

ОБЗОРЫ АКТУАЛЬНЫХ ПРОБЛЕМ

**Новые физические явления в магнетиках,  
связанные с магнитоэлектрическим  
и антиферроэлектрическим взаимодействиями**

Е.А. Туров, В.В. Николаев

*Рассматривается динамика специального класса магнетиков (магнитоупорядоченных кристаллов), в которых магнитные атомы не совпадают с центром симметрии (при наличии такового в кристалле). Изучение в таких магнетиках магнитоэлектрического и антиферроэлектрического взаимодействий привело к появлению нового важного раздела в спиновой динамике как электрической, так и ядерной подсистем. Обзор написан в основном по новейшим работам уральских физиков-теоретиков (2001–2004 гг.). Излагаются также и некоторые результаты пионерских работ украинских физиков (1988–1990 гг.), открывших указанный раздел спиновой динамики. В результате проведенных исследований появилась возможность сравнения предсказываемых эффектов для разных сингоний и тем самым для более осмысленной постановки требующихся экспериментов.*

PACS numbers: 75.10.–b, 75.30.Ds, 75.50.–y, 75.80.+q

**Содержание**

1. Введение (457).
2. Двухподрешеточный ферромагнетик с магнитоэлектрическим взаимодействием (459).
  - 2.1. Магнитная структура, описывающие ее функции и таблица их преобразований. 2.2. Термодинамический потенциал, уравнения движения и их решение с учетом МЭ-взаимодействия. 2.3. Пространственная дисперсия. Потери на тепло, обусловленные возбуждением антимагнонов полем  $E(t)$ . 2.4. Переход к тетрагональной симметрии. 2.5. Связанные антимагنون-электромагнитные волны.
3. Двухподрешеточный антиферромагнетик с МЭ-взаимодействием. Квазиантиферромагноны и их возбуждение электрическим полем (463).
4. Тетрагональные и другие четырехподрешеточные антиферромагнетики, магнито- и антиферроэлектрические явления (464).
  - 4.1. Вводные замечания, термодинамический потенциал и уравнения движения. Тетрагональные антиферромагнетики. 4.2. Моды колебаний, решение уравнений и собственные частоты. 4.3. Ромбоэдрические антиферромагнетики: гематит и хромит.
5. Антимагноны в ферримагнетике (468).
  - 5.1. Кристаллохимическая и магнитная структуры ферримагнетика  $Mn_2Sb$ . 5.2. Моды колебаний и термодинамический потенциал. 5.3. Собственные частоты антимагнонов.

6. Возбуждение ЯМР электрическим полем в двухподрешеточном ферромагнетике (470).
  7. Заключительные замечания (472).
- Список литературы (473).

**1. Введение**

Магнетиками называют магнитоупорядоченные вещества независимо от вида упорядочения — ферромагнитного (ФМ), антиферромагнитного (АФ) или ферримагнитного (ФИМ). Сразу же отметим, что после известных работ И.Е. Дзялошинского [1] оказалось удобным и даже в какой-то степени важным в физическом и симметричном отношении описывать некоторые магнетики не в терминах намагниченностей их подрешеток  $M_v(\mathbf{r})$  ( $v = 1, 2, 3, \dots$ ), а в терминах вектора полной локальной намагниченности  $\mathbf{M}(\mathbf{r})$  и векторов (или вектора) антиферромагнетизма  $\mathbf{L}(\mathbf{r})$ . Например, для двухподрешеточного магнетика ( $v = 1, 2$ )

$$\mathbf{M} = \mathbf{M}_1 + \mathbf{M}_2, \tag{1}$$

$$\mathbf{L} = \mathbf{M}_1 - \mathbf{M}_2. \tag{2}$$

Малые линейные колебания магнитных моментов описываются спиновыми волнами (или магнонами). Первое теоретическое рассмотрение спиновых волн (для ферромагнетиков) было проведено уже более 70 лет тому назад Ф. Блохом [2]. С тех пор появились десятки монографий и проблемных обзоров и, возможно, тысячи специальных статей на эту тему. В том числе совсем недавно (2001 г.) была опубликована весьма объемная книга авторов с коллегами [3]. Однако, как это ни удивительно, в этой обширной литературе прак-

Е.А. Туров, В.В. Николаев. Институт физики металлов УрО РАН, 620219 Екатеринбург, ул. С. Ковалевской 18, Российская Федерация  
Тел. (3432) 744-312, (3432) 783-856. Факс (3432) 745-244  
E-mail: turov@impr.uran.ru, vvp@impr.uran.ru

Статья поступила 9 января 2004 г.,  
после доработки 15 декабря 2004 г.

тически не упоминается о целом разделе магнитодинамики. Речь идет о динамических явлениях в магнетиках, кристаллохимическая структура которых обладает пространственной инверсией — центром симметрии (ЦС)  $\bar{1}$ , причем ЦС осуществляет нетождественную перестановку (друг в друга, а не самих в себя) магнитных атомов одной и той же позиции кратных точек.

Важно отметить, что наш обзор посвящен не каким-то второстепенным частным проблемам магнитодинамики. Напротив, здесь главным образом обсуждаются новые принципиальные вопросы, которые еще не нашли отражения в таких проблемно-обзорных журналах, как *УФН*.

Укажем лишь три основные группы упомянутых явлений, которые рассматриваются в обзоре.

Во-первых, это новый необычный тип спиновых волн. Для волн этого типа характерно то, что колеблется только вектор (или векторы) антиферромагнетизма  $\mathbf{L}$  (см. (2)), а вектор  $\mathbf{M}$ , определяемый соотношением (1), покоится. В работе [4] (2001 г.) Е.А. Туров предложил дать им специальное название — *антимагноны*. В отличие от других типов магнонов, в число колебательных переменных которых входят также компоненты вектора  $\mathbf{M}$  (ферромагноны, квазиферромагноны, квазиантиферромагноны), способные возбуждаться переменным магнитным полем  $\mathbf{H}(t)$ , антимагноны обычно могут возбуждаться только переменным электрическим полем  $\mathbf{E}(t)$ . Характерная их особенность часто состоит также в обменной природе собственной частоты. Последнее, правда, справедливо по отношению к коллинеарным и слабо (релятивистски) неколлинеарным магнитным структурам и, вообще говоря, не относится к обменно-неколлинеарным структурам (см. раздел 7).

Возбуждение антимагнонов, а иногда и других типов магнонов (см. ниже) обусловлено линейными (по полю  $\mathbf{E}$ ) магнитоэлектрическим (МЭ) и антиферроэлектрическим (АФЭ) взаимодействиями соответственно вида

$$s_{ijk}M_iL_jE_k, \quad (3)$$

$$f_{ijk}L_{1i}L_{2j}E_k \quad (\mathbf{L}_1 \neq \mathbf{L}_2). \quad (4)$$

Конкретный вид тензоров  $s_{ijk}$  и  $f_{ijk}$  определяется из требований инвариантности выражений (3), (4) относительно элементов симметрии соответствующей *пространственной* группы кристалла. По дважды встречающимся индексам производится суммирование.

Статический (и квазистатический) МЭ-эффект (Д.Н. Астров, 1960 г. [5]) — индуцирование намагниченности  $\mathbf{M}$  электрическим полем — и обратный ему эффект — индуцирование поляризации  $\mathbf{P}$  магнитным полем — изучаются давно (см., например, [6, 7] и обзор в книге [3]). Однако, как оказалось, динамические проявления МЭ-взаимодействия (+ АФЭ-взаимодействие) намного богаче (см. препринт [8]), и именно им посвящен наш обзор.

Пусть один из магнитных векторов ( $\mathbf{M}$  или  $\mathbf{L}$ ) постоянен и определяет интересующее нас основное (энергетически наинизшее) состояние. Тогда поле  $\mathbf{E}(t) \propto \exp(-i\omega t)$  будет раскачивать второй из них (в рамках линейного отклика), при этом в ФМ-фазе могут возбуждаться также упомянутые выше *чисто* АФ-колебания — антимагноны.

Вторая группа явлений, обусловленных МЭ- и АФЭ-взаимодействиями, — это связанные волны антимагно-

нов и других электроактивных спиновых волн с электромагнитными волнами: т.е. магнон-фотонный резонанс в поле  $\mathbf{E}(t)$  определенной частоты.

Если иметь в виду антимагноны, то обе указанные группы явлений относятся к достаточно высокой (обменной) области частот (впрочем, см. раздел 7). Однако существует и третья, низкочастотная группа явлений, связанная с колебаниями векторов  $\mathbf{M}$  или  $\mathbf{L}$ , вызванными полем  $\mathbf{E}(t)$ . Речь идет о возбуждениях колебаний ядерных магнитных моментов в магнетике полем  $\mathbf{E}(t)$  соответствующей частоты  $\omega \approx \omega_n$  (частота ЯМР) вследствие того, что колебания  $\mathbf{M}$  и  $\mathbf{L}$ , вызванные таким полем  $\mathbf{E}(t)$  за счет взаимодействия (3) или (4), дают вклад в сверхтонкое поле (в его постоянную и переменную части), что и приводит к новому резонансному эффекту — ядерному магнитоэлектрическому резонансу (ЯМЭР) [8]. Такое предсказанное теоретически [8, 9] возбуждение ЯМР электрическим полем экспериментально пока не наблюдалось.

Ряд других эффектов, связанных с антимагнонами и их взаимодействиями (3) и (4), рассмотрен (или хотя бы упомянут в виде задач) с последовательным переходом от простого к сложному в [8]. Однако здесь необходимо подчеркнуть, что утверждать будто бы исследования, обсуждаемые в настоящем обзоре, начались с заметки [4] (2001 г.), вообще говоря, было бы неверно. В действительности, произошло удивительное приключение идеи. Дело в том, что в 1988 г. в престижных журналах появилось несколько статей [10–14] весьма известных украинских физиков Д.А. Яблонского, В.Н. Криворучко, В.В. Еременко и др. Статьи содержали некоторые из основных идей и результатов, о которых шла речь выше и которые, казалось бы, должны были послужить началом упомянутого нового перспективного раздела динамики магнетиков. Самым неожиданным и непонятным является то, почему этого не случилось: неизвестны работы других авторов на эту тему и практически отсутствуют ссылки на статьи [10–14]. Не будем здесь обсуждать это и другие "почему". Факт остается фактом: автор [4], не зная о работах [10–14], переткрыл некоторые их идеи и результаты более чем на 10 лет позднее. Автору [4] и его соавторам в последующих статьях повезло лишь в том отношении, что и предмет рассмотрения, и методический подход (последнее, конечно, не так важно) отличались от таковых в [10–14]. В работах [10–14] исследовались только АФ-структуры ( $\alpha$ -Fe<sub>2</sub>O<sub>3</sub>, Cr<sub>2</sub>O<sub>3</sub>, ортоферриты и др. — четыре и более магнитных подрешеток). Автор работы [4] начал, как оказалось, с наиболее простого случая ФМ-структуры с двумя магнитными подрешетками ( $v = 2$ ), впоследствии перейдя к более сложным структурам (ФМ, АФ, ФИМ) с  $v > 2$ . Кроме того, область исследования расширилась, вырастая в новый раздел магнитодинамики, рассказать о котором, по возможности достаточно кратко и популярно, как раз и является целью настоящего обзора.

Из-за обилия материала при цитировании той или иной оригинальной статьи, естественно, приходится ограничиваться лишь изложением ее простейшей части (достаточным, чтобы судить о принципиальной стороне дела). Для одноосных кристаллов обычно описывается лишь легкоосный случай, хотя в обсуждаемых работах результаты, как правило, приводятся также и для легкоплоскостного состояния.

Целесообразно начать рассмотрение с наиболее простого случая двухподрешеточного центроантисимметричного (ЦАС) ферромагнетика, хотя соответствующая ему работа [4] и не была первой в этой области.

## 2. Двухподрешеточный ферромагнетик с магнитоэлектрическим взаимодействием

### 2.1. Магнитная структура, описывающие ее функции и таблица их преобразований

Итак, рассмотрим двухподрешеточный ферромагнетик с координатами магнитных атомов  $1(x, 0, 0)$ ,  $2(-x, 0, 0)$ . На рисунке 1 эти атомы представлены крестиками. Пространственная симметрия соответствующего кристалла (принято, что магнитная и химическая элементарные ячейки совпадают) может, в частности, описываться федоровской группой  $Pmmm \equiv D_{2h}^1$  ромбической сингонии<sup>1</sup>. Эта группа на рис. 1 представлена тремя независимыми элементами симметрии (генераторами группы): центр симметрии (ЦС) — пространственная инверсия  $\bar{1}$  — и две простые (невинтовые) оси второго порядка  $2_x \parallel X$  и  $2_y \parallel Y$  [15]. Будучи элементами пространственной группы, они по своим перестановочным свойствам (относительно выбранной позиции атомов) подразделяются на два вида. Ось  $2_x$ , проходящая через оба атома, переводит каждый из них сам в себя:  $2_x 1 = 1$ ,  $2_x 2 = 2$  — так называемая тождественная перестановка. Будем сопровождать такие элементы знаком "+" в скобках:  $2_x \equiv 2_x(+)$ . Элементы  $\bar{1}$  и  $2_y$  (см. рис. 1) осуществляют нетождественную перестановку (перестановка атомов):

$$\bar{1}(-)1 = 2, \quad \bar{1}(-)2 = 1; \quad 2_y(-)1 = 2, \quad 2_y(-)2 = 1. \quad (5)$$

Чтобы отличать эти элементы по перестановочным свойствам от предыдущих, в аргументах  $\bar{1}$  и  $2_y$  поставим знак "-".

В целом, с учетом перестановки атомов (5) в позиции кратных точек элементы, принятые за генераторы группы симметрии, можно записать в виде

$$\bar{1}(-)2_x(+), 2_y(-). \quad (6)$$

Назовем это перестановочным кодом позиции атомов. Иногда элементы с "+" и "-" называют соответственно "четными" или "нечетными" [10–14].

Записанный таким образом набор элементов-генераторов в рассматриваемом однопозиционном случае предоставляет полностью всю интересующую нас информацию о пространственной группе ( $D_{2h}^1$ ), необходимую для симметричного нахождения (в терминах

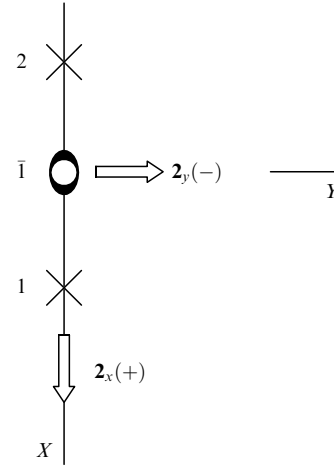


Рис. 1. Два узла для позиции  $2i$  группы  $Pmmm$  (отмечены крестиками). Показаны также элементы симметрии  $\bar{1}$ ,  $2_x$  и  $2_y$  — генераторы группы. Отметим, что  $\bar{1}$ ,  $2_y$  переставляют местами атомы 1 и 2, а ось  $2_x$ , проходя через них, каждый оставляет на месте.

векторов  $\mathbf{M}$ ,  $\mathbf{L}$ ,  $\mathbf{E}$  и т.д.) инвариантного вида термодинамического потенциала, материальных тензоров и пр. Элементы  $\bar{1}$ ,  $2_x$  и  $2_y$  действуют на векторы  $\mathbf{M}$ ,  $\mathbf{L}$ ,  $\mathbf{E}$  аналогично элементам точечной группы, например:

$$\bar{1}\mathbf{M} = \mathbf{M}, \quad \bar{1}\mathbf{L} = \mathbf{L}, \quad 2_x L_y = -L_y, \quad 2_y L_y = L_y. \quad (7)$$

Однако учет перестановок (5), зашифрованный в (6) и обусловленный необходимостью использовать пространственную группу симметрии, приводит к некоторым видоизменениям этих преобразований (обычно может происходить дополнительная смена знака). Так, с учетом (5) соответственно получаем  $\bar{1}(-)\mathbf{L} = -\mathbf{L}$ ,  $2_y(-)L_y = -L_y$ . В то же время  $2_x(+)\mathbf{L}_y = -L_y$  (как в (7)) и т.д., как для обычной точечной группы. На компоненты полей  $\mathbf{E}$ ,  $\mathbf{H}$  перестановка не действует.

Сказанное о преобразованиях векторов  $\mathbf{M}$ ,  $\mathbf{L}$ ,  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{H}$  удобно представить в виде таблицы (табл. 1), в которой числа +1 и -1 определяют изменяется (-1) или не изменяется (+1) знак функции под действием элемента симметрии.

Аксиальные векторы  $\mathbf{M}$  и  $\mathbf{H}$  преобразуются одинаково, а  $\mathbf{E}$  (полярный вектор) преобразуется иначе.

Таким образом, все шесть динамических переменных ( $M_x, M_y, M_z, L_x, L_y, L_z$ ), описывающих поведение магнетика, расходятся по разным строкам ( $\Gamma_1 - \Gamma_6$ ), и все преобразуются различно. Это очень важный факт. При теоретико-групповом анализе в такой ситуации говорят

Таблица 1. Преобразование базисных векторов  $\mathbf{M}$  и  $\mathbf{L}$ , позиция  $2i$  группы  $D_{2h}^1$

$\Gamma_n$	Динамические переменные	$\bar{1}(-)$	$2_x(+)$	$2_y(-)$	Статические и переменные поля
$\Gamma_1$	$M_x$	+1	+1	-1	$H_x$
$\Gamma_2$	$M_y$	+1	-1	+1	$H_y$
$\Gamma_3$	$M_z$	+1	-1	-1	$H_z$
$\Gamma_4$	$L_x$	-1	+1	+1	
$\Gamma_5$	$L_y$	-1	-1	-1	$E_z$
$\Gamma_6$	$L_z$	-1	-1	+1	$E_y$
		-1	+1	-1	$E_x$

<sup>1</sup> Обычно для элементов симметрии и символов группы симметрии используются международные обозначения: числа для осей симметрии (включая центр симметрии) и буквы для плоскостей симметрии. Такими же числами нумеруются атомы в элементарной ячейке, а буквами обозначаются другие переменные, причем и те, и другие могут встретиться в формулах одновременно. Поэтому, во избежание путаницы, нами используется для элементов симметрии полужирный шрифт (например,  $\bar{1}$  вместо  $\bar{1}$ ,  $m$  вместо  $m$  и т.д.). Конечно, это нарушает в какой-то степени общепринятые обозначения и может вызвать нарекания бдительного читателя, но все же пришлось пойти на это с целью облегчить чтение текста.

о распаде переменных  $(M_i, L_j)$  по одномерным неприводимым представлениям. Каждому представлению (каждой строке  $\Gamma_n$ ) соответствует определенная магнитная структура (фаза), в которой в основном состоянии отлична от нуля только одна функция из всех шести компонент рассматриваемой строки. Если бы мы действовали в подрешеточных переменных  $M_{1i}, M_{2i}$  ( $i = x, y, z$ ), то в каждой строке фигурировали бы линейные комбинации этих переменных.

Таким образом, оказывается, что векторы  $\mathbf{M}$  и  $\mathbf{L}$  являются базисными векторами. Это наглядно демонстрирует эффективность использования векторов антиферромагнетизма и полной намагниченности.

Таблица 1 содержит всю информацию, необходимую для исследования интересующих нас задач: мы можем написать инвариантные выражения для термодинамического потенциала  $\Phi$ , для материальных тензоров, определяемых величинами, входящими в табл. 1, и т.д.

Кроме того, табл. 1 позволяет выделить те наборы колебательных спин-волновых переменных, которые соответствуют независимым модам колебаний (еще до написания термодинамического потенциала и уравнений движения). Очевидно, и в разделах 2.2, 4.2 это продемонстрировано, что такой подход значительно упрощает расчеты. Чтобы получить наборы спин-волновых переменных для какой-либо фазы  $\Gamma_m$  из табл. 1, следует выбрать в ней такие строчки  $\Gamma_n$  и  $\Gamma_{n'}$ , произведения которых (попарные из чисел  $+1$  и  $-1$ , входящих в эти строчки) давали бы строку  $\Gamma_m$ . Символически это можно представить как [3, 16]

$$\Gamma_n \times \Gamma_{n'} = \Gamma_m. \quad (8)$$

Так, для интересующей нас в первую очередь ФМ-структуры — фазы  $\Gamma_1(M_x)$  — находим две моды  $\Gamma_{23}(M_y, M_z)$  и  $\Gamma_{56}(L_y, L_z)$ . Подчеркнем, что как собственные моды они относятся к независимым парам колебательных переменных  $(M_y, M_z)$  и  $(L_y, L_z)$ . Именно эти моды рассматриваются в обзоре.

## 2.2. Термодинамический потенциал, уравнения движения и их решение с учетом МЭ-взаимодействия

Запишем прежде всего плотность термодинамического потенциала  $\Phi(\mathbf{r})$  для случая однородной среды в однородных полях. При этом сразу будем различать два типа взаимодействия в системе  $\mathbf{M}, \mathbf{L}$  — обменное и релятивистское [17]. Первое определяется только углами между самими магнитными моментами (но не углами между моментами и осями кристалла), поэтому его инвариантные выражения могут состоять только из скалярных произведений векторов  $\mathbf{M}$  и  $\mathbf{L}$ , включая их степени (начиная с квадрата вектора). Второе взаимодействие — магнитоанизотропное или релятивистское (поскольку его коэффициенты должны содержать малый релятивистский параметр  $v/c$ , где  $v$  и  $c$  — скорость электрона в атоме и скорость света). Впрочем, теперь известно, что такое разделение взаимодействий не всегда оправдано (см. ссылки в [3]), однако мы рассматриваем только этот простейший случай. Учтем также взаимодействие с полями  $\mathbf{H}$  и  $\mathbf{E}$ .

Ограничиваясь билинейным приближением (по  $\mathbf{M}$  и  $\mathbf{L}$ ), с помощью табл. 1 находим инвариантное к преобразованиям табл. 1 выражение для плотности потен-

циала

$$\begin{aligned} \Phi(\mathbf{r}) = & \frac{1}{2} [(A_M \mathbf{M}^2 + A_L \mathbf{L}^2) + (K_{M1} M_y^2 + K_{M2} M_z^2) + \\ & + (K_{L1} L_y^2 + K_{L2} L_z^2)] - M_x H_x - \\ & - \frac{1}{2M_0} [(s_1 L_y E_y + s_2 L_z E_z) M_x + \\ & + (s_3 M_x L_x + s_4 M_y L_y + s_5 M_z L_z) E_x + \\ & + (s_6 M_y E_y + s_7 M_z E_z) L_x]. \end{aligned} \quad (9)$$

Здесь  $A_M$  и  $A_L$  — параметры обменного взаимодействия,  $K_{M1(2)}, K_{L1(2)}$  — константы магнитокристаллической анизотропии,  $s_1, \dots, s_7$  — соответствующие компоненты тензора  $s_{ijk}$  из (3).

Согласно концепции Ландау фазовый переход в магнитоупорядоченное состояние обычно происходит по одному представлению. Поэтому мы ограничиваемся далее анализом фаз, соответствующих одному из неприводимых представлений.

Мы решили начать с фазы  $\mathbf{M}^0 \parallel X$  — представление  $\Gamma_1(M_x^0)$ . (Здесь и ниже индекс "0", как правило, верхний, соответствует основному, энергетически наименьшему состоянию.) В основном состоянии остальные компоненты  $\mathbf{M}$  и  $\mathbf{L}$  в отсутствие полей и других внешних взаимодействий равны нулю:

$$M_x = M_x^0 = 2M_0, \quad M_y^0 = M_z^0 = 0; \quad \mathbf{L}^0 = 0,$$

где  $M_0$  — номинальная длина вектора подрешеточной намагниченности. Упростим задачу, приняв весьма популярную равномодульную модель, а именно, полагая  $M_1^2 = M_2^2 = M_0^2$ , или (через  $\mathbf{M}$  и  $\mathbf{L}$ ):

$$\mathbf{M}^2 + \mathbf{L}^2 = (2M_0)^2, \quad \mathbf{LM} = 0. \quad (10)$$

В основном состоянии для величин, входящих в (9), должны выполняться неравенства  $A_M < 0, A_L > 0, K_{M1(2)} > 0, K_{L1(2)} > 0$  — именно тогда реализуется интересующее нас ФМ-состояние с  $\mathbf{M}^0 \parallel X$ .

В линейной теории колебаний далее следует положить  $\mathbf{M} = \mathbf{M}^0 + \Delta\mathbf{M}, \mathbf{L} = \mathbf{L}^0 + \Delta\mathbf{L}$ , отделив колебательную часть от основного состояния и выделив в  $\Phi$  (см. (9)) с учетом (10) квадратичную по  $\Delta\mathbf{M}$  и  $\Delta\mathbf{L}$  часть —  $\Phi_2$ . При этом из правой части (9) с помощью первого из соотношений (10) можно исключить первое обменное слагаемое (с коэффициентом  $A_M$ ). Кроме того, из этого соотношения приближенно находим, что полевое слагаемое в (9) через  $M_x$  также дает вклад в  $\Phi_2$ , так как

$$M_x \approx 2M_0 - \frac{\Delta M_y^2 + \Delta M_z^2 + \Delta L_y^2 + \Delta L_z^2}{4M_0}.$$

Учитывая вышесказанное, находим, что  $\Phi_2$  распадается на две независимые части: чисто ферромагнитную (содержащую только  $\Delta\mathbf{M}$ )

$$\Phi_{2M} = \frac{1}{2} \left( K_{M1} + \frac{H_x}{2M_0} \right) \Delta M_y^2 + \frac{1}{2} \left( K_{M2} + \frac{H_x}{2M_0} \right) \Delta M_z^2 \quad (11)$$

и чисто антиферромагнитную (включающую в себя только  $\Delta\mathbf{L}$ )

$$\begin{aligned} \Phi_{2L} = & \frac{1}{2} \left( A_1 + \frac{H_x}{2M_0} \right) \Delta L_y^2 + \frac{1}{2} \left( A_2 + \frac{H_x}{2M_0} \right) \Delta L_z^2 - \\ & - s_1 \Delta L_y E_y - s_2 \Delta L_z E_z, \end{aligned} \quad (12)$$

где

$$A_1 = A_L - A_M + K_{L1}, \quad A_2 = A_L - A_M + K_{L2}.$$

Этот результат — разделение колебательной части  $\Phi$  на две независимые части  $\Phi_{2M}$  и  $\Phi_{2L}$  — находится в согласии с полученными выше (на основе формулы (8)) представлениями  $\Gamma_{23}(M_y, M_z)$  и  $\Gamma_{56}(L_y, L_z)$  для ФМ-фазы  $\Gamma_1(M_x^0)$ .

Используя выражение  $\Phi_2 = \Phi_{2M} + \Phi_{2L}$ , остается лишь решить уравнения движения с учетом электрического поля  $E_y, E_z \propto \exp(-i\omega t)$ . Таковыми при условиях (10) являются уравнения Ландау–Лифшица (ЛЛ), для двух-подрешеточного случая имеющие вид [18]

$$\dot{\mathbf{M}} = \gamma \left( \mathbf{M} \times \frac{\partial \Phi_2}{\partial \mathbf{M}} + \mathbf{L} \times \frac{\partial \Phi_2}{\partial \mathbf{L}} \right), \quad (13)$$

$$\dot{\mathbf{L}} = \gamma \left( \mathbf{M} \times \frac{\partial \Phi_2}{\partial \mathbf{L}} + \mathbf{L} \times \frac{\partial \Phi_2}{\partial \mathbf{M}} \right), \quad (14)$$

где точка обозначает производную по времени  $t$ ,  $\gamma$  — абсолютная величина магнитомеханического отношения. В линейном приближении первое уравнение оказывается уравнением для  $\Delta M_y$  и  $\Delta M_z$  и решается с учетом выражения (11) для  $\Phi_{2M}$ , а второе — уравнением для  $\Delta L_y$  и  $\Delta L_z$ , в котором используется выражение для  $\Phi_{2L}$  (12).

**2.2.1. Ферромагнетная магнитоактивная мода  $\Gamma_{23}(\Delta M_y, \Delta M_z)$  в фазе  $\Gamma_1(M_x^0)$ . Ферромагнитоны.** Решения уравнений (13) ничем не отличаются от таковых для обычного (одноподрешеточного) ромбического ферромагнетика (см., например, [3]) и представляют собой ферромагнитные спиновые волны с собственной частотой (их щель)

$$\omega_M = \gamma \sqrt{(2M_0 K_{M1} + H_x)(2M_0 K_{M2} + H_x)}, \quad (15)$$

которые иначе называют однородными ферромагнетонами. Поскольку выражение (11) для  $\Phi_{2M}$  не содержит МЭ-взаимодействия, ферромагнитоны не взаимодействуют с электрическим полем  $\mathbf{E}(t)$ . Они возбуждаются переменным магнитным полем  $\mathbf{H}(t) \perp X$  с частотой, близкой к  $\omega_M$ .

**2.2.2. Антимангнетная электроактивная мода  $\Gamma_{56}(\Delta L_y, \Delta L_z)$  в ферромагнитной фазе  $\Gamma_1(M_x^0)$ .** Двухподрешеточность нашего магнетика приводит к существованию еще одной ветви спиновых волн, представляющей собой колебания вектора  $\mathbf{L}$  (2) при постоянстве<sup>2</sup> полного локального ФМ-вектора  $\mathbf{M}$  (1). При этом уравнение (14) с учетом (12) дает

$$\Delta L_i = \beta_{ij} E_j \quad (i, j = y, z), \quad (16)$$

где  $\beta_{ij}$  — антимангнетно-электрическая восприимчивость с отличными от нуля компонентами:

$$\begin{aligned} \beta_{yy} &= s_1 \frac{2M_0}{2M_0 A_2 + H_x} \beta(\omega), \quad \beta_{zz} = s_2 \frac{2M_0}{2M_0 A_1 + H_x} \beta(\omega), \\ \beta_{zy} &= i s_1 \frac{2\gamma M_0 \omega}{\omega_L^2} \beta(\omega), \quad \beta_{yz} = -\frac{s_2}{s_1} \beta_{zy}, \\ \beta(\omega) &= \frac{\omega_L^2}{\omega_L^2 - \omega^2}. \end{aligned} \quad (17)$$

<sup>2</sup> Здесь имеется в виду постоянство именно вектора  $\mathbf{M}$ , а не его модуля  $|\mathbf{M}|$ .

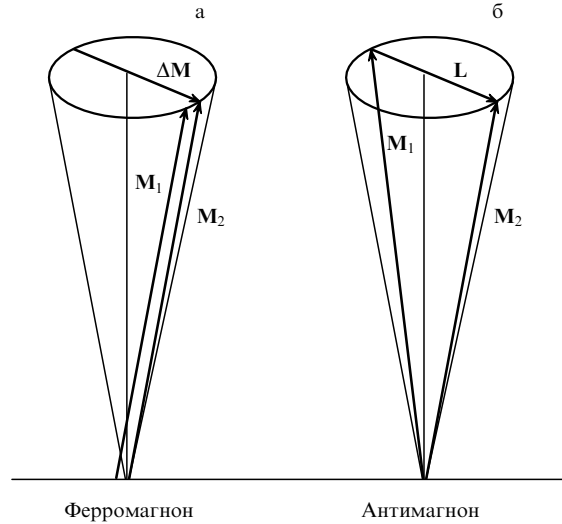


Рис. 2. Два вида прецессии векторов  $\mathbf{M}_1$  и  $\mathbf{M}_2$ : (а) ферромагнетная  $\Delta \mathbf{M} = \mathbf{M} - \mathbf{M}^0$  и (б) антимангнетная  $\Delta \mathbf{L} \equiv \mathbf{L}$ .

Величина

$$\omega_L^2 = \gamma^2 (2M_0 A_1 + H_x)(2M_0 A_2 + H_x) \quad (18)$$

определяет частоту антимангнетного резонанса (однородный случай), дополнительного к ферромагнетному, отвечающему частоте (15) (рис. 2). Как видно из рис. 2б и формул (16), (17), для вектора  $\mathbf{L} = \Delta \mathbf{L}$  имеет место эллиптическая (для ромбического случая) прецессия вокруг оси  $X \parallel \mathbf{M}^0$ , аналогичная таковой для вектора  $\Delta \mathbf{M} = \mathbf{M} - \mathbf{M}^0$  (рис. 2а).

**2.3. Пространственная дисперсия. Потери на тепло, обусловленные возбуждением антимангнетов полем  $\mathbf{E}(t)$**  Можно учесть и пространственную дисперсию (зависимость  $\omega_M$  и  $\omega_L$  от волнового вектора  $\mathbf{k}$ ), вводя в исходный потенциал  $\Phi$  (9) неоднородные слагаемые — члены с пространственными производными от  $\mathbf{M}$  и  $\mathbf{L}$ . Заметим, что для малых  $k$  получен следующий результат [8]:

$$\omega_M(k) \approx \omega_M(0) + D_M k^2, \quad (19)$$

$$\omega_L(k) \approx \omega_L(0) + D_L k^2,$$

где  $\omega_M(0) = \omega_M$  — частота ФМ-резонанса (15),  $\omega_L(0) = \omega_L$  — частота антимангнетного (АМГ) резонанса (18),  $D_M$  и  $D_L$  — константы. И в том, и в другом случае закон дисперсии — квадратичный;  $D_M, D_L$  — матрицы, вообще говоря, ромбической симметрии.

Что касается минимальной частоты (щели в спектре), то здесь ситуация совершенно иная:  $\omega_M$  обычно находится в диапазоне сверхвысоких частот (СВЧ), а частота  $\omega_L$  (основной вклад в нее связан с обменным взаимодействием, см. (18)) попадает чаще всего в оптический (инфракрасный, а возможно, и субмиллиметровый) диапазон. Кроме того, не следует забывать, что ферромагнитоны возбуждаются магнитным полем, а антимангнитоны — электрическим.

При анализе резонансных явлений в поле  $\mathbf{E} = \mathbf{E}(t)$  необходимо учитывать потери на тепло  $Q$ , связанные с возбуждением антимангнетов. Для нахождения этих потерь удобно сначала представить МЭ-взаимодействие (последние два слагаемых в  $\Phi$  (9)) как

$-P_y E_y - P_z E_z$ , где  $P_y = s_1 L_y$ ,  $P_z = s_2 L_z$  — компоненты вектора эффективной поляризации  $\mathbf{P}$ , связанной с  $\mathbf{L}$ .

Тогда поглощение можно записать в известном виде [19]

$$Q = -\mathbf{P} \frac{d\mathbf{E}}{dt}, \quad (20)$$

где черта над правой частью обозначает усреднение по времени  $t \gg 2\pi/\omega$ .

Пусть  $E_z = 0$ . В квадратичном выражении (20) сомножители следует взять в вещественном виде, например:

$$\text{Re } P_y(t) = \frac{1}{2} s_1 [\beta_{yy} E_y \exp(-i\omega t) + \beta_{yy}^* E_y^* \exp(i\omega t)].$$

Аналогичным образом можно записать  $\text{Re } E_y$ , в результате находим

$$Q_{E_y} = \frac{1}{4} s_1 i \omega (\beta_{yy}^* - \beta_{yy}) |E_y|^2 = \frac{1}{2} s_1 \omega \beta_{yy}'' |E_y|^2.$$

Здесь для получения мнимой части восприимчивости  $\beta$  необходимо учесть диссипацию в (17). В простейшем случае это достигается заменой  $\omega \rightarrow \omega + i\Gamma$  ( $\Gamma$  — полуширина резонансной кривой).

Подобные результаты получаются также при  $E_z \neq 0$  и  $E_y = 0$ . Если  $E_z \neq 0$  и  $E_y \neq 0$ , то вклады обеих компонент  $E_y$  и  $E_z$  смешиваются неаддитивным образом.

#### 2.4. Переход к тетрагональной симметрии

Полученные результаты могут быть распространены и на некоторые тетрагональные магнетики. Надо только, чтобы ось четвертого порядка, будь то  $4(+)$  или  $4(-)$ , дополняющая ромбическую группу  $Pmmm$  ( $D_{2h}^1$ ) до соответствующей тетрагональной, была направлена вдоль оси симметрии  $2 \equiv 2(+)$  так, чтобы выполнялось условие

$$4_j^2(\pm) = 2_j(+). \quad (21)$$

В тетрагональных кристаллах ось симметрии  $4$  принимают обычно за ось координат  $Z$ , поэтому в коде (6) целесообразно сделать циклическую перестановку координат

$$x \rightarrow z \rightarrow y \rightarrow x. \quad (22)$$

Тогда код примет вид  $\bar{1}(-)2_x(-)2_z(+)$ , и, добавляя в него согласно (21)  $4_z(+)$  или  $4_z(-)$ , получим две тетрагональные группы с кодами позиций

$$\text{I. } \bar{1}(-)2_x(-)4_z(+), \quad \text{II. } \bar{1}(-)2_x(-)4_z(-). \quad (23)$$

Как легко понять, билинейный термодинамический потенциал  $\Phi$  может быть использован в прежнем виде (9), но с двумя дополнительными условиями: во-первых, с учетом перестановки координат (22), во-вторых, после уточнения коэффициентов с учетом инвариантности  $\Phi$  относительно осей симметрии  $4_z(+)$  и  $4_z(-)$ . Это приводит к соотношениям  $A_1 = A_2 = A_L - A_M + K_L \equiv J$ , поскольку константы анизотропии в тетрагональном случае равны,  $K_{L1} = K_{L2} \equiv K_L$ .

При этом частота АМГ-резонанса (18) (в геометрии, аналогичной используемой в разделе 2.2.2) принимает вид:  $\omega_L = \gamma(2M_0 J + H_z)$ .

Что касается МЭ-констант  $s_1$  и  $s_2$ , то в отличие от ситуации, рассмотренной в предыдущих разделах (группа  $D_{2h}^1$ ), они оказываются связанными, причем различно для случаев I и II в (23), а именно:

$$\begin{aligned} s_1 = s_2 = s & \text{ для I } (4(+)), \\ s_1 = -s_2 = s & \text{ для II } (4(-)). \end{aligned} \quad (24)$$

С учетом сказанного не представляет труда записать остальные соответствующие формулы из раздела 2.2 применительно к тетрагональному случаю. Но поскольку система теперь обладает цилиндрической симметрией (в билинейном приближении), то удобно использовать циркулярно поляризованные переменные  $L_{\pm} = L_x \pm iL_y$  и  $E_{\pm} = E_x \pm iE_y$ .

Результаты в этих переменных для обоих случаев (23) имеют вид

$$\text{I. } L_{\pm} = \beta_{\pm} E_{\pm}, \quad \text{II. } L_{\pm} = \beta_{\pm} E_{\mp}, \quad (25)$$

где верхние (нижние) индексы ( $\pm$ ) в правых частях соответствуют верхним (нижним) индексам в левых,

$$\beta_{\pm} = \frac{2s\gamma M_0}{\omega_L \pm \omega}. \quad (26)$$

Таким образом, различие между случаями позиций  $4_z(+)$  и  $4_z(-)$  состоит в том, что антимагнетонный резонанс для колебаний  $L_{-}$  возбуждается циркулярно поляризованным полем  $E_{-}$  или  $E_{+}$  соответственно для  $4_z(+)$  и  $4_z(-)$ .

#### 2.5. Связанные антимагнетон-электромагнитные волны

Если поле  $\mathbf{E}$  в МЭ-взаимодействии рассматривать как электрическое поле электромагнитной волны, то оно будет обуславливать связь между антимагнетонами и электромагнитными волнами света, приводя к изменению оптических характеристик вещества. Для первого приближенного рассмотрения пространственной дисперсией антимагнетонов можно пренебречь, полагая в (19)

$$\omega_L(k) \approx \omega_L(0) = \omega_L. \quad (27)$$

Далее представим МЭ-взаимодействие (последние два слагаемых в (9)) с учетом (22) и (24) в виде

$$\Phi_{ME} = -s(P_+ E_- + P_- E_+),$$

где  $P_+$ ,  $P_-$  — эффективные поляризации, вызванные электрическим полем  $E_{\pm}$  электромагнитной волны через колебания  $L_{\pm}$ :

$$P_+ = sL_+, \quad P_- = sL_- \quad \text{для I}, \quad (28)$$

$$P_+ = sL_-, \quad P_- = sL_+ \quad \text{для II}.$$

Поле  $E_{\pm}$  для волн с волновым вектором  $\mathbf{k} \parallel Z$  удовлетворяет волновому уравнению [3, 8]

$$n^2 E_{\pm} = D_{\pm}(E_{\pm}). \quad (29)$$

Здесь  $n = kc/\omega$  — показатель преломления, а  $D_{\pm}$  — обобщенная индукция [3],

$$D_{\pm} = \varepsilon_{\pm} E_{\pm} + 4\pi P_{\pm}, \quad (30)$$

где  $P_{\pm}$  определяются соотношениями (28), а  $L_{\pm}$  — (25), (26);  $\varepsilon_{\perp}$  — поперечная диэлектрическая проницаемость. В пренебрежении пространственной дисперсией для антимагнонов из уравнений (25)–(30) следует:

$$n_{\pm}^2 = \varepsilon_{\perp} + 4\pi s\beta_{\pm} \text{ для } \mathbf{4}_z(+), \quad (31)$$

$$n_{\pm}^2 = \varepsilon_{\perp} + 4\pi s\beta_{\mp} \text{ для } \mathbf{4}_z(-). \quad (32)$$

Разность  $n_{+}^2 - n_{-}^2$  определяет фарадеевское вращение плоскости поляризации (см., например, [20, с. 96]) электромагнитных волн (света), обусловленное их взаимодействием с антимагнонами. В результате с учетом (31), (32) и (26) находим, что фарадеевский угол на единицу длины, пройденной волной, соответственно для случаев  $\mathbf{4}(+)$  и  $\mathbf{4}(-)$  равен

$$\varphi_1 = \frac{1}{2}(k_{+} - k_{-}) = \mp \frac{4\pi s^2 \gamma M_0 \omega^2}{cn(\omega_L^2 - \omega^2)}. \quad (33)$$

Результаты для  $\mathbf{4}(+)$  и  $\mathbf{4}(-)$  различаются только знаком (соответственно "+" и "-" в формуле (33)). Эффект имеет резонанс при частоте

$$\omega = \omega_L = \gamma(2M_0J + H_z),$$

который может быть достигнут за счет внешнего магнитного поля  $H_z$ .

Учет диссипации антимагнонов (путем замены  $\omega \rightarrow \omega + i\Gamma$  в (33)) приводит к тому, что функция  $\varphi_1$  становится комплексной. Это означает, что в линейно поляризованной на входе электромагнитной волне на частотах  $\omega = \omega_L$  кроме фарадеевского вращения возникает также эллиптичность, связанная с так называемым дихроизмом [20]. И фарадеевское вращение, и дихроизм испытывают резкую особенность вблизи резонансной частоты. При этом надо, конечно, иметь в виду, что эта особенность пропорциональна квадрату малого параметра  $s$ .

Целесообразно отметить, что магнитооптические эффекты, обусловленные МЭ-взаимодействием в многоподрешеточных антиферромагнетиках (в частности, не взаимное вращение плоскости поляризации света), детально исследуются экспериментальными методами (см., например, [21, 22]), мы же рассмотрели ФМ-фазу. К динамике четырехподрешеточных антиферромагнетиков  $\alpha\text{-Fe}_2\text{O}_3$  и  $\text{Cr}_2\text{O}_3$  с учетом МЭ-взаимодействия мы обратимся в разделе 4.3.1.

### 3. Двухподрешеточный антиферромагнетик с МЭ-взаимодействием.

#### Квазиантиферромагноны и их возбуждение электрическим полем

Существование описанных выше явлений связано с весьма нередким признаком позиции кратных точек, занимаемой магнитными атомами. Центр симметрии  $\bar{1}$  не должен быть закрытым элементом для этой позиции, иначе говоря, не должен переставлять атомы тождественным образом, т.е. (в наших обозначениях)  $\bar{1} \equiv \bar{1}(-)$ . Мы рассмотрели особенности свойств простейшей ФМ-структуры для этого случая: наличие нового типа спиновых волн — антимагнонов, соответствующих только колебаниям АФ-вектора  $\mathbf{L}$  и возбуждаемых не магнитным, как обычные магноны, а только электрическим полем  $\mathbf{E}(t)$  при частотах обменного происхождения.

Возникает вопрос, а что будет, если магнитные моменты в двукратной позиции упорядочиваются не ферромагнитным (как это было выше), а антиферромагнитным образом, т.е. если рассматривать типичный антиферромагнетик, например, фазу  $\Gamma_6(L_z^0)$  из табл. 1, такую, в которой  $\mathbf{L}^0 \parallel Z$  ( $L_z^0 = 2M_0$ ) и  $\mathbf{M}^0 = 0$  (можно, конечно, анализировать и другие АФ-фазы:  $\Gamma_4(L_x^0)$  или  $\Gamma_5(L_y^0)$  — результаты не изменятся). Общий вид термодинамического потенциала останется почти прежним (см. (9)). Другим будет только МЭ-взаимодействие и соотношение между обменными константами ( $A_M > 0$ ,  $A_L < 0$ ). Как видно из табл. 1, в АФ-фазах, в том числе  $\Gamma_6$ , отсутствуют антимагноны, поскольку для них нельзя удовлетворить правилу (8). Отметим, что здесь это существенно связано с двухподрешеточностью магнетика. Напомним, что в [10–12, 14] рассмотрены только четырехподрешеточные антиферромагнетики, для которых указанное утверждение теряет силу.

В то же время для рассматриваемого основного АФ-состояния  $\Gamma_6(L_z^0)$  из табл. 1 с помощью правила (8) находим:

$$\Gamma_2(M_y) \times \Gamma_4(L_x) = \Gamma_1(M_x) \times \Gamma_5(L_y) = \Gamma_6(L_z^0),$$

т.е. имеются две квазиантиферромоды:  $\Gamma_{24}(M_y, L_x)$  и  $\Gamma_{15}(M_x, L_y)$ , каждая из которых содержит по одной компоненте вектора  $\mathbf{M}$ . Антимагноны, т.е. колебания без участия вектора  $\mathbf{M}$ , как уже отмечалось, в двухподрешеточных АФ-фазах вообще отсутствуют. Магнитоэлектрические слагаемые в  $\Phi$  принимают вид

$$\begin{aligned} & -s_1 \frac{L_z^0}{2M_0} M_x E_z - s_2 \frac{L_z^0}{2M_0} M_z E_x \equiv \\ & \equiv -s_1 M_x E_z - s_2 M_z E_x, \end{aligned} \quad (34)$$

где множители  $L_z^0/(2M_0) = 1$  введены лишь для проверки инвариантности  $\Phi$ . Из соотношения (34) видно, что, например, для  $\Gamma_{15}$  МЭ-взаимодействие, а именно, член с  $s_1$ , включает в себя лишь одну колебательную переменную ( $M_x$ ) одной из мод  $\Gamma_{15}(M_x, L_y)$ , которая тем самым может возбуждаться только электрическим полем  $\mathbf{E} \parallel Z$ .

Объединяя все сказанное выше, из уравнения (13) нетрудно найти линейный отклик  $M_x$  на  $E_z \propto \exp(-i\omega t)$ :

$$M_x = \frac{s_1(2\gamma M_0)^2 K_{L2}}{\omega_{EK}^2 - \omega^2} E_z,$$

где

$$\omega_{EK}^2 = 2\gamma^2 H_E H_K \quad (35)$$

определяет обменно-релятивистскую частоту квазиантиферромоды  $\Gamma_{15}$ , включающую обменное поле

$$H_E = 2M_0(A_M - A_L + K_{M1})$$

(с анизотропной поправкой, см. (9)) и поле магнитной анизотропии  $H_K = 4M_0 K_{L2}$ . Обе моды  $\Gamma_{15}$  и  $\Gamma_{24}$  могут возбуждаться переменным магнитным полем (соответственно  $\mathbf{H}(t) \parallel Z$  и  $\mathbf{H}(t) \parallel Y$ ), но мы остановились на рассмотрении только первой из них, поскольку она возбуждается также электрическим полем  $\mathbf{E} \parallel Z$ , причем при весьма низких частотах (в области СВЧ), значительно более низких по сравнению с частотами возбуждения антимагнонов.

Итак, электроактивными могут быть даже квазиантiferромагноны, если соответствующий термодинамический потенциал содержит МЭ-взаимодействие, включающее переменные этой моды.

#### 4. Тетрагональные и другие четырехподрешеточные антиферромагнетики, магнито- и антиферроэлектрические явления

##### 4.1. Вводные замечания, термодинамический потенциал и уравнения движения. Тетрагональные антиферромагнетики

В разделах 2, 3 на основе простейшей двухподрешеточной модели (ФМ и АФ) был рассмотрен ряд новых динамических явлений, связанных с МЭ- и АФЭ-взаимодействиями. К сожалению, мы не смогли указать конкретные магнетики, в которых следовало бы искать эти предсказываемые явления экспериментально. Однако такие магнетики все же существуют (триутилы, редкоземельные фосфаты и ванадаты и др. [10, 14, 23–27]), хотя и относятся к более сложным  $v$ -подрешеточным структурам ( $v \geq 4$ ). Эксперименты здесь тоже пока не проводились. Но все же хотелось бы указать конкретные материалы и особенности предсказываемых в них эффектов с тем, чтобы обозначить направление поисков экспериментаторов для открытия этих эффектов.

Прежде всего обращаем внимание на тетрагональные четырехподрешеточные антиферромагнетики со структурой триутилов — пространственная группа  $P4_2/mnm$  ( $D_{4h}^{14}$ ), позиция магнитных атомов  $4e$  (Fe, Cr, V и др.), в которой ЦС  $\bar{1}$  переставляет каждый атом нетождественным образом (не сам в себя, а друг с другом) [3, 25, 27]. Кроме указанного свойства позиции магнитных атомов отметим, что среди триутилов имеются как легкоосные (ЛО) структуры, так и легкоплоскостные (ЛП) антиферромагнетики. К первым относится  $Fe_2TeO_6$  ( $T_N = 217$  К), и именно на его примере для начала проще всего [26] продемонстрировать особенности некоторых интересных нас свойств триутилов. Другие триутилы, в том числе ЛП ( $Cr_2TeO_6$ ,  $Cr_2WO_6$  и  $V_2WO_6$ ), рассматриваются в [25, 27].

Четыре подрешеточные намагниченности  $M_v$  ( $v = 1, 2, 3, 4$ ) могут определять в рассматриваемом однопозиционном антиферромагнетике кроме вектора суммарной локальной намагниченности  $M$  еще три АФ-базисных вектора  $L_a, L_b, L_c$ :

$$\begin{aligned} M &= M_1 + M_2 + M_3 + M_4, \\ L_a &= M_1 + M_2 - M_3 - M_4, \\ L_b &= M_1 - M_2 + M_3 - M_4, \\ L_c &= M_1 - M_2 - M_3 + M_4. \end{aligned} \quad (36)$$

В качестве генераторов группы  $D_{4h}^{14}$  оказывается удобным взять элементы  $\bar{1}, 2_{1x}, 4_{2z}$ , из которых можно составить код позиции, указав их перестановочные свойства в следующем виде:

$$\bar{1} \begin{pmatrix} 1-2 \\ 3-4 \end{pmatrix} 2_{1x} \begin{pmatrix} 1-4 \\ 2-3 \end{pmatrix} 4_{2z} \begin{pmatrix} 1-3 \\ 2-4 \end{pmatrix}. \quad (37)$$

Здесь черточкой соединены номера атомов, переставляемых соответствующим элементом симметрии. Код позиции (37) позволяет составить таблицу преобразований всех компонент базисных векторов (36), аналогичную

табл. 1 и учитывающую не только точечные преобразования компонент векторов (36) (поворотов и отражений), но и перестановку атомов. Мы не будем приводить такую таблицу, которая отличается от табл. 1. Отличие возникает потому, что она основывается на таблице ромбического кристалла для группы  $Rnm$ , являющейся подгруппой  $P4_2/mnm$ , если первую дополнить до второй элементом  $4_{2z}$  (см. [23]). Обратим лишь внимание на то, что согласно (36) и (37) два из векторов (36),  $M$  и  $L_a$ , являются центросимметричными, а остальные два,  $L_b$  и  $L_c$ , — центроантисимметричными. Сказанное означает, что в термодинамическом потенциале  $\Phi$  кроме МЭ-взаимодействия вида (3)  $s_{ijk}M_iL_{bj}E_k$  (или  $M_iL_{cj}E_k$ ) может существовать АФЭ-взаимодействие вида (4) [10–14]  $f_{ijk}L_{ai}L_{bj}E_k$  (или  $L_{ai}L_{cj}E_k$ ) с коэффициентами, обеспечивающими инвариантность этих выражений по отношению к элементам-генераторам группы (37).

Существование АФЭ-взаимодействия в системе четырех (и более) базисных векторов (по крайней мере, три из них — векторы антиферромагнетизма) обуславливает дополнительные (по сравнению с характерными для двухподрешеточных магнетиков) явления, связанные со взаимодействием магнонов с переменным электрическим полем  $E(t)$ , причем даже в тех магнетиках, в которых отсутствует, будучи симметрично запрещенным, МЭ-эффект в статике (известный пример, правда, относящийся к другой сингонии, — отсутствие статического МЭ-эффекта в гематите). Новые динамические явления в магнетике с четырьмя подрешетками (вместо двух) возникают и в ЯМР, а также в области связанных магнон-электромагнитных волн. Значительно богаче становятся возможности возбуждения магнонов полем  $E(t)$  — не только возбуждения антимагнонов, но в ряде случаев и низкочастотных (обменно-релятивистских или даже чисто релятивистских) магнонов.

Круг явлений оказывается настолько широким, что из-за ограниченности объема обзора имеется возможность упомянуть лишь о небольшой части новых динамических явлений, вызываемых полем  $E(t)$ . Главное заключается в том, что их предсказание, как и в работах [10–14], относится к конкретным материалам, уже исследованным в других областях магнитофизики, так что имеется основание надеяться на экспериментальное открытие и этих новых явлений.

Итак, переходя к теории, запишем термодинамический потенциал (на единицу объема для однородного состояния). Имеется в виду  $Fe_2TeO_6$ , но если не считать МЭ- и АФЭ-взаимодействий, то этот потенциал годится также для описания других триутилов и, в частности, ЛП-состояний [26]:

$$\begin{aligned} \Phi &= \frac{1}{2} A_M M^2 + \frac{1}{2} \sum_n A_n L_n^2 + \frac{1}{2} K_M (M_x^2 + M_y^2) + \\ &+ \frac{1}{2} \sum_n K_n (L_{nx}^2 + L_{ny}^2) + r(L_{bx}L_{cy} + L_{by}L_{cx}) + \\ &+ p(M_xL_{ay} + M_yL_{ax}), \quad n = a, b, c. \end{aligned} \quad (38)$$

Для ЛО-антиферромагнетика ( $Fe_2TeO_6$ ) со структурой  $L_b^0$  ( $|L_b^0| = 4M_0$ ) в правую часть (38) следует добавить слагаемые

$$- \frac{1}{4M_0} L_{bz}^0 [s(M_xE_x + M_yE_y) + f(L_{ax}E_y + L_{ay}E_x)] \quad (39)$$



соответственно для МЭ- и АФЭ-взаимодействий (общий множитель  $L_{bz}^0/4M_0 = 1$  введен снова лишь для проверки инвариантности (39)). Для каждой из других структур нужно записывать присущие ей взаимодействия (такие, которые включают в себя переменные соответствующих мод).

Согласно (38) рассматриваемое состояние с  $\mathbf{L}_b^0 \parallel Z$  устойчиво при  $A_b < 0$ ,  $A_M > 0$ ,  $A_a > 0$ ,  $A_c > 0$ ,  $K_M > 0$ ,  $K_n > 0$ . При этом принимается равномодульная модель  $\mathbf{M}_v^2 = M_0^2$ , которой соответствуют условия

$$\begin{aligned} \mathbf{M}^2 + \sum_n \mathbf{L}_n^2 &= (4M_0)^2, \\ \mathbf{M}\mathbf{L}_a + \mathbf{L}_b\mathbf{L}_c &= 0, \\ \mathbf{M}\mathbf{L}_b + \mathbf{L}_a\mathbf{L}_c &= 0, \\ \mathbf{M}\mathbf{L}_c + \mathbf{L}_a\mathbf{L}_b &= 0, \end{aligned} \quad (40)$$

а также уравнения движения ЛЛ [18, 25, 27]

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{M}} &= \gamma \left( \mathbf{M} \times \frac{\partial \Phi}{\partial \mathbf{M}} + \mathbf{L}_a \times \frac{\partial \Phi}{\partial \mathbf{L}_a} + \mathbf{L}_b \times \frac{\partial \Phi}{\partial \mathbf{L}_b} + \mathbf{L}_c \times \frac{\partial \Phi}{\partial \mathbf{L}_c} \right), \\ \dot{\mathbf{L}}_a &= \gamma \left( \mathbf{M} \times \frac{\partial \Phi}{\partial \mathbf{L}_a} + \mathbf{L}_a \times \frac{\partial \Phi}{\partial \mathbf{M}} + \mathbf{L}_b \times \frac{\partial \Phi}{\partial \mathbf{L}_c} + \mathbf{L}_c \times \frac{\partial \Phi}{\partial \mathbf{L}_b} \right), \\ \dot{\mathbf{L}}_b &= \gamma \left( \mathbf{M} \times \frac{\partial \Phi}{\partial \mathbf{L}_b} + \mathbf{L}_a \times \frac{\partial \Phi}{\partial \mathbf{L}_c} + \mathbf{L}_b \times \frac{\partial \Phi}{\partial \mathbf{M}} + \mathbf{L}_c \times \frac{\partial \Phi}{\partial \mathbf{L}_a} \right), \\ \dot{\mathbf{L}}_c &= \gamma \left( \mathbf{M} \times \frac{\partial \Phi}{\partial \mathbf{L}_c} + \mathbf{L}_a \times \frac{\partial \Phi}{\partial \mathbf{L}_b} + \mathbf{L}_b \times \frac{\partial \Phi}{\partial \mathbf{L}_a} + \mathbf{L}_c \times \frac{\partial \Phi}{\partial \mathbf{M}} \right). \end{aligned} \quad (41)$$

Эта система рассматривается в разделе 4.2. Условия (40) фактически являются ее следствием.

#### 4.2. Моды колебаний, решение уравнений и собственные частоты

Используя правила преобразования базисных векторов (36), нетрудно найти, что для интересующей нас АФ-фазы с ЦАС-базисным вектором  $\mathbf{L}_b^0 \parallel Z$  (соответствующим  $\text{Fe}_2\text{TeO}_6$ ) должны существовать спин-волновые представления с колебательными переменными:

$$(a) M_x, L_{ay}, L_{by}, L_{cx}; \quad (42)$$

$$(б) M_y, L_{ax}, L_{bx}, L_{cy}, \quad (43)$$

которые связаны друг с другом осью симметрии  $\mathbf{4}_{2z}$ . Поэтому достаточно решить поставленную задачу (определить спектр, восприимчивость и т.д.) для одной из них. Пусть это будет (а).

Выделим из (38) квадратичную форму по переменным (42):

$$\begin{aligned} \Phi_2 &= \frac{1}{2} \tilde{A}_M M_x^2 + \frac{1}{2} \tilde{A}_a L_{ay}^2 + \frac{1}{2} \tilde{A}_c L_{cx}^2 + \frac{1}{2} K_b L_{by}^2 + \\ &+ p M_x L_{ay} + r L_{by} L_{cx} - s M_x E_x(t) - f L_{ay} E_x(t) - M_x H_x(t), \end{aligned} \quad (44)$$

где учтены также соответствующие части МЭ- и АФЭ-взаимодействий из (39), зеэмановская энергия в переменном магнитном поле  $H_x(t)$  и введены обозначения

$$\tilde{A}_a = A_a - A_b + K_a, \quad \tilde{A}_M = A_M - A_b + K_M,$$

$$\tilde{A}_c = A_c - A_b + K_c.$$

Хотелось бы, конечно, учесть постоянное магнитное поле  $\mathbf{H}_0 \parallel Z$ , но обычно это приводит к заметному усложнению задачи. Дело в том, что рассматриваемая фаза  $L_{bz}^0$  не содержит вектор  $\mathbf{M}^0$ , который будет вызываться полем  $\mathbf{H}_0$ , т.е. это будет уже другая фаза и, вообще говоря, в этом случае следует заново находить моды<sup>3</sup> вместо (42), (43).

Соответствующие уравнения из (41) с учетом (44) образуют систему

$$\begin{aligned} \dot{M}_x &= -\omega_0 \frac{\partial \Phi_2}{\partial L_{by}} = -\omega_0 (K_b L_{by} + r L_{cx}), \\ \dot{L}_{by} &= \omega_0 \frac{\partial \Phi_2}{\partial M_x} = \omega_0 [\tilde{A}_M M_x + p L_{ay} - (s E_x(t) + H_x(t))], \\ \dot{L}_{cx} &= -\omega_0 \frac{\partial \Phi_2}{\partial L_{ay}} = -\omega_0 (\tilde{A}_a L_{ay} + p M_x - f E_x), \\ \dot{L}_{ay} &= \omega_0 \frac{\partial \Phi_2}{\partial L_{cx}} = \omega_0 (\tilde{A}_c L_{cx} + r L_{by}), \end{aligned} \quad (45)$$

где  $\omega_0 = \gamma 4M_0$ . Понятно, что система уравнений (45) в соответствии с числом переменных (четыре) должна давать две моды колебаний.

В обменном приближении ( $r = p = 0$ ) (45) распадается на две независимые системы: из двух первых и двух последних ее уравнений, причем вторая система дает обменную моду с частотой

$$\omega_E \equiv \omega_{ca} = \omega_0 \sqrt{\tilde{A}_a \tilde{A}_c} \quad (46)$$

и компоненты соответствующих колеблющихся АФ-векторов

$$L_{ay} = \frac{\omega_0^2}{\omega_E^2 - \omega^2} f \tilde{A}_c E_x, \quad L_{cx} = -i \frac{\omega}{\tilde{A}_c} L_{ay}.$$

Наблюдаемой величиной в этой моде является  $x$ -компонента вектора поляризации

$$P_x = -\frac{\partial \Phi_{\text{AFE}}}{\partial E_x} = \kappa_{\perp} E_x,$$

где

$$\kappa_{\perp} = \frac{\omega_0^2}{\omega_E^2 - \omega^2} f^2 \tilde{A}_c. \quad (47)$$

Однако нас в данном случае больше интересует другая мода, вызванная полем  $E_x$ , — обменно-релятивистская, соответствующая системе из первых двух уравнений (45) с переменными  $M_x$  и  $L_{by}$ . В этой моде переменные  $L_{cx}$  и  $L_{ay}$  следуют квазиравновесным образом за  $M_x$  и  $L_{by}$ . Минимизируя  $\Phi$  (38) по  $L_{cx}$  и  $L_{ay}$ , находим, что он зависит только от  $M_x$  и  $L_{by}$ , и тогда уравнения движения для этих переменных (с учетом полевых слагаемых) для

<sup>3</sup> Сказанное не относится к равномодульной модели, где  $\chi_{\parallel} = 0$ , и поэтому  $M_0 = 0$  и после приложении поля  $\mathbf{H}_0 \parallel \mathbf{L}_b^0 \parallel Z$ . В результате указанная задача для поля  $H = H_z$  может быть без труда решена. При этом в слагаемом  $-H_z M_z$  придется учесть третье из условий равномодульности (40). Заметим, что в соответствующей задаче для гематита в [11] учтена роль ненулевого  $\mathbf{H}_0$ .

соответствующей квазиантиферромоды дают:

$$M_x = (\alpha_0 E_x + \chi_0 H_x) \frac{\omega_{AK}^2}{\omega_{AK}^2 - \omega^2}, \quad (48)$$

где  $\alpha_0 = s/\tilde{A}_M$  и  $\chi_0 = 1/\tilde{A}_M$  — соответственно статические магнитоэлектрическая и магнитная восприимчивости, а

$$\omega_{AK} = \omega_0 \sqrt{\tilde{A}_M K_b} \quad (49)$$

(ср. с (35)).

Формула (48) определяет квазиантиферрорезонансы акустической моды с частотой (49) как в электрическом  $E_x(t)$ , так и в магнитном  $H_x(t)$  полях; первый должен наблюдаться в пучности  $\mathbf{E}(t)$ , а второй — в пучности  $\mathbf{H}(t)$ . В этом случае  $|E_x| = |H_x|$ , и отношение соответствующих намагниченностей по абсолютной величине определяется отношением статических магнитоэлектрической и магнитной восприимчивостей:

$$\frac{M_x^E}{M_x^h} = \frac{\alpha_0}{\chi_0}. \quad (50)$$

Что касается обменной моды, появляющейся за счет последних двух уравнений (45), то слагаемые с  $p$  и  $r$  на ее частоте очень мало сказываются, поскольку при этой частоте,  $\omega_E \gg \omega_{AK}$ , переменные  $M_x$  и  $L_{by}$  практически остаются равновесными, т.е. близкими к нулю. В действительности, конечно, релятивистские константы  $p \neq 0$  и  $r \neq 0$  осуществляют слабую связь обменной и квазиантиферромагнитной мод (см. (45), (46)), слегка перенормируя их частоты и вызывая соответствующие полюса, например, обменный полюс на квазиантиферромоду, правда, с малой интенсивностью.

Заметим, что аналогичные результаты получаются и для других тетрагональных четырехподрешеточных антиферромагнетиков, в частности, для редкоземельных фосфатов типа  $TbPO_4$  и  $HoPO_4$  и ванадатов типа  $GdVO_4$  и  $TbVO_4$ , имеющих группу  $D_{4h}^{19}$  (структура циркония) [3].

Поскольку характеристики различных магнетиков изменяются в широких пределах ( $\alpha_0 \approx 10^{-2} - 10^{-5}$ ,  $\chi_0 \approx 10^{-3} - 10^{-5}$  в системе СГС), то вполне возможна ситуация, при которой МЭ-резонанс в соответствии с (50) будет сравним по интенсивности с АФМР [8].

Соответствующие результаты для спин-волнового представления в (43) можно получить из (44)–(50) путем замены  $x \leftrightarrow y$ ,  $\omega \rightarrow -\omega$ .

К сожалению, нам не удалось найти в литературе данных по конкретному антиферромагнетику, для которого были бы известны из эксперимента обе восприимчивости, причем достаточно близкие по величине. Это весьма интересная задача, особенно, если учесть, что речь идет об АФ-резонансе в электрическом поле на достаточно низкой частоте. С точки зрения таких поисков, перспективными среди тетрагональных антиферромагнетиков кроме трирутилов (не обязательно  $Fe_2TeO_6$ ) могут оказаться также указанные выше фосфаты и ванадаты, в которых магнитные редкоземельные ионы занимают четырехкратную позицию  $4a\{2_x\}$  (в фигурных скобках указана локальная симметрия позиции). Что касается других сингоний, то следует обратить внимание на  $Cr_2O_3$  и  $\alpha-Fe_2O_3$  (ромбоэдрические кристаллы), весьма обстоятельно теоретически рассмотренные в [10–

14]. К сожалению, экспериментальные данные по магнитной восприимчивости и соответствующим МЭ-константам (в особенности АФЭ-константам) совместно обычно не приводятся. Несмотря на то, что рассматриваемые в обзоре эффекты, связанные с АФЭ-взаимодействием, предсказаны довольно давно (1988 г.), соответствующие эксперименты до сих пор пока не проводились.

Сегодня уже насчитывается много теоретически предсказанных эффектов [8, 10–14, 25]. Основные физические явления рассматривались в разделе 1 на примере простой двухподрешеточной модели, и настоящий раздел хочется завершить лишь указанием явлений, связанных с МЭ- и АФЭ-взаимодействиями именно в многоподрешеточном антиферромагнетике ( $v = 4$ ). Наибольший интерес в принципиальном плане представляет благодаря популярности и простоте гематит  $\alpha-Fe_2O_3$  [11, 14]. Дело в том, что в основном состоянии он имеет структуру, описываемую таким ЦС-базисным вектором, как  $\mathbf{L}_a$  в (36), так что  $\mathbf{1L}_a = \mathbf{L}_a$ . Однако при учете всех четырех базисных векторов, что приходится делать в динамике, два остальных вектора  $\mathbf{L}_{b,c}$  будут являться ЦАС-векторами (хотя нумерация атомов будет другая [8], чем в трирутилах, это не имеет принципиального значения в смысле существования новых явлений — нумерацию атомов можно изменить [8]). К счастью, в статье [11] В.Н. Криворучко и Д.А. Яблонский для гематита сделали фактически почти все, что нас интересует, и вряд ли здесь эту статью следует подробно пересказывать. Однако в разделе 4.3 все же приводятся некоторые результаты для ромбоэдрических антиферромагнетиков с целью сравнения с таковыми для тетрагональных антиферромагнетиков (случай ЛО).

#### 4.3. Ромбоэдрические антиферромагнетики: гематит и хромит

Гематит ( $\alpha-Fe_2O_3$ ) и хромит ( $Cr_2O_3$ ) — наиболее хорошо изученные антиферромагнетики, относящиеся к ромбоэдрической сингонии. Пространственная группа  $R\bar{3}c \equiv D_{3d}^6$ . Магнитные ионы  $Fe^{3+}$  или  $Cr^{3+}$  занимают четырехкратную позицию  $4c\{3_z\}$ . Если определенным образом пронумеровать эти ионы (одинаково в обоих случаях), то вместо векторов  $\mathbf{M}_v$  ( $v = 1, 2, 3, 4$ ) можно ввести их линейные комбинации (36) — точно совпадающие с таковыми для трирутилов. Важно отметить, что при этом, в отличие от обычно принимаемой нумерации [4], здесь переставлены номера атомов 2 и 4. В результате ЦС-вектор  $\mathbf{L}_a$  будет соответствовать основному состоянию гематита, а ЦАС-вектор  $\mathbf{L}_c$  — основному состоянию хромита. Поэтому в гематите существует статический слабый ферромагнетизм (СФ) и отсутствует статический МЭ-эффект. В хромите, наоборот, проявляется МЭ-эффект, а СФ отсутствует. Однако в динамическом случае, когда возможно колебание векторов (42), не относящихся к основному состоянию, эти колебания могут возбуждаться электрическим полем за счет или МЭ-взаимодействия типа (3), или АФЭ-взаимодействия (4). Если основное состояние centrosymmetric (определяется вектором  $\mathbf{L}_a$ , как в гематите), то поле  $\mathbf{E}(t) \propto \exp(-i\omega t)$  в линейном приближении возбуждает колебания ЦАС-вектора  $\mathbf{L}_b$  или  $\mathbf{L}_c$ .

Здесь активную динамическую роль играет АФЭ-взаимодействие (4). Напротив, в ЦАС-состоянии (например, определяемом вектором  $\mathbf{L}_c$ , как в хромите)  $\mathbf{E}(t)$  возбуждает колебания ЦС-вектора  $\mathbf{M}$  или  $\mathbf{L}_a$  благодаря

МЭ- или АФЭ-взаимодействиям соответственно. Кроме того, вектор  $\mathbf{M}$  может, конечно, возбуждаться также переменным магнитным полем  $\mathbf{H}(t) \propto \exp(-i\omega t)$  в результате зеемановского взаимодействия  $\mathbf{M}\mathbf{H}(t)$ .

Далее следует записать термодинамический потенциал  $\Phi$  в терминах равномодульной феноменологии, применяемой здесь:  $\mathbf{M}_v^2 = M_0^2 = \text{const}$ , или гамильтониан, как в подходе Криворучко и Яблонского [11], в котором динамические свойства системы описываются на основе квантовых уравнений движения. Если не рассматривать чисто квантовые явления, типа энергии нулевых колебаний, то оба подхода для спектра и амплитуд колебаний дают одинаковые результаты, соответствующие уравнениям Ландау–Лифшица (41) (см., например, [28–30]). Поскольку в [11] обнаружился ряд опечаток и описок, то для проверки мы применили подход, подробно описанный в [3] и используемый в разделах 4.1, 4.2. При этом, естественно, мы исходим из требований инвариантности к преобразованиям пространственной группы  $\mathbf{R}\bar{3}c \equiv D_{3d}^6$ , записывая  $\Phi$ , а также МЭ- и АФЭ-взаимодействия (3) и (4) в виде ряда по динамическим переменным (36).

В работе [11] показано, что, как и в случае антиферромагнитных трирутилов, в ромбоэдрических антиферромагнетиках динамические свойства существенно зависят от того, centrosимметричным или центроантисимметричным является основной вектор из (36), определяющий основное состояние. Как уже отмечалось, в гематите и хромите такими векторами будут соответственно  $\mathbf{L}_a$  и  $\mathbf{L}_c$ . Это рассмотрение целесообразно провести в сопоставлении с соответствующими структурами трирутилов (снова имеем в виду ЛЮ-состояния).

**4.3.1. Гематит.** В гематите ниже точки Морина в состоянии  $\mathbf{L}_a^0 \parallel Z$  имеются два независимых спин-волновых представления

$$\Gamma_1(M_x, L_{ay}, L_{bx}, L_{cy}), \quad (51)$$

$$\Gamma_2(M_y, L_{ax}, L_{by}, L_{cx}). \quad (52)$$

Этим представлениям соответствует плотность термодинамического потенциала (с учетом МЭ- и АФЭ-взаимодействий)

$$\begin{aligned} \Phi = & \frac{1}{2} A_1 \mathbf{L}_a^2 + \frac{1}{2} A_2 \mathbf{L}_b^2 + \frac{1}{2} A_3 \mathbf{L}_c^2 + \frac{1}{2} A_0 \mathbf{M}^2 - \\ & - \frac{1}{2} K_1 L_{az}^2 + \frac{1}{2} K_2 L_{bz}^2 + \frac{1}{2} K_3 L_{cz}^2 + \frac{1}{2} K_0 M_z^2 + \\ & + d(M_y L_{ax} - M_x L_{ay}) + d'(L_{bx} L_{cy} - L_{by} L_{cx}) + \\ & + E_x(R_2 L_{bx} + R_3 L_{cy}) + E_y(R_2 L_{by} - R_3 L_{cx}) - \mathbf{M}\mathbf{H}(t), \end{aligned} \quad (53)$$

причем  $A_1 < 0$ ,  $A_{2,3,0} > 0$ , а  $\mathbf{E}(t) \perp Z$  и  $\mathbf{H}(t) \perp Z$  — поля, возбуждающие поперечные колебания. Здесь введены, в отличие от [11], константы, аналогичные использованным нами в разделах 4.1, 4.2 и связанные с константами из [11] соотношениями  $H_{ei} = 4M_0 A_i$ ,  $H_{e0} = 4M_0 A_0$  для обмена и  $H_{Ai} = 4M_0 K_i$ ,  $H_{A0} = 4M_0 K_0$  для магнитной (релятивистской) анизотропии ( $i = 1, 2, 3$ ), а также обменно-релятивистские константы Дзялошинского  $H_D = 4M_0 d$  и  $H_{D'} = 4M_0 d'$ . Нетрудно показать, что  $\Phi$  (53) разбивается на две независимые части, соответствующие спин-волновым представлениям (51) и (52).

Аналогично будут иметь место две независимые системы уравнений Ландау–Лифшица (или, как в [11], две системы квантово-механических уравнений движения).

Приведем приближенные результаты для собственных частот и восприимчивостей (случай однородных колебаний). Поскольку в колебаниях акустических мод (АМ) и обменных мод (ОМ) участвуют соответственно ЦС-векторы ( $\mathbf{L}_a$  и  $\mathbf{M}$ ) и ЦАС-векторы ( $\mathbf{L}_b$  и  $\mathbf{L}_c$ ), то из вида полевых слагаемых в  $\Phi$  (53) следует, что ОМ и АМ могут возбуждаться соответственно электрическими и магнитными переменными полями.

Для обменных мод находим сначала  $L_{cy}$ ,  $L_{bx}$  и  $L_{cx}$ ,  $L_{by}$ , а также обменные частоты  $\omega_{01}$ ,  $\omega_{02}$ , а затем соответствующие компоненты вектора поляризации  $\mathbf{P} = -\partial\Phi/\partial\mathbf{E} = \hat{\kappa}_\perp \mathbf{E}$ :

$$\begin{aligned} P_x = & -(R_2 L_{bx} + R_3 L_{cy}), \quad P_y = R_2 L_{by} + R_3 L_{cx}; \\ P_x = & \kappa_\perp E_x, \quad P_y = \kappa_\perp E_y, \end{aligned} \quad (54)$$

где  $\kappa_\perp$  — электрическая восприимчивость,

$$\kappa_\perp = \omega_0^2 \frac{R_3^2(A_2 - A_1) + R_2^2(A_3 - A_1)}{\omega_E^2 - \omega^2}, \quad (55)$$

а  $\omega_E$  — частота, равная

$$\begin{aligned} \omega_E \equiv \omega_{E1} = \omega_{E2} = \\ = \omega_0 [(A_3 - A_1 + K_1)(A_2 - A_1 + K_1) - d'^2]^{1/2}, \quad (56) \\ \omega_0 = \gamma A M_0. \end{aligned}$$

Отметим, что здесь  $R_2$  и  $R_3$  — антиферромагнитоэлектрические обменно-релятивистские константы. Кроме того, из (55) видно, что интенсивность поглощения, связанная с  $\mathbf{P}$ , обменно усилена за счет соответствующих обменных множителей.

Аналогичным образом можно найти две АМ с переменными  $M_x$ ,  $L_{ay}$  и  $M_y$ ,  $L_{ax}$ , вырожденные по частоте<sup>4</sup>

$$\omega_{A1} = \omega_{A2} \equiv \omega_{AK} = \omega_0 \{K_1[-A_1 + A_M + K_1]\}^{1/2}. \quad (57)$$

Вырождение снимается, если приложить постоянное магнитное поле  $\mathbf{H} \parallel Z$  [11]. Амплитуды  $M_x = \chi_\perp(\omega) H_x$ ,  $M_y = \chi_\perp(\omega) H_y$ , где  $\chi_\perp(\omega)$  — магнитная восприимчивость,

$$\chi_\perp(\omega) = \frac{\omega_0^2 K_1}{\omega_{AK}^2 - \omega^2}. \quad (58)$$

К сожалению, структура трирутила с  $\mathbf{L}_a^0 \parallel Z$ , с которой было бы целесообразно сравнить приведенные выше результаты для гематита, экспериментально не реализуется. Приходится ограничиться сравнением только теоретических формул. Выше этот случай для трирутила не рассмотрен, но результат можно взять из статьи Турова и Мирсаева [27]. Для обменных мод там получена формула, совпадающая с (54), однако вместо (55) дается выражение вида

$$\kappa_\perp = \omega_0^2 \frac{f_1^2 \tilde{A}_c + f_2^2 \tilde{A}_b}{\omega_E^2 - \omega^2},$$

<sup>4</sup> Эти выражения (см., например, [3]), известные из многих старых работ, в статье [11] не приводятся.

где  $\tilde{A}_b \approx A_b - A_a$ ,  $\tilde{A}_c \approx A_c - A_a$ , а  $f_1$  и  $f_2$  — константы АФЭ-взаимодействия (из выражения вида (4)). Важно лишь отметить, что здесь эти константы являются чисто релятивистскими, в отличие от обменно-релятивистских параметров  $R_2$  и  $R_3$ , входящих в (55) для гематита. Собственно фактически к этому и сводится различие.

Если же обратиться к АМ, то в принятом приближении, когда пренебрегается анизотропией в плоскости базиса, вообще не возникает никакого отличия от формул (57) и (64) (за исключением различия в обозначениях).

**4.3.2. Хромит.** В отличие от гематита,  $\text{Cr}_2\text{O}_3$  имеет основное состояние с ЦАС-вектором  $\mathbf{L}_c^0 \parallel Z$ . При этом потенциал  $\Phi$  получается из (53) путем замен  $A_1 \rightarrow -A_1$ ,  $A_3 \rightarrow -A_3$ ,  $K_3 \rightarrow -K_3 < 0$ . Кроме того, АФЭ-взаимодействие в (53) заменяется совокупностью АФЭ- и МЭ-взаимодействий, соответственно слагаемыми вида

$$R_3(E_x L_{ay} - E_y L_{ax}) - r_3(E_y M_y + E_x M_x), \quad (59)$$

где АФЭ-взаимодействие — слагаемое с  $R_3$ , МЭ-взаимодействие — слагаемое с  $r_3$ .

**4.3.3. Акустические моды.** С учетом условий  $d \ll A$  и  $K \ll A$  находим из уравнений ЛЛ частоты АМ соответствующих поперечных колебаний  $(M_x, L_{cy})$  и  $(M_y, L_{cx})$

$$\omega_{AK1} = \omega_{AK2} \equiv \omega_{AK} = \omega_0 [(A_0 + A_3) \tilde{K}_3]^{1/2}, \quad (60)$$

где  $\tilde{K}_3$  — эффективная константа анизотропии, чисто релятивистская по порядку величины,

$$\tilde{K}_3 = K_3 - d'^2 (A_2 + A_3)^{-1}.$$

Здесь в намагниченности имеются два вклада: во-первых, зеemanовский с магнитной восприимчивостью

$$\chi_{\perp} \equiv \chi_{xx}(\omega) = \chi_{yy}(\omega) = \frac{\omega_0^2 \tilde{K}_3}{\omega_{AK}^2 - \omega^2},$$

во-вторых, магнитоэлектрический (за счет МЭ-взаимодействия — слагаемое с  $r_3$  в (59)). Причем сначала из уравнений ЛЛ определяется  $\mathbf{M}_{\perp}$ , а затем из (59) — эффективная электрическая поляризация  $\mathbf{P}_{\perp} = \kappa_{\perp}(\omega) \mathbf{E}_{\perp}$ . В последнем случае результат следующий:

$$\kappa_{\perp}(\omega) = \omega_0^2 r_3^2 \tilde{K}_3 (\omega_{AK}^2 - \omega^2)^{-1}.$$

Из сравнения восприимчивостей  $\chi_{\perp}(\omega)$  и  $\kappa_{\perp}(\omega)$  видно, что отношение интенсивностей МЭ- и АФМ-резонансов (т.е. при возбуждении  $\mathbf{P}_{\perp}(\omega)$  полем  $\mathbf{E}_{\perp}$  и  $\mathbf{M}_{\perp}$  полем  $\mathbf{H}_{\perp}$ ) определяется АФЭ-константой  $r_3$ .

**4.3.4. Обменные моды.** Обменные моды определяются поперечными колебаниями  $(L_{ax}, L_{by})$  и  $(L_{ay}, L_{bx})$ ; снова один вектор должен быть центросимметричным, а другой — антицентросимметричным. Собственная частота ОМ (при  $H_0 = 0$ ) определяется формулой

$$\begin{aligned} \omega_{E1}^2 = \omega_{E2}^2 \equiv \omega_E^2 = & \gamma^2 (4M_0)^2 [(A_1 - A_3)(A_2 - A_3) + \\ & + (A_1 + A_2 - 2A_3)K_3 + \\ & + d'(d' + 2d)(A_0 - A_3)(A_2 - A_3)^{-1}]. \end{aligned}$$

Однако взаимодействия типа Дзялошинского (с коэффициентами  $d$  и  $d'$ ) примешивают к этим колебаниям и переменные (60), входящие в АМ, но на той же обменной частоте  $\omega_E$ . В результате в этом (обменном) интервале частот оказываются отличными от нуля следующие восприимчивости:

$$\chi_{xx}(\omega) = \chi_{yy}(\omega) \equiv \chi_{\perp} = \frac{\omega_0^2 d'^2 (A_2 - A_3)^{-1}}{\omega_E^2 - \omega^2}, \quad (61)$$

$$\kappa_{xx}(\omega) = \kappa_{yy}(\omega) \equiv \kappa_{\perp} \approx \frac{R_3^2 \omega_0^2 (A_2 - A_3)}{\omega_E^2 - \omega^2}. \quad (62)$$

Магнитная восприимчивость  $\chi_{\perp}$  (61) в конце концов связана с зеemanовской энергией. Она дает вклад в обменную моду благодаря взаимодействию Дзялошинского (в данном случае с  $d'$  в (53)), создающему обменный полюс и для переменных АМ. При этом магнитный вклад будет, по-видимому, малым по сравнению с антиферроэлектрическим, так как

$$\frac{\chi_{\perp}(\omega)}{\kappa_{\perp}(\omega)} = \frac{d'^2}{(A_2 - A_3)^2 R_3^2}.$$

Действительно, по оценкам, проведенным в [11],

$$\frac{d'^2}{(A_2 - A_3)^2} \approx \frac{H_A}{H_E} \approx 10^{-4}, \quad R_3^2 \approx 10^{-3}.$$

Таким образом, условия обнаружения ОМ в  $\text{Cr}_2\text{O}_3$  по поглощению электрического поля могут быть более благоприятными, чем по поглощению магнитного поля.

Сравнивая, наконец, формулы (47) ( $\text{Fe}_2\text{TeO}_6$ ) и (62) ( $\text{Cr}_2\text{O}_3$ ), находим, что

$$\frac{\kappa_{\perp}(\text{Fe}_2\text{TeO}_6)}{\kappa_{\perp}(\text{Cr}_2\text{O}_3)} \sim \frac{f^2}{R_3^2}. \quad (63)$$

Поскольку  $f$  и  $R_3$  — соответственно релятивистские и обменно-релятивистские константы с  $f \ll R_3$ , то из (63) следует, что интенсивность обменного АФЭ-резонанса для  $\text{Cr}_2\text{O}_3$ , по-видимому, превосходит таковую для  $\text{Fe}_2\text{TeO}_6$ , так что можно ожидать, что наблюдение этого эффекта в первом соединении окажется более легким, чем во втором (кстати, их точки Нееля различаются не очень сильно — соответственно 310 и 219 К).

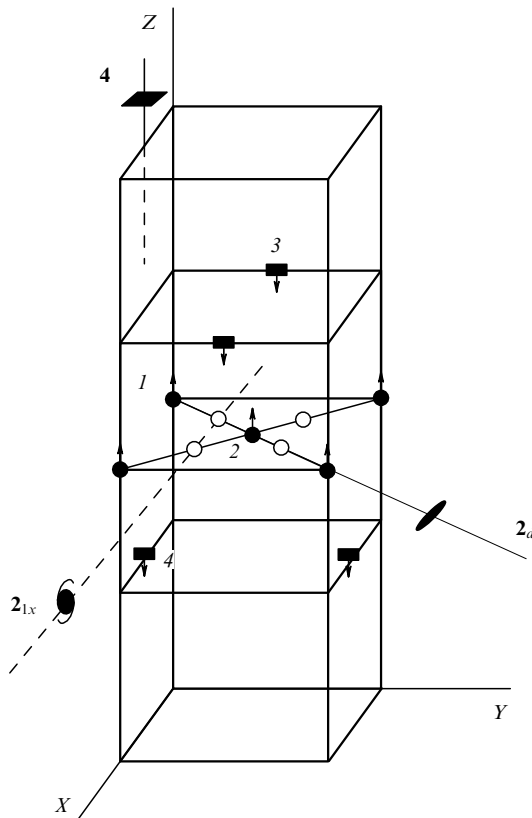
Возрастающий объем обзора не позволяет обсуждать и сравнивать результаты работ украинских и уральских ученых для других магнетиков, например, для ортоферритов (ср. [12] и [24]).

## 5. Антимэгнеты в ферримагнетике

Такие антимэгнеты весьма детально (теоретически) рассмотрены в тетрагональных ферримагнетиках  $\text{Mn}_2\text{Sb}$  в недавней статье Мирсаева и Турова [25]. Поэтому в этом разделе двухпозиционные ферримагнетики описываются кратко, с акцентом лишь на особенностях, отличающих их от рассмотренных в разделе 4 однопозиционных ферро- и антиферромагнетиков.

### 5.1. Кристаллохимическая и магнитная структуры ферримагнетика $\text{Mn}_2\text{Sb}$

В интерметаллическом соединении  $\text{Mn}_2\text{Sb}$  (температура Кюри  $T_C = 550$  К) элементарная ячейка содержит две



**Рис. 3.** Элементарная ячейка  $Mn_2Sb$ . Показаны положение магнитных ионов MnI (черные кружки), MnII (прямоугольники) и элементы симметрии — генераторы группы  $P4/nmm$  ( $D_{4h}^7$ ): центр симметрии  $\bar{1}$  (светлые кружки), поворотные оси  $4 \parallel Z$  и  $2_d \parallel (110)$ ; а также поворотная ось  $2_{1x}$ . Представлена магнитная структура легкоосного типа:  $M_1 \uparrow M_2 \downarrow M_3 \uparrow M_4 \parallel Z \parallel 4$ .

пары магнитных ионов Mn, занимающих соответственно позиции  $a$  (MnI) и  $c$  (MnII) (рис. 3). Характерно, что в каждой паре ионы связаны ЦС [26, 31], т.е. признак существования электроактивных антимагнонов выполняется для обеих пар.

Тетрагональный ферримагнетик  $Mn_2Sb$  обладает решеткой, симметрия которой описывается группой  $P4/nmm$  ( $D_{4h}^7$ ). Нейтронографические исследования показали [31], что обменная магнитная структура этого соединения состоит из плоскостей (001), включающих в себя атомы MnI и MnII, относящиеся к различным позициям и потому обладающие различными магнитными моментами.

Как видно из рисунка, атомы позиции  $a$   $1(0, 0, 1/2)$ ,  $2(1/2, 1/2, 1/2)$ , а также позиции  $c$   $3(0, 1/2, 1/2 + z)$ ,  $4(1/2, 0, 1/2 - z)$  действительно в пределах каждой из них связаны друг с другом ЦС  $\bar{1}$ . При температурах между 240 К и  $T_C = 550$  К атомные магнитные моменты  $Mn_2Sb$  параллельны кристаллографической оси  $4$  (ЛО), а в интервале температур  $0 < T < 240$  К перпендикулярны оси  $c$  (ЛП) [26].

На рисунке 3 показана элементарная ячейка, включающая в себя группу атомов, состоящую из трех слоев MnII–MnI–MnII (четыре атома на элементарную ячейку), повторяющихся периодически вдоль оси  $Z$ . В пределах каждой такой группы суммарный магнитный момент отличен от нуля, поскольку моменты MnI (позиция  $a$ ) и MnII (позиция  $c$ ) различны и составляют

соответственно  $2,13 \pm 0,20 \mu_B$  и  $3,87 \pm 0,40 \mu_B$  [31]. Магнитные моменты слоев MnI и MnII направлены антипараллельно относительно друг друга как в ЛО-состояниях, так и ЛП-состояниях, что является характерным для ферримагнетика. В статье [26] рассмотрены последовательно оба указанных ориентационных состояния, однако здесь приводятся только некоторые результаты, относящиеся к ЛО-состоянию.

Четырехподрешеточную обменную магнитную структуру  $Mn_2Sb$  с намагниченностями  $M_v$  ( $v = 1, 2, 3, 4$ ) удобно рассматривать как совокупность двухподрешеточных подсистем  $a$  и  $c$  с базисными векторами ферромагнетизма  $M_\xi$  и антиферромагнетизма  $L_\xi$  ( $\xi = a, c$ ):

$$M_a = M_1 + M_2, \quad L_a = M_1 - M_2,$$

$$M_c = M_3 + M_4, \quad L_c = M_3 - M_4.$$

На рисунке 3 показаны также независимые элементы кристаллографической пространственной симметрии — центр симметрии  $\bar{1}$ , ось симметрии четвертого порядка  $4 \parallel Z$  и диагональная бинарная ось симметрии  $2_d \parallel (110)$ , которые могут быть приняты за генераторы группы  $P4/nmm$ . В терминах этих элементов симметрии тип каждой из позиций можно закодировать, указав, как они переставляют ионы — сами в себя ( $1 \leftrightarrow 1, 2 \leftrightarrow 2$  и  $3 \leftrightarrow 3, 4 \leftrightarrow 4$ ) или один с другим ( $1 \leftrightarrow 2$  и  $3 \leftrightarrow 4$ ). Соответственно элемент симметрии снабжается знаком "+" или "-" в скобках. Из рисунка 3 нетрудно увидеть, что рассматриваемым позициям соответствуют перестановочные коды (a)  $\bar{1}(-)4_z(-)2_d(+)$ , (c)  $\bar{1}(-)4_z(+)2_d(-)$ .

Отметим, что если вместо оси  $2_d$  использовать бинарную ось  $2_{1x} = 2_d 4_z$  (которая также представлена на рисунке), то для обеих позиций оказывается, что  $2_{1x} \equiv 2_x(-)$ , а коды  $a$  и  $c$  будут различаться только знаком у оси  $4_z$  (– или +). Повторяем, здесь имеются в виду перестановочные свойства элементов симметрии по отношению к рассматриваемой позиции, независимо от вида обменной магнитной структуры (ферро-, ферри- или антиферромагнитной). Таким образом, для существования антимагнонов, возбуждаемых электрическим полем, необходимо, чтобы выполнялось условие  $\bar{1} \equiv \bar{1}(-)$ , что в данном случае, как уже отмечалось выше, имеет место для обеих позиций.

## 5.2. Моды колебаний и термодинамический потенциал

Расчет собственных частот колебаний снова значительно упрощается, если для рассматриваемого основного состояния (фазы), как уже упоминалось, найти, как подразделяются динамические (колебательные) переменные по так называемым спин-волновым представлениям для этой фазы [8, 23, 25].

Для этого необходимо опять, как в предыдущих случаях, составить таблицу преобразований (табл. 2) для ромбической подгруппы  $Pmmm$  истинной тетрагональной группы  $P4/nmm$  (четыре колонки слева от двойной линии), а затем дополнить ее правилами преобразования этих же переменных под действием осей симметрии  $4_z(+)$  и  $4_z(-)$ . Рассмотрим здесь спин-волновые представления (моды колебаний) только для ЛО-фазы, где  $M_a \downarrow M_c \parallel H \parallel Z$ . Как и прежде, используя табл. 2 и правило (8), находим сначала разделение колебательных переменных  $\Delta M_{\xi i}, \Delta L_{\xi j}$  ( $\xi = a, c; i, j = x, y$ ) на моды. Для обеих позиций получаются одинаковые спин-волновые представления:  $\Gamma_{12}(\Delta M_{\xi x}, \Delta M_{\xi y})$  для двух ферромагнит-

**Таблица 2.** Правила преобразований векторов  $\mathbf{M}$ ,  $\mathbf{L}$ ,  $\mathbf{H}$ ,  $\mathbf{E}$ , позиции  $a$  и  $c$ , группа  $D_{7h}^7$ 

$\Gamma_i$	$\mathbf{H}, \mathbf{E},$ $\mathbf{M}, \mathbf{L}$	$\bar{1}(-)$	$2_x(-)$	$2_y(-)$	$4_z(-)$ ( $a$ )	$4_z(+)$ ( $c$ )
$\Gamma_1$	$M_x, H_x$	+1	+1	-1	$M_y, H_y$	
$\Gamma_2$	$M_y, H_y$	+1	-1	+1	$-M_x, -H_x$	
$\Gamma_3$	$M_z, H_z$	+1	-1	-1	$M_z, H_z$	
$\Gamma_4$	$L_x, E_y$	-1	-1	+1	$-L_y, -E_x$	$L_y, -E_x$
$\Gamma_5$	$L_y, E_x$	-1	+1	-1	$L_x, E_y$	$-L_x, E_y$
	$L_z$	-1	+1	+1	$-L_z$	$L_z$
	$E_z$	-1	-1	-1	$L_y, -E_x$	

ных мод и  $\Gamma_{45}(\Delta L_{\xi x}, \Delta L_{\xi y})$  для двух антимагнетонных мод. Последующее симметричное обсуждение с учетом осей симметрии  $4_z(+)$  ( $\xi = c$ ) и  $4_z(-)$  ( $\xi = a$ ) показывает, что  $\Gamma_{12}$  и  $\Gamma_{45}$  остаются независимыми модами и в тетрагональном случае. Остается лишь на основе табл. 2 записать инвариантное выражение для термодинамического потенциала  $\Phi$ , а затем, выделив в нем квадратичную форму по соответствующим колебательным переменным для каждой моды, решить уравнения (41). Учтем при этом условия равномодульности:  $|\mathbf{M}_1| = |\mathbf{M}_2| = M_a$ ,  $|\mathbf{M}_3| = |\mathbf{M}_4| = M_c$ , или иначе

$$\mathbf{M}_\xi^2 + \mathbf{L}_\xi^2 = (2M_\xi)^2, \quad \mathbf{M}_\xi \mathbf{L}_\xi = 0 \quad (\xi = a, c).$$

В результате для квадратичной по однородным колебаниям  $L_{\xi x}$  и  $L_{\xi y}$  части  $\Phi$ , соответствующей антимагнетонным модам, имеем

$$\begin{aligned} \Phi_2 = & \frac{1}{2} \tilde{A}_a (L_{ax}^2 + L_{ay}^2) + \frac{1}{2} \tilde{A}_c (L_{cx}^2 + L_{cy}^2) + \\ & + \lambda (L_{ax} L_{cx} - L_{ay} L_{cy}) - \\ & - D_a (E_x L_{ax} - E_y L_{ay}) - D_c (E_x L_{cx} + E_y L_{cy}). \end{aligned} \quad (64)$$

Здесь  $\tilde{A}_a, \tilde{A}_c$  — обменные константы, еще раз перенормированные теперь уже межпозиционным обменным взаимодействием  $B$ , а также однопозиционной,  $K_{a,c}$ , и межпозиционной,  $K_{ac}$ , анизотропией и внешним полем  $\mathbf{H} \parallel \mathbf{M}_0 \parallel Z$  ( $\mathbf{M}_0 = \mathbf{M}_a^0 + \mathbf{M}_c^0$ ):

$$\begin{aligned} \tilde{A}_a = & A_a + K_a + \frac{(B - K_{ac})2M_c - H_z}{2M_a}, \\ \tilde{A}_c = & A_c + K_c + \frac{(B - K_{ac})2M_a + H_z}{2M_c}. \end{aligned}$$

Квадратичная форма по  $M_{\xi x}$  и  $M_{\xi y}$ , определяющая ферромагнетонные моды, отделяется от (64) (нет общих членов). Для этих компонент получаются известные результаты (например аналогичные, приведенным в [3]), которые далее не рассматриваются, поскольку ферромагнетонные моды не возбуждаются электрическим полем.

### 5.3. Собственные частоты антимагнетонных

Для нахождения частоты колебаний и амплитуды антимагнетонных, возбуждаемых переменным электрическим полем  $E_{x,y}(t) \propto \exp(-i\omega t)$ , используем уравнения ЛЛ вида (13), (14) для каждой позиции  $\xi = a, c$ .

Из выражения (14) следует, что чисто антиферромагнетонная мода  $\Gamma_{45}(L_{\xi x}, L_{\xi y})$  фазы  $\Gamma_3(M_{\xi z})$  с  $\mathbf{M}_a^0 \downarrow \uparrow \mathbf{M}_c^0 \parallel Z$  описывается уравнениями:

$$\dot{L}_{\xi x} + \Gamma L_{\xi x} = -\gamma M_{\xi z}^0 \frac{\partial \Phi_2}{\partial L_{\xi y}}, \quad (65)$$

$$\dot{L}_{\xi y} + \Gamma L_{\xi y} = \gamma M_{\xi z}^0 \frac{\partial \Phi_2}{\partial L_{\xi x}} \quad (\xi = a, c),$$

в которые введен параметр затухания  $\Gamma$  простейшим образом (по Блоху), причем принято  $\Gamma_a = \Gamma_c = \Gamma$ . Полное решение этих уравнений приведено в [26]. Там же рассматриваются фазовые переходы (ФП) по температуре и полю  $\mathbf{H}$  и их влияние на спектр. Здесь же нас интересует ФП между ЛО- и ЛП-состояниями, точнее, область устойчивости ЛО-состояния. Относительно температуры это состояние устойчиво при  $240 \text{ K} \leq T < T_C = 550 \text{ K}$ , что соответствует

$$4K_a M_a^2 + 4K_c M_c^2 + 8K_{ac} M_a M_c > 0$$

в поле  $\mathbf{H} \parallel Z$  в интервале значений поля  $0 \leq H_z < H_{B1} = 2B(M_c - M_a)$ .

В указанных интервалах значений поля  $H_z$  и температуры  $T$  уравнения (65) дают антимагнетонные с частотами  $\omega_1$  и  $\omega_2$ , определяемыми соотношениями

$$\omega_{1,2}^2 = \frac{1}{2} \left( \omega_c^2 + \omega_a^2 + 2\omega_\lambda^2 \pm (\omega_c + \omega_a) \sqrt{(\omega_c - \omega_a)^2 + 4\omega_\lambda^2} \right),$$

где

$$\begin{aligned} \omega_c = & \gamma [(A_c + K_c)2M_c + (B + K_{ac})2M_a + H_z], \\ \omega_a = & \gamma [(A_a + K_a)2M_a + (B + K_{ac})2M_c - H_z], \\ \omega_\lambda^2 = & 4\gamma^2 \lambda^2 M_a M_c. \end{aligned}$$

Соответствующие формулы для частот в ЛП-состоянии приведены в [26].

Межпозиционная связь между антимагнетонами  $a$  и  $c$  осуществляется релятивистским параметром  $\lambda \ll A_\xi$ . При параметре  $\lambda = 0$  в (64)  $\omega_1 = \omega_a$  и  $\omega_2 = \omega_c$  представляют собой частоты двух независимых антимагнетонных, отдельно для каждой из позиций  $a$  и  $c$  (правда, через  $B$  обе частоты зависят от обменного взаимодействия между позициями). Параметр  $\lambda$  обуславливает слабую связь между этими антимагнетонами. Представляет интерес проведение экспериментального исследования зависимости частот  $\omega_1$  и  $\omega_2$  ферромагнетика  $\text{Mn}_2\text{Sb}$  от внешнего магнитного поля  $H_z$ .

## 6. Возбуждение ЯМР электрическим полем в двухподрешеточном ферромагнетике

Раскачивание колебаний  $\mathbf{M}_v$  переменным электрическим полем  $\mathbf{E}(t)$  во всех рассмотренных выше магнитных структурах (фазах) и ориентационных состояниях при низких частотах  $\omega \approx \omega_n$ , где  $\omega_n$  — частота ЯМР, в результате МЭ- или АФЭ-взаимодействий приводит еще к одному (низкочастотному) явлению — ядерному магнитоэлектрическому резонансу. При этом, если, как это нередко имеет место, указанная частота мала по сравнению с собственными частотами колебаний электронной подсистемы (частотой магнетонов  $\omega_{\text{mag}}$ ),  $|\omega_n| \ll \omega_{\text{mag}}$ , то эти колебания следуют квазиравновесным образом за колебаниями  $\mathbf{E}(t)$  ([8, с. 67]).

Возбуждение ядерных спинов электрическим полем происходит благодаря сверхтонкому взаимодействию (СТВ). В простейшей модели СТВ, которая используется и нами, принимается, что ядерный спин взаимодействует только с собственным атомом (ядерная намагниченность  $\mathbf{m}_v$  — только с собственной электронной намагниченностью  $\mathbf{M}_v$ ).

Рассмотрим магнетик с двумя однопозиционными магнитными подрешетками, вводя векторы ядерных намагниченности  $\mathbf{m}$  и антиферромагнетизма  $\mathbf{l}$  аналогично векторам  $\mathbf{M}$  (1) и  $\mathbf{L}$  (2) для электронной подсистемы (отметим очевидный факт — трансформационные свойства векторов  $\mathbf{m}$  и  $\mathbf{M}$ ,  $\mathbf{l}$  и  $\mathbf{L}$  одинаковы). В этом случае СТВ записывается в виде

$$F(\mathbf{m}_1\mathbf{M}_1 + \mathbf{m}_2\mathbf{M}_2) \equiv \frac{1}{2} F(\mathbf{m}\mathbf{M} + \mathbf{l}\mathbf{L}). \quad (66)$$

В выражении (66) параметр СТВ обозначен через  $F$  (в отличие от обычно принятого в литературе [29]), для того чтобы отличить его от введенных ранее обозначений обменных параметров. Предполагается также, что  $F$  — скаляр (отсутствует анизотропия СТВ).

Остановимся лишь на ФМ-фазе с  $\mathbf{M}_1 \uparrow \mathbf{M}_2 \parallel \mathbf{M} \parallel \mathbf{H} \parallel Z$  (представление  $\Gamma_3(M_z)$  в табл. 1). В отличие от рассмотренной в разделе 2.1 ФМ-структуры  $\mathbf{M} \parallel \mathbf{H} \parallel X$  ( $\Gamma_1(M_x)$ ), теперь намагниченность  $\mathbf{M}^0$  направлена вдоль нечетной оси симметрии  $\mathbf{z}_z(-)$ , что приводит к упрощению колебательной части МЭ-взаимодействия. Для плотности термодинамического потенциала следует взять  $\Phi$  (9), но — в соответствии с табл. 1 и правилом (8) — сделав замены  $M_y \rightarrow M_x$ ,  $M_z \rightarrow M_y$  в энергии магнитокристаллической анизотропии второго порядка. Однако с целью упростить рассмотрение мы пренебрегаем этой энергией, а из обменной энергии (члены  $A_L$  и  $A_M$ ), учитывая равнодольность (10), исключаем слагаемое с  $\mathbf{M}^2$ , что приводит к перенормировке константы  $A_L$ , т.е. к замене  $A_L \rightarrow \tilde{A}_L = A_L - A_M$  ( $A_M < 0$ ).

В соответствии с разделом 2 и принимая во внимание сделанные замечания, запишем термодинамический потенциал электронно-ядерной системы в виде

$$\Phi = \frac{1}{2} \tilde{A}_L \mathbf{L}^2 - (m_z + M_z)H_z + \frac{1}{2} F(\mathbf{m}\mathbf{M} + \mathbf{l}\mathbf{L}) - \frac{M_z^0(s_L L_x + s_l l_x)E_z}{2M_0} \quad (M_z^0 = 2M_0). \quad (67)$$

Наряду с МЭ-взаимодействием для электронной подсистемы (слагаемое с  $s_L$ ) учтено аналогичное взаимодействие ядерных спинов с полем  $\mathbf{E}(t)$  через ту же электронную подсистему (слагаемое с  $s_l$ ). Кроме того,  $\Phi$  включает в себя также СТВ (66) между этими подсистемами.

Задача об ЯМЭР решается на основе системы двух уравнений ЛЛ для  $\mathbf{m}_1$  и  $\mathbf{m}_2$ . Эти уравнения после перехода к переменным  $\mathbf{m}$  и  $\mathbf{l}$  принимают вид (13), (14) с заменой  $\mathbf{M}, \mathbf{L}, \gamma \rightarrow \mathbf{m}, \mathbf{l}, -\gamma_n$  (ядерное магнитомеханическое отношение, которое, в отличие от аналогичного в электронной системе, может быть для разных ядер как положительным, так и отрицательным). В линейном приближении по колебательным переменным в поле  $E_z \propto \exp(-i\omega t)$  и при отсутствии переменного магнитного поля  $\mathbf{H}(t)$  одно из этих уравнений дает свободную прецессию вектора  $\mathbf{m}$  вокруг постоянного поля  $H_{nz}^0 = H_z - FM_0$ , учитывающего сверхтонкое поле  $H_n = -FM_0$ , которое обычно отрицательно.

Второе из рассматриваемых уравнений ЛЛ определяет вызванные полем  $\mathbf{E}(t)$  колебания  $l_x$  и  $l_y$ . При этом приходится учитывать два канала воздействия  $\mathbf{E}(t)$  на эти переменные. Во-первых, через слагаемое с  $s_l$  в (67)  $E_z$  непосредственно вызывает колебания компоненты  $l_x$  (а вместе с ней и  $l_y$ ). Во-вторых, из-за слагаемого с  $s_L$  в (67) электрическое поле, как уже отмечалось, раскачивает  $L_x$ , а последняя через СТВ (66), входящее в  $\Phi$  (67), снова вызывает колебания  $l_x$ .

В условиях квазиравновесной связи  $\mathbf{L}$  с  $\mathbf{E}(t)$ , о которой шла речь выше, величины  $L_j$  определяются из условий  $\partial\Phi/\partial L_x = 0$ ,  $\partial\Phi/\partial L_y = 0$ , что дает

$$L_x = \frac{s_L E_z - Fl_x/2}{\tilde{A}}, \quad L_y = -\frac{F}{2\tilde{A}} l_x. \quad (68)$$

С учетом соотношений (68) система уравнений ЛЛ для  $l_x, l_y$  становится замкнутой, и решая ее, находим искомые величины с учетом обоих указанных каналов воздействия  $\mathbf{E}(t)$  на ядерную подсистему:

$$l_x \approx \chi_n(\omega) \left( s_l - \frac{F}{2\tilde{A}} s_L \right) E_z, \quad l_y \approx i \frac{\omega}{\omega_n} l_x,$$

где

$$\chi_n(\omega) \approx \chi_{n0} \frac{\omega_n^2}{\omega_n^2 - \omega^2}$$

— динамическая, а  $\chi_{n0}$  — статическая ЯМР-восприимчивости;  $\omega_n \approx \gamma_n(H_z - FM_0)$  — частота ЯМЭР, отличающаяся от обычной частоты ЯМР малой относительной поправкой порядка

$$\frac{\chi_{n0} F^2}{4\tilde{A}} \approx \frac{F}{4\tilde{A}} \frac{m_n}{M_0} \ll 1$$

( $m_n$  — модуль ядерной намагниченности), которая здесь не учитывается.

Согласно (67) возбуждение колебаний  $\mathbf{L}$  электрическим полем равносильно возбуждению вектора поляризации  $\mathbf{P} \parallel Z$ ,

$$P_z = -\frac{\partial\Phi}{\partial E_z} = s_L L_x + s_l l_x,$$

где  $L_x$  включает в себя и второе слагаемое из (68), связанное с СТВ (66). В результате оказывается, что полная эффективная поляризация, обусловленная только ЯМЭР и учитывающая вклад

$$\Delta L_x = -\frac{F}{2\tilde{A}} l_x,$$

определяется как

$$P_n = \left( s_l - \frac{F}{2\tilde{A}} s_L \right) l_x = \chi_n(\omega) \left( s_l - \frac{F}{2\tilde{A}} s_L \right)^2 E_z.$$

Эта формула описывает линейный динамический отклик ферромагнетика на электрическое поле с частотой, близкой к частоте ЯМР. По сути, образец должен помещаться в пучности поля  $\mathbf{E}(t)$ , в отличие от обычного ЯМР, при котором образец помещается в пучности поля  $\mathbf{H}(t) \propto \exp(-i\omega t)$ .

Методика эксперимента нуждается в специальном обсуждении. К сожалению, о величине эффекта пока практически ничего нельзя сказать, поскольку в рассматриваемой модели фактически неизвестны константы  $s_I$  и  $s_L$ . Однако производя некоторые количественные оценки (в очень широких пределах) с использованием экспериментальных данных о статическом МЭ-эффекте в других магнетиках, можно все же сделать вывод, что здесь мы имеем дело с новым экспериментально измеряемым явлением, хотя в статическом случае (воссоздание  $\mathbf{L}$  статическим электрическим полем) соответствующий эффект отсутствует.

В заключение этого раздела отметим следующее. Явление ЯМЭР, обусловленное МЭ- и АФЭ-взаимодействиями, описано здесь лишь в принципиальном плане, в рамках простой модели двухподрешеточного ферромагнетика, и это рассмотрение не связано непосредственно с какими-либо конкретными магнетиками. Однако мы последовательно учитывали оба канала ЯМЭР, в отличие от предыдущих работ [8, 9, 25], в которых рассматривался только один канал. Более полный анализ, в соответствии с этим разделом, проведен в работе по ЯМЭР в ферримагнетике  $\text{Mn}_2\text{Sb}$ , только что написанной М.И. Куркиным, И.Ф. Мирсаевым и Е.А. Туровым [32]. По-видимому,  $\text{Mn}_2\text{Sb}$  является наиболее перспективным для экспериментального наблюдения как электроактивных антимагнонов (см. раздел 5), так и ЯМЭР.

## 7. Заключительные замечания

Несмотря на многолетнюю историю спин-волновой динамики, ее большой раздел, связанный с действием переменного электрического поля на свойства магнетиков, до сих пор практически не развивался, хотя, несомненно, имеет значительный интерес и перспективы открытия новых физических явлений.

В настоящем обзоре ставилась цель не только восполнить указанный пробел в магнитофизике, но и, в какой-то мере, понять причины его возникновения как объективные, так и субъективные. Эти причины обусловлены существованием особенностей позиций кратных точек, занимаемых магнитными атомами материала, причем особенностей совсем нередких. Достаточно полистать Международные кристаллографические таблицы [15], чтобы убедиться, что ситуация, когда ЦС  $\bar{1}$  не входит в число элементов локальной (островной) симметрии позиции, оказывается довольно частой.

Элемент  $\bar{1}$  должен осуществлять нетождественную перестановку атомов этой позиции (см., в частности, код (37) позиции  $4e$  для трирутилов, а также рис. 1 для двукратной позиции). Даже в самых обширных работах (монографиях, обзорах) по магнитофизике обычно не обращается внимание на существование таких позиций магнитных атомов, точнее, на особенности свойств, связанных с ними. Яблонский и Криворучко [10–14] были первыми, кто не последовал этой традиции. Но их идеи и результаты, как уже говорилось, не послужили началом развития нового раздела магнитофизики. И в монографии по магнетизму [3], в которой спиновая динамика занимает значительную часть, указанная область динамики также не нашла отражения. Между тем с развитием этих идей должна была бы родиться новая, достаточно широкая область спин-волновой динамики. Хотелось бы, чтобы настоящий обзор послужил "спу-

сковым крючком" и привлек внимание исследователей к указанной новой области магнитодинамики; в этом есть настоятельная необходимость (статью [8] и этот обзор следовало бы рассматривать как дополнительную главу к книге [3]).

В обзоре затрагивается лишь небольшая часть явлений, относящихся к этой области. (Для сведения читателя: в статье [8] перечисляются более десятка дополнительных задач, ждущих своего теоретического развития и постановки эксперимента.) Укажем, например, что существование антимагнонов как нового типа спиновых волн может проявляться в магнитофизике не только в результате МЭ- и АФЭ-взаимодействий, но и даже вообще при отсутствии поля  $\mathbf{E}$  (термодинамика, магнитоакустика), в нелинейных явлениях и т.д. Авторы надеются, что некоторые из рассмотренных здесь идей и связанных с ними явлений будут вскоре обсуждаться уже в учебных пособиях по магнетизму. В частности, в них появятся и рисунки вида рис. 2, изображающие антимагноны (наряду с ферромагнонами) и включающие, в том числе, неоднородный случай. В особенности авторы обращаются к экспериментаторам, имеющим возможность открыть эти предсказываемые новые интересные физические явления.

Перечислим в заключение некоторые дополнительные перспективные направления (как теоретические, так и экспериментальные) настоящего раздела магнитодинамики (частично они приведены в [8]).

- Поверхностные электроактивные магноны (в том числе антимагноны).
- Взаимодействие электроактивных магнонов с гирезонансом.
- Нелинейные явления в электромагнито-упругой динамике.
- Продольные (к основному базисному вектору) электроактивные колебания (волны).
- Электроактивные колебания в мультислойных ферро- и антиферромагнитных макросверхструктурах (см. [8]).
- Кубические ферримагнетики при наличии в них МЭ- и(или) АФЭ-взаимодействий. Исследование таких ферримагнетиков позволит найти подход к важной задаче о спин-волновой динамике знаменитого ЖИГ (железтитриевого граната  $\text{Y}_3\text{Fe}_5\text{O}_{12}$ ). Речь идет о существовании электроактивных магнонов, возбуждаемых за счет указанных взаимодействий. Имеется некоторая экспериментальная информация (хотя и достаточно противоречивая) о наличии МЭ-эффекта в ЖИГ (см., например, [33–35]). Магнитная структура этого ферримагнетика содержит 40 магнитных подрешеток, 16 из которых занимают  $a$ -позиции (так называемые  $a$ -ионы) с локальной симметрией  $\{3\}$ , а 24 подрешетки —  $d$ -позицию (так называемые  $d$ -ионы) с локальной симметрией  $\{4\}$ . Пространственная симметрия ЖИГ  $O_h^{10} \equiv Ia3d$ . Спектр магнонов этого соединения детально рассматривался в работах [36], но, во-первых, без учета МЭ- и АФЭ-взаимодействий (т.е. при  $\mathbf{E} = 0$ ), а во-вторых, даже не обсуждался вопрос о существовании антимагнонов. Чтобы избежать трудностей расчета при таком большом количестве подрешеток (фактически, благодаря трансляциям, связанным с объемным центрированием ( $\mathbf{I}$ ), можно ограничиться 20-ю подрешетками), авторы предполагают сначала рассмотреть некоторую упрощенную модель коллинеарного кубического ферромагне-



тика, имеющего меньшее число подрешеток с нецентросимметрической локальной симметрией, например, для магнитных ионов в шестикратной позиции  $6f\{4\}$  группы  $O_h^1 \equiv Pm\bar{3}m$  с шестью магнитными подрешетками. Можно надеяться, что эта модель поможет ответить на некоторые вопросы динамики ЖИГ в поле  $\mathbf{E}(t)$ , в частности на вопрос о существовании антимэгнетонов.

• Электро- и магнитоактивные магнеты в обменно-неколлинеарном антиферромагнетике (до сих пор речь шла о коллинеарных и слабо (релятивистски) неколлинеарных магнетиках). Эта проблема не нашла отражения в обзоре, хотя представляет значительный интерес в связи с важными особенностями и уже обсуждалась в ряде статей. Мы не стали рассматривать эту дискуссию. Дело в том, что пока еще не сложилось единого мнения даже в отношении пространственной группы рассматриваемых магнетиков. Целесообразно посвятить динамике таких обменно-неколлинеарных магнетиков специальную статью, что и было сделано И.Ф. Мирсаевым и Е.А. Туровым [37].

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 02-02-16440) и Президиума УрО РАН. Авторы благодарны также М.И. Куркину, И.Ф. Мирсаеву, В.В. Меньшенину и В.В. Лесковцу, принимавшим участие в работах, на которых основан настоящий обзор, а также в последующих уточняющих их дискуссиях. Благодарим Н.Н. Исупову за большую техническую помощь.

## Список литературы

1. Дзялошинский И Е *ЖЭТФ* **32** 1547 (1957); **33** 807, 1454 (1957); **37** 881 (1959)
2. Bloch F Z. *Phys.* **61** 206 (1930)
3. Туров Е А и др. *Симметрия и физические свойства антиферромагнетиков* (М.: Физматлит, 2001)
4. Туров Е А *Письма в ЖЭТФ* **73** (2) 92 (2001)
5. Астров Д Н *ЖЭТФ* **38** 984 (1960)
6. Freeman A J, Schmid H (Eds) *Magnetolectric Interaction Phenomena in Crystals* (London: Gordon and Breach Sci. Publ., 1975)
7. *Proc. of the 2nd Intern. Conf. on Magnetolectric Interaction Phenomena in Crystals (MEIPIC-2), Ascona, Switzerland, 13–18 September, 1993; Ferroelectrics* **161** (1–4) (1994)
8. Туров Е А *Спиновая динамика магнетиков с учетом магнито- и антиферроэлектрического взаимодействий. Антимэгнетоны. ЯМР в электрическом поле* (Научные доклады) (Екатеринбург: ИФМ УрО РАН, 2001)
9. Куркин М И и др. *ФТТ* **45** 653 (2003)
10. Яблонский Д А, Криворучко В Н *ФНТ* **14** 656 (1988)
11. Криворучко В Н, Яблонский Д А *ЖЭТФ* **94** (09) 268 (1988)
12. Яблонский Д А, Криворучко В Н *ФТТ* **30** 3069 (1988)
13. Еременко В В и др. *ФТТ* **30** 3605 (1988)
14. Яблонский Д А, Криворучко В Н, в сб. *Проблемы физической кинетики и физики твердого тела* (Киев: Наукова думка, 1990) с. 444
15. Norman F M et al. (Eds) *International Tables for X-ray Crystallography* Vol. 1 (Birmingham: Kynoch Press, 1952, 1965, 1983); Бокый Г Б *Кристаллохимия* (М.: Изд-во МГУ, 1960, 1971)
16. Туров Е А и др. *УФН* **168** 1303 (1998)
17. Вонсовский С В *Магнетизм* (М.: Наука, 1971)
18. Landau L D, Lifshitz E M *Phys. Z. Sowjetunion* **8** 153 (1935) [Ландау Л Д *Собрание трудов* Т. 1 (М.: Наука, 1969) с. 128]
19. Ландау Л Д, Лифшиц Е М *Электродинамика сплошных сред* (М.: Физматлит, 1982) § 96
20. Памятных Е А, Туров Е А *Основы электродинамики материальных сред в переменных и неоднородных полях* (М.: Физматлит, 2000)
21. Кричевцов Б Б, Павлов В В, Писарев Р В *Письма в ЖЭТФ* **44** 471 (1986)
22. Pisarev R V *Ferroelectrics* **161** (1–4) 191 (1994)
23. Turov E A, Kolchanov A V, in *1st Euro-Asian Symp. "Trends in Magnetism", EASTMAG-2001, Ekaterinburg, Russia, February 27–March 2, 2001; Phys. Met. Metallogr.* **92** (Suppl. 1) 67 (2001)
24. Kolchanov A V, Turov E A, in *1st Euro-Asian Symp. "Trends in Magnetism", EASTMAG-2001, Ekaterinburg, Russia, February 27–March 2, 2001; Phys. Met. Metallogr.* **92** (Suppl. 1) 82 (2001)
25. Мирсаев И Ф, Туров Е А *ЖЭТФ* **124** 338 (2003)
26. Мирсаев И Ф, Туров Е А *ЖЭТФ* **121** 419 (2002)
27. Туров Е А, Мирсаев И Ф *ФНТ* **28** 822 (2002)
28. Туров Е А *Физические свойства магнитоупорядоченных кристаллов* (М.: Изд-во АН СССР, 1963)
29. Куркин М И, Туров Е А *ЯМР в магнитоупорядоченных веществах и его применения* (М.: Физматлит, 1990)
30. Барьяхтар В Г, Витебский И М, Яблонский Д А *ЖЭТФ* **76** 1381 (1979)
31. Wilkinson M K, Gingrich N S, Shull C G *J. Phys. Chem. Solids* **2** 289 (1957)
32. Куркин М И, Мирсаев И Ф, Туров Е А *ЖЭТФ* **125** 1144 (2004)
33. O'Dell T H *Philos. Mag.* **16** 187 (1967)
34. Takano S et al. *Ferroelectrics* **161** (1–4) 73 (1994)
35. Selitsky A G, Krichevcev V B, Pisarev R V *Ferroelectrics* **162** (1–4) 243 (1994)
36. Колоколов И В, Львов В С, Черепанов В Б, Препринт № 183 (Новосибирск: ИАиЭ СО АН СССР, 1982); *ЖЭТФ* **84** 1043 (1983); Препринт № 183 (Новосибирск: ИАиЭ СО АН СССР, 1983)
37. Мирсаев И Ф, Туров Е А *ЖЭТФ* (в печати)

## New physical phenomena due to magnetolectric and antiferroelectric interactions in magnetics

E.A. Turov, V.V. Nikolaev

*Institute of Metal Physics, Ural Division of the Russian Academy of Sciences, ul. S. Kovalevskoi 18, 620219 Ekaterinburg, Russian Federation  
Tel. (7-3432) 744-312, (7-3432) 783-856. Fax (7-3432) 745-244  
E-mail: turov@imp.uran.ru, vvn@imp.uran.ru*

The dynamics of magnetically ordered crystals (magnetics) is considered for the special case of magnetic atoms not coinciding with the center of symmetry (which exists in the crystal). The study of magnetolectric and antiferroelectric interactions in such magnetics has added a new dimension to the spin dynamics of crystals' electron and nuclear subsystems. While the review is primarily concerned with the recent work of Ural theoretical physicists (2001–2004), it also covers some results of Ukrainian physicists who pioneered the field in the late 1980s and the 1990s. As a result of the work done in this area, it proves possible to compare the predicted effects as a function of crystal system, thus allowing a more intelligent approach to designing future experiments.

PACS numbers: **75.10.–b**, **75.30.Ds**, **75.50.–y**, **75.80.+q**

Bibliography — 37 references

Received 9 January 2004, revised 15 December 2004

*Uspekhi Fizicheskikh Nauk* **175** (5) 457–473 (2005)

*Physics – Uspekhi* **48** (5) (2005)