного облака на сгустки. Чтобы проиллюстрировать распад электронного облака на сгустки при малых электронных плотностях, нами была рассмотрена система из двух электронов, расположенных в квадратичной потенциальной яме и взаимодействующих друг с другом по кулоновскому закону [12], так что потенциальная энергия системы равна

$$U(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \beta(\mathbf{r}_1^2 + \mathbf{r}_2^2) + \frac{e^2}{|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|},$$

где $\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2$ — радиус-векторы первого и второго электронов, β — параметр потенциальной ямы, при увеличении которого потенциальная яма сужается. Расчеты стационарных волновых функций системы и соответствующих им энергий проводились безбазисным вариационным методом [4, 5, 12]. Результаты этих расчетов представлены на рис. 3 и 4. На рисунке 3 показана зависимость энергии двухэлектронного облака от ширины потенциальной ямы. Электронное облако может находиться в состояниях с одним (кривая 1) и двумя (кривая 2) максимумами зарядовой плотности. В широкой потенциальной яме энергетически наиболее предпочтительным является состояние с двумя максимумами, а в узкой — с одним максимумом. Как видим, изменяя параметр потенциальной ямы, можно управлять электронной плотностью рассматриваемой системы и определить момент, в который электронное облако начинает распадаться на одноэлектронные сгустки. При уменьшении электронной плотности облако распадается на два электрона. Это подтверждает точку зрения Вигнера в специфических условиях потенциальной ямы.

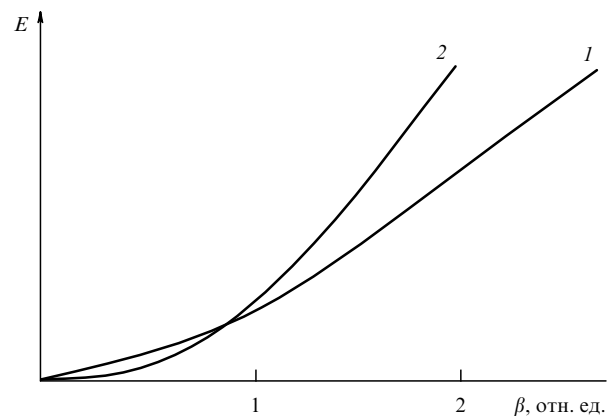


Рис. 3. Зависимости энергий симметричного и несимметричного электронных состояний от параметра квадратичной потенциальной ямы, обратно пропорционального ширине ямы.

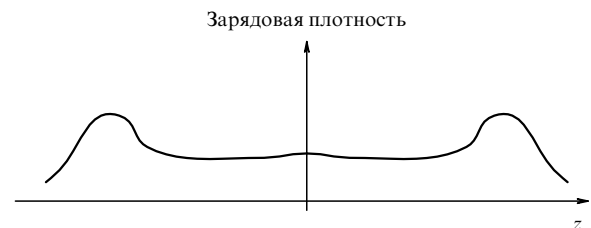


Рис. 4. Распад электронного облака на два сгустка в квадратичной потенциальной яме.

³ Впрочем, следует отметить, что при некоторых специальных условиях в электронном потоке возможна и самоорганизация [13].

Понятно, что подобный процесс распада на одноэлектронные сгустки должен происходить при выходе электронной волны малой плотности из катода в вакуум. Однако, как видно из рис. 4, полученного в результате расчетов, подобные одноэлектронные сгустки представляют собой довольно размазанные образования, вряд ли способные давать резкие импульсы тока во внешней цепи фотодетектора, подобные фотоотсчетам. Поэтому должен существовать какой-то механизм обострения этих сгустков.

2.4.3. Механизм обострения сгустков. Кулоновское поле обладает фокусирующими свойствами. Это свойство кулоновского поля не вполне очевидно. Чтобы продемонстрировать его, в рамках классической (неквантовой) картины нами рассмотрены два примера разлета заряженных пакетов: радиальный разлет сферически симметричного гауссова пакета и разлет цилиндрического гауссова пакета, распределенного вдоль оси цилиндра [6]. Было показано, что при таком разлете возникают максимумы плотности заряда, которые в математической литературе обычно называют катастрофами [14]. Развитие временной катастрофы-обгона вследствие кулоновского расталкивания в многоэлектронном пакете при его движении в электронно-оптическом преобразователе, регистрирующем пикосекундные лазерные импульсы, рассматривалось также в [15].

2.4.4. Разлет сферически симметричного гауссова распределения заряда. Сферически симметричный случай удобен тем, что уравнение движения слоев заряженного пакета интегрируется на временном интервале от момента начала движения до момента начала обгона. Благодаря этому образование максимумов электронной плотности может быть исследовано в аналитическом виде. Подробное изложение расчетов дается в приложении 1. На рисунке 5 показано, как исходно гауссово распределение плотности заряда изменяется со време-

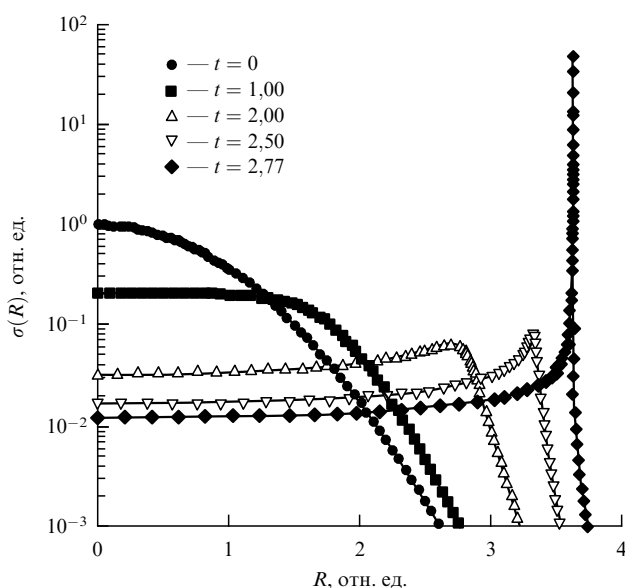


Рис. 5. Образование максимума зарядовой плотности при распаде сгустка под действием электрического поля его собственного заряда. $\sigma(R)$ — зарядовая плотность, R — радиус слоя; время t указано в относительных единицах.

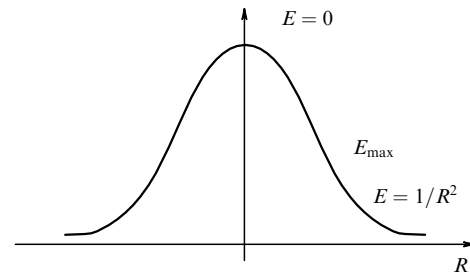


Рис. 6. Слои на склоне зарядового распределения обгоняют периферические слои с образованием максимума зарядовой плотности.

нем под действием собственного кулоновского поля. Можно видеть, что в некоторый момент времени в облаке возникает бесконечный максимум зарядовой плотности, на первый взгляд, без всяких причин. Это означает, что электрическое поле сосредоточенного заряда обладает определенными фокусирующими свойствами. Физическое объяснение этого результата очень простое и может быть понято из рис. 6. Вследствие симметрии зарядового распределения электрическое поле в центре равняется нулю. В соответствии с законом Кулона это поле мало также на периферии зарядового распределения. Следовательно, имеется максимум поля на склоне распределения. Слои распределения на склоне ускоряются и начинают опережать слои на периферии, из-за чего появляется максимум на склоне распределения (катастрофа). Острый максимум на рис. 5 имеет бесконечную амплитуду. Однако если принять во внимание волновую природу электрона, то этот максимум будет большим, но конечным. Можно предположить, что благодаря подобной фокусировке несколько размытые сгустки, образовавшиеся в результате вигнеровской неустойчивости, станут обостренными. Как показали дальнейшие расчеты уже в рамках квантовой механики, это действительно так (см. раздел 2.4.6).

2.4.5. Разлет заряженного сгустка, распределенного вдоль оси по гауссову закону. Как и в сферическом случае, приведем лишь результаты расчетов (более подробное обсуждение см. в [6]). Как видно из рис. 7, картина в целом напоминает сферически симметричный случай. Так же, как и в сферическом случае, со временем формируется максимум электронной плотности. Однако теперь можно проследить зависимость от поперечного размера распределения. Видно, что формирование неоднородностей происходит тем раньше, чем меньше диаметр распределения, т.е. чем выше в нем плотность заряда. Отсюда можно сделать важный вывод. Поскольку движение электронного пакета в межэлектродном пространстве вакуумного прибора происходит в фокусирующем статическом поле, то велика вероятность того, что максимальное сжатие сгустка в продольном и поперечном направлениях произойдет почти одновременно. Это, в свою очередь, еще более обострит импульс, наводимый сгустком во внешней цепи детектора.

2.4.6. Продольное сжатие одноэлектронного сгустка при его движении в катод-анодном поле и одновременно в кулоновском поле другого такого же сгустка (квантово-механическая задача). Многие квантово-механические

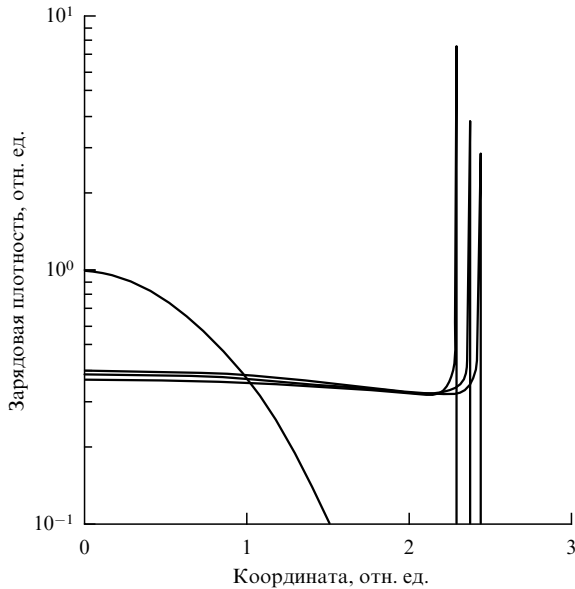


Рис. 7. Образование максимума зарядовой плотности при линейном распределении заряда.

задачи, касающиеся движения волновых пакетов в плавно изменяющихся полях различной конфигурации, могут быть решены с помощью метода, разработанного нами в [16] (см. приложение 2). При этом волновой пакет предполагается гауссовым:

$$\Psi(\mathbf{r}, t) = C(t) \exp \left\{ -(\mathbf{p}, F\mathbf{p}) + \frac{i}{\hbar} [(\mathbf{p}_0(t), \mathbf{p}) + E(t)] \right\}. \quad (2.9)$$

Здесь $\mathbf{p} = \mathbf{r} - \mathbf{r}_0(t)$ и величины $\mathbf{r}_0(t)$ и $\mathbf{p}_0(t)$ подчиняются классическим гамильтоновым уравнениям

$$\frac{d\mathbf{r}_0}{dt} = \frac{\mathbf{p}_0}{m_e}, \quad \frac{d\mathbf{p}_0}{dt} = -\text{grad } U(\mathbf{r}_0), \quad (2.10)$$

где $U(\mathbf{r})$ — потенциал, в котором движется волновой пакет. Действительная часть комплексной матрицы $F(t)$ определяет распределение модуля волновой функции в пространстве, а ее мнимая часть — распределение фазы волновой функции в пространстве. Как показано в приложении 2, изменение матрицы $F(t)$ с течением времени описывается нелинейным матричным уравнением типа уравнения Риккати

$$i\hbar \frac{dF}{dt} = \frac{2\hbar^2}{m_e} F^2 - \frac{1}{2} U'', \quad (2.11)$$

где U'' — матрица вторых производных потенциальной энергии в центре волнового пакета, появляющаяся при разложении потенциальной энергии в ряд Тейлора в окрестности центра пакета:

$$U(\mathbf{r}_0 + \mathbf{p}) = U(\mathbf{r}_0) + (\mathbf{p}, \text{grad } U(\mathbf{r}_0)) + \frac{1}{2} (\mathbf{p}, U'' \mathbf{p}) + \dots \quad (2.12)$$

Этот метод пригоден, если в потенциале (2.12) можно пренебречь кубическими членами и членами более высоких степеней малости. В работе [16] показано, что нелинейное уравнение (2.11) сводится к системе линей-

ных уравнений и во многих случаях может быть сравнительно легко решено. Из уравнения (2.11) видно, что динамика параметров пакета, ответственных за его размеры, определяется матрицей вторых производных потенциала поля по пространственным координатам в точке соответствующей центру пакета.

С помощью этого метода рассмотрено прохождение электронного сгустка через катод-анодный промежуток. В одномерном случае при однородном катод-анодном поле ($U'' = 0$) уравнение (2.11) можно проинтегрировать. Полагая в начальный момент времени параметр F_0 чисто вещественным, нетрудно получить зависимость продольной полуширины пакета от времени:

$$a_1 = a_0 \sqrt{1 + \frac{t^2}{\tau^2}}, \quad (2.13)$$

где τ — характерное время расширения пакета, $\tau = ma_0^2/\hbar$, a_0 — начальная полуширина пакета. Время пролета электрона между катодом и анодом составляет порядка

$$t_0 = \sqrt{\frac{2ml}{eU}}, \quad (2.14)$$

где l — расстояние между катодом и анодом, U — напряжение между ними. Для того чтобы пакет не успел существенно расшириться за время пролета от катода к аноду, τ и t_0 должны быть одного порядка. Существует характерный размер пакета

$$A = \sqrt[4]{\frac{2\hbar^2 l^2}{eUm}}. \quad (2.15)$$

Если бы размер пакета был много меньше характерного размера (2.15), то пакет быстро бы расплывался и не давал резкого всплеска тока в цепи детектора (фотоотсчета). Следовательно, можно заключить, что размер реальных пакетов в вакуумных приборах имеет порядок характерного размера. Отметим, что характерный размер A слабо зависит от параметров устройства U и l .

Обычно расстояние между катодом и анодом составляет порядка 1 см, а напряжение равняется примерно 100 В, отсюда, согласно (2.15),

$$A = 6 \times 10^{-5} \text{ см}. \quad (2.16)$$

Как видно, характерный размер относительно велик, около 1 мкм. Соответственно размеры электронного пакета в вакуумном фотодетекторе должны быть больше или даже много больше характерного размера A , чтобы пакет не успевал сильно измениться в размерах за время движения от катода к аноду. При этом размеры пакета должны быть ограничены сверху, т.е. должны быть много меньше характерных расстояний между катодом и анодом, чтобы обеспечить резкий импульс тока во внешней цепи фотодетектора.

Реально электронные волновые пакеты движутся не только в катод-анодном поле, но и в кулоновском поле друг друга. Этот случай также был рассмотрен с помощью упомянутого выше метода. Однако уравнение (2.11) в этом случае может быть решено только численным способом. На рисунке 8 показана зависимость ширины одноэлектронного сгустка от расстояния при

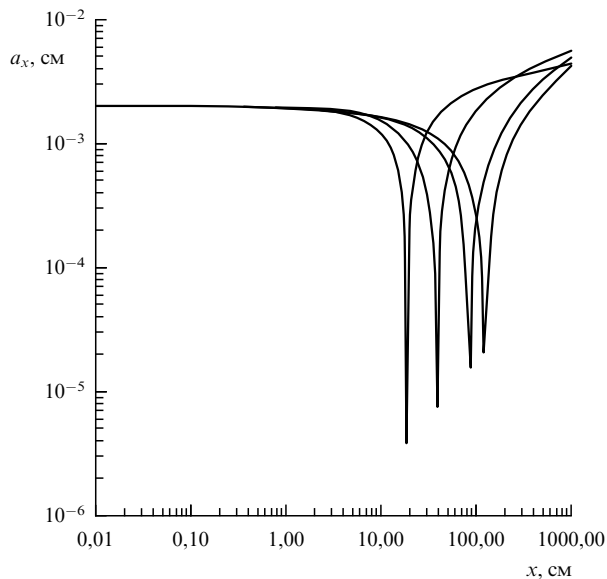


Рис. 8. Сжатие электронного сгустка, движущегося в катод-анодном поле и одновременно в поле другого заряда. a_x — длина электронного сгустка, x — расстояние, проходимое сгустком.

его движению в катод-анодном поле и одновременно в поле другого такого же сгустка. Можно видеть, что неоднородное поле второго сгустка сильно фокусирует движущийся сгусток, так что его продольный размер уменьшается на несколько порядков. Такой сгусток способен возбудить во внешней цепи приемника острый всплеск тока, весьма похожий на фотоотсчет.

Таким образом, кулоновская неустойчивость квазиоднородного электронного распределения позволяет объяснить основные черты физической картины фотоотсчетов, возникающей при детектировании слабых оптических сигналов. В настоящее время это единственное непротиворечивое объяснение этой картины.

2.5. Возможности экспериментального наблюдения одноэлектронных сгустков в вакуумных устройствах

2.5.1. Рассеяние импульсного лазерного излучения электронным волновым пакетом.

Так как размеры электронного пакета сравнимы с типичными оптическими длинами волн, то естественным способом наблюдения такого пакета является зондирование его интенсивным лазерным импульсом и детектирование излучения, рассеянного им. Поэтому предположим, что на пути между фотокатодом и анодом электронный пакет пролетает через интенсивный импульсный лазерный луч.

Для оценки рассеиваемой энергии рассмотрим случай, когда размеры пакета много меньше длины волны. Тогда интенсивность рассеянного излучения (томсоновское рассеяние) определяется дипольным приближением [17]:

$$I = \frac{2e^2 a^2}{3c^3}, \quad (2.17)$$

где a — ускорение пакета, равное

$$a = \frac{eE(t)}{m}, \quad (2.18)$$

$E(t)$ — напряженность поля лазерного излучения. Эта напряженность связана с энергией W лазерного импульса

соотношением

$$E^2 = \frac{4\pi W}{c\tau S}, \quad (2.19)$$

где τ — длительность импульса, S — поперечное сечение пучка в месте пролета пакета. Число фотонов, рассеянных электронным пакетом, равно

$$N = \frac{\tau I}{\hbar\omega} = \frac{4e^2 \hbar \lambda W}{3m^2 c^3 S}, \quad (2.20)$$

где $e = e^2/\hbar c$ — постоянная тонкой структуры ($e \approx 1/137$), λ — длина волны лазерного излучения.

Известно, что в настоящее время интенсивность сфокусированного лазерного излучения достигает значения $I_0 \approx 10^{21}$ Вт см⁻² при длительности импульса около 10^{-12} с, т.е. $W/S = \tau I_0 \approx 10^{16}$ эрг см⁻². Оценка в соответствии с (2.20) показывает, что один электронный волновой пакет рассеивает $N \approx 4 \times 10^3$ фотонов. Эта величина достаточно велика, и, следовательно, рассеянное излучение является чувствительным индикатором присутствия электронного волнового пакета. При размерах пакета, меньших длины волны, угловое распределение рассеянного излучения является дипольным. По мере уменьшения длины волны угловое распределение рассеянного излучения все более отличается от дипольного; это отличие содержит информацию о размерах и форме электронного пакета. В частности, с уменьшением длины волны значения интенсивностей рассеяния вдоль лазерного луча и перпендикулярно к нему все более различаются.

2.5.2. Отклонение электронного волнового пакета от прямолинейной траектории импульсом лазерного излучения.

Оценим давление, оказываемое лазерным импульсом на электронный пакет. Так как фотоны рассеиваются электронным пакетом в равной мере вперед и назад вдоль лазерного луча, то можно считать, что они в среднем останавливаются и передают свой импульс электронному пакету. Поскольку каждый фотон несет импульс $\hbar\omega/c$, то составляющая скорости электронного пакета вдоль лазерного луча после взаимодействия с ним оказывается равной

$$V = \frac{N\hbar\omega}{mc} = \frac{8\pi\alpha^2 \hbar^2 W}{3m^3 c^3 S}. \quad (2.21)$$

Подставляя в (2.21) приведенное в разделе 2.5.1 значение W/S , получим

$$V \approx 3 \times 10^8 \text{ см с}^{-1}, \quad (2.22)$$

т.е. составляющая скорости пакета вдоль лазерного луча сравнима с его начальной скоростью. Следовательно, пакет отклоняется от своего начального направления движения на угол порядка нескольких радиан. Это отклонение, как и рассеянный свет, может быть индикатором прохождения волнового пакета через детектор. По мере того, как длина волны лазерного излучения уменьшается и становится сравнимой с размерами пакета или даже меньше этих размеров, фотоны все более рассеиваются преимущественно вперед и отклонение пакета уменьшается. Это уменьшение позволяет оценить размеры волнового пакета.

2.5.3. Электростатическая дефокусировка одноэлектронных волновых пакетов. Рассмотрим движение электронного волнового пакета к центру макроскопического шарового электрода под отрицательным потенциалом (рис. 9). Имеющий достаточно большую начальную скорость, волновой пакет останавливается вблизи шарового электрода и относительно долго находится в сильном неоднородном электростатическом поле, дефокусирующем его в поперечном направлении. Отметим, что в окрестности точки остановки центра электронного пакета зависимость его потенциальной энергии от продольной и поперечной координат имеет вид седла: в продольном направлении — фокусирующий, приблизительно квадратичный потенциал, в поперечном — дефокусирующий, тоже приблизительно квадратичный потенциал. Такой вид потенциальной энергии в окрестности точки остановки центра электронного пакета и определяет последующую динамику волнового пакета.

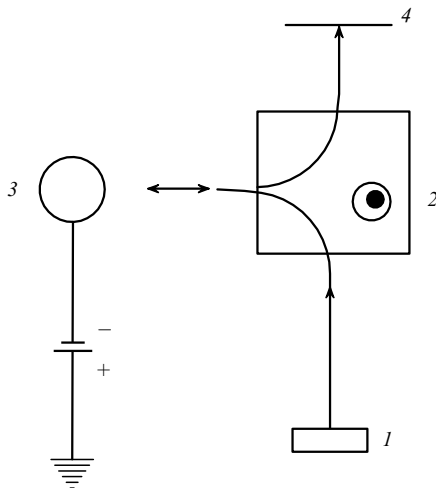


Рис. 9. Увеличение поперечных размеров электронного сгустка при его движении в дефокусирующем поле. 1 — источник электронов, 2 — область магнитного поля, направляющего электроны на дефокусирующий электрод, 3 — дефокусирующий электрод, 4 — экран.

Расчеты показывают [18], что в рассматриваемом случае волновой пакет из микроскопического, в начальный момент времени, превращается в существенно макроскопический; после рассеяния на потенциале шара поперечные размеры пакета достаточно быстро, примерно на полуметровой траектории достигают размера порядка 1 см.

Отметим, что возможность электронов находиться в состоянии с макроскопическими размерами волнового пакета является хорошо установленным фактом. Примером являются так называемые ридберговские атомы — сильно возбужденные атомы с большими значениями главного квантового числа. Методами космической радиоспектроскопии было показано, что в разреженной межзвездной среде атом может существовать в состояниях с большим значением главного квантового числа, когда линейные размеры электронного облака достигают величин порядка нескольких миллиметров. В лабораторных условиях получены ридберговские атомы, диаметр которых приближается к 0,01 мм, что в 10^5 раз больше, чем диаметр атома в основном состоянии.

Проведение экспериментов по существенному расширению электронных волновых пакетов могло бы иметь принципиальное значение. Так, например, заранее нельзя сказать, будет ли широкий волновой пакет (≈ 1 см) вызывать свечение всей, накрываемой им площади экрана, или только одной маленькой точки; следует иметь в виду, что энергии пакета достаточно для излучения ≈ 1000 фотонов.

3. Прием сигналов без фотоотсчетов. Лазерное детектирование

Главный вывод, который можно сделать из исследования природы фотоотсчетов, результаты которого изложены в разделе 2, заключается в том, что фотоотсчеты не представляют собой какое-то абсолютное явление, на которое невозможно повлиять. Фотоотсчеты — это эффект, связанный с некоторым типом неустойчивости электронного потока, а именно с его кулоновской неустойчивостью. Следовательно, этого явления можно избежать, если тем или иным способом стабилизировать электронную систему детектора. Это важный вывод, поскольку отсутствие фотоотсчетов означает значительное подавление дробовых шумов в детекторе.

3.1. Лазерное детектирование. Принцип действия

Проблема детектирования оптических сигналов оптическими же средствами впервые была поставлена, по-видимому, Н. Бломбергером [19]. Однако серьезного развития эта идея не получила. Чувствительность схем прямого усиления оптических сигналов при их прохождении через усиливающую среду существенно ограничена шумами, обусловленными собственным спонтанным излучением усиливающей среды [20]. В работе [21] было показано, что отношение сигнал–шум может быть улучшено при использовании нелинейных детекторов излучения, в которых преобразование сигнала начинается с поглощательного перехода.

В разделе 2 показано, что в традиционных приемниках излучения имеет место сильная кулоновская неустойчивость слабого электронного потока, возникающего под действием детектируемого сигнала. Эта неустойчивость обусловлена использованием в таких приемниках свободных электронов. Иными словами, электронная система этих устройств сильно вырождена. Как известно, сильно вырожденные системы особенно легко перестраиваются под влиянием внешних воздействий, поскольку для этого требуются незначительные затраты энергии. В указанных приемных устройствах вырожденность электронной системы приводит к распаду слабого электронного потока на сгустки под влиянием возмущающего кулоновского взаимодействия. Это наводит на мысль об использовании в детекторах не свободных, а связанных в атомах, ионах или молекулах электронов, где они хорошо стабилизированы сильным кулоновским полем ядер и поэтому в них невозможны какие-либо неустойчивости, обусловленные коллективными движениями электронов.

Ниже описывается возможная схема детектирования слабых оптических сигналов [22] на основе связанных электронов. Поскольку в этой схеме существенно используется лазерное излучение, имеет смысл назвать этот способ детектирования лазерным.

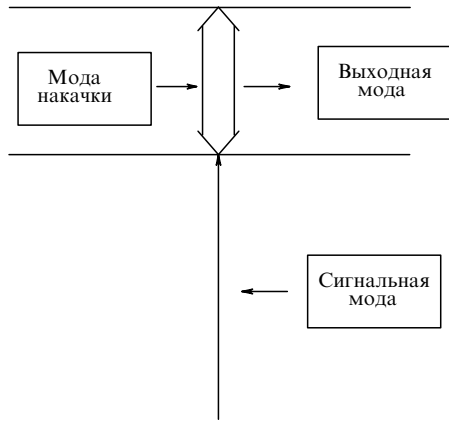


Рис. 10. Взаимодействие трехуровневой системы с оптическими модами при лазерном детектировании оптических сигналов.

Основу схемы составляет система трехуровневых атомов (рис. 10). Предполагается, что атомы находятся в специально сконструированном оптическом резонаторе, в котором имеется резонансная, сигнальная мода на частоте ω перехода $|0\rangle \leftrightarrow |1\rangle$, а также две резонансные моды на частоте Ω перехода $|1\rangle \leftrightarrow |2\rangle$. В отсутствие населенности на уровнях $|1\rangle$ и $|2\rangle$ две последние моды вырождены по частоте и не связаны друг с другом (они могут, например, различаться поляризацией и иметь практически одинаковое пространственное распределение). При этом одна из этих двух мод (мода накачки) возбуждена, т.е. содержит сильное монохроматическое поле накачки, задаваемое внешним источником. Вторая мода, в дальнейшем называемая выходной, предназначена для возбуждения выходного сигнала. В начальном состоянии, т.е. до прихода сигнала, выходная мода не возбуждена и никаких полей не содержит.

Принцип действия детектора заключается в следующем. До прихода сигнала в сигнальную моду атом, не будучи в резонансе с полем накачки и практически с ним не взаимодействуя, остается в состоянии $|0\rangle$. После прихода сигнала на частоте ω на уровне $|1\rangle$ появляется некоторая населенность. При этом под действием сильного поля накачки начинаются переходы между уровнями $|1\rangle$ и $|2\rangle$ и возникает осциллирующий дипольный момент на частоте Ω , который возбуждает поле в выходной моде. Задача состоит в том, чтобы показать, что выходной сигнал может быть существенно больше входного. Кроме того, необходимо определить характерное время нарастания выходного сигнала. Исследование проводится в так называемом полуклассическом приближении, в котором процессы в атомах рассматриваются в рамках квантовой механики, в то время как все поля считаются классическими.

Следует отметить сходство лазерного и обычного способов детектирования оптических сигналов. В обоих случаях электрон после прихода детектируемого сигнала переходит в возбужденное состояние и получает доступ к источнику энергии. В традиционном детекторе — это постоянное катод-анодное поле; при лазерном детектировании источником энергии является интенсивное лазерное поле. Детектируемый сигнал и в том, и в другом случаях преобразуется по частоте. В традиционном детекторе характерная частота на выходе составляет

порядка 10^8 Гц, тогда как при лазерном детектировании характерная частота на выходе, хотя и отличается от частоты детектируемого сигнала, но все же принадлежит тому же самому оптическому диапазону.

3.2. Малое время отклика детектора на внешний сигнал в отсутствие релаксации

Сначала рассмотрим случай, когда время нарастания выходного сигнала меньше времени фазовой (поперечной) релаксации активных атомов в среде.

Состояние трехуровневого атома изменяется под действием трех полей: сигнального поля, поля накачки и исходно неизвестного поля выходной моды. Поле выходной моды возбуждается поляризационным током системы атомов. Учет эволюции атомов и возбуждения выходной моды приводит к самосогласованной задаче, решение которой позволяет найти поле в выходном резонаторе и определить время нарастания выходного сигнала.

3.2.1. Возбуждение поля в резонаторе внешним током.

Поля в резонаторе при кулоновской калибровке описываются уравнениями

$$\Delta \mathbf{A} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial t^2} = -\frac{4\pi}{c} \mathbf{j}_c, \quad \text{div grad } U = -4\pi\rho, \quad (3.1)$$

где \mathbf{j}_c — вихревой ток,

$$\mathbf{j}_c = \mathbf{j} - \frac{1}{4\pi} \text{grad } \frac{\partial U}{\partial t}.$$

В резонаторе имеется набор мод $\mathbf{v}(\mathbf{r})$, подчиняющихся уравнениям

$$\Delta \mathbf{v} + k^2 \mathbf{v} = 0, \quad \text{div } \mathbf{v} = 0,$$

необходимым граничным условиям и ортонормированным,

$$\int d\mathbf{r} \mathbf{v}_k(\mathbf{r}) \mathbf{v}_l(\mathbf{r}) = \delta_{kl}.$$

Первое из уравнений (3.1) умножим на распределение $\mathbf{v}_o(\mathbf{r})$, соответствующее выходной моде⁴, и проинтегрируем по объему резонатора. Вычисляя затем интеграл по частям, получим

$$\ddot{U}(t) + \Omega^2 U(t) = 4\pi c j(t),$$

где

$$U(t) = \int d\mathbf{r} \mathbf{v}_o(\mathbf{r}) \mathbf{A}(\mathbf{r}, t), \quad j(t) = \int d\mathbf{r} \mathbf{v}_o(\mathbf{r}) \mathbf{j}_c(\mathbf{r}, t), \quad (3.2)$$

Ω — собственная частота моды. Можно показать, что часть интеграла $j(t)$, содержащая $\text{grad } U(\mathbf{r})$, равна нулю, поэтому в определении $j(t)$ фактически можно использовать не вихревой, а полный ток.

⁴ Здесь и ниже индексы o (out) и i (in) относятся соответственно к выходной и сигнальной модам; величины, относящиеся к моде накачки не помечаются индексом.

Далее амплитуду поля $U(t)$ будем считать медленно меняющейся функцией времени и выделим в ней отрицательно-частотную часть

$$U^{(-)}(t) = u(t) \exp(-i\Omega t).$$

Тогда, пренебрегая второй производной амплитуды $u(t)$ по времени, приведем уравнение возбуждения выходной моды к следующему виду:

$$u(t) = \frac{2\pi ic}{\Omega} j'(t), \quad (3.3)$$

где $j'(t)$ — амплитуда отрицательно-частотной части тока $j(t)$,

$$j^{(-)}(t) = j'(t) \exp(-i\Omega t),$$

также считающаяся медленно меняющейся функцией времени.

Таким образом, амплитуду поля в выходной моде можно определить, если известен ток, возбуждающий эту моду, который складывается из элементарных токов отдельных атомов, взаимодействующих с тремя полями.

3.2.2. Динамика активных атомов под действием трех полей. Поскольку далее предполагается принять во внимание фазовую (или поперечную) релаксацию, то состояние трехуровневых атомов, взаимодействующих с полями трех мод, будем описывать матрицей плотности

$$\begin{aligned} \rho = & \rho_{00}|0\rangle\langle 0| + \rho_{01}|0\rangle\langle 1| + \rho_{02}|0\rangle\langle 2| + \\ & + \rho_{10}|1\rangle\langle 0| + \rho_{11}|1\rangle\langle 1| + \rho_{12}|1\rangle\langle 2| + \\ & + \rho_{20}|2\rangle\langle 0| + \rho_{21}|2\rangle\langle 1| + \rho_{22}|2\rangle\langle 2|. \end{aligned} \quad (3.4)$$

Эволюция трехуровневого атома, взаимодействующего с полями трех мод, описывается гамильтонианом

$$H(t) = H_0 + V(t), \quad (3.5)$$

где

$$H_0 = \hbar\omega|1\rangle\langle 1| + \hbar(\omega + \Omega)|2\rangle\langle 2|, \quad (3.6)$$

$$\begin{aligned} W(t) = \frac{V(t)}{\hbar} = & [\alpha|2\rangle\langle 1| \exp(-i\Omega_0 t) + \alpha^*|1\rangle\langle 2| \exp(i\Omega_0 t)] + \\ & + [\gamma(t)|2\rangle\langle 1| \exp(-i\Omega t) + \gamma^*(t)|1\rangle\langle 2| \exp(i\Omega t)] + \\ & + [\beta|1\rangle\langle 0| \exp(-i\omega_0 t) + \beta^*|0\rangle\langle 1| \exp(i\omega_0 t)], \end{aligned} \quad (3.7)$$

Ω_0, ω_0 — частоты соответственно накачки и сигнала (ниже рассматривается резонансный случай $\Omega_0 = \Omega, \omega_0 = \omega$).

Первый и второй члены в $V(t)$ описывают взаимодействия атома соответственно с модой накачки и выходной модой. Третий член в $V(t)$ описывает взаимодействие атома с сигнальным (детектируемым) полем на частоте ω_0 , равной резонансной частоте ω перехода $|0\rangle \rightarrow |1\rangle$. Поскольку амплитуда поля выходной моды, пропорциональная $\gamma(t)$, медленно изменяется со временем, то это поле не является монохроматическим. Его средняя частота фиксируется равной Ω .

В представлении взаимодействия матрица плотности подчиняется уравнению

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -i[W_i; \rho], \quad (3.8)$$

где

$$\begin{aligned} W_i(t) = & \exp\left(\frac{iH_0 t}{\hbar}\right) W(t) \exp\left(-\frac{iH_0 t}{\hbar}\right) = \\ = & [\zeta(t)|2\rangle\langle 1| + \zeta^*(t)|1\rangle\langle 2|] + [\beta|1\rangle\langle 0| + \beta^*|0\rangle\langle 1|]; \end{aligned} \quad (3.9)$$

$$\zeta(t) = \alpha + \gamma(t), \quad \alpha = -\frac{ie\Omega u r}{\hbar c}, \quad (3.10)$$

$$\beta = -\frac{ie\omega u_i r_i}{\hbar c}, \quad \gamma(t) = -\frac{ie\Omega u_o(t) r_o}{\hbar c}$$

— величины, описывающие взаимодействие атома с модами поля; $u, u_i, u_o(t)$ — отрицательно-частотные амплитуды векторного потенциала, соответственно мод накачки, сигнала и выходной;

$$r = \mathbf{v}(0) \mathbf{r}_{21}, \quad r_i = \mathbf{v}_i(0) \mathbf{r}_{10}, \quad r_o = \mathbf{v}_o(0) \mathbf{r}_{21} \quad (3.11)$$

— проекции матричных элементов координаты электрона \mathbf{r} на амплитуды $\mathbf{v}, \mathbf{v}_i, \mathbf{v}_o$ нормированных мод накачки, сигнала и выходной в месте расположения атома, т.е. в начале координат (где вследствие нормированности моды $\mathbf{v}^2 \approx 1/V, V$ — объем моды).

Оператор плотности тока атома равен

$$\mathbf{J}(\mathbf{r}, \mathbf{q}) = \frac{e}{m} \mathbf{p} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{q}).$$

Для тока перехода $|1\rangle \leftrightarrow |2\rangle$ в представлении взаимодействия имеем выражение

$$\mathbf{j}(\mathbf{r}, t) = \frac{e}{m} (\langle 2|\mathbf{p} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{q})|1\rangle) \exp(i\Omega t)|2\rangle\langle 1| + \text{э.с.}$$

Поляризационный ток $j(t)$, возбуждающий выходную моду, в дипольном приближении принимает вид

$$\begin{aligned} j(t) = & n \int d\mathbf{r} \mathbf{v}_o(\mathbf{r}) \mathbf{j}(\mathbf{r}, t) \approx \\ \approx & \frac{e}{m} n \mathbf{v}_o(0) \langle 2|\mathbf{p}|1\rangle \exp(i\Omega t)|2\rangle\langle 1| + \text{э.с.} = \\ = & ien\Omega r_o \exp(i\Omega t)|2\rangle\langle 1| + \text{э.с.}, \end{aligned}$$

где n — число активных атомов, $r_o = \mathbf{v}_o(0) \mathbf{r}_{21}, \mathbf{r}_{21}$ — матричный элемент координаты электрона перехода $|2\rangle \rightarrow |1\rangle$.

Среднее значение тока возбуждения выходной моды в момент времени t равно

$$\begin{aligned} \langle j(t) \rangle = & \text{Sp}(j(t) \rho(t)) = ien\Omega (r_o \rho_{12} \exp(i\Omega t) - \\ & - r_o^* \rho_{12}^* \exp(-i\Omega t)), \end{aligned} \quad (3.12)$$

где $\rho_{12}(t)$ — элемент матрицы плотности атома, единственно важный для определения тока.

3.2.3. Поле выходной моды. Пока рассматривается случай, когда время приема сигнала меньше времени фазовой релаксации; при этом релаксацией можно вообще пренебречь. Тогда из (3.8) для элементов мат-

рицы плотности следуют уравнения:

$$\begin{aligned}
 \rho_0(t) &= \rho_0(0) - i \int_0^t dt_1 (\beta^* \rho_{01}^*(t_1) - \beta \rho_{01}(t_1)), \\
 \rho_{01}(t) &= \rho_{01}(0) - i \int_0^t dt_1 (\beta^* \rho_1(t_1) - \beta \rho_0(t_1) - \zeta \rho_{02}(t_1)), \\
 \rho_{02}(t) &= \rho_{02}(0) - i \int_0^t dt_1 (\beta^* \rho_{12}(t_1) - \zeta^* \rho_{01}(t_1)), \\
 \rho_1(t) &= \rho_1(0) - i \int_0^t dt_1 (\beta \rho_{01}(t_1) - \beta^* \rho_{01}^*(t_1) + \\
 &\quad + \zeta^* \rho_{12}^*(t_1) - \zeta \rho_{12}(t_1)), \\
 \rho_{12}(t) &= \rho_{12}(0) - i \int_0^t dt_1 (\beta \rho_{02}(t_1) + \zeta^* \rho_2(t_1) - \zeta^* \rho_1(t_1)), \\
 \rho_2(t) &= \rho_2(0) - i \int_0^t dt_1 (\zeta \rho_{12}(t_1) - \zeta^* \rho_{12}^*(t_1)).
 \end{aligned} \tag{3.13}$$

Будем считать, что детектируемый сигнал является слабым и на всем интересующем нас интервале времени населенность нижнего уровня изменяется мало и остается примерно равной единице. Тогда элемент $\rho_{12}(t)$ матрицы плотности возникает в третьем порядке теории возмущений:

$$\rho_{12}(t) = i|\beta|^2 t \int_0^t dt_1 t_1 (\alpha^* + \gamma^*(t_1)). \tag{3.14}$$

Следовательно, согласно (3.3), (3.12) и (3.14) поле выходной моды определяется уравнением

$$\dot{u}(t) = -2\pi i \epsilon n r_0^* |\beta|^2 t \int_0^t dt_1 t_1 (\alpha + \gamma(t_1)).$$

Для того чтобы от $u(t)$ перейти к $\gamma(t)$, умножим это уравнение, согласно (3.10), на $-ie\Omega r_0/\hbar c$:

$$\dot{\gamma} = -\xi^2 t \int_0^t dt_1 t_1 (\alpha + \gamma(t_1)), \tag{3.15}$$

где

$$\xi^2 = \frac{2\pi}{\hbar c} \epsilon^2 \Omega \omega^2 n |r_{01}|^2 |r_{12}|^2 |u_i|^2, \tag{3.16}$$

ϵ — постоянная тонкой структуры. Учитывая, что

$$|u_i|^2 = \frac{2\pi \hbar c^2 N}{\omega},$$

где N — число фотонов в сигнальной моде, получаем для ξ^2 выражение

$$\xi^2 = (2\pi)^2 \epsilon^2 \omega_0^2 v_i^2 |r_{21}|^2 |r_{10}|^2 \omega \Omega c^2 n N. \tag{3.17}$$

Поделив уравнение (3.14) на t и проинтегрировав полученное равенство по t , приходим к уравнению

$$t\ddot{\gamma} - \dot{\gamma} + \xi^2 t^3 \gamma + \xi^2 t^3 \alpha = 0. \tag{3.18}$$

Общее решение уравнения (3.18) имеет следующий вид:

$$\gamma(t) = -\alpha + A \sin \frac{\xi t^2}{2} + B \cos \frac{\xi t^2}{2}, \tag{3.19}$$

в чем можно убедиться прямой подстановкой (3.19) в это уравнение. Так как в момент прихода сигнала $\gamma(0) = 0$ и $\dot{\gamma}(t)/t|_{t=0} = 0$, что видно, например, из уравнения (3.9), то $A = 0$ и $B = \alpha$. Следовательно, реакция системы на приходящий сигнал описывается соотношением

$$\dot{\gamma}(t) = -\alpha \left(1 - \cos \frac{\xi t^2}{2} \right). \tag{3.20}$$

Таким образом, после прихода внешнего сигнала, т.е. поля u_i , в выходной моде за время $\tau = \sqrt{2\pi/\xi}$ нарастает поле, приближенно равное полю накачки, много больше, чем сигнальное поле. Это характерное время τ реагирования детектора должно быть меньше или равно времени фазовой релаксации τ_0 . Величину ξ^2 можно представить в следующем виде:

$$\xi^2 = \left(\frac{e^2}{\hbar c} \right)^2 \frac{(2\pi c)^4 |r_{01}|^2 |r_{12}|^2}{V_i \lambda_i V_o \lambda_o} N n, \tag{3.21}$$

где n — число атомов, взаимодействующих с модами, N — число фотонов в сигнальной моде, V_i, V_o — объемы сигнальной и выходной мод, λ_i, λ_o — длины волн сигнала и выходного излучения соответственно. Если положить $\tau \approx \tau_0$, то формула (3.21) определяет то минимальное число фотонов, которое должно присутствовать в сигнальной моде, чтобы за время приема порядка τ_0 амплитуда поля в выходной моде могла достичь своего максимального значения. Тем самым этим параметром определяется чувствительность рассматриваемой схемы по отношению к величине принимаемого сигнала.

3.2.4. Оценки. Ниже предполагается, что время фазовой релаксации составляет $\tau \approx 10^{-8}$ с — такого времени поперечной релаксации можно, по-видимому, добиться, охлаждая активную среду до температуры жидкого азота.

Полагая $\xi^2 = (2\pi)^2/\tau_0^4$, находим, что при числе фотонов в сигнальной моде, равном

$$N = \frac{V_o \lambda_o V_i \lambda_i}{(2\pi)^2 \epsilon^2 c^4 |r_{12}|^2 |r_{01}|^2 n \tau_0^4}, \tag{3.22}$$

где ϵ — постоянная тонкой структуры, поле в выходной моде за время τ_0 увеличится вплоть до максимального значения. Для оценок примем, что поперечные размеры моды порядка длины волны λ , а ее продольный размер порядка $10^2 \lambda$. Размеры обеих мод предполагаются примерно одинаковыми. Время τ_0 , как уже отмечалось, порядка 10^{-8} с. Концентрация активных атомов составляет $n_0 \approx 5 \times 10^{19}$ см $^{-3}$, а их полное число равно $n = n_0 V$. Матричные элементы $|r|^2 \approx 2 \times 10^{-19}$ см 2 [35]. Тогда, согласно (3.21), при числе фотонов в сигнальной моде, равном $N \approx 10^{-8}$, поле в выходной моде достигнет максимального значения за время $\tau_0 \approx 10^{-8}$ с. Как отмечено выше, максимальное значение поля в выходной моде примерно равно значению поля в моде накачки. В моде накачки может иметься, например, десять фотонов. Следовательно, энергетический коэффициент усиления сигнала может достигать значительных величин. Разумеется, реализация подобных чувствительностей потребует серьезных экспериментальных усилий и теоретического учета квантовой природы детектируемого сигнала.

Оценка показывает, что число паразитных фотонов в сигнальной моде на частоте ω , возникших, например, в результате нерезонансного рэлеевского рассеяния или в результате нерезонансного комбинационного рассеяния, по крайней мере, на два порядка меньше приведенного выше значения N .

Отметим одно важное обстоятельство. В соотношении (3.13) неявно предполагалось, что все активные ионы расположены в одном и том же месте резонатора. Однако моды в оптических резонаторах пространственно распределены и, в частности, их фаза изменяется от точки к точке. При этом выходная мода и мода накачки могут быть в одних точках синфазными, в других — противофазными. При однородном пространственном распределении в резонаторе активные ионы, следуя при своей эволюции за фазой моды накачки, могут в одних местах возбуждать выходную моду, в других подавлять уже имеющееся возбуждение, делая суммарное взаимодействие между модами крайне слабым. Поэтому распределение активных ионов не должно быть однородным. Активные ионы должны находиться только в тех местах резонатора, где выходная мода и мода накачки синфазны.

Поясним сказанное на простом примере. Рассмотрим диэлектрический цилиндрический резонатор (рис. 11). В качестве выходной моды и моды накачки примем так называемые моды "шепчущей галереи", т.е. моды, скользящие по окружности вдоль цилиндрической поверхности резонатора. Поля таких мод описываются функциями Бесселя высокого порядка.

Пусть для определенности выходная мода описывается распределением (φ — азимут точки поля)

$$E_{mn}(r, \varphi) = J_m(\alpha_{mn}r) \sin m\varphi,$$

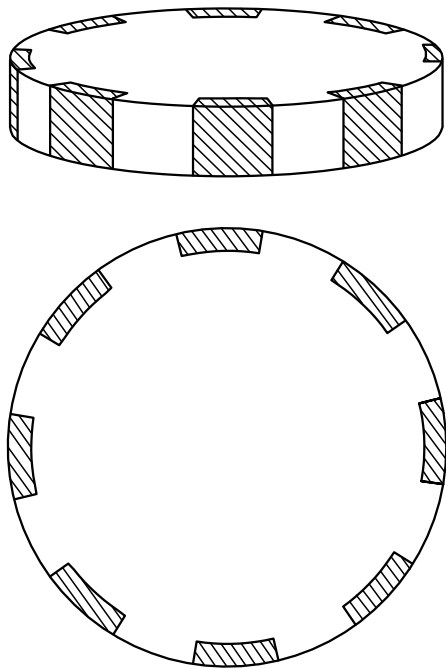


Рис. 11. Пример резонатора для лазерного детектирования оптических сигналов; активные атомы должны находиться в заштрихованных областях, где моды накачки и выходная синфазны.

при этом вследствие граничного условия на цилиндрической поверхности должно выполняться условие

$$\alpha_{mn}r_c = \rho_{mn},$$

где ρ_{mn} — n -й корень производной функции Бесселя $J'_m(\rho_{mn}) = 0$. Понятно, что фаза этого поля зависит от азимута. Аналогично, пусть мода накачки описывается подобным же распределением с другими значениями m и n . Резонансные частоты этих мод могут совпадать при некоторых избранных значениях m и n .

Если для определенности диаметр резонатора принять равным 100 мкм, а его высоту — равной 10 мкм, то легко показать, что выходная мода с индексами $m = 314$, $n = 1$ и мода накачки с индексами $m' = 325$, $n' = 0$ являются вырожденными, т.е. имеют одинаковые резонансные частоты (соответствующие длине волны порядка 1 мкм).

Нетрудно понять, что объем резонатора, прилегающий к его цилиндрической поверхности, разделится на $\Delta m = m' - m$ ($11 = 325 - 314$) секторов (см. рис. 11). При этом в одной половине каждого такого сектора моды будут находиться в фазе, в другой — в противофазе. Активные ионы должны быть распределены только там, где выходная мода и мода накачки синфазны, т.е. так, как это показано на рис. 11. Следует также учитывать, что выходная мода меняет знак в зависимости от радиуса, поэтому глубина распределения ионов не должна превышать значения

$$\Delta = r_c - \frac{\rho_{m0}}{\alpha_{m1}} = r_c \left(1 - \frac{\rho_{m0}}{\rho_{m1}} \right).$$

При заданных выше параметрах резонатора величина Δ равна примерно 1,7 мкм; на большей глубине выходная мода меняет знак и оказывается в противофазе с модой накачки. Показанное на рис. 11 распределение активных ионов позволяет сделать взаимодействие между модами эффективным. Разумеется, это лишь один из возможных вариантов резонатора для лазерного детектирования слабых оптических сигналов.

3.2.5. Выводы. Таким образом, показана возможность детектирования оптических сигналов лазерными средствами, по крайней мере в отсутствие фазовой релаксации. Можно видеть, что предложенные схемы являются весьма чувствительными.

3.3. Большое время отклика детектора на принимаемый сигнал. Учет фазовой релаксации

Как будет показано в этом разделе, при приеме сигналов важную роль играет время фазовой релаксации T , т.е. время когерентного взаимодействия атома с полем (эту релаксацию называют также поперечной). При больших временах фазовой релаксации полный прием сигнала (импульсного) может произойти за время τ , меньшее T . Этот случай рассмотрен в разделе 3.2 (см. также [21, 22]). При малых временах фазовой релаксации ситуация может быть обратной, т.е. время приема сигнала τ может оказаться больше T . Поэтому рассмотрим случай, когда прием сигнала происходит за время, намного превышающее время фазовой релаксации [22].

3.3.1. Динамика активных атомов при фазовой релаксации. Фазовую релаксацию учтем, как обычно, сшивая реше-

ния на отдельных когерентных интервалах, на которых релаксация несущественна. При этом в начале каждого такого интервала будем полагать все недиагональные элементы матрицы плотности активных атомов равными нулю, а все диагональные элементы — непрерывными при переходе от интервала к интервалу. Иными словами, фазовую релаксацию сосредоточим на бесконечно малом временном интервале между отдельными когерентными интервалами. Отметим также, что фазовой релаксации подвержены лишь активные атомы, но не поля. Времена релаксации для полей предполагаются существенно большими всех характерных времен рассматриваемой задачи.

Исследуем в связи с этим решение системы уравнений (3.13) при ненулевых начальных диагональных элементах

$$\rho_0(0) = \bar{\rho}_0 \neq 0, \quad \rho_1(0) = \bar{\rho}_1 \neq 0, \quad \rho_2(0) = \bar{\rho}_2 \neq 0,$$

считая, что они мало изменяются на когерентном временном интервале. Тогда

$$\rho_{12}(t) = -i\bar{\zeta}^*(\bar{\rho}_2 - \bar{\rho}_1)t, \quad \rho_{01}(t) = -i\beta^*(\bar{\rho}_1 - \bar{\rho}_0)t \quad (3.23)$$

и

$$\begin{aligned} \Delta\rho_1 &= -|\beta|^2(\bar{\rho}_1 - \bar{\rho}_0)t^2 + |\bar{\zeta}|^2(\bar{\rho}_2 - \bar{\rho}_1)t^2, \\ \Delta\rho_2 &= -|\bar{\zeta}|^2(\bar{\rho}_2 - \bar{\rho}_1)t^2, \quad \Delta\rho_0 = -|\beta|^2(\bar{\rho}_1 - \bar{\rho}_0)t^2, \end{aligned} \quad (3.24)$$

где чертой отмечены величины практически постоянные на когерентном интервале и медленно изменяющиеся на интервалах времени, много больших характерного времени когерентности T . Для диагональных элементов матрицы плотности можно ввести так называемые медленные или сглаженные производные

$$\frac{d\rho_0}{dt} = |\beta|^2 T(\rho_1 - \rho_0), \quad \frac{d\rho_2}{dt} = -|\zeta(t)|^2 T(\rho_2 - \rho_1), \quad (3.25)$$

$$\frac{d\rho_1}{dt} = -|\beta|^2 T(\rho_1 - \rho_0) + |\zeta(t)|^2 T(\rho_2 - \rho_1).$$

3.3.2. Ток возбуждения резонатора. Плотность тока атома пропорциональна импульсу электрона:

$$\mathbf{J}(\mathbf{r}, \mathbf{q}) = \frac{e}{m} \mathbf{p} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{q}).$$

Соответственно, для тока перехода $|1\rangle \leftrightarrow |2\rangle$ в представлении взаимодействия имеем выражение

$$\mathbf{j}(\mathbf{r}, t) = \frac{e}{m} (\langle 2|\mathbf{p} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{q})|1\rangle) \exp(i\Omega t)|2\rangle\langle 1| + \text{к.с.}$$

Среднее значение тока перехода $|1\rangle \leftrightarrow |2\rangle$ равно

$$\langle \mathbf{j}(\mathbf{r}, t) \rangle = \frac{e}{m} (\langle 2|\mathbf{p} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{q})|1\rangle) \rho_{12}(t) \exp(i\Omega t) + \text{к.с.}, \quad (3.26)$$

где к.с. — комплексно-сопряженное слагаемое. Следовательно, для определения тока, возбуждающего выходную моду, единственно важным элементом матрицы плотности является $\rho_{12}(t)$.

Выражение (3.26) для тока перехода атома и решение (3.23) позволяют найти амплитуду отрицательно-частотной части тока

$$\mathbf{j}' = \frac{ie}{m} \langle 1|\mathbf{p} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{q})|2\rangle \bar{\zeta}(\bar{\rho}_2 - \bar{\rho}_1)t.$$

Принимая во внимание, что

$$\mathbf{p}_{nl} = im\Omega_n \mathbf{r}_{nl} \quad (n > l),$$

и интегрируя по \mathbf{r} в соответствии с (3.2), получаем

$$\mathbf{j}'(t) = en\Omega r_0^* \bar{\zeta}(\bar{\rho}_2 - \bar{\rho}_1)t, \quad (3.27)$$

где учтено, что в резонаторе имеется n одинаковых активных атомов.

3.3.3. Поле выходной моды. Приращение отрицательно-частотной части амплитуды поля на когерентном интервале, согласно (3.3) и (3.27), равно

$$\Delta u = ipnecr_0^* \bar{\zeta}(\bar{\rho}_1 - \bar{\rho}_2)T^2.$$

Домножим это соотношение на $-ie\Omega r_0/\hbar c$, чтобы перейти к γ , и введем для γ сглаженную производную

$$\dot{\gamma}(t) = S(\bar{\rho}_2 - \bar{\rho}_1)(\alpha + \gamma(t)),$$

где

$$S = \pi\epsilon|r_0|^2 c\Omega Tn \quad \left(\epsilon = \frac{e^2}{\hbar c}\right). \quad (3.28)$$

Учитывая, что $\alpha = \text{const}$, приходим к уравнению

$$\dot{\zeta}(t) = S(\bar{\rho}_2 - \bar{\rho}_1)\zeta. \quad (3.29)$$

Отсюда для ζ получаем следующее выражение:

$$\zeta(t) = \zeta_0 \exp\left[-S \int_{t'}^{t''} dt_1 (\bar{\rho}_1(t_1) - \bar{\rho}_2(t_1))\right]. \quad (3.30)$$

Заметим, что интеграл в (3.30) можно распространить на интервал времени от момента поступления сигнала в систему и до текущего момента времени, так как показатели от отдельных когерентных интервалов аддитивны:

$$\zeta(t) = \alpha \exp\left[-S \int_0^t dt_1 (\bar{\rho}_1(t_1) - \bar{\rho}_2(t_1))\right]. \quad (3.31)$$

Следовательно,

$$\gamma(t) = -\alpha \left\{ 1 - \exp\left[S \int_0^t dt_1 (\rho_2(t_1) - \rho_1(t_1))\right] \right\}. \quad (3.32)$$

3.3.4. Динамика населенностей активных уровней и поле на выходе. Теперь систему (3.25) можно представить в виде

$$\frac{d\rho_0}{dt} = B(\rho_1 - \rho_0), \quad \frac{d\rho_2}{dt} = -AZ(\rho_2 - \rho_1), \quad (3.33)$$

$$\frac{d\rho_1}{dt} = -B(\rho_1 - \rho_0) + AZ(\rho_2 - \rho_1),$$

где

$$B = |\beta|^2 T, \quad A = |\alpha|^2 T, \quad Z = |\zeta|^2 T. \quad (3.34)$$

Величины A и B , имеющие размерность $[c^{-1}]$, равны

$$A = 2\pi\epsilon|r|^2 Nc\Omega T, \quad B = 2\pi\epsilon|r_i|^2 N_i c\omega T, \quad (3.35)$$

где N и N_i — числа фотонов соответственно в моде накачки и сигнальной. Величина $Z(t)$, равная

$$Z(t) = \exp\left[-2S \int_0^t dt_1 (\rho_1(t_1) - \rho_2(t_1))\right],$$

согласно (3.32), является мерой возбуждения выходной моды; при $Z = 0$ выходная мода оказывается возбужденной до уровня моды накачки.

Как видно из уравнений (3.33), изменение $Z(t)$ в зависимости от времени определяется параметрами A , B и S . Поэтому, чтобы оценить $Z(t)$, важно знать их примерные значения для практически реализуемых сред. Отметим, что параметры A и B пропорциональны числам фотонов соответственно в моде накачки и сигнальной и в условиях эксперимента могут несколько изменяться. Положим число фотонов в моде накачки равным 100; это число не должно быть слишком большим, чтобы не вызвать сильных нелинейных нерезонансных явлений в среде. Число фотонов в сигнальной моде будем считать равным единице, чтобы продемонстрировать высокую чувствительность рассматриваемого устройства.

3.3.5. Оценки. Параметр S пропорционален числу активных атомов в среде, заполняющей резонатор, и в условиях эксперимента является заданной величиной. Для оценок полагаем, что активной средой является гранат с неодимом [23], в котором плотность активных ионов составляет $\approx 2 \times 10^{19} \text{ см}^{-3}$ и $|r_{21}|^2 \approx 2 \times 10^{-19} \text{ см}^2$. Объем всех трех мод будем считать примерно одинаковым и равным $\approx 10^3 \lambda^3 \approx 10^{-9} \text{ см}^3$. В этом случае

$$A \approx 4 \times 10^4 \text{ с}^{-1}, \quad B \approx 4 \times 10^2 \text{ с}^{-1}, \quad S \approx 2 \times 10^{12} \text{ с}^{-1}.$$

Положим в системе (3.20)

$$\rho' = \rho_1 - \rho_0, \quad \rho'' = \rho_2 - \rho_1.$$

Тогда эта система сводится к двум уравнениям

$$\frac{d\rho'}{dt} = -2B\rho' + AZ\rho'', \quad \frac{d\rho''}{dt} = B\rho' - 2AZ\rho''$$

при

$$Z(t) = \exp \left[2S \int_0^t dt_1 \rho''(t_1) \right].$$

Для наших целей достаточно рассмотреть лишь начальный временной интервал, в котором амплитуда основного состояния остается практически неизменной, т.е. $\rho'(t) \approx -1 = \text{const}$. При этом во втором уравнении достаточно учесть только первое слагаемое в правой части. Действительно, второе слагаемое может стать примерно равным первому слагаемому лишь за время порядка $1/2A$ ($\approx 10^{-5} \text{ с}$) при $Z = 1$. Однако за гораздо меньшее время $Z(t)$ обратится практически в нуль. Действительно, на начальном этапе

$$\rho'' \approx -Bt, \quad Z(t) \approx \exp(-SBt^2).$$

Таким образом, $Z(t)$ уменьшается по гауссову закону с характерным временем

$$\tau = \frac{1}{\sqrt{SB}} \approx 3 \times 10^{-8} \text{ с};$$

за это время величина ρ' изменится лишь примерно на 10^{-7} .

Следовательно, под влиянием слабого сигнала уровень возбуждения выходной моды за время τ достигает уровня возбуждения моды накачки. Таким образом, рассмотренная схема обладает большим усилением. В

присутствии релаксации процесс детектирования происходит примерно так же, как и в ее отсутствие (см. раздел 3.2). Времена реагирования детектора на сигнал при наличии релаксации несколько больше, чем в ее отсутствие, что, впрочем, вполне естественно.

4. Заключение

В первой части обзора исследована природа фотоотчетов и показано, что причиной их появления может быть неустойчивость слабого электронного потока, возникающего в детекторе под действием принимаемого излучения. Такой подход позволяет объяснить основные черты фотоотчетов.

Представленная в разделе 3 возможная схема детектирования оптических сигналов лазерными средствами является устойчивой по отношению к процессам фазовой релаксации в среде. Показано, что подобные схемы могут оказаться весьма чувствительными.

Самая поразительная особенность рассмотренных схем лазерного детектирования заключается в их способности фиксировать порции энергии, составляющие малые доли кванта принимаемого излучения. Если эта особенность будет реализована практически, то ситуация в квантовой теории измерений может кардинально измениться.

Важной особенностью лазерных детекторов слабых оптических сигналов является также их способность работать без фотоотчетов, поскольку электронное возбуждение распределено в них по многим активным атомам, причем электронные системы в этих атомах хорошо стабилизированы сильным кулоновским полем ядер. Это означает, что дробовые шумы в лазерных детекторах сильно подавлены. Физическая природа этих шумов совершенно иная, нежели в обычных приемниках излучения.

Автор признателен А.М. Прохорову, Ф.В. Бункину, Е.М. Дианову, Ю.В. Гуляеву, И.А. Щербакову, М.А. Анаяну, А.Н. Ораевскому, Л.А. Ривлину, Ю.К. Воронько, Г.Х. Китаевой, Ю.Д. Голяеву, А.В. Масалову, В.В. Савранскому, И.В. Пряникову за обсуждение результатов. Особенно автор признателен своим аспирантам А.В. Герасимову и В.О. Турину, внесшим значительный вклад в развитие представленного направления; работа с ними была легка и приятна. Работа поддержана грантами РФФИ № 98-02-16671 и № 01-02-17479.

5. Приложения

Приложение 1. Сферически симметричный разлет электронного сгустка

Пусть в начальный момент времени задано сферически симметричное распределение зарядовой плотности $\sigma(r)$, и при этом сгусток покоится, т.е. скорости во всех точках сгустка равны нулю. Тогда электрическое поле $E(R)$ на сфере радиусом R равно

$$E(R) = \frac{Q(R)}{R^2}, \quad (\text{П1.1})$$

где $Q(R)$ — полный заряд, заключенный в этой сфере:

$$Q(R) = 4\pi \int_0^R dr r^2 \sigma(r). \quad (\text{П1.2})$$

Отметим, что до момента начала обгона величина $Q(R)$ представляет собой константу, т.е. $Q(R) = Q(R_0)$, если R_0 — начальное значение R . Таким образом, закон движения зарядов, лежащих на сфере радиусом R , имеет вид

$$m\ddot{R} = \frac{eQ(R_0)}{R^2}. \quad (\text{П1.3})$$

Предположим, кроме того, что в начальный момент распределение заряда является гауссовым:

$$\sigma(\mathbf{r}) = \frac{Q_0}{\pi^{3/2}r_0^3} \exp\left(-\frac{r^2}{r_0^2}\right), \quad (\text{П1.4})$$

где Q_0 — полный заряд распределения. Тогда интегрирование этого уравнения приводит к зависимости

$$\left\{ [\rho(\rho - \rho_0)]^{1/2} + \rho_0 \ln \frac{(\rho - \rho_0)^{1/2} + \rho^{1/2}}{\rho_0^{1/2}} \right\} \left(\frac{\rho_0}{I(\rho_0)} \right)^{1/2} = \tau, \quad (\text{П1.5})$$

где

$$\rho = \frac{R}{r_0}, \quad \rho_0 = \frac{R_0}{r_0}, \quad \tau = \frac{t}{t_0}, \quad (\text{П1.6})$$

$$t_0 = \left(\frac{m}{e} \frac{r_0^3}{Q_0} \right)^{1/2}, \quad I(\rho_0) = \frac{4}{\pi^{1/2}} \int_0^{\rho_0} d\rho \rho^2 \exp(-\rho^2). \quad (\text{П1.7})$$

Рассмотрим теперь, как с течением времени изменяется плотность заряда $\sigma(R)$. Для этого заметим, что до начала обгона полный заряд, заключенный в тонком сферическом слое толщиной dR , сохраняется с течением времени. Поэтому имеет место равенство

$$\sigma(R)R^2 dR = \sigma(R_0)R_0^2 dR_0,$$

или

$$\sigma(R) = \sigma(R_0) \frac{R_0^2}{R^2} \frac{dR_0}{dR}. \quad (\text{П1.8})$$

Из этого соотношения видно, что плотность заряда может стать бесконечной, только если производная dR_0/dR обратится в бесконечность или, что то же самое, dR/dR_0 обратится в нуль.

Производную dR_0/dR можно найти, продифференцировав по R_0 соотношение (П1.5):

$$\dot{R} = \rho - \frac{1}{2} \left\{ (\rho - 1) + \left(\frac{\rho - 1}{\rho} \right)^{1/2} \ln [(\rho - 1)^{1/2} + \rho^{1/2}] \right\} \frac{3 - R_0 Q}{Q}. \quad (\text{П1.9})$$

Зависимость R от R_0 была рассчитана с помощью ЭВМ. С использованием соотношений (П1.8) и (П1.9) была вычислена плотность заряда в зависимости от R . Эта зависимость для разных моментов времени показана на рис. 6.

В точке, где производная dR/dR_0 впервые обращается в нуль, зависимость $R(R_0)$ имеет перегиб и ее можно представить в виде

$$R(R_0) = B + \varepsilon(R_0 - A)^3 + \dots, \quad (\text{П1.10})$$

где A и B — некоторые константы. Тогда R_0 зависит от R следующим образом:

$$R_0(R) = A + \left(\frac{R - B}{\varepsilon} \right)^{1/3}. \quad (\text{П1.11})$$

Производная dR/dR_0 вблизи этой точки имеет вид

$$\frac{dR}{dR_0} = 3\varepsilon(R_0 - A)^2 = 3\varepsilon^{1/2}(R - B)^{2/3}. \quad (\text{П1.12})$$

Таким образом, зависимость плотности заряда от R вблизи точки, в которой она обращается в бесконечность, может быть представлена как

$$\sigma(R) = \frac{1}{3} \sigma(A) \varepsilon^{-1/2} \left(\frac{A}{B} \right)^2 (R - B)^{-2/3}. \quad (\text{П1.13})$$

В начальный момент времени R и R_0 совпадают. Затем начинается разлет сгустка, при этом наибольшие скорости и соответственно наибольшие смещения приобретаются зарядами на склоне зарядового распределения. Вследствие этого предшествующие слои догоняют последующие. Например, смещения при $R_0 \approx 1,5$ значительно превосходят смещения при $R_0 \approx 2,0$ [6]. При $t = 2,77$ значения R , соответствующие $1,5 < R < 2,0$, выравниваются, что означает начало обгона и обращение плотности заряда в бесконечность. На рисунке 4 видно формирование максимума плотности зарядового распределения и его обострение со временем вблизи $R \approx 3,65$. Плотность зарядового распределения в максимуме при $t = 2,77$ почти на четыре порядка выше, чем в центре распределения. Она обращается в бесконечность, если не учитывать волновые свойства электрона.

Приложение 2. Движение электронного волнового пакета в электромагнитном поле

В обзоре показано, что в вакуумных фотоприемных устройствах (таких, например, как фотоумножители) отдельные электронные волновые пакеты имеют относительно большие размеры и, следовательно, могут наблюдаться современными средствами. При обсуждении вопроса о природе и механизме образования таких волновых пакетов также показано, что причиной их образования является кулоновская неустойчивость квазигоднородного электронного потока низкой плотности.

В связи с этим представляет интерес рассмотрение движения электронных волновых пакетов в электромагнитных полях достаточно общего вида при единственном условии (всегда выполняемом в упомянутых выше приборах), что характерные размеры пространственного изменения этих полей значительно превышают характерные размеры пакетов. В этом случае поля внутри пакета и в его окрестности могут быть разложены в ряд и в расчетах можно будет ограничиться лишь учетом членов нулевого, первого и второго порядков по отклонениям точек пакета от его центра. Оказывается, что в этом приближении центр пакета описывает классическую траекторию, а матрица параметров пакета подчиняется матричному уравнению типа Риккати. Ниже дается вывод этого уравнения, отмечаются его особенности и рассматривается простой пример движения пакета в однородном магнитном поле. В работах [6, 9, 10] рассмотрены частные случаи этого уравнения.

Гамильтониан, описывающий движение волнового пакета, имеет следующий вид:

$$H = \frac{1}{2m} \left(\mathbf{p} - \frac{e}{c} \mathbf{A}(\mathbf{r}) \right)^2 + eU(\mathbf{r}),$$

где \mathbf{p} , \mathbf{r} — импульс и координата электрона; $\mathbf{A}(\mathbf{r}, t)$, $U(\mathbf{r}, t)$ — соответственно векторный и скалярный потенциалы поля, являющиеся заданными функциями координат и времени. Как известно, из этого гамильтониана следуют обычные классические уравнения движения точечного электрона

$$\dot{\mathbf{r}} = \frac{1}{m} \left(\mathbf{p} - \frac{e}{c} \mathbf{A}(\mathbf{r}) \right), \quad (\text{П2.1})$$

$$\dot{\mathbf{p}} = -\frac{1}{2m} \text{grad} \left(\mathbf{p} - \frac{e}{c} \mathbf{A}(\mathbf{r}) \right)^2 - e \text{grad} U(\mathbf{r}),$$

которые в ньютоновской форме имеют вид

$$m\ddot{\mathbf{r}} = e\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) + \frac{e}{c} \left[\dot{\mathbf{r}} \times \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) \right],$$

где $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ и $\mathbf{H}(\mathbf{r}, t)$ — электрическое и магнитное поля соответственно,

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{A}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} - \text{grad} U(\mathbf{r}, t), \quad \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) = \text{rot} \mathbf{A}(\mathbf{r}, t).$$

Рассмотрим движение волнового пакета в электромагнитном поле в случае, когда характерный размер неоднородности поля значительно превышает размеры этого пакета. С этой целью решение уравнения Шрёдингера будем искать в виде гауссова волнового пакета:

$$\Psi(\mathbf{r}, t) = C \exp \left\{ -(\mathbf{p}, F\mathbf{p}) + \frac{i}{\hbar} [\mathbf{p}_0(t)\mathbf{p} + E(t)] \right\}, \quad (\text{П2.2})$$

$$C = \left[\left(\frac{2}{\pi} \right)^3 \det \text{Re} F(0) \right]^{1/4},$$

где $F(t)$ — комплексная симметричная 3×3 -матрица, $\mathbf{p} = \mathbf{r} - \mathbf{r}_0(t)$, параметры $\mathbf{r}_0(t)$ и $\mathbf{p}_0(t)$ описывают движение центра волнового пакета. При кулоновской калибровке

$$\text{div} \mathbf{A}(\mathbf{r}, t) = 0, \quad \Delta U(\mathbf{r}, t) = 0$$

уравнение Шрёдингера имеет вид

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = \left[\frac{1}{2m} \mathbf{p}^2 + eU(\mathbf{r}) - \frac{e}{mc} \mathbf{A}(\mathbf{r})\mathbf{p} + \frac{e^2}{2mc^2} \mathbf{A}^2(\mathbf{r}) \right] \Psi. \quad (\text{П2.3})$$

Подставив в это уравнение волновой пакет (П2.2) и поделив его потом на то же самое выражение (П2.2), получим в левой части уравнения Шрёдингера выражение

$$i\hbar [-(\mathbf{p}, \dot{F}\mathbf{p}) + 2(\dot{\mathbf{r}}_0, F\mathbf{p}) + (\dot{\mathbf{p}}_0\mathbf{p} - \mathbf{p}\dot{\mathbf{r}}_0 + \dot{E})],$$

в котором имеются не зависящие от \mathbf{p} , а также линейные и квадратичные по \mathbf{p} члены. Правую часть уравнения Шрёдингера, учитывая разложения для скалярного и векторного потенциалов

$$U(\mathbf{r}) \approx U(\mathbf{r}_0) + (\mathbf{p}\mathbf{V}) U(\mathbf{r}_0) + \frac{1}{2!} (\mathbf{p}\mathbf{V})^2 U(\mathbf{r}_0) + \dots,$$

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}) \approx \mathbf{A}(\mathbf{r}_0) + (\mathbf{p}\mathbf{V}) \mathbf{A}(\mathbf{r}_0) + \frac{1}{2!} (\mathbf{p}\mathbf{V})^2 \mathbf{A}(\mathbf{r}_0) + \dots,$$

также можно представить в виде суммы не зависящих от \mathbf{p} , линейных и квадратичных по \mathbf{p} членов. Собирая члены, не содержащие \mathbf{p} , получим уравнение, определяющее функцию $E(t)$,

$$\dot{E} = \frac{1}{2m} \mathbf{p}_0^2 - eU(\mathbf{r}_0) - \frac{e^2}{2mc^2} \mathbf{A}^2(\mathbf{r}_0) - \frac{\hbar^2}{m} \text{Sp} F.$$

Аналогично, собирая члены первого порядка по \mathbf{p} , получим для параметров $\mathbf{r}_0(t)$, $\mathbf{p}_0(t)$ гамильтоновы уравнения (П2.1). Это означает, что центр волнового пакета движется по классической траектории. Члены второго порядка малости по \mathbf{p} дают

$$-i\hbar(\mathbf{p}, \dot{F}\mathbf{p}) = \frac{2\hbar^2}{m} (\mathbf{p}, F^2\mathbf{p}) + \frac{1}{2} e(\mathbf{p}\mathbf{V})^2 U(\mathbf{r}_0) -$$

$$- \frac{2ie\hbar}{mc} [(\mathbf{p}\mathbf{V}) \mathbf{A}(\mathbf{r}_0)] F\mathbf{p} -$$

$$- \frac{e}{2mc} \left(\mathbf{p}_0 - \frac{e}{c} \mathbf{A}(\mathbf{r}_0) \right) [(\mathbf{p}\mathbf{V})^2 \mathbf{A}(\mathbf{r}_0)] + \frac{e^2}{2mc^2} [(\mathbf{p}\mathbf{V}) \mathbf{A}(\mathbf{r}_0)]^2.$$

Приводя все члены этого выражения к стандартному виду

$$(\mathbf{p}, M\mathbf{p}),$$

где M — некоторая 3×3 -матрица, получим для матрицы F нелинейное уравнение типа Риккати

$$i\hbar \frac{\partial F}{\partial t} = \frac{2\hbar^2}{m} F^2 + \frac{ie\hbar}{mc} [d(\mathbf{A}(\mathbf{r}_0))F + Fd^T(\mathbf{A}(\mathbf{r}_0))] -$$

$$- \frac{e^2}{2mc^2} [d(\mathbf{A}(\mathbf{r}_0)) d^T(\mathbf{A}(\mathbf{r}_0))] -$$

$$- \frac{1}{2} e D_2 U(\mathbf{r}_0) + \frac{e}{2c} (\dot{\mathbf{r}}_0 D_2 \mathbf{A}(\mathbf{r}_0)), \quad (\text{П2.4})$$

где $d(\mathbf{A}(\mathbf{r}_0))$, $D_2 \mathbf{A}(\mathbf{r}_0)$, $D_2 U(\mathbf{r}_0)$ — матрицы, определяемые пространственными производными потенциалов по компонентам \mathbf{r}_0 ,

$$d(\mathbf{A}(\mathbf{r}_0)) = \begin{pmatrix} \frac{\partial A_x}{\partial x} & \frac{\partial A_y}{\partial x} & \frac{\partial A_z}{\partial x} \\ \frac{\partial A_x}{\partial y} & \frac{\partial A_y}{\partial y} & \frac{\partial A_z}{\partial y} \\ \frac{\partial A_x}{\partial z} & \frac{\partial A_y}{\partial z} & \frac{\partial A_z}{\partial z} \end{pmatrix},$$

$$D_2 \mathbf{A}(\mathbf{r}_0) = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial x \partial y} & \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial x \partial z} \\ \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial y \partial x} & \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial y^2} & \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial y \partial z} \\ \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial z \partial x} & \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial z \partial y} & \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial z^2} \end{pmatrix},$$

$$D_2 U(\mathbf{r}_0) = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y} & \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial z} \\ \frac{\partial^2 U}{\partial y \partial x} & \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} & \frac{\partial^2 U}{\partial y \partial z} \\ \frac{\partial^2 U}{\partial z \partial x} & \frac{\partial^2 U}{\partial z \partial y} & \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} \end{pmatrix}.$$

Эти матрицы являются функциями времени, так как в соответствии с уравнением (П2.1) $\mathbf{r}_0 = \mathbf{r}_0(t)$.

Введя вместо F новую матрицу Φ ,

$$F = \frac{m}{2\hbar} \Phi, \quad \Phi = \frac{2\hbar}{m} F,$$

получим

$$i\dot{\Phi} = \Phi^2 + \frac{ie}{mc} (d(\mathbf{A})\Phi + \Phi d^T(\mathbf{A})) - \frac{e}{m} D_2 U - \frac{e^2}{m^2 c^2} (d(\mathbf{A}) d^T(\mathbf{A})) + \frac{e}{mc} (\dot{\mathbf{r}}_0 D_2 \mathbf{A}). \quad (\text{П2.5})$$

Заметим, что можно отказаться от кулоновской калибровки потенциалов; для этого достаточно в последнем члене уравнения (П2.5) вместо векторного потенциала $\mathbf{A}(\mathbf{r}_0)$ использовать вихревую, т.е. поперечную, часть этого потенциала $\mathbf{A}^\perp(\mathbf{r}_0)$ ($\text{div } \mathbf{A}(\mathbf{r}_0) = 0$).

Хотя матричное уравнение типа Риккати (П2.5) является нелинейным, его можно свести (для произвольной $n \times n$ -размерности) к системе линейных уравнений. Для этого рассмотрим систему линейных уравнений

$$\frac{dX}{dt} = A_1 X + A_2 Y, \quad \frac{dY}{dt} = A_3 X + A_4 Y, \quad (\text{П2.6})$$

где X, Y — n -компонентные векторы, A_i — $n \times n$ -матрицы, являющиеся произвольными функциями времени. Система (П2.6) имеет n линейно независимых решений, которые можно считать столбцами матриц \hat{X}, \hat{Y} . Потребуем, чтобы в начальный момент времени матрица \hat{Y} была единичной, а матрица \hat{X} совпадала с $\Phi(0) = \Phi_0$. Разрешая систему (П2.6) (что не всегда просто) при указанных начальных условиях, получим $n \times n$ -матрицы $X(t)$ и $Y(t)$. Эти матрицы так же, как и векторы X, Y , удовлетворяют уравнениям (П2.6). Матрицу $\Phi(t)$ определим посредством равенства

$$\Phi(t) = X(t)Y^{-1}(t); \quad (\text{П2.7})$$

матрица $\Phi(t)$ имеет, очевидно, начальное значение, равное Φ_0 . Дифференцируя это выражение по времени и используя уравнения (П2.6), убеждаемся, что матрица $\Phi(t)$ подчиняется уравнению

$$\dot{\Phi} = -\Phi A_3 \Phi + A_1 \Phi - \Phi A_4 + A_2, \quad (\text{П2.8})$$

т.е. нелинейному матричному уравнению типа Риккати. Таким образом, определив решения линейной системы (П2.6), можно с помощью соотношения (П2.7) найти решение нелинейного матричного уравнения (П2.8).

Нетрудно убедиться, что изучаемое нами уравнение (П2.5) для Φ принадлежит как раз к уравнениям типа (П2.8), переходя в него при $n = 3$, и

$$A_1 = \frac{e}{mc} d(\mathbf{A}),$$

$$A_2 = i \left[\frac{e}{m} D_2 U + \frac{e^2}{m^2 c^2} (d(\mathbf{A}) d^T(\mathbf{A})) - \frac{e}{mc} (\dot{\mathbf{r}}_0 D_2 \mathbf{A}) \right],$$

$$A_3 = -iI, \quad A_4 = -\frac{e}{mc} d^T(\mathbf{A}).$$

Можно показать, что решение (П2.7) для матрицы $\Phi(t)$ все время остается симметричным, если только симметрична начальная матрица Φ_0 .

В качестве иллюстрации рассмотрим движение волнового пакета в продольном однородном и постоянном

магнитном поле, описываемом векторным потенциалом

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}) = \frac{1}{2} H(-y, x, 0) \quad (\text{div } \mathbf{A}(\mathbf{r}) = 0).$$

В этом случае

$$d(\mathbf{A}(\mathbf{r}_0)) = \frac{1}{2} H \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

и $D_2 \mathbf{A}(\mathbf{r}_0) = D_2 U(\mathbf{r}_0) = 0$. Можно видеть, что продольное распределение пакета ведет себя, как в свободном пространстве. Для поперечных компонент имеем уравнение

$$i\dot{\bar{\Phi}} = \bar{\Phi}^2 + i\Omega(\sigma\bar{\Phi} + \bar{\Phi}\sigma^T) - \Omega^2 I, \quad (\text{П2.9})$$

где $\bar{\Phi}$ — 2×2 -матрица,

$$\sigma = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix},$$

$\Omega = eH/2mc$ — частота ларморовской прецессии.

В частном случае, когда волновой пакет осесимметричен относительно своей прямолинейной траектории, матрица $\bar{\Phi}$ может быть пропорциональна единичной матрице

$$\bar{\Phi} = \Omega W(\tau) I,$$

при этом

$$\tau = \Omega t, \quad I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},$$

а $W(\tau)$ подчиняется уравнению

$$W' = i(1 - W^2),$$

где штрихом обозначено дифференцирование по τ . Это уравнение имеет решение

$$W(t) = \frac{(1 + W_0) \exp(i\Omega t) - (1 - W_0) \exp(-i\Omega t)}{(1 + W_0) \exp(i\Omega t) + (1 - W_0) \exp(-i\Omega t)},$$

где W_0 — начальное значение $W(t)$. Вещественная часть $W(t)$ равна

$$\text{Re } W(t) = \frac{W_1}{(\cos \Omega t - W_2 \sin \Omega t)^2 + W_1^2 \sin^2 \Omega t},$$

где W_1, W_2 — соответственно вещественная и мнимая части W_0 . Таким образом, поперечные размеры волнового пакета осциллируют с удвоенной ларморовской частотой. Максимальное и минимальное значения $\text{Re } W(t)$ равны соответственно W_1 и $(1 + W_2^2)/W_1$. Если W_0 равно единице, то решение стационарно, т.е. волновой пакет с поперечными размерами

$$d = 2\sqrt{\frac{\hbar c}{eH}} = \sqrt{\frac{2\hbar}{m\Omega}}$$

при движении в продольном магнитном поле сохраняет эти размеры. Имеется также менее симметричное стационарное решение уравнения (П2.9), описывающее сплюснутые в поперечном направлении волновые

пакеты,

$$\bar{\Phi} = \Omega \begin{pmatrix} 1 + Z & iZ \\ iZ & 1 - Z \end{pmatrix},$$

где Z — произвольное комплексное число ($|Z| < 1$). Это решение поворотом осей на угол $\varphi/2$, где $\varphi = \arg Z$, можно привести к более простому виду

$$\bar{\Phi}' = \Omega \begin{pmatrix} 1 + |Z| & i|Z| \\ i|Z| & 1 - |Z| \end{pmatrix},$$

откуда сплюснутость видна непосредственно.

Таким образом, эволюция волнового пакета в электромагнитном поле достаточно общего вида описывается нелинейным матричным уравнением (П2.4) или (П2.5) типа Риккати. Уравнение применимо к описанию эволюции волновых пакетов в широком классе вакуумных приборов.

Список литературы

1. Schottky W *Ann. Phys.* (Leipzig) **57** 541 (1918)
2. Глаубер Р "Оптическая когерентность и статистика фотонов", в кн. *Квантовая оптика и квантовая радиофизика* (Под ред. О В Богданкевича, О Н Крохина) (М.: Мир, 1966) с. 91
3. Лоудон Р *Квантовая теория света* (М.: Мир, 1976)
4. Перина Я *Когерентность света* (М.: Мир, 1974)
5. Scully M O, Zubairy M S *Quantum Optics* (Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1997)
6. Быков В П, Герасимов А В *Докл. РАН* **328** 50 (1993); Быков В П, Герасимов А В, Турин В О *УФН* **165** 955 (1995); Bykov V P, Gerasimov A V, Turin V O *Ann. Fond. de Louis Broglie* **20** 331 (1995); *Laser Phys.* **5** 841 (1995)
7. Wigner E *Phys. Rev.* **46** 1002 (1934); *Trans. Faraday Soc.* **34** 678 (1938)
8. Ахиезер А И, Берестецкий В Б *Квантовая электродинамика* 4-е изд. (М.: Наука, 1981)
9. Быков В П, Татарский В И *ЖЭТФ* **96** 528 (1989); Bykov V P, Tatarskii V I *Phys. Lett. A* **136** 77 (1989)
10. фон Нейман Дж *Математические основы квантовой механики* (М.: Наука, 1964)
11. Bykov V P *J. Russ. Laser Res.* **18** 260 (1997)
12. Быков В П *ДАН СССР* **300** 1353 (1988); Bykov V P, Gerasimov A V, Preprint ICTP, IC/92/194 (1992)
13. Ривлин Л А *Письма в ЖЭТФ* **13** 362 (1971)
14. Арнольд В И *Теория катастроф* 3-е изд. (М.: Наука, 1990)
15. Монастырский М А *Прикладная физика* (3) 7 (1996)
16. Быков В П *Письма в ЖЭТФ* **64** 515 (1996)
17. Быков В П и др. *Письма в ЖЭТФ* **63** 408 (1996)
18. Bykov V P, Turin V O *Laser Phys.* **7** 984 (1997); **8** 1039 (1998)
19. Bloembergen N *Phys. Rev. Lett.* **2** 84 (1959)
20. Карлов Н В, Маненков А А *Квантовые усилители* (Итоги науки. Радиофизика 1964–1965 гг.) (М.: ВИНТИ, 1966)
21. Быков В П, Дубрович В К *Кратк. сообщ. по физ. ФИАН* (9) 11 (1989)
22. Bykov V P *Laser Phys.* **9** 923 (1999); Быков В П *Квантовая электроника* **29** 258 (1999); *Кратк. сообщ. по физ. ФИАН* (7) 10 (1999); Препринт ИОФАН № 6 (М.: ИОФАН, 1999)
23. Зверев Г М и др. *Лазеры на алмоиттриевом гранате с неодимом* (Под ред. Н В Ефимовой) (М.: Радио и связь, 1985)

Photocounts and the laser detection of weak optical signals

V.P. Bykov

A.M. Prokhorov General Physics Institute, Russian Academy of Sciences,
ul. Vavilova 38, 119991 Moscow, Russian Federation
Tel. (7-095) 135-0270
E-mail: v.p.bykov@mtu-net.ru

The nature of photocounts arising in detectors exposed to highly coherent laser radiation is discussed. It is shown that the spatial localization of photons allowed in QED fails to account for the effect and that the Coulomb instability of a weak electronic flow in a photodetector can be the explanation. With detectors using non-free electrons — i.e., electrons bound in atoms, ions, molecules, etc. — weak optical signals can be laser detected without photocount, that is, at a suppressed shot noise level. A scheme of a bound-electron laser is suggested.

PACS numbers: **42.50.** – **p**, **84.47.** + **w**, 85.60.Gz

Bibliography — 23 references

Uspekhi Fizicheskikh Nauk **175** (5) 495–513 (2005)

Received 3 November 2004

Physics – Uspekhi **48** (5) (2005)